компонентов всей системы средств обучения, в которую, кроме компьютера, входят и традиционные средства обучения, обеспечивающие преподавания учебного предмета.

3. Изучение курса дифференциальных уравнений должно отражать следующие направления:

- изучение основных типов дифференциальных уравнений и аналитических методов их решения;
- изучение приближенных методов решения;
- реализация прикладной направленности;
- изучение компьютерных программ, реализующих решение дифференциальных уравнений.

4. Использование компьютерных программ для получения аналитического решения дифференциального уравнения не целесообразно, так как студенты получат готовый ответ в символьном виде, и не смогут изучить алгоритм решения, а изучение типов дифференциальных уравнений и аналитических методов их решения является основой курса.

5. В качестве компьютерных программ возможно рассматривать СКМ MATLAB и программы Dfield, Pplane, Odesolve. Данные программы следует рассматривать как одно средств обучения, дополняющее традиционную систему средства.

6. В качестве компьютерно-ориентированных задач, в курсе дифференциальных уравнений следует рассматривать те задачи, при решении которых требуется применение приближенных методов решения, в том числе и прикладные задачи (решаемые графическими и численными методами).

7. Применение СКМ MATLAB и программ Dfield, Pplane, Odesolve позволит увеличить наглядность курса дифференциальных уравнений за счет построения графического решения дифференциального уравнения, и включения в процесс обучения большего количества прикладных задач.

Список использованной литературы:

1 *Коджаспирова, Г.М. Технические средства обучения и методика их использования: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб, заведений / Г.М. Коджаспирова, К.В. Петров. – М: Издательский центр «Академия», 2001. – 256с.*

2 *Матвеев, Н.М. Дифференциальные уравнения: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец / Н.М. Матвеев. – М.: Просвещение, 1988. – 256с.*

3 *Плясунова, У.В. Использование компьютерных математических систем в обучении математике студентов специальности "Информатика" педагогических вузов: дисс. ... канд. пед. наук / Плясунова Ульяна Валерьевна. – Ярославль,2004. – 148с.*

4 *IODE (2010) URL:www.math.uiuc.edu/iode/ (дата обращения: 20.02.2020)*

МРНТИ 27.35.27
УДК 532.684

DOI: https://doi.org/10.51889/2020-1.1728-7901.63

К.С. Иманбаев[1], С.Д. Джанузаков[1], Ж.Ж. Кожамкулова[1], А.С.Джанузаков[1]

[1]Алматинский технологический университет, г.Алматы, Казахстан

ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Аннотация

В настоящей работе приводятся результаты анализа структур информационной системы иерархической структуры методами алгебры, делая упор на функционирование ее в результате взаимодействия внешних факторов. Оценка связей структуры получается использования матричного аппарата.

В настоящей работе приводятся результаты анализа структур информационной системы иерархической структуры методами алгебры, делая упор на функционирование ее в результате взаимодействия внешних факторов. Оценка связей структуры получается использования матричного аппарата. Основное внимание в настоящей работе уделяется методам анализа структуры при неизвестных принципах и алгоритмах функционирования систем.

В основу предложенного подхода анализа структуры систем положен принцип последовательного анализа допустимых вариантов построения отдельных элементов, частей и систем в целом с последующим выбором на допустимом множестве структуры системы наилучшего варианта ее реализации и развития. В настоящей работе приводятся результаты анализа структур информационной системы методами алгебры, делая упор на функционирование ее в результате взаимодействия внешних факторов.

Ключевые слова: информационная система, иерархическая структура, оптимизация, отношения, кластер, уровень.

Аңдатпа

Қ.С. Иманбаев [1], С.Д. Жанузақов [1], Ж.Ж. Қожамқулова [1], А.С. Жанузақов[1]
[1]Алматы технологиялық университеті, г.Алматы, Казахстан

ИЕРАРХИЯЛЫК ҚҰРЫЛЫМДЫ АҚПАРАТТЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ОНТАЙЛАНДЫРЫЛҒАН ҚҰРЫЛЫМЫН ҚҰРАСТЫРУ ЕСЕБІ

Бұл жұмыс иерархиялық құрылымның ақпараттық жүйесінің құрылымын сыртқы факторлардың өзара әрекеттесуі нәтижесінде оның жұмыс істеуіне назар аудара отырып, алгебраның әдістерімен талдау нәтижелерін ұсынады. Матрицалық аппараттардың көмегімен байланыс құрылымын бағалау қарастырылады.

