МРНТИ 20.01.07

10.51889/2959-5894.2024.85.1.013

А. Самбетова[1*], К. Телекбаева[2]
[1] Казахская национальная академия искусств им. Т. К. Жургенова, г.Алматы, Казахстан
[2] ТОО Prosport, г. Алматы, Казахстан
[*]e-mail: aigerimsambetova@mail.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ В СРЕДАХ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Аннотация

Актуальность данного исследования заключается в том, что с развитием технологий и программного обеспечения, развиваются потребности в исчислении все более сложных задач, большинство которых уже нельзя развязывать аналитическими способами. Это создает необходимость искать новые и эффективные способы решения задач с более высокой точностью и скоростью. Целью исследования является ознакомление с способами и инструментами, которые применяются для развязывания, моделирования и анализа задач в разных сферах, для подготовки студентов высших учебных заведений к решению математических задач в разных областях научной и технической деятельности. Среди используемых методов можно выделить аналитический метод, метод Гауса, метод Рунге-Кутта, метод наименьших квадратов, метод Ньютона и другие, для их реализации могут быть использованы разные языки программирования, такие как Python, Mathcad, MATLAB, Comsol и другие. Возможность использования полученных результатов в практической деятельности для разработки новых программ и алгоритмов позволит улучшить точность и эффективность численных расчетов, что в свою очередь может способствовать улучшению различных процессов и разработке технологий.

Ключевые слова: алгоритмы, высшие учебные заведения, программирование, сравнительный анализ, технологии.

А. Самбетова[1], К. Телекбаева[2]
[1] Т. Қ. Жүргенов атындағы Қазақ ұлттық өнер академиясы, Алматы қ., Қазахстан
[2] Prosport ЖШС, Алматы қ., Казахстан

БАҒДАРЛАМАЛАУ ОРТАЛАРЫНДА САНДЫҚ ӘДІСТЕРДІ ТИІМДІ ЖҮЗЕГЕ АСЫРУДЫ ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа

Бұл зерттеудің өзектілігі технология мен бағдарламалық қамтамасыз етудің дамуымен күрделі есептерді есептеу қажеттіліктерінің дамып келе жатқандығында, олардың көпшілігін аналитикалық әдістермен шешу мүмкін емес. Бұл жоғары дәлдік пен жылдамдықпен мәселелерді шешудің жаңа және тиімді жолдарын іздеу қажеттілігін тудырады. Зерттеудің мақсаты – әртүрлі салалардағы есептерді шешу, модельдеу және талдау үшін қолданылатын әдістер мен құралдармен танысу, жоғары оқу орындарының студенттерін ғылыми-техникалық қызметтің әртүрлі салаларындағы математикалық есептерді шешуге дайындау. Қолданылатын әдістердің ішінде аналитикалық әдісті, Гаусс әдісін, Рунге-Кутта әдісін, ең кіші квадраттар әдісін, Ньютон әдісін және басқаларды ажыратуға болады; оларды жүзеге асыру үшін Python, Mathcad, MATLAB, Comsol және т.б. сияқты әртүрлі бағдарламалау тілдерін пайдалануға болады. Алынған нәтижелерді жаңа бағдарламалар мен алгоритмдер жасау үшін практикалық қызметте пайдалана білу сандық есептеулердің дәлдігі мен тиімділігін арттырады, бұл өз кезегінде әртүрлі процестерді жақсартуға және технологияларды дамытуға көмектеседі.

Түйін сөздер: алгоритмдер, жоғары оқу орындары, бағдарламалау, салыстырмалы талдау, технология.

A. Sambetova[1], K. Telekbayeva[2]
[1] T.K. Zhurgenov Kazakh National Academy of Arts, Almaty, Kazakhstan
[2] Prosport LLP, Almaty, Kazakhstan

INVESTIGATION OF THE OPTIMAL IMPLEMENTATION OF NUMERICAL METHODS IN PROGRAMMING ENVIRONMENTS

Abstract

The relevance of this study lies in the fact that with the development of technology and software, the needs for calculating increasingly complex problems are developing. This creates a need to find new and effective ways to solve problems with higher accuracy and speed. The purpose of the study is to familiarize yourself with the methods and tools that are used to solve, model and analyze problems in various fields, to prepare students of higher educational institutions to solve mathematical problems in various fields. Among the methods used, one can distinguish the analytical method, the Gauss method, the Runge-Kutta method, the least squares method, Newton's method and others; for their implementation, various programming languages can be used, such as Python, Mathcad, MATLAB, Comsol and others. The ability to use the results obtained in practical activities to develop new programs and algorithms will improve the accuracy and efficiency of numerical calculations.

Keywords: algorithms, higher education institutions, programming, comparative analysis, technology.

Введение

Актуальность данного исследования обусловлена тем, что в современной науке необходимость в точном решении задач численными методами возрастает и требует разработку новых и быстрых способов, которые будут удовлетворять потребности запроса. Кроме того, главным приоритетом использования данных методов заключается в том, что они позволяют разрабатывать новые алгоритмы, что в свою очередь позволяют повысить эффективность вычислительных процессов. Новые и быстрые способы вычислений позволяют решать более сложные задачи, которые ранее были недоступны для решения. Одной из главных проблем исследования является понимание обучения студентов численным методам. Важно дать студентам глубокие знания в сферах математики и программирования. Это позволит не только эффективно решать задачи в разных областях научной деятельности, но и внести свой вклад в развитие новых алгоритмов и программ.

