

ФИЗИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕР МЕН МЕХАНИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІ МОДЕЛЬДЕУ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
MODELING OF PHYSICAL PROCESSES AND MECHANICAL SYSTEMS

МРНТИ 29.05.41
УДК 530.12

10.51889/2959-5894.2023.83.3.008

С.С. Беков^{1,2*}, А.Б. Алтайбаева¹, К.Р. Мырзакулов¹

¹Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана қ., Қазақстан
²М. Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті, Петропавл қ., Қазақстан
*e-mail: ss.bekov@gmail.com

ФЕРМИОНДЫҚ ӨРІСІ БАР $f(Q, B)$ ГРАВИТАЦИЯСЫНЫҢ ӘСЕРІ ЖӘНЕ ҚОЗҒАЛЫС
ТЕҢДЕУЛЕРІ

Аңдатпа

Бұл жұмыста фермиондық өріс пен толтырылған жазық және біртекті Фридман Әлемінің гравитациясының модификацияланған теориясын қарастырамыз. Жазық және біртекті Фридман Әлемі негізгі космологиялық модельдердің бір болып табылады және ол бақылау деректерімен жақсы үйлесімді. Себебі, үлкен масштабтарда Әлемді жазық, біртекті және изотропты деп есептеуге болады. Жұмыстың мақсаты гравитацияның модификацияланған $f(Q, B)$ теориясы шеңберінде Әлемнің үдемелі ұлғаю эволюциясының екінші кезеңінің (фазасының) динамикасын теориялық тұрғыда зерттеу. Q метрикалық емес скаляр, ол параллель тасымалдау процесінде вектор ұзындығының өзгеруін математикалық түрде сипаттайды және гравитациялық әсердің қасиеттерін сипаттайтын негізгі геометриялық айнымалы болып табылады. Ал B скаляры, Риччи скаляры R мен ширату скаляры T арасындағы шекаралық мүше. Қарастырылған $f(Q, B)$ гравитациялық моделінде қозғалыс теңдеулерін анықтау үшін вариациялық әдіс қолданылды.

Түйін сөздер: космология, гравитация, Эйнштейн-Гильберт әсері, қозғалыс теңдеуі, метрика, вариация, фермиондық өріс.

Аннотация

С.С. Беков^{1,2}, А.Б. Алтайбаева¹, К.Р. Мырзакулов¹

¹ Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан

² Северо-Казахстанский университет им. М. Козыбаева, г. Петропавловск, Казахстан

ДЕЙСТВИЕ И УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В $f(Q, B)$ ГРАВИТАЦИИ С ФЕРМИОННЫМИ ПОЛЯМИ

В данной работе рассмотрена модифицированная теория гравитации и неминимально связанное фермионное поле на фоне плоского и однородного Вселенной Фридмана. Плоская и однородная Вселенная Фридмана - это одна из основных космологических моделей, и она хорошо согласуется с данными наблюдений. Это потому, что в больших масштабах Вселенную можно считать плоской, однородной и изотропной. Целью работы является теоретическое изучение динамики второго этапа (фазы) эволюции ускоренного расширения Вселенной в рамках модифицированной теории $f(Q, B)$ гравитации. Q неметрический скаляр, который математически описывает изменение длины вектора в процессе параллельного переноса и является основной геометрической переменной, описывающей свойства гравитационного воздействия. Скаляр B является пограничным членом между скаляром Риччи R и скаляром кручение T . Вариационным методом были определены уравнения движения в рассмотренной $f(Q, B)$ гравитационной модели.

Ключевые слова: космология, гравитация, действие Эйнштейна-Гильберта, уравнение движения, метрика, вариация, фермионное поле.

