

ЕСЕПТЕУ МАТЕМАТИКАСЫ ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
COMPUTER MATHEMATICS AND MATHEMATICAL MODELING

МРНТИ 27.41, 30.17

УДК 519.6, 532.5

<https://doi.org/10.51889/3035.2022.74.92.008>

Б.К. Асилбеков ^{1*}, Ж.К. Акашева ¹, Д.Ә. Болысбек ^{1,2}, А.Б. Кульджабеков ¹

¹Сатбаев Университет, г. Алматы, Казахстан

²Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

*e-mail: assilbekov.b@gmail.com

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСТВОРЕНИЯ КАРБОНАТНОЙ ПОРОДЫ:
ВЛИЯНИЕ МАСШТАБА ОБЛАСТИ**

Аннотация

В настоящей статье рассматривается растворение карбонатной породы в прямоугольной двумерной области высотой H и длиной L , которое описывается двух-масштабной математической моделью. Было изучено влияние соотношения сторон области ($F = H/L$) на растворение в масштабе "керна" и "ПЗС". С увеличением масштаба области структура червоточины меняется от более прямой и широкой к более тонкой и разветвленной форме. Было показано, что изменение масштаба области существенно влияет на оптимальный поровый объем кислоты прорыва для рассмотренных в настоящей статье значений пористости, и оказалось, что в масштабе "ПЗС" для прорыва требуется вдвое меньше кислотного раствора чем в масштабе "керна" практически при всех F . Также было показано, что изменение оптимального порового объема кислоты по длине области имеет четкую закономерность при всех F , которое описывается степенной функцией вида $PV_{opt} = (a\phi + b)L^{-(c\phi+d)}$ с высокими коэффициентами достоверности аппроксимации $R^2 = 0.88 - 0.99$. Данное уравнение позволяет экстраполировать оптимальные поровые объемы кислотного раствора, полученные в лабораторных условиях к более крупному масштабу, например, масштабу призабойной зоны скважины.

Ключевые слова: растворение породы, масштаб области, кислотный раствор, оптимальный поровый объем кислоты, червоточина, двух-масштабная модель.

Аңдатпа

Б.К. Асилбеков ¹, Ж.К. Акашева ¹, Д.Ә. Болысбек ^{1,2}, А.Б. Кульджабеков ¹

¹Сатбаев Университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

**КАРБОНАТТЫ ТАУ ЖЫНЫСЫНЫҢ ЕРУІН САНДЫҚ ЗЕРТТЕУ:
АУМАҚ МАСШТАБЫНЫҢ ӘСЕРІ**

Бұл мақалада биіктігі H және ұзындығы L екіөлшемді тіктөртбұрышты аумақта екі-масштабты математикалық модельмен сипатталатын карбонатты тау-жынысының еруі қарастырылды. Аталған аумақтың жақтарының қатынасының ($F = H/L$) "керна" и "ұңғы аумағы" масштабтарында еру процесіне әсері зерттелді. Аумақ масштабы өскен сайын еру каналының құрылымы түзу және кеңдеу пішіннен тармақталған және жіңішке пішінге ауысатындығы байқалды. Аумақ масштабының өзгеруі осы мақалада қарастырылған кеуектілік коэффициенттері үшін қышқылдың жарып шығуына қажетті көлемге айтарлықтай әсер ететіндігі көрсетілді, және "ұңғы аумағы" масштабында F параметрінің түгелдей дерлік мәнінде "керна" масштабымен салыстырғанда екі есе аз қышқылдың көлемі қажет екендігі көрсетілді. Сонымен қатар, қышқылдың жарып шығуына қажетті көлем F параметрінің түгелдей дерлік мәні үшін аумақтың ұзындығына байланысты аппроксимация дәлдігінің коэффициенттері жоғары ($R^2 = 0.88 - 0.99$) болатын $PV_{opt} = (a\phi + b)L^{-(c\phi+d)}$ айқын заңдылығымен өзгеретіндігі көрсетілді. Аталған заңдылық лаборатория жағдайында алынған қышқылдың жарып шығуына қажетті оптималды көлемін әлдеқайда жоғарырақ масштабқа, мысалы, ұңғы маңы масштабына экстраполяция жасауға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: тау жынысының еруі, аумақ масштабы, қышқыл ерітіндісі, қышқылдың оптималды көлемі, еру каналы, екі-масштабы модель.

Abstract

**NUMERICAL STUDY OF CARBONATE ROCK DISSOLUTION:
IMPACT OF A DOMAIN SCALE**

Assilbekov B.K.¹, Akasheva Zh.K.¹, Bolysbek D.A.^{1,2}, Kuldjabekov A.B.¹

¹Satbayev University, Almaty, Kazakhstan

²Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

This paper considers the dissolution of a carbonate rock in a rectangular $H \times L$ 2D domain using a two-scale mathematical model. The impact of the aspect ratio ($F = H/L$) on the dissolution at the "core" and "wellbore" scales was studied. As the scale of the domain increase, the wormhole structure changes from a straighter and wider to a thinner and more ramified shape. It was shown that a change in the domain scale significantly affects the optimal acid breakthrough pore volume for the porosity values considered in this paper, and it turned out that on the "wellbore" scale, breakthrough requires half the amount of acid than on the "core" scale for all F . It was also shown that the optimal acid breakthrough pore volume changes along the domain length by a clear law for all F , which is described by equation $PV_{opt} = (a\phi + b)L^{-(c\phi+d)}$ with high approximation coefficients $R^2 = 0.88 - 0.99$. This equation makes it possible to extrapolate the acid optimal breakthrough pore volumes obtained in laboratory conditions to a larger scale, for example, the scale of the near-wellbore zone.

