

М.Т. Искакова¹, Н. Әбілқайыр^{1*}

¹Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ, Қазақстан

*e-mail: nazarjohn1122@gmail.com

НЬЮТОН ЕСЕБІНЕ ҚАТЫСТЫ ЛОГИКАЛЫҚ ҚИЫНДАТЫЛҒАН ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

Аңдатпа

Негізгі мектеп алгебра курсына оқушылардың логикалық ойлау дағдысын жетілдіріп, шығармашылық қабілетін дамыту барлық педагог-әдіскерлердің басты мақсаты. Логикалық қиындатылған есептерді шығару, оқушылардың есептер арасындағы логикалық байланысты табу арқылы, есептерді жүйелі топтастыруына көмектеседі, әрі шартына мұқият көз жүгіртіп, талдау жасауға баулып, логикалық ойлау дағдысын дамытады.

Бұл мақаладағы есептер Ньютон есебіне негізделіп, қазағымыздың ұлттық ерекшелігімізге сәйкес құрастырылған. Құрастырылған есептердің деңгейі негізгі мектеп алгебра курсының 9-сынып қалалық және республикалық олимпиада есептеріне сай болып табылады. Оқушылар Ньютон есебіне қатысты кассадағы билет тексеруге арналған, су қоймасына арналған және су сорғышқа арналған есептерді формуланы қолдану арқылы, кесте әдісі және пропорция әдістері арқылы шығаруға дағдыланады, сол арқылы оқушылардың логикалық қиындатылған есептерді шешуге деген қызығушылығын арттырып, олимпиадада кездесетін күрделі есептерді шешу жолын сенімділікпен ізденуіне көмектеседі. Құрастырылған есептердің ұлттық бояуы қанық болғандықтан, оқушылардың ұлтына, еліне деген сүйіспеншілігін арттырады.

Түйін сөздер: Ньютон есебі, логика, өнімділік, екі айнымалысы бар сызықтық тендеулер жүйесі.

Аннотация

М.Т. Искакова¹, Н. Әбілқайыр¹

¹Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СЛОЖНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ, СВЯЗАННЫХ С ЗАДАЧЕЙ НЬЮТОНА

Целью учителей-методистов является улучшение навыков логического мышления и развитие творческих способностей учащихся при обучении алгебре основной школы. Решение логически сложных задач помогает учащимся систематически группировать задачи, находить логические связи между задачами и развивает способность логически мыслить, внимательно анализируя условия задачи.

В статье рассматривается задача Ньютона, авторами составлены задачи с учетом национальных особенностей страны. Уровень составленных задач соответствует городским и республиканским олимпиадным задачам 9-го класса курса алгебры основной школы. Учащиеся смогут решать задачи, связанные с задачей Ньютона на кассу, на водохранилище и на водяной насос, используя формулу, табличный метод и методы пропорций, тем самым повышая интерес учащихся к решению логически сложных задач и помогая им уверенно искать решение олимпиадных задач. Благодаря богатому национальному колориту составленных задач повышается любовь учащихся к своему народу и стране.

Ключевые слова: задача Ньютона, логика, производительность, система линейных уравнений с двумя переменными.

Abstract

METHODS OF SOLVING HARD LOGIC PROBLEMS RELATED TO NEWTON'S PROBLEM

Iskakova M.T.¹, Abilqaiyr N.¹

¹Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The main goal of all teachers in the secondary school algebra course is to improve student's logical thinking skills and develop creativity. Solving hard logic problems helps students systematically group problems by finding logical connections between them, and cultivate the ability to carefully read and analyze the conditions of logic questions, which will help students develop the habit of logical thinking.

The logic questions in this scientific research are based on Newton's problems and compiled according to the national characteristics of our country. The level of compiled according questions corresponding to the 9th grade of city and republic Olympic questions in the secondary school algebra course. Students will learn to be able to use formulas, tables, and proportions to solve ticket office problems, cistern problems, and water pump problems related to Newton's problem. Thereby improving student's interest in solving hard logic problems and helping them confidently find solutions to hard

problems encountered in the Mathematical Olympiad. Because these problems have national characteristics, so can increase student's interest in learning and love for the nation and country.

Keywords: Newton's problem, logic, work rate, system of linear equations with two variables.

Кіріспе

Логикалық есептерді шығара білу оқушыларды кез-келген проблеманы шешуге өз қабілетін толық қолдануына мүмкіндік береді. Логикалық ойлау қабілеті жоғары оқушылар мәселені дұрыс шешуге, тиімді жолмен шешуге икемді келеді. Дегенмен қазіргі кезде білім өресінің жоғарлауына байланысты, оқушылардың логикалық ойлау қабілетіде жоғарылай бастады, оқушыларды сынайтын логикалық қиындатылған есептердің де түрі молайып келеді. Логикалық қиындатылған есептерді шешуге үйрету арқылы оқушыларды мәселені тереңдей талдай білуге, ой қорытуға, жылдам ойлауға жетелейді. Төменде логикалық қиындатылған есептердің бірі Ньютон есебінен бірнеше мысал қарастырайық.

Негізгі бөлім

1. Ньютон есебі

Ньютон есебі Ньютонның ұсынысымен Ньютон есебі аталған, кей жерде бұл есеп түрін малдың шөп жеу есебі деп те атайды. 17-ғасырда атақты ағылшын физигі Ньютон осындай тақырыпта төмендегідей есеп құрастырған:

Жайылымда бір қалыпты жылдамдықпен өсіп тұрған шөп бар, бұл шөпті 10 сиыр 22 күн жейді, ал 16 сиыр 10 күн жейді. 25 сиыр неше күнде жей алады?

Есептің бұл түрі Ньютон есебі деп аталады. Ньютон есебінде егер шөп өспейді десек, онда бұл есеп жұмыс өнімділігіне қатысты қарапайым есеп болады. $y = nt$ формуласымен шешіледі. Мұндағы y дегеніміз бастапқы бар шөп, n дегеніміз өнімділік, t дегеніміз уақыт болады.

Егер шөп бір қалыпты жылдамдықпен өсіп тұрған болса, онда тағы бір айнымалы қосылып, жұмыс өнімділігіне қатысты қарапайым есептен күрделі болады. Бұл жерде сиыр шөпті жеп азайтады, ал шөп бір қалыпты өсіп шөпті молайтады. Екі жұмыс өнімділігі бір-біріне қарама қарсы жұмыс істеп жатқандықтан, іс-жүзіндегі өнімділік болып, екі өнімділіктің айырмасы болады, яғни:

$$\text{іс-жүзіндегі өнімділік} = n - x$$

Мұнда x шөптің өсу өнімділігін білдіреді, әрі ол сиырдың шөп жеу өнімділігінен кіші болады, егер үлкен болса, онда шөпті жеп тауыса алмайды.

