

С.И. Кабанихин^{1,2}, М.А. Бектемесов³, Ж.М. Бектемесов^{4*}

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск, Россия

²Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия

³Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан

⁴Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

*e-mail: jolaman252@gmail.com

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭПИДЕМИОЛОГИИ СТОХАСТИЧЕСКИМИ ПРИРОДОПОДОБНЫМИ МЕТОДАМИ

Аннотация

Пандемия Covid-19 показала, что в мире существует ряд актуальных глобальных проблем. Для того, чтобы максимально предотвратить распространение инфекции, необходимо всесторонне анализировать динамику развития заболевания, рассчитывать нагрузку на сферу здравоохранения и делать более реалистичные прогнозы с помощью инструментов математического моделирования. Для анализа динамики вспышки Covid-19 были использованы несколько статистических, динамических и математических моделей, в том числе модели SEIRD и SEIR-HCD. Улучшенная математическая модель SEIR-HCD компенсирует несоответствие между фактическими и прогнозируемыми данными. Прогнозируемые решения были получены с помощью методов решения обратных задач, используя стохастические природоподобные алгоритмы глобальной оптимизации для восстановления параметров математической модели с использованием общедоступных данных, связанных с пандемией Covid-19, где в свою очередь восстановленные значения параметров помогут выстроить среднесрочный прогноз распространения инфекционного заболевания в отдельно взятых регионах либо по стране в целом.

Ключевые слова: математическое моделирование, пандемия, обратная задача, идентификация, оптимизация, алгоритм светлячка.

Аңдатпа

С.И. Кабанихин^{1,2}, М.А. Бектемесов³, Ж.М. Бектемесов^{4*}

¹РФА СБ Есептеу математикасы және математикалық геофизика институты, Новосибирск қ., Ресей

²Новосибирск мемлекеттік университеті, Новосибирск қ., Ресей

³Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

⁴Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

ЭПИДЕМИОЛОГИЯНЫҢ КЕЙБІР КЕРІ ЕСЕПТЕРІН СТОХАСТИКАЛЫҚ ТАБИҒАТҚА ҰҚСАС ӘДІСТЕРМЕН ШЕШУ

Covid-19 пандемиясы әлемде бірқатар өзекті жаһандық мәселелер бар екенін көрсетті. Инфекцияның таралуын мүмкіндігінше болдырмау үшін аурудың динамикасын жан-жақты талдап, денсаулық сақтау саласына түсетін салмақты есептеп, математикалық модельдеу құралдарын пайдалана отырып, неғұрлым шынайы болжамдар жасау қажет. Covid-19 індетінің динамикасын талдау үшін бірнеше статистикалық, динамикалық және математикалық модельдер, соның ішінде SEIRD және SEIR-HCD үлгілері пайдаланылды. Жақсартылған SEIR-HCD математикалық моделі нақты және болжамды деректер арасындағы сәйкессіздікті өтейді. Болжалды шешімдер Covid-19 пандемиясына қатысты жалпыға қолжетімді деректерді пайдалана отырып, математикалық модельдің параметрлерін қалпына келтіру үшін стохастикалық табиғатқа ұқсас жаһандық оңтайландыру алгоритмдерін, сөндіруші алгоритмін пайдалана отырып, кері есептерді шешу әдістерін пайдалана отырып алынды, бұл жерде, өз кезегінде, қалпына келтірілген параметр мәндері құруға көмектеседі, жекелеген аймақтарда немесе жалпы ел бойынша жұқпалы аурудың таралуының орта мерзімді болжамы.

Түйін сөздер: математикалық модельдеу, пандемиялық, кері есеп, сәйкестендіру, оңтайландыру, өрт сөндіруші алгоритмі.

Abstract

SOLVING OF SOME INVERSE PROBLEM OF EPIDEMIOLOGY BY STOCHASTIC NATURE-LIKE METHODS

Kabanikhin S.I.^{1,2}, Bektemesov M.A.³, Bektemessov Zh.M.^{4*}

¹Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia

²Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

³Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

⁴Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

The Covid-19 pandemic has shown that there are a number of pressing global problems in the world. In order to prevent the spread of infection as much as possible, it is necessary to comprehensively analyze the dynamics of the disease, calculate the burden on the healthcare sector and make more realistic forecasts using mathematical modeling tools. Several statistical, dynamic and mathematical models, including the SEIRD and SEIR-HCD models, have been used to analyze the dynamics of the Covid-19 outbreak. The improved SEIR-HCD mathematical model compensates for the discrepancy between actual and predicted data. Predicted solutions were obtained using methods for solving inverse problems using stochastic metaheuristic global optimization algorithms to restore the parameters of the mathematical model using publicly available data related to the Covid-19 pandemic, where, in turn, the restored parameter values will help build a medium-term forecast of the spread of an infectious disease in particular selected regions or for the country as a whole.