Keywords: rock dissolution, domain scale, acid solution, acid optimal pore volume, wormhole, two-scale model.

Введение

Растворение горной породы, в основном происходит при кислотной обработке призабойной зоны скважины и закачке углекислого газа в пласты карбонатной породы. Последнее проводится с целью уменьшения выброса CO_2 в атмосферу путем закачки в карбонатные пласты. Кислотная обработка призабойной зоны скважины осуществляется для восстановления фильтрационно-емкостных характеристик породы в старых скважинах или увеличения проницаемости, тем самым производительности новых скважин за счет образования и распространения так называемых "червоточин" – тонких каналов растворения.

Изучению растворения горной породы посвящены многие [1-3] экспериментальные и [4-8] численные исследования. Основными факторами, влияющие на формирование и распространение различных каналов растворения являются перенос кислотных растворов и химическая реакция между кислотным раствором и горной породой. В зависимости от отношения константы скорости химической реакции к скорости закачки раствора, т.е. от числа Дамколера в присутствии неоднородности поровой структуры породы форма каналов растворения сильно меняется: при низких скоростях закачки образуется поверхностное растворение, при высоких скоростях – происходит равномерное растворение, а при средних скоростях – образуются тонкие каналы растворения (червоточины) [2, 3]. Fredd и Scott Fogler нашли значение оптимального числа Дамколера для широкого вида кислотных растворов и типа пород, которое равняется 0.29 [2]. Li и др. нашли зависимости основных характеристик, а именно, количества червоточин, площади сечения и объема червоточин от скорости закачки при изучении растворения гипсовых образцов при помощи микро-компьютерной томографии [3]. Izgес и др. изучали влияние присутствующих в карбонатных породах каверн на образование и распространение червоточины, и выяснили, что в случае образца с кавернами червоточины распространяются быстрее по сравнению с червоточинами в более однородных образцах [5]. А также они показали, что с увеличением доли каверн в общем поровом пространстве поровый объем кислоты прорыва уменьшается. Влияние вязкоупругой самоотклоняющейся кислоты на растворение карбонатной породы изучено в [7]. Они показали, что при закачке вязкоупругой самоотклоняющейся кислоты развиваются и вторичные червоточины вместе с доминантными червоточинами, а также оптимальная скорость при закачке вязкоупругой самоотклоняющейся кислоты будет больше по сравнению скорости при закачке обычной кислоты. Kalia и Balakotaiah сравнили образование и распространение червоточины в скважинах с перфорацией и без [6], и пришли к выводу, что снижается оптимальный поровый объем кислоты прорыва в случае скважины с перфорацией по сравнению скважины без перфорации, а также поровый объем кислоты прорыва уменьшается с увеличением длины перфорационных каналов.

Влияние масштаба (сантиметровый или метровый) или соотношения сторон ($F = H/L$) исследуемой области (образцов) на растворение породы при закачке различного вида кислотных растворов косвенно или напрямую изучены в работах [7, 9-11]. В работе Liu и Liu с помощью численного моделирования было исследовано влияние закачки вязкоупругой самоотклоняющейся кислоты на образование и распространение червоточины в карбонатной породе в сравнении с закачкой

обычной кислоты [7]. Авторы данной работы на основе анализа результатов расчетов для областей с $F = 0.5$ ($25 \times 50 \text{ см}^2$ и $50 \times 100 \text{ см}^2$) и $F = 2$ ($50 \times 25 \text{ см}^2$ и $100 \times 50 \text{ см}^2$) заключили, что количество червоточин растет с увеличением высоты области и убывает с ростом длины исследуемой области. Kalia и Valakotaiah сравнили фронты растворения карбонатной породы в областях с $F = 0.4$ и $F = 4$ при этом длина областей оставались фиксированной [11], и отметили, что с увеличением высоты области количество образованных каналов растворения для разных значений числа Дамколера растет. Кроме этого, они показали, что оптимальный поровый объем кислоты прорыва уменьшается с увеличением F , и для больших значений F оптимальный поровый объем кислоты прорыва перестает меняться значительно. Нао и др. провели детальное численное моделирование для изучения растворения карбонатной породы углекислым газом в различных масштабах, т.е. в прямоугольных трехмерных областях длиной от 32 мм до 1 м, но при этом соотношения сторон к длине областей оставались неизменными ($F = 0.5$) [10]. Они сначала провели численные расчеты на измельченной сетке размером 1 мм во всех областях, затем полученные результаты экстраполировали на те же области, но с более крупной сеткой размером 32-125 мм. В результате выяснилось, что зависимость абсолютной проницаемости от пористости лучше описывается со степенным законом с двумя интервалами изменения пористости. Кроме этого, авторы показали, что изменение масштаба исследуемой области (образца) сильно влияет на эффективную скорость реакции и поровый объем кислоты прорыва: с увеличением размера области поровый объем кислоты прорыва снижается, а при переходе от мелкого масштаба (сантиметровые образцы) к крупному масштабу (около метровые образцы) эффективная скорость химической реакции снижается на один порядок. Согласно выводу Cohen и др., образование и распространение червоточины во время растворения карбонатной породы является процессом, зависящим от масштаба рассматриваемой области [9]. Они акцентировали внимание на численное исследование влияния масштаба области на плотность червоточины, и на основе результатов для области высотой 40 см и длиной 25 см показали, что она является функцией скорости закачки кислотного раствора в образцы и пространства. Связь плотности и скорости имеет логарифмическую закономерность: чем выше скорость тем больше червоточин образуются. Они также показали, что при одинаковых скоростях закачки и одинаковой длине области доминантная червоточина растет быстрее с увеличением параметра F . Также было показано, что с увеличением F оптимальный объем кислоты прорыва и оптимальная скорость закачки уменьшаются [9].

