

И.Б. Шмигирилова^{1}, А.А. Чугунова¹, Я.С. Белошистова¹, М.А. Дуткин¹*

¹Северо-Казахстанский университет им. М. Козыбаева, Петропавловск, Казахстан

**e-mail: irinankzi@mail.ru*

МЕТОД CASE-STUDY В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Аннотация

В структуре профессиональной компетентности учителя математики особую роль играют знания, именуемые «математическими знаниями для обучения». В формирование такой системы знаний, а также умений и навыков им сопутствующих большой вклад, кроме курсов методической направленности, вносят дисциплины, ориентированные на повторение и систематизацию школьной математики. Цель статьи – актуализировать эффективность метода case-study в качестве средства формирования у студентов, будущих учителей математики, системы знаний элементарной математики и их дидактического содержания. Теоретические и эмпирические данные, полученные в ходе исследования и отраженные в статье, доказывают, что использование кейс-метода в вузовском обучении создает условия для формирования студентов, как математических знаний школьного курса, так и знаний их дидактического контекста, необходимых школьному учителю математики.

Ключевые слова: кейс-метод, метод case-study, математическая задача, обучение на ошибках, подготовка учителей математики, обучение математике.

Аңдатпа

И.Б. Шмигирилова, А.А. Чугунова, Я.С. Белошистова, М.А. Дуткин

М. Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті, Петропавл қ., Қазақстан

БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІН ДАЙЫНДАУДАҒЫ CASE-STUDY ӘДІСІ

Математика мұғалімінің кәсіби құзыреттілігінің құрылымында «оқытуға арналған математикалық білім» деп аталатын білім ерекше рөл атқарады. Мұндай білім жүйесін, сондай-ақ олармен бірге жүретін дағдыларды қалыптастыруда әдістемелік бағыттағы курстардан басқа мектеп математикасын қайталауға және жүйелеуге бағытталған пәндер үлкен үлес қосады. Мақаланың мақсаты – студенттердің, болашақ математика мұғалімдерінің, элементарлық математиканың білім жүйесін және олардың дидактикалық мазмұнын қалыптастыру құралы ретінде case-study әдісінің тиімділігін өзектендіру. Зерттеу барысында алынған және мақалада көрсетілген теориялық және эмпирикалық мәліметтер мектептің математика мұғалімін жоғары оқу орнында оқытуда кейс-әдісті қолдану элементарлық математика білімін де, мектеп математика мұғаліміне қажет олардың дидактикалық мазмұнын да қалыптастыруға жағдай жасайтындығын дәлелдейді.

Түйін сөздер: кейс-әдіс, case-study әдісі, математикалық есептер, қателіктер бойынша оқыту, математика мұғалімдерін даярлау, математиканы оқыту

Abstract

I.B. Shmigirilova, A.A. Chugunova, Y.S. Beloshistova, M.A. Dutkin

M. Kozymbaev North Kazakhstan University, Petropavlovsk, Kazakhstan,

CASE-STUDY METHOD IN PREPARING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

In the structure of the professional competence of a mathematics teacher, a special role is played by knowledge called «mathematical knowledge for learning». In the formation of such a system of knowledge, as well as the skills and abilities associated with it, a great contribution, in addition to methodological courses, is made by disciplines aimed at repeating and systematizing school mathematics. The purpose of the article is to update the effectiveness of the case-study method as a means of forming students, future teachers of mathematics, a knowledge system of elementary mathematics and their didactic content. Theoretical and empirical data obtained in the course of the study and reflected in the article prove that the use of the case method in the university training of a school mathematics teacher creates conditions for the formation of both knowledge of elementary mathematics and knowledge of their didactic content, which is necessary for a school teacher of mathematics.

Keywords: case method, case-study method, mathematical problems, learning from mistakes, training teachers of mathematics, teaching mathematics.

