

МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

ГТАХР 27.01.09

10.51889/2959-5894.2024.86.2.011

А.Е. Әбілқасымова¹, Б.М. Қосанов¹, Д.М. Нурбаева^{1*}, Ж.М. Нурмухамедова^{1*}

¹Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан
**e-mail: nur_dilara@mail.ru*

АЛГЕБРА КУРСЫНЫҢ АЛҒАШҚЫ ОҚУ ҚҰРАЛЫ

Аңдатпа

Мақаланың мақсаты Мұхаммед әл-Хорезмидің алгебралық трактатына ғылыми-әдістемелік талдау жасау болып табылады. Шындығына келгенде, араб тіліндегі түпнұсқасы «Китаб әл-мұхтасар фи-хисаб әл-жебр уә әл-мұкабала» («Әл-жебр мен әл-мұкабаланы есептеулердің қысқаша кітабы») деп аталатын әл-Хорезмидің бұл трактаты әлемдік математика ғылымының асыл маржаны болып табылады, себебі, ол – бүкіл дүние жүзі бойынша алгебра курсы бойынша жазылған алғашқы оқу құралы. Мақаланың негізгі міндеті - математиканың қалыптасу және даму тарихындағы осы оқу құралының атқарған ролі мен маңызын ашып көрсету. Зерттеудің әдіснамасы шындықты танып-білу және түрлендіру жайындағы философиялық, математиканың қалыптасуы мен дамуы туралы тарихи және оқыту жөніндегі педагогикалық ілімдер болып табылады. Мақаланы жазу барысында ғылыми-зерттеудің теориялық және тарихи-салыстырмалы талдау, жүйелеу-құрылымдау сияқты әдістері пайдаланылды.

Жалпы алғанда, математика ғылымының IX-XVI ғасырлардағы қалыптасуы мен дамуына мұсылман халықтарының, оның ішінде Орталық Азия елдері ғалымдарының қосқан үлестері ұшан-теңіз. Жоғарыда аталған трактаттың авторы әл-Хорезми Орталық Азия математикасының IX ғасырдағы аса көрнекті өкілі болып табылады (ол қазіргі Өзбекстан территориясына енетін Хорезм қаласында туылған). Бұл орайда, кеңестік дәуірде Орталық Азиядан шыққан ғалымдардың барлығын да араб ғалымдары деп атау үрдісінің берік қалыптасқандығын атап айту керек. Өкінішке орай, тарихи-математикалық әдебиетте негізінен алғанда, еуроцентристік көзқарасқа негізделген осы үрдіс әлі күнге дейін орын алуда. Осы айтылғандар мақала тақырыбының қазіргі күн талаптары тұрғысынан алғандағы өзектілігін анықтайды және математика тарихын осы сияқты «ақтаңдақтардан» арылтып, оны қазіргі заман талаптарына сай, жаңа айқындамалармен толықтыра түсуді қажет етеді. Мұның бүгінгі күн үшін ғана емес, болашақ үшін де зор маңызы бар. Мақаланың материалдарын жоғары педагогикалық оқу орындарында 6B01501-«Математика», 6B01502-«Математика және физика», 6B01503-«Математика және информатика» білім беру бағдарламалары бойынша білім алатын студенттерге «Математика тарихы» пәнін оқытуда пайдалануға болады. Осыған сәйкес, мұнда мына сияқты ғылыми нәтижелер алынды: а) оқу құралының мазмұны мен құрылымына ғылыми-әдістемелік талдау жасалды; ә) оның әлемдік математика ғылымының дамуына тигізген игілікті ықпалы анықталды; б) оқу құралындағы математикалық терминдердің мән-мағынасы ашып көрсетілді.

Түйін сөздер: математика, әл-жебр, алгебра, әл-Хорезми, оқу құралы, математика тарихы.

А.Е. Абылкасымова¹, Б.М. Косанов¹, Д.М. Нурбаева¹, Ж.М. Нурмухамедова^{1*}

¹Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

ПЕРВОЕ УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ КУРСА АЛГЕБРЫ

Аннотация

Целью статьи является проведение научно-методического анализа алгебраического трактата Мухаммада аль-Хорезми. Фактически, этот трактат аль-Хорезми, оригинальное арабское название которого звучит как «Китаб аль-мухтасар фи-хисаб аль-джебр ва аль-мукабала» («Краткая книга исчисления аль-джебра и аль-алмукабаль»), является жемчужиной мировой математики. Потому что это первое учебное пособие, написанное по курсу алгебры во всем мире. Основная задача статьи – раскрыть роль и значение этого учебного пособия в истории становления и развития математики. Методологией исследования являются философские, историко-педагогические учения о становлении и развитии математики в области познания и преобразования действительности. При написании статьи использовались такие методы научного исследования, как теоретический и историко-сравнительный анализ, систематизация и структурирование. В целом, вклад мусульманских народов, в том числе учёных стран Центральной Азии в становление и развитие математики IX-XVI веков огромен. Автор упомянутого трактата аль-Хорезми является видным представителем центральноазиатской математики IX века (он родился в городе Хорезм, входящем в состав территории современного Узбекистана). Следует отметить, что в советское время возникла тенденция называть всех учёных Центральной Азии арабскими учёными. К сожалению, эта тенденция все ещё имеет место в историко-математической литературе, основанной преимущественно на евроцентристской точке зрения. Эти моменты определяют актуальность темы статьи с точки зрения требований сегодняшнего дня и требуют необходимости выведения истории математики из подобных «обелений» и дополнения её новыми определениями в соответствии с современными требованиями. Это важно не только для сегодняшнего дня, но и для будущего. Материалы статьи могут быть использованы при преподавании предмета «История математики» для студентов, обучающихся по образовательным программам «БВ01501 – Математика», «БВ01502 – Математика и физика», «БВ01503 – Математика и информатика» в высших педагогических учебных заведениях. В соответствии с этим, были получены следующие научные результаты: а) проведен научно-методический анализ содержания и структуры учебного пособия; б) установлено его благотворное влияние на развитие мировой математики; в) разъяснено значение математических терминов в учебном пособии.

