ҒТАХР 29.01

10.51889/2959-5894.2023.84.4.008

Б.Ә. Камал[1], Т.Б. Қоштыбаев[2], Т.Б. Дицамбай[1]*

[1]Абай атындағы Казақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[2]Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан
**e-mail: koshtybayev70@mail.ru*

КИНЕМАТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ДИНАМИКАЛЫҚ ТЕОРИЯЛАРДЫҢ ПРОГРЕССИЯЛЫҚ НЕГІЗІ

Аңдатпа

Мақалада дененің механикалық қозғалыстарының кинематикалық және динамикалық теорияларының құрылымдық мазмұны арифметикалық прогрессия немесе сызықтық функция заңдылығы бойынша бірқалыпты өзгеретін механикалық шамалардың осы өзгерістерді іске асыратын шамалармен байланыстарына негізделетіні жүйеленіп көрсетілген. Бұл байланыстар прогрессия формуласы мен өзгеруші шамалардың уақытқа тәуелділік графиктері арқылы іске асырылады және сызықтық тәуелділіктің көлбеулік бұрышы арқылы бағаланады. Кинематикалық теорияда дене координаталарының бірқалыпты өзгеру заңдылығы және оның бұзылу жағдайлары сызықтық және параболалық заңдылықтар арқылы сипатталса, динамикалық теорияда координаталардың өзгеру жылдамдығының, орын ауыстырулардың, импульстің, кинетикалық энергияның және сыртқы әсерлердің атқаратын жұмыстарының бірқалыпты өзгерістері арифметикалық прогрессия заңдылықтары тұрғысынан қарастырылған. Дененің сыртқы әсерлерден алатын үдеуі, сыртқы әсерлер, әсердің қуаты, әсерлердің орташа қуаты секілді механикалық шамалар прогрессия жылдамдығының қызметін атқаратыны көрсетілген.

Түйін сөздер: прогрессия, кинематикалық және динамикалық теориялар, үдеу, жылдамдық, координата.

Б.А. Камал[1], Т.Б. Коштыбаев [2], Т.Б. Диканбай[1]
[1]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстаны
[2]Казахский национальный женский педагогичесий университет, г. Алматы, Казахстан

ПРОГРЕССИЯ КАК ОСНОВА КИНЕМАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ

Аннотация

В статье показано, что структурное содержание кинематических и динамических теорий механических движений, основывается на связях между равномерно изменяющихся механических величин по арифметической прогрессий или по закону линейной функций и величинами, которые ответсвенные за эти изменения. Эти связи осуществляются через формулы прогрессий и по графикам зависимости изменяющихся величин от времени и оцениваются через угол наклона линейных зависимостей. Если в кинематической теорий закон равномерного изменения координат тела и его нарушение описываются линейными и параболическими законами, то в динамической теорий равномерное изменение скоростьи, перемещений, импульса, кинетической энергии и работ внешних сил рассматриваются с точки зрения закона арифметической прогрессий. Механические величины как ускорение получемое телом от внешних сил, внешние действия, мощность действий, средняя мощность действий представлено в роли скорости прогрессий.

Ключевые слова: прогрессия, кинематические и динамические теорий, ускорение, скорость, координата.

B.A. Kamal[1], T.B. Koshtybaev [2], T.B. Dikanbay[1]
[1]Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan
[2]Kazakh National Women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

PROGRESSION AS THE BASIS OF KINEMATIC AND DYNAMIC THEORIES

Abstract

This article shows that the structural content of kinematic and dynamic theories of mechanical movements is based on the relationships between uniformly varying mechanical quantities according to arithmetic progressions or according to the law of linear functions and the quantities that are responsible for these changes. These relationships are carried out through progression formulas and graphs of the dependence of varying quantities on time and are estimated through the angle of inclination of linear dependencies. If in kinematic theories the law of uniform change of body coordinates and its violation are described by linear and parabolic laws, then in dynamic theories the uniform change of velocities, displacements, momentum, kinetic energy and the work of external forces are considered from the point of view of the law of arithmetic progressions. Mechanical quantities such as the acceleration received by the body from external forces, external actions, the power of actions, the average power of actions is represented as the speed of progressions.

Keywords: progression, kinematic and dynamic theories, acceleration, velocity, coordinate.

Кіріспе

Дененің механикалық қозғалыстарына арналған кинематикалық және динамикалық теорияларда механикалық шамалардың бір тобы уақыт бойынша бірқалыпты өзгерушілер, ал екінші бір тобы бірқалыпты өзгертушілер деп қарастырылған. Шамаларды бұлайша топтау бірқалыпты өзгеру заңдылығын сипаттайтын теңдеулердің құрылымдық сипатынан бастау алады. Шамалардың уақытқа сәйкес бірқалыпты өзгерісі (артуы немесе кемуі) арифметикалық прогрессия (немесе сызықтық функция) заңдылығы арқылы іске асырылатын болғандықтан бұл өзгерістерді сипаттаушы теңдеу ретінде прогрессия формуласы (сызықтық функцияның теңдеуі) қолданылған. Механикалық шамалар үшін жазылған прогрессия формуласын (сызықтық функцияны) қозғалыс теңдеулері деп атайды. Бұл теңдеулерде мәндері уақыт бойынша бірқалыпты өзгеретін негізгі механикалық шама (функция) мен осы өзгерістерді іске асыратын басқа бір шаманың арасындағы математикалық байланыс орнатылған. Негізгі өзгеруші шаманың мәндерін бірқалыпты өзгертуші шаманы *өзгеріс жылдамдығы* деп атайды. Өзгеруші шама мен өзгертуші шаманың өлшемдері (табиғаты) бірдей болғанымен, өзгеріс жылдамдығының c^{-1}-ге өзгешелігі бар. Олай болса, механикалық шамалардың уақыт бойынша өзгерістерін сипаттайтын теңдеулер мен олардың графиктері идеялық негізі мен құрылымдық сипаты жағынан бірнұсқалы (инвариант) деп санауға болады. Алайда, бұл шамалар, теңдеулер, графиктер механиканың әртүрлі тақырыптарында қарастырылатындықтан және де бұл шамалдардың белгіленулері мен өлшемдері әртүрлі болғандықтан олардың идеялық тұрғыдағы ортақ (жақындық) тұстары, өзара ұқсастық сипаттары мен құрылымдық жағынан бірізділіктері байқала бермейді. Бұл мақалада осы келтірілген жағдайлар жүйелі, әрі нақтылай қарастырылып өтіледі және механикалық шамалардың бірқалыпты өзгеру заңдылықтарына қатысты мәселелер біріздi сипатта талданып көрсетіледі.

