УДК 27.31.15

10.51889/2959-5894.2024.87.3.003

Е.К. Курмангалиев[1*], А.У. Бекбаова [2]

[1] Актюбинский региональный университет имени К.Жубанова, г. Актобе, Казахстан
[*]*e-mail: ergali715@gmail.com, mirra478@mail.ru*

ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ В ШИРОКОМ СМЫСЛЕ ЛИНЕЙНОЙ СЧЕТНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация

В статье рассматриваются вопросы существования и единственности периодических по некоторым переменным решений в широком смысле для счетных систем в частных производных. Изучение периодических решений систем дифференциальных уравнений имеет важное значение в современной теории дифференциальных уравнений, поскольку многие задачи механики, физики и инженерии сводятся к анализу колебательных решений как обыкновенных, так и частных уравнений. В статье применен метод характеристик, установлены достаточные условия для существования и единственности периодических по части переменных решения в широком смысле для линейной бесконечной системы уравнений в частных производных. Также приведены определения решений в широком смысле для бесконечных систем первого порядка в частных производных.

Ключевые слова: счетная система, гиперболические системы, бесконечные системы дифференциальных уравнений, решения в широком смысле, периодические решения.

Е.К. Курмангалиев[1], А.У. Бекбаова[1]
[1] Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан

САНАЛЫМДЫ СЫЗЫҚТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІНІҢ КЕҢ МАҒЫНАДАҒЫ ШЕШІМДЕРІН ТҰРҒЫЗУ

Аңдатпа

Мақалада бірінші ретті саналымды дифференциалдық теңдеулер жүйесінің айнымалылардың кейбірі бойынша периодты кең мағынадағы шешімдерін анықтау мәселелері қарастырылған. Дербес дифференциалдық жүйелердің периодтық шешімдерін зерттеу қазіргі дифференциалдық теңдеулер теориясында маңызды орын алады. Механика, физика және техника салаларындағы көптеген мәселелер қарапайым және дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің тербелмелі шешімдерімен сипатталады. Сонымен қатар, мақалада сипаттауыштар әдісі қолданылып, шексіз сызықты бірінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің айнымалылардың кейбірі бойынша периодты кең мағынадағы шешімінің бар болу және жалғыздығына қажетті шарттар анықталды. Сондай-ақ, шексіз дербес туындылы дифференциалдық жүйенің кең мағынадағы шешімінің анықтамасы берілді.

Түйін сөздер: саналымды жүйе, гиперболалық жүйелер, шектелмеген дифференциалдық теңдеулер жүйесі, кең мағынадағы шешімдер, периодты шешімдер.

E.K. Kurmangaliev[1], A.U. Bekbauova[1]
Aktobe Regional University named after K. Zhubanov, Aktobe, Kazakhstan

CONSTRUCTION OF A SOLUTION IN A BROAD SENSE OF A LINEAR DIFFERENTIAL SYSTEM

Abstract

The article discusses the existence and uniqueness of solutions periodic over some variables in a broad sense for partial differential countable systems. The study of periodic solutions of systems of differential equations is important in modern differential equation theory, since many problems of mechanics, physics and engineering are reduced to the analysis of vibrational solutions of both ordinary and partial equations. The article applies the method of characteristics, established sufficient conditions for the existence and uniqueness of periodic variable solutions in a broad sense for a linear infinite system of partial differential equations. Definitions of solutions in a broad sense for infinite first-order partial differential systems are also given.

Keywords: countable system, hyperbolic systems, infinite systems of differential equations, solutions in a broad sense, periodic solutions.

Основные положения

При решения прикладных задач в области естествознания часто применяются системы дифференциальных уравнений. В статье изучается счетная система уравнений в частных производных, рассматриваются вопросы существования и единственности периодических по некоторым переменным решений в широком смысле. Метод характеристик применяется к системе дифференциальных уравнений в частных производных, строится матрицант счетной системы, и даны определения решений в широком смысле для бесконечной системы дифференциальных уравнений.