Бұл жұмыста басты назар жүйелердің жұмыс істеуінің белгісіз принциптері мен алгоритмдері бар құрылымды талдау әдістеріне аударылады. Жүйелер құрылымын талдауға ұсынылған тәсіл жүйенің құрылымының қолайлы жиынтығында оны жүзеге асыру және дамыту үшін ең жақсы нұсқаны таңдап, жекелеген элементтерді, бөлшектер мен жүйелерді салудың қолайлы нұсқаларын дәйекті талдау қағидасына негізделген.

Бұл жұмыста сыртқы факторлардың өзара әрекеттесуі нәтижесінде оның жұмыс жасайтындығын баса көрсетіп, алгебра әдісімен ақпараттық жүйенің құрылымын талдау нәтижелері келтірілген.

Түйін сөздер: ақпараттық жүйе, иерархиялық құрылым, оңтайландыру, қатынастар, кластер, деңгей.

Abstract

THE OBJECTIVE OF CONSTRUCTING THE OPTIMAL INFORMATION STRUCTURE HIERARCHIC STRUCTURE SYSTEMS

Imanbaev K.S.[1], Zhanuzakov S.D.[1], Kozhamkulova Zh.Zh.[1], Zhanuzakov A.S.[1]
[1] Almaty Technological University, Almaty, Kazakhstan

This paper presents the results of an analysis of the structures of an information system of a hierarchical structure using algebraic methods, emphasizing its functioning as a result of the interaction of external factors. An assessment of the structure bonds is obtained using a matrix apparatus. The main attention in this paper is paid to methods of structure analysis with unknown principles and algorithms for the functioning of systems.

The proposed approach to the analysis of the structure of systems is based on the principle of a sequential analysis of acceptable options for constructing individual elements, parts and systems as a whole with the subsequent selection of the best option for its implementation and development on an acceptable set of system structure.

This paper presents the results of an analysis of the structures of an information system by the methods of algebra, emphasizing its functioning as a result of the interaction of external factors.

Keywords: information system, hierarchical structure, optimization, relations, cluster, level.

Пусть $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$ – конечное множество элементов анализируемой информационной системы, a_1 - его выделенный элемент, и $a_i\in E^m$ –евклидовое пространство($i=1,2,\ldots,|A|$). Требуется описать процедуру построения оптимальной структуры множества A в E^m.

Задачу построения оптимальной структуры иерархических систем будем решать поэтапно.

1. Задача построения структуры множества A в E^m.

Пусть A - конечное множество, а a_1 - его выделенный элемент, и $a_i\in E^m(i=1,2,\ldots,|A|)$.

Требуется при помощи конечной процедуры построить структуру P множества A в E^m.

Из [1] известно, что эта задача структурного анализа информационных систем, выявляющая различные отношения между элементами системы, и позволяющая найти так называемые типичные стуктурные конфигурации (цепи, циклы, контуры и т.п.), играющая важную роль в определении возможностей системы по передаче и переработке информации.

2. *Задача преобразования структур множества A* в E^m.

Пусть A - конечное множество, а a_1 - его выделенный элемент, и $a_i\in E^m(i=1,2,\ldots,|A|)$.

Пусть P_0 некоторая структура множества A, полученная при помощи действия выше предложенного алгоритма.

Требуется описать процедуру преобразования структуры P_0 множество A в E^m.

Особую роль здесь играют формальные структурные преобразования, когда исходная структура системы преобразуется в другую. Пример, некоторая подсистема может расчленяться на ряд более мелких подсистем или, напротив, ряд элементов объединяются в одну подсистему. Такие преобразования играют важную роль на этапе анализа, когда решается вопрос и возможности построения структуры, обладающей заданными свойствами, имея некоторый стандартный набор элементов.

