

МРНТИ 27.01.45
УДК 372.851

<https://doi.org/10.51889/1155.2022.75.95.011>

Н.С. Заурбеков¹, Т.Б. Исаев^{2*}

¹Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Сулейман Демирель атындағы университет, Алматы қ., Қазақстан

*e-mail: issayevtemirlan@gmail.com

ТЕҢСІЗДІКТЕР ТАҚЫРЫБЫН ОҚЫТУДА ОҚУШЫЛАРДЫҢ ГРАФИКАЛЫҚ ІСКЕРЛІКТЕРІН ҚАЛЫПТАСТЫРУ ӘДІСТЕМЕСІ

Аңдатпа

Оқу-әдістемелік және ғылыми әдебиеттерді талдай отырып, зерттеушілер графикалық әдісті қолдана отырып, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің әртүрлі әдістерін бөліп қарастырады, оларға сәйкес әрекеттерді тізімдейді, оларды қалыптастыру үшін жаттығулардың мысалдарын келтіреді деген қорытынды жасауға болады. Бірақ осы әдістің әрбір әрекетін үйрету үшін міндеттер жиынтығын әзірлеу және осы материалды зерттеу үшін ақпараттық технологияларды қолдану қазіргі мектеп біліміндегі өзекті мәселелердің бірі болып қала береді. Мақалада ғылыми және әдістемелік құралдарды талдау нәтижесінде теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде функциялардың қасиеттері қолданылатын жағдайлар анықталды. Мысал ретінде, графикалық әдісті қолдана отырып, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу әдістері білімнен дағдыларға ауысуға мүмкіндік береді, іс-әрекет тәсілдерін көрсетеді, бұл өз кезегінде талдау, синтез, жалпылау және т. б. сияқты ойлау әдістерін ашады деп есептейміз.

«Теңсіздік» тақырыбы мектеп алгебрасы курсына маңызды орын алады. Ол мазмұны, теңсіздіктерді шешудің әдістері және алгебраның бірқатар басқа тақырыптарын зерттеуде қолдану мүмкіндіктері бойынша бай. Теңдеулер мен теңсіздіктер математиканың әртүрлі салаларында, маңызды қолданбалы есептерді шешуде кеңінен қолданылатындығы анықталған. Әр түрлі және күрделі теңсіздіктердің жауабын табу математикалық есептерді шеше білудің жоғары деңгейін көрсетеді. Теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісі - тапсырмаларды орындаудың оңтайлы әдісі теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу әдістерін меңгеру білімнен дағдыларға ауысуға мүмкіндік беретіні мысалдармен көрсетілген.

Түйінсөздер: теңдеулер, теңсіздіктер, шешімдер, есептер, оқушылар, графикалық әдіс, алгоритм.

Аннотация

Н.С. Заурбеков¹, Т.Б. Исаев²

¹Казахский Национальный Педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

²Университет имени Сулеймана Демиреля, г. Алматы, Казахстан

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ

Анализируя методическую и научную литературу, можно сделать вывод, что исследователи с помощью графического метода выделяют и рассматривают различные способы решения уравнений и неравенств, перечисляют соответствующие им действия, приводят примеры упражнений на их формирование. Но разработка комплекса заданий для обучения каждому виду деятельности метода и использование информационных технологий для изучения материала остаётся одним из наиболее актуальных вопросов в современном школьном образовании. В результате анализа научно-методического инструментария в статье выявлены ситуации, когда свойства функций используются при решении уравнений и неравенств. Считаем, что методы решения уравнений и неравенств графическим методом позволяют перейти от знаний к умениям, показывают способы действий, которые, в свою очередь, открывают такие способы мышления, как анализ, синтез, обобщение и т. д.

Тема «Неравенство» занимает важное место в школьном курсе алгебры. Она богата содержанием, методами решения неравенств и приложениями при изучении ряда других разделов алгебры. Установлено, что уравнения и неравенства широко используются в различных областях математики, при решении важных прикладных задач. Нахождение ответа на разнообразные и сложные неравенства показывает высокий уровень решения математических задач. Графический метод решения неравенств является оптимальным способом выполнения заданий. На примерах показано, что овладение методами решения уравнений и неравенств позволяет перейти от знаний к навыкам.

Ключевые слова: равенство, неравенства, решения, задачи, учащиеся, графический метод, алгоритм.

Abstract

IC SKILLS OF STUDENTS WHEN STUDYING THE TOPIC OF INEQUALITY

Zaurbekov N.S.¹, Issayev T.B.²

¹Abai Kazakh national pedagogical university, Almaty, Kazakhstan

²Suleyman Demirel university, Almaty, Kazakhstan

Analyzing the methodological and scientific literature, we can conclude that researchers, using the graphical method, identify and consider various methods for solving equations and inequalities, list the actions corresponding to them, and give examples of exercises for their formation. But the development of a set of tasks for teaching each type of activity of the method and the use of information technology to study the material remains one of the most pressing issues in modern school education. As a result of the analysis of scientific and methodological tools, the article revealed situations when the properties of functions are used in solving equations and inequalities. We believe that the methods for solving equations and inequalities using a graphical method allow us to move from knowledge to skills, show ways of action, which, in turn, open up such ways of thinking as analysis, synthesis, generalization, etc.

