МРНТИ 02.91:27. 01.09
УДК 101.9:51-7

https://doi.org/10.51889/2020-3.1728-7901.03

Н.Т. Ошанова

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

МУЗЫКАНЫҢ ӘЛ-ФАРАБИ БОЙЫНША МАТЕМАТИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

Аңдатпа

Мақалада музыкадағы әл-Фараби бойынша математикалық негіздері туралы түсінік беріліп, музыкалық интервалдарды алу үшін қатынастармен орындалатын арифметикалық амалдардың Фараби бойынша тәсілдері ұсынылды. Фараби музыка өнерін білу үшін математикадан алынған біршама бастамаларға назар аударған.

Бұл мақалада оның сандық қатынастар жағынан қажет болған үш нарсені көрсетуі бойынша кең мағлұмат беріледі. Музыкалық интервалдар әртүрлі мәнге ие. Оларды бөлуге, көбейтуге және қосуға болады. Музыка теориясында белгілі сандық қатынастармен, сонымен қатар ол қатынастарды қосу мен азайту амалдарымен жұмыс жасауда математикалық негіздерімен таныс болу керек. Фараби дыбыстардың арақашықтық қасиеттері туралы ғылыми түсінік беріп қана қоймай, үйлесімділік пен музыкалық әуендердің пайда болуының математикалық негіздерін ашады.

Түйін сөздер: әл-Фараби, арифметика, математика негіздері, арифметикалық әдіс, музыка теориясы, арифметикалық қатынас, музыкалық интервал.

Аннотация

Н.Т. Ошанова

Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г.Алматы, Казахстан

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МУЗЫКИ ПО АЛЬ-ФАРАБИ

В данной статье рассматриваются математические основы музыки по аль - Фараби, предложены основные действия арифметических операций с отношениями по Фараби для получения музыкальных интервалов. Фараби обратил внимание на некоторые проблемы для изучения музыкального искусства.

В этой статье дается обширное понятие о том, как три основные задачи нужны для получения соотношении. Музыкальные интервалы имеют разные значения. Их можно делить, умножать и сложать. В теории музыки надо быть знаком математическими основами для работы с соотношениями, а также арифметическими действиями как умножение, деление и сложение. Фараби не только дает научное представление о соотношении звуков, но и раскрывает математические основы возникновения гармонии и музыкальных мелодий.

Ключевые слова: аль-Фараби, арифметика, математические основы, арифметические методы, теория музыки, арифметические отношения, музыкальный интервал.

Abstract

MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF MUSIC BY AL-FARABI

Oshanova N.T.

Abai Kazakh National pedagogical university, Almaty, Kazakhstan

This article discusses the mathematical foundations of al - Farabi music, and suggests the main actions of arithmetic operations with Farabi relations to obtain musical intervals. Farabi drew attention to some problems for the study of musical art. This article provides an extensive understanding of how the three main problems are needed to get the ratio. Musical intervals have different values. You can divide them, multiply them, and listen to them. In music theory, you need to be familiar with the mathematical foundations for working with ratios, as well as arithmetic operations like multiplication, division, and addition. Farabi not only gives a scientific idea of the ratio of sounds, but also reveals the mathematical foundations of the emergence of harmony and musical melodies.

Keywords: al-Farabi, arithmetic, mathematical foundations, arithmetic methods, music theory, arithmetic relations, musical interval.

Әлемдік музыка мәдениеті тарихында музыка туралы ғылыми білімнің қарқынды өсуін білдіретін кезеңдер бар: осы саладағы барлық алдыңғы тәжірибені жалпылау музыкалық өнер ғылымының болашақ қайшылықтарын алдын-ала болжауда жаңа және нақты түсінік береді. Зерттеушілердің ойы оларға қайта оралып, өткен теориялық ілімдерден қазіргі мәдениеттің қайнар көздері туралы ақпарат алады. Шығыс музыка ғылымының аса ірі өкілі Әл-Фарабидің есімін музыка туралы тұтас ілім жасауға еңбегі сіңген Августин және Боэций сияқты Орта ғасырлардағы аса көрнекті ғалымдардың аттарымен қатар қоюға болады.

