МРНТИ 27.29.17
УДК 517.926.4

Ж.Б. Есқабылова[1], *Қ.Н. Оспанов*[1]

[1]*Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*

СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ҮШІНШІ РЕТТІ НҰҚСАНДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ КОЭРЦИТИВТІ ШЕШІЛУ ШАРТТАРЫ

Аңдатпа

Мақалада барлық сан осінде берілген үшінші ретті сингулярлы сызықты емес дифференциалдық теңдеулердің бір класы қарастырылады. Біз берілген теңдеудің шешімінің бар болуы мен осы шешім үшін коэрцитивті баға орындалуының жеткілікті шарттарын көрсетеміз. Қарастырылып отырған теңдеудің келесідей ерекшеліктері бар. Оның аралық коэффициенті шенелмеген және ол кіші коэффициентке бағынбайды. Мұндай теңдеуді әдебиетте нұқсанды дифференциалдық теңдеу деп атайды. Сонымен бірге, оны құрайтын дифференциалдық оператор сызықты жағдайда жартылай шенелмеген: оның энергетикалық кеңістігі С.Л. Соболев кластарына енбеуі мүмкін. Осы кезге дейін үшінші ретті сингулярлы дифференциалдық теңдеулерді шешілімділікке зерттеулер оның аралық коэффициенттері нөлге тең болған жағдайда ғана жүргізілген. Жұмыстың негізгі нәтижесі авторлардың сызықты нұқсанды үшінші ретті бір дифференциалдық оператордың бөліктенуі жайлы теоремасын, қозғалмайтын нүкте жайлы Шаудер теоремасын және Харди типті кейбір салмақты интегралдық теңсіздіктерді пайдалану арқылы дәлелденеді.

Түйін сөздер: нұқсанды дифференциалдық теңдеу, гильберт кеңістігі, күшті шешім, компактылы оператор, жылжымайтын нүкте.

Аннотация

Ж.Б. Ескабылова[1], *К.Н. Оспанов*[1]
[1]*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан*

УСЛОВИЯ КОЭРЦИТИВНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ВЫРОЖДЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

В статье рассматривается один класс сингулярных нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка, заданный на всей оси. Мы показываем достаточные условия существования решения этого уравнения и выполнимости коэрцитивной оценки для решения. Рассматриваемое уравнение имеет следующие особенности. Его промежуточный коэффициент не ограничен и не подчиняется к младшему коэффициенту. В литературе такое уравнение называется вырожденным дифференциальным уравнением. Кроме того, дифференциальный оператор, который его порождает, не является полуограниченным: его энергетическое пространство может не принадлежать к Соболевским классам. Прежде исследования разрешимости сингулярных дифференциальных уравнений третьего порядка проводились только в том случае, когда их промежуточные коэффициенты равны нулю. Основной результат работы доказывается на основе полученной авторами ранее теоремы разделимости для одного линейного вырожденного дифференциального оператора третьего порядка, теоремы Шаудера о неподвижной точке и некоторых весовых интегральных неравенств типа Харди.

Ключевые слова: вырожденное дифференциальное уравнение, гильбертово пространство, сильное решение, компактный оператор, неподвижная точка.

Abstract

COERCIVE SOLVABILITY CONDITIONS OF THE THREE-ORDER DEGENERATE DIFFERENTIAL EQUATIONS

Yeskabylova Zh.B. [1], *OspanovK.N.* [1]
[1]*L.N. Gumilyov Eurasian national university, Nur-Sultan, Kazakhstan*

In this paper, we consider one class of the singular nonlinear third-order differential equations given on the entire axis. We show sufficient conditions for the existence of a solution to this equation and the satisfiability of the coercive estimate for solution. The considered equation has the following features. Its intermediate coefficient is not bounded and does not obey to a lower coefficient. In the literature, such equations are called the degenerate differential equations. Further, the corresponding differential operator is not semi-bounded: its energy space may not belong to the Sobolev classes. Previously, the solvability questions of the third-order singular differential equations was studied only in the case that their intermediate coefficients are equal to zero. The main result of this work is proved on the basis of one separability theorem for the linear third-order degenerate differential operators, Schauder's fixed point theorem and some Hardy type weighted integral inequalities.

