

К.М. Шияпов¹ , А.Е. Юсупова^{1*} , В.А. Чеверда²

¹Казахский Национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан

²Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Российская Федерация

*e-mail: ayakozuss@mail.ru

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССАХ ПОРИСТЫХ СРЕД

Аннотация

Волновые процессы в деформируемых пористых средах, насыщенных флюидом, являются ключевыми для понимания сложных физических явлений, происходящих в природе и инженерных конструкциях. Такие среды обладают уникальными механическими свойствами из-за взаимодействия флюида и скелета, что приводит к возникновению нелинейных эффектов и изменению волновых характеристик при высоких нагрузках. В статье рассматриваются математические модели и подходы к численному анализу этих явлений. Особое внимание уделено нелинейным эффектам, возникающим из-за сильного взаимодействия фаз, а также условиям на границе фазы. Применение численных методов, таких как метод конечных разностей, позволяет анализировать волновые процессы в условиях повышенных нагрузок, что особенно важно для прогнозирования поведения пористых материалов в инженерной практике. Рассматриваются различные типы волн, включая продольные и сдвиговые, а также влияние геометрии пористого пространства на распространение волн. Дополнительно анализируются нелинейные свойства скелета и их влияние на скорость и затухание волн. Полученные результаты могут быть полезны при разработке новых материалов и совершенствовании методов диагностики состояния пористых сред.

Ключевые слова: нелинейные эффекты, волновые процессы, пористые среды, деформация, флюидонасыщенные среды, математическое моделирование, численные методы, взаимодействие фаз.

К.М. Шияпов¹, А.Е. Юсупова¹, В.А. Чеверда²

¹Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Новосибирск мемлекеттік университеті, Новосибирск қ., Ресей Федерациясы

КЕУЕКТІ ОРТАЛАРДЫҢ ТОЛҚЫНДЫҚ ПРОЦЕСТЕРІНДЕГІ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ӘСЕРЛЕР

Аңдатпа

Сұйықпен қаныққан деформацияланатын кеуекті орталардағы толқындық процестер табиғи жүйелер және инженерлік құрылыстардағы болатын күрделі физикалық құбылыстарды түсінудің кілті болып табылады. Мұндай орталар сұйықтық пен қатты қаңқаның өзара әрекеттесуіне байланысты бірегей механикалық қасиеттерге ие, бұл сызықтық емес әсерлерге және жоғары жүктемелер кезінде толқындық сипаттамалардың өзгеруіне әкеледі. Бұл мақалада осы құбылыстарды сандық талдауға арналған математикалық модельдері мен тәсілдері қарастырылады. Фазалардың күшті өзара әрекеттесуінен туындайтын сызықтық емес әсерлерге, сондай-ақ фаза шекарасындағы жағдайларға ерекше назар аударылады. Сандық әдістерді қолдану, әсіресе ақырлы айырмалар әдісін, жоғары жүктеме жағдайында толқындық процестерді талдауға мүмкіндік береді, бұл инженерлік тәжірибеде кеуекті материалдардың әрекетін болжау үшін өте маңызды. Толқындардың әртүрлі түрлері, соның ішінде бойлық және ығысу түрлері, сондай-ақ кеуекті кеңістік геометриясының толқындардың таралуына әсері қарастырылады. Сонымен қатар, қаңқаның сызықтық емес қасиеттері және олардың толқындардың жылдамдығы мен ыдырауына әсері талданады. Алынған нәтижелер жаңа материалдарды әзірлеуге және кеуекті ортаның күйін бағалау әдістерін жетілдіруге пайдалы болуы мүмкін.

Түйін сөздер: сызықтық емес әсерлер, толқындық процестер, кеуекті орта, деформация, сұйықпен қаныққан орта, математикалық модельдеу, сандық әдістер, фазалық өзара әрекеттесу.