3. *Задача выбора оптимальной структуры* из $\mathcal{P}$.

Пусть A - конечное множество, а a_1 - его выделенный элемент, и $a_i\in E^m(i=1,2,\ldots,|A|)$.

Пусть $\mathcal{P}$ - допустимое множество структур элементов A в E^m и $A_{1e},A_{2e},\ldots,A_{ke}$ $(k_e\leq n)$ уровни структуры Pe из $\mathcal{P}$.

Также известными считаются:

а) $u(a)$ - количество информации на элемент $a \in A$;

б) (u_v,n_v) пара весов, налагаемых на уровни структуры Pe, где u_v - количество информации, обрабатываемой внутри уровня, n_v - количество элементов, образующих уровень Ave.

Введем в рассмотрение ограничения:

$$\sum u(a) \leq u_v,\ v=1,2,\ldots,k_e\ ,\ a \in Av_\ell \qquad (1)$$

$$\sum 1 \leq n_v,\ v=1,2,\ldots,k_e\ ,\ a \in Av_\ell \qquad (2)$$

Целевая функция отражает минимизацию связей между уровнями:

$$F= \sum\sum Cab \rightarrow min,\ \text{где } b \in Av\ell \text{ и } a \in Av\ell \qquad (3)$$

Требуется описать процедуру выбора структуры $Pe \in \mathcal{P}$, оптимальной в смысле (1) - (3).

Неравенства (1) в (2) называются ограничениями в смысле управляемости, т.е. число необходимых уровней структуры непосредственно связано с возможностями переработки информации на каждом уровне.

Задача выбора оптимальной структуры $P_e \in \mathcal{P}$ сводится к поиску совокупности подграфов, удовлетворяющих заданной целевой функции (3) и ограничениям (1) - (2). Результат работы алгоритмов, изложенных ниже дает решение задачи построения оптимальной структуры в смысле управляемости множества A в E^m. Возможно бесконечное разнообразие некоторых структур иерархического типа. Некоторые из них вообще неэффективны, другие подходят для одной ситуации и не подходят для другой. Иначе говоря, задача построения оптимальной структуры системы чрезвычайно сложна.

Вместе с тем, приходится констатировать, что методы структурного анализа системы тесно взаимосвязаны с методами анализа динамики ее отдельных элементов. Процесс функционирования систем может включать в себя ряд этапов, на каждом из которых перед системой ставятся определенные цели, которые она должна достичь, и структура системы должна развиваться таким образом, чтобы быть приспособленной к этим изменениям. В зависимости от степени информированности о характере последующего развития могут быть выделены модели развития структуры систем с заданным конечным состоянием и с рядом промежуточных восстанавливаемых состояний [2].

Сформулируем задачу распознавания состояния функционирования информационной системы иерархической структуры.

Пусть A - конечное множество, а a_1 - его выделенный элемент и $a_i \in E^m (i=1,2,\ldots,|A|)$.

Пусть $\mathfrak{N}= \langle Av_1, Am_\ell, A;\ \subseteq \rangle$ – оптимальное иерархическое представление множества $A \subset E^m$, $v=1,2,\ldots,k_1$; $\mu_e = 1,2,\ldots,k_e$.

Рассмотрим над пространство E^M пространства E^m, полученное включением в E^m набора признаков, описывающих состояния элементов множества A. Обозначим через $Sa \subset E^M$ множество состояний элемента $a \in A_{v1} (v=1,2,\ldots,k_1)$.

Требуется описать процедуру распознавания состояния $A\mu_e (\mu_e =1,2,\ldots,ke)$ и A структуры $\mathfrak{N}_0$.

Основное внимание в настоящей работе уделяется методам анализа структуры при неизвестных принципах и алгоритмах функционирования систем. В основу предложенного подхода анализа структуры систем положен принцип последовательного анализа допустимых вариантов построения отдельных элементов, частей и систем в целом с последующим выбором на допустимом множестве структуры системы наилучшего варианта ее реализации и развития.