Keywords: degenerate differential equation, Hilbert space, strong solution, compact operator, fixed point.

1. Кіріспе және негізгі нәтижелер

Келесі сызықты емес үшінші ретті дифференциалдық теңдеуді қарастырайық:

$$Ly = -y''' + r(x,y)y'' + s(x,y)y = f(x), \tag{1}$$

мұндағы $x \in R = (-\infty, +\infty)$, r, s - нақты мәнді функциялар, $f \in L_2 := L_2(R)$.

Анықтама 1.1. Егер үш рет үзіліссіз дифференциалданатын функциялардың $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ тізбегі табылып, кез-келген үзіліссіз және финитті $\theta(x)$ функциясы үшін $\|\theta(y_n - y)\|_2 \to 0$, $\|\theta(Ly_n - f)\|_2 \to 0$ ($n \to \infty$) қатыстары орындалса, онда $y \in L_2$ функциясы (1) теңдеуінің шешімі деп аталады. Мұндағы $\|\cdot\|_2$ - L_2 кеңістігінің нормасы.

Төменде біз сызықты емес (1) теңдеуінің y шешімінің табылуы мен сол шешім үшін

$$\|y'''\|_2 + \|r(\cdot, y)y''\|_2 + \|s(\cdot, y)y\|_2 < \infty \tag{2}$$

қатысының орындалуының жеткілікті шарттарын көрсетеміз. (2) түріндегі қатыс шешімнің тегістігі және өзгеру сипаты жайлы пайдалы мағлұматтар береді. (1) теңдеуі сызықты болған жағдайда (2) әдебиетте кеңінен белгілі коэрцитивті бағаға айналады.

Үшінші ретті дифференциалдық теңдеулерге атмосфералық физиканың [1], электрогидродинамиканың [2] есептері алып келеді, олар сәулелік импульстік толқындардың таралуын [3], сол сияқты, есте сақтауға қабілетті ортада өтетін процестерді сипаттайды және кейбір спектрлік есептермен [4] байланысты. (1) теңдеуі математикалық физиканың дербес туындылардағы теңдеулеріне проекциялық әдістерді, соның ішінде Фурьенің айнымалыларды ажырату әдісін қолдану кезінде пайда болады. (1) теңдеуін зерттеу кезінде оның келесі ерекшелігін есепке алу керек. Оны құрайтын дифференциалдық оператор сызықты жағдайда жартылай шенелмеген оператор болып табылады: оның энергетикалық кеңістігі С.Л. Соболев кластарына енбеуі мүмкін. Демек, (1) - дің жалпыланған шешімі тегіс емес. Сөз жоқ, бұл аталған теңдеуді зерттеуді қиындатып жібереді. Осы кезге дейін сингулярлы (1) теңдеуі тек $r = 0$ жағдайында ғана зерттелген ([5] мақаласын және ондағы сілтемелерді қараңыз). Бұл жұмыста біз аралық r коэффициенті шенелмеген және ол кіші s коэффициентіне бағынбайтын ерекше жағдайды қарастырамыз. Бұл жағдайда (1) нұқсанды дифференциалдық теңдеу деп аталады. Біз қарастырып отырған есеп нұқсанды екінші ретті дифференциалдық теңдеу үшін [6] мақаласында зерттелген. (1) теңдеуінің реті тақ болуы оған [6] жұмысының әдісін қолдануға мүмкіндік бермейді.

Айталық p және $v \neq 0$ үзіліссіз функциялар болсын. Келесі белгілеулерді енгізейік:

$$\alpha_{p,v}(x) = \sup_{w \in R} \left(\int_0^x |p(t,w)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\int_x^{+\infty} t^2 v^{-2}(t,w) dt \right)^{\frac{1}{2}}, \ x > 0,$$

$$\beta_{p,v}(\tau) = \sup_{w \in R} \left(\int_\tau^0 |p(t,w)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\int_{-\infty}^{\tau} t^2 v^{-2}(t,w) dt \right)^{\frac{1}{2}}, \ \tau < 0,$$

$$\gamma_{p,v} = \max\left(\sup_{x>0} \alpha_{p,v}(x), \sup_{\tau<0} \beta_{p,v}(\tau) \right).$$

Жұмыстың негізгі нәтижесі келесідей.

