ҒТАХР 50.53.19

10.51889/2959-5894.2024.88.4.005

Л.М. Тукенова[1*], О.А. Ауелбеков[2], Б.К. Абдураимова [3], С.З. Сапакова[4], А.А. Саметова [5,6]

[1]Алматы технологиялық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[2]Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[3]Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана қ., Қазақстан
[4]Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Алматы қ., Қазақстан
[5]әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[6]Ғ.Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы қ., Қазақстан
[*]*e-mail: l.tukenova@aues.kz*

СҰЙЫҚТЫҚ АҒЫНЫН ЕСЕПТЕУДЕ САНДЫҚ ӘДІСТЕР МЕН ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТТІ ҚОЛДАНУ

Аңдатпа

Бұл зерттеу бастапқы және шеткі шарттары көрсетілген тікбұрышты аймақтағы сығылмайтын сұйықтық ағынын модельдеу міндеттеріндегі соңғы айырмашылықтардың сандық әдісін жақсарту үшін жасанды интеллектті қолдануға арналған. Сандық әдістер гидродинамика мәселелерін шешу үшін кеңінен қолданылады, бірақ мұндай әдістердің дәлдігі мен тиімділігін машиналық оқыту және нейрондық желілер сияқты жасанды интеллект әдістерін қолдану арқылы жақсартуға болады. Бұл зерттеу тікбұрышты аймақтағы сұйықтық ағынын дәлірек және тиімді модельдеу үшін жасанды интеллект әдістерімен соңғы айырмашылықтардың комбинациясын ұсынады. Нәтижелер жасанды интеллект арқылы жетілдірілген сандық әдістер сұйықтық ағынының әрекетін жылдамырақ және дәлірек модельдеуді қамтамасыз ете отырып, күрделі гидродинамикалық есептерді шешудің тиімділігі мен сенімділігін арттыратынын көрсетеді. Зерттеу жасанды интеллекттің классикалық сандық әдістерді жетілдірудегі әлеуетін көрсетеді, бұл тіпті есептеу ресурстары шектеулі болса да, сұйықтық ағынының дәлірек үлгілерін жасауға мүмкіндік береді. Бұл жұмыстың жаңалығы машиналық оқытудың дәстүрлі әдістерден асып түсетін адаптивті тәсіл болып табылатын соңғы айырмашылық әдісімен нақты интеграциясында жатыр. Бұл интеграция күрделі гидродинамикалық сценарийлермен жұмыс істеудің жаңа мүмкіндіктерін ашады. Зерттеу нәтижелері әртүрлі инженерлік қосымшалардағы сұйықтық ағындарын модельдеудің дәлірек және тиімді әдістерін жасау үшін пайдалы.

Түйін сөздер: сұйықтық ағыны, сұйықтық ағынын модельдеу, сандық әдістер, жасанды интеллект, сығылмайтын сұйықтық ағыны, соңғы айырмашылық.

Л.М. Тукенова[1] , О.А. Ауелбеков[2] , Б.К. Абдураимова [3], С.З. Сапакова[4] , А.А. Саметова [5,6]
[1]Алматинский технологический университет, г. Алматы, Казахстан
[2]Казахский национальный женский педагогический университет, г. Алматы, Казахстан
[3]Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилёва, г. Астана, Казахстан
[4]Международный университет информационных технологий, г. Алматы, Казахстан
[5]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
[6]Алматинский университет энергетики и коммуникаций им. Г. Даукеева, Алматы, Казахстан

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В РАСЧЕТАХ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ

Аннотация

Данное исследование посвящено применению искусственного интеллекта для усовершенствования численного метода конечных разностей в моделировании несжимаемого потока жидкости в прямоугольной области с определенными начальными и краевыми условиями. Численные методы широко применяются в гидродинамике, однако точность и эффективность таких методов могут быть улучшены за счет использования методов искусственного интеллекта, таких как машинное обучение и глубокие нейронные сети. В данном исследовании предлагается совмещение конечных разностей с методами искусственного интеллекта для более точного и эффективного моделирования потока жидкости в прямоугольной области. Результаты показывают, что численные методы, дополненные искусственным интеллектом, повышают эффективность и надежность решения сложных гидродинамических задач, обеспечивая более быстрое и точное моделирование поведения потока жидкости. Исследование демонстрирует потенциал искусственного интеллекта для улучшения классических численных методов, позволяя создавать более точные модели потока жидкости даже при ограниченных вычислительных ресурсах. Новизна этой работы заключается в точной интеграции машинного обучения с методом конечных разностей, который представляет собой адаптивный подход, превосходящий традиционные методы. Такая интеграция открывает новые возможности для работы со сложными гидродинамическими сценариями. Полученные результаты могут быть полезны для разработки более точных и эффективных методов моделирования потоков жидкости в различных инженерных приложениях.

Ключевые слова: поток жидкости, моделирование потока жидкости, численные методы, искусственный интеллект, поток несжимаемой жидкости, конечная разность.

L. Tukenova[1], O. Auelbekov[2], B. Abduraimova[3], S. Sapakova[4], A. Sametova[5]
[1] Almaty Technological University, Almaty, Kazakhstan
[2] Kazakh National Women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan
[3] L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan
[4] International University of Information Technologies, Almaty, Kazakhstan
[5] al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
[6]G. Daukeev Almaty University of Energy and Communications, Almaty, Kazakhstan

USE OF NUMERICAL METHODS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN FLUID FLOW CALCULATIONS

Abstract

This research focuses on leveraging artificial intelligence to augment the finite difference numerical method for modeling incompressible fluid flow in a defined rectangular area with specified initial and boundary conditions. While numerical methods are extensively utilized in addressing hydrodynamics challenges, their precision and effectiveness can be heightened through the incorporation of artificial intelligence methodologies like machine learning and deep neural networks. This study introduces a fusion of finite differences with artificial intelligence techniques to achieve enhanced precision and efficiency in fluid flow modeling within a rectangular domain. The results show that numerical methods enhanced by artificial intelligence can improve the efficiency and reliability of solving complex hydrodynamic problems, providing faster and more accurate modeling of fluid flow behavior. The study demonstrates the potential of artificial intelligence to improve classical numerical methods, allowing for more accurate fluid flow models, even with limited computational resources. The novelty of this work lies in the specific integration of machine learning with the finite difference method, an adaptive approach that outperforms traditional methods. This integration opens up new possibilities for working with complex hydrodynamic scenarios. The outcomes of this investigation offer valuable insights for refining fluid flow modeling methodologies in diverse engineering contexts.