Онда жұмыс өнімділік формуласы былай өзгереді:

$$y = (n - x) t$$

Ескере кететін бір жағдай, бұл түрдегі есептерде сиырдың шөп жеу өнімділігі берілмесе, бір сиырдың шөп жеу өнімділігін бір күнде бір шөп жейді деп аламыз, мұндағы бір шөптің бірлігі маңызды емес.

Енді нақты мысалдар қарастырып көрейік:

1-мысал

Жайылымда бір қалыпты жылдамдықпен өсіп тұрған шөп бар, бұл шөпті 10 сиыр 8 күнде жейді, ал 8 сиыр 12 күн жейді. Онда 6 сиыр неше күн жей алады?

Шешуі:

Бір сиырдың шөп жеу өнімділігін бір күнде бір шөп жейді десек, онда 10 сиыр бір күнде 10 шөп, 8 сиыр бір күнде 8 шөп жейді. 10 сиырдың іс-жүзіндегі өнімділігі $10 - x$, ал 8 сиырдың іс-жүзіндегі өнімділігі $8 - x$.

Демек, формула бойынша екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін құрамыз:

$$\begin{cases} y = (10 - x) \cdot 8 \\ y = (8 - x) \cdot 12 \end{cases}$$

Бұл екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешсек, $x=4$ (шөптің өнімділігі), $y=48$ (бастапқы бар шөп).

Біз бастапқы бар шөптің мөлшерін білеміз, шөптің күнделікті бір қалыппен өсіп жатқан өнімділігін білеміз, ал енді 6 сиырдың бұл жайылымдағы шөпті неше күнде жеп болатынын есептеу қиын емес.

$$48 = (6 - 4) t$$

$$t = 24 \text{ күн}$$

Жауабы: Жайылымдағы шөпті 6 сиыр 24 күн жейді.

Жоғарыда келтірілген мысалда, екі топ сиыр бар десек, онда жайылымдағы бар шөпті бірінші топ 10 сиыр 8 күн жейді, ал екінші топ 8 сиыр 12 күн жейді. Екі топтағы сиырлардың санына байланысты,

сиырлардың шөп жеу өнімділігі әр түрлі болады, ал екі топта да шөп бір қалыпты өсетіндіктен өнімділігі тұрақты x болады. Бірінші топ сиырлардың өнімділігін n_1 деп, екінші топ сиырлардың өнімділігін n_2 десек, бірінші топ сиырлардың шөпті жеп болуға кеткен уақытын t_1 деп, екінші топ сиырлардың шөпті жеп болуға кеткен уақытын t_2 десек, онда сызықтық теңдеулер жүйесі:

$$\begin{cases} y = (n_1 - x) \cdot t_1 \\ y = (n_2 - x) \cdot t_2 \end{cases}$$

Ені x -ті тауып көрейік:

$$\begin{aligned} (n_1 - x) \cdot t_1 &= (n_2 - x) \cdot t_2 \\ n_1 \cdot t_1 - x \cdot t_1 &= n_2 \cdot t_2 - x \cdot t_2 \\ x \cdot t_2 - x \cdot t_1 &= n_2 \cdot t_2 - n_1 \cdot t_1 \\ x(t_2 - t_1) &= n_2 \cdot t_2 - n_1 \cdot t_1 \\ x &= \frac{n_2 \cdot t_2 - n_1 \cdot t_1}{t_2 - t_1} \end{aligned}$$

Осы формула арқылы берілген Ньютон есебіндегі шөптің өнімділігін тез есептеуге болады, тіпті дарынды оқушылар олимпиадалық есептерді осы формуланың көмегімен ауызшада шығара алады.

2. Логикалық тұрғыда бір топтағы есептер

Ньютон есебін шығару жолдары жоғарыда 1-мысал арқылы көрсетілді, дегенмен Ньютон есебі тек бұл түрмен шектеліп қалмайды. Олимпиаданың деңгейлерінің жоғарлауына байланысты, мәтін жағынан, берілген есептің шарты жағынан күрделілене береді. Төменде осы Ньютон есебін шығару жолдарымен белгілі логикалық байланыстағы бірнеше есепті мысалмен қарастырып көрейік.

2.1 Билет тексеруге арналған есептер

2-мысал

Белгілі бір вокзалда билетті тексеруге бірнеше минут қалғанда жолаушылар кезекке тұра бастайды, әр минут сайын келетін жолаушылар саны бірдей. Кезек күтіп тұрған жолаушылар, бір уақытта 4 билет кассасын ашса 30 минутта, ал бір уақытта 5 билет кассасын ашса 20 минутта тексеріс аяқталады. Егер бір уақытта 7 билет кассасы ашылса, онда кезек күтіп тұрған жолаушылар неше минутта тексерістен өтіп болады?

Шешуі: Формуланы қолдану арқылы шешіп көрейік.

Бұл есептің күрделілігі бастапқы жолаушылар саны мен әр минут сайын келетін жолаушылар саны белгісіз, билет кассасы минутына неше билет сататыны да белгісіз. Мәтініне назар аударсақ, билет кассасы жолаушыларды азайтуға жұмыс істеп, ал жолаушылар әр минут сайын қалыпты жылдамдықпен келіп, жолаушыларды молайтуға жұмыс істейді, демек іс-жүзінде өнімділік билет кассасының өнімділігі мен жолаушылардың өнімділігінің айырмасы болады.

Егер біз мәтінге аз өзгеріс енгізіп, билет кассасын сиырлар деп, жолаушыларды шөп десек, онда бұл есеп біз білетін Ньютон есебі болады.

Формула арқылы әр минут сайын келетін жолаушы саны:



$$x = \frac{4 \cdot 30 - 5 \cdot 20}{30 - 20} = 2$$

Кезек күтіп тұрған бастапқы жолаушылар саны:

$$y = (4 - 2) \cdot 30 = 60$$

Егер бір уақытта 7 билет кассасы ашылса, онда кезек күтіп тұрған жолаушылар t минутта тексерістен өтіп болады десек:

$$\begin{aligned} 60 &= (7 - 2) \cdot t \\ t &= 12 \end{aligned}$$

Жауабы: Бір уақытта 7 билет кассасы ашылса, онда кезек күтіп тұрған жолаушылар 12 минутта тексерістен өтіп болады.