Ключевые слова: математика, аль-джебр, алгебра, аль-Хорезми, учебное пособие, история математики.

A.E. Abylkassymova¹, B.M. Kossanov¹, D.M. Nurbaeva¹, Zh.M. Nurmukhamedova^{1*}

¹Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

FIRST TUTORIAL MANUAL FOR ALGEBRA COURSE

Abstract

The purpose of the article is to conduct a scientific and methodological analysis of the algebraic treatise of Muhammad al-Khorezmi. In fact, this treatise by al-Khwarizmi, the original Arabic title of which sounds like “Kitab al-mukhtasar fi-hisab al-jabr wa al-muqabala” (“A short book of calculus al-jabr and al-alqabala”), is the pearl of world mathematics. Because this is the first textbook written for an algebra course in the whole world. The main objective of the article is to reveal the role and significance of this textbook in the history of the formation and development of mathematics. The research methodology is philosophical, historical and pedagogical teachings about the formation and development of mathematics in the field of knowledge and transformation of reality. When writing the article, such scientific research methods as theoretical and historical-comparative analysis, systematization and structuring were used. In general, the contribution of Muslim peoples, including scientists from Central Asian countries, to the formation and development of mathematics in the 9th-16th centuries is enormous. The author of the mentioned treatise, al-Khorezmi, is a prominent representative of Central Asian mathematics of the 9th century (more precisely, he was born in the city of Khorezm, part of the territory of modern Uzbekistan). In this regard, in Soviet times there was a tendency to call all scientists in Central Asia Arab scientists. Unfortunately, this tendency still occurs in Western European scientific literature, which is based predominantly on a Eurocentric point of view. These points determine the relevance of the topic of the article from the point of view of the requirements of today,

and it is necessary to remove the history of mathematics from such “whitewashing” and supplement it with new definitions in accordance with modern requirements. This is important not only for today, but also for the future. The materials of the article can be used in the dissemination of the subject "History of Mathematics" for students studying in the educational programs "6B01501 – Mathematics", "6B01502 – Mathematics and Physics", "6B01503 – Mathematics and computer sciences” in pedagogical higher educational institutions. In accordance with this, the following scientific results were obtained: a) a scientific and methodological analysis of the content and structure of the textbook was carried out; b) its beneficial influence on the development of world mathematics has been established; b) the meaning of mathematical terms in the textbook is explained.

Keywords: mathematics, algebra, al-Khorezmi, textbook, history of mathematics, al-jabr.

Негізгі ережелер

Мақала тақырыбына байланысты жүргізілген зерттеу жұмысы барысында әл-Хорезмидің «Әл-жебр мен әл-мұқабаланы есептеулердің қысқаша кітабы» атты оқу құралына терең мазмұндық-әдістемелік талдау жасалды. Сонымен қатар оның әлемдік математика ғылымының дамуына тигізген игілікті ықпалы анықталды. Аталмыш оқу құралында пайдаланылған математикалық терминдердің мән-мағынасы ашып көрсетілді.

Кіріспе

Қазіргі қоғамдағы ғылым мен мәдениет тарихына деген жаңа көзқарастар тарихи-математикалық білімдерді жаңа деректермен толықтыра түсуді талап етуде. Бұл өз кезегінде, қазіргі студент-болашақ математика пәні мұғалімдеріне «Математика тарихы» пәнін оқытудың бұрыннан қалыптасқан әдістемелік жүйесін қайта қарап, оны заман талаптарына сай жетілдіре түсуді қажет етеді. Осы орайда, математикадан алғашқы болып жазылған оқу құралдарының классикалық үлгілерін анықтап, талдап-тану және олардың өзіндік ерекшеліктерін ашып көрсету басты назарда болуы тиіс. Бұл «Математика тарихы» пәнін ғана емес, жалпы алғанда, әлемдік математика тарихын жаңа тарихи деректермен толықтыра түсуге мүмкіндік туғызатын аса күрделі педагогикалық және тарихи-математикалық проблема болып табылады [1].