The topic "Inequality" occupies an important place in the school course of algebra. It is rich in content, methods for solving inequalities, and applications in the study of a number of other branches of algebra. It has been established that equations and inequalities are widely used in various areas of mathematics, in solving important applied problems. Finding the answer to various and complex inequalities shows a high level of solving mathematical problems. The graphical method for solving inequalities is the best way to complete tasks. The examples show that mastering the methods for solving equations and inequalities allows you to move from knowledge to skills.

Keywords: equality, inequalities, solutions, tasks, students, graphical method, algorithm.

Кіріспе

«Теңсіздік» тақырыбы алгебра курсына маңызды орын алады. Ол мазмұны бойынша, теңсіздіктерді шешудің әдістері мен әдістері бойынша, мектеп алгебрасының бірқатар басқа тақырыптарын зерттеуде қолдану мүмкіндіктері бойынша бай. Бұл теңдеулер мен теңсіздіктер математиканың әртүрлі салаларында, маңызды қолданбалы есептерді шешуде кеңінен қолданылатындығына байланысты.

Графиктерге сәйкес қолайлы сандық жауаптар алу үшін графиктер әсіресе мұқият салынуы керек. Жұмысты ұйымдастыру міндеті қарапайым функциялар мен оларды түрлендірудің жылдам графигін құру дағдыларын дамытатындай етіп шешіледі. Графикалық дағдыларды қалыптастыру бойынша жұмыс 5-сыныптан басталады.

Теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісі оқушыларды осы әдіске оқытудың кейбір аспектілерін ашатын бірқатар оқу-әдістемелік және ғылыми жұмыстарда қарастырылған. Бұл әдебиеттің негізін, әрине, әр түрлі авторлардың мектеп оқулықтары құрайды: А.Е.Әбілқасымова [1], Ш.А.Алимов [4], А.Н.Шыныбеков [2], О.Пак [3] және басқалар. Бұл әдебиеттерді толығырақ қарастырайық.

Алгебра оқулықтары мен талдау принциптері теңдеулерді шешудің стандартты алгебралық әдістерін ғана қарастырады. Авторлар, мысалы А.Н.Шыныбеков, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісі туралы айтады, бірақ оны қолданудың негіздемесін ұсынбайды.

Кейбір теңсіздіктерде тамырларды алу оңай, ал теңсіздіктің басқа тамырлары жоқ екенін дәлелдеу кезінде Лагранж теоремасы қолданылады.

Жоғарыда айтылғандардың бәріне сүйене отырып, теңсіздіктерді графикалық әдіспен шешуге үйрету кезінде белгілі бір тәртіпті ұстану керек деген шағын қорытынды жасауға болады:

- функция қасиеттері арқылы шешілетін нақты теңдеуді немесе теңсіздікті талдау;
- берілген теңдеуді немесе теңсіздікті шешудің нақты негізделген әдісін бөліп көрсету;
- берілген теңдеуден графиктің немесе функциялар графигінің эскизінің суретін ұсыну;
- теңдеудің немесе теңсіздіктің түбірлерін анықтау және теңдеудің немесе теңсіздіктің шешімдері жоқ екенін дәлелдеу.

Теңсіздіктерді графикалық әдіспен шешудің теориялық негізін қамтитын математикалық негіздер математика курстарында оқытылады және 10-11 сыныптарда математикалық талдауда басталады. Осы негіздерге кіретін графикалық әдіспен теңсіздіктерді шешу кезінде білім алушылардың білімін, іскерлігі мен дағдыларын жүйелеу, жалпылау, тереңдету және кеңейту арнайы әдістемелік даярлық үрдісінде жүреді.

Жалпы, мектептегі математика курсынағы теңсіздіктерді зерттеу теңдеулер сияқты ұйымдастырылған.

Зерттеу әдіснамасы

Теңсіздіктерді зерттеудің бірқатар ерекшеліктерін атап өтейік:

1. Теңдеулер сияқты теңсіздіктердің эквиваленттік теориясы жоқ. Оқушыларға оқу материалының мазмұнында келтірілген оның ұсақ фрагменттері ұсынылады.

2. Теңсіздіктерді шешудің көптеген әдістері берілген теңсіздіктен $a > b$ -ден $A = b$ теңдеуіне ауысудан, содан кейін табылған теңдеу түбірлерінен бастапқы теңсіздік шешімдерінің жиынтығына ауысудан тұрады. Мысалы, бұл жағдай рационалды теңсіздіктерді интервалдар әдісімен шешуде, қарапайым тригонометриялық теңсіздіктерді шешуде пайда болады.

3. Теңсіздіктерді зерттеуде графикалық құралдар үлкен рөл атқарады.

Белгілердің бірімен жалғанған екі өрнек (сандық немесе әріптік): «үлкен» ($>$), «кіші» ($<$), «үлкен немесе тең» (\geq), «кіші немесе тең» (\leq) теңсіздікті құрайды (сандық немесе әріптік). Кез келген әділ теңсіздік бірдей деп аталады.

Теңсіздік белгісіне байланысты бізде қатаң теңсіздіктер ($>$, $<$) немесе нестрогтар (\geq , \leq) қарастырылады.

Теңсіздікке енетін әріптік шамалар белгілі немесе белгісіз болуы мүмкін.