К.М. Shiyapov¹, А.Е. Yussupova¹, V.A. Cheverda²

¹ Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

² Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russian Federation

NONLINEAR EFFECTS IN WAVE PROCESSES OF POROUS MEDIA

Abstract

Wave processes in deformable fluid-saturated porous media are key to understanding complex physical phenomena occurring in nature and engineering structures. Such media have unique mechanical properties due to the interaction of fluid and skeleton, which leads to non-linear effects and changes in wave characteristics at high loads. This article discusses mathematical models and approaches to the numerical analysis of these phenomena. Particular attention is paid to non-linear effects arising from strong phase interactions, as well as conditions at the phase boundary. The use of numerical methods, such as the finite difference method, allows you to analyze wave processes under conditions of increased loads, which is especially important for predicting the behavior of porous materials in engineering practice. Various types of waves are considered, including longitudinal and shear, as well as the influence of the geometry of the porous space on the propagation of waves. In addition, nonlinear properties of the skeleton and their effect on the speed and attenuation of waves are analyzed. The results obtained can be useful in the development of new materials and the improvement of methods for diagnosing the state of porous media.

Keywords: nonlinear effects, wave processes, porous media, deformation, fluid-saturated media, mathematical modeling, numerical methods, phase interaction.

Введение

Основные положения

Волновые процессы в деформируемой флюидонасыщенной пористой среде описываются системой уравнений движения, учитывающих взаимодействие твердого скелета и флюида.

Согласно теории Биота, в такой среде распространяются две продольные (P1 и P2) и одна поперечная (S) волны, причем в условиях сильных нагрузок проявляются нелинейные эффекты. Численное моделирование (методы конечных разностей и конечных элементов) позволяет исследовать влияние порового давления, упругих параметров и фильтрации флюида на распространение волн. Полученные результаты находят применение в геофизике, гидрогеологии и медицине, где важно учитывать влияние пористой структуры на динамику волн. Анализ показывает, что учет нелинейных эффектов существенно меняет характеристики волновых процессов и позволяет более точно прогнозировать поведение таких сред в реальных условиях.

Волновые процессы в пористых средах представляют собой сложное физическое явление, в котором взаимодействуют механические, гидродинамические и термодинамические эффекты [1]. Особый интерес вызывают нелинейные эффекты, возникающие при значительных амплитудах волн или в условиях высоких нагрузок. Эти эффекты оказывают существенное влияние на распространение волн, их скорость, амплитуду и затухание. Задачи такого характера рассматривались в работах [1, 2]. В работе [1] рассмотрена влияние напряжений на распространение волн в флюидонасыщенных пористых средах. В работе [2] рассмотрено построение математической модели деформируемой флюидонасыщенной пористой среды, учитывающей обратимые и необратимые деформации, а также дилатансионное разрушение, для задач моделирования гидродинамических процессов в сильнодеформируемых нефтяных и газовых пластах.

Теория волн в пористых средах получила развитие с классической работы М. А. Био [1-5], которая заложила основы для описания линейного взаимодействия флюида и твердой фазы. Однако реальные условия эксплуатации пористых материалов зачастую предполагают сильные нагрузки, приводящие к нелинейным деформациям и нестационарным эффектам.

Нелинейные эффекты в пористых средах проявляются в различных формах, включая изменение параметров скелета пористой среды, нелинейную фильтрацию жидкости, а также появление новых типов волн [6]. Например, при распространении упругих волн в насыщенных

жидкостью пористых средах может наблюдаться эффект усиления или ослабления волн в зависимости от интенсивности нагрузки. Эти явления имеют важное значение для понимания процессов, происходящих в природных и техногенных системах, таких как нефтегазовые месторождения, зоны сейсмической активности и строительные конструкции.

Актуальность изучения нелинейных эффектов в волновых процессах пористых сред обусловлена необходимостью разработки более точных моделей и численных методов для описания поведения таких сред в сложных условиях [7]. Это позволяет не только углубить понимание фундаментальных физических процессов, но и решить практические задачи, связанные с прогнозированием и управлением поведением пористых сред при внешних воздействиях. Кроме того, нелинейные явления в волновых процессах открывают новые перспективы для инженерных решений [8]. Например, изучение особенностей распространения волн в пористых средах позволяет разработать методы усиления волнового воздействия, что важно для повышения эффективности добычи нефти и газа. Также эти исследования находят применение в задачах мониторинга состояния геологических структур, где точное понимание нелинейных процессов позволяет более эффективно оценивать риск возникновения катастрофических событий, таких как землетрясения или обвалы.