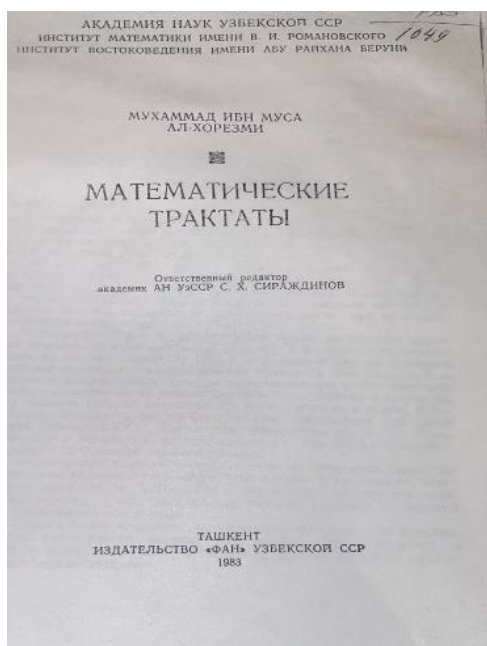
IX ғасырға дейінгі кезеңде ежелгі мәдениет ошақтарында (Мысыр, Вавилон, Грекия, Қытай, Үндістан, т.б.) практикалық есептерді теңдеу құру арқылы шешудің өзіндік тәжірибелері қалыптасты. Кейін келе теңдеулерді шешумен байланысты математикалық білімдердің молая түсуі оларды жүйеге келтіруді қажет ете бастады. Бұл мәселені шешу орта ғасырларда әлемнің басқа елдеріне қарағанда мәдениеті мен ғылымы жоғары деңгейде болған, мұсылмандық өркениеттің орталығы – Араб халифатында қолға алынды. Атап айтқанда, онда алгебра ғылымы бойынша әлемдік математика тарихындағы ең алғашқы оқу құралы жазылды. Оқу құралының араб тіліндегі түпнұсқасы «Китаб әл-мұхтасар фи-хисаб әл-жебр уә әл-мұқабала» деп аталады, оның авторы - орта ғасырларда Орталық Азиядан шыққан аса көрнекті мұсылман ғалымы (математик, астроном, географ, тарихшы) Мұхаммед әл-Хорезми, ол шамамен 780-850 жылдары өмір сүрген. Өкінішке орай, бірнеше ғасырлар бойына мұсылман әлемінің ғана емес, сонымен қатар Батыс Еуропа елдері математиктерінің қолдан түспес шығармасына айналған бұл оқу құралы әлемнің бірқатар тілдеріне аударылғанымен, әлі күнге дейін қазақ тілінде басылып шыққан жоқ. Мұны былай қойғанда, күні бүгінге дейін қазақ тілінде оған жүйелі әдістемелік-математикалық талдау жасалған бірде-бір ғылыми-зерттеу жұмысы жарияланбаған. Әлемдік математика тарихында алгебраның бастауы болып бағаланатын әл-Хорезмидің бұл трактатына қатысты осы қалыптасқан жағдайлар жоғары педагогикалық оқу орындарында болашақ математика пәні мұғалімдеріне «Математика тарихы» пәнін оқытуда айтарлықтай қиындық тудырады. Бұл біздің мақала тақырыбы ретінде «Алгебра курсының алғашқы оқу құралы» атты тақырыпты таңдап алуымызға себеп болды.

Зерттеу әдіснамасы

Жалпы алғанда, әл-Хорезмиден кейін оның алгебралық трактатына сын-пікір айтушылар мен арнайы түсіндірмелер жазушылар көп болды (А.Легран, Л.Фибоначчи, В. де Лука, А.Ризе,

Р.Бэкон, т.б.). Тарихи деректерден олардың барлығының да кітап авторына үздік ғалым ретінде бас ие отырып, оның шығармасына аса жоғары баға бергендігін аңғаруға болады. Мысалы, XIV ғасырдағы мұсылман тарихшысы ибн Халдун бұл трактаттың осы салада жазылған ең үздік кітаптардың қатарына жататындығын арнайы атап көрсеткен болатын. Ал, неміс математигі Адам Ризе әрі сан ғылымына, әрі есеп өнеріне жетік бір ғалымның «Алгебр мен әлмұкабал» атты кітабының бар екендігі туралы айта келіп, ешбір ғалымның одан әлі аспағанын, келешекте де одан асатын ғалымның тууының екіталай екендігін айтады (1524 ж.).

әл-Хорезмидің алгебралық трактаты туралы кейбір жалпылама мәселелер бірқатар отандық және шетелдік ғалымдардың зерттеу жұмыстарында қарастырылған. Атап айтқанда, отандық және ресейлік математика тарихшылары еңбектерінде аталмыш трактат туралы жалпылама деректер келтірілген (М.Ө.Исқақов, А.К.Көбесов, Б.А.Розенфельд, А.П.Юшкевич, К.А.Рыбников, т.б.) [2]. әл-Хорезмидің осы трактатына Орталық Азия бойынша шетелдік жетекші мамандардың бірі Фредерик Стивен Старрдың зерттеулерінде де лайықты баға берілген [3]. Сонымен қатар «Математика тарихы» курсынан Ресейдің жоғары оқу орындары студенттеріне арналып, соңғы жылдары басылып шыққан оқу құралдарында әл-Хорезмидің алгебраның бастауында тұрған ғалым-математик ретіндегі қызметі және оның алгебралық трактатының мазмұны мен құрылымы жеткілікті дәрежеде қарастырылған [4-6]. Өкінішке орай, аталмыш трактат авторының өз қолымен жазған түпнұсқасы сақталмаған, оның біздің заманымызға келіп жеткені 1342 ж. көшіріліп алынған арабша қолжазбасы болып табылады. Ол қазіргі күні Англияның Оксфорд университетіндегі кітапханада сақтаулы. Осы қолжазбаның бірқатар Еуропа елдерінің тілдеріне аударылған аудармалары бар [7-8]. Ол екі рет, 1964 және 1983 жылдары орыс тілінде басылып шықты (1-сурет).