Әбу Насыр Мұхаммед әл-Фараби (870-950) – философияның, логиканың, жаратылыстанудың және нақты ғылымдардың дамуына елеулі үлес қосқан ірі араб-мұсылман ойшыл-энциклопедисті, музыкалық тарихнамада ерекше орын алады [1]. Фарабидің музыкалық-теориялық мұрасы орта және Таяу Шығыс халықтарының музыка тарихы мен теориясын зерттеуде негізгі рөл атқарады. Бұл тұрғыда оның «Музыканың үлкен кітабы» (Китаб әл-мусика әл-кабир) еңбегінің маңызы зор. Бұл шығармада Фараби Орта ғасырдағы ең ірі музыкатанушы ретінде көрсетеді. Ол дыбыстардың арақашықтық қасиеттері туралы ғылыми түсінік беріп қана қоймай, үйлесімділік пен музыкалық әуендердің пайда болуының математикалық негіздерін ашады. Әл-Фарабидің музыкалық еңбектері шығыстану ғылымында монографиялық, арнайы еңбектерде [2-3], сондай-ақ таяу және Орта Шығыстағы музыка ғылымы бойынша зерттеулерде бірнеше рет қарастырылды [4-5].

Орыс тілді әдебиеттерде әл-Фарабидің музыкалық-теориялық көзқарастарын И. Раджабов, А. Джахид, И. Земцовский және т. б. зерттеді [6-8], ал О. Матякубовтың монографиясында [4] лад, ырғақ, музыкалық аспаптар теориясының жалпылама баяндалуы ұсынылған. Аталған авторлардың еңбектерінде теорияның мазмұны жалпы теориялық және эстетикалық мәселелер тұрғысынан қарастырылды. Әл-Фарабидің музыкалық-теориялық көзқарастары А.К.Көбесовтың еңбектерінде де көрініс табады [8]. Соңғы жылдары Әл-Фарабидің жекелеген музыкалық шығармаларын қазақ тіліне аударуға көп көңіл бөлінуде. Әл-Фарабидің музыкасы математика ғылымдарының қатарына жатады. Музыка-дыбыстар мен дыбыстық қатынастар әлемі. Негізгі элемент - дыбыс. Әл-Фараби өзінің музыкалық шығармаларында ежелгі ғана емес, сонымен бірге қазіргі заманғы идеяларға сәйкес келетін дыбыс ұғымын береді. Дыбыс - бұл басқа физикалық дененің күшімен (соққымен) басқарылатын физикалық дененің тербелісі (қатты немесе жұмсақ). Дыбыс төрт негізгі өлшеу параметрлеріне ие: биіктігі, ұзақтығы, тембр және көлемі [4].

Әл-Фарабидің музыкалық дыбысы әртүрлі аспектілерде - физикалық және геометриялық дене, арифметикалық сан ретінде қарастырылады. Сонымен қатар, Әл-Фараби адам дауысының дыбыстарын – «табиғи» және аспаптардың дыбыстарын – «жасанды» деп ерекше ажыратады. Дыбысты зерттеудің негізгі саласы - оның биіктік жүйесіндегі байланысы. Ладты игерудің бірінші кезеңіндегі биіктік құрылымдарының өзі оларды құрайтын дыбыстар тұрғысынан зерттеледі. Интервал, ең алдымен, дыбыстардың бағынуы ретінде пайда болады, содан кейін біртұтас тұтастық ретінде пайда болады, оның басқа интервалдарға қатынасы қарастырылады. Аралықтарды анықтау кезінде Әл-Фараби жолдың ұзындығын бір тонның екіншісіне қатысты орнын оңай анықтауға мүмкіндік беретін маңызды мәлімет береді. Әл-Фараби «Музыканың үлкен кітабы» атты трактатында өзі теориялық арифметиканың пәні болғанымен музыка теориясында әртүрлі қолданыс тапқан сандар қатынасына ерекше тоқталады. Осыған байланысты, өзінің трактатындағы кіріспенің соңғы бөлігінде айтылған әл-Фарабидің келесі пікірі үлкен қызығушылық тудырады: «Бұл музыка туралы ілімде қолданылатын арифметикадан білу керек нәрсенің барлығын тондар мен интервалдарды, олардың мәні анықталатындай және оны жеке сандар көмегімен келтіруге болатындай етіп қалай қарыстыру керек екендігін көрсеттік. Сонымен қатар, біз бұл мәндерді қатысты сандар көмегімен келтіру үшін қандай көзқарас тұрғысынан қарастыру керек екендігін көрсеттік».