2.2 Су қоймасына арналған есептер

3-мысал

Белгілі бір су қоймасында су деңгейін төмендететін 10 су қақпасы бар. Барлық 10 су қақпасы ашылғанда, су деңгейі ескерту деңгейінен қауіпсіз деңгейге 8 сағатта төмендейді, ал тек 6 су қақпасы ашылғанда, су деңгейі ескерту деңгейінен қауіпсіз деңгейге 24 сағатта төмендейді. Егер су қоймасына құйылатын су тұрақты болса, 8 су қақпасы ашылғанда, су деңгейін ескерту деңгейінен қауіпсіз деңгейге дейін төмендету үшін неше сағат қажет?

Шешуі: Кесте әдісі арқылы шешіп көрейік.

2-мысалда көрсетілгендей, билет тексеруге арналған есептерді мәтінінде аз өзгеріс енгізу арқылы, Ньютон есебін шешу жолымен шештік. Су қоймасына арналған есептерді де су қақпасы ашылып суды азайтуға жұмыс істесе, ал су қоймасына бір қалыпты құйылып тұрған су осы су қоймасындағы суды молайтуға жұмыс істейді. Мұнда су қақпасын сиыр деп, суды шөп деп қарастырып, Ньютон есебін шешу жолымен шешсек тиімді болады. Ньютон есебін шешудің формуланы қолдану әдісінен басқа кесте әдісіменде шешуге болады.

1-қадам: есептің берілген шартын осы кестедегідей орналастырып аламыз

$n_3=8$			$t_3=?$	
$n_1=10$			$t_1=8$	
$n_2=6$			$t_2=24$	

2-қадам: $n_1 \cdot t_1$ мен $n_2 \cdot t_2$ сәйкесінше есептеп жазамыз

$n_3=8$			$t_3=?$	
$n_1=10$			$t_1=8$	$n_1 \cdot t_1 = 80$
$n_2=6$			$t_2=24$	$n_2 \cdot t_2 = 144$

3-қадам: $n_1 \cdot t_1 - n_2 \cdot t_2$ сәйкесінше есептеп жазамыз

$n_3=8$			$t_3=?$	
$n_1=10$			$t_1=8$	$n_1 \cdot t_1 = 80$
$n_2=6$			$t_2=24$	$n_2 \cdot t_2 = 144$
			$24 - 8 = 16$	$144 - 80 = 64$

Мұнда ескеретін жағдай, үлкенінен кішісін азайтамыз, яғни $n_2 \cdot t_2 - n_1 \cdot t_1 = 64$.

$t_1 - t_2$ сәйкесінше есептеп жазамыз, бұл жердеде үлкенінен кішісін азайтамыз, яғни $t_2 - t_1 = 16$.

4-қадам: $\frac{n_2 \cdot t_2 - n_1 \cdot t_1}{t_2 - t_1}$ есептеп жазамыз, демек $\frac{64}{16} = 4$

$n_3=8$			$t_3=?$	
$n_1=10$			$t_1=8$	$n_1 \cdot t_1 = 80$
$n_2=6$			$t_2=24$	$n_2 \cdot t_2 = 144$
	$\frac{64}{16} = 4$		$24 - 8 = 16$	$144 - 80 = 64$

5-қадам: $n_1 - 4$ пен $n_2 - 4$ есептеп сәйкесінше жазамыз

$n_3=8$		48	$t_3=?$	
$n_1=10$		48	$t_1=8$	$n_1 \cdot t_1 = 80$
$n_2=6$		48	$t_2=24$	$n_2 \cdot t_2 = 144$
	$\frac{64}{16} = 4$		$24 - 8 = 16$	$144 - 80 = 64$

Кестеде көрсетілгендей $2 \cdot 24 = 48$ және $6 \cdot 8 = 48$ болатынын байқауға болады, демек $4 \cdot t_3 = 48$.

Жауабы: 8 су қақпасы ашылғанда, су деңгейін ескерту деңгейінен қауіпсіз деңгейге дейін төмендету үшін $48/4 = 12$ сағат қажет.

2.3 Су сорғышқа (насос) арналған есептер

4-мысал

Белгілі бір кемеге тесіліп су кірген, әрі тұрақты жылдамдықпен кірген. Кеме қызметкері қауіпті байқаған соң суды тазалау үшін дереу су сорғышты іске қосты. Әрбір су сорғыш минутына 20 m^3 суды тазалайтыны белгілі. Егер 2 су сорғышты бір уақытта пайдаланса, суды 15 минутта, ал 3 су сорғышты бір уақытта пайдаланса, суды 9 минутта тазалауға болады. Су сорғыш суды тазалай бастағанда, кемеде неше m^3 су болған?

Шешуі: Пропорция әдісі арқылы шешіп көрейік.

Бұл есепті де Ньютон есебін шешу әдісімен шешуге болады.

$\begin{cases} y = (n_1 - x) \cdot t_1 \\ y = (n_2 - x) \cdot t_2 \end{cases}$ формаладан $\frac{n_1 - x}{n_2 - x} = \frac{t_2}{t_1}$ болатынын көруге болады, демек екі топ су сорғыштың

кемедегі суды ығыстырып болуға жұмсаған уақыттарының қатынасы олардың іс-жүзіндегі өнімділіктерінің қатынасына кері пропорция болады.

$\frac{t_1}{t_2} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$ болатындығы есеп шартында берілген, онда $\frac{n_1 - x}{n_2 - x} = \frac{3}{5}$ болады. Ал бірінші топта 2 су сорғыш, екінші топта 3 су сорғыш қолданылғандықтан, қатынасын былай түрлендіруге болады:

$$\frac{n_1 - x}{n_1 + 1 - x} = \frac{3}{5}$$

Бұдан $n_1 - x = 1,5$ болатынын, $n_2 - x = 2,5$ болатынын есептеп шығуға болады, сол себепті $\frac{n_1 - x}{n_2 - x} = \frac{1,5}{2,5}$

$$y = 1,5 \cdot 15 \cdot 20 = 450$$

$$y = 2,5 \cdot 9 \cdot 20 = 450$$

Жауабы: Су сорғыш суды тазалай бастағанда, кемеде 450 m^3 су болған.

3. Есеп шартындағы өзгеріс

Ньютон есебінде күрделілік дәрежесіне қарай есептердің шартында өзгеріс болады. Енді бірнеше есептің шарты өзгерген түрлерін қарастырып көрейік.