Сурет 1. әл-Хорезмидің «Математикалық трактаттар» деген атпен 1983 ж. шығарылған кітабының мұқабасы

Мақаланы жазу барысында әл-Хорезмидің алгебралық трактаты туралы жоғарыда атап көрсетілген ғалымдардың зерттеулеріне ғылыми талдаулар жасалды. Сонымен қатар трактаттың орыс тіліндегі аудармалары (1964 ж., 1983 ж.) өзара салыстырылып, тиянақты зерттелді және мақаланы жазуға осы аудармалар негіз етіп алынды [9,10].

Жалпы алғанда, қойылып отырған тарихи-математикалық мәселені зерттеуде шындыққа қазіргі заман талаптарына сай жаңа айқындамалар тұрғысынан қарай отырып, объективтілік және жүйелілік принциптері басшылыққа алынды және ғылыми-зерттеудің теориялық талдау, тарихи-салыстырмалы талдау және жүйелеу-құрылымдау сияқты әдістері пайдаланылды.

Зерттеу нәтижелері

әл-Хорезмидің алгебралық трактатының басты ерекшелігі, онда теңдеулер қазіргі күнгідей математикалық символдар арқылы жазылмай, сөзбен тұжырымдалып берілген. Оның себебі, ол кезде математикада қысқаша белгілеулер мен формулалар деген мүлде болған жоқ еді. Математикада символиканы қолдану мәселесі XVI ғасырдан кейін ғана қолға алына бастады. Теңдеулерді жазып көрсету үшін әл-Хорезми белгісізді «жүзір» немесе «шай'», оның квадратын «мал», ал бос мүшені «дирхем» деп алған. Бұл жердегі «жүзір» сөзінің мағынасы – «түбір», «тамыр». Бұл термин үнділіктердің өсімдіктің тамыры деген мағынада қолданылатын «мұла» деген сөзінің арабшаға аударылған аудармасы болып табылады. «Шай'» және «мал» сөздері сәйкесінше, «нәрсе» және «мүлік» деген мағынаны білдіретін араб сөздері. Дирхем – мұсылман елдерінде кеңінен қолданылған күміс ақшаның атауы.

Трактат кіріспеден және 27 тараудан тұрады. Автор кіріспеден оның мазмұны арифметиканың қарапайым және күрделі мәселелерін қамтитындығын, олардың адамдарға мұра бөлісушілікте, өсиеттерді құрастыруда, мүліктерді бөлу мен сот істерінде, саудасаттықпен байланысты барлық мүмкін болатын әрекеттерде, сондай-ақ жер өлшеуде, арықтар жүргізуде, құрылыс істерінде және басқа да осы сияқты әралуан жұмыстарда қажет болатындығын атап көрсетеді.

Трактаттың I-VI тарауларында оң коэффициентті сызықтық және квадрат теңдеулердің алты түрін шешу ережелері келтіріледі. Автор жоғарыда айтқанымыздай, оларды сөзбен тұжырымдап былайша жазып көрсетеді (түсінікті болу жағы ескеріліп, жақша ішіне олардың математикалық символдар арқылы жазылуы келтірілді):

- 1) «мүліктер нәрселерге тең» ($ax^2 = bx$);
- 2) «мүліктер дирхемдерге тең» ($ax^2 = c$);
- 3) «нәрселер дирхемдерге тең» ($bx = c$);
- 4) «мүліктер мен нәрселер дирхемдерге тең» ($ax^2 + bx = c$);
- 5) «мүліктер мен дирхемдер нәрселерге тең» ($ax^2 + c = bx$);
- 6) «нәрселер мен дирхемдер мүліктерге тең» ($bx + c = ax^2$).

Канондық теңдеулердің осы түрлерін шешу нақты мысалдардың негізінде сөзбен тұжырымдалатын ережелер арқылы жүзеге асырылады. Түсінікті болу үшін бұл ережелерді математикалық символдар арқылы жазсақ, былай болады:

- 1) «Егер $x^2 = 5x$ десең, онда $x = 5$ »;
- 2) «Егер $x^2 = 9$ десең, $x = 3$ »;
- 3) «Егер $4x = 20$ десең, $x = 5$ »;
- 4) «Егер сен $x^2 + 10x = 39$ десең, $x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = 3$ »;
- 5) «Егер сен $x^2 + 21 = 10x$ десең, $x = 5 - \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 3$ »;
- 6) «Егер сен $3x + 4 = x^2$ десең, $x = 1,5 + \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4} = 4$ ».