Целью данного исследования является ознакомление с различными методами и алгоритмами, которые применяются для развязывания, моделирования и анализа задач в разных сферах. Выполнение этой задачи даст возможность выбрать наиболее оптимальный метод для решения конкретного запроса с учетом его сложности и возможности адаптации метода под изменяющиеся условия, вдобавок позволит выявить преимущества и недостатки каждого метода для повышения эффективности и точности решения задач. Стоит отметить, что знание и понимание основных методов и алгоритмов численного анализа может быть важным фактором в формировании у студентов умения анализировать, решать и оптимизировать задачи, что в свою очередь позволит улучшить критическое мышление.

По словам Б.А. Мукушева, Э. Ферми получил первые результаты в работе выполненной совместно Дж. Пастой и С. Уламом, в которой исследователи пытались проследить переход одномерной цепочки частиц в состояние термодинамического равновесия. В своей работе он утверждал, что перспектива использования современных компьютеров значительно упрощает решения громоздких и труднообозримых задач, делая их более простыми и наглядными [1].

А.С. Тастанова отмечает, частота использования среды программирования Python увеличилась, поскольку она имеет множество фреймворков, которые упрощают процесс написания кода и сокращают время разработки, удобна в работе с большими объемами информации или вычисления. Это делает выше упомянутую среду универсальной и подходящей для различных задач, таких как анализ данных, веб-разработка и многие другие [2].

Как утверждает Б.О. Мухаметжанова, при выборе алгоритма необходимо учитывать его эффективность, сложность или скорость выполнения, потому что один из быстрых алгоритмов не всегда будет давать наилучшие результаты в сравнении с менее быстрым. В своей работе она уделяла особое внимание машинному обучению и методам обработки данных, чтобы определить, какой из них лучше всего подходит для конкретной задачи [3].

С.С. Жекеева в своей работе заявляет, среда MATLAB имеет разные инженерно-математические программные пакеты, которые обеспечивают все этапы исследования всем необходимым, в частности для разработки модели, которая оценивает качество работы операторов, на основе полученных данных. Использование данной среды позволяло ускорить процесс обработки данных и улучшить точность результатов благодаря наличию инструментов для численного анализа и моделирования [4].

По словам Б.Н. Кенесова, использование программного пакета Comsol позволило сократить количество экспериментов, а также сократить время, необходимое для оптимизации процесса, было достигнуто улучшение использования техники, которая помогает определить оптимальные параметры процесса [5].

А.Н. Семятова в своей научной работе отмечает, применение вычислительных сред для решения сложных задач демонстрирует эффективность использования, которые показывает, что предложенный метод позволяет уменьшить время развязывания задач в сравнении с классическим подходом к численному решению [6].

Методология исследования

При проведении исследования в сфере изучения численных методов, были использованы методы, которые позволили раскрыть суть изучения, а также теоретическое и практическое содержание объекта. При помощи аналитического метода удалось выделить проблемы в изучении численных методов в высших учебных заведениях, а именно нехватка знаний в области математики и программирования, что затрудняет понимание теоретических аспектов численных методов и их практическое применение, а также отсутствие соответствия программных обеспечений современным требованиям и стандартам. Метод Гаусса (Рисунок 1) помог в разработке алгоритмов, которые обеспечивают точное или приближенное решение с наименьшим количеством итераций.

```
function C = gauss_elimination(A,B) % defining the function
A= [ 1 2; 4 5] % Inputting the value of coefficient matrix
B = [-1; 4] % % Inputting the value of coefficient matrix
    i = 1; % loop variable
    X = [ A B ];
    [ nX mX ] = size( X); % determining the size of matrix
    while i <= nX % start of loop
        if X(i,i) == 0 % checking if the diagonal elements are zero or not
            disp('Diagonal element zero') % displaying the result if there exists
zero
            return
        end
        X = elimination(X,i,i); % proceeding forward if diagonal elements are non-
zero
        i = i +1;
    end
    C = X(:,mX);

function X = elimination(X,i,j)
% Pivoting (i,j) element of matrix X and eliminating other column
% elements to zero
[ nX mX ] = size( X);
a = X(i,j);
X(i,:) = X(i,:)/a;
for k =  1:nX % loop to find triangular form
    if k == i
        continue
    end
    X(k,:) = X(k,:) - X(i,:)*X(k,j); % final result
end
```

Рисунок 1. Реализация метода Гаусса в среде программирования MATLAB.

Источник: [7]

С помощью метода Якоби были получены точные результаты решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Выше указанные методы использовались для решения СЛАУ, однако стоит отметить, что они эффективные в разных случаях в зависимости от размера системы и ее свойств. Метод наименьших квадратов (Рисунок 2) был использован для оценивания и анализа параметров системы, построения прогностических моделей, который максимально точно описывает исходные данные.

```
% input in the form of matrix, each row is a (x, y).
input = [1, 2; 2, 4.5; 3, 5.9; 4, 8.1; 5, 9.8; 6, 12.3];


m = size(input, 1);
n = size(input, 2);
x = input(:,1:n-1);
y = input(:,n);


% The first column of matrix X is populated with ones,
% and the rest columns are the x columns of the input.
X = ones(m, n);
X(:,2:n) = input(:,1:n-1);


% Try to find the a that minimizes the least square error Xa - y.
% Project y onto the C(X) will give us b which is Xa.


% The relationship is X'Xa = X'b


% Use left division \ to solve the equation, which is equivalent
% to a = inverse(X'*X)*X'*y, but computationally cheaper.
a = (X' * X) \ (X' * y)
b = X*a
least_square_error = sum((b - y) .^ 2)


% Plot the best fit line.
plot(x, b);
title(sprintf('y = %f + %fx', a(1), a(2)));
xlabel('x');
ylabel('y');


hold on;
% Plot the input data.
plot(x, y, '+r');
hold of
pause;
```