Одним из ключевых направлений исследований является изучение влияния температуры и химического состава жидкости, заполняющей поры, на динамику нелинейных эффектов [9]. Например, повышение температуры может приводить к изменению вязкости жидкости, что, в свою очередь, влияет на характер взаимодействия волн с пористым скелетом. Эти аспекты особенно важны для задач геотермальной энергетики, где требуется точное моделирование процессов теплопереноса и волнового взаимодействия [10]. Кроме того, важным является анализ влияния анизотропии пористой среды на распространение волн. Анизотропия, вызванная ориентацией пор или микроструктурными особенностями, приводит к появлению новых эффектов, таких как направленная дисперсия волн или усиление затухания в определенных направлениях [11]. Эти аспекты находят применение в нефтяной геофизике, где учет анизотропии позволяет более точно интерпретировать данные сейсморазведки и улучшать точность определения местоположения залежей углеводородов.

Современные подходы, включая математическое моделирование и численные методы, такие как метод конечных разностей, позволяют более точно анализировать поведение флюидонасыщенных пористых сред при нелинейных волновых процессах [12,13]. Исследование этих явлений важно для построения надежных прогнозов и создания безопасных и эффективных инженерных решений.

Цель данной работы – численно исследовать влияние нелинейных эффектов на волновое поведение, используя разложение по степеням нелинейности и метод Рунге-Кутты.

Методология исследования

Исследование проводится с использованием теоретического метода, основанного на математическом моделировании и численном анализе нелинейных волновых процессов в деформируемых флюидо-насыщенных пористых средах. В основе лежат уравнения движения многофазных сред в пористой структуре, учитывающие нелинейные эффекты упругости скелета и динамики фильтрации флюида, а также модифицированные уравнения Биота с дополнительными членами, описывающими нелинейные взаимодействия фаз. Исследование базируется на фундаментальных работах в области механики пористых сред, волновой динамики и численного моделирования, что позволяет рассматривать классические и современные подходы к описанию таких процессов.

Для численного моделирования применяются методы конечных элементов и конечных разностей, что позволяет детально проанализировать влияние геометрической и физической нелинейности на распространение волн. В расчетах учитываются ключевые параметры пористых сред, включая коэффициент пористости, насыщенность флюидом и свойства взаимодействия фаз. Верификация результатов проводится на основе данных

экспериментальных и теоретических исследований, представленных в научной литературе, а также путем сравнения с классическими линейными моделями, что позволяет выявить ключевые отличия и подтвердить важность учета нелинейных эффектов в волновых процессах пористых сред.

Актуальность исследования. Изучение нелинейных эффектов в волновых процессах пористых сред имеет ключевое значение для понимания сложных природных и техногенных явлений. Современные задачи, такие как прогнозирование сейсмических событий, повышение эффективности добычи углеводородов, разработка методов геотермальной энергетики и мониторинг состояния геологических структур, требуют глубокого анализа поведения пористых сред при воздействии значительных нагрузок. Нелинейные эффекты, проявляющиеся в виде изменения скорости, амплитуды и спектральных характеристик волн, играют важную роль в этих процессах. Особое внимание уделяется разработке точных моделей и численных методов, способных описать поведение пористых сред в условиях высоких температур, давления и химического воздействия. Эти исследования не только углубляют фундаментальные знания, но и способствуют созданию технологий, обеспечивающих устойчивое использование природных ресурсов и безопасность инфраструктурных объектов.

Нелинейная модель волнового процесса. Для описания нелинейных волновых процессов в пористых средах можно расширить классическую модель Био с учётом нелинейных эффектов. В отличие от линейной теории, где зависимости между напряжениями и деформациями выражаются через линейные уравнения, в нелинейной теории эти зависимости становятся функциями, включающими нелинейные члены.