Осы орайда, мына сияқты ерекшеліктерді атап көрсетуге болады: 1-жағдайда нөлдік түбір, 4-жағдайда және 6-жағдайда теңдеулердің теріс түбірлері ескерілмейді. Алайда, автор 5-жағдайдағы теңдеу үшін түбірлердің бар болу шартын тұжырымдап, мұнда бір немесе екі оң түбірдің болу мүмкіндігін ескертеді. Сонымен қатар VI тараудың соңында канондық теңдеулердің алғашқы үш түрінде түбірді 2-ге бөлу амалы қарастырылмайтындығын, ал соңғы үш түрде ол амалдың орын алатындығын ескертеді де соңғылар үшін түбірді 2-ге бөлу амалының орындалу себебін түсінуге мүмкіндік беретіндей чертөждерді сызып көрсететіндігін айтады.

VII-IX тараулар сәйкесінше, «Төртінші тараудың дұрыстығын дәлелдеу», «Бесінші тараудың дұрыстығын дәлелдеу» және «Алтыншы тараудың дұрыстығын дәлелдеу» деп аталған. Бұл тарауларда канондық теңдеулердің соңғы үш түрін шешудің жоғарыда

келтірілген ережелерінің дұрыстығы геометриялық әдіспен дәлелдеу арқылы жүзеге асырылады. Мысалы, «4-тараудың дұрыстығын дәлелдеу» атты VII тарауда қарастырылатын $x^2 + 10x = 39$ теңдеуін алайық (2-сурет).

Алдымен қабырғасы x -ке тең болатын А квадраты сызылады, оның ауданы x^2 -қа тең. Оған жапсарлас етіп, ендері x -ке, ал ұзындықтары 5-ке тең болатын В және С тік төртбұрыштары салынады. Сонда олардың әрқайсысының ауданы $5x$ -ке тең болады. Осылай алғанда, теңдеудің сол жағындағы $x^2 + 10x$ немесе $x^2 + 5x + 5x$ өрнегі геометриялық тұрғыда, А квадратынан және В мен С тік төртбұрыштарынан тұратын фигураның ауданын сипаттайды.

A	B
C	D

Сурет 2. $x^2 + 10x + 25$ өрнегінің геометриялық кескіні

Енді соңғы фигураны қабырғалары 5-ке тең болатын D квадратымен толықтырамыз, сонда оның ауданы - 25.

Егер берілген теңдеудің екі жағына да D квадратының ауданы болып табылатын 25 санын қоссақ, $x^2 + 10x + 25 = 64$ теңдеуін аламыз. Сонда $x^2 + 10x + 25$ өрнегі А квадратынан, В мен С тік төртбұрыштарынан және D квадратынан тұратын фигураның ауданын білдіреді. Бұл фигураның өзі – квадрат, себебі оның ұзындығы да ені де $(x + 5)$ -ке тең. Екінші жағынан, соңғы теңдеуге сәйкес, осы квадраттың ауданы 64-ке, демек, оның қабырғасы 8-ге тең болады, яғни $x + 5 = 8$, бұдан $x = 3$. Сонымен, $x^2 + 10x = 39$ теңдеуінің түбірі 3-ке тең болады.

VIII және IX тарауларда осы сияқты, сәйкесінше, бесінші және алтыншы түрдегі канондық теңдеулерді шешу ережелерінің геометриялық дәлелдемелері келтіріледі.

Бұл жерде «Теңдеулер осы алты түрмен ғана шектелмейді, оның басқа түрлері, мәселен, азайту амалымен байланысты және т.б. түрлері қалай шешіледі?» деген заңды сұрақ туындайтындығы түсінікті. Мұндай жағдайларда әл-Хорезми теңдеуді «әл-жебр» және «әл-мұкабала» амалдарының көмегімен осы көрсетілген канондық түрлердің біріне келтіру арқылы шешеді. Мұндағы «әл-джебр» («қалыпқа келтіру») амалын орындаудың мағынасы мынада: берілген теңдеу оның екі жағын да азайтылатын мүшеге қарама-қарсы мүшемен толықтыру арқылы қалыпқа, яғни канондық теңдеулердің біріне келтіріледі. Мысалы, «Үш нәрсесіз мүлік бес дирхемге тең» ($x^2 - 3x = 5$) теңдеуі жағдайында «әл-жебр» амалы былай жүргізіледі: «Мүлікті де дирхемді де үш нәрсемен толықтыруды жүзеге асырамыз» ($x^2 - 3x + 3x = 5 + 3x$). Сонда берілген теңдеу $x^2 = 5 + 3x$ немесе алтыншы жағдайдағы канондық $3x + 5 = x^2$ түріне келеді. Ал «әл-мұкабала» («қарама-қарсы қою») амалын орындау барысында теңдеудің екі жағындағы тең қосылғыштар қысқартылады, яғни қысқартатын мүшелер әл-Хорезмише айтқанда, «қарама-қарсы қойылады». Мысалы, «Мүлік және үш нәрсе төрт нәрсе мен бес дирхемге тең» ($x^2 + 3x = 4x + 5$) теңдеуі жағдайында «әл-мұкабала» амалы былай жүзеге асырылады: «Үш нәрсе қарама-қарсы қойылады», бұл дегеніміз: $x^2 + 3x - 3x = 4x + 5 - 3x$, яғни $x^2 = x + 5$, яғни берілген теңдеу алтыншы жағдайдағы канондық $x + 5 = x^2$ түрге келеді.