Рисунок 2. Реализация метода наименьших квадратов в среде программирования MATLAB.
Источник: [9]

Метод Рунге-Кутта был задействован для получения достаточно точных результаты при использовании большого шага сетки. Метод Ньютона (Рисунок 3) помог сравнить решение разных типов оптимизационных задач и определить наиболее эффективный метод для решения нечетких та интуиционистически нечетких оптимизационных задач. Для реализации данного исследования было использовано программное обеспечение MATLAB, а также пакет для работы с нечеткими множествами Fuzzy Logic Toolbox, что есть частью среды MATLAB [8]. Метод простой итерации был использован для характеристики быстрой сходимости, а также ограничения на первоначальное сближение.

Метод Ньютона позволил увеличить значение производной и избежать медленной сходимости, в то же время ускоренный метод прогнозирования-исправления Хелли был использован для получения решения сложных нелинейных уравнений с высокой точностью для уменьшения количества вычислительных ресурсов для улучшения сходимости.

```
a=1
b=2
e=0.0001
x=(a+b)/2;
fa=cos(2./a)-2.*sin(1./a)+1./a;
for i=1:1:3
    fx=cos(2./x)-2.*sin(1./x)+1./x
    df=(2*sin(2./x)+2*cos(1./x)-1)./x^2
    x=x-fx/df;
end
display(x);
display(fx);
```

Рисунок 3. Реализация метода Ньютона в среде программирования MATLAB.
Источник: создано автором

Предложенный метод, который базировался на модификации метода Хелли и метода Ньютона показал лучший результат, который позволил уменьшить количество исчислений и сократить время на решение нелинейных уравнений. Последним был использован метод Деккера, который показал наилучший результат в сравнении с уже проведенными алгоритмами. Была использована среда программирования MATLAB [10].

Работа была осуществлена в определенной последовательности с раскрытием множества аспектов. Сперва теоретическая составляющая компонента исследования. Она предоставила возможность провести подробный анализ понятий «численные методы» и «программирование». Благодаря этому удалось определить характеристики и основные принципы по которым работают различные методы. Далее была изучена практическая составляющая компонента. Она состояла в том, чтобы изучить основы механизма и проблемы подхода к выбору и применению численных методов, их преимущества и недостатки, эффективность работы. Важным шагом служит тщательный анализ, и оценка характеристик каждого метода в использовании, для уменьшения ограничений в точности решения или стабильности при решении. Заключительным этапом является, на основе полученных результатов, сформулировать необходимые рекомендации по выбору метода для оптимального решения конкретных задач.

Результаты исследования

Для обеспечения повышения качества обучения студентов высших учебных заведений в сфере численных методов необходимо развитие обучающей программы, а также программного обеспечения, которое чаще всего используется в рамках обучающего плана. Стоит отметить, что важно обеспечить доступ к использованию программного обеспечения как для преподавателей, так и для студентов. Не менее важным является обеспечение достаточного количества практических занятий и лабораторных работ, которые позволят получить необходимые навыки и опыт для работы с численными методами.

Следует подчеркнуть, что важным аспектом в изучении численных методов в программировании является знание теории численных алгоритмов, а также умение в применении их в программировании, для подготовки высококвалифицированных специалистов в сфере программирования и информационных технологий. Это позволит не только понять теорию, а также получить опыт в работе с разными численными методами и их применению.

Такое обучение позволит подготовить специалистов, которые не только будут применять готовые алгоритмы, а и создавать свои алгоритмы для решения сложных задач. С помощью аналитического метода были проанализированы разного рода численные методы, выявлены преимущества и недостатки каждого метода. Одним из преимуществ численных методов являлась их универсальность показав, что численные методы могут использоваться для широкого спектра задач [11].

Для более глубокого изучения численных методов стоит провести сравнительный анализ, который поможет детальней разобраться в каждом методе и алгоритме. Первым этапом в исследовании был проведен сравнительный анализ метода Гаусса, метода Ньютона, а также метода наименьших квадратов с другими методами.

Методы Гаусса и Якоби являются базовыми методами, на основе которых строятся более сложные численные методы. Изучение этих методов в высших учебных заведениях является важным этапом изучения численных методов, поскольку эти методы позволяют решать системы линейных алгебраических уравнений. Также изучение методов Гаусса и Якоби поможет глубоко понять теорию линейной алгебры и получить практические навыки в работе с линейными системами. Для проведения сравнительного анализа метода Гаусса было рассмотрено решение задачи системы линейных алгебраических уравнений, имеющую размер 3, то есть имеет 3 неизвестные, для определения скорости и точности решения. Сперва был применен метод Гаусса, чтобы получить решение, нужно превратить систему уравнений к треугольному виду, затем обратным ходом найти решение системы. С помощью метода Якоби сперва нужно выбрать произвольный вектор начальных приближений, затем использовать итерационная формулу до сходимости. Результат анализа показал, что метод Гаусса сходиться за O(n^3), это значит, что количество операций, необходимых для решения системы линейных уравнений растет пропорционально кубу размера матрицы. Например, если размер матрицы n=100, то количество операций, необходимых для выполнения метода Гаусса будет приблизительно равна 100^3 операций. Метода Якоби сходится за O(n^2), что означает меньшее количество операций, необходимых для выполнения. Это показало, что метод Якоби является более быстрым для решения систем линейных уравнений, однако метод Гаусса достиг лучшей точности в решении рассмотренной СЛАУ.