Обзор литературы с открытых источников показал, что влияние параметра F в различном масштабе на оптимальные поровые объемы кислоты мало изучено. В настоящей работе мы провели множество численных расчетов в областях с различного масштаба (сантиметрового и около метрового) с целью изучения влияния параметра F на образование и распространение червоточин в карбонатной породе и оптимальный поровый объем кислоты. Расчеты показали, что масштаб области значительно влияет на оптимальный поровый объем кислоты и получена четкая связь между этим объемом и размера области. Это позволяет перенести результаты исследования в лабораторном (сантиметровом) масштабе к более крупному масштабу (призабойной зоны скважины).

Физическая, математическая и численная постановка задачи

В настоящей статье рассматривается растворение карбонатной породы раствором соляной кислоты в прямоугольной двумерной области длиной L и высотой H . Считается, что продукты реакции кислотного раствора с карбонатной породой полностью растворяются в самом растворе.

Математическая модель растворения породы, использованная в настоящей статье включает уравнения масштаба "пор" и "Дарси", и называется двухмасштабной моделью. Она позволяет определить поле давления, скорости, концентрации кислоты, пористости, абсолютной проницаемости и характеристики пор. Разработанная изначально Panga и др. двухмасштабная модель для описания растворения карбонатных пород кислотными растворами получила широкую популярность при проведении различного рода численных расчетов по растворению породы [12]. Данная модель протестирована путем сравнения результатов с экспериментальными данными, и была показала хорошая сходимость с экспериментальными данными [8, 13]. С математической и численной моделями растворения с соответствующими граничными и начальными условиями детально можно озакомиться в [14]. Математическая постановка задачи и методика численного решения полностью заимствованы с [14], и в настоящей работе приведены лишь новые результаты численных расчетов, полученные с помощью данной модели.

Результаты и их обсуждение

Проведены около 900 различных численных расчетов в ходе которых были найдены поровые объемы кислоты и получены фронты растворения (распределения пористости) в двумерной области, размеры которых приведены в таблице 1. Рассмотренные области представляют собой образцы карбонатной породы, пористость половины из которых составляет 20%, а остальных 10%. В расчетах менялись только размеры образцов и скорость закачки кислотного раствора, а другие параметры, такие как коэффициент диффузии, константа скорости химической реакции и т.д., остались неизменными, чтобы исключить их влияние на фронт растворения. Но, для анализа были привлечены те результаты, которые соответствуют оптимальной скорости закачки кислотного раствора, т.е. режимы образования червоточин. На практике такие режимы считаются самыми оптимальными так как в них меньше всего расходуется кислотный раствор и при этом достигается многократное увеличение проницаемости призабойной зоны скважины, что приводит к росту производительности скважины.

С целью уменьшения влияния неоднородности распределения пор на процесс растворения, сначала генерируется начальное распределение пористости для самой большой области, затем для остальных областей вырезаются части из большой области, соответствующие области меньшего размера. Таким образом, достигается идентичность распределения пор в областях с одинаковыми размерами. Основной целью настоящей работы является изучение влияния параметра F на фронт растворения породы образца в разных масштабах, определяемых ниже. В расчетах этот параметр принимал значения 0.5, 0.67, 1 и 2, соответственно (см. табл. 1). Необходимо отметить, что в расчетах размеры образцов меняются от нескольких сантиметров до нескольких десятков сантиметров, в связи с этим их условно делим на масштаб: а) "керна", куда входят образцы с высотой 2-5 см; б) "призабойной зоны скважины (ПЗС)", в котором высота образцов находится в диапазоне 15-50 см.

Таблица 1. Длина областей (образцов) относительно ее высоты и параметра F

Высота (H), см	Длина (L), см			
	$F = 0.5$	$F = 0.67$	$F = 1$	$F = 2$
2	4	3	2	1
3	6	4,5	3	1,5
4	8	6	4	2
5	10	7,5	5	2,5
15	30	22,5	15	7,5
20	40	30	20	10
30	60	45	30	15
40	80	60	40	20
50	100	75	50	25

Влияние масштаба области на фронт растворения породы

На рис. 1 показаны фронты растворения в двух вышеотмеченных масштабах при разных F . Каждый столбец соответствует определенному значению F , показанный над каждым столбцом (рис. 1). Отметим, что масштаб картин на рис. 1 не сохранен, они приводятся тут в целях сравнения друг с другом. Но, необходимо отметить, что пространственное разрешение (шаг расчетной сетки) одинаково для всех картин. Как видно из рис. 1, в масштабе "керна" фронты растворения являются более широкими, а в масштабе "ПЗС" более тонкими и разветвленными, и имеют фрактальную структуру как было отмечено в [15] практически при всех значениях F . Это возможно связано с влиянием границы области (граничного условия) на образование и распространение червоточин, и особенно на распространение доминантных червоточин. Червоточины – это тонкие как пальцы каналы растворения. Когда червоточина распространяется в относительно маленькой области (масштаб "керна") ее рост замедляется, особенно в поперечном направлении из-за влияния граничного условия – условия не протекания жидкостей через эти границы. Когда червоточина распространяется в большой области (масштаб "ПЗС"), расстояние от червоточки до границ, параллельных к направлению роста червоточки, сравнительно большое, следовательно, червоточина может расти и в поперечном направлении, а точнее у доминантной червоточки появляются дополнительные ветви, которые будут расти в поперечном направлении, т.е. она начинает разветвляться, имея фрактальную структуру. Cohen и др. показали, что уменьшение размера области сильно влияет на рост червоточки

в продольном направлении [9]. Они сравнили длину доминантной червоточки в трех областях с одинаковой длиной и разными высотами, и выяснили, что червоточина начинает расти быстрее в продольном направлении с увеличением высоты области, хотя ее длина остается одинаковой во всех случаях. Теперь сравним фронты растворения для областей разной длины (т.е. с разными F), но одинаковой высоты между собой (рис. 1).