5-мысал

Жайылымда бір қалыпты жылдамдықпен өсіп тұрған шөп бар. Бұл жайылымда 16 сиыр 20 күн, 80 қой 12 күн шөп жей алады. 1 сиыр жеген шөп 4 қой жеген шөпке тең болса, 10 сиыр мен 60 қой бірге неше күн жей алады?

Шешуі:

Бұл есептің қиындығы біз білетін сиырлардан тыс қойлар қосылған, ал егер қойлардың бәрін сиырларға айналдырып немесе сиырлардың бәрін қойға айналырып есептесек, онда Ньютон есебінің шешу жолдарымен шешуге болады. 1 сиыр жеген шөп 4 қой жеген шөпке тең болса:

$$80 \text{ қой} = 20 \text{ сиыр}$$

$$60 \text{ қой} = 15 \text{ сиыр}$$

онда есеп шартын былай жазуға болады:

Жайылымда бір қалыпты жылдамдықпен өсіп тұрған шөп бар. Бұл жайылымда 16 сиыр 20 күн, 20 сиыр 12 күн шөп жей алса, 25 сиыр неше күн жей алады?

$$\begin{cases} y = (16 - x) \cdot 20 \\ y = (20 - x) \cdot 12 \end{cases}$$

$$x = 10$$

$$y = 120$$

$$120 = (25 - 10) \cdot t$$

$$t = 8$$

Жауабы: Жайылымдағы шөпті 10 сиыр мен 60 қой бірге 8 күн жей алады.

6-мысал

Ауа райы біртіндеп суыған сайын көкөніс бақшасында көкөністердің өнімділігі күн сайын бір қалыпты азайып отырады. Көкөніс бақшасындағы көкөністер 20 ересек адамға 5 күнге, 32 балаға 6 күнге жетеді. Ересектер балаларға қарағанда көкөністерді екі есе көп жесе, 11 ересек адам неше күн жей алады?

Шешуі:



Есеп шартындағы 5-мысалда көрсеткендей, белгісіздерді біріктіреміз. Ересектер балаларға қарағанда көкөністерді екі есе көп жесе, онда 32 баланы 16 ересек адам деп алып, 6 күн жейді дейміз.

Шөптің табиғи өсуіне қарама-қарсы, бұл мәселе шөптің азаю түріне жатады. Бұл есепте көкөністің табиғи өсу жылдамдығы күннен күнге азаятындықтан, ересектердің көкөністер жеуіне көмектесіп жұмыс істейді. $n-x$ Формуланы әлі де қолдануға болады, тек амалды өзгертіңіз, іс-жүзіндегі өнімділік $n+x$ болады.

$$x = \frac{20 \cdot 5 - 16 \cdot 6}{6 - 5} = 4$$

Көкөніс бақшасындағы көкөністердің бастапқы мөлшері:

$$y = (20 + 4) \cdot 5 = 120$$

Егер 11 ересек адам көкөніс бақшасындағы көкөністерді жесе, онда t күн жейді десек:

$$\begin{aligned} 120 &= (11 + 4) \cdot t \\ t &= 8 \end{aligned}$$

Жауабы: 11 ересек адам көкөніс бақшасындағы көкөністерді 8 күн жей алады.

7-мысал

Ауданы 5 гектар, 6 гектар және 8 гектар болатын үш жайылым бар. Жайылымдағы шөп бірдей қалың және бірдей жылдамдықпен өседі. Бірінші жайылымдықты 11 сиыр 10 күн, ал екінші жайылымдықты 12 сиыр 14 күн жейді. Үшінші жайылымдықты 19 сиыр неше күнде жей алады?

Шешуі:

Біз кездескен есептерде белгілі бір жайылым берілген, ал бұл есепте аудандары әр-түрлі үш жайылым берілгендіктен, қиындығы жоғарылаған. Егер біз бұл үш түрлі жайылымды бірдей ауданға келтірсек, онда есеп оңай болады.

Мұндағы жайылымдық ауданы бірдей емес, олардың ең кіші ортақ еселігі 120 гектар жайылым бар десек:

$$5 \cdot 24 = 120 \text{ гектар жайылымды } 11 \cdot 24 = 264 \text{ сиыр } 10 \text{ күн жейді;}$$

$$6 \cdot 20 = 120 \text{ гектар жайылымды } 12 \cdot 20 = 240 \text{ сиыр } 14 \text{ күн жейді;}$$

$$8 \cdot 15 = 120 \text{ гектар жайылымды } 19 \cdot 15 = 285 \text{ сиыр } t \text{ күн жейді;}$$

$$\begin{cases} y = (264 - x) \cdot 10 \\ y = (240 - x) \cdot 14 \end{cases}$$

$$x = 180$$

$$y = 840$$

$$840 = (285 - 180) \cdot t$$

$$t = 8$$

Жауабы: Үшінші жайылымдықты 19 сиыр 8 күн жей алады.

8-мысал

Наурыз мерекесіне байланысты вокзал билет сатып алуды күтіп тұрған жолаушыларға толы. Билет залында жолаушылардың қауіпсіздігін қамтамасыз ету мақсатында жолаушылар залға кіру үшін залдың кіреберісінде кезекке тұрады, әрі бірдей жылдамдықпен билет сатып алады. Билет сатып алған жолаушылар бірден залдан шығып кетеді. Бұл тәртіпке сәйкес, 10 билет терезесі ашылған жағдайда залдағы барлық жолаушылар билетті 5 сағат ішінде сатып ала алады, егер 12 билет терезесі ашылған болса, залдағы барлық жолаушылар билеттерді 3 сағат ішінде сатып ала алады. Егер билет сатып алу үшін кезек күтуге келген жолаушылардың жылдамдығы бастапқы жылдамдықтың 1,5 есесі болса, залдағы барлық жолаушылар билетті 2 сағат ішінде сатып алуы үшін, неше билет терезелері ашылуы керек?

Шешуі:

Бұл есеп 2-мысалда көрсеткендей билет тексеруге арналған есепке ұқсайды, бірақ мұнда билет сатып алу үшін кезек күтуге келген жолаушылардың жылдамдығы бастапқы жылдамдықтың 1,5 есесі деп берілген. Билет терезесі кезек күтетін жолаушыларды азайтуға жұмыс жасаса, ал билет сатып алу үшін кезек күтуге келген жолаушылар жолаушыларды молайтуға жұмыс істейді, демек Ньютон есебіндегі шөптің өсу жылдамдығы 1,5 есе артқан болады.