В настоящей работе приводятся результаты анализа структур информационной системы методами алгебры, делая упор на функционирование ее в результате взаимодействия внешних факторов. Использование такого метода позволит вплотную подойти к задаче представления функциональной системы в виде последовательности функциональных структур достаточно стандартного вида. Другими словами, изложенная методика разработана для описания динамических объектов с изменяющейся структурой с использованием алгебраического подхода, позволяющего расщепить систему на динамическую и структурную части и описать их.

Оценка связей структуры получается использования матричного аппарата [3].

Пусть $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$ – конечное декомпозиционное множество элементов анализируемой системы, а a_1– его выделенный элемент. Все элементы множества A описаны системой разнотипных признаков, поэтому любой объект можно представить в виде m – мерного вектора $a=\{x_1,x_2,\ldots,x_m\}$ или точкой в эвклидовом пространстве E^m.

Значения признаков определены соответствующими множествами $Mi\subset R$ (i=1,2,…,m), где R – множество вещественных чисел.

Элементы множества A в E^m расположены таким образом, что a_1 соответствует некоторой выделенной точке E^m, а остальные элементы сгруппированный по класстерам. Ниже будет предположен эвристический алгоритм построения структуры множества A в E^m. На практике построения таких структур имеет лишь вспомогательный характер. Например, при строительстве достаточно крупного объекта структуры может отражать последовательность выполнения строительства подблоков объекта.

Пусть $\mathscr{M}=\{\mu_1, \mu_2,\ldots, \mu_{n2}\}$ - множество евклидовых расстояний между элементами множества A в пространстве E^m.

Выделим из $\mathscr{M}$ некоторое подмножество попарно различных элементом $N=\{\mu_1, \mu_2,\ldots, \mu_{(n(n-1)+2)/2}\}$, считая $\mu_1=\max\{\mu_1, \mu_2,\ldots, \mu_{(n(n-1)+2)/2}\}$.

Выбор $\mu_{k1}\in N$ сводится к задаче о нахождения k_1 – го по величине элемента конечного упорядоченного множества.

Имеет место верхняя оценка о числе попарных сравнений для нахождения μ_{k1}:

$$O_{k1}((n(n-1)+2)/2) \le n(n-1)/2+\sum[\log_2(n(n-1)+2(i-1)/2)],$$

где $k_1 \le [(n(n-1)+4)/4]$. При k_1=1,2 имеет место знак равенства.

Любому заранее заданному критическому расстоянию μ_{k1} соответствует отношение $R_{k1}\subseteq A\times A(|A^2|=n^2)$, задаваемое условием

$$\forall a,b\in A\ [<a,b>\in R_{k1}\Leftrightarrow \mu(a,b)\le \mu_{k1}].$$

Операции, производимые отношением R_{k1}, описываются логической матрицей отношения $\mathscr{M}_{k1}=\|m_{ij}\|n\times n$, причем логическая переменная $m_{ij}=1$, если $\langle a_i,a_j\rangle \in R_{k1}$, $m_{ij}=0$ в противном случае, $1\le i,j\le n$.

Транзитивным замыканием отношения R называется такое отношение $\hat{R}$, что $\langle a,b\rangle\in\hat{R}$ тогда и только тогда, когда существует последовательность истинных утверждений вида

$$\langle a_1,a_2\rangle\in R,\ \text{где}\ m\ge 2,\ a_1=a,\ b=a_m(m\le n).$$

Построим для R_{k1} транзитивное замыкание $\hat{R}_{k1}$ по формуле: $\hat{R}_{k1}=R_{k1}\cup R_{k1}^{(2)}\ldots\cup R_{k1}^{(r)}\cup\ldots$,

где $R_{k1}^{(r)}=R_{k1}^{(r-1)}\cdot R_{k1}$ – операция композиции отношения.

Множество R_{k1}может состоять не более чем из n^2 элементов, поскольку оно лежит в $A\times A$. Заметим, что в $\hat{R}_{k1}$ используется операция теоретико-множественного объединения. В результате выполнения этой операции объем отношения может либо шаг за шагом возврастать, либо оставаться неименным. Следовательно, после конечного числа шагов композиции отношений R_{k1} уже не может породить такую пару элементов, которая не принадлежала бы предыдущему отношению. Это означает, что, начиная с предыдущего шага, отношение становиться постоянным, и мы получаем решение за конечное число шагов.