Введение

Формирование у будущих учителей математики готовности и способности эффективно реализовывать свои профессиональные задачи – это серьезная и многогранная проблема. В структуре профессиональной компетентности учителя математики особую роль играют знания, которые исследователи [1 – 3] называют «математическими знаниями для обучения», придавая этом термину смысл педагогического содержания математических знаний. По мнению авторов, эти знания объединяют четыре компонента: общие знания содержания школьного курса математики; специальные содержательные знания – уникальные знания различных нюансов математического содержания, связей между отдельными его частями, необходимые для обучения математике; знание особенностей того, как учащиеся могут воспринимать конкретный элемент математического содержания (какие затруднения могут испытывать при его освоении, какие ошибки допускать при решении задач того или иного типа и т.п.); знание того, какими технологиями, методами, формами и средствами обеспечивается максимальная эффективность при обучении школьников конкретному элементу математического содержания. В формировании такой системы знаний, а также умений и навыков им сопутствующих большой вклад, кроме курсов методической направленности, вносят дисциплины, ориентированные на повторение и систематизацию школьной математики («Практикум по решению школьных математических задач», «Элементарная алгебра», «Элементарная геометрия», «Нестандартные задачи школьной геометрии», «Методические основы решения математических задач»).

Цель статьи – актуализировать эффективность метода case-study в качестве средства формирования у студентов, будущих учителей математики, системы знаний элементарной математики и их дидактического содержания.

Гипотеза исследования состоит в том, что использование кейс-метода в вузовской подготовке школьного учителя математики создает условия для формирования каждого из четырех компонентов дидактического содержания математических знаний.

Методология исследования

В качестве методологической основы исследования выступили положения компетентностного, личностно-ориентированного, системно-деятельностного подходов; принципы профессиональной целесообразности, вариативности, профессионально-личностной актуализации. Теоретический анализ научных источников позволил представить целостную научную картину рассматриваемого вопроса. Конкретизация принципов и положений, определяющих авторский подход к решению обозначенной проблемы, реализовывалась на основе обобщения педагогического опыта. Эмпирическим путем проверялась гипотеза исследования. Сбор эмпирических данных состоял в сравнении средних баллов одних и тех же обучающихся за разделы, при освоении которых использовался кейс-метод и тех, изучение которых строилось без его использования. Кроме того, высказывания студентов в ходе рефлексивных пятиминутки, которые проводились в конце занятий с использованием метода case-study также явились источником информации о том, как работа с кейсом отражается на формировании компонентов дидактического содержания математических знаний.

Результаты исследования

Результаты теоретического этапа исследования. Поиск решения обозначенной в статье проблемы потребовал изучения научно-методической литературы по совокупности вопросов: повышение эффективности обучения математике; совершенствование подготовки учителя математики; математические задачи как средство обучения и интеллектуального развития школьников и студентов. Анализ указанных источников, передового педагогического опыта, а также собственного опыта авторов статьи по обучению будущих учителей математики обозначили направления, обеспечивающие решение исследовательской задачи. Кратко охарактеризуем те положения, которые позволили определить метод case-study в качестве средства формирования у студентов, будущих педагогов, системы знаний элементарной математики и их дидактического содержания.

Во-первых, поскольку ключевым видом деятельности в обучении математике является решение задач, а сами задачи выступают носителями математического содержания и действий ему адекватных, формой реализации методов обучения; способом организации и управления учебно-познавательной деятельности обучающихся; средством их интеллектуального развития [4, 5 и др.], то формирование у завтрашних учителей системы знаний школьного курса математики и особенностей их преподавания

целесообразно выстраивать на основе специально подобранных или разработанных задач. При этом, выбор задач для организации познавательной деятельности обучающихся должен определяться не только их тематической принадлежностью, но и дидактической ценностью – характеристикой, определяющей широту и глубину воздействия на личность обучающегося той познавательной ситуации, которая создается в процессе решения задачи и выступает как своеобразное единство содержательной и процессуальной сторон познавательной деятельности сопутствующей работе с данной задачей [6]. Вместе с тем, важно помнить, что одной из составляющих дидактической ценности задачи является ее интегрируемость с другими задачами, с целью создания задачных систем, всесторонне обеспечивающих достижение образовательных целей.