Мұнда әл-Фарабидің сәйкес бүтін және бөлшек сандар ретінде қолданылатын «жеке сандар» (адад әл-муфрада), «қатысты сандар» (адад әл-мудафа) терминдері қызығушылық тудырады. Осылайша, теориялық және практикалық арифметика бірін-бірі толықтыра отырып, ажырамас бірлікте жүреді. Айтылған ой әл-Кашидің еңбектерінен айқын көрінеді, ол былай деп жазды: «Егер біз санның өзіндік мөлшерін қарастырсақ, яғни қандай да бір басқа мөлшерге қатысты болмаса, бүтін деп аталады, мысалы, бір, екі, он, он бес, жүз; ал егер мөлшерді басқа мөлшерге қатысты деп қарастырсақ, онда ол бөлшек сан деп аталады, ал ол қатысты болған сан бөлімі деп аталады, мысалы, жарты деп аталатын екіден бір, бестен үш, яғни бірдің бестен үш бөлігі».

Бүтін сан оң және теріс таңбасымен алынған барлық натурал сандар жиынынан құралған сандар жиынын атаймыз. Яғни бүтін сандар $0, 1, 2, 3, 4, \ldots$ және $-1, -2, -3, -4, \ldots$ сандар жиындарының бірігуінен құралған [11].

Бөлшек сан арифметикада - бірліктің (бір бүтіннің) бір не бірнеше тең үлестерінен құралған сан. Ол m/n белгісімен өрнектеледі, мұндағы m – бөлшектің алымы, ол бірліктен алынған үлес санын көрсетеді, ал n – бөлшектің бөлімі, ол бірліктің тең бөлікке бөлінгендігін көрсетеді [12]. Осы мәселеге байланысты Г.П.Матвиевская былай дейді: «Осылайша, әл-Каши бойынша теориялық арифметикадан алынған «өзіндік сан» («жеке сан») мен «тәуелді сан» түсініктері бүтін және бөлшек санға сәйкес келетін практикалық арифметиканың түсініктеріне айналды»[3]. Әл-Фараби «Музыканың үлкен кітабының» кіріспесінде музыка теориясын құруда қолданылуы мүмкін сандар туралы ілімнің сұрақтарын арнайы атап көрсетеді. Әл-Фараби оларды арифметикадан алынған қағидалар деп атайды.

Әл-Фарабиді бүтін сандарды салыстырғанда пайда болатын сандық қатынастар ерекше қызықтырады. Ол былай деп жазады: «Кез келген санды екі жағынан қарастыруға болады: өз алдына сан ретінде немесе берілген жағдайда салыстыру мүшесі қызметін атқаратын басқа санға қатысты сан ретінде. Бірінші жағдайда мәселе, мысалы, «бір» санында болып тұр, біз оны екі санымен салыстырмай және екінің жартысы екендігін айтпай жеке сан ретінде қарастырамыз. Немесе біз екі санын бір санымен салыстырмай және оның бір үшін екі еселенген сан екендігін айтпай жеке қарастыра аламыз. Дәл осыны басқа барлық сандар үшін де айтуға болады. Екінші жағдайда қарастырылатын сан қандай да бір басқа санға қатысты деп алынады, және ол сол сан үшін өлшеу бірлігі қызметін атқарады. Мысалы, бір саны екі санына қатысты өлшеу бірлігі болады, және де басқа сандар үшін де солай.

Сөйтіп, Әл-Фараби тұжырымдамасы бойынша, бір саны тең құқылы сан ретінде қолданылады, және ол $m<n$ болған кездегі $\dfrac{m}{n}$ түріндегі дұрыс сандарды қарастырады.