Теңсіздікті шешу дегеніміз - теңсіздік бірдей болатындай етіп белгісіз шекараларды табу.

Оқушылардағы теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісін қалыптастырудың екі кезеңін бөліп көрсетейік:

- Функцияның жеке қасиеттерін қолдана отырып, теңсіздіктерді шешу кезеңі;
- Күрделілігі жоғары теңсіздіктерді шешу әдісін таңдау кезеңі.

Бірінші кезеңде білім алушылар теңсіздіктерді графикалық әдіспен шешу кезінде функциялардың қасиеттерін қолданумен танысады. Осы кезеңде оқыту келесі тәртіп бойынша жүргізілуі керек:

1. Теңсіздіктерді шешуде функциялардың жеке қасиеттерін қолданудың теориялық негізін ашу;
2. Теңсіздіктерді шешу кезінде функцияның жеке қасиетін қолданудың жеке әдістерін меңгеру;
3. Теңсіздіктерді шешуде функцияның жеке қасиетін қолдану үшін есептер жиынтығын талдау;
4. Өз бетінше жұмыс істеу үшін жаттығуларды таңдау.

Теориялық бөлімде графикалық әдісті жақсы түсіну үшін арнайы жасалған дәрістер жиынтығын ұсынуға болады. Бұл дәрістер графикалық графиктері бар компьютерлік презентациялармен, теңсіздіктерді шешу алгоритмімен бірге жүруі керек.

Теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісі оқушыларды осы әдіске оқытудың кейбір аспектілерін ашатын бірқатар оқу-әдістемелік және ғылыми жұмыстарға арналған. Бұл әдебиеттің негізін, әрине, әр түрлі авторлардың мектеп оқулықтары құрайды: А.Н.Колмогоров [6], С.М.Никольский [7], Ш.А.Алимов [8], А.Г.Мордкович [9] және т.б. осы тақырыптағы жұмыстарын толығырақ қарастырайық.

А.Н.Колмогоров, Ш.А.Алимовтың 10-11 сыныптарына арналған алгебра және талдау принциптері бойынша оқулықтарында теңдеулерді шешудің стандартты алгебралық әдістері ғана қарастырылады. Ш.А.Алимовтың оқулығында теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісі туралы айтылады, бірақ оны қолданудың негіздемесі берілмеген.

Алайда, жоғарыда аталған авторлардың осы кемшіліктері С.М.Никольский, А.Г.Мордковичтің оқулықтарында қамтылғанын атап өткен жөн.

С.М.Никольскийдің «Алгебра және анализ бастамалары» оқулығы - бұл жалпы білім беретін мектептерге де, математиканы тереңдетіп оқытатын мектептерге де арналған материалды қамтитын жаңа оқулық. Бұл оқулықта «Теңдеулер. Теңсіздіктер. Екі абзацты қамтитын теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің стандартты емес әдістері», «Теңдеулер, теңсіздіктер және параметрі бар жүйелер» тақырыптары бар және олар терең зерттеулер нәтижелеріне сүйене баяндалған.

Бұл тарауда теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің негізгі әдістері қарастырылған, мысалы:

- функцияның анықтамалары мен рұқсат етілген мәндері;
- шектеулі функциялар;
- синус пен косинустың қасиеттерін пайдалану;
- сандық теңсіздіктерді қолдану;

Параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу квадрат триномиялдың қасиеттерге ие функциялары бар теңдеулер мен теңсіздіктерде суреттелген. Алайда, синус пен косинустың қасиеттерін пайдалану кезінде тригонометриялық функциялардың шектеулілігі мен монотондылығын қолдана отырып шешілетін мәселелердің барлық түрлері қарастырылмайтынын атап өткен жөн.

Зерттеу нәтижелері

А.Г. Мордковичтің алгебра және талдау принциптері туралы оқулығында «Теңдеулер мен теңсіздіктер. Теңдеулер мен теңсіздіктер жүйесі» тарауы ұсынылады. Онда теңдеулерді шешудің төрт әдісі көрсетілген, олардың арасында графикалық әдіс бар. Ол функцияның шектеулі және монотонды қасиеттерін ғана қолдану арқылы суреттелген, бұл графикалық әдісті толық зерттеу үшін жеткіліксіз.

Г.К. Муравиннің алгебра және талдау принциптері бойынша 11-сыныпқа арналған оқулығында теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің негізгі әмбебап әдістерінің бірі ретінде тамырларды таңдау әдісі көрсетілген. Сонымен қатар, функцияның монотондылығын қолдана отырып, осы тамырлардың бірегейлігінің дәлелі келтірілген. Осының бәріне автор жеткілікті күрделі теңдеулерді шешудің мысалдарын келтірді, бірақ графикалық әдісті қолдана отырып теңдеулерді шешудің жеке әрекеттерінің қалыптасуын түсіндірмеді.

Жоғарыда айтылғандарды қорытындылай келе, мектеп оқулықтары теңдеулер мен теңсіздіктерді графикалық әдіспен шешу жолдары туралы теориялық материалды жеткілікті түрде толық көрсетпейді және осы есептерді шешу үшін шектеулі әдістерді қолдануға мүмкіндік береді деген қорытынды жасауға болады.