Abstract

ACTION AND EQUATIONS OF MOTION IN $f(Q, B)$ GRAVITY WITH FERMIONIC FIELDS

Bekov S.S.^{1,2}, Altabayeva A.B.¹, Myrzakulov K.R.¹

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

²M. Kozubayev North Kazakhstan University, Petropavlovsk, Kazakhstan

In this paper, a modified theory of gravity of a filled fermionic field of a flat and homogeneous Friedman universe is considered. The flat and homogeneous Friedman universe is one of the main cosmological models, and it agrees well with the observational data. This is because on a large scale, the universe can be considered flat, homogeneous and isotropic. The purpose of the work is to theoretically study the dynamics of the second stage (phase) of the evolution of the accelerated expansion of the Universe within the framework of the modified theory $f(Q, B)$ of gravity. Q non-metric scalar, which mathematically describes the change in the length of the vector in the process of parallel transfer and is the main geometric variable that describes the properties of gravitational influence. The scalar B is a boundary term between the Ricci scalar R and the torsion scalar T . The equations of motion in the considered gravitational model were determined by the variational method.

Keywords: cosmology, gravity, Einstein-Hilbert action, equation of motion, metric, variation, fermionic field.

Кіріспе

Қазіргі космологияда Элемнің екінші фазалық үдемелі ұлғаю құбылысын түсіндіру үшін гравитацияның стандартты теориясы, яғни жалпы салыстырмалылық теориясының әртүрлі модификациялары қолданылады. Әдетте, теорияның мұндай модификацияларын екі түрге бөлуге болады:

– біріншісі скалярлық өрістер, квинтэссенция, фантомдық өрістер, тахиондық өрістер, Хиггс бозоны немесе фермиондық өрістер сияқты Лагранж функциясына әсерге зат өрістерінің жаңа құрамдастары қосылатын модельдер [1,2].

– екіншісі бұл моделдерде Лагранж функциясы төрт өлшемді кеңістік-уақыттың геометриясына жауапты компоненттерді жалпылайтын модельдер, мысалы, $f(R)$ гравитация теориясы (мұндағы R - Риччи скаляры), телепараллель гравитация, $f(T)$ гравитация (мұндағы T - ширату скаляры), $f(Q)$ гравитация (мұндағы Q - метрикалық емес скаляр), және олардың әртүрлі модификацияланған немесе біріктірілген теориялары [3-7]. Мысалы, телепараллель гравитация жалпы салыстырмалылық теориясының альтернативті теориясы болып табылады және оны А.Эйнштейннің өзі гравитациялық және электромагниттік өрістерді біріктіру үшін ұсынған. Лагранж функциясындағы қисықтық скалярын байланыс функциясымен ауыстыру арқылы $F(R)$ гравитация теориясы үшін Эйнштейн-Гильберт әсерін толықтыруды 1970 жылы Х.А. Бухдал ұсынды [8]. Бұл гравитацияның модификацияланған теориясы инфляцияны, күңгірт энергия, космологиялық тұрақтыны сфералық симметриялы шешімдерді сипаттау үшін қолданылған.

$f(Q)$ гравитациясы

Дифференциалды геометрияда симметриялық $g_{\mu\nu}$ метрикалық тензор вектордың ұзындығын анықтау негізінде қолданылады, ал $\Sigma^{\gamma}_{\mu\nu}$ асимметриялық байланыс ковариантты туындылар мен параллель тасымалдауды анықтау үшін қолданылады. Сондықтан жалпы аффиндік байланысты үш компонентке бөлуге болады: $\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu}$ Кристоффель символы, $C^{\gamma}_{\mu\nu}$ қисаю тензоры және $L^{\gamma}_{\mu\nu}$ деформациялық тензор

$$\Sigma^{\gamma}_{\mu\nu} = \Gamma^{\gamma}_{\mu\nu} + C^{\gamma}_{\mu\nu} + L^{\gamma}_{\mu\nu}, \tag{1}$$

мұндағы $g_{\mu\nu}$ метрикалық тензормен $\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu}$ Леви-Чивита байланысы келесідей түрде жазылады

$$\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} g^{\gamma\sigma} \left(\frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\sigma}} \right), \tag{2}$$