Теорема 1.1. Айталық екі рет дифференциалданатын r және үзіліссіз s функциялары келесі шарттарды

$$r \geq (1 + x^2)^2, \tag{3}$$

$$\sup_{t \in R} \gamma_{s(\cdot,t), r(\cdot,t)} < \infty \tag{4}$$

және әрбір оң A саны үшін

$$\sup_{\substack{|x-\eta|\le 1\\ x,\eta\in R}}\ \sup_{|C_1|\le A,|C_2|\le A,|C_1-C_2|\le A}\frac{r(x,C_1)}{r(\eta,C_2)}<\infty \tag{5}$$

шартын қанағаттандырсын. Онда (1) теңдеуінің y шешімі бар және ол үшін (2) қатысы орындалады.

2. Көмекші тұжырымдар

Үш рет үзіліссіз дифференциалданатын және финитті функциялардың $C_0^{(3)}(-\infty,+\infty)$ жиынында анықталған келесі түрдегі сызықты дифференциалдық операторды қарастырайық:

$$L_0 y=-y'''+r_0(x)y''+s_0(x)y\ .$$

Лемма 2.1 [7]. Айталық r_0 екі рет үзіліссіз дифференциалданатын, ал s_0 үзіліссіз функция болып,

$$r_0\ge 1,\quad \max\left(\sup_{t>0}\sqrt{t}\left\|r_0^{-1}\right\|_{L_2(t,+\infty)},\sup_{\tau<0}\sqrt{-\tau}\left\|r_0^{-1}\right\|_{L_2(-\infty,\tau)}\right)<\infty\,,$$

$$\max\left(\sup_{t>0}\|s_0\|_{L_2(0,t)}\left\|r_0^{-2}\right\|_{L_2(t,+\infty)},\sup_{\tau<0}\|s_0\|_{L_2(\tau,0)}\left\|r_0^{-2}\right\|_{L_2(-\infty,\tau)}\right)<\infty$$

Шарттары орындалсын. Онда L_0 операторы L_2 кеңістігі нормасында тұйықталатын оператор болып табылады. Мұндағы $\|\cdot\|_{L_2(a,b)}$ - $L_2(a,b)$ кеңістігіндегі норма.

L_0 операторының L_2 кеңістігі нормасында тұйықталуын L түрінде белгілейік. Жоғарыдағы 1.1 теоремасын дәлелдеу [7] жұмысының нәтижелерінен шығатын келесі леммаға сүйенеді.

Лемма 2.2. Айталық r_0 және s_0 функциялары 2.1 леммасының шарттарын қанағаттандырсын және әрбір $x,\eta\in R:|x-\eta|\le 1$ үшін

$$C^{-1}\le\frac{r(x)}{r(\eta)}\le C\quad (C>1)$$

теңсіздіктері орындалсын. Сонда $y\in D(L)$ үшін

$$\|y'''\|_2+\|r_0y''\|_2+\|s_0y\|_2\le C_L\|Ly\|_2 \tag{6}$$

бағалауы орынды.

Айта кету керек, егер (6) теңсіздігі әрбір $y\in D(L)$ үшін орындалатын болса, онда L операторы L_2 кеңістігінде бөліктенеді дейді.

3. 1.1 теоремасының дәлелдеуі.

