

К.Ж. Назарова^{1*} , Ж.С. Еркишева¹ 

¹Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті,
Түркістан қ., Қазақстан

* e-mail: kulzina.nazarova@ayu.edu.kz

MAPLE КОМПЬЮТЕРЛІК МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРІН ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ ИНТЕГРАЛДЫҚ ЕСЕПТЕУЛЕР ТЕОРИЯСЫН ОҚЫТУДЫ ЖЕТІЛДІРУ

Аңдатпа

Бұл мақалада Maple бағдарламаларын интегралдық есептеулерде пайдаланудың ерекшеліктері қарастырылады. Жоғары оқу орнына жаратылыстану ғылымдары бойынша білім беру саласына түсетін білім алушылардың мансап жолы үшін математикалық білімінің жоғары болуы өте маңызды. Дегенмен, бұл сала бойынша оқытылатын білім беру бағдарламаларына түсуші әртүрлі білім алушылардың математикалық білімдері әрқашанда жоғары болмайды. Бұл олқылықты жоюдың тиімді стратегияларының бірі математикалық білім беруде оқыту әдістерін жетілдіру болып табылады. Бұл зерттеу 6B05449-Математика білім беру бағдарламасының екінші курс білім алушылары арасында математикалық білімдерін кеңейту және ондағы есептерді шығару жолдарын түсінуді жақсарту мақсатында Maple компьютерлік математикалық жүйесін пайдаланып интегралдық есептеулерді оқытудың жаңа тәсілін ұсынады. Зерттеуде математиканы меңгеру деңгейі әртүрлі 6B05449-Математика білім беру бағдарламасының екінші курс білім алушыларына интегралдық есептеулерді оқытуда Maple компьютерлік математикалық жүйесін практикалық сабақ барысында интеграцияланудың тиімділігі көрсетіледі.

Түйін сөздер: интегралдық есептеулер, Maple компьютерлік математикалық жүйесі, білім беру бағдарламасы, «Математикалық талдау II» пәнін оқыту.

К.Ж. Назарова¹, Ж.С. Еркишева¹

¹Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави,
г.Туркестан, Казахстан

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ОБУЧЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОМУ ИСЧИСЛЕНИЮ ПОСРЕДСТВОМ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE

Аннотация

В данной статье рассматриваются особенности использования программы Maple для изучения интегрального исчисления. Для карьерного пути студентов, поступающих в высшие учебные заведения по направлению естественнонаучного образования, очень важно иметь высокий уровень математических знаний. Однако уровень математических знаний у разных студентов, поступающих на образовательные программы данной области, не всегда является высоким. Одной из эффективных стратегий устранения данного разрыва является совершенствование методов преподавания математических дисциплин. В данном исследовании представлена новая методика обучения интегральному исчислению с использованием компьютерной математической системы Maple, направленная на расширение математических знаний и улучшение понимания способов решения задач у студентов второго курса образовательной программы 6B05449-Математика. Эффективность интеграции компьютерной математической системы Maple в практические занятия по обучению исчислению подтверждена результатами исследования.

Ключевые слова: интегральное исчисление, компьютерная математическая система Maple, образовательная программа 6B05449 - Математика, преподавание дисциплины «Математический анализ II».

K.Zh.Nazarova¹, Zh.S.Yerkisheva²

¹ International Kazakh-Turkish University named after Khoja Ahmed Yasawi, Turkestan, Kazakhstan

IMPROVING THE TEACHING OF INTEGRAL CALCULUS USING THE MAPLE COMPUTER MATHEMATICS SYSTEM

Abstract

This article discusses the features of using the Maple program for studying integral calculus. For students pursuing higher education in the field of science education, it is very important to have a high level of mathematical knowledge. However, the level of mathematical preparation among students entering educational programs in this field is not always sufficient. One effective strategy to bridge this gap is to improve teaching methods in mathematics education. This study presents a new methodology for teaching integral calculus using the Maple computer mathematics system, aimed at expanding students' mathematical knowledge and improving their understanding of problem-solving techniques among second-year students of the educational program 6B05449 – Mathematics. The effectiveness of integrating the Maple computer mathematics system into practical calculus lessons has been confirmed by the results of the study.

Keywords: integral calculus, computer mathematical system Maple, educational program, teaching the subject of «Mathematical analysis II».

Кіріспе

Қазіргі уақытта білім берудің негізгі міндеті - білім сапасын арттыру. Адамзат үнемі бізді қоршаған дүниенің әртүрлі үлгілерін жасайды, ал көрнекі модельдер оқу процесінде маңызды рөл атқарады. Дамып келе жатқан компьютердің динамикалық оқу құралы ретінде енгізілуі оқу үдерісінде алға қойылған маңызды қадам болды. Оқытуда компьютерді және арнайы бағдарламалық құралдарды пайдалану оқу процесін жан-жақты және тереңірек етеді, бұл оның тиімділігіне оң әсер етеді. Математиканы ақпараттық технология мүмкіндіктерімен интеграциялау білім алушыларға физикалық процестердің элементтерімен танысуға және компьютерді зерттеу құралы ретінде пайдалануға мүмкіндік береді. Бұл тәсіл білім алушылардың шығармашылық қабілеттерін дамытуға ықпал етеді. Қазіргі заманғы ақпараттық технологиялар, мысалы, AutoCAD, MATLAB, Maple, Mathematica және т.б математикалық пакеттер оқу үдерісіне белсенді түрде енгізілуде. Бұл құралдарды математика сабақтарында қолдану күрделі есептерді шешуге және үлкен масштабты математикалық түрлендірулерді қатесіз орындауға көмектеседі.