На практике транзитивное замыкание проще всего строить, возводя в степень логическую матрицу отношения по формуле

$$\hat{M}_{k1}=M_{k1}\vee M_{k1}^{(2)}\vee M_{k1}^{(3)}\vee,\ldots,$$

где $\hat{M}_{k1}$– логическая матрица замкнутого отношения $\hat{R}_{k1}$, а символ V означает логическую операцию сложения. Матрица $\hat{M}_{k1}$обладает тем свойством, что одновременной перестановкой строк и столбцов их можно привести к блочно-диагональному виду, т.е. к виду, когда эквивалентные элементы образуют один блок. А соответствует к $\hat{M}_{k1}$ отношение $\hat{R}_{k1}$ является отношением эквивалентности.

Систему $\mathfrak{N}=A\hat{R}_{k1}=\{A_1,A_2,\ldots,A_k\}$, $A_1=\{a_1\}$ непустых подмножеств заданного множества A относительно $\hat{R}_{k1}$ условимся называть горизонтальным разбиением множества А или уровнями этого множества. По построению $\mathfrak{N}=A/\hat{R}_{k1}$ – фактор множество.

Между уровнями $A_1,A_2,\dots,A_k$ зададим отношение $\langle A_i,A_j\rangle \in Q \Leftrightarrow p(A_1,A_i) \le p(A_1,A_j)$ причем $i,j=1,2,\dots,k$; $p(B,C)=inf\,\mu(b,c)$ – расстояние между произвольными смежными классами системы $\mathfrak{R}$, где inf берется $\forall b \in B$ и $c \in C$.

Отношение Q на системе подмножеств $\mathfrak{R}$ производит определенную перестановку уровней. Если $\langle A_i,A_j\rangle \in Q$, то говорят, что A_i непосредственно предшествует A_j. Справедливость условия рефлексивности, ассиметричности и транзитивности отношения Q следует из соотношения. Таким образом отношение Q – частичный порядок на $\mathfrak{R}$.

После перестановки уровней перенумерованное системы зададим между элементами $A_1,A_2,\dots,A_k$ отношение R_{k2}, заранее выбрав критическое расстояние $\mu_{k2} \in N$ (причем $\mu_{k1} < \mu_{k2}$) по формуле

$$\forall a \in A_i, \forall b \in A_{i+1} [<a,b> \in R_{k2} \Leftrightarrow \mu(a,b) \le \mu_{k2}],\text{ где } i,j=1,2,\dots,k-1.$$

Транзитивное замыкание $\tilde{R}_{k2}$строится аналогично $\tilde{R}_{k1}$по формуле $\tilde{R}_{k2}=R_{k2}\cup R_{k2}^{(2)}\dots\cup R_{k2}^{(r)}\cup\dots$

Из $\tilde{R}_{k2}$ и $\forall a,b \in A$ $[\mu(a,a)=0 \;\&\; \mu(a,b)=\mu(b,a)]$ вытекает, что $\tilde{R}_{k2}$ есть отношение эквивалентности. В выражениях $\tilde{R}_{k1}$ и $\tilde{R}_{k2}$ выличины μ_{k1} и μ_{k2} выбраны так, чтобы $\tilde{R}_{k1} \subset \tilde{R}_{k2}=A^2$.

Отношение R_{k2} порождает следующее, вообще говоря, многозначные (точечно-множественные) отображения:

$$R_{k2}\langle a\rangle=\{b|\langle a,b\rangle \in R_{k2}\}, R_{k2}\langle b\rangle=\{a|\langle a,b\rangle \in R_{k2}\}, T=\{a|\langle a,b\rangle \in R_{k2} \& R_{k2}\langle a\rangle=\emptyset\}$$

элементы которых называются, соответственно, висячими, корневыми и тупиковыми объектами множества A. Система $\pi=A/\tilde{R}_{k2}$ называется виртикальным разбиение элементов множества A, которая отражает целостность системы.