Введение

Часто при моделирования прикладных задач применяются системы в частных производных первого порядка [1-6]. Основы теории бесконечных систем дифференциальных уравнений заложены в работах многих ученых [7-9]. В исследованиях Г. Бора, П. Боля, С. Бохнера установлена связь между почти периодическими функциями одной переменной и периодическими функциями от конечного и бесконечного множества переменных. В работах В.Х. Харасахала [9] квазипериодические решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений исследуются с помощью систем уравнений в частных производных с конечным числом независимых переменных. Этот метод развивался на случай счетных систем уравнений в частных производных со счетным множеством независимых переменных, а также многопериодические по частям переменных решения таких систем исследованы в работах Д.У. Умбетжанова и др [10-12]. Классическое решение системы дифференциальных уравнений в частных производных, как известно, обладает непрерывной дифференцируемостью. Если же решение имеет меньшую степень гладкости, но в определенном смысле удовлетворяет данной системе уравнений, его называют обобщенным решением. Одни из таких обобщенных решений системы уравнений первого порядка в частных производных, согласно К.О. Фридрихсу, называются решениями в широком смысле [13].

Методология исследования

Для существования решения в широком смысле не требуется, чтобы входные данные системы дифференциальных уравнений в частных производных обладали гладкостью, при этом аналитическая форма как классического решения, так и решения в широком смысле совпадает. Если входные данные системы обладают необходимой гладкостью и удовлетворяют дополнительным условиям, связанным с этой гладкостью, то решение, полученное в широком смысле, также будет являться классическим решением данной системы. Следовательно, это дает возможность ослабить условия существования и построения классического решения. При изучении разрывных решений уравнений в частных производных используются обобщенные решения в широком смысле. В исследованиях [13-14] были получены обобщенные решения в широком смысле по Фридрихсу для гиперболических систем, принадлежащие к классу непрерывных функций. В работах А.У. Бекбауовой [14] изучались многопериодические по некоторым переменным решения конечных систем уравнений в частных производных первого порядка.

Результаты исследования

Рассмотрим бесконечную систему линейных дифференциальных уравнений

$$Du = P(t,x,y)u + f(t,x,y), \tag{1}$$

где $D=\frac{\partial}{\partial t}+\left\langle a(t,x,y)\ ,\ \frac{\partial}{\partial x}\right\rangle+\left\langle b(t,x,y)\ ,\ \frac{\partial}{\partial y}\right\rangle$ - оператор дифференцирования, $\frac{\partial}{\partial x}=\left(\frac{\partial}{\partial x_1},\frac{\partial}{\partial x_2},\dots\right)$, $\frac{\partial}{\partial y}=\left(\frac{\partial}{\partial y_1},\frac{\partial}{\partial y_2},\dots\right)$ - векторы дифференцирования по $x_1,x_2\dots$ и $y_1,y_2\dots$ соответственно, $x=(x_1,x_2,\dots)$, $y=(y_1,y_2,\dots)$, $a(t,x,y)=(a_1(t,x,y),a_2(t,x,y),\dots)$, $b(t,x,y)=(b_1(t,x,y),b_2(t,x,y),\dots)$ - счетно-мерные векторы, $\langle,\rangle$ - означает скалярное произведение,

$f(t,x,y)=(f_1(t,x,y),f_2(t,x,y),\dots)$ - счетномерная вектор-функция, $t\in R=(-\infty,+\infty)$ - вещественная переменная, $P(t,x,y)=\{p_{i\vec{\tau}j}(t,x,y)\}_1^\infty$ - бесконечная матрица, u,f - вектор-столбцы.