Математикалық білім кез келген прогрессивті елдің экономикалық, ғылыми-техникалық ілгерілеуінің негізі ретінде қарастырылады. Осы себепті олардың дамуына алаңдайтын елдердің білім беру жүйесі математиканы зерттеуге көп көңіл бөледі.

Қазіргі уақытта компьютерлік технологияларды оқыту және ғылыми зерттеулер үшін математиканы қолдану саласы үнемі дамып келеді. Компьютерлік математикалық жүйелер ғылыми зерттеулерде, инженерлік және экономикалық-математикалық есептеулерде кеңінен қолданылады. Заманауи компьютерлік математикалық жүйелерді болашақ математиктерді тәрбиелеуге біріктіру қазіргі заманғы қоғам талаптарымен маңызды. Бұрынғы кезде қоғамның табысқа жетуі үшін білім мен біліктіліктің жоғары деңгейіне жету жеткілікті болатын. Дегенмен, бүгінгі күнде болашақ маман бойынан әртүрлі мәселелерді өз бетінше шешу қабілетіне баса назар аударады. Осы жаңа талаптарды қанағаттандыру үшін жоғары оқу орнын бітіруші түлектерде бәсекеге қабілетті және қоғам үшін құндылығы басым дағдыларға ие болуы керек. Болашақ математиктерді математикалық компьютерлік математикалық жүйелерді пайдалана отырып оқыту білім алушыларды өз зерттеулерін жобалауға үйретуді көздейді. Бұл процесс әдістемелерді анықтауды, зерттеу жолдарын жоспарлауды, күтілетін нәтижелерді белгілеуді, нәтижелерді бағалауды және т.б. қамтиды.

Сонымен қатар, компьютерлік математикалық жүйелерді пайдалану арқылы білім алушылар өздерінің шығармашылық қабілеттерін тиімді көрсете алады, білімдері мен зерттеу қабілеттерін арттыра алады, өз бетінше немесе бірлесіп жұмыс істей алу қабілеттері арытады және маңызды нәтижелерге қол жеткізе алады. Оқыту барысында компьютерлік

математикалық жүйелерді пайдалану тек есептерді шығаруды жеңілдетіп қана қоймайды, сонымен қатар академиялық және кәсіби ортада өркендеу үшін қажетті дағдыларды дамытады. Компьютерлік математикалық жүйелер білім алушыларды күрделі есептерді шешуге және олардың шешімдерін тексеруге қызықтыра алады. Екіншіден, болашақ кәсіби қызмет саласында пайдалы болатын математикалық дағдыларды меңгеруді қамтамасыз етеді.

Maple графикалық интерфейсі шығармашылық зерттеулерге мүмкіндік береді. Maple - ғылымның, білімнің және технологияның әртүрлі салаларында математикалық есептерді автоматты түрде шешу үшін кеңінен қолданылатын компьютерлік математиканың қуатты және жан-жақты жүйесі. Қазіргі уақытта қол жетімді Maple әртүрлі нұсқалары математикалық негізде құрылған кешенді жүйелер болып табылады [1]. Maple операторлар мен функциялардың негізгі кітапханасын қамтиды, олардың көпшілігі қарапайым функциялар сияқты қосымша шақыруларсыз үздіксіз пайдалануға болады, ал басқалары арнайы енгізулерді қажет етуі мүмкін [2]. Математикалық есептерді шешу үшін Maple өзін қоршаған ортадағы әртүрлі процестерді математикалық модельдеуге негізделген әртүрлі мақсаттарға арналған жүйелер мен қондырғыларды жылдам есептеу қабілетімен ерекшеленеді [3]. Maple символдық математикалық жүйелер мен символдық есептеулердің әмбебап жүйелері арасында көшбасшы ретінде ерекшеленеді. Ол кез келген күрделіліктегі математикалық зерттеулерге қолайлы интеллектуалды орта жасайды және ғылыми ортада маңызды мәнге ие [4]. Математикалық таңбалар мен геометриялық фигураларды, сондай-ақ формулалар мен теорияларды зерттеуден тұратын математикалық зерттеу білім алушылардың көпшілігі үшін тым дерексіз. Математикалық есептерді сәтті шешу үшін білім алушылар математикалық терминологияларды түсіну қиындықтарын жеңу арқылы өздерінің концептуалды түсіну қабілетін жетілдіруі және есеп шығару дағдыларын дамыту үшін теориялық білімді қолдануы қажет [5]. Қазіргі таңда білім алушылардың математикадан есеп шығару дағдыларын дамыту үшін теориялық білімнің қажет екендігін көпшілігі ұғына бермейді. Көп жағдайда білімалушылар дайын формуланы пайдаланып, оқу үдерісінде сол формула төңірегінде ғана есеп шығарады. Алайда теориялық білімнің жеткіліксіздігінен, кейбір есептердің шешімін шығаруда көптеген қиындықтарға тап болуда. Осыған байланысты ақпараттық техниканың дамыған қоғамда білім алушыларды дәстүрлі түрде есеп шығару дағдыларымен қатар, компьютерлік математикалық жүйелердің мүмкіндіктерін қолданып есептердің шешімін алуға машықтандыру болашақ кәсіби қызметтеріне және ғылыми зерттеу жұмыстарын сауатты да сапалы жүргізуге оң ықпал етеді.