Кезек күтуге келген жолаушылардың жылдамдығы:

$$x = \frac{10 \cdot 5 - 12 \cdot 3}{5 - 3} = 7$$

Кезек күтіп тұрған бастапқы жолаушылардың саны:

$$y = (10 - 7) \cdot 5 = 15$$

Егер кезек күтуге келген жолаушылардың жылдамдығының бастапқы жылдамдықтың 1,5 есесі болса:

$$15 = (n - 1,5 \cdot 7) \cdot 2 \\ n = 18$$

Жауабы: Залдағы барлық жолаушылар билетті 2 сағат ішінде сатып алу үшін, 18 билет терезелері ашылуы керек.

Зерттеу материалдары және зерттеу әдістері

Бұл зерттеу жұмысының әдіснамалық негізіне математиканы оқытудың негізгі тұжырымдамасына жүйелі талдау жасаудың әдістерін оны оқыту кезінде кәсіби бағдарын іске қосып, күшейтудің болашақтағы мүмкіндіктерімен үйлестіру кіреді. Зерттеуді жүргізу барысында біз математиканы оқытудың негізгі ерекшеліктеріне талдау жасадық.

Қазақстандық әдіскерлердің еңбектерін талқылай отырып, оқытудың негізгі тұжырымдарын зерттеуге, сонымен қатар оқушылардың логикасын дамытуға басты назар аудардық. Зерттеу аясында ғылыми зерттеулердің жалпы кешені екі кезеңмен орындалды. Бірінші кезеңде математиканы оқытудың негізгі тұжырымдамаларына теориялық зерттеу жасалып, сонымен қатар зерттеу тақырыбының ғылыми білім жүйесіндегі орны мен мәні анықталды. Сондай-ақ алдағы ғылыми тұжырымдар үшін қазіргі проблемалармен бірге алдын ала теориялық зерттеу жүргізе отырып, бұл тұжырымдамаларға жүйелі талдау жасалды. Екінші кезеңде математиканы оқытудың кәсіби бағдарын іске қосып, жетілдіру жұмыстары атқарылды. Зерттеу барысында алынған тәжірибе нәтижелері өзге зерттеушілердің нәтижелерімен және тұжырымдарымен салыстырылды. Бұл біздің зерттеу жұмысымызды аяқтауға нақты объективті қорытынды жасауымызға ықпал етті.

Жұмыстың соңғы қорытынды кезеңінде алынған нәтижелер негізінде математиканы оқытудың теориялық негізін қалыптастыру ерекшеліктерін зерттеудің аясымен шектелген тұжырымдар жасалды. Жалпы зерттеу барысында алынған нәтижелер мен соның негізінде жасалған тұжырымдар әрі қарай ізденіс жұмыстарын жүргізуге әдіснамалық және теориялық негіз бола алатындықтан, болашақ математиктерді даярлау сапасын арттырып, таңдаған мамандықтары бойынша кәсіби құзыретін дамыту үшін маңызы ерекше.

Ғылыми зерттеудің эксперимент нәтижелері

Зерттеудің мақсаты мектеп математикасында логикалық есептерді шешу тақырыбы бойынша элективті курс ұйымдастырып, нәтижесіне талдау жасау. Осы мақсатта Талғар қаласында А.Байтұрсынұлы атындағы №7 жалпы білім беретін лицейде негізгі мектеп оқушыларына эксперимент жүргізілді. Бұл жолғы экспериментке әр сыныптан оқушылар таңдалып, жалпы 60 оқушы қатысты. Әр сынып оқушыларын 2 топқа бөліп, бір топқа осы жолғы зерттеуде қарастырылған күрделілігі жоғары логикалық есептерді шешу әдістері үйретілді, ал екінші топқа дәстүрлі сабақ беру формасында элективті курстар ұйымдастырылды, әрі эксперимент басында мен соңында екі топқа бірдей бақылау жұмысы жүргізілді. Алдымен тәуелді таңдамалар үшін Стьюденттің t-критерийі арқылы екі топтың білім деңгейлеріде ілгерлеушілік бар жоғына талдау жасаймыз.

Төмендегі 1-кестеде екі топ оқушыларының эксперимент басталар алдындағы бақылау нәтижесі мен соңындағы нәтижесі көрсетілген.

Кесте 1. Күрделілігі жоғары логикалық есептерді шешу әдістері бойынша элективті курс

№	Сынып	Оқушының аты-жөні	Эксперимент алдындағы нәтижесі (max 20)	Эксперимент соңындағы нәтижесі (max 20)
1	7 сынып	Адилова Аружан	15	16
2		Акимбекова Арайлым	16	18
3		Амантай Айнэль	16	17
4		Ахметжан Раяна	16	18
5		Болтан Ақнұр	14	16
6		Ермухан Әділет	16	18
7		Краубаев Абдурахим	14	15
8		Қуанышбек Дінмұхамед	15	15
9		Лесбек Ерболат	16	17
10		Турдикул Айбол	14	13
11	8 сынып	Асылбек Дамир	12	15
12		Жолдыбаева Мерей	14	15
13		Жошы Алина	13	15
14		Жұмағали Бекжан	12	16
15		Курманбек Аяулым	12	14
16		Мусахан Дана	11	12
17		Орынбасар Диана	13	14
18		Сұлтан Асанәлі	16	17
19		Турсунжан Дастан	9	9
20		Тұрысбек Қарақат	12	13
21	9 сынып	Сейсен Әзиза	15	17
22		Абдубай Азель	12	14
23		Аманбай Жанерке	12	15
24		Бақытжанқызы Жәмиля	16	20
25		Есімбаев Даниял	9	11
26		Исламбекова Сабина	14	15
27		Көпжасарова Айгерім	13	14
28		Нұраддин Мәлдір	12	16
29		Садыкова Аяжан	13	14
30		Тұрысбек Алуа	16	19