Во-вторых, согласно исследованиям [7, 8 и др.], совершенствование подготовки будущего учителя математики в целом, в том числе повышение эффективности процесса формирования и развития всех компонентов педагогического содержания их математических знаний может быть реализовано через:

- обеспечение студентов необходимым и достаточным опытом математической деятельности, в том числе, на материале элементарной математики;
- актуализацию методологических основ содержания школьного курса математики;
- обеспечение в обучении двух взаимобратных, но тесно связанных друг с другом процессов обобщения и конкретизация представлений студентов о сущности и структуре математических знаний;
- развитие математического мышления будущих педагогов на уровне, необходимом для осуществления эффективной профессиональной деятельности;
- актуализацию нацеленности обучающихся на самообразовательную деятельность;
- ориентацию на развитие коактивности и развитие ценностно-мотивационной сферы студентов.

В-третьих, согласно культурологической теории содержания образования [9], его состав представлен четырьмя взаимосвязанными элементами социального опыта, а, следовательно, обучение – это передача опыта, компонентами которого является, в том числе, опыт осуществления известных способов деятельности, а также творческой деятельности по решению новых задач. В рамках вузовской подготовки будущих учителей важно обеспечить усвоение ими не только опыта репродуктивной и продуктивной (творческой) математической деятельности, но и опыта деятельности познавательной (учебно-познавательной). Приобретая при обучении в вузе опыт реализации эффективных познавательных стратегий и понимая, какие технологии обучения его обеспечили, в дальнейшем учитель может транслировать такой опыт своим ученикам. По этой причине, ориентируясь на придание системного характера знаниям элементарной математики у будущих учителей и осознание ими педагогического контекста математического содержания, важно использовать такие методы, которые определяют необходимость «проживания» ими самого процесса познания. Одним из таких методов является метод case-study.

Метод case-study – это метод обучения на основе конкретных случаев. Данный метод, рожденный для решения бизнес-ситуаций, постепенно нашел активное применение в образовании. Используемый при обучении различным дисциплинам, он реализуется через уровни познания, стоящие на более высоких ступенях таксономии Блума. Ситуации, предъявляемые в кейсе, описывают дисциплинарную проблему, анализируя которую, студенты, опираясь на знания уже имеющиеся у них, осваивают их практическое применение, а также обнаруживают новую информацию. Этот метод, по сути, представляет собой управляемое исследование, в ходе которого обучающиеся приобретают новые знания. В исследовательской литературе [10 – 12 и др.], выделен ряд преимуществ метода case-study: реализуется на основе группового взаимодействия; развивает внутреннюю и внешнюю мотивацию учащихся к обучению; развивает критическое мышление; объединяет теорию и практику, обеспечивает более глубокое понимание учебного материала; также поддерживает развитие различных навыков обучения.

При подготовке педагогов данный метод наиболее активно используется в преподавании методических предметов. Однако, как это было отмечено ранее, дисциплины, содержательно включающие в себя различные разделы элементарной математики, нацелены не только на ее повторение и более углубленное освоение, но и на обеспечение понимания студентами нюансов отдельных тем и даже отдельных учебных единиц (теорем, формул, алгоритмов, задач и т.д.), на которые важно обратить внимание школьников. Очевидно, все подобные детали просто не представляется возможным рассмотреть в рамках исключительно методических дисциплин, поэтому курс элементарной математики, объединяющий целый ряд предметов учебного плана вузовской

подготовки будущих учителей, освоение которых будет обеспечиваться, в том числе, и с использованием кейс-метода во многом позволит решить такую задачу.