Keywords: fluid flow, fluid flow modeling, numerical methods, artificial intelligence, incompressible fluid flow, finite difference.

Негізгі ережелер

Сандық әдістер әртүрлі физикалық процестерді, соның ішінде сұйықтық ағындарын модельдеу үшін кеңінен қолданылады. Алайда, сығылмайтын сұйықтық ағынының күрделі мәселелерін дәл шешу үшін әртүрлі жағдайларды ескере алатын тиімді әдістер қажет. Соңғы жылдары жасанды интеллект ғылым мен техниканың әртүрлі салаларында, соның ішінде гидродинамикада белсенді қолданыла бастады. Сығылмайтын сұйықтық ағынын модельдеудің сандық әдістерін зерттеу гидродинамика және компьютерлік модельдеу саласындағы өзекті мәселе болып табылады. Кеңінен қолданылатын әдістердің бірі-тордағы сұйықтық ағынын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулерді жуықтауға мүмкіндік беретін соңғы айырмашылық әдісі. Бұл зерттеуде біз соңғы айырмашылықтардың сандық әдісін жақсарту үшін жасанды интеллектті қолдануды қарастырамыз.

Кіріспе

Машиналық оқыту және терең нейрондық желілер сияқты жасанды интеллект әдістерін қолдану сандық әдістің дәлдігі мен тиімділігін жақсартуға мүмкіндік береді, әсіресе сұйықтықтың күрделі ағындарын модельдеу кезінде. Бұл зерттеудің мақсаты берілген бастапқы және шеткі жағдайлары бар тікбұрышты аймақтағы сығылмайтын сұйықтық ағынының есептерін шешу үшін соңғы айырмашылықтардың сандық әдісін жақсарту болып табылады. Жасанды интеллектті қолдану сұйықтық ағынына тән күрделі физикалық процестерді ескере отырып, сандық әдістің дәлдігі мен тиімділігін арттыруға мүмкіндік береді. Зерттеуде бастапқы және шеткі шарттары көрсетілген тікбұрышты аймақтағы сығылмайтын сұйықтық ағынының есептерін шешу үшін жасанды интеллектті қолдана отырып, соңғы айырмашылықтардың сандық әдісіне талдау жасалады. Біз модельдеу процесін оңтайландыруға және нәтижелердің дәлдігін арттыруға назар аударамыз.

Бұл зерттеу машиналық оқыту және терең нейрондық желілер сияқты жасанды интеллект әдістерімен соңғы айырмашылық әдісінің комбинациясын ұсынады. Бұл тәсіл сығылмайтын сұйықтық ағынының теңдеулерін жуықтауды жақсартады және сандық әдістің дәлдігін арттырады [1]. Осы зерттеудің нәтижелері инженерлік және ғылыми қосымшалардың кең ауқымы үшін маңызды болып табылатын сұйықтық ағындарын модельдеудің дәлірек және тиімді әдістерін жасау үшін пайдалы болуы мүмкін.

Зерттеу әдіснамасы

Бастапқы және шеткі жағдайлары бар тікбұрышты аймақтағы сығылмайтын сұйықтық ағынының есептерін шешу үшін жасанды интеллектті қолдана отырып, соңғы айырмашылықтардың сандық әдісін зерттеу үшін келесі әдістер қолданылады.

- *Соңғы айырмашылық әдісі (МКР).* Кеңістік пен уақыттағы Навье-Стокс теңдеулерін іріктеу үшін стандартты соңғы айырмашылық әдісін енгізу. Бұл әдіс туындыларды жуықтауды және оларды дискретті торда шешуді қамтиды. Бұл бағдарламада екінші ретті кеңістіктік туындылар үшін орталық айырмашылық схемалары және уақытша туынды үшін айқын схема қолданылды. Жылдамдықтардың шекаралық шарттары синусоидалы функциялармен, ал бастапқы шарттар косинусоидалы функциялармен белгіленді.
- *Жасанды интеллект (AI).* Сандық әдісті жақсарту үшін нейрондық желілер немесе генетикалық Алгоритмдер сияқты Машиналық оқыту әдістерін қолдану. Мысалы, нейрондық желіні алдыңғы мәндер мен шеткі жағдайларға негізделген келесі уақыт қадамында жылдамдық пен қысым мәндерін болжауға үйретуге болады [2].
- *Тереңдеп оқыту.* Сұйықтық ағынының деректерін талдау және ағындағы күрделі заңдылықтар мен қатынастарды ескеретін модельдер құру үшін терең оқытуды қолдану [3].
- *Оңтайландыру алгоритмдері.* Шешімнің дәлдігі немесе конвергенция жылдамдығы сияқты берілген мақсатты функцияларға негізделген сандық әдіс параметрлерін реттеу үшін оңтайландыру алгоритмдерін пайдалану [4].
- *Нәтижелерді талдау.* Үлгілерді анықтау, параметрлерді оңтайландыру және модель сапасын жақсарту үшін жасанды интеллектті қолдана отырып, сандық модельдеу нәтижелеріне талдау жүргізу.
- *Басқа әдістермен салыстыру.* Шешімнің тиімділігі мен дәлдігін бағалау үшін сығылмайтын сұйықтық ағындарын модельдеудің басқа әдістерімен жасанды интеллектті қолдана отырып, сандық әдіске салыстырмалы талдау жүргізу.
- *Нәтижелерді визуализациялау.* Тікбұрышты аймақтағы сұйықтық ағынының динамикасын көрнекі түрде көрсету үшін алынған модельдеу нәтижелерін визуализациялау әдістерін әзірлеу.