Айталық ε, A оң сандар ал $S_A=\left\{z\in W_2^1(R):\|z\|_{W_2^1(R)}+\|z\|_{C(R)}\le A\right\}$ тұйық шар болсын, мұндағы $\|z\|_{C(R)}=\sup_{x\in R}|z(x)|$. $v\in S_A$ функциясын алып, келесі сызықты теңдеуді қарастырайық:

$$L_{0,v,\varepsilon}y\equiv -y'''+\left[r(x,v(x))+\varepsilon\left(1+x^2\right)^2\right]y''+\left[s(x,v(x))+\varepsilon\left(1+x^2\right)\right]y=f(x)\,. \tag{7}$$

Осы теңдеумен байланысты $L_{0,v,\varepsilon}y$ $\left(D\left(L_{0,v,\varepsilon}\right)=C_0^{(3)}(R)\right)$ дифференциалдық операторының L_2 кеңістігіндегі тұйықталуын $L_{v,\varepsilon}$ түрінде белгілейміз. $L_{v,\varepsilon}$ тұйық операторының бар екені 2.1 леммасынан шығады. Сызықты (7) теңдеуінің шешімі деп $L_{v,\varepsilon}y=f$ теңдігін қанағаттандыратын $y\in D\left(L_{v,\varepsilon}\right)$ функциясын айтамыз.

(7) теңдеуіндегі $r_{\nu,\varepsilon}(x):=r(x,\nu(x))+\varepsilon(1+x^2)^2$ және $s_{\nu,\varepsilon}(x):=s(x,\nu(x))+\varepsilon(1+x^2)$ функциялары Лемма 2.1 шарттарын қанағаттандырады. Ол (3), (4) қатыстарын тікелей тексеру жолымен көрсетіледі. Сонымен бірге, $\nu\in S_A$ функциясы және $|x-\eta|\le 1$ орындалатындай $x,\eta\in R$ нүктелері үшін $|\nu(x)-\nu(\eta)|\le A$ теңсіздігі орынды. Себебі, $\nu\in W_2^1(R)$ болғандықтан,

$$|\nu(x)-\nu(\eta)|\le\left|\int_\eta^x|\nu'(t)|dt\right|\le\sqrt{|x-\eta|}\left(\int_\eta^x\left[|\nu'(t)|^2+|\nu(t)|^2\right]dt\right)^{1/2}\le\|\nu\|_{W_2^1(R)}+\|\nu\|_{C(R)}\le A.$$

Сондықтан, егер $C_1=\nu(x)$, $C_2=\nu(\eta)$ деп белгілесек, онда

$$\sup_{\substack{|x-\eta|\le1\\x,\eta\in R}}\frac{r_{\nu,\varepsilon}(x)}{r_{\nu,\varepsilon}(\eta)}\le\sup_{\substack{|x-\eta|\le1\\x,\eta\in R}}\ \sup_{|C_1|\le A,|C_2|\le A,|C_1-C_2|\le A}\left(\frac{r(x,C_1)}{r(\eta,C_2)+\varepsilon(1+\eta^2)^2}+\frac{\varepsilon(1+x^2)^2}{r(\eta,C_2)+\varepsilon(1+\eta^2)^2}\right)$$

$$\le\sup_{\substack{|x-\eta|\le1\\x,\eta\in R}}\ \sup_{|C_1|\le A,|C_2|\le A,|C_1-C_2|\le A}\frac{r(x,C_1)}{r(\eta,C_2)}+10<\infty.$$

Сонымен, $r_{\nu,\varepsilon}(x)$ пен $s_{\nu,\varepsilon}(x)$ функциялары үшін 2.2 леммасының шарттары орындалады екен. Онда (7) сызықты теңдеуінің $y=L_{\nu,\varepsilon}^{-1}f$ шешімі бар, ол жалғыз ғана, және келесі теңсіздікті қанағаттандырады

$$\|y\|_W:=\|y''\|_2+\left\|\left[r(x,\nu(x))+\varepsilon(1+x^2)^2\right]y'\right\|_2+\left\|\left[s(x,\nu(x))+\varepsilon(1+x^2)\right]y\right\|_2\le C_3\|f\|_2.\tag{8}$$

S_A шарының A радиусын $C_3\|f\|_2$ - ге тең деп таңдап аламыз да, $P(\nu,\varepsilon)=L_{\nu,\varepsilon}^{-1}f$, $\nu\in S_A$, операторын қарастырамыз. (8) бағалауынан $P(\nu,\varepsilon)$ операторы S_A шарын өзіне бейнелейтінін көреміз. Дәлірек айтқанда, $P(\nu,\varepsilon)$ S_A шарын

$$Q_A=\left\{y:\|y''\|_2+\left\|\left[r(x,\nu(x))+\varepsilon(1+x^2)^2\right]y'\right\|_2+\left\|\left[s(x,\nu(x))+\varepsilon(1+x^2)\right]y\right\|_2\le C_3\|f\|_2\right\}$$