Осы тұрғыдан алғанда, интегралдық есептеулерді оқыту үдерісін цифрландыру жағдайында жаңғырту қажеттілігімен байланысты. Дәстүрлі оқыту әдістері көбінесе күрделі математикалық ұғымдарды түсіну мен оларды тәжірибеде қолдану деңгейін қамтамасыз етпейді. Maple компьютерлік математикалық жүйесін қолдану визуализация, есептеулерді автоматтандыру және аналитикалық ойлауды дамыту арқылы оқыту сапасын арттыруға мүмкіндік береді. Бұл әсіресе қазіргі заманғы технологиялық талаптар жағдайында білім алушыларды кәсіби қызметке дайындау тұрғысынан маңызды болып табылады.

Зерттеудің мақсаты

Білім алушыларға интегралдық есептеулерді оқыту барысында тақырыпты түсіну үшін Maple компьютерлік математикалық жүйесін қолданып оқытудың тиімділігін зерттеу.

Зерттеудің әдіснамасы

Болашақ математиктер Maple компьютерлік математикалық жүйесін зерттеу мәселелерін шешуге бағытталған оқу әрекеттерінің бөлігі ретінде интегралдық есептеулер теориясының қыр-сырын зерттеу үшін пайдаланады. Бұл әдіс топтың барлық мүшелері арасында біртұтас мақсаттарға қол жеткізуге, ортақ мақсаттарды анықтауға және сәйкес зерттеу әдістемелерін таңдауға баса назар аударады. Ол білім алушылар мен оқытушылар арасындағы ынтымақтастықты бірлескен шығармашылықты дамытудың және болашақ мамандардың кәсіби білімін жетілдірудің маңызды аспектісі ретінде қарастырады.

Университеттерде интегралдық есептеулерді оқытуда Maple компьютерлік математикалық жүйесін интеграциялауды жақсарту оқытушы мен білім алушылардың бірлескен күш-жігері арқылы дамитын күрделі процесс. Бұл тұрғыда оқытушы оқу-зерттеу тапсырмаларын құрастыру, пәндік ауқымды анықтау және процестің әрбір қадамын орындау үлгілерін құру арқылы орталық рөл атқарады.

Осыған орай, интегралдық есептеулерді оқыту барысында Maple компьютерлік математикалық жүйесін интеграциялаудың тиімділігін айқындау мақсатында талдау және іріктеу, бақылау әдістері пайдаланылды.

Зерттеу әдістері: талдау, іріктеу, бақылау.

Жоғары оқу орындарында болашақ математиктерге интегралдық есептеулер теориясы бойынша теориялық, практикалық және кәсіби білімдерді қамтитын жан-жақты түсінікке қол жеткізу мақсаты қойылады.

Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінде 6B05449-Математика білім беру бағдарламасы бойынша интегралдық есептеулер теориясы бойынша «Математикалық талдау II» курсына оқытылады. Бұл пәннің аталған білім беру бағдарламасының негізгі оқу жоспарында жалпы 180 сағат (6 кредит) қамтылған. Осы пән бойынша силлабуста пәннің қысқаша сипаттамасы қарастырылған. Оның мазмұнында «Пәнді оқып-үйрену арқылы білім алушылар бір айнымалыдан тәуелді функциялардың интегралдық есептеулерін, интегралдар теориясының геометрияда, физикада, механикада, экономикада қолдану дағдыларын қалыптастырады. Математикалық талдау мен басқа математикалық пәндерді одан әрі зерттеу үшін әртүрлі функцияларды саралау әдістерін игереді. Математиканың ғылыми және қолданбалы бағытында теориялық ұстанымдарды бейнелейтін есептер мен жаттығуларды шешуде абстрактілі ойлау мен жеке мәлімдемелерді өз бетінше дәлелдей білуге машықтанады»-деп баяндалған.

Силлабустың құрылымы 15 аптаны қамтиды. 6B05449-Математика білім беру бағдарламасының «Математикалық талдау II» пәніне арналған силлабуста бір айнымалы функциялардың интегралдық есептеулері теориясына сәйкес тақырыптар «Алғашқы функция», «Анықталмаған интеграл», «Анықталмаған интегралдың қасиеттері», «Бөліктеп интегралдау және анықталмаған интегралда айнымалыны ауыстыру, рационалдық бөлшектерді, иррационалдықтарды, дифференциалдық биномдарды, тригонометриялық және трансценденттік интегралдау», «Риман анықталған интегралы», «Жоғарғы және төменгі интегралдық Дарбу қосындылары және олардың қасиеттері», «Интегралданудың қажетті және жеткілікті шарттары». «Интегралданатын функциялардың кластары», «Анықталған интегралдың қасиеттері» және тағы басқалар қарастырылған.