Әл-Фараби сандардың қатынасы екі түрлі болады деп ойлады, яғни теңдік және теңсіздік қатынастары. Ол былай деп жазды: «Егер екі санды салыстырсақ, онда олар тең немесе тең емес болады. Екі тең сандардың қатынасы теңдік қатынас деп аталады. Егер сандар тең болмаса, онда олардың арасындағы қатынас екі түрлі болады: не олардың ең кішісі ең үлкенімен салыстырылады, мысалы 1 мен 2 сияқты, не ең үлкені ең кішісімен салыстырылады, мысалы 2-нің 1-ге қатынасы». Сөйтіп, теңсіздік қатынастары кіші және үлкенге бөлінеді.

Әл-Фараби музыка теориясында кең қолданыс тапқан сандық қатынастарға қолданылатын амалдарды жан-жақты қарастырады. Бұл жайында әл-Фараби былай деп жазады: «Келесі үш есептің қандай түрде шешілетіндігін түсіндірген кезде, біз музыка арифметикадан нені алғандығының барлығын көрсеттік деп айта аламыз:

1. Сандар қатары бір-бірімен белгілі бір қатынаста болады. Бізге қатынастары өзінде бүкіл қатынастарды қамтитын сондай екі санды табу керек.

2. Екі сан бір-біріне белгілі қатынаста орналасқан. Бізге осы қатынасты бастапқы қатынаста сақтайтын ортақ сандарды табу керек.

3. Берілген қатынастағы екі сандар, олардың қосындысын бастапқы қатынастан алуға болатындай, өздерінің арасында ортақ мүшеге ие. Бізге қалдық қатынасты беретін санды табу керек, яғни қосындымен салыстырғандағы бастапқы қатынастың қалдығын табу керек.

Бірінші есепті шешу – екі санның қосындысын табу. Екінші есептің шешімі бір қатынасты бірнеше қатынасқа бөлу, ал үшінші есеп бір қатынасты басқа қатынастан алу жолымен табылады. Осылайша, Фараби сандық қатынастармен орындалатын үш амалды орнатады – қосу, бөлу (жіктеу) және қатынастарды алу. Осы жерде ол музыка теориясына байланысты пайда болған көрсетілген үш есептің шешімінің қарапайым әдісін ұсынады. Сонымен қатар, әл-Фараби осы мақсатқа қажет болатын ғана сандық қатынастардың түрін қарастырумен шектеледі. Яғни, мұндағы, қосу, бөлу және азайту деп ол дәстүр бойынша сәйкес көбейту, жіктеу және бөлу амалдарын түсінеді.

Фараби музыка теориясын құру үшін қажетті осы мәліметтердің көмекші сипаттамаларына байланысты пайда болған қосу, бөлу (жіктеу) және қатынастарды азайту ережелерін дәлеледеусіз келтіреді.

Қосу (көбейту). Оның қосу ережесі екі жағдайға ажыратылады:

1) қосылатын қатынастар бір-біріне тең;

2) қосылатын қатынастар бір-біріне тең емес.

Бірінші жағдайға қатысты ол былай жазады: «Егер сөз бір қатынасты екінші қатынасқа екеуі де тең болғанда қосу туралы болса, онда біз ол қатынасты ең қарапайым түрінде аламыз. Екі мүшесінің әрбірін өз-өзіне көбейтеміз. Алынған көбейтінділер бір-біріне ізделініп отырған қатынаста болады».

Оны былай жазуға болады:

$$\frac{A}{B}\cdot\frac{A}{B}=\frac{A\cdot A}{B\cdot B}=\frac{A^2}{B^2}.$$

Көрсетілген ереже келесі мысалмен келтіріледі: «Егер де, мысалы, $1+\dfrac{1}{3}$ қатынасын $1+\dfrac{1}{3}$ қатынасына (бұл қатынастардың әрқайсысының ең қарапайым мүшелері 4 пен 3-ке тең) қосқымыз келсе, онда соңғыларын өз-өзіне көбейтеміз. Сонда осы екі сан сәйкесінше 16 мен 9 сандарын береді. Осы сандардың қатынасы ізделініп отырған қатынас болады».

Берілген мысалда

$$\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{3}=\frac{16}{9}.$$

Әл-Фараби бұл ережені қосындылардың кез келген қажетті саны үшін жалпылайды.