Keywords: mathematical modeling, pandemic, inverse problem, identification, optimization, firefly algorithm.

1 Введение

Использование математического моделирования с целью анализа распространения вирусных инфекций в Казахстане с применением методов решения обратных задач может быть полезным инструментом для пояснения динамики заболевания, прогнозирования его будущего распространения и оценки эффективности различных мер по контролю за инфекцией. Обычно моделирование распространения инфекции базируется на сложных системах дифференциальных уравнений, которые описывают изменения в числе зараженных, выздоровевших и умерших людей со временем и в пространстве.

Однако при применении методов решения обратных задач движение идет в обратном направлении. При этом используются имеющиеся данные о заболеваемости и других факторах, чтобы оценить параметры модели, которые наилучшим образом соответствуют наблюдаемым данным [1].

Методы решения обратных задач представляют собой стратегию, которая сосредотачивается на поиске оптимальных параметров в математических моделях с тем, чтобы минимизировать расхождение между результатами, предсказанными моделью, и фактическими данными о распространении инфекции. Этот процесс обычно включает в себя использование методов оптимизации, например, алгоритма светлячка, с целью нахождения наилучших параметров модели, которые наиболее точно соответствуют наблюдаемой реальности.

Математическое моделирование распространения вирусной инфекции с помощью методов решения обратных задач представляет собой мощный инструмент для понимания и управления инфекционными заболеваниями. Однако стоит учесть, что точность и надежность таких моделей зависят от нескольких факторов, включая качество доступных данных, а также правильность выбранных параметров и предположений при построении модели. Поэтому важно использовать достоверные и актуальные данные, а также учитывать различные факторы, которые могут влиять на распространение инфекции, чтобы обеспечить более точные и полезные результаты моделирования [2].

Математическое моделирование распространения коронавирусной инфекции с использованием метода SEIR-HCD [3] (Susceptible - Exposed - Infected - Recovered - Hospitalized - Critical - Dead) и алгоритма светлячка представляет собой важный инструмент для анализа и прогнозирования течения этого заболевания. Модель SEIR-HCD разделяет население на несколько категорий, такие как восприимчивые, подвергшиеся воздействию, инфицированные, выздоровевшие, госпитализированные, критически больные и умершие. Она учитывает переходы между этими категориями, опираясь на параметры, такие как вероятность заражения, инкубационный период, средняя длительность болезни и другие.

Алгоритм светлячка, в свою очередь, представляет собой метаэвристический метод оптимизации, который моделирует поведение "светлячков" в поиске наилучшего решения. Каждый светлячок представляет собой потенциальное решение проблемы, и их перемещение и взаимодействие между собой направлены на поиск оптимального решения. В контексте моделирования коронавирусной

инфекции алгоритм светлячка используется для определения оптимальных параметров модели, которые наилучшим образом соответствуют имеющимся данным о распространении заболевания. Этот подход помогает улучшить точность и достоверность модели, что способствует более точному анализу и прогнозированию динамики инфекции.

Использование метода SEIR-HCD в сочетании с алгоритмом светлячка предоставляет возможность создания математической модели, которая отражает распространение коронавирусной инфекции с учетом множества факторов, включая динамику заболеваемости, переход между различными категориями населения и воздействие разнообразных переменных, таких как принимаемые меры по борьбе с инфекцией и вакцинация. Эта модель имеет широкий спектр практических применений, включая способность прогнозировать будущие тенденции распространения заболевания, оценивать эффективность различных мер по контролю над инфекцией и предоставлять основу для принятия важных решений в сфере общественного здравоохранения.