Результаты практического этапа исследования. В научно-методической литературе наиболее часто предлагают кейсы, составленные на основе практико-ориентированных (контекстных) задач. Однако, использование только подобных кейсов не может обеспечить достижения многих целей, запланированных в курсах рассматриваемых дисциплин. Проецирование теории применения математических задач в учебной практике на область подготовки будущих учителей позволило решить данный вопрос. Мы убедились, что при разработке кейсов, для использования на занятиях в рамках различных дисциплин, направленных на повторение, систематизацию и углубление знаний школьного курса математики можно ориентироваться на различные методические приемы, отбирая для этого специально подобранный или разработанный задачный материал. Одним из подобных приемов является прием обучения на ошибках. Приведем пример такого кейса, направленного на актуализацию знаний студентов по теме «Решение простейших иррациональных неравенств».

Кейс «Решение простейших иррациональных неравенств»

Описание ситуации. Школьники решали иррациональные неравенства и представили учителю следующие решения.

1. Решите неравенство: $\sqrt{x-5} < -\sqrt{3}+1$.

Решение. Возведем левую и правую часть неравенства в квадрат. Получим $x-5 < 3-2\sqrt{3}+1$ или $x < 9-2\sqrt{3}$. Ответ: $x \in (-\infty; 9-2\sqrt{3})$.

2. Решите неравенство: $\sqrt{x-5} < \sqrt{3}+1$.

Решение. Возведем левую и правую часть неравенства в квадрат. Получим $x-5 < 3+2\sqrt{3}+1$ или $x < 9+2\sqrt{3}$. Ответ: $x \in (-\infty; 9+2\sqrt{3})$.

3. Решите неравенство: $\sqrt{x+1} < x-1$.

Решение. Возведем левую и правую часть неравенства в квадрат. Получим $x+1 < x^2-2x+1$ или $x^2-3x < 0$. Решая неравенство методом интервалов, получаем $x \in (0; 3)$, учитывая, что подкоренное выражение при таком x положительно, записываем ответ. Ответ: $x \in (0; 3)$.

4. Решите неравенство: $\sqrt{x+1} > x$.

Решение. Возведем левую и правую часть в квадрат. Получим $x+1 > x^2$ или $x^2-x-1 < 0$. Решая неравенство методом интервалов, получаем интервал $x \in \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$. Учитывая, что правая часть

исходного неравенства и подкоренное выражение должны быть неотрицательными, получаем ответ. Ответ: $x \in \left[0; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

Задание: 1) найдите ошибку в решении неравенств; 2) представьте методический анализ решения, который помог бы школьникам уяснить причину ошибки; 3) приведите верные решения неравенств; 4) выделите типы простейших иррациональных неравенств; 4) оформите наглядную информационную карту (в виде таблицы, фрейма, алгоритма) по решению простейших иррациональных неравенств.

Методический комментарий к кейсу. Основная трудность при выполнении заданий состоит в том, что решения неравенств представлены в кейсе таким образом, чтобы в каждом следующем решении, учитывались ошибки, обнаруженные в предыдущих. Так, в решении первого неравенства студентам необходимо обнаружить неравносильный переход: операция возведения в квадрат обеих частей неравенства не может быть выполнена, поскольку его правая часть – отрицательное число. Таким образом, возведение в квадрат привело к неравенству, не являющемуся равносильным исходному. Кроме того, если сами студенты не отметят, что поскольку выражение в правой части неравенства, представляет собой квадратный корень, оно не может быть меньше отрицательного числа, то при подведении итогов работы с кейсом, на этот факт необходимо обратить внимание. После работы над первым неравенством, проверяя решение второго, студенты, как правило, сразу же проверяют, что его правая часть положительна. Ошибку в решении обнаруживают, вспомнив, что обязательно нужно учитывать, чтобы выражение, под знаком корня четной степени, было неотрицательным. При проверке решения третьего неравенства, студенты должны еще раз обратить внимание на то, что если одна из