Контрсион тензорын $C^{\gamma}_{\mu\nu}$ төмендегідей жазамыз

$$C^{\gamma}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} T^{\gamma}_{\mu\nu} + T_{(\mu}{}^{\gamma}{}_{\nu)}, \quad (3)$$

мұндағы $T^{\gamma}_{\mu\nu} \equiv 2\Sigma^{\gamma}_{[\mu\nu]}$ – ширату тензоры. Бұдан, $L^{\gamma}_{\mu\nu}$ деформация тензорын $Q_{\mu\nu}$ метрикалық емес тензордан анықтаймыз

$$L^{\gamma}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} g^{\gamma\sigma} (Q_{\nu\mu\sigma} + Q_{\mu\nu\sigma} - Q_{\mu\nu\sigma}) \quad (4)$$

Жоғарыда келтірілген (4) теңдеудегі $Q_{\mu\nu}$ метрикалық емес тензор, Вейл-Картан $\Sigma^{\gamma}_{\mu\nu}$ байланысына қатысты метрикалық тензордың спецификалық ковариантты туындысы (минус) болып табылады $Q_{\mu\nu} = \nabla_{\gamma} g_{\mu\nu}$

$$Q_{\mu\nu} = -\partial_{\gamma} g_{\mu\nu} + g_{\nu\sigma} \Sigma^{\sigma}_{\mu\gamma} + g_{\sigma\mu} \Sigma^{\sigma}_{\nu\gamma}. \quad (5)$$

Байланыс ширатусыз және қисықтықсыз деп есептеледі [6]. Ол тривиальды қосылымнан таза координат түрлендіруіне сәйкес келеді. Осылайша, жазық және ширатусыз байланыс үшін (1) теңдеуді параметрлеуге болады.

$$\Sigma^{\gamma}_{\mu\beta} = \frac{\partial x^{\gamma}}{\partial \xi^{\rho}} \partial_{\mu} \partial_{\beta} \xi^{\rho} \quad (6)$$

мұндағы $\xi^{\gamma} = \xi^{\gamma}(x^{\mu})$ конверсияланатын байланыс болып табылады. Байланыс $\Sigma^{\gamma}_{\mu\nu}$ жойылатын координаттар жүйесін таңдап алуға болады. Бұл ∇_{γ} калибрлеу шарты болып табылады және көптеген Жалпы салыстырмалылықтың симметриялы телепараллель эквивалентін зерттеуде қолданылған және бұл жағдайда ковариантты туынды ∂_{γ} дербес туындыға дейін азаяды. Осылайша, сәйкес калибрлеу координатын анықтаймыз

$$Q_{\mu\nu} = -\partial_{\gamma} g_{\mu\nu}. \quad (7)$$

Симметриялық телепараллель гравитацияның геометриялық сипаттамасы сәйкес калибрлеу координаттары шегінде жалпы салыстырмалылық теориясына эквивалентті, онда $\Sigma^{\gamma}_{\mu\nu} = 0$ және $C^{\gamma}_{\mu\nu} = 0$, (3) теңдеуден төмендегі қорытындыға келеміз

$$\Gamma^{\gamma}_{\mu\nu} = -L^{\gamma}_{\mu\nu}. \quad (8)$$

Осылайша, метрикалық емес скаляр төмендегідей анықталады :

$$Q = -Q_{\beta\mu\nu} p^{\beta\mu\nu} \quad (9)$$

$f(Q, B)$ гравитациядағы әсер және қозғалыс теңдеулері

Бұл бөлімде гравитациялық өріспен минималды емес байланысқан фермиондық өрістің $f(Q, B)$ гравитация моделін біртекті, жазық және изотропты Фридман Әлемінде қарастырамыз. Риччи скаляры R мен ширату скаляры T шекаралық мүше арқылы байланысады