Мектеп әдебиеттерін талдағаннан кейін, біз негізінен функцияның шектеулі қасиеттерін, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде функциялардың көптеген мәндерін, функцияларды анықтау салаларын қолдануға арналған әртүрлі міндеттердің жиынтығын қамтитын ғылыми жұмыстарды қарастыруға көшеміз.

ИТК көмегімен теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісінің сипаттамасын қарастырайық. Функционалды-графикалық әдісті сипаттамас бұрын, «әдіс» сияқты ұғымға жүгінудіміз керек және оқу процесінде қолданылатын функциялар туралы кейбір ескертулерді талдауымыз керек.

Орта мектеп дидактикасында әдіс мақсатқа сәйкес келетін нәтижеге қол жеткізуге әкелетін, кезектесетін әрекеттер жүйесі ретінде түсіндіріледі. Бұл әрекеттер тізбегі теориялық нәтижеге де, практикалық іске асыруға да бағытталуы мүмкін. Демек, бұл әдіс жаңа білімді зерттеу әдісі және практикалық іс-әрекет әдісі болып табылады. Екі әдіс әрқашан белгілі бір объектіге бағытталған, сондықтан оның нысаны кез келген әдіске сәйкес келеді.

Л.С. Қапкаева әдістің екі жағын қамтитынын атап көрсетеді: объективті және субъективті. Бірінші тараптың мәні зерттелетін объектінің жалпы білімі мен заңдылықтарын алу болып табылады. Екінші тарап, өз кезегінде, осы объектіге қызмет ету мақсатында әдісті қолданумен байланысты.

Әдісте көрсетілген екі тарапты бөлу оның компоненттері туралы мәселені шешуге жағдай жасайды. Бұл жерде әдістің қай жағы жетекші екендігі маңызды. Сондықтан әдіс компоненттерінің бір бөлігі қандай да бір жолмен объективті жағымен байланысты (эпистемологиялық компонент), ал компоненттердің бір бөлігі субъективті жағымен байланысты (белсенділік компоненті). Осы компоненттердің тіркесімі және әдістің компоненттерін кең мағынада анықтайды.

Әдістің объективті жағы трансформацияланған объектінің мәнін зерттеумен байланысты. Қажетті шарт - белгілі бір білім, онсыз зерттелетін әдіс бола алмайды. Бұл білім мыналарды қамтитын жүйені құруы керек:

- әдіс қолданылатын объект туралы бастапқы білім, оның қасиеттері (негізгі ұғымдар, ұғымдардың қасиеттері, олардың арасындағы байланыстар);

- объектіні зерттеу барысында алынған білім (объектінің қасиеттерін оның үстіндегі әрекеттердің әсерінен өзгерту, оған дейін белгісіз қасиеттерді белгілеу);

- осы әдіске жататын сала туралы білім (осы әдіспен шешілетін міндеттер шеңбері, олардың түрлері және т. б.);

- қолдану саласына байланысты әдісті қолдану ерекшеліктері туралы білім.

Бұл компоненттердің барлығы осы әдістің эпистемологиялық жағына кіреді.

Әдістің белсенді компоненттеріне мыналар жатады:

- қойылған мақсатқа сәйкес нәтижеге қол жеткізуге әкелетін нақты іс-қимыл жүйесі;

- осы іс-қимыл жүйесі (интеллектуалды, практикалық, пәндік) негіз болатын қызметті жүзеге асыру құралдары.

Оқу процесінде математикалық әдістер зерттеудің мақсаты да, жаңа материалды зерттеу құралы да бола алады. Белгілі бір әдіс жаңа тақырыптарды зерттеу құралдарының бірі бола алады деп болжау қиын емес, алайда ол білім алушылар белгілі бір практикалық мәселелерді шешу үшін қолдана білген

кезінде ғана іске асады. Демек, әдісті қалыптастыру кезінде мұғалім мен орта мектеп оқушылары, көбінесе екі мәселені шешу қажеттілігіне тап болады.

Бірінші мәселені шешу оқушылардың іс-қимыл жүйесін және онсыз іс-әрекет компоненттері орындалмайтын эпистемологиялық компоненттерді игеруін білдіреді. Екінші тапсырманы білім алушылар осы объектінің жаңа қасиеттерін, әртүрлі міндеттерді, олардың ерекшеліктерін зерттеумен байланысты әдістің эпистемологиялық бөліктерін игерген кезде ғана шеше алады. Білім алушылар белгілі бір мәселені шешу кезінде қолдануға болатын және ыңғайлы әдісті таңдауды үйренуі керек.

Жалпы, жоғарыда аталған екі мәселені шешу ұзақ процесті білдіреді, онда белгілі бір мәселені шешудің кезеңдерін нақты анықтау мүмкін емес. Барлық процестің нәтижесі білім алушылардың орта мектепке арналған бағдарламада көзделген қолдану деңгейінде математикалық әдістерді меңгеруі болуы тиіс.

Г.И. Саранцев алғашқылардың бірі болып математиканы оқыту әдістемесінде аталған мәселелердің біріншісін шешу тәсілін ұсынды. Ол геометриялық түрлендірулер, векторлық және координаталық тәсілдер сияқты әртүрлі әдістермен есептерді шешуге үйрету мәселелерін қарастырды. Сондай-ақ, ол әдістердің негізгі компоненттері ретінде - білім алушы меңгеруі керек дағдыларды анықтады. Олар әдісті жүзеге асыру барысында орындалуы керек әрекеттер.