Ол осыған ұқсас ережені қосылатын қатынастар бір-біріне тең емес жағдай үшін де келтіреді: «Егер қосылатын қатынастар өзара тең болмаса, онда олар не тізбектес немесе тізбектес емес болады. Мысалы, $1+\frac{1}{2}$ және $1+\frac{1}{3}$ қатынастары тізбектес. $1+\frac{1}{2}$ және $1+\frac{1}{4}$ қатынастары тізбектес емес.

Егер қосылатын қатынастар тізбектес болса, онда олардың әрқайсысының ең қарапайым сандарын алып, қатынастардың біріндегі ең кіші сан бір уақытта басқа қатынаста ең үлкені болатынын байқаймыз. Осылайша, біз үш тізбектес – екі шеткі және бір ортаңғы сандар аламыз. Ең үлкен санның ең кішісіне қатынасы қатынастың суммасы болады.»

Әл-Фараби «тізбектес» деп келесі түрдегі қатынастарды атайды

$$1+\frac{1}{n},\ 1+\frac{1}{n+1},\ 1+\frac{1}{n+2}...,$$

оларды қосу келесіден құралады

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{1}{n+1}\right)=\frac{n+1}{n}\cdot\frac{n+2}{n+1}=\frac{n+2}{n}$$

немесе

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)\left(1+\frac{1}{n+2}\right)=\frac{n+2}{n+1}\cdot\frac{n+3}{n+2}=\frac{n+3}{n+1}.$$

Ары қарай әл-Фараби былай жазады: «Қосуға тиісті екі қатынас та тең емес және тізбектес емес болғанда, онда келесі түрге келтіреміз: олардың ең қарапайым мүшелерін аламыз. Олар бізге төрт сан береді. Олардың ең үлкені ең үлкен шеткі мәнді, ең кішкентайы – шеткі мәндердің ең кішісін білдіреді. Екі аралық сан, яғни ортаңғы сандар: бірі ең үлкен шеткі санға, екіншісі ең шеткі кіші санға жақын.

Егер ең үлкен санға жақын санды кіші санға, ал кіші санға жақын санды ең үлкен санға көбейтетін болсақ, онда алынған екі сан да ізделінді қатынаста болады».

Шамасы, әл Фараби «тізбектес емес» қатынас деп келесі түрдегі қатынастарды санайды:

$$1+\frac{1}{n}, 1+\frac{1}{n+2}, 1+\frac{1}{n+4} \text{ және т.б.},$$

оларды қосу шынында да көрсетілген ережемен орындалады. Мысалы, $1+\frac{1}{n}$ мен $1+\frac{1}{n+4}$ қатынастарын қосу кезінде төрт сан алынады: $n, n+1, n+4, n+5$. Оларды көрсетілген ереже бойынша қос-қостан көбейтіп, ізделінді қатынас болатын төмендегі қатынасты аламыз:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{1}{n+4}\right)=\frac{(n+1)(n+5)}{n(n+4)}.$$

Осылайша, әл-Фарабидің қатынастарды қосу амалы, мағынасы бойынша, бүгінгі бөлшектерді көбейту ережесімен сәйкес келеді.

Қатынастарды бөлу (жіктеу). Жоғарыда атап өткендей, әл-Фараби бойынша қатынастарды бөлу – берілген қатынасты олардың қосындысы бастапқы қатынасқа тең болатындай бірнеше өзге қатынастарға бөлу. Бұл музыка теориясының негізінде пайда болған арнайы амал, яғни: ол квартаның интервалдарын өзгермелі (модулирующие) компоненттерге жіктеу кезінде арифметикалық аппарат ретінде қолданылды.

Қатынастарды бөлу үшін әл-Фараби келесі ережені ұсынады: «Егер біз бір қатынасты бірнеше басқа қатынастарға бөлгіміз келсе, онда біз мүшелері өзара бірдей шамаға немесе әртүрлі шамаға айырмашылықта болатын қатынастар қатарын құрамыз. Бірінші жағдайда төменде көрсетілгендей жасаймыз: берілген қатынастың қарапайым мүшелері бізге жүргізу қажет болатын бөлулер санына тең санға көбейтіледі. Осылайша, біз бөлуге тиісті қатынастың жаңа шеткі мүшелері болатын екі сан аламыз. Аралық сандар бір-бірінен ізделінді қатынастағы аралықта болады.