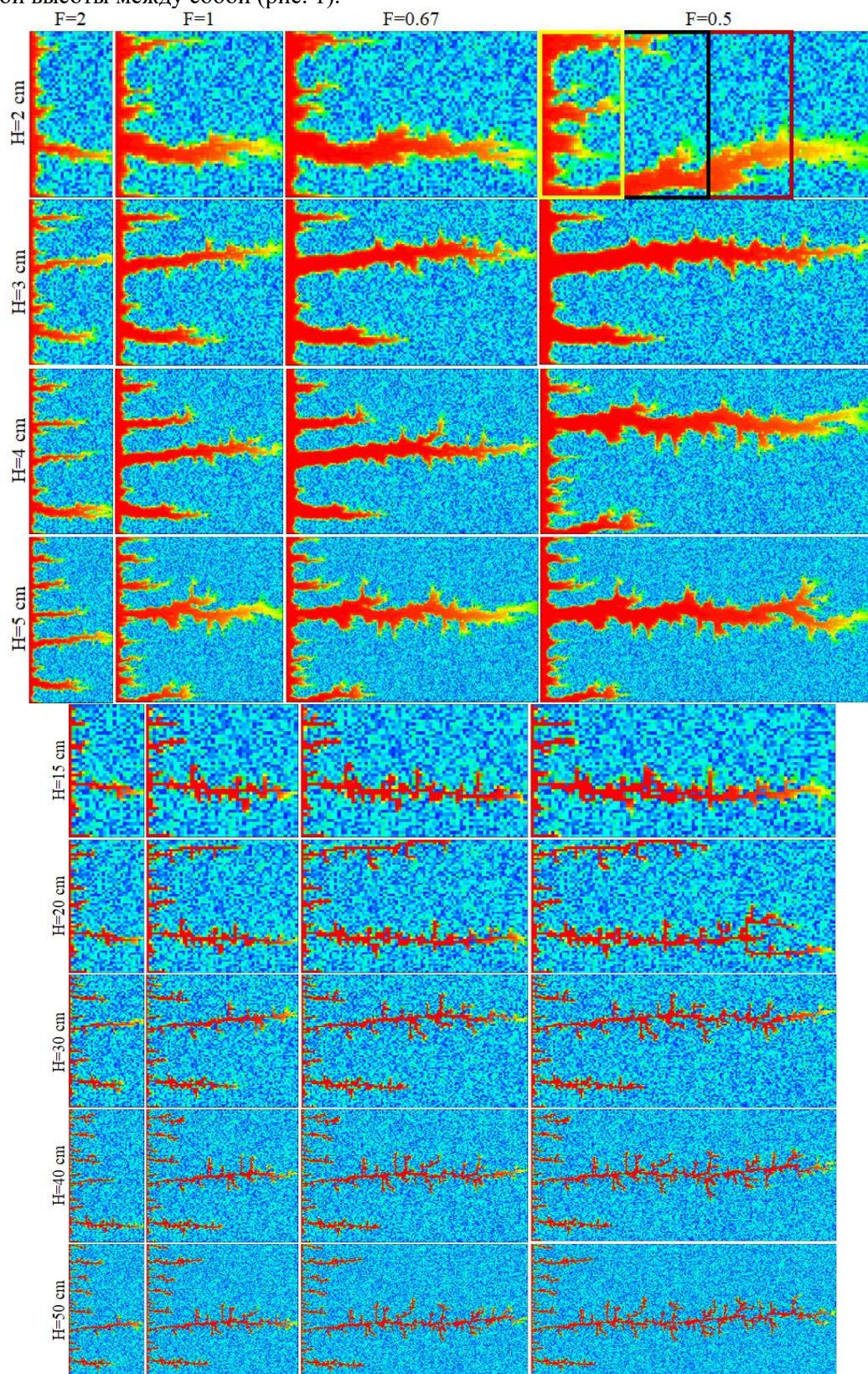


Рисунок 1. Фронт растворения в двух масштабах при разных F

Во-первых, наблюдается утолщение фронта растворения с уменьшением F во всех масштабах, т.е. когда длина образца увеличивается, при этом его высота сохраняется, для достижения доминантной червоточины конца образца требуется все больше и больше объема кислотного раствора. Чем больше кислоты транспортируется по доминантным червоточинам, часть кислоты израсходуется на растворение стенки червоточины, которое приводит к значительному росту ее ширины. Во-вторых, если сравнить фронты растворения в тех областях, охваченных прямоугольниками разного цвета (рис. 1, $F = 0.5$) с фронтами растворения в области с $F = 2, 1$ и 0.67 , соответственно, то увидим, что они отличаются, хотя все параметры вплоть до распределения начальной пористости и проницаемости идентичны. Это означает, что изменение длины образца при одинаковой высоте существенно влияет на фронт растворения, так как, возможно уменьшается влияние граничного эффекта с увеличением длины образцов. Аналогичное наблюдение можно заметить и в других областях высотой 3-50 см.