частей отрицательна, то возводить в квадрат нельзя. Однако, приводя верное решение, они могут ошибиться, посчитав, что в случае, когда правая часть отрицательна в таком неравенстве, то решений нет. Обнаружить и исправить эту ошибку, они смогут, проанализировав решение четвертого неравенства. Если же преподаватель не убежден, что обучающиеся самостоятельно справятся с этим, то перед четвертым неравенством можно предложить еще одно, например такое $\sqrt{x+1} > -\sqrt{3}+1$, снабдив его решением: так как правая часть неравенства отрицательна, то решений нет. Анализ такого ответа, позволит студентам обнаружить его ошибочность и более точно представлять алгоритмы решения иррациональных неравенств различных типов.

Таким образом, студенты, переходя от неравенства к неравенству, будут вынуждены самостоятельно актуализировать все «тонкости» решения иррациональных уравнений, что в дальнейшем позволит им самим избегать ошибок, а также эффективно обучать школьников этой сложной теме.

Приведем еще один пример кейса, построенного также с использованием приема обучение на ошибках.

Кейс «Сечения куба»

Описание ситуации. Школьники получили задачи на построение сечений куба. Решая задачи, они получили следующие сечения (рисунок 1 (а – и)).

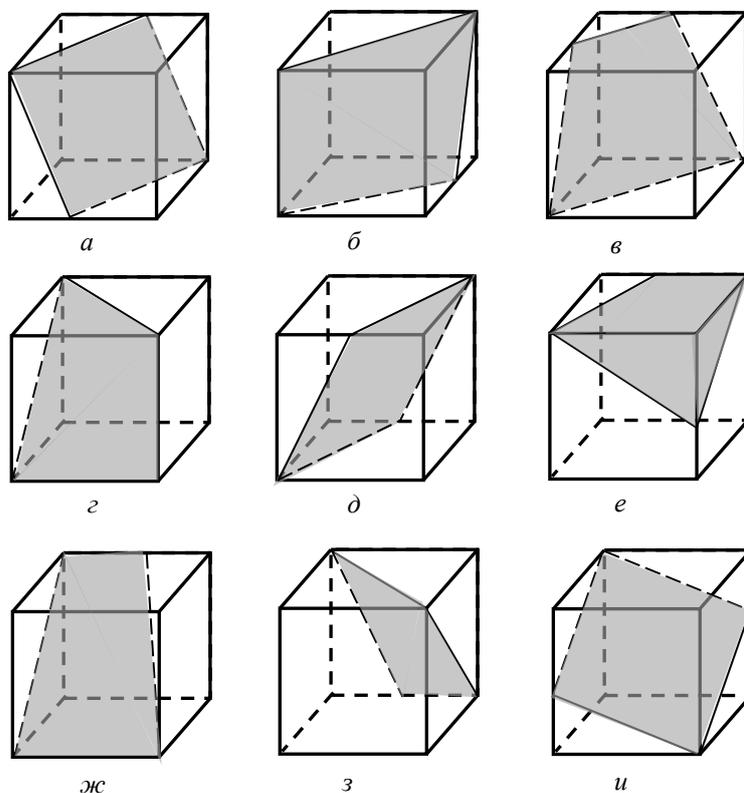


Рисунок 1. Сечение куба, построенные учащимися

Задание:

- 1) определите, какие из представленных школьниками решений, действительно могут быть сечениями куба, а какие нет;
- 2) составьте задачи, для тех чертежей, где сечения построены верно;
- 3) какие аксиомы и теоремы геометрии не соблюдены при решении тех задач, где сечения построены неверно;
- 4) подумайте, каким могло быть условие задач, для которых сечение построено неверно, сформулируйте эти задачи и выполните их верное решение;
- 5) какими многоугольниками могут быть сечения куба, ответ поясните чертежом.