Кесте 2. Дәстүрлі сабақ беру әдісі бойынша элективті курс

№	Сынып	Оқушының аты-жөні	Эксперимент алдындағы нәтижесі	Эксперимент соңындағы нәтижесі
1	7 сынып	Айдархан Алишер	14	15
2		Аппазов Арыстан	13	13
3		Бауыржанқызы Кәусар	10	11
4		Бектурсын Саят	13	14
5		Карамбай Айша	13	15
6		Катарбеков Айкын	13	12
7		Кеңесхан Айдина	15	16
8		Қажығали Ілияс	13	17
9		Қаирбек Әдемі	15	16
10		Қанатбек Қайсар	12	11
11	8 сынып	Аман Алисултан	11	12
12		Асылхан Ерасыл	9	10
13		Болатбай Нурлан	9	12
14		Калимжанқызы Нұрай	9	9
15		Канагатұлы Ерасыл	11	12
16		Кенжебек Амина	8	9
17		Қани Жанель	9	11
18		Құлжабай Алина	8	10
19		Мейрамханұлы Нұрмұхамед	9	8
20		Мурсалимов Нұрсәлім	13	14
21	9 сынып	Абжапар Аяулым	12	11
22		Акимжанов Батырхан	15	16
23		Алтынбекқызы Гүлім	13	15
24		Аманбаев Шыңғыс	14	13

25		Асқарұлы Әмір	16	15
26		Ахметжан Мухамет	10	10
27		Әлден Назым	11	12
28		Әлімханұлы Тілеміс	14	13
29		Бексұлтан Аяұлым	16	19
30		Дулатбек Бекнұр	12	14

Тәуелді таңдамалар үшін Стьюденттің t-критерийінің эмприкалық мәнді есептеу формуласы:

$$t = \frac{M_d \sqrt{n}}{\sigma_d}$$

Кесте 3. Күрделілігі жоғары логикалық есептерді шешу әдістері бойынша элективті курс

№	Эксп. басы (x_i)	Эксп. соңы (y_i)	d_i $= y_i - x_i$	M_d $= \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$	$d_i - M_d$	$(d_i - M_d)^2$	σ_d $= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - M_d)^2}{n - 1}}$
1	15	16	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
2	16	18	2	1.7	0.3	0.09	1.18
3	16	17	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
4	16	18	2	1.7	0.3	0.09	1.18
5	14	16	2	1.7	0.3	0.09	1.18
6	16	18	2	1.7	0.3	0.09	1.18
7	14	15	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
8	15	15	0	1.7	-1.7	2.89	1.18
9	16	17	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
10	14	13	-1	1.7	-2.7	7.29	1.18
11	12	15	3	1.7	1.2	1.44	1.18
12	14	15	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
13	13	15	2	1.7	0.3	0.09	1.18
14	12	16	4	1.7	2.3	5.29	1.18
15	12	14	2	1.7	0.3	0.09	1.18
16	11	12	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
17	13	14	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
18	16	17	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
19	9	9	0	1.7	-1.7	2.89	1.18
20	12	13	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
21	15	17	2	1.7	0.3	0.09	1.18
22	12	14	2	1.7	0.3	0.09	1.18
23	12	15	3	1.7	1.2	1.44	1.18
24	16	20	4	1.7	2.3	5.29	1.18
25	9	11	2	1.7	0.3	0.09	1.18
26	14	15	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
27	13	14	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
28	12	16	4	1.7	2.3	5.29	1.18
29	13	14	1	1.7	-0.7	0.49	1.18
30	16	19	3	1.7	1.2	1.44	1.18
Σ		458	50			40.56	

Мұндағы M_d -дербес мәндер айырмаларының арифметикалық ортасы, n-таңдама көлемі, ал σ_d - айырма мәндерінің стандарт ауытқуы.

Эмприкалық мәні:

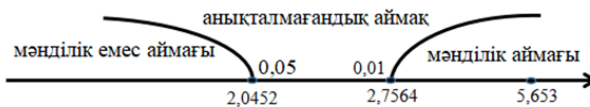
$$t_{\text{эпм}} = \frac{M_d \sqrt{n}}{\sigma_d} = \frac{1,7 \sqrt{30}}{1,18} = 7,89$$

Еріктілік дәрежесі:

$$df = n - 1 = 30 - 1 = 29$$

Стьюденттің t-критерийінің кестесінен біріктілік дәрежесі 29 және $p=0.05$, $p=0.01$ мәндеріне сәйкес $t_{1kp}=2,0452$ және $t_{2kp}=2,7564$ кризистік мәндерін аламыз.

$$t_{kp} = \begin{cases} 2,0452, \text{ егер } p \leq 0,05 \\ 2,7564, \text{ егер } p \leq 0,01 \end{cases}$$



Сурет 1.

Суретте көрсетілгендей, $t_{эпм}$ мәнділік аймақта болғандықтан, күрделілігі жоғары логикалық есептерді шешу әдістері бойынша элективті курс оқушыларының нәтижесі көрнекті жоғарылаған.

Кесте 4. Дәстүрлі сабақ беру әдісі бойынша элективті курс

№	Эксп. басы (x_i)	Эксп. соңы (y_i)	$d_i = y_i - x_i$	$\frac{M_d}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$	$d_i - M_d$	$(d_i - M_d)^2$	$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - M_d)^2}{n - 1}}$
1	14	15	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
2	13	13	0	0,83	-0,87	0,7569	1,34
3	10	11	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
4	13	14	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
5	13	15	2	0,83	1,17	1,3689	1,34
6	13	12	-1	0,83	-1,83	3,3489	1,34
7	15	16	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
8	13	17	4	0,83	3,17	10,0489	1,34
9	15	16	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
10	12	11	-1	0,83	-1,83	3,3489	1,34
11	11	12	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
12	9	10	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
13	9	12	3	0,83	2,17	4,7089	1,34
14	9	9	0	0,83	-0,87	0,7569	1,34
15	11	12	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
16	8	9	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
17	9	11	2	0,83	1,17	1,3689	1,34
18	8	10	2	0,83	1,17	1,3689	1,34
19	9	8	-1	0,83	-1,83	3,3489	1,34
20	13	14	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
21	12	11	-1	0,83	-1,83	3,3489	1,34
22	15	16	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
23	13	15	2	0,83	1,17	1,3689	1,34
24	14	13	-1	0,83	-1,83	3,3489	1,34
25	16	15	-1	0,83	-1,83	3,3489	1,34
26	10	10	0	0,83	-0,87	0,7569	1,34
27	11	12	1	0,83	0,17	0,0289	1,34
28	14	13	-1	0,83	-1,83	3,3489	1,34
29	16	19	3	0,83	2,17	4,7089	1,34
30	12	14	2	0,83	1,17	1,3689	1,34
Σ		385	25			52,371	

Мұндағы M_d -дербес мәндер айырмаларының арифметикалық ортасы, n-таңдама көлемі, ал σ_d -айырма мәндерінің стандарт ауытқуы.