Однако необходимо подчеркнуть, что точность и достоверность такой модели сильно зависят от качества и полноты данных, используемых для определения параметров модели, а также от правильного выбора этих параметров в процессе моделирования. Таким образом, чтобы обеспечить максимально точное и надежное моделирование распространения коронавирусной инфекции, важно уделять особое внимание сбору актуальных и достоверных данных, а также внимательно настраивать параметры модели в соответствии с реальными условиями.

2 Постановка прямой задачи

Рассмотрим математическую модель SEIR-HCD распространения COVID-19 [4]:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{5-a(t-\tau)}{5} \left(\frac{\alpha I(t)S(t)I(t)}{N} + \frac{\alpha E(t)S(t)E(t)}{N} \right) \\ \frac{dE}{dt} = \frac{5-a(t-\tau)}{5} \left(\frac{\alpha I(t)S(t)I(t)}{N} + \frac{\alpha E(t)S(t)E(t)}{N} \right) - \frac{1}{t_{inc}} E(t), \\ \frac{dI}{dt} = \frac{1}{t_{inc}} E(t) - \frac{1}{t_{inf}} I(t), \\ \frac{dR}{dt} = \frac{\beta}{t_{inf}} I(t) - \frac{1-\varepsilon_{HC}}{t_{hosp}} H(t), \\ \frac{dH}{dt} = \frac{1-\beta}{t_{inf}} I(t) + \frac{1-\mu}{t_{crit}} C(t) - \frac{1}{t_{hosp}} H(t), \\ \frac{dC}{dt} = \frac{\varepsilon_{HC}}{t_{hosp}} H(t) - \frac{1}{t_{crit}} C(t), \\ \frac{dD}{dt} = \frac{\mu}{t_{crit}} C(t) \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$S(t_0) = N - E_0 - I_0 - R_0 - H_0 - C_0 - D_0, E(t_0) = E_0, \quad (2)$$

$$I(t_0) = I_0, R(t_0) = R_0, H(t_0) = H_0, C(t_0) = C_0, D(t_0) = D_0. \quad (3)$$

Схема модели (1) показана на рисунке 1, а описание, значения параметров и начальные условия для Алматинской области приведены в таблице 1 (начальное время принято считать 15 апреля 2020 года). В модели SEIR-HCD бессимптомная популяция $E(t)$ переходит в симптоматическую популяцию $I(t)$ после t_{inc} дней [5]. Инфицированные люди выздоравливают через t_{inf} дней с вероятностью β и госпитализируются $H(t)$ с вероятностью $1-\beta$. Госпитализированный человек может затем выздороветь или ему может потребоваться подключение к аппарату искусственной вентиляции легких $C(t)$. В модели только критические случаи могут погибнуть с вероятностью $D(t)$ [6].

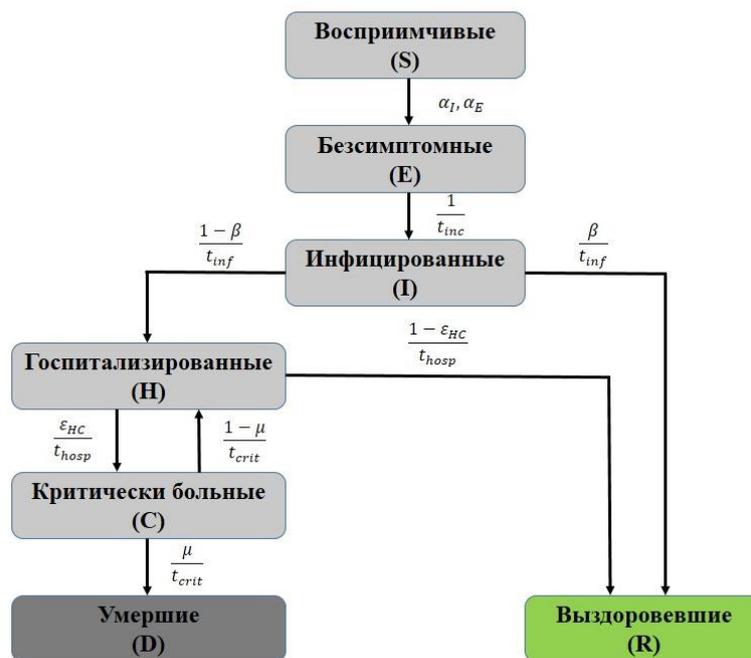


Рисунок 1. Схема камерной математической модели SEIR-HCD [4].