Определение 1. *Непрерывная в Ω вектор-функция $u(t,x,y)$ называется периодическим по части переменных решением системы (1) в широком смысле, если она (θ,ω) -периодична по t,x, т.е. удовлетворяет условию*

$$u(t+\theta,x+q\omega,y)=u(t,x,y), \tag{1*}$$

и непрерывно дифференцируема по переменной t вдоль характеристик $x=\lambda(t,s,x_0,y_0)$, $y=\xi(t,s,x_0,y_0)$ оператора дифференцирования D, причем

$$\frac{d}{dt}x(t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0))=P(t,x,y)x(t,x,y)+f(t,x,y),$$

где $\Omega=R\times\mathbf{m}\times\mathbf{m}$, $\mathbf{m}$- пространство ограниченных последовательностей, $(\theta,\omega)\in R\times\mathbf{m}$- вектор-период, $\hat{q\omega}=(q_1\omega_1,q_2\omega_2,\dots)$, $\omega=(\omega_1,\omega_2,\dots)$, $q\in Z^\infty=Z\times Z\times\dots$, Z -множество целых чисел.

Для нахождения решения системы (1) рассмотрим бесконечную однородную линейную систему уравнений первого порядка в частных производных.

$$Du=P(t,x,y)u. \tag{2}$$

Лемма 1. *Если входные данные $a(t,x,y)$, $b(t,x,y)$, $P(t,x,y)$ для системы (2) обладают свойствами равностепенной непрерывности и периодичности (под непрерывностью понимается равномерная непрерывность компонентов данных векторных функций и элементов бесконечной матрицы),*

$$\begin{gathered}a(t+\theta,x+q\omega,y)=a(t,x,y)\in C(R\times\mathbf{m}\times\mathbf{m}),\\ b(t+\theta,x+q\omega,y)=b(t,x,y)\in C(R\times\mathbf{m}\times\mathbf{m}),\\ P(t+\theta,x+q\omega,y)=P(t,x,y)\in C(R\times\mathbf{m}\times\mathbf{m}),\end{gathered} \tag{3}$$

липшицевости

$$\begin{gathered}||a(t,x,y)-a(t,\bar{x},\bar{y})||\le\alpha(||x-\bar{x}||+||y-\bar{y}||),\\ ||b(t,x,y)-b(t,\bar{x},\bar{y})||\le\beta(||x-\bar{x}||+||y-\bar{y}||),\end{gathered} \tag{4}$$

и ограниченности

$$\|a(t,x,y)\|\le a_0,\ \|b(t,x,y)\|\le b_0,\ \|P(t,x,y)\|\le\overline{P}_0 \tag{5}$$

в области $\Omega=R\times\mathbf{m}\times\mathbf{m}$, *где* $R=(-\infty,+\infty)$, $\mathbf{m}$ - *множество ограниченных последовательностей, то интегральное матричное уравнение*

$$U(s,t,x,y)=E+\int_s^t P(\tau,\lambda(\tau,t,x,y),\xi(\tau,t,x,y))U(s,\tau,\lambda(\tau,t,x,y),\xi(\tau,t,x,y))d\tau \tag{6}$$

где E-бесконечная единичная матрица, с начальным условием

$$U(s,t,x,y)|_{t=s}=E,$$

имеет единственное непрерывное ограниченное решение, которое представляется в виде суммы равномерно сходящегося ряда

$$U(s,t,x,y)=\sum_{k=0}^{\infty}U^{(k)}(s,t,x,y), \tag{7}$$

члены которого определяются при помощи рекуррентных соотношений:

$$U^{(0)}(s,t,x,y)=E,$$
$$U^{(k)}(s,t,x,y)=\int_s^t P(\tau,\lambda(\tau,t,x,y),\xi(\tau,t,x,y))U^{(k-1)}(s,\tau,\lambda(\tau,t,x,y),\xi(\tau,t,x,y))d\tau, \tag{8}$$

Доказательство. Покажем, что (7) является решением интегрального уравнения (6). Действительно, из (8) получаем оценки:

$$||U^{(0)}(s,t,x,y)||=||E||=1,$$
$$||U^{(k)}(s,t,x,y)||\le\frac{\bar{P}_0{}^k|t-s|^k}{k!},\ k=1,2,\ldots.$$