Как известно, неоднородность среды по пористости является главной причиной образования неравномерных фронтов растворения породы. В нашем случае распределение пористости было получено путем равномерного распределения случайных чисел вокруг среднего по образцу значения пористости (в наших расчетах это значение равняется 20% и 10%). Таким образом, сначала производим начальное распределение пористости для самой большой области в каждом масштабе, затем распределение в остальных областях получается путем вырезания той части, которая соответствует области размеру по меньше.

Интересно знать будет ли меняться фронт растворения породы, если увеличивать размеры области при постоянном F . Иными словами, получим ли такие же фронты растворения и количества червоточин при переходе от лабораторного масштаба к масштабу призабойной зоны скважины. Ввиду ограниченной возможности, большинство исследований по изучению эффективности растворения породы проводятся в лабораторных условиях на образцах кернов, размеры которых составляют несколько сантиметров (масштаб "керн"), затем данные, такие как оптимальная скорость закачки и соответствующий ей объем кислотного раствора, экстраполируются в более крупные масштабы – масштаб "ПЗС". Фронты растворения в масштабах "керн" и "ПЗС" приведены ниже на рис. 2 и 3 для $F = 2$ и $F = 0.5$.

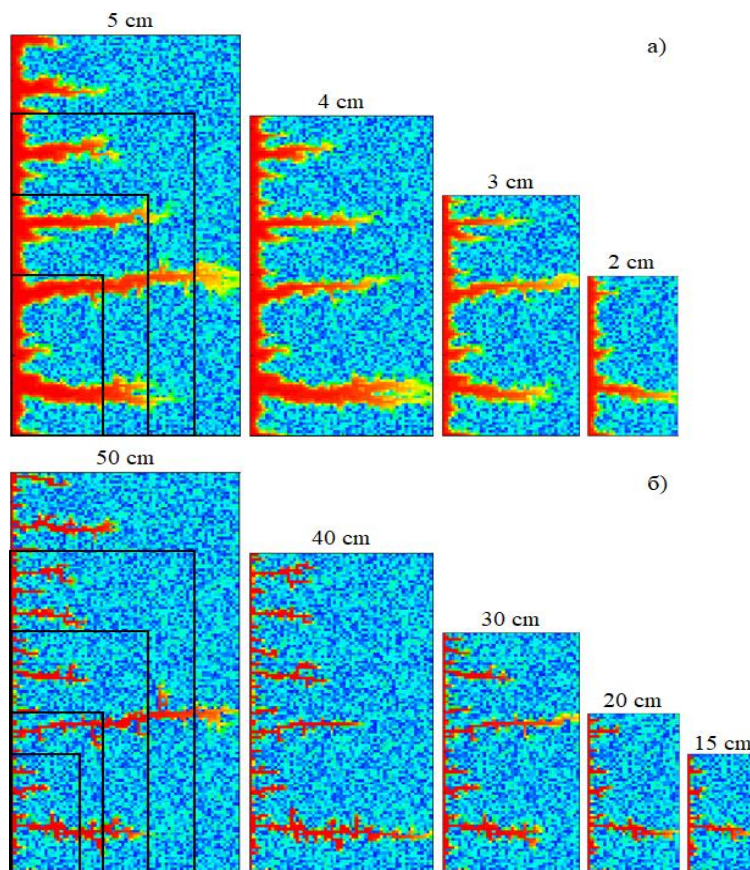


Рисунок 2. Фронт растворения в масштабах "керн" (а) и "ПЗС" (б) при $F = 2$

Идея сравнения фронтов растворения состоит в следующем. Фронты растворения для областей с меньшими размерами сравниваются с фронтами растворения в соответствующих участках (окруженные прямоугольниками, например, на рис. 2а) области с наибольшим размером в каждом масштабе в которых распределения пористости идентичные. Например, на рис. 2а) и 2б) показаны такие сравнения в обоих масштабах при $F = 2$. Как видно на этих рисунках фронты растворения для областей с высотой 2 см в масштабе "керна", 15 см и 20 см в масштабе "ПЗС" существенно отличаются от фронтов растворения в соответствующих участках области с наибольшей высотой (рис. 2а) и 2б). Кроме этого, эти области и соответствующие участки отличаются и количеством червоточин. Такие тенденции можно наблюдать и в случае с $F = 0.5$ (рис. 3). Это указывает на то, что образование и рост червоточины при растворении карбонатной породы является процессом, зависящий от масштаба рассматриваемой области.