Рассмотрим отношение $R=\tilde{R}_{k1}\cup\tilde{R}_{k2}$, так как к бинарным отношениям, как и к множествам применимы, любые теоретико-множественные операции.

Это значит, что $\forall a,b \in A$ $[\langle a,b\rangle \in R \Leftrightarrow \langle a,b\rangle \in R_{k1} \vee \langle a,b\rangle \in R_{k2}]$

Полученное множество $P=A/\mathrm{R}=\mathfrak{R}\cup\pi$ является структурой множества A в признаковом пространстве E^m. Каждый элемент множества A представляет собой вершину структуры P так, что если $\langle a,b\rangle \in R$, то дуга направлена от a к b. В этом случае будем говорить, что между этими элементами существует определенный канал связи.

В структуре P свойства отношения R имеют следующую интерпритацию:

1) рефлексивность: каждый элемент системы может передавать другим элементам часть полученной им информации, иначе, каждый элемент системы может поглощать, не передавая часть или всю полученную им информацию;

2) симметричность озночает, что если элемент a связан с элементом b каналом связи, то один из этих показателей участвует в обратном порядке движения информации;

3) транзитивность: пропускная способность канала связи между элементами $a,c \in A$ равна пропускной способности опосредованного канала, проходящего через некоторый элемент $b \in A$.

Отметим некоторые свойства выше предложенного алгоритма.

Свойство1. Если $\mu_{k1}=0$ и $\mu_{k1}=\mu_1$, то $P=A/\mathrm{R}$, где $R=\tilde{R}_{k1}\cup R_{k2}$.

Доказательство. Справедливость утверждения следует из соотношения $\tilde{R}_{k1}=R_{k1}$и $\tilde{R}_{k2}=R_{k2}$.

Таким образом, построенная структура P является графическим аналогом конечного множества $A \subset E^m$. Формула $\tilde{R}_{k1}$, отражающая свойства структуры P, является замкнутой, т.к. она не содержит свободные переменные. Более того, замкнутая формула $\tilde{R}_{k1}$ является устойчивой при переходе и подструктурам структуры P.

При решении задачи распознавания (восстановления) структур возникают серьезные трудности, связанные главным образом с быстрым ростом объема вычислений по мере увеличения размерности задач. Задачи, представляющие практический интерес, имеют как правило, большую размерность и в общем случае не поддаются решению точными методами. Если последнее и имеет место, то для этого, чтобы уверенно пользоватся полученным точным решением, нужно доказывать его устойчивость к изменениям исходной информации [4].

Пусть $\sum_1$ надсистема системы $\sum$, наделенная иерархическими структурами, состоящими соотвественно из множеств элементов $A=\{a_1,a_2,\dots,a_n\}$ и $A_1=A\cup\{a_{n+1},a_{n+2},\dots,a_{n+N}\}$.

Пусть A_1 – надмножество конечного множества A, а a_1 – его выделенный элемент, $a_i \in E^m(i=1,2,\dots,|A_1|)$, и пусть существует алгоритм, распознающий структуру P множества A в E^m. Из $\mathscr{M}=\{\mu_1,\mu_2,\dots,\mu_\tau\}$, $\mathscr{M}_1=\{\nu_1,\nu_2,\dots,\nu_{\tau 1}\}$ - множеств евклидовых расстояний между элементами A и A_1 в E^m соответственно, выбираем k_1 – ое и e_1 – ое по величине два критических расстояния μ_{k1} и ν_{e1}.

Пусть $\mu=\max\{\mu_1, \mu_2,\dots, \mu_\tau\}$, $\nu=\max\{\nu_1,\nu_2,\dots,\nu_{\tau 1}\}$, где $\tau\leq n(n-1)/2$ и $\tau_1\leq(N-n)(N+n-1)/2$. Выделим из множества $A\times A$ и $A_1\times A_1$ следующие классы бинарных отношений:

$R_{k1}=\{R_{k1}|R_{k1}\subset A\times A\}$, $R_{k2}=\{R_{k2}|R_{k2}=A\times A\}$

$R_{e1}=\{R_{e1}|R_{e1}\subset A_1\times A_1\}$, $R_{e2}=\{R_{e2}|R_{e2}\subset A_1\times A_1\}$.