Дененің механикалық қозғалыстарының математикалық негіздемесін алғашқылардың бірі болып И. Ньютон жасаған. Ол арифметикалық амалдар, сандардың арифметикалық және геометриялық прогрессиялар, дифференциялдау мен интегралдау арқылы механикалық қозғалыстардың тұтас бір теориясын ұсынды. «Табиғи философияның математикалық бастамалары» атты 3-томдық кітабының 1-ші томында механикалық қозғалыстың кинематикалық және динамикалық теориялары көрсетіліп, олардың негізгі деген тұжырымдамалары мен қорытындыларын теңдеулер (немесе формулалар) түрінде бекітті (заңдастырды). Басқаша айтқанда, И. Ньютон көптеген математикалық заңдылықтардың өмірдегі (табиғаттағы немесе тіршіліктегі) қолданылу аясын және осы заңдылықтардың практикалық маңызын айқындап берді [1].

Негізгі бөлім

Прогрессия және сызықтық функция

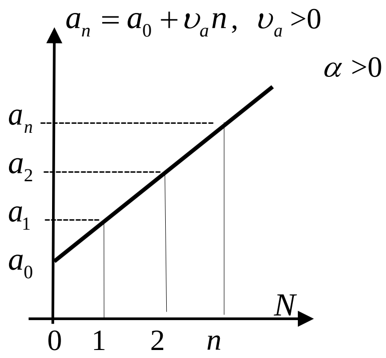
Ньютонның классикалық механикасындағы шамалардың уақыт бойынша өзгеру заңдылығы (теңдеулері мен графиктері) арифметикалық прогрессиядан (немесе сызықтық функциядан) бастау алады (латынның progressio–*алға қарай қозғалыс* деген ұғымы). Бір-бірінен $d = a_2 - a_1$ шамаға айырмашылықта болатын сандар қатарын (тізбегін) арифметикалық прогрессия деп атайды. Ағылшынның difference–*айырма* деген сөзінен алынған d–ны прогрессия дифференциялы, сандардың өзгеру қадамы немес сандардың өзгеру жылдамдығы (υ_a) деп атайды. Прогрессияның көршілес мүшелердің айырымы *оң* (d>0) болса, онда прогрессия–өспелі, ал егер *теріс* (d<0) мәнді болса, онда прогрессия–кемімелі. $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ тізбегінің кез-келген n-ші мүшесі (a_n) мына формуламен анықталады [2]:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = a_1 + nd - d = (a_1 - d) + nd \qquad n = 2,3,4,... \tag{1}$$

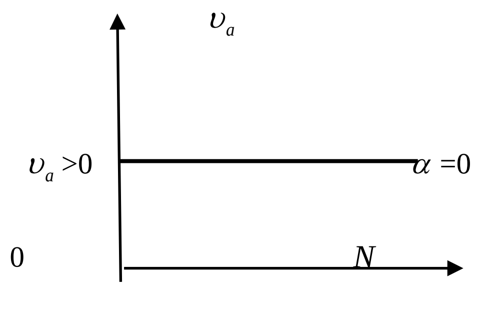
немесе

$$a_n = a_0 + dn = a_0 + \upsilon_a n \qquad n = 1,2,3,... \tag{2}$$

Мұндағы a_0–прогрессияның $n=0$ $n=0$ мәніне сәйкес келетін ең алғашқы мүшесі: $a_0 = a_1 - d$. (1)-формула $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ тізбегіне арналса, (2)-формула $a_0,\ a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ қатары үшін жазылған. υ_a >0 шартында $a_n = a_0 + \upsilon_a n$ прогрессиясы–өспелі, ал υ_a <0 жағдайда–кемімелі болады. 1-суретте өспелі прогрессияның $a_n = f(n)$ тәуелділік графигі жоғары бағытталған түзу болатындығы көрсетілген. Бұл прогрессияның υ_a >0 жылдамдығы *n*-ге тәуелді болмайтындығы 2-суреттегі $\upsilon_a = f(n)$ графигінде көрсетілген.

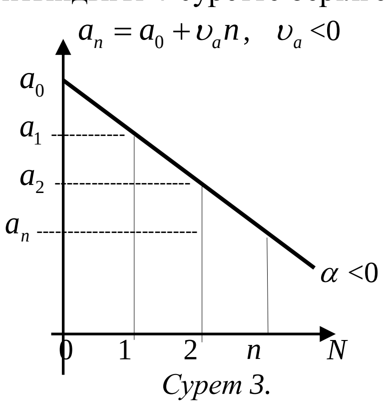


Сурет 1.

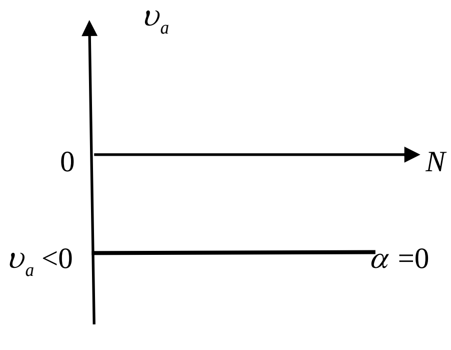


Сурет 2.

$a_n = a_0 + \upsilon_a n$–кемімелі ,прогрессияның $a_n = f(n)$ тәуелділік графигі төмен бағытталған түзу болатыны 3-суретте, ал осы прогрессияның жылдамдығының *n*-ге тәуелді болмайтындығы 4-суретте берілген.

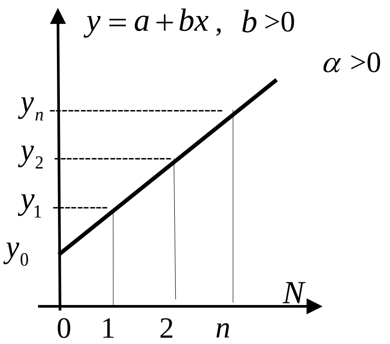


Сурет 3.

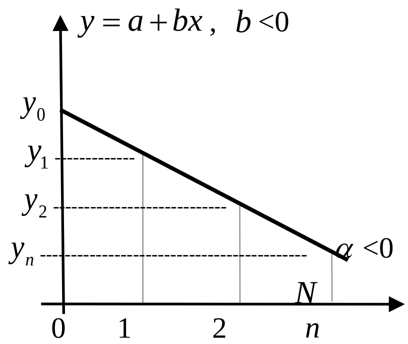


Сурет 4.