Методический комментарий к кейсу. При выявлении ошибок в построении сечений студенты, прежде всего, опираются на пространственное мышление, а затем, обосновывая суть ошибок,

прибегают к геометрическим знаниям. Таким образом, формируется понимание значимости для освоения курса стереометрии, как предметных знаний, так наглядно-образного, пространственного мышления. При этом знания курса углубляются и обобщаются, поскольку при выполнении задания кейса требуется не только выявить ошибки и их причину, но и самостоятельно составить задачи на построение сечений. Составление задач студентами вносит большой вклад в понимание смысла математических фактов, в развитие интеллектуальных способностей. В этой связи на практике полезно использовать и кейсы, задание в которых как раз и направлено на составление задач обучающимися.

Кроме того, как свидетельствует опыт авторов статьи, наибольший интерес будущих учителей вызывает работа над кейсами, в которых используются прием обращения задач [13], прием обобщение эвристик, прием решения задач различными способами.

Эффективность использования кейсов в обучении студентов дисциплинам, ориентированным на повторение, углубление и обобщение школьного курса математики, оценивалась путем сравнения средних баллов у одних и тех же обучающихся за разделы, при освоении которых использовалась данный метод и тех, изучение которых строилось без его использования. Результаты сравнения, представленные на рисунке 2, доказывают, что применение метода case-study оказывает положительное влияние на образовательные результаты.

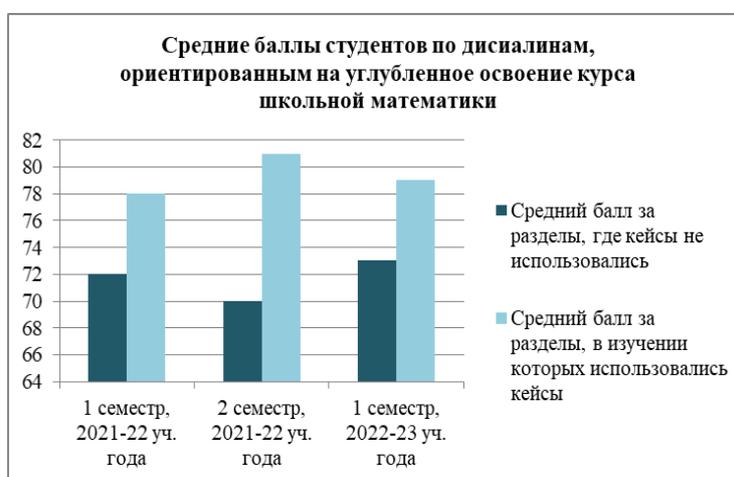


Рисунок 2. Диаграмма, отражающая результат сравнения средних баллов студентов

Кроме того, в ходе рефлексивных пятиминуток, которыми всякий раз заканчивалась работа над кейсом студенты неоднократно выражали мысль о том, что процесс группового решения заданий кейса, сопровождающийся активным обсуждением, не только позволяет лучше усвоить математический материал, но и осознать те его особенности, на которые важно обращать внимание школьников. Таким образом, гипотеза исследования находит свое подтверждение.

Дискуссия

Опыт использования кейс-метода в обучении будущих учителей математики подтверждает мнение тех авторов [10 – 12 и др.], которые указывают на значительный его потенциал в рамках подготовки педагогов. Также, в этой статье, расширяя полученные этими авторами выводы, доказывается, что данный метод можно эффективно использовать не только при обучении методическим дисциплинам, но и в курсах элементарной математики, а сами кейсы при этом можно разрабатывать не только на основе практико-ориентированных или контекстных задач.