Эмприкалық мәні:

$$t_{эпм} = \frac{M_d \sqrt{n}}{\sigma_d} = \frac{0,83 \sqrt{30}}{1,34} = 3,4$$

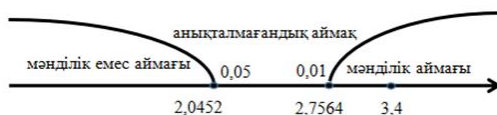
Еріктілік дәрежесі:

$$df = n - 1 = 30 - 1 = 29$$

Стъденттің t-критерийінің кестесінен біріктілік дәрежесі 29 және $p=0.05$, $p=0.01$ мәндеріне сәйкес $t_{1kp}=2,0452$ және $t_{2kp}=2,7564$ кризистік мәндерін аламыз.

$$t_{kp} = \begin{cases} 2,0452, & \text{егер } p \leq 0,05 \\ 2,7564, & \text{егер } p \leq 0,01 \end{cases}$$

Суретте көрсетілгендей, $t_{ЭПМ}$ мәнділік аймақта болғандықтан, күрделілігі дәстүрлі сабақ беру әдісі бойынша элективті курс оқушыларының нәтижесі біршама жоғарылаған.



Сурет 2.

Жоғарыда екі топтың нәтижесінің жоғарылағанын байқаймыз, енді қай топтың нәтижесі елеулі жоғарылағанын, яғни эксперимент соңындағы нәтижелерінде жоғары статистикалық деңгейдегі мәнді айырмашылық бар жоғына талдау жасап көрейік. Ол үшін тәуелсіз таңдамалар үшін Стъденттің t-критерийі қолданылады.

Тәуелсіз таңдамалар үшін Стъденттің t-критерийінің формуласы:

$$t = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} - \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Мұндағы M_1 және M_2 сәйкесінше бақлау тобы мен эксперимент тобының эксперимент соңындағы нәтижелерінің арифметикалық ортасы, δ_1^2 және δ_2^2 сәйкесінше бақлау тобы мен эксперимент тобының дисперсияларының мәндері, ал n_1 және n_2 сәйкесінше бақлау тобы мен эксперимент тобының таңдама көлемі.

$$M_1 = \frac{385}{30} = 12,83; M_2 = \frac{458}{30} = 15,27; \sigma_2^2 = 1,34^2 = 1,7956; \sigma_1^2 = 1,18^2 = 1,3924;$$

Эмприкалық мәні:

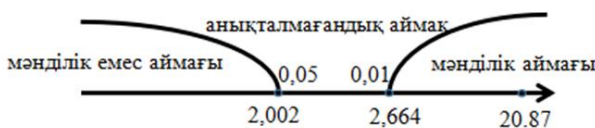
$$t_{ЭПМ} = \frac{|M_1 - M_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} - \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{|12,83 - 15,27|}{\sqrt{\frac{1,7956}{30} - \frac{1,3924}{30}}} = 20,87$$

Еріктілік дәрежесі:

$$df = (n_1 + n_2) - 2 = 58$$

Стъденттің t-критерийінің кестесінен біріктілік дәрежесі 29 және $p=0.05$, $p=0.01$ мәндеріне сәйкес $t_{1kp}=2,002$ және $t_{2kp}=2,664$ кризистік мәндерін аламыз.

$$t_{kp} = \begin{cases} 2,002, & \text{егер } p \leq 0,05 \\ 2,664, & \text{егер } p \leq 0,01 \end{cases}$$



Сурет 3.

Суретте көрсетілгендей, $t_{ЭПМ}$ мәнділік аймақта болғандықтан, екі топ оқушыларының нәтижесінде жоғары статистикалық деңгейдегі мәнді айырмашылық бар екенін көрсетеді. Демек эксперимент тобының білім деңгейі бақылау тобына қарағанда көрнекті жоғарлаған.

Талқылау нәтижелері

Зерттеу жұмысының ерекшеліктері:

- Математиканы оқыту барысында оқушылардың логикалық ой-қорытуын қалыптастыру;
- Оқушылардың алған білімін өмірінде тәжірибелік тұрғыда қолдануға дағдыландыру.

Қорытынды

Зерттеуімізді қорытындылай келе, Ньютон есептеріне қатысты логикалық байланысы бар есептерді топтастырып, оқушылардың ұқсас емес есептер арасындағы байланысын таба алу қабілетін жетілдірсек, онда логикалық қиындатылған есептерді шешу оңай болады, әрі оқушылардың логикалық ойлау қабілеті жоғарылап, күрделі есептерді өздігінен шеше алады. Оқушылардың шығармашылық дағдысын қалыптастырып, жеке тұлға болып қалыптасуына мүмкіндік береді. Ұсынылып отырған әдіс-тәсілдерді оқушылардың логикалық қиындатылған есептерді шешуде, жас математик мамандардың оқушыларды олимпиадаға дайындауында қолданса, үлкен жетістіктерге жетуіне болады деген сенімдеміз.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Қалалық Жәутіков олимпиадасы (2004), 9 сынып. <http://matol.kz/olympiads/321?lang=kz>
- 2 Iskakova M., Toleugaliyeva S., (2022) Introduction to Solving Logical Problems in General Education Schools, Journal of Positive School Psychology, Vol. 6, No. 3, 7049–7053 <https://journalppw.com/index.php/jpsp/article/view/4272>
- 3 Moshkalov, A.K., Iskakova, M.T., Maikotov, M.N., ...Salgozha, I.T., Darkhanbaeyeva, G.S. (2014) Ways to improve the information culture of students. Life Science Journal, 11 (SPEC. ISSUE 8), 340–343. <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56184543900>
- 4 Iskakova M, Adilbekov Y., (2013) Solving problems on the teaching methods of linear algebra through technology platform dot.net European Scientific Journal edition vol.9, No.36 ISSN: 1857-7881 (Print) e-ISSN 1857-7431 page 127-131. <https://eujournal.org/index.php/esj/article/download/2217/2101>
- 5 Iskakova M, Adilbekov Y., (2013) Teaching Methods Liner Algebra Problems Through Technology Platform Dot.Net / Eastern European Scientific Journal DOI 10.12851/EESJ Page 104-107. <https://elibrary.ru/contents.asp?id=34074691>
- 6 Искакова М.Т., Кутумбаева А.Б., (2014) Оқушыларды есеп шығарғанда стандартты емес тәсілдермен шығарту дамытудың кепілі / Хабаршы №1 (45) Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, «Физика-математика ғылымдары» сериясы. <http://sp.kaznpu.kz/kz/series/1/>
- 7 Искакова М.Т., Нурбаева Д.М. (2015) ЖОО-да математик-студенттердің танымдық дербесыгін дамыту туралы мәселелер. Мектепте және педвузда математиканы оқытудың өзекті мәселелері. 25-жазылым. Москва, 255-260 бб. <https://elibrary.ru/item.asp?id=24173932>
- 8 Искакова М.Т., (2014) Математика. – Семей: "Intellect".
- 9 Искакова М.Т.,(2015) Орта мектепте математиканы тереңдетіп оқыту мәселелері / "Әлемдік ақпараттық білім беру кеңістігі бәсекеге қабілетті ұстаз қолында» атты жас ғалымдар арасында республикалық ғылыми-практикалық конференция материалдары. – Алматы, 443-447. <https://emirb.org/bibliografiyali.html?page=5>
- 10 Искакова М.Т.,(2020) Жалпы білім беретін мектепте логикалық есептерді шешуге баулу// Хабаршы Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, «Физика-математика ғылымдары» сериясы. - №1 (69).. 92-96 Б. <https://bulletin-phmath.kaznpu.kz/index.php/ped/article/view/207>
- 11 Искакова М.Т., (2019) Орта мектепте оқушыларды математикалық есептерді стандартты емес тәсілдермен шығартуға үйрету мәселелері // «Білім беру жүйесін модернизациялау: тенденциялар, проблемалар және перспективалар» атты Халықаралық ғылыми-практикалық конференция. 19 қазан 2019ж. 379-382 бб. <https://www.kaznu.kz/content/files/pages/folder21017/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA%20%D0%A3%D0%B7%D0%B0%D0%BA%D0%B1%D0%B0%D0%B5%D0%B2%D0%BE%D0%B9%20%D0%A1%D0%90.pdf>
- 13 Искакова М.Т., (2019) Комбинаторлық есептерді стандартты емес тәсілдермен шығарту мәселелері/ «Ізденіс» халықаралық ғылыми-педагогикалық журнал «Қазақстан жоғары мектебі» журналының ғылыми қосымшасы №4, 203-205бб.