Осы келтірілген мәліметтерді негізге ала отырып $a_n = a_0 + \upsilon_a n$ прогрессияны түзудің теңдеуі немесе сызықтық функция деп қарауымызға болады екен. 1а-суретте b >0 болғандағы $y = a + bx$ сызықтық функцияның (арифметикалық прогрессияның) $y = f(x)$ $y = f(x)$ тәуелділік графигі дәл 1-суреттегідей жоғары бағытталған түзу екені көрсетілген.



Сурет 1а-



Сурет 3а

Ал 3а-суреттен b <0 шартындағы $y = a + bx$ сызықтық функцияның $y = f(x)$ тәуелділік графигі дәл 3-суреттегідей төмен бағытталған түзу екенін көруге болады. 1, 3, 1а, 3а–суреттердегі түзулер ON немесе OX осьіне α бұрышпен көлбей орналасқан (немесе түзулер көрсетілген осьтермен α бұрыш жасайды). 1-суреттегі түзудің көлбеулік бұрышының тангенсі прогрессия жылдамдығына тең:

$$tg\alpha = \frac{\Delta a}{\Delta n} = \frac{(a_2 - a_1)}{2-1} = a_2 - a_1 = \upsilon_a \qquad (3)$$

$a_2 > a_1$ (өспелі прогрессия) шартында υ_a >0, олай болса түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctg\upsilon_a$ >0. Көлбеулік бұрышы үлкен прогрессиядағы сандардың арту жылдамдығы да үлкен болады. 2-суреттегі түзу үшін

$$tg\alpha = \frac{\Delta \upsilon_a}{\Delta n} = \mid \Delta \upsilon_a = 0 \mid = \frac{0}{2-1} = 0$$

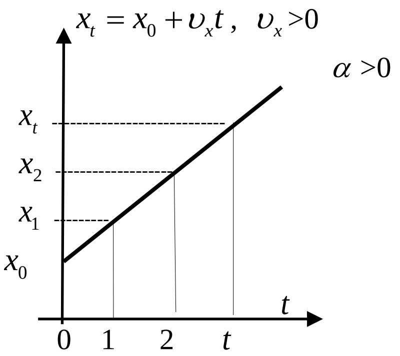
осыдан түзудің көлбеулік бұрышы $\alpha = arctg0 = 0$. 3-суреттегі түзудің көлбеулік бұрышының тангенсі (3)-қатынаспен анықталады. $a_2 < a_1$ (кемімелі прогрессия) шартында υ_a <0, сонда түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctg\upsilon_a$ >0. 4-суреттегі түзу үшін

$$tg\alpha = \frac{\Delta \upsilon_a}{\Delta n} = \mid \Delta \upsilon_a = 0 \mid = \frac{0}{2-1} = 0$$

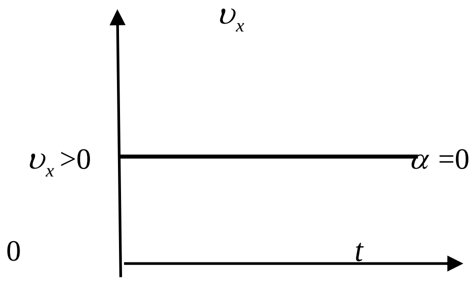
Осыдан түзудің көлбеулік бұрышы $\alpha = 0$.

Дене координаталарының бірқалыпты өзгеру заңдылығы

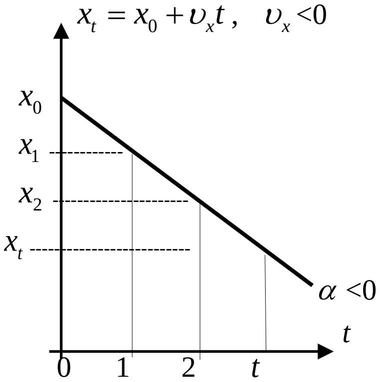
$a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ тізбегіндегі сандарды OX осімен орын ауыстыратын дененің $x_0, x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ координаталарымен, ал $n = 1, 2, 3, ...$ кезектестігін (санағын) секундомердің (timer) $t = 1, 2, 3, ...$ секундтық көрсетулерімен алмастыру арқылы дененің бірқалыпты қозғалысын дене координаталарының арифметикалық прогрессиясы деп қарастыруға болады, яғни $a_n = a_0 + \upsilon_a n$ прогрессиясы координаталардың $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ –бірқалыпты өзгеру заңдылығына түрленеді. Орын ауыстырушы дененің координаталары бірқалыпты заңдылықпен өзгеретін болса, онда бұл орын ауыстыру бірқалыпты түзу сызықты қозғалыс деп аталады. Прогрессия заңдылығымен өзгеріп жатқан (бірқалыпты өзгеруші) шама–өлшемі метр ($м$) болатын координата болғандықтан, оның әрбір секунд сайынға өзгеру жылдамдығының (υ_x) өлшемі $\frac{м}{с}$ болады [3–5]. Координаталардың $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ өспелі прогрессиясының (υ_x>0) $x_t = f\left(t\right)$ тәуелділігі 1және 1а-суреттердегідей жоғары қарай бағытталған түзу сызық болады (1в-сурет). Бұл суреттен координаталары тұрақты υ_x>0 жылдамдықпен артатын дененің ОХ осі бағытында қозғалыс жасап жатқандығын байқауға болады. Дене координаталарын бірқалыпты арттыратын υ_x>0 шамасы уақытқа тәуелді болмайтындығы 2а-суретте көрсетілген (2-суретке қараңыз). Координаталардың $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ кемімелі (υ_x<0) прогрессиясының $x_t = f\left(t\right)$ тәуелділік графигі 3 және 3а-суреттердегі секілді төмен бағытталған түзу сызық болады (3с-сурет) және бұл графиктен координаталары тұрақты υ_x<0 жылдамдықпен кемитін дене ОХ осі бағытына қарсы бағытта қозғалыс жасап жатқандығын байқауға болады. Дене координаталарын бірқалыпты кемітетін υ_x<0 шамасы уақытқа тәуелді емес (4а-сурет). $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ теңдеуінде $S_t = \upsilon_x t$ –дененің t уақыт ішіндегі жасаған орын ауыстыруы: $x_t = x_0 + S_t$ осыдан $S_t = x_t - x_0 = \Delta x_t$. Егер, $x_t > x_0$ болса (1в-сурет), онда дене ОХ бағытында орын ауыстырған, ал $x_t < x_0$ жағдайда (3с-сурет) ОХ бағытына қарсы бағытта орын ауыстырған деп есептелінеді. 1в–суреттегі түзу α бұрышпен көлбей орналасқан, көлбеулік бұрышының тангенсі прогрессия жылдамдығына тең:



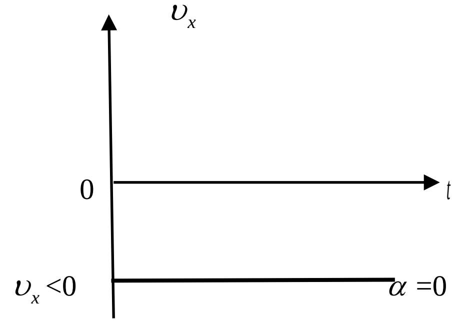
Сурет 1в



Сурет 2а



Сурет 3с



Сурет 4а

$$tg\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_2 - x_1)\,м}{(2-1)\,с} = \frac{(x_2 - x_1)\,м}{1с} = \upsilon_x \frac{м}{с} \tag{4}$$

$x_2 > x_1$ (өспелі прогрессия) болғандықтан υ_x>0, осыдан түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctg\upsilon_x$ >0.