жиынына бейнелейді. Егер $h\ne0$ және $N>0$ болса, онда әрбір $y\in Q_A$ үшін келесі қатыстар орындалады:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left[|y'(t+h)-y'(t)|^2+|y(t+h)-y(t)|^2\right]dt=\text{л}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\left|\int_t^{t+h}y''(\eta)d\eta\right|^2+\left|\int_t^{t+h}y'(\eta)d\eta\right|^2\right]dt\le$$

$$|h|\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\left|\int_t^{t+h}|y''(\eta)|^2d\eta\right|+\left|\int_t^{t+h}|y'(\eta)|^2d\eta\right|\right]dt=|h|^2\int_{-\infty}^{+\infty}\left[|y''(\eta)|^2+|y'(\eta)|^2\right]d\eta\le C_5^2\|f\|_2^2|h|^2,\tag{9}$$

$$\int_{|\eta|\ge N}\left[|y''(\eta)|^2+|y(\eta)|^2\right]d\eta\le\frac{1}{\varepsilon^2}\int_{|\eta|\ge N}(1+\eta^2)^{-1}\left[|y'''(\eta)|^2+(1+\eta^2)^2|y''(\eta)|^2+\varepsilon[1+\varepsilon(1+\eta^2)^2]|y(\eta)|^2\right]d\eta$$

$$\le\frac{1}{\varepsilon^2}C_5^2\|f\|_2^2(1+N^2)^{-1}.\tag{10}$$

(9) –дың оң жағындағы өрнек $h \to 0$ жағдайында, ал (10) теңсіздіктерінің оң жағындағы өрнек $N \to +\infty$ жағдайында нөлге ұмтылады. Онда белгілі Колмогоров-Фреше критерийі бойынша Q_A жиыны $W_2^1(R)$ кеңістігінде компактылы. Демек $P(\nu,\varepsilon)$ - компактылы оператор.

$P(\nu,\varepsilon)$ үзіліссіз оператор екенін көрсетейік. Айталық $\{\nu_n\} \subset S_A$, $\|\nu_n - \nu\|_{W_2^1(R)} \to 0$ ($n \to \infty$) тізбегі берілсін де, y пен y_n, сәйкес, келесі теңдіктерді қанағаттандырсын:

$$L_{\nu,\varepsilon} y \equiv -y''' + \left[r(x,\nu) + \varepsilon\left(1+x^2\right)^2\right] y'' + \left[s(x,\nu) + \varepsilon\left(1+x^2\right)\right] y = f\,, \tag{11}$$

$$L_{\nu_n,\varepsilon} y \equiv -y_n''' + \left[r(x,\nu_n) + \varepsilon\left(1+x^2\right)^2\right] y_n'' + \left[s(x,\nu_n) + \varepsilon\left(1+x^2\right)\right] y_n = f\,. \tag{12}$$

$\{y_n\}$ тізбегі $W_2^1(R)$ нормасы бойынша y - ке жинақталатынын көрсетсек жеткілікті. Келесі теңдік орынды:

$$y_n - y = L_{\nu_n,\varepsilon}^{-1}\left(\left[r(x,\nu_n(x)) - r(x,\nu(x))\right]y'' + \left[s(x,\nu_n(x)) - s(x,\nu(x))\right]y\right). \tag{13}$$