Кейбір зерттеулерге қарағанда, осы жүргізілетін амал атауларының біріншісі, яғни «әл-жебр» араб сөзі емес. Оның шын мәніндегі мағынасының «қалыпқа келтіру» екенін алғаш рет мұсылман математигі Бахауиддин әл-Амили (1547-1622) анықтаған. Оның айтуы бойынша, «әл-жебр» - ежелгі ассирия тіліндегі «жәбр» сөзінің араб тіліне сәйкестендірілген түрі. Еуропалықтар XIV ғасырдан бастап, «әл-жебр» сөзінің түпкі мағынасын өзгертпей, «алгебр» деп алған да осыдан барып, қазіргі «алгебра» термині пайда болған. Еуропада ұзақ уақыт бойы «алгебраист» сөзі «қалпына келтіруші», «сынықшы» деген мағыналарда қолданылған.

«Көбейту туралы тарау» деп аталған X тарауда көпмүшеліктерді көбейту ережелері қарастырылады. Ал келесі «Арттыру және кеміту туралы тарауда» (XI) квадраттық иррационалдықтарды қосу, азайту және көбейту ережелері келтірілген. Сөзбен тұжырымдалған бұл ережелерді математикалық символиканы пайдаланып,

$$(a + b\sqrt{k}) \pm (c + d\sqrt{k}) = (a \pm c) + (b \pm d)\sqrt{k}, \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

түріндегі формулалармен өрнектеуге болады.

«Алты есеп туралы тарауда» (XII) теңдеулердің жоғарыда келтірілген алты негізгі түріне келтірілетін есептер, «Әр түрлі есептер туралы тарауда» (XIII) теңдеулердің алты түріне келтірілетін есептермен қатар арифметикалық әдіспен шығарылатын есептер, ал «Мәмілелер туралы тарауда» (XIV) үштік ережеге берілген есептер қарастырылған.

«Өлшеу туралы тарау» (XV) геометрия мәселелеріне арналған. Мұнда шаршының, үшбұрыштың, ромбының, дөңгелек пен сектордың аудандарын, шеңбердің ұзындығын, параллелепипедтің, үшбұрышты және төртбұрышты пирамидалардың, конустың, қиық пирамида мен қиық конустың көлемдерін есептеп шығару ережелері, сондай-ақ үшбұрыштар мен төртбұрыштардың классификациясы келтірілген. Бұл тарауда π санының мына сияқты үш түрлі мәні қарастырылады:

$$\pi = 3\frac{1}{7}, \sqrt{10}, \frac{62\,832}{20\,000}.$$

Тағы бір атап айтарлық жайт, әртүрлі геометриялық есептерді шешуде алгебралық әдістер кеңінен пайдаланылады. Мәселен, қабырғалары 13, 14 және 15 болатын үшбұрыштың биіктігі мен ауданын табу квадрат теңдеулерді шешу арқылы жүзеге асырылған.

Келесі XV-XXIII тараулардың материалдары «Өсиеттер туралы кітап» деген атаумен біріктіріліп берілген. Мұнда мұсылмандық мұрагерлік құқық негізінде мұра бөлісушілікпен байланысты әралуан есептер қарастырылған, олар негізінен алғанда, сызықтық теңдеулер құру арқылы шешіп көрсетіледі.

«Дөңгелек айналымдарды есептеу» деген жалпы атаумен берілген XXIV- XXVII тараулар мұрагер мұра қалдырушыдан бұрын қайтыс болған жағдайдағы мұра бөлісушілікпен байланысты күрделі есептерді шешуге арналған.

Дискуссия

Зерттеу барысында алынған нәтижелердің бүгінгі күн талаптары тұрғысынан алып қарағанда зор маңызы бар. Өйткені, соңғы жылдары жалпы ғылым мен мәдениет, сондай-ақ математика тарихында бұрыннан белгісіз болып келген немесе еуроцентристік көзқарастың салдарынан бұрмаланып келген мәселелер анықталуда және математика тарихы осыған қатысты тың деректермен, жаңа айқындамалармен толықтырыла түсуде. Өкінішке орай, еуропалық әдебиетте мақалада зерттеуге алынып отырған трактат авторы әл-Хорезми әлі күнге дейін араб математигі деп аталады. Кейбір ғалымдардың (А.П.Юшкевич, Б.П.Розенфельд, Ф.Старр, т.б.) бұның қате пікір екендігін атап көрсеткендігіне қарамастан, әл-Хорезмидің нақты қай халықтың өкілі болып табылатындығы және оның осыншама терең математикалық білімді қайдан алғандығы анықталмай отыр. Бұл әлі де болса тереңірек зерттеуді қажет ететін тарихи-математикалық проблема болып табылады. Егер де ол түбегейлі шешімін тапса, онда Орталық Азия математикасының тарихына қатысты көптеген «ақтаңдақтардың» беймәлім тұстары анықталар еді. Осы және онымен байланысты туындайтын проблемалар әл-Хорезмидің өмірі мен қызметін, сондай-ақ оның еңбектерін зерттеу ісінің мұнымен аяқталмайтынын аңғартады.