Көлбеулік бұрышы үлкен прогрессиядағы координаталардың арту жылдамдығы да үлкен болады. 3с-суреттегі түзудің көлбеулік бұрышының тангенсі (4)-қатынаспен анықталады. $x_2 <$ x_1 (кемімелі прогрессия) болғандықтан υ_x<0, олай болса түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctg\upsilon_x$ < 0.

Координаталар прогрессиясының жылдамдығының бірқалыпты өзгеру заңдылығы

Ньютонның екінші заңы бойынша, бірқалыпты түзу сызықты қозғалыстағы инертсіз (массас аз) денеге сырттан өзара теңгерілмеген әсерлер жасалатын болса, онда дене координаталарының $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ түрдегі бірқалыпты өзгерісі (прогрессиясы) бұзылып, дененің бірқалыпты қозғалысы үдемелі қозғалысқа ауысады:

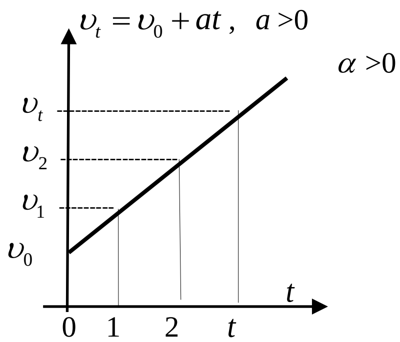
$$x_t = x_0 + \upsilon_0 t + \left(\frac{a}{2}\right)t^2 \tag{5}$$

Үдеу (a) деп аталатын шама координаталардың бірқалыпты өзгерісін бұзып, координаталардың тұрақты болып келген υ_x өзгеру жылдамдығын бірқалыпты өзгеріске түсіреді:

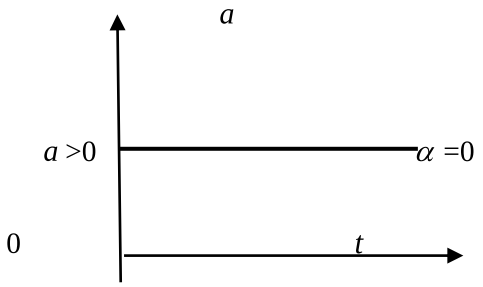
$$\upsilon_t = \upsilon_0 + at \qquad t = 1, 2, 3, \ldots \text{сек} \tag{6}$$

Бұл өрнек $a_n = a_0 + \upsilon_a n$ прогрессиясын құрайтын $a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ сандарды $\upsilon_0, \upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3, ..., \upsilon_t$ *жылдамдық мәндерімен* алмастыру арқылы алынды. Бұл жерде үдеу– жылдамдық мәндерінің өзгеру жылдамдығы болып отыр, яғни $a = \upsilon_\upsilon$. Прогрессия заңдылығымен өзгеріп жатқан (бірқалыпты өзгеруші) шама–өлшемі $\frac{м}{с}$ болатын жылдамдық болғандықтан, оның әрбір секунд сайынға өзгеру жылдамдығы ($\upsilon_\upsilon = a$) $\frac{\frac{м}{с}}{с} = \frac{м}{с^2}$ болады: координаталардың $\upsilon_x = \upsilon_0$ жылдамдықпен $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ түрдегі бірқалыпты өзгерісі бұзылған кезде ((5)-ке қараңыз) дененің жылдамдығы секун сайын a шамасына артуы немесе кемуі мүмкін, яғни дене секун сайын a шамаға артық (немесе кем) орын ауыстырулар жасап отыратын болады. Олай болса, дененің бірқалыпты үдемелі қозғалысы деп дене координаталарының өзгеру жылдамдығы мен секунд сайынғы орын ауыстыруларының (қадамдарының) прогрессия заңдылығы бойынша өзгеруін айтады екенбіз. Координаталардың бірқалыпты өзгерісінің бұзылуының салдары осылайша түсіндіріледі. (6)-түрдегі теңдік дененің кез-келген уақыттан кейінгі υ_t жылдамдығын анықтап беретін жылдамдық мәндерінің прогрессиясы болып табылады. Жылдамдықтардың өспелі (a >0) $\upsilon_t = \upsilon_0 + at$ прогрессиясының $\upsilon_t = f(t)$ тәуелділік графигі 1 және 1а-суреттерде көрсетілгендей жоғары бағытталған түзу болады (1с-сурет). (6)-өспелі прогрессиясының жылдамдығы болып табылатын үдеу уақытқа тәуелді емес, яғни $a = f(t)$ тәуелділігі 2 және 2а-суреттердегі графиктер секілді болады (2с-сурет). (6)-прогрессия $a<0$ шартында–кемімелі, оның $\upsilon_t = f(t)$ тәуелділік графигі 3 және 3а-суреттерде көрсетелгендей төмен бағытталған түзу сызық болады (3к-сурет). (6)-кемімелі прогрессиясының жылдамдығы болып табылатын үдеу уақытқа тәуелді емес, яғни $a = f(t)$ тәуелділігінің графигі 4 және 4а-суреттер сияқты болады (4в-сурет). $\upsilon_t = \upsilon_0 + at$ теңдеуде $\Delta\upsilon_t = at$–сыртқы әсерлердің t уақыт ішінде денеге қосқан ($\Delta\upsilon_t$ >0) немесе дененің жоғалтқан ($\Delta\upsilon_t$<0) жылдамдығы. Сонда (6)-теңдік $\upsilon_t = \upsilon_0 + \Delta\upsilon_t$ түрде жазылады да, осыдан $\Delta\upsilon_t = \upsilon_t - \upsilon_0$. Егер, $\upsilon_t > \upsilon_0$ болса, онда дене t уақыт ішінде шамасы $\Delta\upsilon_t$ болатын жылдамдыққа ие болған немесе дененің жылдамдығы $\Delta\upsilon_t$ шамасына көбейген. Ал егер $\upsilon_t < \upsilon_0$ болса, онда дене t уақыт ішінде шамасы $\Delta\upsilon_t$ болатын жылдамдығын жоғалтқан (дененің жылдамдығы $\Delta\upsilon_t$ шамасына кеміген). 1с және 3к–суреттердегі түзулдер α бұрышпен көлбей орналасқан және көлбеулік бұрышының тангенсі прогрессия жылдамдығына тең:

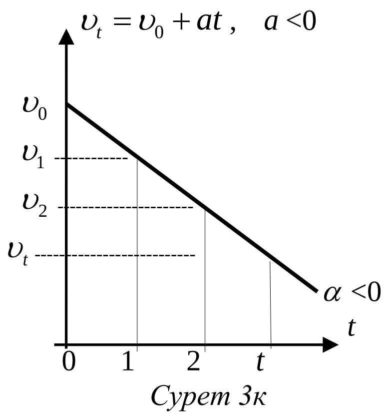
$$tg\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{(\upsilon_2 - \upsilon_1)\frac{м}{с}}{(2-1)с} = \frac{(\upsilon_2 - \upsilon_1)\frac{м}{с}}{1с} = a\frac{м}{с^2} \tag{7}$$



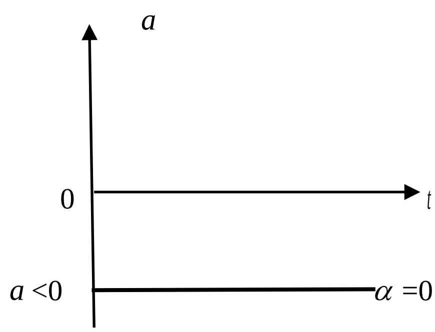
Сурет 1с



Сурет 2с



Сурет 3к



Сурет 4в

1с-суреттегі тәуелділікте $\upsilon_2 > \upsilon_1$ (өспелі прогрессия) болғандықтан (7)-теңдігінен a >0, олай болса, (7)-теңдігінен түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctga$>0. 3к-суретт $\upsilon_2 < \upsilon_1$ (кемімелі прогрессия) болғандықтан (7)-теңдігінен a<0, олай болса, түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctga$<0.

Импульстің бірқалыпты өзгеру заңдылығы. Дененің үдеуі (дене жылдамдығының өзгеру жылдамдығы) сыртқы әсерлердің жиынтық шамасына (F_s) және дененің m массасына тәуелді:

$$a = \frac{F_S}{m} \tag{8}$$

Ал үдеу–жылдамдықтардың бірқалыпты өзгерісін іске асырушы шама, оның (8)-мәнін $\upsilon_t = \upsilon_0 + at$ прогрессиясына қойсақ:

$$m\upsilon_t = m\upsilon_0 + F_s t \tag{9}$$

$m\upsilon = P$-дененің импульсі, олай болса (4)-тен

$$P_t = P_0 + F_s t \tag{10}$$

Дененің жылдамдығын бірқалыпты арттыратын (a >0) сыртқы F_s >0 жиынтық (қорытқы, қосынды) әсердің бағыты дененің қозғалыс бағытында (0^o немесе сүйір бұрыштармен) жасалады [6–8]. Ал, дененің жылдамдығын бірқалыпты кемітетін (a <0) сыртқы қорытқы әсер дененің қозғалыс бағытына қарсы бағыттарда (180^0 немесе доғал бұрыштармен) жасалады. (10)-теңдікте $F_s t = \Delta P_t$ –дененің t уақыт ішінде қосып алатын (ΔP_t >0) немесе жоғалтатын (ΔP_t <0) импульсінің шамасы.

Сонда, (10)-тен:

$$P_t = P_0 + \Delta P_t \quad \text{немесе} \quad \Delta P_t = P_t - P_0 \; \Delta P_t = P_t - P_0$$

Егер, $P_t > P_0$ болса, онда дене t уақыт ішінде шамасы ΔP_t >0 болатын импульске ие болған (дененің импульсі ΔP_t шамаға көбейеді). Ал егер $P_t < P_0$ болса, онда дене t уақыт ішінде шамасы ΔP_t болатын импульсін жоғалтқан (дененің импульсі ΔP_t шамаға кеміген). (10)-түрдегі теңдік дененің кез-келген уақыттан кейінгі P_t импульсін анықтап береді. Дене импульстерінің $P_t = P_0 + F_s t$ –бірқалыпты өзгеру заңдылығы F_s >0 шартында–өспелі прогрессия, оның $= f(t)$ $P_t = f(t)$ тәуелділік графигі 1, 1а-суреттердегі секілді жоғары қарай бағытталған түзу сызық болады (1к-сурет). $P_t = P_0 + F_s t$ –өспелі прогрессиясының жылдамдығы болып табылатын F_s >0–қорытқы сыртқы әсердің шамасы тұрақты, яғни уақытқа тәуелді емес: $F_s = f(t)$ тәуелділігі 2 және 2а-суреттердегі графиктер секілді болады (2к-сурет). Дене импульстерінің $P_t = P_0 + F_s t$ –бірқалыпты өзгеру заңдылығы F_s <0 шартында кемімелі прогрессия болып табылады, оның $P_t = f(t)$ тәуелділік графигі 3, 3а-суреттердегі төмен бағытталған түзу сызық болады (3d-сурет). $P_t = P_0 + F_s t$ –кемімелі прогрессиясының жылдамдығы болып табылатын F_s <0 қорытқы сыртқы әсердің шамасы уақытқа тәуелді емес, яғни $F_s = f(t)$ тәуелділігінің графигі 4 және 4а-суреттер сияқты түрде болады (2d-сурет). Прогрессия заңдылығымен өзгеріп жатқан (бірқалыпты өзгеруші) шама–өлшемі $кг\frac{м}{с}$ болатын импульс болғандықтан, оның әрбір секунд сайынға өзгеру жылдамдығы ($\upsilon_p = F_s$) $\frac{кг\frac{м}{с}}{с} = \frac{кг \cdot м}{с^2} = Н$ (Ньютон) болады: координатаның $\upsilon_x = \upsilon_0$ жылдамдықпен $x_t = x_0 + \upsilon_x t$ түрдегі бірқалыпты өзгерісі бұзылған кезде ((5)-ке қараңыз) дененің импульсі секун сайын F_s шамаға өзгеретін болады (артады немесе кемиді, 1к және 3d-графиктеріне қараңыз).