Отсюда видно сходимость ряда (7), причем

$$||U(s,t,x,y)||\le e^{\overline{P_0}|t-s|}. \tag{9}$$

В силу сходимости суммируя обе части (8), по k от 1 до ∞ , имеем

$$\sum_{k=1}^{\infty}U^{(k)}=\int_s^t P\cdot\sum_{k=1}^{\infty}U^{(k-1)}d\tau. \tag{10}$$

Учитывая (7), из (10) получим

$$U-E=\int_s^t PUd\tau.$$

Теперь покажем единственность решения (7). Предположим, что кроме (7) существует еще одно решение V отличное от U, т.е. $U-V\neq 0$. Тогда их разность $U-V$ удовлетворяет уравнению

$$U-V=\int_s^t P(U-V)d\tau. \tag{11}$$

Решение $Z=U-V$ уравнения (11) будем находить с использованием метода последовательных приближений (8). Но ряд (7) сходится, поэтому решение уравнения (11) является пределом общего члена этого ряда и равно нулю. Следовательно, уравнение (11) может иметь только нулевое решение, что доказывает единственность решения (7).

Определение 2. Вектор-функция $u(t,x,y))$, непрерывная по всем переменным, называется решением системы (2) в широком смысле, если она непрерывно дифференцируема по переменной t вдоль характеристик $x=\lambda(t,s,x_0,y_0)$, $y=\xi(t,s,x_0,y_0)$ оператора дифференцирования D, при этом

$$\frac{d}{dt}u(t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0))=P(t,x,y)u(t,x,y).$$

Лемма 2. *Если входные данные $a(t,x,y)$, $b(t,x,y)$, $P(t,x,y)$ системы (2)* соответствуют *условиям (3)-(5), то существует единственное решение $U(s,t,x,y)$, которое в широком смысле удовлетворяет матричному уравнению*

$$DU = P(t,x,y)U \tag{12}$$

с начальным условием

$$U(s,t,x,y)|_{t=s} = E, \tag{12$_0$}$$

и причем оно является решением интегрального уравнения (6).

Действительно, пусть $x = \lambda(t,s,x_0,y_0)$, $y = \xi(t,s,x_0,y_0)$ являются характеристикой оператора дифференцирования D, проходящей через точку $(s,x_0,y_0) \in \Omega$. Тогда на основе свойства единственности характеристики исходящей из начальной точки, вдоль этой характеристики из (6), получим

$$U(s,t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0)) = E + \int_s^t P[\tau,\lambda(\tau,s,x_0,y_0),\xi(\tau,s,x_0,y_0)] \times$$
$$\times U[s,\tau,\lambda(\tau,s,x_0,y_0),\xi(\tau,s,x_0,y_0)]d\tau.$$

Дифференцируя теперь по t, получим

$$\frac{d}{dt}U(s,t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0)) = P(t,x,y)U(s,t,x,y),$$

так как подынтегральное выражение не зависит от t.

Условия леммы обеспечивают существование единственного непрерывного и ограниченного решения, которое представляется в виде суммы равномерно сходящегося ряда (7). Следовательно, матрица (7) является решением в широком смысле матричного уравнения (12), удовлетворяющим начальному условию (12$_0$). Матрицу (7) назовем матрицантом в широком смысле однородной системы (2).

Теорема. *Если входные данные $a(t,x,y), b(t,x,y), P(t,x,y)$ системы (1) удовлетворяют условиям (2)-(5) и $f(t,x,y)$ удовлетворяет условиям аналогичным (3), (5) в области $\Omega = R \times$ **m**$\times$ **m**, то система (1) имеет единственное ограниченное периодическое по части переменных решение в широком смысле определяемое*

$$u(t,x,y) = \int_{-\infty}^{t} U(\tau,t,x,y) f(\tau,\lambda(\tau,t,x,y),\xi(\tau,t,x,y))\, d\tau \tag{13}$$

при условии некритичности

$$||U(s,t,x,y)|| \le \Gamma e^{-\gamma(t-s)},\ t \ge s, \tag{14}$$

где $\Gamma \ge 1$, $\gamma > 0$-постоянные, матрицанта в широком смысле $U(s,t,x,y)$ линейной однородной системы (2).