В процессе выполнения заданий кейса студенты опираясь на ранее усвоенные знания, реализуют самостоятельную аналитико-синтетическую деятельность, в результате которой математический материал наполняется дидактическим контекстом. Будущие педагоги начинают осознавать, что знание математики – это, в том числе, знание целого ряда тонкостей и нюансов, которые необходимо учитывать, взаимодействуя с математическими объектами и утверждениями, в том числе и при решении задач. Кроме того, приобретенный студентами положительный опыт обучения на основе кейсов, в будущем они смогут успешно транслировать в своей профессиональной деятельности, самостоятельно создавая кейсы для своих учеников. Тем самым метод case-study при изучении студентами дисциплин, связанных с курсом элементарной математики, обеспечивает цепочку связей «школа – вуз – школа».

Заметим также, что, работая с кейсом, студенты осваивают учебный материал в более комфортных для себя условиях групповой деятельности. Дополнительный положительный эффект применения кейс-метода обеспечивается в ходе рефлексивных пятиминуток, когда обучающиеся оценивают свою работу над кейсом и ее результаты, характеризуют трудности, с которыми столкнулись, рассказывают как они были преодолены.

Заключение

Таким образом, вузовская подготовка студентов, будущих педагогов, определяет множество возможностей для одновременного повторения, углубления и обобщения содержания школьного курса математики и придание ему дидактического контекста, владение которым является одним из значимых факторов успешной профессиональной деятельности учителя математики. Одной из таких возможностей является использование метода case-study. Повышение эффективности обучения математике на основе кейс-метода происходит за счет: обоснованного отбора содержания и дидактических приемов, на которых будет строиться задание кейса, совместной работы обучающихся над кейсом; обеспечения ненавязчивого контроля над деятельностью студентов; саморефлексии. Считаем, что дополнительных исследований требует вопрос организации оценивания работы студентов над заданиями кейса.

Список использованной литературы:

- 1 Ball D. L., Thames M. H., Phelps G. Content knowledge for teaching: What makes it special? // *Journal of Teacher Education*. 2008. Vol. 59. P. 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- 2 Charalambous C. Y., Hil, C. H., Chin M.J., McGinn D. Mathematical content knowledge and knowledge for teaching: exploring their distinguishability and contribution to student learning // *Journal of Mathematics Teacher Education*. 2019. Vol. 23. P. 579–613. <http://dx.doi.org/10.1007/s10857-019-09443-2>
- 3 Hil, H. C., Blunk M. L., Charalambous C. Y., Lewis J. M., Phelps G. C., Sleep L., Ball D.L. Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory stud // *Cognition and Instruction*. 2008. Vol. 26. 430–511. <https://doi.org/10.1080/07370000802177235>
- 4 Есин В.А., Зинченко Н.А. О технологии обучения математике посредством решения задач // *Вестник Белгородского института развития образования*. 2019. Т. 6, № 4 (14). С. 31–38.
- 5 Колобов А.Н. Роль задач в процессе обучения математике // *Научный альманах*. 2016 № 10–2(24). С. 105–108. <https://doi.org/10.17117/na.2016.10.02.105>
- 6 Шмигирилова И. Б. Дидактическая ценность задачи и пути ее повышения // *Наука и школа*. 2018. № 6. С. 130–135.
- 7 Саранцев Г.И. Учителю – современное методическое мышление *Наука и школа*. 2014. № 2. С. 12–16.
- 8 Тимшина Л. В. Совершенствование геометрической подготовки будущих учителей математики при изучении элементарной геометрии // *Математический вестник Вятского государственного университета*. 2021 № 1 (20). С. 33–38. <https://doi.org/10.25730/VSU.0536.21.006>
- 9 Теоретические основы содержания общего среднего образования / Под ред. В. В. Краевского, И.Я. Лернера. – М., 1983. – 352 с.
- 10 Yilmaz N. Exploring pre-service mathematics teachers' knowledge of content and students through case reading and discussion // *Journal of Pedagogical Research*. 2022. Vol. 6 (1). P. 171–195. <https://dx.doi.org/10.33902/JPR.2022175841>
- 11 Абдуалиева, Р. Сеитова, С. Математика мұғалімдерінің ақпараттық құзыреттілігін қалыптастыруда кейс технологиясын қолдануға қойылатын талаптар // *бай атындағы ҚазҰПУ-нің ХАБАРШЫСЫ, «Физика-математика ғылымдары» сериясы*. 2022. № 79(3) С. 99–109. <https://doi.org/10.51889/2022-3.1728-7901.12>.
- 12 Давыскиба О.В. Применение метода case-study в подготовке будущих учителей математики к профессиональной деятельности // *Дидактика математики: проблемы и исследования*. 2020. № 52. С. 41–44
- 13 Шмигирилова И., Рванова А., Белошистова Я. Дуткин М. 2022. Прием обращения геометрических задач как средство развития мышления будущих учителей математики. *Вестник КазНПУ им. Абая, «Физико-математические науки»*. 2022 № 77(1). С. 193–201. <https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.27>.