1к–суреттегі түзу α α бұрышпен көлбей орналасқан, көлбеулік бұрышының тангенсі прогрессия жылдамдығына тең:

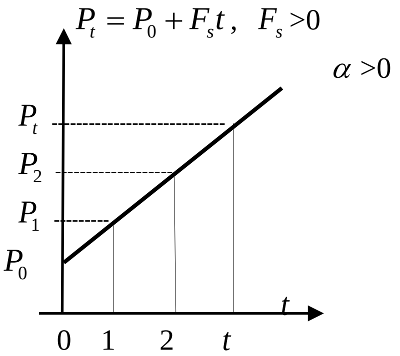
$$tg\alpha = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{(P_2 - P_1)кг\frac{м}{c}}{(2-1)c} = \frac{(P_2 - P_1)кг\frac{м}{c}}{1c} = (P_2 - P_1)кг\frac{м}{c^2} = \Delta P = F_s \qquad (*)$$

$P_2 > P_1$ (өспелі прогрессия) болғандықтан $F_s > 0$, осыдан түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctgF_s > 0$.

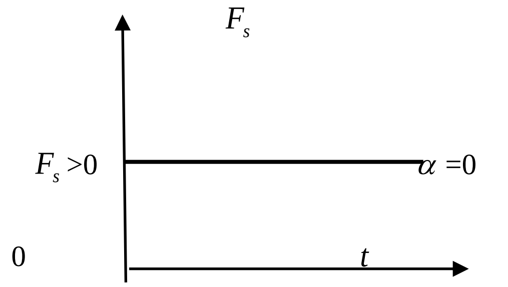
3d-суреттегі түзудің көлбеулік бұрышының тангенсі (*)-теңдігімен анықталатын прогрессия жылдамдығына тең, $P_2 < P_1$ (кемімелі прогрессия) болғандықтан $F_s < 0$.

Түзудың көлбеулік бұрышы

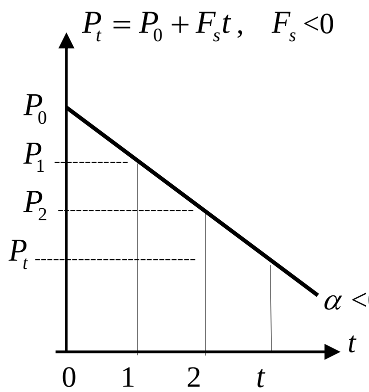
$$\alpha = arctgF_s < 0.$$



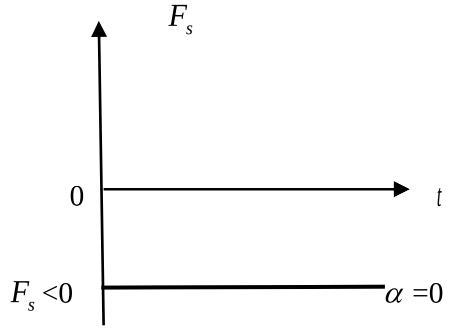
Сурет 1к



Сурет 2к



Сурет 3d



Сурет 2d

Кинетикалық энергия мен сыртқы әсерлердің атқаратын жұмысының бірқалыпты өзгеру заңдылығы

Бірқалыпсыз қозғалыстағы дененің кез-келген $t = 0,1,2,3,...сек$ уақыт мезеттеріндегі кинетикалық энергияларын сол мезеттердегі импульс мәндері арқылы анықтауға болады:

$$E_t = \frac{P_t^2}{2m} = E_0, E_1, E_2, E_3, ..., E_t = E_t = \frac{P_t^2}{2m} = E_0, E_1, E_2, E_3, ..., E_t =$$
$$= = E_0, E_0 + A_1, E_1 + A_2, E_2 + A_3, ..., E_{t-1} + A_t$$

Энергияның бұл мәндері прогрессия заңына бағынбайды. Жоғарыдағы теңдікте $A_1, A_2, A_3, ..., A_t$ –сыртқы қорытқы (жиынтық) F_s әсердің әрбір $t-шi$ секундта атқарған жұмысы (денеге қосылған немесе дененің жоғалтқан энергия мөлшері)

$$A_1 = E_0 + N; A_2 = E_0 + 2N; A_3 = E_0 + 3N; ...; A_t = E_0 + Nt \qquad (11)$$

Ал $N = F_s \cdot \upsilon_0$ –әрбір $t-шi$ секундта атқарылған жұмыстардың өзгеру жылдамдығы (қуат). Осы жұмыстардың қосындысы сыртқы қорытқы әсердің t уақыт ішінде атқарған жұмысына (денеге қосқан немесе денеден алған энергия мөлшеріне) тең:

$$A_S = A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_t = F_S \cdot S_t = \frac{m}{2}\left(\upsilon_t^2 - \upsilon_0^2\right)$$

Мұндағы S_t –дененің t уақыт ішінде жасаған орын ауыстыруы:

$$S_t = \upsilon_0 t + \frac{a}{2}t^2$$

t уақыт ішінде атқарылған орташа жұмыс (орташа қуат):

$$N_{орт} = \frac{A_S}{t} = F_s \cdot U = F_s\left(\upsilon_0 + \frac{a}{2}t\right)$$

(U-дененің орташа жылдамдығы). Орташа қуат арқылы дененің әрбір t секундтағы кинетикалық энергияларының өзгерісін прогрессия заңдылығына келтіруге болады (орташа қуат–энергиялардың өзгеру жылдамдығы):

$$E_t = E_0 + N_{орт} \cdot t \qquad (12)$$

(12)-теңдікте $N_{орт} = \Delta E_t$ –дененің t уақыт ішінде қосып алатын ($N_{орт}$>0, ΔE_t>0) немесе жоғалтатын ($N_{орт}$<0, ΔE_t<0) энергиясының шамасы [10, 11].

Сонда, (12)-ден:

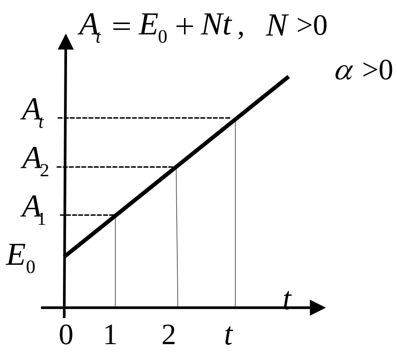
$$E_t = E_0 + \Delta E_t \qquad \text{немесе} \qquad \Delta E_t = E_t - E_0$$

Егер, $E_t > E_0$ болса, онда дене t уақыт ішінде шамасы ΔE_t>0 болатын кинетикалық энергияға ие болғаны (дененің энергиясы ΔE_t шамаға көбейген). Ал егер $E_t < E_0$ болса, онда дене t уақыт ішінде шамасы ΔE_t болатын энергиясын жоғалтқаны (дененің энергиясы ΔE_t шамаға кемігені). (12)-түрдегі теңдік дененің кез-келген уақыттан кейінгі E_t кинетикалық энергиясын анықтап береді.