14 Искакова М.Т., (2020) Арифметикалық прогрессияның алғашқы n мүшесінің қосындысын табудың тиімді жолы/ Педагогика және Психология. №3, 182-187 бб. <https://journal-pedpsy.kaznpu.kz/index.php/ped/article/view/105/373>

References:

- 1 Qalalyq Jautykov olimpiadacy ((2004), 9 сынып. <http://matol.kz/olympiads/321?lang=kz>
- 2 Iskakova M., Toleugaliyeva S., (2022) Introduction to Solving Logical Problems in General Education Schools, Journal of Positive School Psychology 2022, Vol. 6, No. 3, 7049–7053 <https://journalppw.com/index.php/jpsp/article/view/4272>
- 3 Moshkalov, A.K., Iskakova, M.T., Maikotov, M.N., ...Salgozha, I.T., Darkhanbaeyeva, G.S. (2014) Ways to improve the information culture of students. Life Science Journal, 11 (SPEC. ISSUE 8), 340–343. <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56184543900>
- 4 Iskakova M, Adilbekov Y., (2013) Solving problems on the teaching methods of linear algebra through technology platform dot.net European Scientific Journal edition vol.9, No.36 ISSN: 1857-7881 (Print) e-ISSN 1857-7431 page 127-131. <https://eujournal.org/index.php/esj/article/download/2217/2101>
- 5 Iskakova M, Adilbekov Y., (2013) Teaching Methods Liner Algebra Problems Through Technology Platform Dot.Net / Eastern European Scientific Journal DOI 10.12851/EESJ Page 104-107. <https://elibrary.ru/contents.asp?id=34074691>
- 6 Iskakova M.T., Kutumbaeva A.B., (2014) Oqushylardy esep shygarganda standartty emes tasildermen damytudyn kepili / Habarshy №1 (45) Abai atyndagy Qazaq ulttyq pedagogikalıyq universiteti, "Fizika-matematika gylymdary" seriasy. <http://sp.kaznpu.kz/kz/series/1/>
- 7 Iskakova M.T., Nurbaeva D., Pedagogikalıyq (2015) JOO-da matematik-studentterdin tanyndyq derbestigin damytu turaly maselege qatysty. Mektepte jane pedvuzada matematikany oqytudyn ozekti maseleleri. 25-shy garylym.-Moskwa, 255-260. <https://elibrary.ru/item.asp?id=24173932>
- 8 Iskakova, M.T., (2014) Matematika. – Semey: "Intellect", 212.
- 9 Iskakova M.T.,(2015) Orta mektepte matematikany terendetip oqyty maseleleri/"Alemdik aqparattyq bilim beru kenistigi basekege qabiletti ustaz qolynda" atty jas galymdar arasynda respublikalyq gylymi-praktikalıyq konferensia materialdary. – Almaty, 443-447. <https://emirb.org/bibliografiyali.html?page=5>
- 10 Iskakova M.T., (2020) Jalpi bilim беретin mektepte logikalıq esepтерdi scheschuge baulu// Xabarschy Abay atındagy Qazaq ulttyq pedagogikalıyq universiteti, «Fizika-matematika gılmдарı» seriyası. №1 (69)., 92-96 B. <https://bulletin-phmath.kaznpu.kz/index.php/ped/article/view/207>
- 11 Iskakova M.T., (2019) Orta mektepte okuschlardy matemetikalik esepтерdi standartty emes tasildermen schgartuga uiretu maseleleri // «Bilim beru juiesin moderniziasalau: tendensialar, problemalar jane perspektivalar» atti halykaralik gilimi-praktikalik konferensia. 19 kazan 2019j. 379-382 бб.
- 12 <https://www.kaznu.kz/content/files/pages/folder21017/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA%20%D0%A3%D0%B7%D0%B0%D0%BA%D0%B1%D0%B0%D0%B5%D0%B2%D0%BE%D0%B9%20%D0%A1%D0%90.pdf>
- 13 Iskakova M.T., (2019) Kombinatorlik esepтерdi standartty emes tasildermen schigartu maseleleri / «Izdenis» halikaralik gilimi-pedagogikalik jurnal gilimi kosimschasi №4, 203-205бб.
- 14 Iskakova M.T. (2020) Arifmetikalik progressianin algaschki n muschesinin kosindisin tabudin timdi joli / Pedagogica jane Phsicologia. №3, 182-187 бб. <https://journal-pedpsy.kaznpu.kz/index.php/ped/article/view/105/373>