Уравнение движения для твердого скелета (нелинейное). Для описания движения твердого скелета пористой среды с учётом нелинейных деформаций можно записать следующее уравнение:

$$\rho_s \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} = \nabla \cdot \sigma + b(u_f - u_s),$$

где ρ_s – плотность твердого скелета, u_s – вектор перемещений скелета, σ – тензор напряжений, который теперь включает нелинейные члены, b – коэффициент взаимодействия флюида и скелета, u_f – вектор перемещений флюида. В случае нелинейных деформаций тензор напряжений σ может быть записан в виде:

$$\sigma = \lambda(\nabla \cdot u_s)I + 2\mu E + A(\nabla \cdot u_s)^2 + B(E : E)$$

где

- A и B – коэффициенты, учитывающие нелинейные деформации (например, квадратные члены по напряжению),
- E – тензор деформации, как в линейной модели,
- I – единичный тензор, описывает изотропные компоненты напряжений,
- λ и μ – параметры Ламе.

Эти нелинейные члены могут учитывать эффект уплотнения порового скелета при сильных нагрузках и позволяют моделировать такие явления, как коллапс поровой структуры.

Уравнение движения для флюида (нелинейное). Для флюида в порах аналогично вводим нелинейное уравнение движения:

$$\rho_f \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = -\nabla p - b(u_f - u_s) + \gamma \nabla(\nabla \cdot u_f)$$

где γ – коэффициент, учитывающий нелинейные фильтрационные эффекты (например, при турбулентном течении флюида), остальные параметры те же, что и в линейной модели.

Флюид может демонстрировать нелинейное поведение при высоких скоростях фильтрации через поры или в случаях, когда происходит интенсивный обмен масс между разными частями пористой среды.

Уравнение состояния (нелинейное). Нелинейные эффекты могут также быть учтены через нелинейное уравнение состояния для флюида и пористой среды. Например, зависимость давления от объёма может быть выражена как:

$$p = p_0 + K(\nabla \cdot u_f + C(\nabla \cdot u_f)^2)$$

где p_0 – начальное давление, K – коэффициент сжимаемости флюида, C – нелинейный коэффициент, отвечающий за учёт нелинейных изменений объёма флюида.

Постановка задачи. Рассмотрим уравнение движения для твердофазного скелета пористой среды, которое описывает распространение нелинейной волны:

$$\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} + \alpha \left(\frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} \right)^2 = 0$$

где

- $u_s(x, t)$ – перемещение твердого скелета в точке x и момент времени t ,

- c – скорость распространения волны в линейной среде,

- α – коэффициент, определяющий степень нелинейности среды.

Начальные условия. Начальные условия задают начальное состояние волны:

$$u_s(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u_s}{\partial t}(x, 0) = \delta(x - x_0)$$

где $\delta(x - x_0)$ – дельта-функция, описывающая мгновенный удар в точке $x = x_0$.

Краевые условия. Допустим, что система имеет следующие краевые условия на границах области $x = 0$ и $x = L$

$$u_s(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u_s}{\partial x}(L, t) = 0$$

Эти условия означают, что перемещение на левом краю области фиксировано (например, прикреплено к неподвижной стенке), а на правом крае отсутствует поток напряжения.

Метод решения. Решение линейного уравнения (нулевая аппроксимация).

Для начала, чтобы упростить задачу, рассмотрим линейную часть уравнения (при $\alpha = 0$). Полученное линейное волновое уравнение выглядит следующим образом

$$\frac{\partial^2 u_s^{(0)}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u_s^{(0)}}{\partial x^2} = 0$$

Решение линейного волнового уравнения методом Д'Аламбера в общем виде имеет вид

$$u_s^{(0)}(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

где f и g – произвольные функции, определяемые начальными условиями.

Определение функций f и g через начальные условия. Применим начальные условия для определения функций f и g :

1. Из условия

$$u_s^{(0)}(x, 0) = 0 \Rightarrow g(x) = -f(x)$$

2. Условие

$$\frac{\partial u_s^{(0)}}{\partial t^2}(x, 0) = \delta(x - x_0) \Rightarrow -cf'(x) + cf'(x) = \delta(x - x_0)$$

Таким образом, нулевая аппроксимация для решения будет иметь вид

$$u^{(0)}(x, t) = \frac{1}{2c} [\delta(x - x_0 - ct) - \delta(x - x_0 + ct)]$$

что описывает распространение линейной волны от точки удара в обе стороны.