Таблица 1. Описание и значения параметров модели SEIR-HCD

№	Параметр	Сипаттамасы	Мәні
1	$a(t)$	Индекс самоизоляции	(0.5)
2	$\alpha_E(t)$	Параметр инфекции между бессимптомными и восприимчивыми популяциями $\alpha_E \gg \alpha_I$	(0.1)
3	$\alpha_I(t)$	Параметр заражения между инфицированными и восприимчивыми популяциями	(0.1)
4	β	Доля инфицированных, которые переносят болезнь без осложнений	(0.1)
5	ϵ_{HC}	Процент госпитализированных случаев, требующих ИВЛ	(0.1)
6	μ	Доля смертей от COVID-19	(0, 0.5)
7	τ	Латентный период (описывает задержку начала инфекционного заболевания)	2 дня
8	t_{inc}	Продолжительность инкубационного периода	2-14 дней
9	t_{inf}	Продолжительность инфекционного периода	2.5-14 дней
10	t_{hosp}	Продолжительность пребывания в больнице	4-5 дней
11	t_{crit}	Продолжительность использования ИВЛ	10-20 күн
12	N	Численность населения (чел.) Алматинской области	2179600
13	E_0	Исходное количество бессимптомных носителей	(1, 5000)
14	I_0	Начальное число зараженных	(1, 5000)
15	R_0	Начальное число выздоровевших случаев	(1, 100)
16	H_0	Начальное число госпитализаций	180
17	C_0	Начальное число критических случаев	51
18	D_0	Начальное число смертей	10

3 Постановка обратной задачи

Предположим, что в указанное время $t_k, k = 1, \dots, K$ известна дополнительная информация о симптоматических случаях $(1 - b_k)h_k$, критических случаях C_k и смертей g_k в заданные моменты времени в математической модели SEIR-HCD:

$$E(t_k; q) = (1 - b_k)h_k, C(t_k; q) = C_k, D(t_k; q) = g_k, k = 1, \dots, K. \quad (4)$$

$$J(q) = \langle A(q) - f, A(q) - f \rangle. \quad (5)$$

Здесь A – нелинейный обратный оператор вычислений, $f = \{f_k^i\}_{k=1, K}^{i \in \mathcal{L}}$, \mathcal{L} представляет собой набор измеримых состояний системы, $q = (\alpha_E(t), \alpha_I(t), \varepsilon_{HC}, \mu, E_0, I_0)$ – вектор неизвестных параметров модели, h_k – количество выявленных случаев в Алматинской области, b_k – процент бессимптомных случаев по результатам ПЦР.

Для модели SEIR-HCD обратная задача (4)-(5) заключается в определении вектора параметров q . Для модели SEIR-HCD обратная задача сводится к задаче минимизации целевого функционала.

$$J(q) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{(1-b_k)^2 h_k^2} \left(\frac{1}{t_{inc}} E(t_{k-1}; q) - (1 - b_k)h_k \right)^2 + \frac{(C(t_k; q) - C_k)^2}{C_k^2} + \frac{(D(t_k; q) - g_k)^2}{g_k^2}. \quad (6)$$

Здесь первый член $t_{inc}^{-1} E(t_{k-1}; q)$ описывает количество бессимптомных носителей симптоматически инфицированного вируса COVID-19 в день t_k . Функционал $J(q)$ также включает в себя информацию о тяжести $C(t_k; q)$ и смертности $D(t_k; q)$ случаев COVID-19, имеющих в открытых источниках.

4 Алгоритм светлячка

Метаэвристические алгоритмы, вдохновленные природой, и, в частности, алгоритмы, основанные на роевом интеллекте, привлекли внимание исследователей в последние годы. Один из таких алгоритмов, называемый Firefly Algorithm (FA), был представлен около пятнадцати лет назад, в 2008 году [7-8], и с тех пор стал предметом интенсивных исследований с различными приложениями. Теперь можно использовать определенные характеристики мерцающих светлячков для создания алгоритмов, которые будут разработаны на его основе. Для упрощения описания стандартного Firefly Algorithm (FA) следует определить следующие три идеализированные правила:

- Все светлячки принадлежат к одному полу, и, следовательно, они привлекают друг друга независимо от своего пола.