Доказательство. Заметим, что условия теоремы обеспечивают условия леммы 2. Тогда, по лемме 2, существует матрицант $U(s,t,x,y)$, который в широком смысле удовлетворяет матричному уравнению (12), причем оно может быть найдено как решение интегрального уравнения (6).

Пусть G-пространство ω-периодических по x, непрерывных и ограниченных по x, y в области **m**$\times$**m**, где **m** - множество ограниченных последовательностей, счетномерных вектор-функций

$$g(x + q\omega, y) = g(x,y) \in C(\mathbf{m}\times \mathbf{m}),$$

с нормой $||g|| = \sup\limits_k |g_k|$, где $q \in Z^\infty$, $Z^\infty = Z \times Z \times \ldots$, Z -множество целых чисел.

Тогда, любое решение в широком смысле однородной системы (2) с начальным условием

$$u(t,x,y)|_{t=s} = g(x,y) \tag{15}$$

можно представить в виде

$$u(t,x,y) = U(s,t,x,y)g(\lambda(s,t,x,y),\xi(s,t,x,y)), \tag{16}$$

а решение в широком смысле неоднородной системы (1), удовлетворяющее начальному условию (15) представляется в виде

$$u(t,x,y) = U(s,t,x,y)g(\lambda(s,t,x,y),\xi(s,t,x,y)) + \\ + \int_s^t U(\tau,t,x,y)f\,(\tau,\lambda(\tau,t,x,y),\xi(\tau,t,x,y))d\tau, \tag{17}$$

где $U(s,t,x,y)$ -матрицант в широком смысле однородной системы (2).

Таким образом, исходя из представления решения (17), и с учетом условия (14), линейная однородная система (2) не имеет (θ,ω) -периодических решений кроме нулевого.

Пусть матрицант в широком смысле $U(s,t,x,y)$ удовлетворяет условию (14). Тогда, учитывая сходимость несобственного интеграла, начальную функцию $g(x,y)$ выберем соотношением

$$g(\lambda(s,t,x,y),\xi(s,t,x,y)) = \int_{-\infty}^{s} U(\tau,t,x,y)f(\tau,\lambda(\tau,t,x,y),\xi(\tau,t,x,y))\,d\tau, \tag{18}$$

так как при $t = s$ имеем $\lambda(t,t,x,y) = x,\ \xi(t,t,x,y) = y$. Отсюда из (17), (18) получим (13).

Равномерную сходимость несобственного интеграла в (13) обеспечивает условие некритичности (14). В силу равномерной сходимости несобственного интеграла в (13) $u(t,x,y)$ будет непрерывной функцией от t,x,y. Из условия (3) периодичности входных данных $a(t,x,y)$, $b(t,x,y)$ получим периодичность характеристик оператора дифференцирования D по переменным t,x. Периодичность входных данных f,P и свойства периодичности характеристики матриканта обеспечивают (θ,ω)-периодичность функции (13) по части t,x переменных t,x,y:

$$u(t+\theta,x+q\omega,y) = \int_{-\infty}^{t+\theta} U(\tau,t+\theta,x+q\omega,y)f(\tau,\lambda(\tau,t+\theta,x+q\omega,y),$$

$$\xi(\tau,t+\theta,x+q\omega,y))d\tau = \left|\ \tau = \sigma+\theta\ \right| = \int_{-\infty}^{t} U(\sigma+\theta,t+\theta,x+q\omega,y)\times$$

$$\times f(\sigma+\theta,\lambda(\sigma+\theta,t+\theta,x+q\omega,y),\xi(\sigma+\theta,t+\theta,x+q\omega,y))d\sigma =$$

$$= \int_{-\infty}^{t} U(\sigma,t,x,y)f(\sigma,\lambda(\sigma,t,x,y)+q\omega,\xi(\sigma,t,x,y))d\sigma =$$

$$= \int_{-\infty}^{t} U(\sigma,t,x,y)f(\sigma,\lambda(\sigma,t,x,y),\xi(\sigma,t,x,y))d\sigma = u(t,x,y).$$