$$R = -T + \frac{2}{e} \partial_{\mu} (e T^{\mu}) = -T - B, \quad (10)$$

мұндай байланысты $B = (2/e) \partial_{\mu} (e T^{\mu}) = \nabla_{\mu} T^{\mu}$ деп енгізілген. Метрикалы емес скаляр Q және B шекаралық мүшесіне қатысты минималды байланыста емес фермиондық өріске арналған әсерді келесі түрде жазамыз

$$S = \int d^4 x e \{ F(u) f(Q, B) + \frac{i}{2} [\bar{\psi} \Gamma^{\mu} (\bar{\partial}_{\mu} - \Omega_{\mu}) \psi - \bar{\psi} (\bar{\partial}_{\mu} + \Omega_{\mu}) \Gamma_{\mu} \psi] - V(u) \}, \quad (11)$$

мұнда $e = \det(e_\mu^a) = \sqrt{-g}$, ал e_μ^a тетрада базисі, ψ және $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ спинорлық өріс және онымен біріктірілген комплексті түйіндесі. Гравитациямен байланысын және сәйкесінше фермиондық өрістің өзіндік әсер ету потенциалын білдіретін $V(u)$ және $F(u)$ жалпыланған функциялар. F және V функциялары тек қана сызықты емес $u = \bar{\psi}\psi$ функциясына қатысты, $\Gamma^\mu = e_\mu^a \gamma^a$ Дирак-Паулидың жалпыланған матрицалары. Олар Клиффорд алгебрасын қанағаттандырады, $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ мұндағы фигуралық жақша антикоммутациялық қатынасты білдіреді. Коварианты туынды e_μ^a келесі түрде беріледі

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi - \Omega_\mu \psi,$$

$$D_\mu \bar{\psi} = \partial_\mu \bar{\psi} + \bar{\psi} \Omega_\mu$$

фермионды байланыс Ω_μ келесі формуламен анықталынады $\Omega_\mu = -\frac{1}{4} g_{\rho\sigma} [\Gamma_{\mu\sigma}^\rho - e_b^\rho \partial_\mu e_b^\sigma] \Gamma^\sigma \Gamma^\delta$, мұндағы $\Gamma_{\mu\sigma}^\rho$ Кристоффель символын білдіреді.

Сонымен бірге Фридман-Робертсон-Уокер метрикасын қарастырамыз

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (12)$$

Бұл метрика үшін тетрада тензорының компоненттері келесі түрде жазылады

$$(e_\mu^a) = \text{diag}(1, a, a, a), \quad (e_a^\mu) = \text{diag}(1, 1/a, 1/a, 1/a).$$

Қысық кеңістік-уақыт Γ^μ үшін Дирак матрицалары ($j = 1, 2, 3$)

$$\Gamma^0 = \gamma^0, \quad \Gamma^j = a^{-1} \gamma^j, \quad \Gamma^5 = -i\sqrt{g} \Gamma^0 \Gamma^1 \Gamma^2 \Gamma^3 = \gamma^5, \quad \Gamma_0 = \gamma^0, \quad \Gamma_j = a \gamma^j$$

демек,

$$\Omega_0 = 0, \quad \Omega_j = \frac{1}{2} \dot{a} \gamma^j \gamma^0.$$

Дирак матрицалары негізінде жазылатын гамма матрицалар:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix},$$

мұнда $I = \text{diag}(1, 1)$ және σ^k Паули матрицалары, келесі түрде жазамыз:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Сәйкес лагранжиан көбейткіштерін таңдау және жоғары ретті туындыларды болдырмау үшін бөліктер бойынша интегралдау әдісін қолданып L лагранжианды канондық түрде алу үшін әсерді келесі түрде жазамыз

$$S = \int d^4 x e \left\{ Ff - \lambda_1 \left(Q + 6 \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) - \lambda_2 \left(B + 6 \left(\frac{\ddot{a}}{a} + 2 \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \right) + \frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^0 \dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}} \gamma^0 \psi) - V. \right\} \quad (14)$$

Жоғарыдағы (11) теңдеудегі Фридман-Робертсон-Уокер метрикасы үшін ширату скалярларының және шекаралық мүшенің мәндері

$$Q = 6 \frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad B = -6 \left(\frac{\ddot{a}}{a} + 2 \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right)$$