Бұл міндет кезең-кезеңімен шешіледі. Есептерді шешу әдісін қалыптастырудың бес кезеңі бар.

- Дайындық кезеңі. Бұл кезеңде белгілі бір білім мен дағдыларды алдын-ала игеру іске асады, онсыз сіз белгілі бір әдісті игере алмайсыз.

- Мотивациялық кезең. Бұл кезеңнің міндеті - оқушыларды әдісті игеру қажеттілігіне сендіру және олардың келесі кезеңдерде олардың қызметінің мақсаты міндеттерді шешу әдісін игеру екендігін түсінуге қол жеткізу.

- Индикативті кезең. Бұл кезеңде оқушыларға әдістің мәнін түсіндіріп, оның негізгі терминдері мен тұжырымдарын бөліп көрсету керек. Мұнда тапсырмаларды қолданған жөн.

- Әдістің жеке компоненттерін игеру кезеңі. Осы кезеңде мұғалім осы компоненттердің аз санын қажет ететін есептерді шешу арқылы әдістің нақты компоненттерін қалыптастыруды ұйымдастыру үшін арнайы жаттығуларды қолданады.

- Жалпы әдісті қалыптастыру кезеңі. Бұл кезеңнің мақсаты - жеке дағдыларды біртұтас әдіске жалпылау, яғни, әдістің көптеген компоненттерін қолдануды қажет ететін тапсырмаларды қолдану арқылы іске асады.

Оқыту процесінде әдісті қалыптастырудың жоғарыда сипатталған кезеңдері бір-бірімен тығыз байланысты, сондықтан осы кезеңдердің әрқайсысында қолданылатын міндеттерді қатаң түрде ерекшелеген жөн.

Жоғарыда айтылғандарға сүйене отырып, біздің зерттеуімізде жеке компоненттерді игеру кезеңіне және әдісті қалыптастыру кезеңіне баса назар аударылатындығын түсінуге болады.

Естеріңізге сала кетейік, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің алгебралық немесе стандартты әдістері деп: түрлендіру әдісі (жақшаларды ашу, бөлгіштен босату, осындай мүшелерді келтіру, екі бөлікті де заттай дәрежеге көтеру және т. б.); көбейту әдісі; көмекші белгісіздерді енгізу әдісі қабылданады.

Зерттеуде Г.В. Дорофеев, С.И. Мещерякова, А.Г. Мордкович, М.К. Потапов сияқты авторлар ұсынатын стандартты емес әдіс - бұл зерттеуге жататын функциялардың қасиеттеріне негізделген теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу әдісі. Демек, стандартты емес әдіс - бұл эквивалентті теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуге көшу кезінде функциялардың қасиеттеріне (монотондылық, Паритет, тақ, жиілік және т.б.) негізделген рөлі тиесілі әдіс.

Оқушыларды есептерді шешу әдістеріне, атап айтқанда Л.С. Қапкаева, С.И. Мещерякова, Л.К. Садыкова және т.б. сияқты авторлардың зерттеулеріндегі теңдеулерді шешудің функционалдық әдістерінде оқыту мәселесі мұқият қаралады.

Л.С. Қапкаева есептерді шешудің графикалық әдісін алгебралық әдістерге жатқызады, ол өз кезегінде «алгебралық білім жүйесіне негізделген оқушылардың танымдық іс-әрекетінің тәсілі» ретінде анықталады. Автор әдістердің әрқайсысы әдістерден тұратынын және әдістің белсенді компоненттерінің бірі – іске асыру нәтижесіне қол жеткізуге әкелетін белгілі бір іс-қимыл жүйесі, сондай-ақ нәтижеге қол жеткізу құралы екенін атап өтеді.

С.И. Мещерякова білім алушылар теңдеулерді шешудің барлық әдістерін стандартты әдістермен қолдана білуі керек, яғни келесі әрекеттерді орындай алуы қажеттігін атап көрсетеді:

- функциялар бойынша операцияларды орындау;
- теңдеудің құрылымын анықтау (оның қандай функциялардан және қалай жасалғанын анықтау);
- теңдеуге кіретін функцияларға тән қасиеттерді бөлектеу (монотондылық, Паритет, тақ, жиілік және т. б.);

- функциялар графиктерінің графиктері мен эскиздерін салу .

Л.К. Садықов өз жұмысында теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісін, функциялардың қасиеттері мен олардың графикалық иллюстрацияларын қолдануға негізделген әдісті анықтады (ол оны функционалды-графикалық деп атады). Автордың айтуынша, білім алушылардың функционалды-графикалық әдісті меңгеруі екі мәселені шешумен тікелей байланысты. Бірінші міндет - оқушылардың әдістің мәнін түсінуіне және оны қолдану бойынша әрекеттерді игеруіне қол жеткізу. Екінші міндет - теңдеулерді шешу үшін функционалды-графикалық әдісті қолдануға үйрету.