Қорытынды

эл-Хорезмидің алгебралық трактаты мұсылман елдерінде, сондай-ақ латын, ағылшын, француз, неміс және т.б. тілдердегі аудармалары арқылы Еуропада кеңінен таралып, аса маңызды кітаптың біріне айналды және математиканың даму тарихында үлкен роль атқарды. Ол Шығыс пен Батыс елдерінде ортағасырлық ғылыми ой-пікірлердің дамуына және жаңа сипаттағы математикалық білім беру ісінің жандануына игілікті әсерін тигізді. Алайда, соған қарамастан, алгебра Батыс Еуропада көп уақыт бойына кең жолға шығып, математиканың дербес саласы ретінде дами алмады. Тіптен XVI ғасырға дейін Еуропа математикасында алгебраның қандай ғылым екендігі туралы нақты анықтама мен оның арифметикадан айырмашылығын сипаттайтын айқын тұжырымдар болмады. Еуропалықтар көп уақытқа дейін «Хорезми былай дейді» деген сипаттағы түсініктермен ғана шектеліп, мұсылман математиктерінің алгебралық трактаттарына түсініктемелер беруден әрі аса алмады [11]. Ал, мұсылман елдерінде жағдай мүлде басқаша болды, мұнда алгебраны ғылым саласы ретінде баяндау, оның арифметикамен және геометриямен арасындағы ара жігін анықтау бағытындағы жұмыстар ерте қолға алынды. Мысалы, Орталық Азия математигі Омар Хайям XI ғасырда-ақ алгебраны арифметика мен геометриядан бөліп алып, оның мақсаты мен пәнін айқын түрде анықтап беруді жүзеге асырды. Оның «Алгебра мен әлмұкабала есептерінің дәлелдемелері туралы» атты трактаты тұтасымен сызықтық және квадрат теңдеулермен қатар, үшінші дәрежелі теңдеулерге және оларға келтіретін есептерді шешуге арналған. Онда теңдеулердің эл-Хорезми қарастырған 6 түрі тағы 19 канондық түрмен толықтырылып, барлығы 25 канондық теңдеу қамтылған [12]. О.Хайямның түсіндіруі бойынша, алгебраның пәні белгілі сандармен немесе шамалармен қандай да бір ара қатынасы бар белгісіз сандар немесе шамалар болып табылады, бұл ара қатынас теңдеу түрінде өрнектеледі. Оның айтуы бойынша, алгебра - теңдеулер туралы ғылым, шамалардың сандық және үздіксіз шамалар болып бөлінуіне сәйкес, алгебра теңдеулерді сандық және геометриялық әдістермен шешуге мұқтаж болады. Ол сондай-ақ квадрат теңдеулерді радикалдар арқылы шешу мен оның түбірлерін геометриялық әдіспен табудың арасындағы байланысты анықтай отырып, куб теңдеулерді радикалдар арқылы шешу жолының әлі де болса табыла қоймағандығын және оны табуды болашақ ұрпаққа аманат етіп қалдыратынын атап көрсетеді.

Пайдаланылған дереккөздер тізімі

- [1] Абылкасымова А.Е., Қосанов Б.М. *История становления и развитие методики преподавания математики: Учебное пособие.* – Алматы: «Мектеп», 2020. – 336 с.
- [2] Әбілқасымова А.Е., Қосанов Б.М. *Қазақстандағы математиканы оқыту сабақтастығының қалыптасу тарихы: Оқу құралы.* – Алматы: «Мектеп», 2023. – 332 с.
- [3] Старр Ф. *Утраченное просвещение: Золотой век центральной Азии от арабского завоевания до времен Тамерлана. Перевод с англ.* – М: Альпина Паблишер, 2018. – 574 с. <https://www.academia.edu/43324212>
- [4] Прасолов В.В. *История математики, в двух томах. Т.1: Учебное пособие.* – М: МЦНМО, 2019. – 296 с. <https://biblio.mccme.ru/node/6186>
- [5] Гильмуллин М.Ф. *История математики: Учебное пособие.* – М: Ridero, 2019. – 456 с. https://ridero.ru/books/istoriya_matematiki/
- [6] Павлов Е.А. *Краткая история математики: Учебное пособие.* – М: Лань, 2022. – 80 с. <https://e.lanbook.com/book/152433?category=917>
- [7] Aminov, T. M., Nurikhanov, N. K., & Akhmadullin, V. A. (2023). Al-Khwarizmi is an outstanding representative of oriental pedagogy. *Perspektivy nauki i obrazovaniya – Perspectives of Science and Education*, 64 (4), 559-573. doi: 10.32744/pse.2023.4.34
- [8] Aminov T. M. *Islamic pedagogical Renaissance: Formation and Substantiation of the Phenomenon. Perspectives of science and education*, no. 5 (59), 2022. – PP. 506-517. DOI: 10.32744/pse.2022.5.30
- [9] Мухаммад аль-Хорезми. *Математические трактаты. Перевод Ю.Х.Копелевич и Б.А.Розенфельда.* – Ташкент: «Фан», 1964. – 100 с.