- Сила притяжения между светлячками пропорциональна яркости их света. Следовательно, в любой паре светлячков один будет двигаться к свету, который ярче, так как притяжение усиливается в зависимости от яркости. Это притяжение также уменьшается с увеличением расстояния между светлячками. Если какой-либо светлячок не видит света от другого светлячка, он будет двигаться случайным образом.

- Светлячки перемещаются в зависимости от яркости своего собственного света, и это влияет или определяет форму ландшафта целевой функции.

Алгоритм светлячка выглядит следующим образом:

1. На первом этапе **инициализируются** начальные параметры алгоритма (яркость, рандомизация положения светлячков (возможных решений) и поглощение света) и **генерируется** начальная популяция светлячков.

$$q_i^j \in [q_l^j, q_u^j], i = 1, \dots, Np, j = 1, 2, \dots, K.$$

K – количество искомым параметров

α – параметр рандомизации

β – параметр притягательности светлячков

γ – параметр интенсивности яркости светлячков

2. На втором этапе производится **оценка невязки** светлячков с использованием функционала.

$$J(q) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{(1-b_k)^2 h_k^2} \left(\frac{1}{t_{inc}} E(t_{k-1}; q) - (1 - b_k)h_k \right)^2 + \frac{(C(t_k; q) - C_k)^2}{C_k^2} + \frac{(D(t_k; q) - g_k)^2}{g_k^2}.$$

3. На третьем этапе происходит **обновление** интенсивности яркости свечения светлячков (наименьшая невязка).

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (x_i^t - x_j^t) + \alpha \epsilon_i^t$$

ϵ_i – генератор случайных чисел, равномерно распределенный в $[0, 1]$

4. **Ранжирование** светлячков и нахождение наилучшего решения.

5. **Смещение** светлячков к наилучшему решению.

Переместите светлячка i в сторону j

6. **Проверка** условия остановки алгоритма (может быть, как и количество максимальной итерации, так и достижение определенного минимума).

$$J(q) < \varepsilon$$

7. Получение наилучшего **результата**.

Для задачи минимизации, яркость можно связать с значениями целевой функции таким образом, что она будет пропорциональна этим значениям. Такие альтернативные формы яркости могут быть определены аналогично функции приспособленности, используемой в генетических алгоритмах.

5 Результаты

Численные результаты решения обратной задачи восстановления значений параметров по некоторой дополнительной информации приведены в таблице 2. Алгоритм светлячка реализован на языке в интерактивной среде программирования, численных расчетов и визуализации результатов - MatLab. Обратная задача рассматривалась с использованием данных, рассчитанных для каждого уравнения модели в 10 моментах времени, равномерно распределенных в интервале (0, 60).

Таблица 2. Описание и значения параметров модели SEIR-HCD

Истинное значение параметров							
$\alpha(t)$	τ	α_I	α_E	k	β	ε_{CH}	μ
2.5	2	0.491	0.994	0.28	0.165	0.0065	0.0011
Среднее значение восстановленных параметров							
3.4347	0.3323	0.9568	1.2114	0.0091	0.4712	0.0011	0.0032
Относительная ошибка							
0.37388	0.83385	0.9486	0.218	0.9675	1.855	0.83	1.9

Таким образом, значения параметров модели SEIR-HCD восстановлены с относительной погрешностью не более 20-40% для определяемых параметров ($\alpha_E, \alpha(t)$), для 4 параметров этот показатель превышает 80% ($\tau, \alpha_I, \varepsilon_{CH}, k$), что указывает на то, что восстановление значений параметров также является достаточно хорошим результатом. А значение относительной погрешности остальных параметров превышает 100% (β, μ). Тем не менее графики изменения переменных показали хорошее соответствие смоделированных значений по восстановленным параметрам с реальными статистическими данными, что позволяет провести дальнейший прогноз распространения инфекции среди населения (рис.2 - 3).