6B05449-Математика білім беру бағдарламасының құрылымында әрбір математикалық пәннің мазмұнын қазіргі ғылым жетістіктеріне жақындатуға бағытталған. Оның мақсаты – білім алушылардың математикалық мәдениетінің деңгейін арттыру және олардың интеллектуалдық сезімталдығын дамыту. Бағдарлама логикалық ойлаудың икемділігі мен дербестігін дамытуды ынталандырады, жоғары оқу орнында өз мамандығын табысты меңгеру үшін қажетті дербестік пен коммуникативті дағдыларды қалыптастыруға ықпал етеді.

Жоғары оқу орнында «Математикалық талдау II» курсына «Интегралдық есептеулер теориясы» тақырыбы ең қиын тақырыптардың бірі болып табылады. Отандық және шетелдік ғалымдардың зерттеулері математикалық талдаудың негізгі ұғымдары мен әдістерінің өзі білім алушылардың дамуында шешуші рөл атқаратынын көрсетеді. Алайда практикада көптеген білім алушылар интегралды түсінуде және оны қолдануда түсініктердің абстрактілілігіне, анықтамалардың күрделі логикалық құрылымына және материалды меңгеру уақытының шектеулілігіне байланысты қиындықтарға тап болады. Бұл осы мәселелерді барынша азайту және тиімді оқытуды қамтамасыз ету үшін мазмұн мен оқыту әдістерін мұқият таңдауды талап етеді.

Аталған мәселелер мен қиындықтардың себептері ұғымдардың абстракциялануының өте жоғары дәрежесі, олардың анықтамаларының күрделі логикалық құрылымы, күрделі

мәселелерді түсіну мен меңгеруге уақыттың жеткіліксіздігі негізгі факторлар болып табылады. Сондықтан «Интегралдық есептеулер теориясы» бөлімін сәтті оқу курстың оқу мақсаттарын дұрыс қоюға, теориялық және дидактикалық материалдардың мазмұнын және әдістемелік техниканы мұқият таңдауға байланысты мәселелерді шешу қажеттілігіне байланысты.

Осыған байланысты қазіргі таңда кез-келген білім беру бағдарламасының білім алушыларында есепті логикалық тұрғыдан ойлау емес, тек жаттанды түрде, есептің берілу шарттарына ұқсас есептердің шығарылу жолына қарап есептің шешімін табуға бейімделген. Сондықтан мектеп математика мұғалімі болсын, университет оқытушысы болсын, кез-келген математикаға қатысты жаңа тақырыпты түсіндіру барысында “Мен қалай түсіндірсем, қандай әдіс-тәсілді пайдалансам, осы жаңа тақырыпты меңгерте аламын?” -, деген ой мазалайтындығы өмір ағымындағы шындықтардың бірі болып есептеледі.

Демек, «Интегралдық есептеулер теориясы» бойынша әрбір лекциялық және практикалық сабақтарды ұйымдастыру кезінде табысқа жету үшін бірқатар негізгі аспектілерді ескеру қажет:

- білім алушылардың қазіргі математикалық білім деңгейін ескере отырып, оларға қолжетімді және түсінікті теориялық материалды мұқият таңдау маңызды;

- теорияны баяндау барысында әрбір білім алушылардың жеке ерекшеліктерін, олардың жас және психологиялық ерекшеліктерін ескеру қажет. Оқыту материалын барынша тиімді жеткізу үшін құрылымды, қызықты және қолжетімді болуы керек;

- негізгі ұғымдар мен формулаларды меңгеруге, сыни тұрғыдан ойлау мен талдау қабілеттерін дамытуға ықпал ететін жаттығулар мен тапсырмалар жүйесін әзірлеу маңызды. Бұл процесте практикалық, зерттеу және дәлелдеу тапсырмалары басты рөл атқарады. Материалды меңгеруді жақсарту үшін модельдер, сызбалар, диаграммалар, графиктер, кестелер және GeoGebra, Maple, Mathcad сияқты бағдарламалар көмегімен әртүрлі визуализация әдістерін қолдану қажет. Бұл компьютерлік бағдарламалар көмегімен үйренетін ұғымдар мен процестерді елестетуге көмектеседі, тақырыпты толық түсініп және есте қаларлық етеді [6,7,8]. Осылайша, біз “Математикалық талдау II” пәніне бөлінген апталық 1 сағат лекция, 3 сағат практикалық сабақты ұйымдастыруда ақпараттық компьютерлік технологиялардың көмегіне жүгіндік.

Зерттеу нәтижелері

“Математикалық талдау II” пәнінде әрбір тақырыпты түсіндіру барысында лекция сабақтарында анықтамалар, теоремалар сол дәстүрлі түрде тақтаға дәлелдену жолдарымен көрсетілсе, практикалық сабақтарда Maple компьютерлік математикалық жүйесі интеграцияланып отырды. Практикалық сабақта интегралдарды есептеудің дәстүрлі және Maple компьютерлік математикалық жүйенің мүмкіндіктерімен шығарылған есептерге тоқталайық.