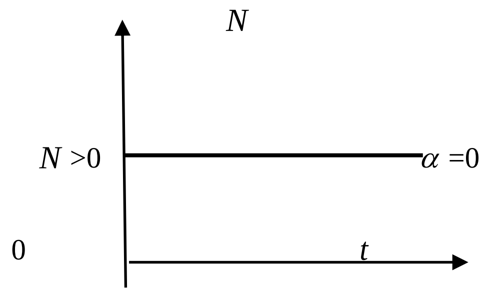
Сыртқы қорытқы әсердің әрбір $t-шi$ секундта атқарған жұмыстарының (11)-теңдігімен берілген $A_t = E_0 + Nt$ түрдегі бірқалыпты өзгеру заңдылығы N>0 шартында–өспелі прогрессия болады, оның $A_t = f(t)$ тәуелділік графигі 1 және 1а-суреттерде көрсетілгендей жоғары қарай бағытталған түзу сызық болады (1е-сурет). $A_t = E_0 + Nt$–өспелі прогрессиясының жылдамдығы болып табылатын N>0 қуаттың шамасы тұрақты, яғни ол уақытқа тәуелді емес: $N = f(t)$ тәуелділігі 2 және 2а-суреттердегі графиктер секілді болады (2е-сурет). Атқарылған жұмыстардың $A_t = E_0 + Nt$–бірқалыпты өзгеру заңдылығы N<0 шартында–кемімелі прогрессия болып табылады, оның $A_t = f(t)$ тәуелділік графигі 3 және 3а-суреттердегі төмен бағытталған түзу сызық болады (7-сурет). N<0 қуат уақытқа тәуелді емес, яғни $N = f(t)$ тәуелділігінің графигі 4 және 4а-суреттер сияқты түрде болады (8-сурет).

Прогрессия заңдылығымен өзгеріп жатқан (бірқалыпты өзгеруші) шама–өлшемі Дж болатын жұмыс болғандықтан, оның әрбір секунд сайынға өзгеру жылдамдығы ($\upsilon_A = N$) $\frac{Дж}{с} = Вт$ (Ватт) болады. 1е–суреттегі түзу α бұрышпен көлбей орналасқан, көлбеулік бұрышының тангенсі прогрессия жылдамдығына тең:

$$tg\alpha = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{(A_2 - A_1)Дж}{(2-1)с} = \frac{(A_2 - A_1)Дж}{1с} = (A_2 - A_1)\frac{Дж}{с} = N \ Вт \qquad (13)$$

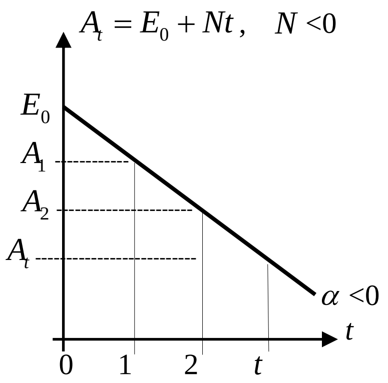


Сурет 1е

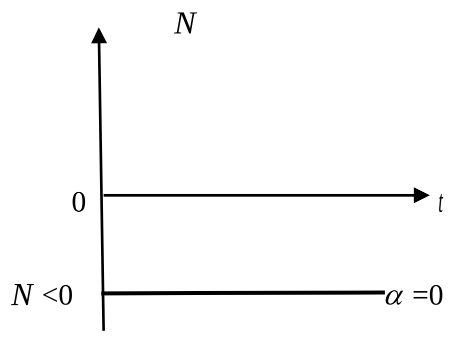


Сурет 2е

$A_2 > A_1$ (өспелі прогрессия) болғандықтан $N > 0$, осыдан түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctgN > 0$. 7-суреттегі түзудің көлбеулік бұрышының тангенсі (13) арқылы анықталады. $A_2 < A_1$ (кемімелі прогрессия) болғандықтан $N < 0$. Сонда түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctgN < 0$. Бірқалыпсыз қозғалыстағы дененің (12)-теңдігі арқылы анықталатын кинетикалық энергияларының $E_t = E_0 + N_{орт} \cdot t$–бірқалыпты өзгеру заңдылығы $N_{орт} > 0$ шартында–өспелі прогрессия болады, оның $E_t = f(t)$ тәуелділік графигі 1 және 1а-суреттердегі секілді жоғары қарай бағытталған түзу сызық арқылы сипатталады (9-сурет).

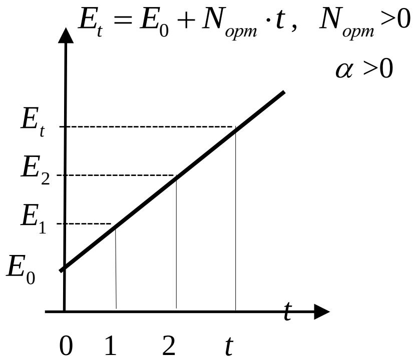


Сурет 7

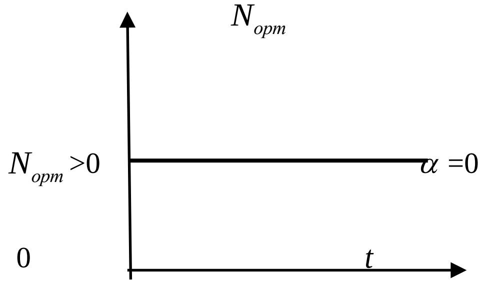


Сурет 8

$E_t = E_0 + N_{орт} \cdot t$–өспелі прогрессиясының жылдамдығы тұрақты шама (уақытқа тәуелді емес): $N_{орт} = f(t)$ тәуелділігі 2 және 2а-суреттердегі графиктер секілді болады (10-сурет).