Әл-Фараби бұл ережені келесі мысалмен келтіреді: сөйтіп, мысалы, біз өзімізге $\frac{4}{3}$ қатынасын қарапайым мүшелері бір-бірінен тең шамаға ерекшеленетін басқа үш қатынасқа бөлу мақсатын қойған болайық. 3 және 4 саны, яғни берілген қатынастың мүшелері 3-ке көбейтіледі. 12 және 9 шығады. Бұл сандардың арасына екі ортаңғы сандар орналасады, яғни 11 мен 10. Осылайша, біз үш қатынас аламыз: $1+\frac{1}{11}$, $1+\frac{1}{10}$ және $1+\frac{1}{9}$ және төрт мүшесін аламыз».

Жалпылама түрде бұл ережені былай жазуға болады: $\frac{n+d}{n}$ қатынасы берілген болсын, оны k қатынастарға бөлу керек.

Көрсетілген ереже бойынша:

$$\frac{n+d}{n}=\frac{k(n+d)}{kn}=\frac{kn+kd}{kn+d(k-1)}\cdot\frac{kn+d(k-1)}{kn+d(k-2)}\cdots\frac{kn+2d}{kn+d}\cdot\frac{kn+d}{kn}$$

Мұнда, мағынасы бойынша, әл-Фараби шеткі мүшелері $k(n+d), kn$ және айырмасы $d=(n+d)-n$ болатын арифметикалық прогрессияны құрайтын k сандарды табуға сүйенеді.

Келтірілген мысалда $k=3$ - шеткі мүшелері сәйкес 12 мен 9-ға, айырмасы $d=4-3=1$ тең, сондықтан

$$\frac{4}{3}=\frac{12}{9}=\frac{12}{11}\cdot\frac{11}{10}\cdot\frac{10}{9}.$$

Бұл мысал кездейсоқ таңдалынған жоқ, себебі берілген жағдайда жіктеуге тек қана музыкада «жиі кездесетін» қатынастар ғана қатысады.

Әл-Фараби басқа жағдай үшін де ереже ұсынады, онда бір қатынас мүшелері бір-бірінен бірдей емес санға айырмашылықта болатын бірнеше басқа қатынастарға бөлуге тура келеді. Ол үшін әл-Фараби бірінші берілген қатынасты көрсетілген әдіс бойынша мүшелері бір-бірінен бірдей санға айырмашылықта болатын басқа бірнеше қатынастарға бөлуді ұсынады, ары қарай осы алынған қатынастар өз кезегінде дәл осындай түрде бөлінеді. Әл-Фараби сандық қатынастарды жіктеудің басқа да түрлері болатынын ескереді.

Азайту (бөлу). Қатынастарды азайтуды әл-Фараби қатынастарды қосуға кері амал ретінде қарастырады. Ол мағынасы бойынша қазіргі бөлшектерді бөлу ережесіне ұқсас ережені ұсынады: «Егер бізге бір қатынастан екінші қатынасты алу керек болса, онда келесі ережені қолданамыз: екі қатынастан да ең қарапайым мүшелерін аламыз, бірінші қатынастың ең кіші мүшесін екінші қатынастың ең үлкен мүшесіне көбейтеміз, одан кейін соңғысының ең кіші мүшесіне бірінші қатынастың ең үлкен мүшесін көбейтеміз. Осы екі амалдың нәтижесінде бір-бірімен қалдық қатынаста болатын екі сан алынады.

Оны былай жазуға болады:

$$\frac{A}{B}:\frac{C}{D}=\frac{A\cdot D}{B\cdot C}$$

Көрсетілген ереже келесі мысалмен келтіріледі: «Егер, мысалы бізге $1+\frac{1}{3}$ қатынасын $1+\frac{1}{2}$ қатынасынан алу керек болса, онда біз осы екі қатынастың қарапайым мүшелері сәйкес: 4 пен 3, 3 пен 2 болатынын байқаймыз. 3-ті, яғни $1+\frac{1}{2}$ қатынасының ең үлкен мүшесін 3-ке, яғни $1+\frac{1}{3}$ қатынасының ең кіші мүшесіне көбейтеміз, содан кейін 2-ні 4-ке көбейтеміз. Осы екі амалдың нәтижесінде екі сан аламыз, яғни 9 және 8, олардың қатынасы, яғни $1+\frac{1}{8}$ ізделінді қатынас, яғни қалдық болады».