Также важными в изучении являются метод Ньютона и метод дихотомии, которые являются основой численных методов в решении уравнений и систем уравнений, а также являются базовыми алгоритмами в оптимизации и обучении машинного обучения. Также изучение метода Ньютона и метода дихотомии поможет студентам понять основные принципы и методы численных вычислений. Для проведения сравнительного анализа указанных методов была рассмотрена задача о нахождении корня уравнения, для определения быстрой сходимости методов. Сперва был применен метод Ньютона, для того чтобы получить решение с его помощью нужно задать точность, с которой хотим найти корень уравнения, затем вычислить первую итерацию за формулой:

$$x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0) \tag{1}$$

где: x_0 – начальное приближение к корню, $f(x_0)$ – начальная функция, $f'(x_0)$ – производная от начальной функции.

Следующие итерации будут вычисляться за формулой:

$$x_i + 1 = x_i - f(x_i)/f'(x_i) \tag{2}$$

где: x_i – каждая следующая итерация.

Решение было найдено только тогда, когда значение вычислимой итерации стало меньше за заданную точность. Для того чтобы найти решение с помощью метода дихотомии стоило задать начальные границы для корня, затем вычислить среднее значение.

После нужно проверить значение функции в точке среднего значения, если значение равно 0, то решение было найдено, если корень находиться между заданными границами, то стоит заменить одну из границ на среднее значение, и повторить действия пока значение вычислимой итерации будет меньше за заданную точность. Результаты показали, что метод Ньютона имел сходимость O(2), который уменьшает погрешность в два раза, это означает что данный метод быстро сходился. Метод дихотомии имел сходимость O(1), это означает, что данный метод сходился медленнее за метод Ньютона.

Одними из основных статистических методов и методов в математическом моделировании являются метод наименьших квадратов и метод наибольшего правдоподобия, а также являются ключевыми в машинном обучении. Изучение данных методов позволит студентам находить самые оптимальные параметры моделей, что описывают наблюдаемые данные, также позволит снизить погрешность моделирования и обеспечить высокую точность результатов.

Приведем данные в виде таблицы 1.

Таблица 1. Зависимость значений x и y

x	*y*
0.0	*1.0*
1.0	*2.0*
2.0	*4.0*
3.0	*8.0*
4.0	*16.0*

Источник: создано автором

Для проведения сравнительного анализа рассмотрели аппроксимацию некоторых данных, для того чтобы построить модель, которая наилучшим способом опишет зависимость между значениями x и y. Метод наименьших квадратов позволил найти коэффициенты линейной аппроксимации (формула 3), которая минимизирует сумму квадратов разниц между прогнозируемыми значениями и действительными значениями.

$$y = m * x + c \tag{3}$$

где: x,y – координаты точек на плоскости, m – коэффициент уклона прямой, c – смещение прямой.

Для нахождения коэффициентов были использованы следующие формулы:

$$m = (N\sum(x * y) - \sum x - \sum y)/= (N\sum(x^2) - (\sum x)^2) \tag{4}$$

$$c = (\sum y - m * \sum x)/N \tag{5}$$

где: x*y – произведение значений x и y, x^2 – квадрат значения x, N – количество данных, $\sum$ – сумма значений.

Метод наибольшего правдоподобия позволил найти параметры распределения, в рамках, рассмотренных данных. Для нахождения коэффициентов аппроксимации методом наибольшего правдоподобия нужно было найти коэффициенты k и b, которые максимизируют функцию, с формулы:

$$L(k, b) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} * \exp(-\sum(y_i - k * x_i - b)^2/2\sigma^2) \tag{6}$$

где: k, b – коэффициенты, x_i, y_i – координаты точек, n – количество наблюдений, σ^2 – неизвестная дисперсия.

Для нахождения максимума данной функции было найдено ее частные производные по k и b, за следующими формулами:

$$\frac{dL}{dk} = \frac{-2\sum(x_i(y_i - k*x_i - b))}{2\sigma^2} \tag{7}$$

$$\frac{dL}{db} = \frac{-2\sum(x_i(y_i - k*x_i - b))}{2\sigma^2} \tag{8}$$

Как показали результаты оба метода дали одинаковые результаты, метод наименьших квадратов, как и метод наибольшего правдоподобия не имели фиксированной сходимости, поскольку использовались для нахождения коэффициентов линейной аппроксимации, а не для итерационных вычислений.

Следующим этапом было исследование сред программирований, которые использовались для реализаций разных алгоритмов, обнаружение их преимуществ и недостатков. Важным результатом данного анализа выявился тот факт, что численные методы имеют широкий спектр в выборе использования сред программирования. Использование сред программирования является важным элементом в обучении современных информационных технологий в высших учебных заведениях, это связанно с тем что программирование отыгрывает важную роль во многих сферах, а особенно в сфере компьютерных наук.

Разные среды программирования позволяют студентам изучать программирования на разных уровнях сложности, используя разные языки программирования и средства разработки, также они позволяют изучать разные аспекты программирования, такие как разработка веб-приложений, базы данных и т.д. Программирование позволяет студентам изучить важные концепции, такие как тестирование программного обеспечения, версионирование кода и другие. Кроме того, использование сред программирования позволит студентам развить полезные навыки, такие как аналитическое мышление, коммуникация, а также работа в команде. Использование сред программирования может улучшить качество обучения и сделать его более интерактивным и интересным для студентов.