[10] Мухаммад аль-Хорезми. Математические трактаты. Отв.ред. С.Х.Сираждинов. – Ташкент: «Фан», 1983. – 306 с. <https://f.eruditor.link/file/3079781/>

[11] Мамедов Ф.З. Научные заслуги Мухаммеда ибн Муса аль-Хорезми как вклад в педагогическую науку // Балтийский научный журнал. Т.10. №3 (36), 2021. – С.120-121 DOI: 10.26140/bgз3-2021-1003-0028

[12] Махмудхуджаева Л. Европейская научная мысль в трудах Мухаммеда Аль Хорезми// Жамият ва инновациялар – Общество и инновации – Society and innovations Special issue -1, №01, 2020. – С. 79-89 DOI: <https://doi.org/10.47689/2181-1415-vol1-iss1/s-pp79-89>

References

[1] Abylkasymova A.E., Kosanov B.M. (2020) *Istoriya stanovleniya i razvitie metodiki prepodavanija matematiki [History of the formation and development of methods of teaching mathematics]: Uchebnoe posobie. Almaty: "Mektep", 336. (In Russian)*

[2] Äbilqasymova A.E., Qosanov B.M. (2023) *Qazaqstandany matematikany oqytu sabaktastynynyn kalyptasu tarihy [The history of formation of continuity of teaching mathematics in Kazakhstan]: Oqy quraly. Almaty: "Mektep", 332. (In Kazakh)*

[3] Starr F. (2018) *Utrachennoe prosveshhenie: Zolotoj vek central'noj azii ot arabского zavoevanija do vremen Tamerlana [The golden age of central asia from the arab conquest to the time of Tamerlane]. Perevod s angl. M:Al'pina Publisher, 574. <https://www.academia.edu/43324212> (In Russian)*

[4] Prasolov V.V. (2019) *Istoriya matematiki, v dvukh tomakh. [History of Mathematics, in two volumes. T.1]: T.1 Uchebnoe posobie. M: MCNMO, 296 c. [Online] Available at: <https://biblio.mccme.ru/node/6186> (In Russian)*

[5] Gil'mullin M.F. (2019) *Istoriya matematiki [History of Mathematics]: Uchebnoe posobie. M: Ridero, 456 c. [Online] Available at: https://ridero.ru/books/istoriya_matematiki/ (In Russian)*

[6] Pavlov E.A. (2022) *Kratkaya istoriya matematiki [A Brief History of Mathematics]: Uchebnoe posobie. M: Lan', 80 c. [Online] Available at: <https://e.lanbook.com/book/152433?category=917> (In Russian)*

[7] Aminov, T.M., Nurikhanov, N.K., & Akhmadullin, V.A. (2023) *Al-Khwarizmi is an outstanding representative of oriental pedagogy. Perspektivy nauki i obrazovania – Perspectives of Science and Education, 64 (4), 559-573. doi: 10.32744/pse.2023.4.34*

[8] Aminov T.M. (2022) *Islamic pedagogical Renaissance: Formation and Substantiation of the Phenomenon. Perspectives of science and education, no. 5 (59), pp. 506-517. DOI: 10.32744/pse.2022.5.30*

[9] Muhammad al-Khorezmi. (1964) *Matematicheskie traktaty. Perevod Yu.Kh.Kopelevich i B.A.Rozenfelda [Mathematical treatises. Translation by Yu.Kh.Kopelevich and B.A.Rosenfeld]. Tashkent: "Fan", 100 c. (In Russian)*

[10] Muhammad al-Khorezmi. (1983) *Matematicheskie traktaty. Otv.red. S.Kh.Sirazhdinov [Mathematical treatises. Ed. S.Kh.Sirazhdinov]. Tashkent: "Fan", 306 c. [Online] Available at: <https://f.eruditor.link/file/3079781/> (In Russian)*

[11] Mamedov F.Z. (2021) *Nauchnye zaslugi Mukhammeda ibn Musa al-Khorezmi kak vklad v pedagogicheskuyu nauku [The scientific merits of Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi as a contribution to pedagogical science] Baltiyskiy nauchnyy zhurnal. T.10. №3 (36), 120-121. DOI: 10.26140/bgз3-2021-1003-0028 (In Russian)*

[12] Mahmudkhudzhayeva L. (2020) *Evropeyskaya nauchnaya mysl' v trudakh Mukhammeda Al' Khorezmi [European Scientific Thought in the Works of Muhammad Al-Khwarizmi]. Zhamiyat va innovatsiyalar – Obshchestvo i innovatsii – Society and innovations Special issue 1, №01, 79-89. DOI: <https://doi.org/10.47689/2181-1415-vol1-iss1/s-pp79-89> (In Russian)*