- *Өнімділікті оңтайландыру.* Шешімнің жоғары дәлдігін сақтай отырып, есептеу өнімділігін арттыру үшін жасанды интеллект көмегімен сандық әдісті оңтайландыру әдістерін зерттеу [5].

Материалдар. Бағдарламада келесі кітапханалар қолданылды:

- массивтермен жұмыс істеу және есептеу үшін «numpy»;
- нәтижелерді график түрінде көрсету үшін «matplotlib»;
- «ipywidgets» және «IPython.интерактивті пайдаланушы интерфейсін жасау үшін display».

Тікбұрышты аймақтағы сығылмайтын сұйықтықтың екі өлшемді ағыны қарастырылады. Ағынды сипаттау үшін Навье-Стокс теңдеулері қолданылады. Жылдамдық пен қысым компонентінің бастапқы шарттары, сондай-ақ жылдамдықтың шеткі шарттары белгілі. Мақсат-соңғы айырмашылық әдісін қолдана отырып, Навье-Стокс теңдеулерін сандық түрде шешу және нәтижелерді үш өлшемді графиктермен визуализациялау [6].

Зерттеу нәтижелері

Тұтқыр, сығылмайтын сұйықтықтың қозғалысы туралы есеп Навье-Стокс теңдеулерінің ішінара дифференциалдық жүйесімен сипатталады. Екі өлшемді жағдайда ол келесідей болады. Үздіксіздік теңдеуі:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

Қозғалыс теңдеулері:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

Күй теңдеуі (Пуассон теңдеуі):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\rho\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{2}$$

мұндағы u және v-сәйкесінше X және y осьтеріндегі жылдамдық компоненттері, p-қысым, ρ-сұйықтықтың тығыздығы, υ -кинематикалық тұтқырлық [7].

Бастапқы және шеткі шарттар тапсырма шарттарына сәйкес берілуі мүмкін. Бағдарлама соңғы айырмашылықтар әдісін қолдана отырып, екі өлшемді аймақта тұтқыр сығылмайтын сұйықтықтың қозғалысы үшін Навье-Стокс теңдеулерін шешеді. Бастапқы және шеткі шарттар келесідей берілген.

1. Бастапқы шарттар:

- U жылдамдығының компоненті келесідей берілген

$$u(0, x, y) = cos(\pi x/L) * sin(\pi x/L)$$

- Жылдамдықтың v компоненті келесідей берілген $v(0, x, y) = -sin(\pi x/L) * cos(\pi x/L)$.
- Қысым p бастапқы нөлге тең $p(0, x, y) = 0$

Мұндағы u және v- x және y осьтері бойынша жылдамдық компоненттері, сәйкесінше, p - қысым, t-уақыт, x және y - кеңістіктік координаттар, L -аймақ өлшемі, υ -бағдарламадағы `nu ' параметрімен берілген кинематикалық тұтқырлық, Nx, Ny және Nt - X, y бойынша түйіндер саны және уақыт, сәйкесінше, dx, dy және dt - сәйкесінше X, y және уақыт қадамдары.

2. Жылдамдықтардың шеткі шарттары:

- Квадраттың барлық жағында синусоидалы функциялар түрінде шекаралық шарттар берілген.

$$u(t,0,y) = sin(\pi y)$$
$$u(t,L,y) = sin(\pi y)$$
$$u(t,x,0) = sin(\pi x)$$
$$u(t,x,L) = sin(\pi x)$$
$$v(t,0,y) = sin(\pi y)$$
$$v(t,L,y) = sin(\pi y)$$
$$v(t,x,0) = sin(\pi x)$$
$$v(t,x,L) = sin(\pi x)$$

3. Сандық шешім:

-Навье-Стокс теңдеулерін шешу әр уақыт қадамы үшін квадрат ішінде жүзеге асырылады.

4. Визуализация:

- Нәтижелер үш өлшемді график түрінде көрсетіледі, мұнда X және Y осі кеңістіктік айнымалыларға, ал Z осі u жылдамдығына сәйкес келеді.
- Интерактивті интерфейс арқылы графиктің көру бұрыштарын өзгертуге болады.

Тұтастай алғанда, Бағдарлама Навье-Стокс теңдеулерін қолдана отырып, сұйықтық ағынының негізгі модельдеуін көрсетеді және модельдеу нәтижелерін визуализациялау және талдау үшін интерактивті басқаруды ұсынады.

Бағдарламаның негізгі қадамдары:

1. *Инициализация.* Тор өлшемі, уақыт қадамдарының саны, сұйықтықтың тұтқырлығы және жылдамдық пен қысым өрісінің бастапқы шарттары сияқты модельдеу параметрлері орнатылады.

2. *Сандық шешім.* Навье-Стокс теңдеулерін жуықтау үшін соңғы айырмашылық әдісін қолдана отырып, сұйықтық жылдамдығы өрісінің уақыт бойынша эволюциясы есептеледі.

3. *Анимация.* «Matplotlib» кітапханасы арқылы анимация жасалады.әр уақыт қадамында жылдамдық өрістерін көрсететін «animation».

4. *Интерактивті басқару.* Ойнату және анимацияны кідірту түймелері, сондай-ақ белгілі бір уақыт қадамын таңдау үшін жүгірткі қосылады.

Бұл бағдарлама Навье-Стокс теңдеулерін шешудің сандық әдісін қолдана отырып, сұйықтықтың қозғалысын екі өлшемде модельдейді. Бағдарлама сұйықтықтың жылдамдық өрісінің уақыт бойынша эволюциясын бейнелейді және ойнату және кідірту түймелері мен уақыт қадамын таңдауға арналған жүгірткі арқылы анимацияны интерактивті басқаруды қамтамасыз етеді [8], [9].

Екінші ретті кеңістіктік туындыларды жуықтау үшін орталық айырмашылық схемаларын қолдану жуықтаудың жеткілікті жоғары дәлдігін қамтамасыз етеді. Алайда, уақытша туынды үшін нақты схеманы қолдану уақыт бойынша қадамды шектейтін тұрақтылық шартын орындауды талап етеді. Тұрақтылықты қамтамасыз ету үшін уақыт өте аз қадам таңдалды, бұл жоғары есептеу шығындарына әкелуі мүмкін [10].