С.И. Мещерякова теңдеулер мен теңсіздіктердің шешімдерін стандартты емес әдістермен талдай отырып, келесі талаптарды атап өтті. Студенттер теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің барлық әдістерін алгебралық әдістерді қолдана білуі және келесі әрекеттерді орындай білуі керек:

- функциялар бойынша операцияларды орындау;
- теңдеудің немесе теңсіздіктің құрылымын анықтау, яғни оның қандай функциялардан және қалай жасалғанын анықтау;
- теңдеуден немесе теңсіздіктен (шектеу, Паритет, монотондылық, жиілік, дөңес және т. б.) функцияларға қатысты қасиеттерді анықтау, яғни функцияларды зерттеу;
- функция графиктерінің графиктері мен эскиздерін салу.

Біз теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу әдісінің ФГ сипаттамасын береміз және оны жалпы білім беретін оқу орындарының жоғары сынып оқушыларын оқыту процесінде қолдану мүмкіндіктерін сипаттаймыз. Ол үшін аталған әдістің белсенді және эпистемологиялық компоненттерін бөліп көрсеткен жөн.

Нәтижелерді талқылау

Теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің функционалды-графикалық (ФГ) әдісі – функциялардың қасиеттерін және олардың графикалық иллюстрацияларын қолдануға негізделген әдіс.

1. ФГ әдісінің эпистемологиялық компоненті мыналарды қамтиды:

- теңдеулердің жекелеген түрлерін, теңсіздіктерді және олардың конструкцияларын алгебралық әдістермен шешу туралы білім;
- функциялар бойынша операцияларды орындау туралы білім;
- әртүрлі қарапайым функцияларды, соның ішінде компьютерлік технологияларды қолдану арқылы график құру туралы білім;
- функциялардың қасиеттері және олардың теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде қолданылуы туралы білім;
- функциялардың қасиеттерін пайдалану негізінде теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу мүмкіндігі туралы білім.

ФГ әдісінің белсенді компоненті келесі әрекеттерді қамтиды:

- алгебралық әдістерге жүгіну арқылы теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу әдістеріне сәйкес келетін амалдарды орындау.
- функциялар бойынша операцияларды орындау;
- компьютерлік технологияларды қолдана отырып, функциялар графиктерінің графиктері мен эскиздерін құру;
- теңдеу мен теңсіздіктің құрылымын анықтау: олардың қандай функциялардан және қалай құралатынын анықтау;
- функцияны зерттеу;
- элементар функциялардың жеке қасиеттерін қолдану арқылы теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу;
- күрделілігі жоғары теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу.

Мектеп оқушыларын оқыту мақсаттары арқылы теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу әдісін анықтауға болады:

- білім алушылардың математикалық білімді меңгеруі;
- логикалық, аналитикалық және шығармашылық ойлауды дамыту;

- білім алушыларда белгілі бір қиындықтарды жеңуде табандылыққа, дербестікке, қойылған мақсаттарға қол жеткізуге, стандартты емес жағдайлардан шығу жолдарын таба білуге тәрбиелеу;

- компьютерлік технологияларды меңгеру;

- мектеп түлегі тұлғасының математикалық және кәсіби дамуын қамтамасыз ету.

Л.К. Садықов теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің графикалық әдісінің белсенді және эпистемологиялық компоненттерін анықтады. Жаңа білімді игеру үшін ең маңызды әрекеттер келесі әдістер түрінде қалыптасады:

- элементар функциялардың жеке қасиеттерін қолдана отырып, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің нақты әдістері;

- функционалды-графикалық әдіспен теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің жалпыланған әдісі;

- әр түрлі әдістермен (графикалық, аналитикалық) бірінші және екінші типтегі параметрлері бар теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің нақты әдістері;

- бірінші және екінші типтегі параметрмен теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің жалпыланған әдісі.

Оқу-әдістемелік және ғылыми әдебиеттерді талдай отырып, зерттеушілер графикалық әдісті қолдана отырып, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің әртүрлі әдістерін бөліп, қарастырады, оларға сәйкес әрекеттерді тізімдейді, оларды қалыптастыру үшін жаттығулардың мысалдарын келтіреді деген қорытынды жасауға үйренеді. Бірақ осы әдістің әрбір әрекетін үйрету үшін міндеттер жиынтығын әзірлеу және осы материалды зерттеу үшін ақпараттық технологияларды қолдану қазіргі мектеп біліміндегі өзекті мәселелердің бірі болып қала береді.

Ғылыми және әдістемелік құралдарды талдау нәтижесінде теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде функциялардың қасиеттері қолданылатын жағдайлар анықталды:

- Функцияларды анықтау аймақтарын есепке алу түр теңдеулерін шешуде қолданылды $f(x) = g(x)$.

- Функцияның шектеулі қасиетін пайдалану, егер $f(x) < c$, $g(x) > c$ жиынында X , теңдеу $f(x) = g(x)$ жүйеге тең: $\begin{cases} f(x) = c \\ g(x) = c \end{cases}$. Бұл идея көптеген авторлар жұмыстарында жиі кездеседі [11].

- Функциялардың монотондылық қасиетін қолдану.

- Функцияның паритеті мен тақ қасиеті.

- Функцияның жиілік қасиетін пайдалану.