В высших учебных заведениях используется множество различных сред программирования, например, Python, MATLAB, C++, Java. Использование этих сред программирования позволяет студентам приобрести практические умения, а также развить свои способности в программировании и анализа данных. Например, с помощью среды программирования MATLAB можно легко выполнять численные исчисления, создавать визуализацию данных и графики, а также моделировать физические и инженерные системы. Для лучшего понимания сред программирований был проведен сравнительный анализ языков программирования на примере реализации метода Ньютона, а также была реализована задача для вычисления определенного интеграла функции на заданном интервале. Для реализации указанного метода были использованы MATLAB, Python и C++ для того, чтобы сравнить время выполнения и точность полученного результата. Это поможет студентам выбрать оптимальный язык программирования, а также определить какой их языков программирования подходит для решения конкретных задач.

Для сравнения результатов сначала нужно реализовать метод Ньютона в выбранных средах программирования, затем измерить время выполнения кода каждого языка программирования и получить точность результатов.

Результаты анализа показали, что время выполнения алгоритма метода Ньютона на Python оказалось быстрее, чем на MATLAB и C++. В то же время, точность результата всех трех языков была высокой и практически идентичной. Также было установлено, что Python имеет удобный синтаксис и большое количество библиотек для разных численных методов, которые позволяют легко выполнять численные вычисления и визуализацию данных. К недостаткам вошли низкая скорость выполнения сложных алгоритмов, в сравнении с C++, установка дополнительных пакетов для некоторых задач.

MATLAB имеет встроенную поддержку численных вычислений и большое количество пакетов для решения, оптимизации и анализа различных задач, что позволяет легко разрабатывать и тестировать численные алгоритмы. При этом был выявлен ряд недостатков, высокие требования к вычислительным ресурсам, ограниченная возможность взаимодействия с базами данных. Не имел эффективной работы с большими объемами данных, в сравнении с C++, который более оптимизирован для работы с памятью. Самым главным недостатком MATLAB стал факт платных лицензий, что делает его недоступным для многих пользователей. Было установлено, что язык программирования C++ имеет стандартную библиотеку для исчисления математических операций, вычисления интегралов, векторов и матриц, а также имеет пакеты, которые помогают легко реализовать численные методы. Также C++ имел быструю скорость выполнения, в сравнении с другими языками, эффективно использовал и управлял памятью, мог быть скомпилированным на любой платформе, которая поддерживает C++ компилятор. Недостатками языка оказалось сложность в реализации, долгое время и высокая сложность разработки, управление и удаление памяти, которое потребовалось выделять и удалять вручную, из-за которого появлялись ошибки.

Вторая рассмотренная задача также реализовывалась в описанных выше средах. Для ее выполнения сначала нужно задать функцию, которую необходимо проинтегрировать, а также интервал интегрирования. Затем написать код, который реализует численный метод интегрирования. В MATLAB использовалась функция integral, в Python использовалась функция scipy. integrate.quad, а в C++ интеграл был вычислен с помощью метода прямоугольников с шагом 0.0001. Измерить выполнения кода для каждого языка программирования и получить точность результатов. Результаты показали, что самым быстрым и точным оказался Python, а самым медленным был C++, хотя точность вычисления интеграла была на уровне остальных языков.

Таким образом, выбор языка программирования для решения задачи может зависеть от конкретных требований к скорости выполнения и точности результата. Также результаты показали, что использование среды программирования MATLAB для численных методов являлся достаточно эффективным и удобным способом решения поставленных задач, особенно в случае больших вычислительных заданий. Среда MATLAB мощный инструмент для студентов, изучающих численные методы, более оптимизирован под реализацию численных методов в программный код, из-за встроенных функций, графиков и инструментов для работы с числовыми данными, студентам будут легко и быстро реализовывать программный код в данной среде программирования.

Дискуссия

Изучение численных методов в программировании имеет огромное значение для решения математических и физических задач, которые используются не только в математике и физике, а и в инженерии, компьютерных науках. Среди них важное место занимает изучение численных методов которые дадут оптимальное решение и будут просты в реализации. Исследование оптимальной реализации численных методов в разных средах программирования является не менее важной задачей, поскольку имеют широкое применение в области инженерии, физике, компьютерной науке. Оптимальная реализация методов позволила значительно улучшить точность и скорость решения задач. Данное исследование, проведенное для определения оптимального алгоритма, позволило детальней разобраться в проблемах реализации различных численных методов.

Например, широко используемый метод Ньютона может быть эффективным при использовании для решения нелинейных систем уравнений, но в тот же час может быть неустойчивым, если начальное приближение выбрано недостаточно близко к точному решению, поскольку это приведет к тому, что метод Ньютона может не сойтись к корню или сойтись очень медленно. Это приводит к ряду проблем, например, при решении больших систем уравнений это может занять больших вычислительных затрат [12].

Рассмотренный метод Гаусса является одним из наиболее устойчивых численных методов, однако при решении матриц с большими значениями элементов может стать неустойчивым и привести к большим погрешностям.

Метод наименьших квадратов, рассмотренный в данной работе, также может быть неустойчивым, но только в тех случаях, когда имеется мультиколлинеарность между некоторыми предикторами, что может привести к неправильному результату. Это происходит из-за того, что один из предикторов линейно выражен через комбинацию других предикторов с высокой точностью. В данном разделе анализируются результаты работы в сравнении с работами других авторов.