Разбиение множества A_1 относительно $R_1=R_{e1}\cup R_{e2}$ будет соответствует структуре $P_1=A_1/R_1$ множества A_1 в пространстве E^m.

Свойство 2. Если $\mu_{k1}\geq\nu_{e1}$ и $\mu\geq\nu$, то алгоритм распознавания структуры относит элементы множества A_1-A к известным класам $A_1,\dots,A_k$ структуры P.

Доказательство. Попарно сравнивая радиусы смежных классов, образующих уровни структуры P с радиусами соответствующих уровней структуры P_1 и μ с ν, можно убедиться в справдливости свойства 2.

Аналогично доказывается справдливость следующего утверждения.

Свойство 3. Если $\mu_{k1}<\nu_{e1}$и $\mu<\nu$, то алгоритм распознавания структур строит классы эквивалентности $A_{11},A_{21},\dots,A_{k11}$, соответствующие уровням структуры P_1 множества A_1 в E^m, а полученные классы для некоторого $i,k_1\in\{1,2,\dots,k_1\}$ и при $r\leq s$; $r,s\in K=\{1,2,\dots,k\}$ удовлетворяют условиям $A_1=\bigcup_r{}^s A_j$.

Следует заметить, что структура P_1 содержит агрегированную информацию об элементах множества A_1.

Исследуем вычислительную сложность алгоритма распознавания структур конечного множества A из E^m. Если исходить из технических возможностей современных вычислительных машин, то она относится к практическим алгоритмам, а именно ее сложность полиномиальна.

Теорема (о вычислительной сложности алгоритма распознавания структур). Если A – конечное множество, а a_1 – его выделенный элемент и $a_i \in E^m$ (i=1,…,n), то структуру P множества A_1 в E^m можно построить за $O(n^3)$ шагов.

Доказательство. Для перечисления элементов множества N необходимо вычислить $n(n-1)/2$ евклидовых расстояний между элементами множества A в E^m. Соотношения R_{k1} и R_{e1} показывают, что построение R_{k1} требует не более $O(n(n-1)/2)$ попарных сравнений. Проверка условия рефлексивности и симметричности R_{k1}возможна с помощью n и $n(n-1)/2$ попарных сравнений. Для R_{k1} известны алгоритмы построения транзитивного замыкания R_{k1}с оценкой числа действий $O(n3)$.

Все верхние оценки, полученные для R_{k1}, справедливы и для R_{k2}. Сложность вычислений, связанных с выполнение операции объединения $R=R_{k1}\cup R_{k2}$, пропорциональна сумме мощностей множеств R_{k1}и R_{k2}(т.к.$R_{k1}\cap R_{k2}\neq\emptyset$). Для построения графического аналога P множества A в E^m потребуется $|R|$ действий. Суммируя все выше полученные оценки, можно убедиться в справедливости требуемой оценки [5].

Важным для практического использования этого алгоритма в такой оценке сложности являются размеры исходной информации. Заметим, что для данных большой размерности восстановление структур представляет значительные трудности.

Список использованной литературы:

1 *Ахо А., Хопкрофт Д.Ж., Ульман ДЖ., Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М., Мир, 1979.*

2 *Биркгоф Г., Барти П. Современная прикладная алгебра М., Мир, 1976*

3 *Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М., "Мир", 1982.*

4 *Джанузаков С.Д. Алгебраические методы анализа сложных систем иерархической структуры. Журнал вычислительной математики и математической физики. Том 25, №12, М., Наука, 1985.*

5 *Джанузаков С.Д. Алгебраическая модель информационных систем иерархической структуры. Материалы VII республиканской учебно-методической конференции «Непрерывное экономическое образование: модернизация обучения и методического обеспечения». – Часть 3. Алматы: Издательство «Экономика», КазЭУ им. Т.Рыскулова, 2012. –С.131–136.*