1-мысал. $\int \frac{1}{2-3x} dx$ анықталмаған интегралды шешу [9-13].

Берілген интегралды дәстүрлі түрде шешімін тауып, Maple де шешімін табамыз. Алдымен мына есепті дәстүрлі түрде шығарайық.

$$\int \frac{1}{2-3x} dx = \left. \begin{array}{l} 2-3x=t \\ dt=-3dx \\ dx=-\frac{1}{3}dt \end{array} \right| = -\int \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{t} dt = -\int \frac{1}{3t} dt = = -\frac{1}{3} \cdot \int \frac{1}{t} dt = -\frac{1}{3} \cdot \ln|t| = -\frac{1}{3} \cdot \ln|2-3x| + C$$

Maple бағдарламасында есептердің шешімін табу қызықты, әрі тез болғандықтан жауапты мына түрде ала аламыз

> **with(Student[Calculus1]):**
 > **infolevel[Studen[Calculus1]]:=1:**
 > **f:=x->1/(2-3*x);**

$$f := x \rightarrow \frac{1}{2-3x}$$

> **Int(f(x),x);**

$$\int \frac{1}{2-3x} dx$$

> **Hint(%);**

[change, u = 2 - 3 x, u]

> **int(1/(2-3*x),x);**

$$-\frac{1}{3} \ln(2-3x)$$

> **Int(f(x),x)=int(f(x),x);**

$$\int \frac{1}{2-3x} dx = -\frac{1}{3} \ln(2-3x)$$

2-мысал. $\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx$ анықталған интегралды есептеу.

$$\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx = \left. \begin{array}{l} u = x \rightarrow du = dx \\ dv = \sin x dx \rightarrow v = -\cos x \\ uv - \int v du \end{array} \right| = x \cdot (-\cos x) \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} (-\cos x) dx =$$

$$= x \cdot (-\cos x) \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx = x \cdot (-\cos x) \Big|_0^{\pi} + \sin x \Big|_0^{\pi} =$$

$$= (\pi \cdot (-\cos \pi) + \sin \pi) - (0 \cdot (-\cos 0) + \sin 0) = \pi$$

Maple бағдарламасында есептердің шешімі

> **restart;**
 > **with(Student[Calculus1]):**
 > **infolevel[Studen[Calculus1]]:=1:**
 > **f:=x->x*sin(x);**

$$f := x \rightarrow x \sin(x)$$

> **Int(f(x),x=0..Pi);**

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx$$

> **Hint(%);**

[parts, x, -cos(x)]

> **Rule[%](%%):simplify(%);**

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx = \pi + \int_0^{\pi} \cos(x) dx$$

> **int(cos(x),x=0..Pi);**

$$0$$

> **Int(f(x),x=0..Pi)=int(f(x),x=0..Pi);**

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx = \pi$$

Жоғарыда келтірілген мысалдарда есептің шығару жолын көрсетпей, тек жауабын табуды орындадық. Есепті шығару жолымен есептеу үшін функция шегін, туындысын есептегендегідей «**Student[Calculus1]**» кітапханасының бұйрықтарын қолданамыз. Енді анықталмаған интегралды есептеуге мысалдар келтірейік.

3-мысал. $\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx$ интегралын есептеу барысын амалдардың орындалу жолдарымен көрейік.

Шешуі.

> **restart;**

> **with(Student[Calculus1]);**- пакетті қосу

> **Int(1/(x^5-x^2),x);**

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx$$

> **Hint(%);**

[partialfractions]

> **Rule[%](%%);**

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \int -\frac{1}{x^2} + \frac{-x + 1}{3(x^2 + x + 1)} + \frac{1}{3(x - 1)} dx$$

> **Hint(%);**

[sum]

> **Rule[%](%%);**

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \int -\frac{1}{x^2} dx + \int \frac{-x + 1}{3(x^2 + x + 1)} dx + \int \frac{1}{3(x - 1)} dx$$

> **Hint(%);**

[constantmultiple]

> **Rule[%](%%);**

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = -\int \frac{1}{x^2} dx + \int \frac{-x + 1}{3(x^2 + x + 1)} dx + \int \frac{1}{3(x - 1)} dx$$

> **Hint(%);**

[power]

> **Rule[%](%%);**

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} + \int \frac{-x + 1}{3(x^2 + x + 1)} dx + \int \frac{1}{3(x - 1)} dx$$

> **Hint(%);**

[constantmultiple]

> **Rule[%](%%);**

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \int \frac{-x + 1}{x^2 + x + 1} dx + \int \frac{1}{3(x - 1)} dx$$

> **Hint(%);**

$$\left[\text{rewrite}, \frac{-x + 1}{x^2 + x + 1} = -\frac{2x + 1}{2(x^2 + x + 1)} + \frac{3}{2(x^2 + x + 1)} \right]$$