Лагранждың екі факторға қатысты екенін ескеріп. Әсерді Q және B бойынша вариацияласақ

$$\lambda_1 = F(u) \frac{\partial f(Q, B)}{\partial Q} = F f_Q, \quad \lambda_2 = F(u) \frac{\partial f(Q, B)}{\partial B} = F f_B, \quad (15)$$

сонда жоғарыда көрсетілген әсерді төмендегідей жазамыз

$$S = \int d^4x \left\{ Fa^3 f - Fa^3 Q f_Q - 6Fa\dot{a}^2 f_Q - Fa^3 B f_B + 6\dot{F}a^2 \dot{a} f_B + 6Fa^2 \dot{Q} f_{BQ} + 6Fa^2 \dot{B} f_{BB} + a^3 \left[\frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^0 \dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}} \gamma^0 \psi) - V \right] \right\} \quad (16)$$

Қарастырылып отырған модель үшін нүктелік лагранжианды (12) және (16) теңдеулерінің көмегімен келесі түрде анықтаймыз

$$L = Fa^3 f - Fa^3 Q f_Q - 6Fa\dot{a}^2 f_Q - Fa^3 B f_B + 6\dot{F}a^2 \dot{a} f_B + 6Fa^2 \dot{Q} f_{BQ} + 6Fa^2 \dot{B} f_{BB} + \frac{i}{2} a^3 (\bar{\psi} \gamma^0 \dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}} \gamma^0 \psi) + a^3 V. \quad (17)$$

мұнда метриканың біртектілігі мен изотроптылығына байланысты спинор өрісі тек уақытқа тәуелді деп есептеледі, яғни $\psi = \psi(t)$.

Енді қарастырып отырған модель үшін қозғалыс теңдеулерін анықтаймыз. Ол үшін Эйлер-Лагранж теңдеулерімен нөлдік энергия шартын падаланамыз:

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \dot{q} - L = 0 \quad (18)$$

Эйлер-Лагранж теңдеулерімен энергетикалық күй теңдеуі пайдаланып келесідей қозғалыс теңдеулер жүйесін аламыз

$$6 \frac{\dot{a}}{a} (\dot{Q} f_{BQ} + \dot{B} f_{BB}) + \left(Q - 6 \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) f_Q + \left(B + 6 \frac{\dot{F}}{F} \frac{\dot{a}}{a} \right) f_B - f + \frac{V}{F} = 0. \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \dot{Q} \dot{B} f_{BQB} + \dot{Q} \dot{B} f_{BBQ} + \dot{Q}^2 f_{BQQ} + \dot{B}^2 f_{BBB} - 2 \frac{\dot{a}}{a} (\dot{Q} f_{QQ} + \dot{B} f_{QB}) + \left(2 \frac{\dot{F}}{F} \dot{Q} + \ddot{Q} \right) f_{BQ} + \left(2 \frac{\dot{F}}{F} \dot{B} + \ddot{B} \right) f_{BB} - \\ & - \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2 \frac{\ddot{a}}{a} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \frac{\dot{F}}{F} - \frac{1}{2} Q \right) f_Q + \left(\frac{\ddot{F}}{F} + \frac{1}{2} B \right) f_B - \frac{1}{2} f - \frac{1}{2F} \left[\frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^0 \dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}} \gamma^0 \psi) - V \right] = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\dot{\psi} + \frac{3}{2} \frac{\dot{a}}{a} \psi + iV' \gamma^0 \psi - iF' \gamma^0 \psi = 0, \quad (21)$$

$$\dot{\bar{\psi}} + \frac{3}{2} \frac{\dot{a}}{a} \bar{\psi} - iV' \bar{\psi} \gamma^0 - iF' \bar{\psi} \gamma^0 = 0, \quad (22)$$

Бұл теңдеулер жүйесі сызықты емес екінші ретті дифференциалдық теңдеулер болып табылады.