Проверим, что (13) является решением системы (1) в широком смысле. На основе свойства единственности характеристики исходящей из начальной точки вдоль характеристик $x = \lambda(t,s,x_0,y_0)$, $y = \xi(t,s,x_0,y_0)$ из (13) имеем

$$u(t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0)) = \\ = \int_{-\infty}^{t} U(\tau,t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0))\,f(\tau,\lambda(\tau,s,x_0,y_0),\xi(\tau,s,x_0,y_0))d\tau. \tag{19}$$

Дифференцируя (19) по переменной t имеем

$$\frac{d}{dt}u(t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0)) = U(t,t,x,y)f(t,x,y) + \\ + \int_{-\infty}^{t} \frac{d}{dt}U(\tau,t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0))f(\tau,\lambda(\tau,s,x_0,y_0),\xi(\tau,s,x_0,y_0))d\tau. \tag{20}$$

Так как

$$\frac{d}{dt}U(\tau,t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0)) = P(t,x,y)U(\tau,t,x,y),$$

то из (20) имеем

$$\frac{d}{dt}u(t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0)) = Ef(t,x,y)+$$
$$+P(t,x,y)\int_{-\infty}^{t}U(\tau,t,x,y)f(\tau,\lambda(\tau,s,x_0,y_0),\xi(\tau,s,x_0,y_0))d\tau. \qquad (21)$$

Из (21), в силу тождества (19), получим

$$\frac{d}{dt}u(t,\lambda(t,s,x_0,y_0),\xi(t,s,x_0,y_0)) = f(t,x,y)+P(t,x,y)u(t,x,y).$$

Чтобы завершить доказательство теоремы, необходимо продемонстрировать единственность периодического решения по некоторым переменным в широком смысле (13).

Для этого предположим существование другого решения в широком смысле $\upsilon(t,x,y)$ (θ,ω) -периодического по t,x отличного от $u(t,x,y)$, т.е. их разность $\upsilon(t,x,y)-u(t,x,y) = z(t,x,y)\neq 0$. Так как $\upsilon(t,x,y)$ является решением в широком смысле системы (1), то их разность $z(t,x,y)$ будет (θ,ω)-периодическим по t,x решением в широком смысле однородной системы (2). Но матрицант в широком смысле $U(s,t,x,y)$ системы (2) удовлетворяет условию некритичности (14). Следовательно, система (2) в силу условия (14) не может иметь (θ,ω) - периодических решений по t,x, кроме нулевого.

Значит

$$z(t,x,y)\equiv 0.$$

Полученное противоречие доказывает единственность (θ,ω) - периодического решения в широком смысле (13).

Рассмотрим пример. Дана система

$$\frac{\partial u_k}{\partial t}+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\partial u_k}{\partial x_i}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\partial u_k}{\partial y_j} = -\gamma u_k + f_k(t,x,y), \quad (k=1,2,\ldots), \qquad (22)$$

где $\gamma>0$-постоянное, $f_k(t,x,y)$ -периодические по части переменных функций.

Периодическое по части переменных решение бесконечной системы (22) является следующая функция:

$$u_k(t,x,y) = \int_{-\infty}^{t}e^{-\gamma(t-\tau)}f_k(\tau,x-et+e\tau,y-et+e\tau)d\tau,$$

где $e=(1,1,\ldots)$ - счетномерный вектор. При условии нулевой гладкости входных данных решение нам удалось построить решения в широком смысле. Если входные данные имеют необходимую гладкость, то найденное (обобщенное) решение в широком смысле (13) также является классическим решением системы (1).

Дискуссия

Отметим, что существование решения в широком смысле не требует гладкости от входных данных системы (1), причем аналитические виды классического решения и решения в широком смысле одинаковы. Если в системе (1) все входные данные обладают достаточной гладкостью и удовлетворяют дополнительным условиям, связанным с гладкостью, тогда построенное решение в широком смысле будет классическим решением системы (1). Следовательно, это дает возможность ослабить условия существования и построения классического решения. Результаты данной работы, имеют практическое применение. При изучении разрывных решений уравнений в частных производных используются обобщенные решения в широком смысле.