В своей научной работе по разработке нового численного метода для решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений второго порядка, который не требует вычисления производных Санаулла Джамали описывала комбинации техник интерполяции и итерационных методов. По результатам сравнительного анализа полученных результатов с другими численными методами решения нелинейных уравнений, таких как метод Ньютона, метод Брента, было установлено, что метод предложенный в исследовании имеет лучшую скорость схождения чем метод Брента, но хуже в сравнении с методом Ньютона. Для этого исследователи реализовали моделирование квадратичной аппроксимации функции на основе трех точек: текущая точка, предыдущая и еще одна точка, которая выбирается в зависимости от того, увеличивается или уменьшается функция на предыдущих итерациях [13].

Анализ данной работы даст возможность ознакомится с предложенным методом, понять принципы его работы и особенности, а также самостоятельно сравнить его с другими методами решения нелинейных уравнений, что позволит улучшить навыки анализа, критического мышления.

Даниэль Фортунато в своем исследовании, посвященном численному методу для решения частных дифференциальных уравнений переменного порядка, предлагал использовать улучшенный спектральный метод для решения полных дифференциальных уравнений. Автор описывает математические основы метода и показывает, что он позволяет понизить вычислительную сложность в сравнении с обычными методами спектральных элементов. Преимущество спектрального метода заключалось в точности приближения решения, благодаря чему можно добиться высокой точности при моделировании сложных физических явлений. Предложенный метод может быть полезным для численного моделирования сложных физических процессов в разных областях науки и техники, где важно получить точное решение при ограниченных ресурсах исчисляемой техники [14].

Это позволит студентам ознакомится с принципами спектрального метода, а также понять в каких случаях он может быть использован. Изучение спектрального метода позволит студентам использовать его для достижения высокой точности при моделировании сложных физических явлений, а также выбирать оптимальное количество базисных функций для достижения желаемой точности.

Как показывает практика численные методы могут использоваться не только в физических задачах, но и в медицинских. В своем изучении динамики эпидемии гепатита В с учетом фрактального порядка вакцинации Анваруд Дин использовал математическую модель, которая описала распространение вируса в популяции и учитывала влияние вакцинации на процесс инфицирования. В статье для анализа динамики системы рассматривался метод теории дифференциальных уравнений с использованием Миттаг-Леффлеровских функций. Результаты исследования показали, что предложенная модель позволила более точно описать динамику распространения вируса с учетом вакцинации фрактального порядка, что может быть полезным для разработки более эффективных стратегий вакцинации [15-17].

Данное исследование показывает студентам, что изучение численных методов является полезным инструментом не только в постройке математических и физических задач, а также может применятся в медицинских задачах, что может быть полезным для понимания заданной проблемы. Также это исследование поможет детальней разобраться в методе Рунге-Кутта, проанализировать его преимущества и недостатки, развить навыки анализа математических моделей, а также улучшить навык реализации численных методов.

В своем исследовании анализа способов сокрытия информации на изобрежениях с помощью интерполяции Эльмира Дайырбаева предлагала использовать полиномиальную интерполяцию для повышения качества восстановления данных в изображениях. Были исследованы различные методы интерполяции, а также рассмотрены различные методы вычисления коэффициентов полинома. В статье был проведен сравнительный анализ метода полиномиальной интерполяции Лагранжа и кусочно-линейной интерполяции. В результате исследования было показано, что кусочно-линейная интерполяция может быть более эффективной в случаях, когда данные имели высокую плотность и требовалась высокая скорость интерполяции. Было оценено точность и эффективность предложенного метода на реальных изображениях. Также было отмечено, что методы интерполяции могут быть использованы для восстановления скрытой информации на изображениях, которая может быть использована в таких областях как биометрия, информационная безопасность, медицинская диагностика [18-19].

Проанализировав данную работу, можно сделать следующие выводы: данное исследование будет полезным для студентов, которые изучают обработку изображений, информационную безопасность. Демонстрация использования математических методов в этой работе позволит студентам рассмотреть применение этих методов, а также понять, как они могут быть использованы в различных областях. Анализ предложенного метода позволит студентам понять от чего зависит метод интерполяции, что в свою очередь позволит научится проводить сравнительный анализ эффективности различных методов интерполяции.

Таким образом, изучение численных методов в программировании и их реализация требует различных методов и подходов. Сравнительный анализ является ключевым элементом в оценивании численных методов. Этот подход позволяет выявить главные преимущества и недостатки между различными методами и их реализацией в разных средах программирования. Стоит отметить, что каждый ученый выбирает оптимальные критерии под себя, поэтому важно сравнивать результаты для собственного выбора алгоритма. Также развитие технологий и вычислительных мощностей открывает новые возможности для развития численных методов. В настоящее время активно исследуются методы глубокого обучения для решения задач. Кроме того, развивается технология параллельных вычислений для ускорения расчетов и решения более сложных задач Исследование численных методов и их реализация является глобальной проблемой и требует сотрудничества исследователей из разных стран для более точной оценки и разработки алгоритмов.

Изучение численных методов являют собой важную область для изучения, поскольку они помогают развивать навыки в области реализации алгоритмов, анализа данных, а также решению сложных задач. Кроме того, изучение численных методов даст студентам возможность ознакомится с разными математическими концепциями и принципами, которые применятся в решении задач в различных областях науки и техники. Изучение данных методов поможет развить навык программирования, работу с данными и анализ результатов, что является важным аспектом для многих карьерных путей. Разработка и исследование новых численных методов являются активной областью исследований, это даст возможность студентам принять участия работе и внести свой вклад в развитие этой области [19].

Заключение

Обобщая результаты исследования, можно сделать следующие выводы. Численные методы являются необходимым инструментом для решения сложных математических задач, которые нельзя решить аналитическим способом. Основной задачей методов является нахождение приближенного решения задач, которые используются в физике, инженерии, компьютерных науках и многих других. Основными проблемами численных методов в программировании является выбор, и реализация алгоритма для решения разных типов задач.