> **Rule[%](%%);**

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \int -\frac{2x+1}{2(x^2+x+1)} + \frac{3}{2(x^2+x+1)} dx + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[sum]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \int -\frac{2x+1}{2(x^2+x+1)} dx + \frac{1}{3} \int \frac{3}{2(x^2+x+1)} dx + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[constantmultiple]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx + \frac{1}{3} \int \frac{3}{2(x^2+x+1)} dx + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[change, u = x² + x + 1, u]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \int \frac{1}{u} du + \frac{1}{3} \int \frac{3}{2(x^2+x+1)} dx + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[power]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(u) + \frac{1}{3} \int \frac{3}{2(x^2+x+1)} dx + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[revert]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2+x+1) + \frac{1}{3} \int \frac{3}{2(x^2+x+1)} dx + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[constantmultiple]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2+x+1) + \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2+x+1} dx + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[change, u = x + $\frac{1}{2}$, u]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2+x+1) + \frac{1}{2} \int \frac{4}{4u^2+3} du + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[constantmultiple]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + 2 \int \frac{1}{4u^2 + 3} du + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

$$\left[\text{change, } u = \frac{1}{2} \sqrt{3} \tan(u1), u1 \right]$$

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + 2 \int \frac{\sqrt{3}}{6} du1 + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[constant]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{\sqrt{3} u1}{3} + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[revert]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{1}{3} \sqrt{3} \arctan\left(\frac{2u\sqrt{3}}{3}\right) + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[revert]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{1}{3} \sqrt{3} \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(2x+1)}{3}\right) + \int \frac{1}{3(x-1)} dx$$

> Hint(%);

[constantmultiple]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{1}{3} \sqrt{3} \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(2x+1)}{3}\right) + \frac{1}{3} \int \frac{1}{x-1} dx$$

> Hint(%);

[change, u = x - 1, u]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{1}{3} \sqrt{3} \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(2x+1)}{3}\right) + \frac{1}{3} \int \frac{1}{u} du$$

> Hint(%);

[power]

> Rule[%](%%);

$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{1}{3} \sqrt{3} \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(2x+1)}{3}\right) + \frac{1}{3} \ln(u)$$

> Hint(%);

[revert]

> Rule[%](%%);

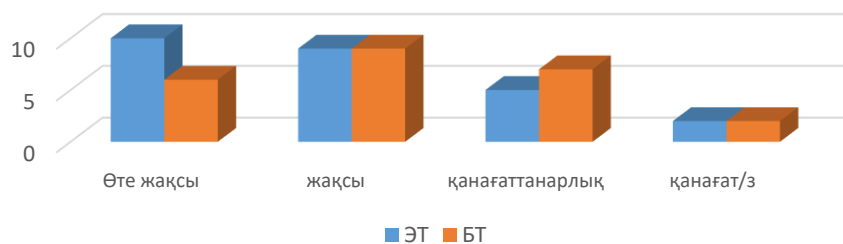
$$\int \frac{1}{x^5 - x^2} dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{1}{3} \sqrt{3} \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(2x+1)}{3}\right) + \frac{1}{3} \ln(x-1)$$

Білім алушылардың практикалық дағдыларын жетілдіру мақсатында практикалық дәрістерді ұйымдастыру барысында ақпараттық технологияның мүмкіндіктері арқылы есептердің шығару жолдары Maple пакеттерінің мүмкіндіктерін математикалық талдау есептерін шешуде көрсетілді.

Дискуссия

Аталған тақырыпты зерттеу жүргізуде эксперимент барысында 6B05449-Математика білім беру бағдарламасының екінші курсына екі топта 50 білім алушы бар. Осы екі топтан эксперименттік топқа - 26, бақылау тобына -24 білім алушыдан бөлінді. «Математикалық талдау II» пәніне практикалық сабаққа 3 сағат бөлінгендіктен, білім алушылар практикалық сабақтың 2 сағатын дәстүрлі түрде шығарса, осы практикалық сабаққа бөлінген сағаттың бір сабағын дәстүрлі жолмен шығарылған есептерді Maple компьютерлік математикалық жүйесінде шығарып шешімін алуға машықтанды. Аталған топтар ішінде эксперименттік топтың білім алушылары үй тапсырмасын аналитикалық жолмен және сол есептерді Maple компьютерлік бағдарламалық жүйесінде орындады. Өзіндік жұмыстар кезінде білім алушылар өздері шығарған есептерін жоба ретінде қорғады. Эксперимент нәтижесі төмендегі 1-суретте көрсетілді.

«Математикалық талдау II» пәнін білім алушылардың меңгеру деңгейі

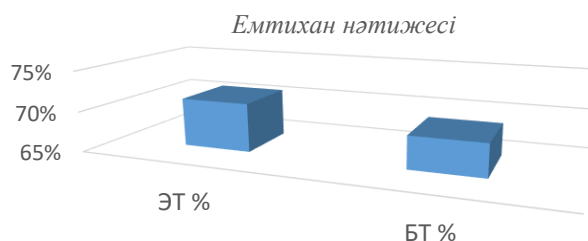


Сурет 1. Эксперимент барысында «Математикалық талдау II» пәнін білім алушылардың меңгеру деңгейі

Өзіндік жұмыс нәтижелерін талдай отырып, мынадай қорытынды жасауға болады:

1. Білім алушылар бағдарлама мәзірін және олардың интерфейсін жақсы меңгерген.
2. Анықталмаған және анықталған интегралдарды тез және дұрыс табу жолдарын үйренді.