- Функцияның үздіксіздік қасиетін пайдалану теңдеу шешімінің бар екендігін дәлелдеу кезінде қолдануға ыңғайлы. Ол сонымен қатар теңсіздіктерді интервал әдісімен шешудің негізі болып табылады.

Параметрі бар есептерді шешу көбінесе тапсырмалар шарттарына қатысатын функциялардың қасиеттерін пайдалануға негізделген. ФГ теңдеулері мен теңсіздіктерін әдіспен шешуде функциялардың жеке қасиеттерін қолдануды қарастырған қолайлы. Алдымен теңдеулерді немесе теңсіздіктерді шешуді рұқсат етілген мәндер аймағын табудан бастау керек (берілген теңдеуден барлық функцияларды анықтау аймақтарының қиылысы).

Анықтама 1. Теңдеудің рұқсат етілген мәндерінің домені (ODZ) белгісіз мәндердің жиынтығы деп аталады, онда оның сол және оң бөліктері мағынасы бар.

Мүмкін жағдайлар:

- Теңдеудің (теңсіздіктің) рұқсат етілген мәндерінің домені бос жиын, содан кейін теңдеу немесе теңсіздік шешімдері болмайды;

- Теңдеудің (теңсіздіктің) рұқсат етілген мәндерінің домені ақырлы жиын болып табылады, содан кейін бұл сандар берілген теңдеуді немесе теңсіздікті қанағаттандыратындығын анықтау жеткілікті;

- Рұқсат етілген мәндердің домені шексіз жиын, содан кейін теңдеуді (теңсіздікті) шешуде функционалды-графикалық әдіс немесе алгебралық әдістер қолданылады.

Теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің алгебралық әдістерін қарастырғанда:

- бірдей түрлендіру әдісі (жақшаларды ашу, бөлгіштен босату, ұқсас мүшелерді келтіру, екі бөлікті де заттай дәрежеге көтеру және т. б.);

- көбейту әдісі;

- көмекші белгісіздерді енгізу әдісі, т.б. қолдану қажет.

Теңдеулер мен теңсіздіктерді шешкен кезде ODZ табудың орнына теңдеулердің немесе теңсіздіктердің біреуінің шешімі жоқ немесе біреуінің шешімі екіншісінің шешімін жеңілдететін эквивалентті жүйеге өтуге болатындығын ескеріңіз.

Көбінесе теңсіздіктерді шешуде рұқсат етілген мәндер аймағы қолданылады. Бұл әдіс бізге артық (дұрыс емес) тамырдан арылуға көмектеседі. Мұндай теңсіздіктер көбінесе оларға тең жүйелерді шешуге дейін азаяды.

Мысал 1. Теңдеуді шешіңіз

$$(x - 3)^{\frac{1}{3}} + 6 = \sqrt{15 - 2x - x^2} + 2x.$$

Рұқсат етілген мәндер аймағын табамыз:

$$\begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 15 - 2x - x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ -(x - 3)(x + 5) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ -5 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Ол бір саннан тұрады 3. Әрі қарай, 3 саны осы теңсіздіктің шешімі болып табылатындығын тексереміз:

$$\begin{aligned} (3 - 3)^{\frac{1}{3}} &= \sqrt{15 - 2 \cdot 3 - 3^2} + 2 \cdot 3 \\ 6 &= 6 \Rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

Осы жерден біз $X=3$ теңдеудің түбірі деп қорытынды жасаймыз.

Жауап: $x=3$.

Мысал 2. Теңдеудің дәл үш түбірі бар a параметрінің барлық мәндерін табыңыз.

$$2^{x^2-2x} \log_3(x^2 - 2x + 3) + 2^{x^2-2x} \log_3(2|x - a| + 2) = 0$$

Біз графикалық әдісті қолданатынымыз анық.

$$2^{x^2-2x} \log_3(x^2 - 2x + 3) = 2^{x^2-2x} \log_3(2|x - a| + 2)$$

Ауыстыруды қолданайық: $t = x^2 - 2x, h = 2|x - a| - 1$

Теңдеу аламыз: $2^t \log_3(t + 3) = 2^t \log_3(h + 3)$

$(g(x, a)) = 2^t \log_3(t + 3)$ функциясы $t > -3$ кезінде монотонды түрде артады, сондықтан (1) теңдеуінен эквивалентке өтуге болады:

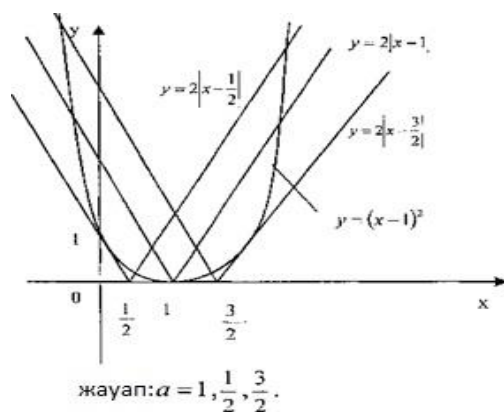
$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= 2|x - a| - 1 \\ (x - 1)^2 &= 2|x - a| \end{aligned}$$

Функцияның графигін құрайық: $y = (x - 1)^2$ и $y = 2|x - a|$.

Қосымша шартқа сәйкес теңдеудің үш түбірі бар параметр мәндерін табамыз (1-сурет).