Заключение

В статье используется метод характеристик, введено понятие матрицанта в широком смысле для бесконечных линейных уравнений первого порядка в частных производных, и на его основе получено интегральное представление периодических по некоторым переменным решений в широком смысле. Определено понятие периодического по некоторым переменным решения в широком смысле по Фридрихсу, которое заключается в том, что решение является непрерывным и вдоль характеристик дифференцирующего оператора имеет производную по t, равную правой части рассматриваемой системы уравнений в частных производных. Определены условия, при которых периодическое по переменным решение в широком смысле бесконечной линейной системы становится классическим решением.

Благодарность

Данное исследование финансировалось Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (ИРН AP19675358)

Список использованных источников

[1] S. Zahar, S. Georgiev and K. Mebarki. Multiple solutions for a class BVPs for second order ODEs via an extension of Leray Schauder boundary condition, // Nonlinear Studies, 2022, Vol. 30, No. 1, pp. 113-125,

[2] Y.H. Youssri[1], R.M. Hafez[2] Exponential Jacobi spectral method for hyperbolic partial differential equations // Mathematical Sciences, 2019, 13:347–354, https://doi.org/10.1007/s40096-019-00304-w

[3] Prüss J. Evolutionary Integral Equations and Applications. – Berlin: Birkhauser Verlag, Baseletc., 1993. – 391 p.

[4] Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A., Mynbaeva S.T. Numerical implementation of one algorithm for finding a solution to a special Cauchy problem for nonlinear integro-differential Fredholm Equations // Mathematical journal, 2017, Vol. 17, № 4(66), P. 25-36. (in Russian).

[5] Assanova, A.T. A generalized integral problem for a system of hyperbolic equations and its applications // Journal of Mathematics and Statistics., 2023, 52(6), P. 1513–1532

[6] Bakirova, E.A., Kadirbayeva, Z.M., Salgarayeva, G.I. A Computational Method for Solving a Boundary-Value Problem for Differential Equations with Piecewise Constant Argument of Generalized Type // Lobachevskii Journal of Mathematics., 2022, 43(11), P. 3057–306

[7] Жаутыков О.А. О построении решений задачи Коши для бесконечных систем линейных уравнений в частных производных // Известия АН КазССР, серия матем. и мех. – 1959. – Вып. 8(12). – С. 3-17.

[8] Шнидерман И.Д. О бесконечных системах линейных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. 1968. – Т. IV, № 2. – С. 276-282.

[9] Harasahal V.H. Pochti periodicheskie resheniya obyknovennyh differencial'nyh uravnenij. – Alma-Ata: Nauka, 1970.

[10] Umbetzhanov D.U. Pochti periodicheskie resheniya evolyucionnyh uravnenij. Alma-Ata: Nauka, 1979.-179s

[11] Сартабанов Ж.А. Периодичность характеристик оператора дифференцирования по диагонали // Вестник КазНПУ им. Абая, серия «Физико-математические науки», No2(82), 2023г, С. 40-53

[12] Berzhanov A.B., Kurmangaliev E.K. Mnogoperiodicheskoe po chasti peremennyh reshenie odnoj schetnoj sistemy kvazilinejnyh uravnenij v chastnyh proizvodnyh // Ukrainskij matematicheskij zhurnal. – 2009. – T.61, №2. – S. 280-288.

[13] Zhestkov S.V. O postroenii mnogoperiodicheskih reshenij polulinejnyh giperbolicheskih sistem uravnenij v chastnyh proizvodnyh s pomoshch'yu harakteristik // Differencial'nye uravneniya. - 1984. - T.20. - №9. -S.1630-1632.