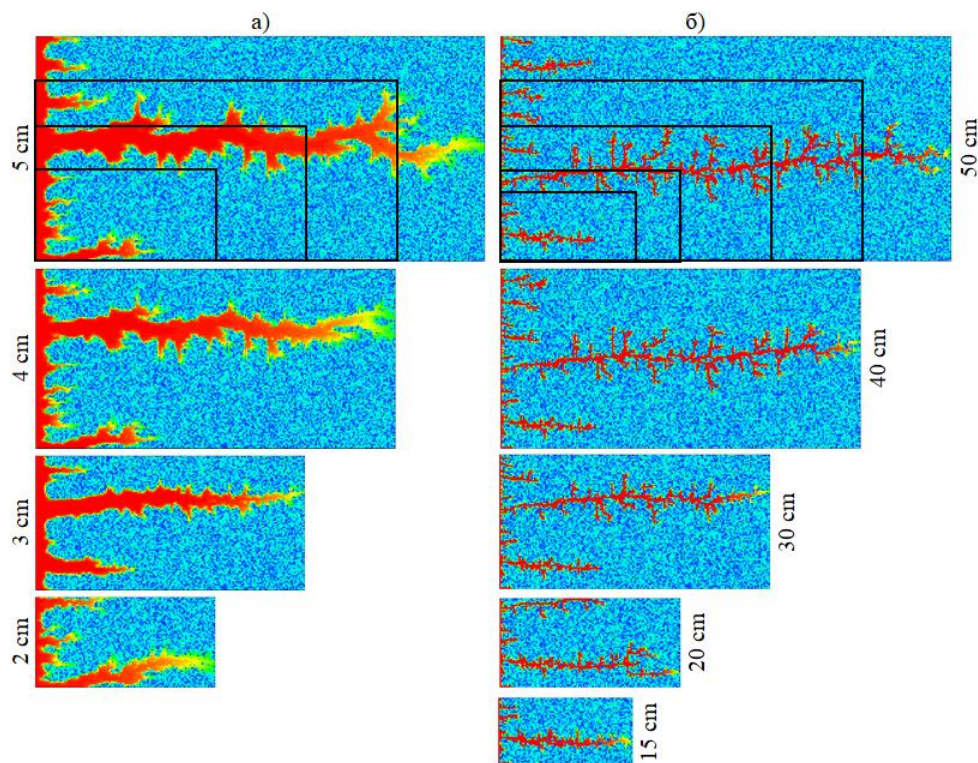


Рисунок 3. Фронт растворения в масштабах "керна" (а) и "ПЗС" (б) при $F = 0.5$

Влияние масштаба области на оптимальный поровый объем кислоты для прорыва

Объем кислоты, отнесенный к поровому объему образца, называемый поровым объемом кислоты прорыва является важным индикатором закачки кислотного раствора в карбонатные породы [4, 7, 11]. Особенно интересует прогноз оптимального значения этого объема (PV_{opt}), которое является минимально возможным объемом кислотного раствора, приводимое к образованию червоточины, прорывающим образец.

Зависимость PV_{opt} от длины рассматриваемой области (образца) показана на рис. 4 при разных значениях F и пористости. На рисунке заполненные и открытые символы соответствуют образцам с пористостью 20% и 10%, соответственно. Как видно на рис. 4 PV_{opt} нелинейно снижается для обеих пористости с увеличением длины образца. Так, например, если PV_{opt} при $F = 0.5$ для образца длиной 4 см равняется 9.56, то для образца длиной 100 см он составляет 3.21. Также можно заметить почти параллельное расположение кривых PV_{opt} для всех значения F , причем с увеличением F эти кривые опускаются ниже для обеих значения пористости. Из этого следует, что для образцов с фиксированной длины с увеличением их высоты PV_{opt} снижается. Кроме этого, на рис. 4 отчетливо видно, что существует некий переходной диапазон между масштабами "керна" и "ПЗС" где кривые PV_{opt} меняют наклоны – от резкого к более горизонтальному.

Нахождение универсальной кривой на основе дискретных значений PV_{opt} представляет практический интерес в отношении предсказания этого объема для других интересующих размеров области. На рис. 4 показаны аппроксимирующие кривые дискретных данных, где сплошные и прерывистые линии относятся к пористости 20% и 10%, соответственно. На этом рисунке в прямоугольниках приведены уравнения аппроксимирующих кривых с соответствующими коэффициентами достоверности аппроксимации (R^2). Как видно из рис. 4 самыми подходящими кривыми для аппроксимации имеющихся дискретных данных являлись степенные функции вида $y = Ax^{-B}$, в которых y значение оптимального порового объема кислоты прорыва, x длина рассматриваемой области, A и B являются коэффициентами, зависящие от режимных параметров. Также видно, что эти функции достаточно близко аппроксимируют данные численного моделирования (символы), о чем свидетельствуют высокие значения коэффициента достоверности (R^2) при обоих значениях пористости (рис. 4).

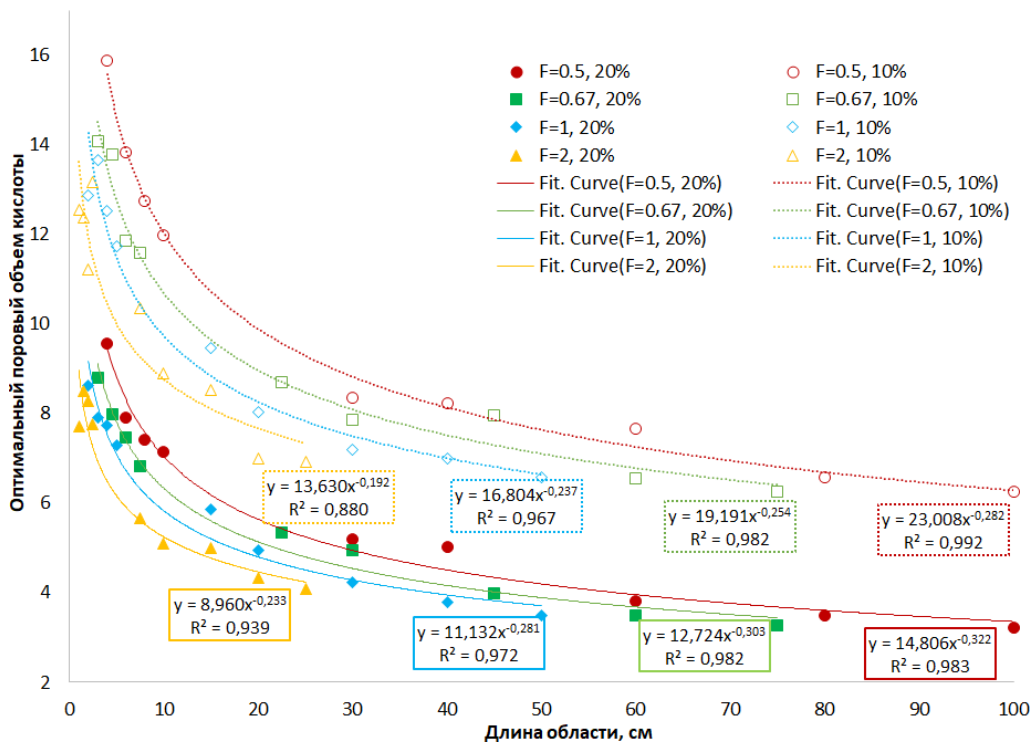


Рисунок 4. Зависимость PV_{opt} от L для пористости 10% (открытые символы) и 20% (заполненные символы) при разных F