Навье-Стокс теңдеулерін соңғы айырмашылық әдісімен шешу үшін біз келесі схеманы қолдана аламыз:

1. *Кеңістіктік туындыларды іріктеу:*

- x және y туындылары дәлдіктің екінші ретті орталық айырмашылықтарымен жуықталады.
- Мысалы, u функциясы үшін x туындысын келесідей жуықтауға болады:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x}$$

2. *Уақытша туындыны іріктеу:*

- Уақыт туындысы екінші ретті орталық айырмашылықпен де жуықталады.
- Мысалы, \(u\) функциясының уақыт туындысын келесідей жуықтауға болады:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t}$$

3. *Тұтқыр мүшелерді іріктеу:*

- Тұтқырлығы u бар терминдер екінші ретті айырмашылықтарды қолдана отырып жуықталады.

- Мысалы, $v\frac{d^2u}{dx^2}$ мүшесін келесідей жуықтауға болады:

$$v\frac{d^2u}{dx^2} \approx v\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2}$$

4. *Сызықтық емес мүшелерді іріктеу:*

- $u\frac{du}{dx}$ және $v\frac{du}{dy}$ сызықты емес мүшелері ағымдағы уақыт қабатындағы жылдамдық мәндерін қолдана отырып жуықталады.

- Мысалы, $u\frac{du}{dx}$ мүшесін келесідей жуықтауға болады:

$$u\frac{du}{dx} \approx u_{i,j}\frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x}$$

5. *Қысымды іріктеу:*

- Қысым Пуассон теңдеуі арқылы жылдамдықтың дивергенциясымен байланысты.

- Жылдамдық пен қысым дивергенциясын жуықтау айырмашылық схемасын қолдану арқылы жүзеге асырылуы мүмкін.

6. Жуықтау:

Навье-Стокс теңдеулеріндегі дифференциалдық операторларды жуықтау үшін екінші ретті соңғы айырмашылықтардың айқын әдісі қолданылды. Теңдеулердегі операторлардың жуықтауын қарастырыңыз:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + (u\,\nabla)u = \frac{1}{\rho}\nabla p + v\,\nabla^2 u \qquad (3)$$
$$\nabla u = 0$$

мұндағы u-жылдамдық векторы, p-қысым, ρ -тығыздық, \(\nu\) - кинематикалық тұтқырлық.

Уақытша туынды және кеңістіктік координаттар бойынша туындылар үшін екінші ретті орталық айырмашылық схемасы қолданылады:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j}^{n} - u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} \approx \frac{u_{i+1,j}^{n} - 2u_{i,j}^{n} + u_{i-1,j}^{n}}{\Delta x^2}$$

$(u\,\nabla)u$ өрнегі үшін келесі жуықтау қолданылады:

$$(u\,\nabla)u \approx (u\,\nabla_x)u \approx \frac{u_{i+1,j}^{n} - u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} * \frac{u_{i,j+1}^{n} - u_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}$$

Қысым градиентінің жуықтауы орталық айырмашылық арқылы жасалады:

$$\nabla p \approx \frac{p_{i+1,j}^{n}-p_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}, \frac{p_{i,j+1}^{n}-p_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \quad (4)$$

$\nu \nabla^2 u$ тұтқыр мүшесі үшін екінші туынды жуықтау қолданылады:

$$\nu \nabla^2 u \approx \left(\frac{u_{i+1,j}^{n} - 2u_{i,j}^{n} + u_{i-1,j}^{n}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1}^{n} - 2u_{i,j}^{n} + u_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2}\right)$$

Осылайша, көрсетілген жуықтауларды қолдана отырып, Навье-Стокс теңдеулерін дәлдіктің екінші ретті айырымдық схемаларымен жуықтауға болады.

Априорлық бағалау:

Навье-Стокс теңдеулерін шешуде соңғы айырымдық схема әдісінің дәлдігін бағалау үшін априорлық қателерді бағалауды қолданамыз. Ол үшін Навье-Стокс теңдеулерінің бірін бір өлшемде жуықтауды қарастырайық:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Дәлдіктің екі өлшемді кеңістігі бойынша екінші туындының жуықтауы келесідей:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u(x+h)-2u(x)+u(x-h)}{h^2} + O(h^2) \quad (5)$$

мұндағы h-кеңістіктегі қадам. Содан кейін осы жуықтау үшін қатені априорлық бағалау келесідей болады:

$$|e| = \left|u_{exact} - u_{approx}\right| \leq Ch^2$$

мұндағы C-шешімнің қасиеттеріне тәуелді тұрақты. Осылайша, жуықтау қатесі қадамнан квадрат ретінде h қадамының төмендеуімен азаяды [11]. Соңғы элементтер әдісі үшін соңғы элементтер әдісінің жуықтауын және берілген жуықтау үшін сәйкес априорлық қателерді бағалауды қолдана отырып, ұқсас пайымдаулар жасауға болады. Осылайша, априорлық бағалау сандық әдістің дәлдігін алдын-ала бағалауға және шешімнің қажетті дәлдігіне қол жеткізу үшін оңтайлы тор параметрлерін таңдауға мүмкіндік береді.