Полученные результаты показали, что найти оптимальный алгоритм для решения всех типов задач является сложной задачей, однако исследование выбора среды программирования показало, что оптимальным решением может выступить MATLAB. Также исследование показало, что эффективность выбранного численного метода зависит от сложности, размера задачи, точности решения и скорости выполнения.

В данной работе удалось выполнить все поставленные задачи, а именно удалось показать применения численных методов в высших учебных заведениях. Рассмотрено и проанализировано условия, которые позволили выбрать оптимальный метод для реализации решения. Было рассмотрено анализ сред программирования, что помогло более ответственно подходить к выбору языка программирования.

Проведенный сравнительный анализ помог в выборе оптимального инструмента для реализации численных методов в поставленных задачах. Актуальной областью исследования все еще остается разработка новых методов и алгоритмов, которые повышают точность и эффективность в решениях задач.

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку алгоритмов, которые будут позволять оптимизировать решение сложных задач или больших объемов, а также на разработку программного обеспечения, который будет поддерживать оптимальную и легкую реализацию методов. Также это может привести к исследованию по разработке алгоритма, который будет покрывать большинство областей математических задач и обеспечивать оптимальное решение при минимальной затрате ресурсов.

Список использованных источников

[1] Mukushev, B.A. Study of body motion in the field of central force. Herald Of Science Of S Seifullin Kazakh Agro Technical University. 2021. 3(110). 162-166. https://doi.org/10.51452/kazatu.2021.3(110).743

[2] Tastanova A.S., Hyndaliev N.T., Zulpykhar Zh.E. 2022. Python program features in machine learning // Научный журнал «Вестник НАН РК». 5. 150–160. https://doi.org/10.32014/2022.2518-1467.366

[3] Mukhametzhanova B.O., Sagatbekova D.E. Methods for determining dominant structures on digital images. // Вестник Алматинского универститета энергетики и связи. -2020. -3(50). -С.77-83. https://vestnik.aues.kz/index.php/none/issue/view/85

[4] Zhekeeva S.S., Dolmatova L.V., Ushakova E.V. Building of a fuzzy model for evaluating the work of mobile operator's in MATLAB. // Engineering Journal of Satbayev University. -2021. -143(5). 132–140. https://vestnik.satbayev.university/index.php/journal/article/view/608

[5] Kenessov B., Kapar A. Optimization of headspace solid-phase microextraction of volatile organic compounds from dry soil samples by porous coatings using COMSOL Multiphysics. // Chemical Bulletin of Kazakh National University. -2022. 107(4). 4-12. https://doi.org/10.15328/cb1300

[6] Semyatova A.N., Kenzhebek E.G. Parallel implementation of the yanenko method for solving the heat equation. // Bulletin of Kazakh National Women's Teacher Training University. 2021. 2. 127-135. https://doi.org/10.52512/2306-5079-2021-86-2-127-135

[7] Gauss Elimination Method MATLAB Program. -2015. https://www.codewithc.com/gauss-elimination-method-matlab-program/

[8] Hepzibah R.I., Emimal S.S.I. On Comparison of Crisp, Fuzzy, Intuitionistic Fuzzy Unconstrained Optimization Problems Using Newton's Method. // Communications in Mathematics and Applications. 2021. 13.4. 1295-1305. https://doi.org/10.26713/cma.v13i4.2187

[9] GitHub 2021. https://gist.github.com/weidagang/479077e71a2b3ae9b2c8e279ec60f43b

[10] Rasheed M., Alabdali O., Shihab S., Rashid A., Rashid T. 2021. On the Solution of Nonlinear Equation for Photovoltaic Cell Using New Iterative Algorithms. // In Journal of Physics: Conference Series. 1999(1). 012078. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1999/1/012078

[11] Елеусізова Г.Р., Ракишева З.А., Асқарова, А.Ж., Грипп Е.А. Сандық әдістер. / Теория және есептер жинағы. -2022.-98 с. https://repository.kazatu.kz/jspui/handle/123456789/1612

[12] Martınez J.M. Practical quasi-Newton methods for solving nonlinear systems. // Journal of computational and Applied Mathematics7. 124(1-2). 97-121. https://doi.org/10.1016/S0377-0427(00)00434-9

[13] Jamali S., Kalhoro Z. A., Shaikh A.W., Chandio M.S. 2021. A New Second Order Derivative Free Method for Numerical Solution of Non-Linear Algebraic and Transcendental Equations using Interpolation Technique. Journal of Mechanics of Continua and Mathematical Sciences. 2000. 16(4). 75-84. https://doi.org/10.26782/jmcms.2021.04.00006

[14] Fortunato D., Hale N., Townsend A. The ultraspherical spectral element method. // Journal of Computational Physics. 2021. 436. 110087. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.110087

[15] Anwarud D.I.N., Abidin M.Z. Analysis of fractional-order vaccinated Hepatitis-B epidemic model with Mittag-Leffler kernels. // Mathematical Modelling and Numerical Simulation with Applications. 2022. 2(2). 59-72. https://doi.org/10.53391/mmnsa.2022.006

[16] D'Ambrosio R., Giovacchino D. S. Nonlinear stability issues for stochastic Runge-Kutta methods. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2021. 94. 105549. https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105549

[17] Ogunniran M.O., Tayo O.A., Haruna Y., Adebisi A.F. Linear stability analysis of Runge-Kutta methods for singular Lane-Emden equations. // Journal of the Nigerian Society of Physical Sciences. 2020. 134-140. https://doi.org/10.46481/jnsps.2020.87