(21)-(22) өріс теңдеулерін қолдана отырып төмендегі шешімді табамыз.

$$\dot{u} + 3\frac{\dot{a}}{a}u = 0, \quad (23)$$

осы теңдеуді интегралдайтын болсақ келесі шешімді аламыз

$$u = \frac{u_0}{a^3} \quad (24)$$

мұндағы u_0 интегралдау тұрақтысы. Егер шешімдеді келесі түрде іздесек

$$F = h_0 u^n, \quad V = \lambda u^{n-1}, \quad (25)$$

$$f(Q, B) = b_0 Q + mB. \quad (26)$$

Жоғарыда (24)-(25) және (26) теңдеулерді (19) қозғалыс теңдеуіне қолданып төмендегі теңдеуді аламыз

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{3}{2}(C_1 - t) \quad (27)$$

Мұндағы, C_1 тұрақты шама. Сонымен қатар, энергия тығыздығы мен қысымды келесі формада табамыз

$$\rho = 3H^2 = 27(t - C_1)^2, \quad (28)$$

$$p = -3H^2 - 2\dot{H} = \frac{27}{4}(t - C_1)^2 - 3. \quad (29)$$

Әлемнің ұлғаюы күй параметрі теңдеуі арқылы сипатталады, ол қысым мен тығыздықты байланыстыратын функция болып табылады

$$p = \omega \rho \quad (30)$$

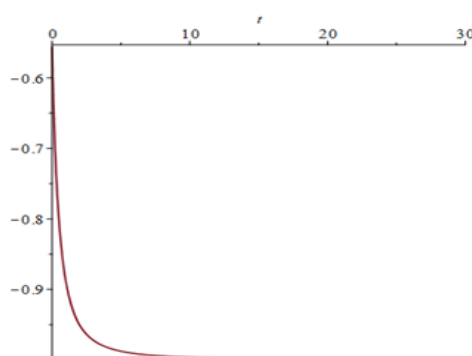
мұндағы ω – күй теңдеуі параметрі. Егер $\omega > -1/3$ -тен үлкен болса, онда Әлем баяу қарқынмен ұлғаяды. Күй параметрі теңдеуіне байланысты Әлемнің ұлғаюының келесі түрлері бар

- квинтессенция фазасы – $-1/3 > \omega > -1$
- де Ситтер Әлемі – $\omega = -1/3$
- фантомдық фаза – $\omega < -1$

Қарастырылған модель үшін күй параметрі теңдеуін және баяулау параметрін келесідей анықтауға болады

$$\omega = \frac{p}{\rho} = \frac{1}{9(t - C_1)^2} - \frac{1}{4}. \quad (31)$$

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -\frac{5}{2}C_1. \quad (32)$$



Сурет 1. Күй теңдеуі параметрінің ω уақытқы t байланысты графигі

Егер, $C_1 \equiv -1$ деп алсақ, күй теңдеуі параметрі минус бірге ұмтылады (сурет 1). Бұл шешім Әлемнің үдемелі ұлғаюының күңгірт энергия моделін қанағаттандырады [9,10].