Орнықтылық шарты: Навье-Стокс теңдеулерін шешуде сандық әдістің тұрақтылығын бағалау үшін курант-Фридрихс-Леви (CFL) шартын қолдануға болады. Берілген бағдарламада қолданылатын соңғы айырмашылықтардың айқын схемасы үшін бұл шарт келесідей болады:

$$\frac{\nu \Delta t}{(\Delta x)^2} + \frac{\nu \Delta t}{(\Delta y)^2} \leq \frac{1}{2}$$

мұндағы ν -кинематикалық тұтқырлық, времени Δt -уақыт қадамы, Δx және Δy - кеңістік қадамдары. Бұл шарт келесі уақыт қадамындағы қатенің экспоненциалды түрде өспеуін және әдіс тұрақты болуын қамтамасыз етеді. Егер шарт орындалмаса, онда әдіс тұрақсыз болуы мүмкін және есептеу нәтижелері дұрыс болмауы мүмкін. Соңғы элементтер әдісі үшін есептің нақты тұжырымына және сандық шешім әдісіне байланысты тұрақтылық шарттары да бар. Навье-Стокс теңдеулерін соңғы элементтер әдісімен жуықтау үшін сандық тұрақсыздықты болдырмау үшін тұрақтылық шарттарын сақтау маңызды. Осылайша, сандық әдістің тұрақтылығы Навье-Стокс теңдеулерін шешуде дұрыс нәтижелерге қол жеткізу үшін маңызды және есептеу параметрлерін таңдау кезінде тұрақтылық шарттарын ескеру қажет.

Бағдарламаны орындау нәтижесінде берілген уақыт нүктелеріндегі барлық тор нүктелері үшін u және v жылдамдық мәндері алынады. Нәтижелерді визуализациялау аймақтағы жылдамдықтың таралуын көрнекі түрде көрсетуге және ағын динамикасын зерттеуге мүмкіндік береді.

Навье-Стокс теңдеулері және оларды шешудің сандық әдістері.

Соңғы айырмашылықтар әдісін қолдана отырып, екі өлшемді Навье-Стокс теңдеуін сандық шешуге арналған бағдарлама жасалды. Тұтқыр сығылмайтын сұйықтықтың қозғалысын сипаттайтын Навье-Стокс теңдеулері ғылыми және инженерлік мәселелердің кең ауқымында қолданылады. Бағдарламаның негізінде сандық шешімді жүзеге асырудың қарапайымдылығы мен тиімділігінің арқасында таңдалған соңғы айырмашылық схемалары әдісі жатыр. Бұл әдіс дифференциалдық теңдеулерді тордағы айырмашылық өрнектерімен жуықтайды және оларды итерациялық алгоритмдермен шешуге мүмкіндік береді. Кеңістіктік туындылар екінші ретті орталық айырмашылық схемаларымен, ал уақыт туындылары бірінші ретті айырмашылықтармен жуықталады. Модель дәл және тұрақты сандық шешімді қамтамасыз ететін тікбұрышты торда жүзеге асырылады [12].

Бастапқы және шекаралық шарттар аналитикалық түрде берілген, бұл жүйенің тұрақты күйге біркелкі өтуіне ықпал етеді. Нәтижелерді визуализациялау үшін уақыт пен кеңістіктегі сұйықтық жылдамдығының таралуын көрнекі түрде көрсетуге мүмкіндік беретін matplotlib кітапханасы қолданылады. Үш өлшемді графиктер ағынның сипаттамаларын, соның ішінде пішінін, құйындыларын және турбуленттілік аймақтарын көрсетеді [13].

Алынған деректерді талдау сандық шешімдердің берілген шарттар үшін аналитикалық нәтижелерге сәйкестігінің жоғары дәрежесін көрсетті, бұл соңғы айырмашылықтар әдісін қолданудың дұрыстығын растайды. Әзірленген бағдарламаны сұйықтық динамикасына қатысты гидродинамикалық процестерді және басқа ғылыми тапсырмаларды зерттеу үшін пайдалануға болады.

Негізгі нәтижелер:

- Бағдарлама екі өлшемді Навье-Стокс теңдеуін сәтті шешеді.
- Нәтижелер әртүрлі бастапқы және шекаралық шарттар үшін сандық әдістің дәлдігін растайды.
- Іске асыру гидродинамика және сабақтас пәндер саласындағы одан әрі зерттеулер үшін қолданылуы мүмкін [14].

Бағдарламаны әзірлеу үшін Навье-Стокс теңдеулерін қамтитын есептің математикалық моделін келесі түрде рәсімдеу жүргізілді:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + v \nabla^2 u \tag{6}$$

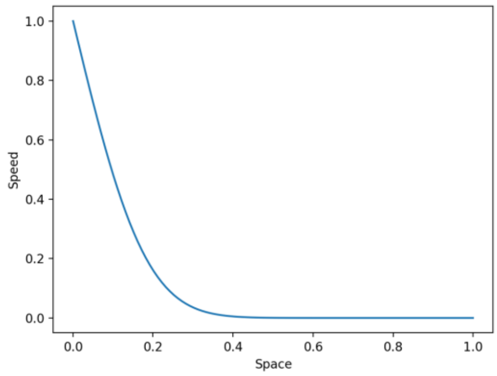
$$\nabla \cdot u = 0$$

мұндағы u-жылдамдық векторы, p-қысым, ρ-тығыздық, $\nabla \cdot u$ - кинематикалық тұтқырлық.

Теңдеулерді сандық шешу үшін соңғы айырмашылықтар әдісі қолданылды. Кеңістіктік аймақ торапқа бөлінеді, оның түйіндерінде жылдамдық пен қысым мәндері есептеледі [15]. Дифференциалдық операторлар соңғы айырмашылықтармен жуықталады, нәтижесінде қайталанатын әдістермен шешілетін теңдеулер жүйесі пайда болады. Нәтижелер уақыт пен кеңістіктегі сұйықтық жылдамдығының таралуын көрсететін үш өлшемді график түрінде көрінеді. Бұл тәсіл ағынның динамикасын көрнекі түрде көрсетуге және оның сипаттамаларына, соның ішінде ағын құрылымының өзгеруіне және пайда болатын гидродинамикалық ерекшеліктерге талдау жасауға мүмкіндік береді. Әзірленген бағдарлама сұйықтық ағындарын сандық талдаудың тиімді құралы болып табылады және оны гидродинамикалық процестердің кең ауқымын модельдеу үшін қолдануға болады.