Ал осы топтарда емтихан жазбаша түрде қабылданды. Емтихан нәтижесі 2-ші суретте көрсетілді.



Сурет 2. Эксперимент барысында «Математикалық талдау II» пәнін білім алушылардың емтихан нәтижесі

2-ші суреттегі емтихан нәтижесін талдау барысында оқытудың әртүрлі тәсілдеріне қарамастан, эксперимент тобы мен бақылау тобының үлгерімдерінің нәтижелері бірдей болды деп айта аламыз. Бірақ эксперименттік топтағы білім алушылар есептеу тәжірибесін жинап, математикалық бағдарламалық қамтамасыз етудің жолдарын меңгерді.

Қорытынды

Қазіргі уақытта әлемде ғылым мен техника қарқынды дамуда. Біз білім алушыларға жаңа технологиялар мен ғылым салаларын меңгертуге күш жұмсауымыз керек. Қазіргі жастардың компьютерге қызығушылықтары жоғары және білім алушылардың көпшілігі есептердің шығарылуы ұзақ болғандықтан шығаруға қиналады. Сондықтан кейбір есептерді Maple бағдарламасында шығару тез, әрі нақты жауап ала аламыз. Maple қарапайым және күрделі математикалық есептерді орындауға арналған өте тиімді бағдарлама болып табылады. Зерттеу барысында Maple – компьютерлік математиканың қуатты, әрі жан – жақты дамыған бағдарлама екендігіне көз жеткіздік. Maple бағдарламасы математикалық есептердің шешімін тауып, есептердің шешімін графикалық түрде ала аламыз. Қорытындылай келе практикалық жағдайларда Maple бағдарламасы болашақта математикалық есептерді шешуде оңтайланғаны, жастарды қызықтыруға болатынын көрдік. Болашақта Maple бағдарламасын мектеп оқушыларымен қатар мұғалімдер өздеріне көмекші құрал ретінде қолдану арқылы мектепте сабақ уақытында оқушылардың қызығушылықтарын оята алады, әсіресе математика пәнінің жас мамандарына бұл бағдарламаның көрсетер көмегі көп.

Пайдаланылған дереккөздер тізімі

- [1] Emmanuel K.S., Joshua K.S., Alex O., Leonard K.E. (2021), *Effective Application of Maple Software to Reduce Student Teachers' Errors In Integral Calculus*. African Journal of Mathematics and Statistics Studies 4(3), 64-78. DOI URL: <https://doi.org/10.52589/AJMSS-WRFGFPIH>
- [2] Barana, A., Fissore, C., Marchisio, M., Pulvirenti, M. (2020c) *Teacher Training For The Development Of Computational Thinking And Problem Posing & Solving Skills With Technologies*. Proceedings of the 16th eLearning and Software for Education Conference (eLSE 2020), pp. 136-144. <https://doi.org/10.12753/2066-026X-20-103>
- [3] Barana, A., et al.: *The role of an advanced computing environment in teaching and learning mathematics through problem posing and solving*. In: *Proceeding of the 15th International Scientific Conference eLearning and Software Education*, vol. 2, pp. 11–18 (2019). <https://doi.org/10.12753/2066-026X-19-070>
- [4] Matteo Sacchet. 2022. *Ten Tips for Successful Creation of Contextualized Problems for Secondary School Students with Maple*. Maple Trans. 2, 1, Article 14446 (2022). <https://doi.org/10.5206/mt.v2i1.14446>
- [5] Баймахан Н.М., Ибрагимов Р. *Особенности применения пакета Maple в школьном курсе математики*. // Вестник ЮКГПУ. –2021. – № 4(26). - С. 89-93. DOI:10.47751/skspu-1937-0020
- [6] Калимбетов Б.Т., Қулачова Г.Р. *Maple компьютерлік математика жүйесін қолдана отырып сандық тізбектердің шегін оқытуды жетілдіру* // Ясауи университетінің хабаршысы. – 2021. – №4 (122). –Б. 57–72. <https://doi.org/10.47526/2021-4/2664-0686.06>
- [7] Ayoub, T.J., Basu, K., Jeffrey, D.J. (2021). *Bernoulli's Problem $x^y=y^x$ and Maple*. In: Corless, R.M., Gerhard, J., Kotsireas, I.S. (eds) *Maple in Mathematics Education and Research*. MC 2020. Communications in Computer and Information Science, vol 1414. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-81698-8_5
- [8] Salleh, Tuan Salwani Awang @; Zakaria, Effandi . (2013). *Enhancing Students' Understanding in Integral Calculus through the Integration of Maple in Learning*. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 102(), 204–211. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.734>
- [9] Marshall, N., Buteau, C., Jarvis, D. H., & Lavicza, Z. *Do mathematicians integrate computer algebra systems in university teaching? Comparing a literature review to an international survey study*. Computer & Education, 58, 423–434. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compedu.2011.08.020>
- [10] Kovács, Z., Recio, T., & Vélez, M. P. (2020). *Merging Maple and GeoGebra Automated Reasoning Tools*. Springer, Cham, 252-267. DOI: [10.1007/978-3-030-81698-8_17](https://doi.org/10.1007/978-3-030-81698-8_17)