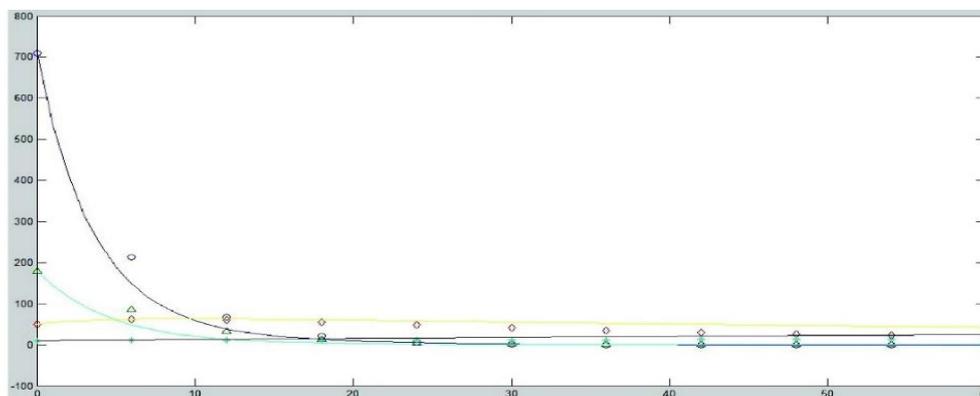


Рисунок 2. Динамика изменения смоделированных значений переменных I, H, C, D .

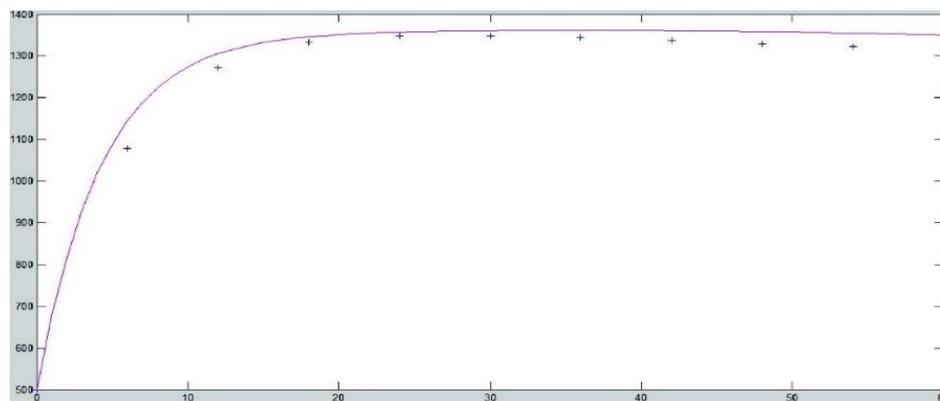


Рисунок 3. Динамика изменения смоделированных значений переменной R.

Наблюдаемые переменные по-разному зависят от разных параметров и могут использоваться для ранжирования параметров в порядке относительного влияния на прогнозы модели. Такой эффект можно оценить количественно с помощью параметрической чувствительности [9-10].

6 Заключение

В данной исследовательской работе было проведено математическое моделирование распространения коронавирусной инфекции в одном из регионов Казахстана. Для этой цели использовалась модель SEIR-HCD, и применен алгоритм, основанный на поведении светлячков, для численного решения этой модели с помощью программы Matlab.

Результаты исследования подтверждают, что алгоритм светлячка является мощным и эффективным инструментом для решения системы дифференциальных уравнений, описывающей модель SEIR-HCD. Этот алгоритм демонстрирует высокую скорость сходимости и обеспечивает достаточную точность для прогнозирования динамики распространения инфекции.

Эта модель может быть применена для прогнозирования динамики распространения инфекции, оценки эффективности мер по борьбе с ней и принятия обоснованных решений в условиях пандемии.

Данное исследование финансировалось Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № AP19579325 «Разработка и исследование современных численных методов решения обратных и некорректных задач для уравнения акустики»)

Список использованной литературы:

- 1 Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A., Bektemessov J.M. Mathematical model for medium-term COVID-19 forecasts in Kazakhstan // *Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science*, 2021, v.111, n.3, p. 95-106.
- 2 Бектемесов Ж.М., Кабанихин С.И., Касенов С.Е. О численном моделировании обратной задачи эпидемиологии // *Вестник «Физико-математические науки»* 2021, 75:3, pp. 7-14. <https://doi.org/10.51889/2021-3.1728-7901.01>.
- 3 Unlu E., Leger H., Motornyi O., Rukubayihunga A., Ishacian T., Chouiten M. Epidemic analysis of COVID-19 outbreak and counter-measures in France // *medRxiv*, 2020. <https://doi.org/10.1101/2020.04.27.20079962>.
- 4 Krivorotko O.I., Kabanikhin S.I., Zyatkov N.Yu., Prikhodko A.Yu., Prokhoshin N.M., Shishlenin M.A. Mathematical modeling and forecasting of COVID-19 in Moscow and Novosibirsk region // *Num.Anal.Appl.*, 2020, 13:4, pp.332-348.
- 5 Coronavirus disease 2019 (COVID-19) // *Situation report, May 31, 2020*, <https://covid19.who.int/>
- 6 Krivorotko O.I., Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A., Sosnovskaya M.I., Neverov A.V. Simulation of COVID-19 Spread Scenarios in the Republic of Kazakhstan Based on Regularization of the Agent-Based Model // *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2023, 17:3, pp.94-109.
- 7 Yang X.S. *Nature-inspired metaheuristic algorithms* // 1st ed. Frome, UK: Luniver Press, 2008, 147 p.
- 8 Surafel Luleseged Tilahun, Hong Choon Ong. Modified Firefly Algorithm // *Journal of Applied Mathematics*, 2012, vol. 2012, Article ID 467631, 12 pages. <https://doi.org/10.1155/2012/467631>
- 9 Криворотко О.И., Кабанихин С.И., Сосновская М.И., Андорная Д.В. Анализ чувствительности и идентифицируемости математических моделей распространения эпидемии COVID-19 // *Вавиловский журн. генетики и селекции*. 2021. Т. 25, No 1. С. 82–91.

10 Kabanikhin, S., Bektemesov, M., Krivorotko, O., Bektemessov, Z. Practical identifiability of mathematical models of biomedical processes // *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, 2092 (1), art.no.012014. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2092/1/012014>

References:

1 Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A., Bektemessov J.M. Mathematical model for medium-term COVID-19 forecasts in Kazakhstan // *Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science*, 2021, v.111, n.3, p. 95-106.

2 Bektemesov Zh.M., Kabanikhin S.I., Kasenov S.E. O chislennom modelirovanii obratnoj zadachi epidemiologii [About numerical modelling of inverse problem of epidemiology] // *Vestnik "Fiziko-matematicheskie nauki"*, 2021, 75:3, pp. 7-14. <https://doi.org/10.51889/2021-3.1728-7901.01>. (in Russian)

3 Unlu E., Leger H., Motornyi O., Rukubayihunga A., Ishacian T., Chouiten M. Epidemic analysis of COVID-19 outbreak and counter-measures in France // *medRxiv*, 2020. <https://doi.org/10.1101/2020.04.27.20079962>.

4 Krivorotko O.I., Kabanikhin S.I., Zyatkov N.Yu., Prikhodko A.Yu., Prokhoshin N.M., Shishlenin M.A. Mathematical modeling and forecasting of COVID-19 in Moscow and Novosibirsk region // *Num.Anal.Appl.*, 2020, 13:4, pp.332-348.

5 Coronavirus disease 2019 (COVID-19) // *Situation report, May 31, 2020*, <https://covid19.who.int/>

6 Krivorotko O.I., Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A., Sosnovskaya M.I., Neverov A.V. Simulation of COVID-19 Spread Scenarios in the Republic of Kazakhstan Based on Regularization of the Agent-Based Model // *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2023, 17:3, pp.94-109.

7 Yang X.S. *Nature-inspired metaheuristic algorithms* // 1st ed. Frome, UK: Luniver Press; 2008, 147 p.

8 Surafel Lulseged Tilahun, Hong Choon Ong. Modified Firefly Algorithm // *Journal of Applied Mathematics*, 2012, vol. 2012, Article ID 467631, 12 pages. <https://doi.org/10.1155/2012/467631>

9 Krivorot'ko O.I., Kabanikhin S.I., Sosnovskaja M.I., Andornaja D.V. Analiz chuvstvitel'nosti i identifiiruemosti matematicheskikh modelej rasprostraneniya jepidemii COVID-19 [Analysis of the sensitivity and identifiability of mathematical models of the spread of the COVID-19 epidemic] // *Vavilovskij zhurn. genetiki i selekcii*. 2021. T. 25, No 1. S. 82–91. (in Russian)

10 Kabanikhin, S., Bektemesov, M., Krivorotko, O., Bektemessov, Z. Practical identifiability of mathematical models of biomedical processes // *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, 2092 (1), art.no.012014. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2092/1/012014>