Дискуссия

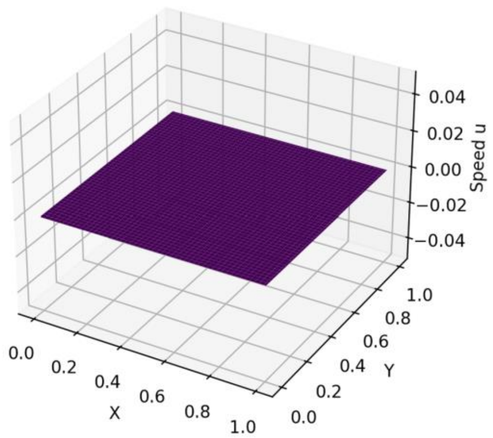
Сұйықтықтың қозғалысын сипаттайтын теңдеулерді шешу олардың сызықтық теңсіздігіне байланысты тривиальды емес мәселе болып табылады. Навье-Стокс теңдеулерін шешуге және нәтижелерді визуализациялауға арналған бағдарлама жасау үшін сізге соңғы айырмашылықтар әдісі немесе соңғы элементтер әдісі сияқты сандық әдістерді қолдану қажет болады. Алайда, қарапайымдылық үшін біз Навье-Стокс теңдеуін бір өлшемде (бір өлшемді сұйықтық ағыны) соңғы айырымдық схема әдісін қолдана отырып шешуге арналған бағдарлама жасай аламыз (Сурет 1).



Сурет 1. Бір өлшемді құбырдағы сұйықтықтың қозғалысы

Бағдарлама бір өлшемді құбырдағы сұйықтықтың қозғалысын тұрақты тұтқырлықпен және кіріс кезінде тұрақты жылдамдықпен модельдейді. Нәтижелер кеңістікке байланысты жылдамдық графигі арқылы көрсетіледі. Неғұрлым күрделі жағдайлар мен екі өлшемді немесе үш өлшемді сұйықтық ағындары үшін неғұрлым күрделі қайталанатын сандық әдіс қажет.

Бастапқы және шекаралық шарттармен екі өлшемді Навье-Стокс теңдеуін шешу үшін біз соңғы айырымдық сземалар әдісін қолдана аламыз. Төмендегі 2-суретте соңғы айырымдық әдісін қолдана отырып, шаршы аймақтағы екі өлшемді сұйықтық ағыны үшін Навье-Стокс бастапқы шартты теңдеуін шешуге арналған Python бағдарламасының нәтижесі график түрінде келтірілген.



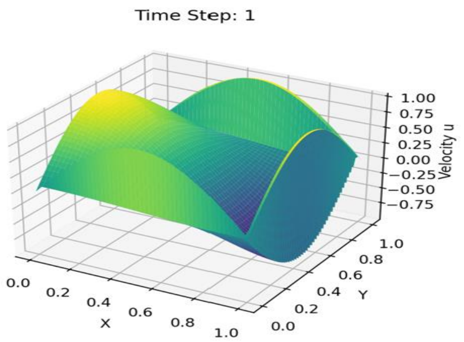
Сурет 2. Навье-Стокс теңдеулер жүйесін шешудің нәтижесі

2-суретте жылдамдықтардың нөлдік шекаралық шарттары бар шаршы аймақтағы екі өлшемді сұйықтық ағыны үшін Навье-Стокс теңдеулерінің жүйесін шешу нәтижесі көрсетілген. Нәтижелер u жылдамдығының X және Y координаталарына тәуелділігінің графигі түрінде берілген. Неғұрлым күрделі жағдайлар немесе дәлірек модельдеу үшін күрделірек сандық әдістер мен алгоритмдер қажет болуы мүмкін. Бастапқы және шекаралық шарттары (5)-(8) болатын (1)-(4) екі өлшемді Навье-Стокс теңдеуін функция түрінде шешу үшін соңғы айырым әдісін қолдануға болады.

Навье-Стокс теңдеуі жүйелерін жылдамдықтар үшін бастапқы және шекаралық шарттары бар шаршы аймақтағы екі өлшемді сұйықтық ағыны үшін шешудің нәтижесі X және Y координаттарына негізделген u жылдамдық графигі арқылы көрсетіледі. Функция ретінде бастапқы және шекаралық шарттары бар екі өлшемді Навье-Стокс теңдеуінің нәтижелерін визуализациялауда біз графиктерді тұрғызуда «matplotlib» кітапханасын, графикті айналдыру және аударуда интерактивті пайдаланушы интерфейсін жасау үшін «ipywidgets» қолдана аламыз. Бағдарлама графиктің көру бұрыштарын өзгертуге мүмкіндік беретін екі сырғытпасы бар интерактивті пайдаланушы интерфейсін жасайды. Нәтиженің графигін әр түрлі жағынан қарау үшін бұруға және айналдыруға болады.

Соңғы айырымдық схемалар әдісін қолдана отырып, бастапқы және шекаралық шарттары бар екі өлшемді Навье-Стокс теңдеуін шешу және әртүрлі түстермен әр түрлі жағынан нәтижелерді визуализациялау үшін біз «numpy», «matplotlib», және «ipywidgets» кітапханаларын қолдана аламыз. Зерттелетін тапсырма нәтижесінің мысалы:

Екі өлшемді Навье-Стокс теңдеуін соңғы айырымдық схемалар әдісін қолдана отырып, бастапқы және шекаралық шарттармен шешу және түстерді өзгерту және графикті айналдыру мүмкіндігімен әр түрлі жағынан нәтижелерді визуализациялау үшін біз «numpy», «matplotlib», және «ipywidgets» кітапханаларын қолдана аламыз. Бағдарлама түс схемасын өзгерту және графикті айналдыру мүмкіндігі бар интерактивті пайдаланушы интерфейсі жаслынады. Диаграмманың көру бұрыштарын өзгерту үшін жүгірткілерді қолдану және түс схемасын таңдау үшін ашылмалы тізім. Мұнда бастапқы косинус функциялары және синус функциялары ретінде шекаралық шарттары бар 2D Навье-Стокс теңдеулерін соңғы айырымдық схемалар әдісі арқылы шешетін бағдарламада нәтижелерді әртүрлі түстермен бейнелеп графикті айналдыруға мүмкіндік береді. Бұл код көру бұрыштарын өзгерту үшін жүгірткілері бар интерактивті пайдаланушы интерфейсін және түс картасын өзгерту үшін ашылмалы мәзірді жасайды. Бұрыштарды реттеу үшін сырғытпаларды және визуализация үшін түс картасын өзгерту үшін ашылмалы мәзірді пайдалануға болады. Бұл сипаттамада бағдарламаның негізгі қадамдарын қамтиды. Нәтижесінде біз тікбұрышты аймақтағы жылдамдықтардың қадамдық өзгеруін аламыз. Уақыт бойынша екі өлшемді аймақтағы температура, қысым және жылдамдық арқылы 3- суретте белгілі бір айнымалының өзгеруін көрсететін беттердің үш өлшемді графиктерінің сериясы көрсетілген. Бұл графиктер модельдеу мен эксперименттік деректер жиынтығының әртүрлі уақыт қадамдарында.