Ол мына өрнектен шығады

$$L_{\nu_n,\varepsilon}(y_n - y) = -y_n''' + \left[r(x,\nu_n) + \varepsilon\left(1+x^2\right)^2\right] y_n'' + \left[s(x,\nu_n) + \varepsilon\left(1+x^2\right)^2\right] y_n + y''' - \left[s(x,\nu_n) + \varepsilon\left(1+x^2\right)\right] y$$

$$= f - \left[-y''' + \left[r(x,\nu) + \varepsilon\left(1+x^2\right)^2\right] y'' + \left[s(x,\nu) + \varepsilon\left(1+x^2\right)\right] y\right] + \left[r(x,\nu) - r(x,\nu_n)\right] y'' + \left[s(x,\nu) - s(x,\nu_n)\right] y$$

$$= \left[r(x,\nu) - r(x,\nu_n)\right] y'' + \left[s(x,\nu) - s(x,\nu_n)\right] y\,.$$

Біріншіден, (6) теңсіздігі және [6] жұмысындағы Лемма 2.1 бойынша

$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[\left|y_n'(x)\right| + \left|y_n(x)\right|\right] = 0\,,\quad \lim_{|x|\to+\infty}\left[\left|y'(x)\right| + \left|y(x)\right|\right] = 0\,.$$

Сондықтан әрбір $\bar{\varepsilon} > 0$ үшін $a > 0$ саны табылып кез-келген $x : |x| > a$ үшін

$$\|y_n - y\|_{W_2^1\|R\setminus[-a,a]\|} < \frac{\bar{\varepsilon}}{2} \tag{14}$$

теңсіздігі орындалады. Екіншіден, $\nu(x)$, $\nu_n(x)$ ($n = 1, 2, \ldots$) - үзіліссіз функциялар, онда теорема шарты бойынша $r(x,\nu_n(x)) - r(x,\nu(x))$ және $s(x,\nu_n(x)) - s(x,\nu(x))$ функциялары да x, ν, ν_n бойынша үзіліссіз. Демек, $n_{\bar{\varepsilon}}$ номері табылып, барлық $n \ge n_{\bar{\varepsilon}}$ үшін

$$\max_{x\in[-a,a]}\left|r(x,\nu_n(x)) - r(x,\nu(x))\right| < \frac{\bar{\varepsilon}}{3C_3\|y''\|_{W_2^1[-a,a]}}\,,\quad \max_{x\in[-a,a]}\left|s(x,\nu_n(x)) - s(x,\nu(x))\right| < \frac{\bar{\varepsilon}}{3C_3\|y\|_{W_2^1[-a,a]}} \tag{15}$$

теңсіздіктері орындалады. Мұндағы C_3 – (8) теңсіздігіндегі тұрақты. (8) бағалауынан

$$L_{\nu_n,\varepsilon}^{-1}\left(\left[r(x,\nu_n(x)) - r(x,\nu(x))\right]y'' + \left[s(x,\nu_n(x)) - s(x,\nu(x))\right]y\right)$$

$$\le C_4\left\|\left[r(x,\nu_n(x)) - r(x,\nu(x))\right]y''\right\|_{L_2[-a,a]} + C_4\left\|\left[s(x,\nu_n(x)) - s(x,\nu(x))\right]y\right\|_{L_2[-a,a]}\,.$$

Осыдан, (13) теңдігі мен (14), (15) теңсіздіктерін ескеріп, алатынымыз

$$\|y_n - y\|_{W_2^1(R)} < C_5\bar{\varepsilon}\,.$$

$y_n = P(v_n, \varepsilon)$ және $y = P(v, \varepsilon)$ екенін ескерсек, $\|P(v_n, \varepsilon) - P(v, \varepsilon)\|_{W_2^1(R)} \to 0$ ($n \to \infty$). Сонымен, $P(v, \varepsilon)$ операторы $W_2^1(R)$ кеңістігінде үзіліссіз, компактылы және S_A тұйық шарын өзіне бейнелейді. Онда белгілі Шаудер теоремасы бойынша S_A шарында $P(v, \varepsilon)$ түрлендіруінің w жылжымайтын нүктесі бар: $P(w, \varepsilon) = w$. Онда $w = L_{w,\varepsilon}^{-1} f$, сондықтан $w \in S_A$ -

$$L_{y,\varepsilon} y = -y''' + \left[r(x, y) + \varepsilon(1 + x^2)^2\right] y'' + \left[s(x, y) + \varepsilon(1 + x^2)\right] y = f(x), \ \varepsilon > 0,$$

теңдеуінің шешімі. Сонымен қатар, w үшін

$$\|w'''\|_2 + \left\|\left[r(x, w) + \varepsilon(1 + x^2)^2\right] w''\right\|_2 + \left\|\left[s(x, w) + \varepsilon(1 + x^2)\right] w\right\|_2 \le C_3 \|f\|_2$$

бағалауы орындалады.