Берілген мысалда:

$$\left(1+\frac{1}{2}\right):\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{2}:\frac{4}{3}=\frac{3\cdot 3}{4\cdot 2}=\frac{9}{8}.$$

Фараби әртүрлі музыкалық интервалдарды, түрлер, топтарды алу кезінде осы қатынастармен орындалатын барлық амалдарды шебер қолданады, сонымен қатар ол көпсанды, өте қиын болып табылатын арифметикалық-есептеуіш сипаттағы мәселелерді шешеді. Мұнда ол өзін шебер практик-есептеуіш ретінде танытады. Әл-Фарабидің бұл әдісі музыкалық дыбыстар мен интервалдарды нақты физикалық құбылыстар ретінде сандар мен сандық қатынастардың көмегімен сипаттауға болатындығын негіздейді. Әл-Фараби әр тонға санды, ал музыкалық интервалдарға сандар қатынасын сәйкес келтіреді [12]. Музыка теориясын құру әдісіне сүйене отырып, Фараби арифметиканы қолдануға негізделген музыкалық интервалдарды алудың осындай өзіндік әдісін ұсынады. Көріп отырғанымыздай, Әл-Фараби математика мен музыканы бір-біріне қатысты деп санады. Ол музыка математиканың жеке көрінісі деп санайды. Музыканың үлкен кітабында ол бұл туралы былай деп жазады: «Музыка математикамен байланысты, өйткені оның мақсаты дыбыстарды және олармен байланысты барлық нәрсені, шамаларды зерттеу болып табылады» [13]. Әл-Фарабидің «Музыканың үлкен кітабы» атты шығармасы тек ертедегі барлық музыка теориясының тарихи еңбегі емес, сонымен бірге өзіндік және келешектік құны бар еңбек. Фараби Евклид іліміне сүйене отырып, музыкалық интервалдарды зерттеуде математиканы кеңінен қолданған, сонымен қатар дыбыстарды өлшеуге мүмкін болатын шамалармен типтес етіп өлшеуді ұсынады. Мысалы, тондарды (үндерді) ажырату үшін әл-Фараби бір жағынан шек ұзындығының қатынастарын пайдаланса, ал екінші жағынан бұл қатынастарға арифметикалық тәсілдерді қолданады. Ол интервалдарды қосу, азайту, бөлу және т.б. сол сияқты мүмкіншілігі бар барлық амалдарды пайдаланады.

Қорыта келгенде, Фарабидің пікірінше, музыканың ғылыми іргетасы математика ғылымының қағидаларынан тұрады, ал оның негізгі мақсаты мен адамның эстетикалық мұқтаждығын қанағаттандыруға тиісті оның бір ұшы поэзияға тіреледі, өйткені поэтикалық тіл мен музыка тілі бір-біріне етене болып қабысқан кезде музыканың әсерлігі күшейе түседі, яғни музыка ғылым ретінде математикаға жақын тұрса, өнер ретінде поэзияға туыстас. Фарабидің музыка теориясын дамытуы осы ғылымның келешектегі өсуіне жол ашты.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 *Аль-Фараби О происхождении наук // Григорян С.Н. Из истории философии Средней Азии и Ирана 7-12 вв. - М., 1960.*

2 *Al-Farabi Grand traite de la musique Kitabu 1-musiqi al-kabir // d'Erlanger R. La musiquearabe. - T.l-2. - Paris, 1930-35.*

3 *Матвиевская Г.П. Фараби и математика Общественные науки в Узбекистане. - №6. - Ташкент, 1973.*

4 *Матякубов О. Фараби об основах музыки Востока. - Ташкент, 1986.*

5 *Раджабов И.О. О наследии Фараби в области музыки // Общественные науки в Узбекистане. - №6. - Ташкент, 1973.*

6 *Джахид А. К вопросу изучения биографии и мировоззрения аль-Фараби // Сборник работ аспирантов. - Душанбе, 1962.*

7 *Земцовский И.И. Учение о форме аль-Фараби и актуальные вопросы анализа музыкальной формы. - Нови Сад, 1987.*

8 *Кубесов А.* Математическое наследие аль-Фараби. - Алма-Ата, 1974.