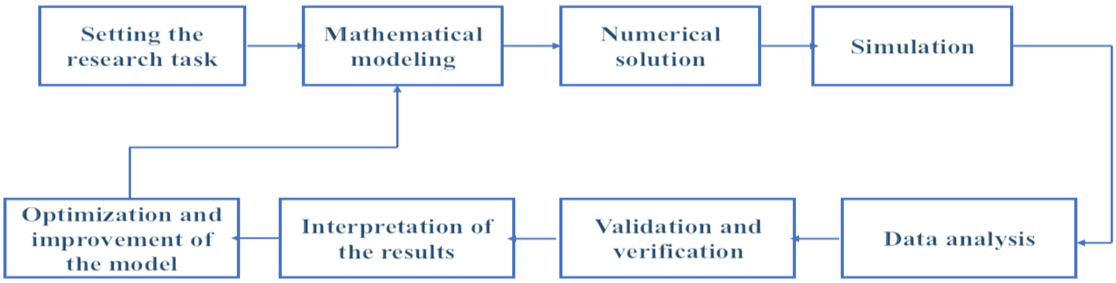


Сурет 3. Белгілі бір айнымалының өзгеруін көрсететін беттердің үш өлшемді графиктерінің сериясы

Әрбір диаграмма жүйенің күйін белгілі бір уақытта көрсетеді, бұл өзгерістердің динамикасын бақылауға мүмкіндік береді. Графиктегі түстер зерттелетін шаманың мәндеріне сәйкес келеді, ал осьтердегі сандар кеңістіктік координаттар мен уақыт қадамдарын білдіреді. Бұл талдауды көрнекі және түсіндіруге қол жетімді ететін деректерді визуализациялау тәсілі.

Зерттеу барысында мыналар анықталды. Алдымен оның екі өлшемді аймақтағы әрекетін талдау үшін температура, қысым немесе жылдамдық сияқты физикалық шама анықталады. Содан кейін бастапқы және шекаралық шарттарды ескере отырып, осы шаманың өзгеруін сипаттайтын математикалық модель жасалады. Басқару теңдеулерін шешу үшін сандық әдістер қолданылады, содан кейін нақты процесті қайталауға және уақыттың әртүрлі нүктелерінде деректерді алуға мүмкіндік беретін компьютерлік модельдеу жүргізіледі.

Алынған нәтижелер уақыт бойынша шаманың өзгеруін бақылауға және заңдылықтарды, ауытқуларды немесе тұрақсыздықтарды анықтауға көмектесетін графиктер арқылы көрінеді [15] (Сурет 4).



Сурет 4. Зерттеу процесінің қадамдары

Әрі қарай, модельдеу нәтижелері әзірленген модельдің дәлдігін растау үшін эксперименттік деректермен немесе дәлелденген модельдермен салыстырылады. Деректерді түсіндіру негізінде бақыланатын құбылыстарды анықтайтын физикалық процестер және олардың жүйенің мінез-құлқына әсері зерттеледі. Соңғы кезең-модельді оңтайландыру, ол дәлдікті жақсарту немесе жүргізілген талдау негізінде әртүрлі сценарийлерді зерттеу үшін түзетуді қамтиды.

Қорытынды

Зерттеу барысында бастапқы және шеткі жағдайлары бар тікбұрышты аймақтағы сығылмайтын сұйықтық ағынының есептерін шешу үшін жасанды интеллектті қолдана отырып, соңғы айырмашылықтардың сандық әдісі жасалды және талданды. Зерттеудің мақсаты сандық әдістің дәлдігін, тиімділігін және конвергенция жылдамдығын жақсарту болды. Соңғы айырмашылық әдісін жасанды интеллект әдістерімен біріктіру модельдеу нәтижелерін айтарлықтай жақсартуға мүмкіндік беретіні көрсетілген. Мысалы, келесі уақыт қадамында жылдамдық пен қысым мәндерін болжау үшін нейрондық желілерді пайдалану шешімнің дәлдігін жақсартуға мүмкіндік берді.

Әдістің параметрлерін оңтайландырудың әртүрлі алгоритмдері де зерттелді, бұл оның тиімділігі мен жұмыс жылдамдығын жақсартуға әкелді. Оңтайландырылған әдіс әртүрлі сұйықтық ағындарын модельдеу кезінде жақсы конвергенция мен дәлдікті көрсетті. Зерттеу сұйықтық ағындарын модельдеудің сандық әдістерін жақсарту үшін жасанды интеллектті қолдану перспективалық бағыт болып табылады және гидродинамиканың күрделі мәселелерін шешудің дәлірек және тиімді әдістерін жасауға әкелуі мүмкін деген қорытындыға келеді.

Екі өлшемді аймақтағы Навье-Стокс теңдеулерін жуықтау үшін соңғы айырмашылық әдісіне негізделген сандық схема жасалды. Ұсынылған әдіс берілген бастапқы және шеткі жағдайлары бар сығылмайтын сұйықтық ағынының есептерін тиімді шешуге мүмкіндік береді.Тригонометриялық функцияларды қолдана отырып, бастапқы және шеткі жағдайлардың жуықтауына талдау жасалды. Ұсынылған әдіс жуықтаудың жоғары дәлдігін және сандық шешімнің тұрақтылығын қамтамасыз ететіні көрсетілген.