References:

1. Ball D. L., Thames M. H., Phelps G. (2008) Content knowledge for teaching: What makes it special? // *Journal of Teacher Education*. 59, 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
2. Charalambous C. Y., Hil, C. H., Chin M.J., McGinn D. (2019) Mathematical content knowledge and knowledge for teaching: exploring their distinguishability and contribution to student learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 23, 579–613. <http://dx.doi.org/10.1007/s10857-019-09443-2>

3. Hil, H. C., Blunk M. L., Charalambous C. Y., Lewis J. M., Phelps G. C., Sleep L., Ball D.L. (2008) *Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory stud./ Cognition and Instruction*. 26, 430–511. <https://doi.org/10.1080/07370000802177235>
4. Esin V.A., Zinchenko N.A. (2019) *Teaching mathematics through problems solving technology. Vestnik Belgorodskogo instituta razvitiya obrazovaniya*. 6–4(14). 31–38. (In Russian)
5. Kolobov A.N. (2016) *Role of tasks in the course of training in mathematics. Science Almanac*. 10–2(24). 105–108. <https://doi.org/10.17117/na.2016.10.02.105>. (In Russian)
6. Shmigirilova I.B. (2018) *Didactic value of the task and ways of its improvement. Science and school*. 6. 130–135. (In Russian)
7. Sarancev G. I. (2014) *To the teacher – contemporary methodical thinking. Science and school*. 2. 12–16. (In Russian)
8. Timshina L. V. (2021) *Improving the geometric training of future teachers of mathematics in the study of elementary geometry. Mathematical bulletin of Vyatka State University*. 1 (20). 33–38. <https://doi.org/10.25730/VSU.0536.21.006>. (In Russian)
9. *Theoretical foundations of the content of general secondary education / Ed. V. V. Kraevsky, I. Ya. Lerner. – M., 1983. – 352 p. (In Russian)*
10. Yilmaz N. (2022) *Exploring pre-service mathematics teachers' knowledge of content and students through case reading and discussion. Journal of Pedagogical Research*. 6 (1). 171–195. <https://dx.doi.org/10.33902/JPR.2022175841>
11. Abdualiyeva R.E., Seitova C.M. (2022) *Requirements for the use of case technology in the formation of information competence of mathematics teachers. Abai Kazakh National Pedagogical University bulletin. Of Physics & Mathematical Sciences*. 79(3). 99–109. <https://doi.org/10.51889/2022-3.1728-7901.12>. (In Kazakh)
12. Davyskiba O. (2020) *Application of the case-study method in the preparation of future teachers of mathematics for professional activities. Didactics of mathematics: Problems and Investigations*. 52. 41–44. (In Russian)
13. Shmigirilova I.B., Rvanova A.S., Beloshistova Y.S., Dutkin M.A. (2022) *Reversal of geometric problems as a means of developing the thinking of future mathematics teachers. Abai Kazakh National Pedagogical University bulletin. Of Physics & Mathematical Sciences*. 77(1). 193–201. <https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.27>. (In Russian)