[14] Бекбауова А.У., Талипова М.Ж., Иманчиев А.Е., Курмангалиев Е.К., Утеуова Н.Ж., Построение решения в широком смысле систем дифферециальных уравнений в частных производных, ВЕСТНИК КазНПУ им. Абая, серия «Физико-математические науки», N3(83), 2023г, С. 7-15

References

[1] S. Zahar, S. Georgiev and K. Mebarki. Multiple solutions for a class BVPs for second order ODEs via an extension of Leray Schauder boundary condition, // Nonlinear Studies, 2022, Vol. 30, No. 1, pp. 113-125,

[2] Y.H. Youssri[1], R.M. Hafez[2] Exponential Jacobi spectral method for hyperbolic partial differential equations // Mathematical Sciences, 2019, 13:347–354, https://doi.org/10.1007/s40096-019-00304-w

[3] Prüss J. Evolutionary Integral Equations and Applications. – Berlin: Birkhauser Verlag, Baseletc., 1993. – 391 p.

[4] Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A., Mynbaeva S.T. Numerical implementation of one algorithm for finding a solution to a special Cauchy problem for nonlinear integro-differential Fredholm Equations // Mathematical journal, 2017, Vol. 17, № 4(66), P. 25-36. (in Russian).

[5] Assanova, A.T. A generalized integral problem for a system of hyperbolic equations and its applications // Journal of Mathematics and Statistics., 2023, 52(6), P. 1513–1532

[6] Bakirova, E.A., Kadirbayeva, Z.M., Salgarayeva, G.I. A Computational Method for Solving a Boundary-Value Problem for Differential Equations with Piecewise Constant Argument of Generalized Type // Lobachevskii Journal of Mathematics., 2022, 43(11), P. 3057–306

[7] Zhautykov O.A. (1959) O postroenii reshenij zadachi Koshi dlya beskonechnyh sistem linejnyh uravnenij v chastnyh proizvodnyh [On the construction of solutions to the Cauchy problem for infinite systems of linear partial differential equations]. Izvestiya AN KazSSR, seriya matem. i mekh. Vyp. 8(12). 3-17. (in Russian).

[8] Shniderman I.D. (1968) O beskonechnyh sistemah linejnyh differencial'nyh uravnenij [On infinite systems of linear differential equations // Differential equations]. Differencial'nye uravneniya. T. IV, № 2. 276-282. (in Russian)

[9] Harasahal V.H. Pochti periodicheskie resheniya obyknovennyh differencial'nyh uravnenij. – Alma-Ata: Nauka, 1970.

[10] Umbetzhanov D.U. Pochti periodicheskie resheniya evolyucionnyh uravnenij. Alma-Ata: Nauka, 1979.-179s

[11] ZH.A. Sartabanov (2023) Periodichnost' harakteristikoperatora differencirovaniya po diagonali [The frequency of characteristics of the diagonal differentiation operator]. Vestnik KazNPU im. Abaya, seriya «Fiziko-matematicheskie nauki», No2(82), 40-53. (in Russian)

[12] Berzhanov A.B., Kurmangaliev E.K. Mnogoperiodicheskoe po chasti peremennyh reshenie odnoj schetnoj sistemy kvazilinejnyh uravnenij v chastnyh proizvodnyh // Ukrainskij matematicheskij zhurnal. – 2009. – T.61, №2. – S. 280-288.

[13] ZHestkov S.V. O postroenii mnogoperiodicheskih reshenij polulinejnyh giperbolicheskih sistem uravnenij v chastnyh proizvodnyh s pomoshch'yu harakteristik // Differencial'nye uravneniya. - 1984. - T.20. - №9. -S.1630-1632.

[14] A.U.Bekbauova, M.ZH.Talipova, A.E.Imanchiev, E.K.Kurmangaliev, N.ZH.Uteuova, (2023) Postroenie resheniya v shirokom smysle sistem differecial'nyh uravnenij v chastnyh proizvodnyh [Construction of a solution in a broad sense of systems of partial differential equations]. VESTNIK KazNPU im. Abaya, seriya «Fiziko-matematicheskie nauki», N3(83), 2023., 7-15. (in Russian).