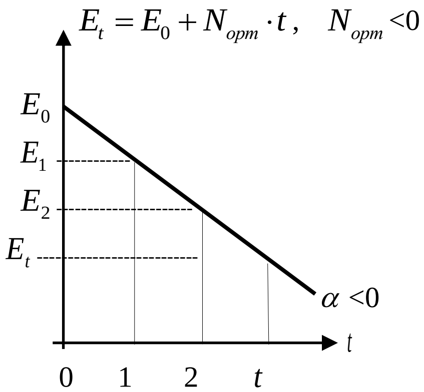


Сурет 9

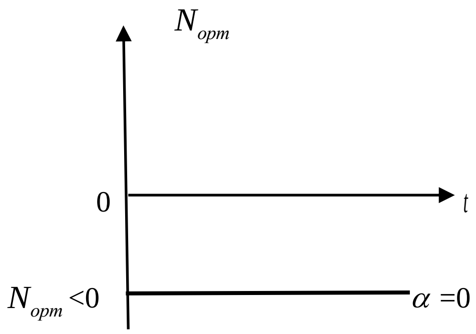


Сурет 10

Кинетикалық энергиялардың (12) түрдегі бірқалыпты өзгеру заңдылығы $N_{орт}$<0 шартында–кемімелі прогрессия болып табылады, оның $E_t = f(t)$ тәуелділік графигі 3 және 3а-суреттерде келтірілгендей төмен бағытталған түзу сызық болады (11-сурет). $E_t = E_0 + N_{орт} \cdot t$–кемімелі прогрессиясының жылдамдығы уақытқа тәуелді емес, яғни $N = f(t)$ тәуелділігінің графигі 4 және 4а-суреттер сияқты түрде болады (12-сурет).



Сурет 11



Сурет 12

Прогрессия заңдылығымен өзгеріп жатқан (бірқалыпты өзгеруші) шама–өлшемі Дж болатын энергия болғандықтан, оның әрбір секунд сайынға өзгеру жылдамдығы ($\upsilon_E = N_{орт}$) $\frac{Дж}{с} = Вт$ болады. 9–суреттегі түзу α бұрышпен көлбей орналасқан, көлбеулік бұрышының тангенсі прогрессия жылдамдығына тең:

$$tg\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{(E_2 - E_1)Дж}{(2-1)с} = \frac{(E_2 - E_1)Дж}{1с} = (E_2 - E_1)\frac{Дж}{с} = N_{орт}\ Вт \qquad (14)$$

$E_2 > E_1$ (өспелі прогрессия) болғандықтан $N_{орт}$>0, осыдан түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctgN_{орт}$>0.

11-суреттегі түзудің көлбеулік бұрышының тангенсі (14)-арқылы табылады. $E_2 < E_1$ (кемімелі прогрессия) болғандықтан $N_{орт}$<0. Олай болса, түзудың көлбеулік бұрышы $\alpha = arctgN_{орт}$<0.

Қорытынды

Сонымен, Ньютон механикасында дене координаталарының бірқалыпты өзгеріс заңдылығы бұзылған кезде координаталардың өзгеру жылдамдығы, дененің импульсі, кинетикалық энергиясы және сыртқы әсерлердің атқарған жұмыстары уақыт бойынша бірқалыпты өзгеру заңдылығына бағыныншты түрде анықталады екен. Сызықтық өзгеру заңдылығына бағынбайтын шамаларды орташалау тәсілі арқылы бірқалыпсыз өзгеру заңдылығынан прогрессия заңдылығына ауыстыруға болады. Жылдамдық, сыртқы әсерлердің қорытқы мәні, үдеу, қуат, орташа қуат секілді механикалық шамалар координата, жылдамдық, импульс, кинетикалық энергия, жұмыс сияқты механикалық шамалардың уақыт бойынша бірқалыпты өзгерісін іске асырушылар қызметін атқаратындығына немесе олар шамалардың өзгеру жылдамдықтар болып табылатынына көз жеткіздік. Сонымен бірге, олар шамалардың сызықтық өзгеріс заңдылықтарының бұрыштық коэффициенті рөлін де қосы атқаратыны графиктер арқылы көрсетілді. Бірқалыпты қозғалыстағы дененің координаталарының $x_t = x_0 + \upsilon_x t$, дененің бірқалыпсыз қозғалысы кезіндегі координаталар-дың өзгеру жылдамдығының $\upsilon_t = \upsilon_0 + at$, импульстің $P_t = P_0 + F_s t$, сыртқы әсерлердің атқаратын жұмыстарының $A_t = E_0 + Nt$, кинетикалық энергияның $E_t = E_0 + N_{орт} \cdot t$–бірқалыпты өзгеру заңдылықтары $a_n = a_0 + \upsilon_a n$ түрдегі арифметикалық прогрессия немесе $y = a + bx$ түрдегі сызықтық функция болып табылатындықтарына көз жеткіздік.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Математические начала натуральной философии. –М.: Наука, 1989. –688 с.
2 Белый Е.К. Прогрессии. Петрозаводск: ПГУ, 2016.-128 с.
3 Кудрявцев П.С. Курс истории физики. –М.: Просвещение, 1982. –448 с.
4 Дж. У. Лич. Классическая механика –М.: ИИЛ, 1961. –173 с.
5 Голдстейн Г., Чарлз Пуль, Джон Сафко. Классическая механика. К.: ИКИ, 2012. –828 с.
6 Яковлев В.И., Остапенко Е.Н. История и методология механики. Пермь, 2109. –218 с.
7 Андреев А.Д., Колгатин С.Н., Черных Л.М. Классическая мехнаика. Санкт-Петербург, 2018. –32 с.
8 Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции. УРСС, Ленанд, 2018. –258 с.
9 Ворович И.И. Лекции по динамике Ньютона. Физматлит., 2010. –602 с.
10 Roger Muncaster. Physics. Oxford University, 2014.-600 p.

References:

1 Matematicheskie nachala natural'noj filosofii [Mathematical principles of natural philosophy]. M.: Nauka, 1989. 688 p.
2 Belyj E.K. (2016) Progressii [Progression]. Petrozavodsk: PGU, 128.
3 Kudrjavcev P.S. (1982) Kurs istorii fiziki [Course on the history of physics]. M.: Prosveshhenie, 448.
4 Dzh. U. Lich. (1961) Klassicheskaja mehanika [Classical mechanics]. M.: IIL, 173.
5 Goldstejn G., Charlz Pul', Dzhon Safko. (2012) Klassicheskaja mehanika [Classical mechanics]. K.: IKI, 828.
6 Jakovlev V.I., Ostapenko E.N. (2019) Istorija i metodologija mehaniki [History and methodology of mechanics]. Perm', 218.
7 Andreev A.D., Kolgatin S.N., Chernyh L.M. (2018) Klassicheskaja mehnaika [Classical mechanics]. Sankt-Peterburg, 32.
8 Ishlinskij A.Ju. (2018) Klassicheskaja mehanika i sily inercii [Classical mechanics and inertial forces]. URSS, Lenand, 258.
9 Vorovich I.I. (2010) Lekcii po dinamike N'jutona [Lectures on Newtonian dynamics]. Fizmatlit ., 602.
10 Roger Muncaster. (2014) Physics.[Physics] Oxford University, 600.