[11] Кузнецова О.С., Кирсанов М.Н. Математический анализ. Сборник задач и решений с применением системы Maple: учебное пособие. – Москва: ИНФРА-М, 2021. – 375 с. DOI: [10.12737/1160964](https://doi.org/10.12737/1160964)

[12] Дьяконов, В.П. Энциклопедия компьютерной алгебры. – М.: ДМК-Пресс, 2016. – 1268 с

[13] Кыдырбаева А.Б., Муқанова Ж.Г., Акишев Т.Б. Использование систем компьютерной математики в курсе средней школы // ВЕСТНИК КазНПУ им. Абая, серия «Физико-математические науки» – 2022. – №1 (77). – С. 188–192. <https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.26>

References

[1] Emmanuel K.S., Joshua K.S., Alex O., Leonard K.E. (2021), *Effective Application of Maple Software to Reduce Student Teachers' Errors In Integral Calculus*. *African Journal of Mathematics and Statistics Studies* 4(3), 64-78. DOI URL: <https://doi.org/10.52589/AJMSS-WRFGFPIH>

[2] Barana, A., Fissore, C., Marchisio, M., Pulvirenti, M. (2020c) *Teacher Training For The Development Of Computational Thinking And Problem Posing & Solving Skills With Technologies*. *Proceedings of the 16th eLearning and Software for Education Conference (eLSE 2020)*, pp. 136-144. <https://doi.org/10.12753/2066-026X-20-103>

[3] Barana, A., et al.: *The role of an advanced computing environment in teaching and learning mathematics through problem posing and solving*. In: *Proceeding of the 15th International Scientific Conference eLearning and Software Education*, vol. 2, pp. 11–18 (2019). <https://doi.org/10.12753/2066-026X-19-070>

[4] Matteo Sacchet. 2022. *Ten Tips for Successful Creation of Contextualized Problems for Secondary School Students with Maple*. *Maple Trans.* 2, 1, Article 14446 (2022). <https://doi.org/10.5206/mt.v2i1.14446>

[5] Baimakhan N.M., Ibragimov R. (2021) *Osobennosti primeneniia paketa Maple v shkol'nom kurse matematiki [Features of using the Maple package in the school mathematics course]*. *Vestnik IuKGPU*, № 4(26), 89–93. (In Russian). DOI:10.47751/skspu-1937-0020

[6] Kalimbetov B.T., Kulachova G.R. (2021) *Maple komp'iuterlik matematika zhuiesin qoldana otyryp sandyq tizbekterdin shegin oqytudy zhetildiru [Improving the teaching of the limit of numerical sequences using the Maple computer mathematics system]*. *Iasau universitetinin habarshysy*, №4 (122), 57–72. (In Kazakh). <https://doi.org/10.47526/2021-4/2664-0686.06>

[7] Ayoub, T.J., Basu, K., Jeffrey, D.J. (2021). *Bernoulli's Problem $x^y=y^x$ and Maple*. In: Corless, R.M., Gerhard, J., Kotsireas, I.S. (eds) *Maple in Mathematics Education and Research*. MC 2020. *Communications in Computer and Information Science*, vol 1414. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-81698-8_5

[8] Salleh, Tuan Salwani Awang @; Zakaria, Effandi . (2013). *Enhancing Students' Understanding in Integral Calculus through the Integration of Maple in Learning*. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 102(0), 204–211. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.734>

[9] Marshall, N., Buteau, C., Jarvis, D. H., & Lavicza, Z.. *Do mathematicians integrate computer algebra systems in university teaching? Comparing a literature review to an international survey study*. *Computer & Education*, 58, 423–434. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compedu.2011.08.020>

[10] Kovács, Z., Recio, T., & Vélez, M. P. (2020). *Merging Maple and GeoGebra Automated Reasoning Tools*. Springer, Cham, 252-267. DOI: [10.1007/978-3-030-81698-8_17](https://doi.org/10.1007/978-3-030-81698-8_17)

[11] Kuznetsova O.S., Kirsanov M.N. (2021) *Matematicheskii analiz. Sbornik zadach i reshenii s primeneniem sistemy Maple: uchebnoe posobie [Mathematical analysis. Collection of problems and solutions using the Maple system: textbook]*. Moskva: INFRA-M, 375 p. (In Russian). DOI:10.12737/1160964

[12] D'iaconov, V.P. (2016) *Entsiklopediia komp'iuternoï algebry [Encyclopedia of computer algebra]*. M.: DМК-Press, 1268 p. (In Russian).

[13] Kydyrbaeva A.B., Mukanova Zh.G., Akishev T.B. (2022) *Ispol'zovanie sistem komp'iuternoï matematiki v kurse srednei shkoly [The use of computer mathematics systems in the secondary school course]*. *Vestnik KazNPU im. Abaia, seriia «Fiziko-matematicheskie nauki»*, №1 (77), 188–192. (In Russian). <https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.26>