На рис. 4 отчетливо видно, что аппроксимирующие кривые для обоих значений пористости параллельно расположены друг к другу при фиксированном F , следовательно, можем объединить их уравнения в одно, которое учитывает пористость. Следовательно, предполагая о том, что коэффициенты A и B являются линейными функциями пористости ϕ , получим общее уравнение следующего вида:

$$PV_{opt} = (a\phi + b)L^{-(c\phi+d)} \text{ для } F = 0.5, 0.67, 1, 2 \quad (1)$$

где PV_{opt} – значение оптимального порового объема кислоты прорыва (безразмерный), a, b, c, d – коэффициенты, определяемые путем подгонки уравнений (1) к данным численного моделирования, L – длина образца (см), ϕ – пористость (%). Коэффициенты c, d являются безразмерными величинами, a, b имеют размерность, обратной к размерности величины $L^{-(c\phi+d)}$. Предполагается, что PV_{opt} для других значений пористости (кроме 10% и 20%) можно определить путем линейной интерполяции/экстраполяции значений при пористости 10% и 20%, соответственно. Сопоставляя уравнение (1) с уравнениями на рис. 4 определяем значения коэффициентов a, b, c, d , которые приведены в таблице 2 для разных значений F .

Таблица 2. Значения коэффициентов a, b, c, d при разных F

F	a	b	c	d
0.5	-0.8202	31.210	0.0040	0.242
0.67	-0.6467	25.658	0.0047	0.209
1	-0.5672	22.476	0.0044	0.193
2	-0.4670	18.300	0.0041	0.151

Уравнение (1) является более универсальным и позволяет найти PV_{opt} для образцов любого размера и пористости. Рассчитанные (предсказанные) с использованием данного уравнения значения PV_{opt} для образцов длиной от 1 до 200 см и пористостью 20% (сплошные линии) в сравнении с рассчитанными значениями с применением численной модели (символы разной формы) приведены ниже на рис. 5. Как видно из этого рисунка, предсказанные и рассчитанные значения PV_{opt} хорошо согласуются при всех значениях F . Кроме этого, можем сказать, что уравнение (1) позволяет предсказать PV_{opt} для областей достаточно большого и маленького размеров. Также видно, что при увеличении длины области PV_{opt} для всех F мало отличаются. Из уравнения (1) следует, что при стремлении L к бесконечности, PV_{opt} стремится к нулю, означающее малость объема кислоты нужного для ее прорыва по сравнению с поровым объемом обрабатываемой области.

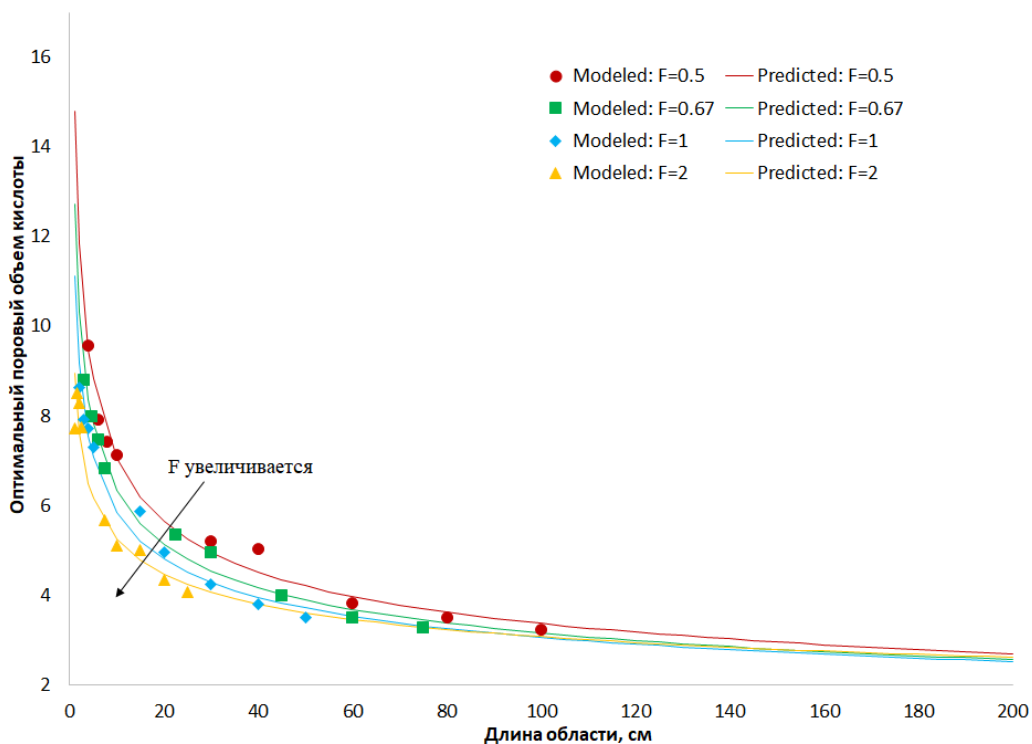


Рисунок 5. Предсказанные с помощью (1) значения PV_{opt} для разных F и $\phi = 20\%$