[18] Lee H., Kim T., Chung T.Y., Pak D., Ban Y., Lee S. Adacof: Adaptive collaboration of flows for video frame interpolation. In Proceedings of the IEEE/CVF. // Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2020. 5316-5325. https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.10244

[19] Mekhnache M., Zerouali K. L'ère numérique: défis et enjeux pour la formation dans l'enseignement supérieur. // Algerian Scientific Journal Platform. -2020. -3(2). 437-443. https://www.asjp.cerist.dz/en/article/135678

References

[1] Mukushev, B.A. Study of body motion in the field of central force. Herald Of Science Of S Seifullin Kazakh Agro Technical University. 2021. 3(110). 162-166. https://doi.org/10.51452/kazatu.2021.3(110).743

[2] Tastanova A.S., Hyndaliev N.T., Zulpykhar Zh.E. 2022. Python program features in machine learning. // Nauchnyj zhurnal «Vestnik NAN RK». 5. 150–160. https://doi.org/10.32014/2022.2518-1467.366

[3] Mukhametzhanova B.O., Sagatbekova D.E. Methods for determining dominant structures on digital images. // Vestnik Almatinskogo universtiteta jenergetiki i svjazi. -2020. -3(50). -C.77-83. https://vestnik.aues.kz/index.php/none/issue/view/85

[4] Zhekeeva S.S., Dolmatova L.V., Ushakova E.V. Building of a fuzzy model for evaluating the work of mobile operator's in MATLAB. // Engineering Journal of Satbayev University. -2021. -143(5). 132–140. https://vestnik.satbayev.university/index.php/journal/article/view/608

[5] Kenessov B., Kapar A. Optimization of headspace solid-phase microextraction of volatile organic compounds from dry soil samples by porous coatings using COMSOL Multiphysics. // Chemical Bulletin of Kazakh National University. -2022. 107(4). 4-12. https://doi.org/10.15328/cb1300

[6] Semyatova A.N., Kenzhebek E.G. Parallel implementation of the yanenko method for solving the heat equation. // Bulletin of Kazakh National Women's Teacher Training University. 2021. 2. 127-135. https://doi.org/10.52512/2306-5079-2021-86-2-127-135

[7] Gauss Elimination Method MATLAB Program. -2015. https://www.codewithc.com/gauss-elimination-method-matlab-program/

[8] Hepzibah R.I., Emimal S.S.I. On Comparison of Crisp, Fuzzy, Intuitionistic Fuzzy Unconstrained Optimization Problems Using Newton's Method. // Communications in Mathematics and Applications. 2021. 13.4. 1295-1305. https://doi.org/10.26713/cma.v13i4.2187

[9] GitHub 2021. https://gist.github.com/weidagang/479077e71a2b3ae9b2c8e279ec60f43b

[10] Rasheed M., Alabdali O., Shihab S., Rashid A., Rashid T. 2021. On the Solution of Nonlinear Equation for Photovoltaic Cell Using New Iterative Algorithms. // In Journal of Physics: Conference Series. 1999(1). 012078. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1999/1/012078

[11] Eleusizova G.R., Rakisheva Z.A., Asқarova, A.Zh., Gripp E.A. (2022) Sandyқ ədister [Numerical methods]. Teorija zhəne esepter zhinaғy. 98. https://repository.kazatu.kz/jspui/handle/123456789/1612. (In Kazakh)

[12] Martınez J.M. Practical quasi-Newton methods for solving nonlinear systems. // Journal of computational and Applied Mathematics7. 124(1-2). 97-121. https://doi.org/10.1016/S0377-0427(00)00434-9

[13] Jamali S., Kalhoro Z. A., Shaikh A.W., Chandio M.S. 2021. A New Second Order Derivative Free Method for Numerical Solution of Non-Linear Algebraic and Transcendental Equations using Interpolation Technique. Journal of Mechanics of Continua and Mathematical Sciences. 2000. 16(4). 75-84. https://doi.org/10.26782/jmcms.2021.04.00006

[14] Fortunato D., Hale N., Townsend A. The ultraspherical spectral element method. // Journal of Computational Physics. 2021. 436. 110087. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.110087

[15] Anwarud D.I.N., Abidin M.Z. Analysis of fractional-order vaccinated Hepatitis-B epidemic model with Mittag-Leffler kernels. // Mathematical Modelling and Numerical Simulation with Applications. 2022. 2(2). 59-72. https://doi.org/10.53391/mmnsa.2022.006

[16] D'Ambrosio R., Giovacchino D. S. Nonlinear stability issues for stochastic Runge-Kutta methods. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2021. 94. 105549. https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105549

[17] Ogunniran M.O., Tayo O.A., Haruna Y., Adebisi A.F. Linear stability analysis of Runge-Kutta methods for singular Lane-Emden equations. // Journal of the Nigerian Society of Physical Sciences. 2020. 134-140. https://doi.org/10.46481/jnsps.2020.87

[18] Lee H., Kim T., Chung T.Y., Pak D., Ban Y., Lee S. Adacof: Adaptive collaboration of flows for video frame interpolation. In Proceedings of the IEEE/CVF. // Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2020. 5316-5325. https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.10244

[19] Mekhnache M., Zerouali K. L'ère numérique: défis et enjeux pour la formation dans l'enseignement supérieur. // Algerian Scientific Journal Platform. -2020. -3(2). 437-443. https://www.asjp.cerist.dz/en/article/135678