9 Әбу Насыр Әл-Фараби. Он томдық шығармалар жинағы. 8 том. Музыка туралы үлкен кітап (1 бөлім). – Астана: Лотос-Астана, 2008. – 360 б.

10 Абу Насыр аль-Фараби. Книга о музыке: Философские трактаты]. – Международный клуб Абая, 2014. – 508 с.

11 Аль-Фараби Трактаты о музыке и поэзии: пер. с араб. М.С. Бурабаев. – Алматы: Ғылым, 1993. – 456 с.

12 Әбу Насыр әл-Фараби. Музыка туралы үлкен кітап. Ауд.: Ж.Сандыбаев. - Алматы: Колор, 2008. – 751 б.

13 Бидайбеков Е.Ы., Ошанова Н.Т., Төребекова Р.Қ. Әл Фараби бойынша музыка теориясының арифметикалық негіздерін оқып-зерттеудің қажеттілігі. Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршысы. «Физика-математика ғылымдары» сериясы, - Алматы, №4(56), 2016 ж., - Б.44-50

References:

1 Grigorjan S.N. (1960) Al'-Farabi O proishozhdenii nauk [Al-Farabi About the origin of sciences] Iz istorii filosofii Srednej Azii i Irana M. 7-12. (In Russian)

2 Al-Farabi Grand traite de la musique Kitabu 1-musiqi al-kabir // d'Erlanger R. La musiquearabe. - T.l-2. - Paris, 1930-35.

3 Matvievskaja G.P. (1973) Farabi i matematika [Farabi and mathematics]. Obshhestvennye nauki v Uzbekistane. №6. Tashkent. (In Russian)

4 Matjakubov O. (1986) Farabi ob osnovah muzyki Vostoka [Farabi about the basics of Oriental music]. Tashkent,. (In Russian)

5 Radzhabov I.O. , (1973) O nasledii Farabi v oblasti muzyki [About Farabi's heritage in the field of music] Obshhestvennye nauki v Uzbekistane. №6. Tashkent. (In Russian)

6 Dzhahid A. (1962) K voprosu izuchenija biografii i mirovozzrenija al'-Farabi [On the issue of studying the biography and worldview of al-Farabi]. Sbornik rabot aspirantov. Dushanbe.

7 Zemcovskij I.I. (1987) Uchenie o forme al'-Farabi i aktual'nye voprosy analiza muzykal'noj formy. [The doctrine of the form of al-Farabi and topical issues of the analysis of the musical form] Novi Sad. (In Russian)

8 Kubesov A. (1974) Matematicheskoe nasledie al'-Farabi [Mathematical heritage of al-Farabi]. Alma-Ata. (In Russian)

9 Əbu Nasyr Əl-Farabi. On tomdyқ shyғarmalar zhinaғy. 8 tom. Muzyka turaly үlken kitap (1 bөlim). [A collection of ten volumes of essays. 8 vol. Excellent book about music (part 1)] Astana: Lotos-Astana, 360. (In Kazakh).

10 Abu Nasyr al'-Farabi. (2014) Kniga o muzyke: Filosofskie traktaty. Mezhdunarodnyj klub Abaja, [Book of music: Philosophical treatises]. 508 s. (In Russian)

11 Burabaev M.S. (1993) Al'-Farabi Traktaty o muzyke i pojezii: per. s arab. [Al-Farabi Treatise on Music and Poetry: trans. Arabic]. Almaty: Fylym, 456. (In Russian)

12 Əbu Nasyr əl-Farabi (2016). Muzyka turaly үlken kitap. Aud.: Zh.Sandybaev. - Almaty: Kolor, 2008. – 751 b. (In Kazakh).

13 Bidajbekov E.Y., Oshanova N.T., Tөrebekova R.Қ. (2016) Əl Farabi bojynsha muzyka teorijasynyң arifmetikalyқ negizderin oқyp-zertteudiң қazhettiligi. [The need to study the arithmetic basis of music theory according to Al Farabi]. Abaj atyndaғy ҚazҰPU Habarshysy. «Fizika-matematika ғylymdary» serijasy, Almaty, №4(56), 44-50. (In Kazakh).