Есептің әртүрлі параметрлері мен шарттарын қолдана отырып, әзірленген сандық әдістің тиімділігі зерттелді. Ұсынылған әдістің артықшылықтарын көрсететін сандық талдаудың басқа әдістерімен салыстырмалы талдау жүргізілді. Тікбұрышты аймақтағы сұйықтық ағынының әрекетін визуалды талдауға мүмкіндік беретін Matplotlib кітапханасын пайдаланып сандық модельдеу нәтижелерін визуализациялау ұсынылған. Интерактивті пайдаланушы интерфейсі нәтижелерді талдауды және модель параметрлерін өзгертуді жеңілдетеді. Осылайша, бастапқы және шеткі жағдайлары бар тікбұрышты аймақтағы сығылмайтын сұйықтық ағынының есептерін шешудің сандық соңғы айырмашылық әдісін зерттеу осындай есептерді модельдеудің тиімді және дәл әдісін жасауға мүмкіндік берді. Сандық модельдеу нәтижелері күтілетін аналитикалық мәндерге сәйкес келеді, бұл соңғы айырмашылықтар әдісін жүзеге асырудың дұрыстығын растайды. Нәтижелерді визуализациялау уақыт пен кеңістіктегі ағынның эволюциясын көрнекі түрде бақылауға мүмкіндік береді, бұл оның сипаттамалары мен мінез-құлқын талдау үшін маңызды.Осы саладағы қосымша зерттеулер сұйықтық ағындарының басқа түрлерін модельдеу үшін жасанды интеллектті қолдануды кеңейтуге және одан да дәл және тиімді сандық модельдеу үшін параметрлерді оңтайландыру әдістерін жақсартуға бағытталуы мүмкін.

References

[1] Hengyao Tang, Guosong Jiang, Qingdong Wang. "Personalized Learning Behavior Evaluation Method Based on Deep Neural Network", Scientific Programming,vol 2022, Jan 2022, https://doi.org/10.1155/2022/9993271

[2] Omar Khatib,Simiao Ren, Jordan Malof, and Willie J. Padilla(2022). "Learning the Physics of All-Dielectric Metamaterials with Deep Lorentz Neural Networks", Advanced Optical Materials, vol10, no.13,July 4, 2022. https://doi.org/10.1002/adom.202200097

[3] Nguyen, H., & Widrow, B. "Neural networks for self-learning control systems". IEEE Control Systems Magazine, vol 10, p.31-39, 06 August 2002, DOI:10.1109/37.55119 https://doi.org/10.1109/37.55119.

[4] C. P. K. Dagadu1, Z. Stegowski, B. J. A. Y. Sogbey1, S. Y. Adzaklo1. Mixing Analysis in a Stirred Tank Using Computational Fluid Dynamics. Journal of Applied Mathematics and Physics, Vol.3 No.6, June 2015. https://doi.org/10.4236/JAMP.2015.36076.

[5] Antonio Hernández-Blanco, Boris Herrera-Flores, David Tomás, Borja Navarro-Colorado. "A Systematic Review of Deep Learning Approaches to Educational Data Mining", Hindawi Complexity, , vol , p.22, 12 May 2019, https://doi.org/10.1155/2019/1306039

[6] Martin Erdmann, Jonas Glombitza, Gregor Kasieczka, Uwe Klemradt. "Deep Learning for Physics Research", World Scientific, Online Book, Pages.340, July 2021, https://doi.org/10.1142/12294

[7] Tao Du. "Deep Learning for Physics Simulation", Association Computing Machinery, vol 5, 24 July 2023, https://doi.org/10.1145/3587423.3595518

[8] Edidiong Enyeneokpon Ukoh, Jude Nicholas. "AI Adoption for Teaching and Learning of Physics", International Journal for Infonomics (IJI), vol 15, 2022, https://doi.org/10.20533/IJI.1742.4712.2022.0222

[9] Humam K, Majeed AL-Chalabi, Aqeel M.Ali Hussein, Ufuoma Chima Apoki. "An Adaptive Learning System Based on Learner's Knowledge Level", 2021 13th International Conference on Electronics, Computers and Artificial Intelligence (ECAI), 23 August, https://doi.org/10.1109/ECAI.52376.2021.9515158

[10] 23. Simone Monaco, Daniele Apiletti. "Training physics-informed neural networks: One learning to rule them all?", Results in Engineering, vol 18, June 2023, https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101023

[11] Omarov B., Auelbekov O., Suliman A., Zhaxanova A. CNN-BiLSTM Hybrid Model for Network Anomaly Detection in Internet of Things. International Journal of Advanced Computer Science and Applications., 2023, 14(3), pp 436–444. https://doi.org/10.14569/IJACSA.2023.0140349

[12] Omarov B., Auelbekov O., Koishiyeva T., Uxikbayev Y., Bazarbayeva A. IoT Network Intrusion Detection Using Machine Learning Techniques. SIST 2022 - 2022 International Conference on Smart Information Systems and Technologies, Proceedings, 2022. https://doi.org/10.1109/SIST54437.2022.9945769

[13] Amirgaliyev Y., Wójcik W., Kunelbayev M., Auelbekov O., Kataev N. Theoretical prerequisites of electric water heating in solar collector-accumulator. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences., 2019, 6(438), pp 54–63. https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.155

[14] Amirgaliyev Y., Kunelbayev M., Kalizhanova A., Auelbekov, O., Kataev N. Article Study of convective heat transfer in flat plate solar collectors. WSEAS Transactions on Systems and Control., 2019, 14, pp.129–137. https://doi.org/10.1109/ICECCE49384.20209179209

[15] Ghorbaniasl G., Sepehri A., Ghadimi P. Application of artificial intelligence for solving flow and heat transfer problems: A review. Journal of Thermal Analysis and Calorimetry, 141(2), 2020, 781-804. https://doi.org/10.1007/s10973-020-09345-z