Қорытынды

Фридман-Робертсон-Уокер кеңістік-уақыт метрикасы үшін $f(Q, B)$ гравитациялық моделін зерттедік. Бұл модель үшін нүктелік лагранжиан және сәйкес өріс теңдеулері анықталды. Белгісіз F, V функцияларының шешімдері алынды. Осы анықталған шамаларды қолданып, қарастырылған модель үшін күй параметрі теңдеуі және баяулау параметрі табылды. Бұл шешімдер, Әлемнің үдемелі ұлғаюының екінші кезеңін сипаттайтыны көрсетілді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Caldwell R. A Phantom menace? // *Phys. Letters B.* – 2002. – Vol. 545. – P. 23-29. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(02\)02589-3](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(02)02589-3)
- 2 Gibbons G. Cosmological evolution of the rolling tachyon // *Physics Letters B.* – 2002. – Vol. 537. – P. 1-4. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(02\)01881-6](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(02)01881-6)
- 3 De Felice A., Tsujikawa S. $f(R)$ Theories // *Living Reviews in Relativity.* – 2010. – Vol. 13, Issue 1. – P. 1-161. <https://doi.org/10.12942/lrr-2010-3>
- 4 Myrzakulov R. $f(T)$ gravity and k-essence // *General Relativity and Gravitation.* – 2012. – Vol. 44. – P. 3059-3080. <https://doi.org/10.1007/s10714-012-1439-z>
- 5 Kamenshchik A., Moschella U., Pasquier V. An Alternative to quintessence // *Physics Letters B.* – 2001. – Vol. 511. – P. 265-268. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(01\)00571-8](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00571-8)
- 6 Koussour M., Bourakadi K., Shekh S., Pacif J., Bennai M. Late-time acceleration in $f(Q)$ gravity: Analysis and constraints in an anisotropic background // *Annals of Physics.* – 2022. – Vol. 445. <https://doi.org/10.1016/j.aop.2022.169092>
- 7 Xu Y., Li G., Harko T., Liang Sh. $f(Q, T)$ gravity // *The European Physical Journal C.* – 2019. – Vol. 79. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7207-4>
- 8 Buchdah H.A. Non-Linear Lagrangians and Cosmological Theory // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* – 1970. – Vol. 150. – P. 1-8. <https://doi.org/10.1093/mnras/150.1.1>
- 9 Ade A.R., Aghanim N., Arnaud M. et al. Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation // *Astron. Astrophys.* – 2016. – Vol. 594. – P. A20-1-A20-65. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525898>
- 10 Akrami Y., Arroja F., Ashdown M. et al. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation // *Astron. Astrophys.* 2020. – Vol. 641. – P. 61. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833887>

References:

- 1 Caldwell R. A Phantom menace? // *Phys. Letters B.* – 2002. – Vol. 545. – P. 23-29. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(02\)02589-3](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(02)02589-3)
- 2 Gibbons G. Cosmological evolution of the rolling tachyon // *Physics Letters B.* – 2002. – Vol. 537. – P. 1-4. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(02\)01881-6](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(02)01881-6)
- 3 De Felice A., Tsujikawa S. $f(R)$ Theories // *Living Reviews in Relativity.* – 2010. – Vol. 13, Issue 1. – P. 1-161. <https://doi.org/10.12942/lrr-2010-3>
- 4 Myrzakulov R. $f(T)$ gravity and k-essence // *General Relativity and Gravitation.* – 2012. – Vol. 44. – P. 3059-3080. <https://doi.org/10.1007/s10714-012-1439-z>
- 5 Kamenshchik A., Moschella U., Pasquier V. An Alternative to quintessence // *Physics Letters B.* – 2001. – Vol. 511. – P. 265-268. [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(01\)00571-8](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00571-8)
- 6 Koussour M., Bourakadi K., Shekh S., Pacif J., Bennai M. Late-time acceleration in $f(Q)$ gravity: Analysis and constraints in an anisotropic background // *Annals of Physics.* – 2022. – Vol. 445. <https://doi.org/10.1016/j.aop.2022.169092>
- 7 Xu Y., Li G., Harko T., Liang Sh. $f(Q, T)$ gravity // *The European Physical Journal C.* – 2019. – Vol. 79. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7207-4>
- 8 Buchdah H.A. Non-Linear Lagrangians and Cosmological Theory // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* – 1970. – Vol. 150. – P. 1-8. <https://doi.org/10.1093/mnras/150.1.1>
- 9 Ade A.R., Aghanim N., Arnaud M. et al. Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation // *Astron. Astrophys.* – 2016. – Vol. 594. – P. A20-1-A20-65. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525898>
- 10 Akrami Y., Arroja F., Ashdown M. et al. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation // *Astron. Astrophys.* 2020. – Vol. 641. – P. 61. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833887>