Енді, айталық, $\{\varepsilon_j\}_{j=1}^{\infty}$ нөлге жинақталатын оң сандар тізбегі болсын. Онда жоғарыда көрсетілгендей, $P(v, \varepsilon_j) = L_{v,\varepsilon_j}^{-1} f$ операторының жылжымайтын $y_j \in S_A$ нүктесі

$$L_{\varepsilon_j} y_j := -y_j''' + \left[r(x, y_j) + \varepsilon_j(1 + x^2)^2\right] y_j'' + \left[s(x, y_j) + \varepsilon_j(1 + x^2)\right] y_j = f(x) \tag{16}$$

теңдеуінің шешімі болады да, ол үшін келесі бағалау орындалады

$$\|y_j'''\|_2 + \left\|\left[r(x, y_j(x)) + \varepsilon_j(1 + x^2)^2\right] y_j''\right\|_2 + \left\|\left[s(x, y_j(x)) + \varepsilon_j(1 + x^2)\right] y_j\right\|_2 \le C_3 \|f\|_2, \ j \in N. \tag{17}$$

Айталық, $[a, b]$ кез-келген шенелген аралық болсын. (17) теңсіздігі бойынша, $\{y_j\}_{j=1}^{\infty} \subset W_2^2[a, b]$ тізбегінен j шексіздікке ұмтылғанда $\|y_{\varepsilon_j} - y\|_{L_2[a,b]} \to 0$ болатындай $\{y_{\varepsilon_j}\}_{j=1}^{\infty}$ тізбекшесін бөліп алуға болады. Онда (16) мен 1.1 анықтамасы бойынша, $y \in L_2$ функциясы (1) теңдеуінің шешімі екені шығады. (17) бағалауындағы C_3 - тің мәні ε_j - ге тәуелді. Сондықтан (17) -де j-ді шексіздікке ұмтылдыра отырып шекке көшіп, (2) қатысына келеміз. Теорема дәлелденді.

Мақала ҚР БҒМ Ғылым комитетінің № AP05131649 «Ығыспалы эллиптикалық теңдеулер: шешімдердің регулярлығы және аппроксимативтік қасиеттері» жобасының қаржылық қолдауымен орындалды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Maxworthy T., Redekopp L. G. A solitary wave theory of the great red spot and other observed features in the Jovian atmosphere // Icarus. -1976. –Vol. 29. -P. 217.

2 Перельман Т.Л., Фридман А.Х., Ельяшевич М.М. Модифицированное уравнение Кортевега –де Фриза в электродинамике // Журн. эксп. и теор. физ. -1974. -Т. 66. –С. 1316-1323.

3 Liu C.H., Weznik A.W., Yeh K.C. Propagation of pulse trains through a random // IEEE Trans. Ant. Prop. -1974, AP-22. – P. 184-187.

4 Тайманов И.А. Конечнозонные решения модифицированных уравнений Веселова-Новикова , их спектральные свойства и приложения // Сиб. мат. журнал. -1999. -Т. 40, № 6. -С. 1352-1319.

5 Муратбеков М.Б., Муратбеков М.М., Оспанов К.Н. Коэрцитивная разрешимость дифференциального уравнения нечетного порядка и ее приложения// Доклады Академии наук. -2010. -Т. 435, № 3. -С. 308-310.

6 Ospanov K., Akhmetkaliyeva R. Separation and the existence for second order nonlinear differential equation // Elec. J. Qual. Th. Dif. Eq. - 2012, no. 66. –P. 1-12.

7 Оспанов Қ.Н., Есқабылова Ж.Б. Үшінші ретті бір нұқсанды дифференциалдық оператордың анықталу облысын сипаттау // Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ Хабаршысы. -2017, № 6 (121). 30-36 б.