Заключение

В настоящей работе численно изучено растворение карбонатной породы на основе двух-масштабной математической модели. Были проведены множество численных расчетов с целью определения влияния параметра F в разных масштабах на растворение карбонатной породы. На основе анализа результатов сделаем следующие выводы:

- С увеличением масштаба области структура червоточины меняется от более каналовой к разветвленной. В масштабе "керна" (области с $H = 2 - 5$ см) червоточины имеют более прямую форму и становятся шире, а в масштабе "ПЗС" (области с $H = 15 - 50$ см) они становятся более тонкими. Кроме этого, в масштабе "ПЗС" доминантные червоточины имеют фрактальную структуру.
- Изменение масштаба области существенно повлияло на PV_{opt} для обоих значений пористости при всех F . При увеличении размера области в масштабе "керна" PV_{opt} снижается более существенно,

чем в масштабе "ПЗС". В масштабе "ПЗС" для прорыва требуется вдвое меньше кислотного раствора чем в масштабе "керна" практически при всех значениях F .

Изменение PV_{opt} с увеличением масштаба области лучше описывается степенной функцией $PV_{opt} = (a\phi + b)L^{-(c\phi+d)}$. В данном уравнении коэффициенты a, b, c и d являются табличными функциями F , а L – длина области. Данное уравнение позволяет экстраполировать PV_{opt} , полученные в лабораторных условиях к более крупному масштабу, например, масштабу призабойной зоны скважины.

Благодарность. Данное исследование было проведено в рамках проектов AP09058419 и AP08052055 при поддержке Комитета Науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан.

References:

- 1 Bazin, B., & Abdulahad, G. (1999). Experimental investigation of some properties of emulsified acid systems for stimulation of carbonate formations. *Proceedings of the Middle East Oil Show*, 347–356. <https://doi.org/10.2523/53237ms>.
- 2 Fredd, C. N., & Scott Fogler, H. (1998). Influence of transport and reaction on wormhole formation in porous media. *AIChE Journal*, 44(9), 1933–1949. <https://doi.org/10.1002/aic.690440902>.
- 3 Li, W., Einstein, H. H., & Germaine, J. T. (2019). An Experimental Study of Matrix Dissolution and Wormhole Formation Using Gypsum Core Flood Tests: 1. Permeability Evolution and Wormhole Geometry Analysis. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 124(11), 11055–11073. <https://doi.org/10.1029/2018JB017238>.
- 4 Ghommem, M., Zhao, W., Dyer, S., Qiu, X., & Brady, D. (2015). Carbonate acidizing: Modeling, analysis, and characterization of wormhole formation and propagation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 131, 18–33. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2015.04.021>.
- 5 Izgec, O., Zhu, D., & Hill, A. D. (2010). Numerical and experimental investigation of acid wormholing during acidization of vuggy carbonate rocks. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 74(1–2), 51–66. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2010.08.006>.
- 6 Kalia, N., & Balakotaiah, V. (2010). Wormholing in perforated completions. *Proceedings - SPE International Symposium on Formation Damage Control*, 1(February), 176–192. <https://doi.org/10.2118/127347-ms>.
- 7 Liu, N., & Liu, M. (2016). Simulation and analysis of wormhole propagation by VES acid in carbonate acidizing. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 138, 57–65. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2015.12.011>.
- 8 Maheshwari, P., & Balakotaiah, V. (2013, March 23). 3-D Simulation of Carbonate Acidization with HCl: Comparison with Experiments. *All Days*. <https://doi.org/10.2118/164517-MS>.
- 9 Cohen, C. E., Ding, D., Quintard, M., & Bazin, B. (2008). From pore scale to wellbore scale: Impact of geometry on wormhole growth in carbonate acidization. *Chemical Engineering Science*, 63(12), 3088–3099. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2008.03.021>.
- 10 Hao, Y., Smith, M. M., & Carroll, S. A. (2019). Multiscale modeling of CO₂-induced carbonate dissolution: From core to meter scale. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 88(January), 272–289. <https://doi.org/10.1016/j.ijggc.2019.06.007>.
- 11 Kalia, N., & Balakotaiah, V. (2009). Effect of medium heterogeneities on reactive dissolution of carbonates. *Chemical Engineering Science*, 64(2), 376–390. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2008.10.026>.
- 12 Panga, M. K. R., Balakotaiah, V., & Ziauddin, M. (2002, September 29). Modeling, Simulation and Comparison of Models for Wormhole Formation During Matrix Stimulation of Carbonates. *All Days*. <https://doi.org/10.2118/77369MS>.
- 13 Ratnakar, R. R., Kalia, N., & Balakotaiah, V. (2013). Modeling, analysis and simulation of wormhole formation in carbonate rocks with in situ cross-linked acids. *Chemical Engineering Science*, 90, 179–199. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2012.12.019>.
- 14 Akasheva, Z. K., Asilbekov, B. K., & Soltanbekova, K. A. (2021). NUMERICAL SIMULATION OF CARBONATE ROCKS DISSOLUTION NEAR THE WELLBORE. *Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science*, 112(4). <https://doi.org/10.26577/JMMCS.2021.v112.i4.07>.
- 15 Daccord, G. (1987). Chemical dissolution of a porous medium by a reactive fluid. *Physical Review Letters*, 58(5), 479–482. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.479>.