Қорытынды

Оқу-әдістемелік және ғылыми әдебиеттерді талдай отырып, зерттеушілер графикалық әдісті қолдана отырып, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің әртүрлі әдістерін бөліп, қарастырады, оларға сәйкес әрекеттерді тізімдейді, оларды қалыптастыру үшін жаттығулардың мысалдарын келтіреді деген қорытынды жасауға үйренеді. Бірақ осы әдістің әрбір әрекетін үйрету үшін міндеттер жиынтығын әзірлеу және осы материалды зерттеу үшін ақпараттық технологияларды қолдану қазіргі мектеп біліміндегі өзекті мәселелердің бірі болып қала береді.



Сурет 1. Теңдеудің түбірлері

Мысал ретінде, графикалық әдісті қолдана отырып, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу әдістері білімнен дағдыларға ауысуға мүмкіндік береді, іс-әрекет тәсілдерін көрсетеді, бұл өз кезегінде талдау, синтез, жалпылау және т. б. сияқты ойлау әдістерін ашады деп есептейміз.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

- 1 Әбілқасымова А., Корчевский В.Е., Абдиев А., Жұмағұлова З.А. Алгебра және анализ бастамалары. 11-сыныпқа арналған оқулық. - А.: Мектеп, 2020 – 216 б.
- 2 Алгебра и начало анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Ш.А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др. – 15 изд. М: Просвещение, 2012 – 464 с.
- 3 Шыныбеков А.Н. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің 10-сыныбына арналған оқулық: 3 бас.. – А.: Атамұра, 2014 – 336 б.
- 4 Алгебра және анализ бастамалары: Қоғамдық-гуманитарлық бағыттағы жалпы алпы білім беретін мектептің 10-сыныбына арналған оқулық. 1-бөлім /Пак О.В., Ардақұлы Д., Ескендірова Е.В. - А.: Алматыкітап, 2019. – 240 б.
- 5 Алгебра. Жалпы алпы білім беретін мектептің 7-сыныбына арналған оқулық /Әбілқасымова А.Е., Кучер Т.П., Корчевский В.Е., Жұмағұлова З.А. - А.: Мектеп, 2014 – 272 б.
- 6 Алгебра және анализ бастамалары. Орта білім беретін мектептің 10-11 сыныптарына арналған оқулық: 5 бас. /Колмогоров А.Н., Абрамов А.Н., Дуднищын Ю.П. және т.б. - А.: Мектеп, 2001 – 352 б.
- 7 Алгебра 7 класс. / Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. – М: Просвещение, 2015. Никольский С.М. Алгебра 7 сынып, Просвещение 2015. – 287 с.
- 8 Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. Решебник по алгебре. - М: Просвещение, 2014 – 385 с.
- 9 Мордкович А.Г. Алгебра, 7 класс. В 2ч. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / 17 изд. доп. М.:Мнемозина, 2013. – 175 с.

References:

1. Äbılqasymova A., Korchevski V.E., Abdiev A., Jūmağūlova Z.A. Algebra jäne analiz bastamalary. 11-synypqa arnalğan oqulyq. - A.: Mektep, 2020 – 216 b.
2. Algebra i nachalo analiza: ucheb. dlä 10-11 kl. obşeoobrazovat. uchrejdeni / Ş.A. Alimov, İu. M. Kolägin, İu. V. Sidorov i dr. – 15 izd. M: Prosveşenie, 2012 – 464 s.
3. Şynybekov A.N. Algebra jäne analiz bastamalary. Jalpy bilim беретin mekteptiñ 10-synybyna arnalğan oqulyq: 3 bas.. – A.: Atamūra, 2014 – 336 b.
4. Algebra jäne analiz bastamalary: Qoğamdyq-gumanitarlyq bağyttağy jalpy alpy bilim беретin mekteptiñ 10-synybyna arnalğan oqulyq. 1-bölim /Pak O.V., Ardaqūly D., Eskendirowa E.V. - A.: Almatykitap, 2019. – 240 b.
5. Algebra. Jalpy alpy bilim беретin mekteptiñ 7-synybyna arnalğan oqulyq /Äbılqasymova A.E., Kucher T.P., Korchevski V.E., Jūmağūlova Z.A. - A.: Mektep, 2014 – 272 b.
6. Algebra jäne analiz bastamalary. Orta bilim беретin mekteptiñ 10-11 synyptaryna arnalğan oqulyq: 5 bas. /Kolmogorov A.N., Abramov A.N., Dudnysyn İu.P. jäne t.b. - A.: Mektep, 2001 – 352 b.
7. Algebra 7 klas. / Nikölski S.M., Potapov M.K., Reşetnikov N.N., Şevkin A.V. – M: Prosveşenie, 2015. Nikölski S.M. Algebra 7 synyp, Prosveşenie 2015. – 287 s.
8. Alimov Ş.A., Kolägin İu.M., Tkacheva M.V. Reşebnik po algebre. - M: Prosveşenie, 2014 – 385 s.
9. Mordkovich A.G. Algebra, 7 klas. V 2ch. Ch.1. Uchebnik dlä uchaşıhsä obşeoobrazovatelnyh uchrejdeni / 17 izd. dop. M.:Mnemozina, 2013. – 175 s.