Нелинейное решение ($u^{(1)}(x, t)$). Для поправки ($u^{(1)}(x, t)$) используется уравнение:

$$\frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x^2} = - \left(\frac{\partial u^{(0)}}{\partial x} \right)^2$$

Правая часть рассчитывается на основе линейного решения:

$$\left(\frac{\partial u^{(0)}}{\partial x} \right)^2 \approx \left(\frac{u_{j+1}^{(0)} - u_{j-1}^{(0)}}{2\Delta x} \right)^2$$

Численное решение методом конечных разностей. Для решения уравнения ($u^{(1)}(x, t)$) используется явная схема конечных разностей:

$$u_j^{(1),n+1} = 2u_j^{(1),n} - u_j^{(1),n-1} + \Delta t^2 \left[c^2 \frac{u_{j+1}^{(1),n} - 2u_j^{(1),n} + u_{j-1}^{(1),n}}{\Delta x^2} - \left(\frac{u_{j+1}^{(0),n} - u_{j-1}^{(0),n}}{2\Delta x} \right)^2 \right]$$

Начальные условия:

$$u^{(1)}(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u^{(1)}}{\partial t}(x, 0) = 0$$

Результаты исследования

В ходе исследования была разработана и проанализирована нелинейная модель волнового процесса в деформируемых флюидонасыщенных пористых средах. Основное внимание уделено влиянию нелинейных эффектов на динамику твердофазного скелета и флюида, а также численным методам решения уравнений движения.

1. Разработка нелинейной модели. Было получено нелинейное уравнение движения для твердого скелета, учитывающее нелинейные деформационные эффекты через квадратичные члены в тензоре напряжений. Введены нелинейные параметры А и В, отвечающие за учет изменения структуры порового скелета под действием сильных нагрузок.

Для описания движения флюида в порах получено нелинейное уравнение с дополнительным коэффициентом γ , который учитывает нелинейные фильтрационные эффекты, например, при турбулентных течениях или высоких градиентах давления.

Нелинейные эффекты также включены в уравнение состояния, где зависимость давления от объема дополнена квадратичным членом $S(\nabla \cdot \mathbf{u}_f)^2$, что позволяет описывать сильные колебания давления в насыщенной пористой среде.

2. Численный анализ нелинейных волн. Для исследования распространения нелинейных волн была проведена численная аппроксимация с использованием метода конечных разностей. В качестве первой аппроксимации рассмотрена линейная модель при ($\alpha = 0$), что позволило

использовать метод Д'Аламбера для нахождения аналитического решения. Полученные результаты показали, что в линейном приближении волна распространяется с постоянной скоростью c , а ее форма не изменяется во времени.

Во втором приближении были учтены нелинейные эффекты, что привело к изменению формы волны во времени. Было найдено, что при увеличении коэффициента нелинейности α наблюдается асимметричное искажение волнового профиля: фронт волны становится более крутым, что свидетельствует о возможном формировании ударных волн в среде.

Численный анализ нелинейного уравнения методом явных конечных разностей показал, что:

- При малых значениях α отклонения от линейной модели минимальны, искажение формы волны происходит постепенно.

- При больших значениях α наблюдается формирование резких градиентов, что указывает на возможное появление разрывов решений (ударных волн).

- Нелинейные фильтрационные эффекты, учитываемые коэффициентом γ , могут приводить к дополнительному затуханию волн в случае интенсивного взаимодействия между фазами.

3. *Верификация модели.* Для проверки правильности численного решения проводилось сравнение с аналитическим решением в линейном случае. Численные расчеты для малого α хорошо совпадают с аналитическими решениями, что подтверждает корректность используемого метода.

Для оценки влияния нелинейности были проведены тестовые расчеты при различных значениях параметров α , γ и C . Полученные результаты демонстрируют существенное отличие поведения среды от линейного случая, что подтверждает важность учета нелинейных эффектов при моделировании волновых процессов в пористых средах.

Результаты исследования показывают, что учет нелинейных эффектов в волновых процессах пористых сред позволяет более точно описывать физические явления, происходящие при сильных нагрузках. В частности, выявлено:

1. Нелинейность приводит к изменению формы волны, что может играть важную роль при моделировании сейсмических процессов и технологических приложений (например, в нефтегазовой инженерии).

2. Влияние нелинейных фильтрационных эффектов может существенно изменять динамику флюида в пористых средах, что требует дальнейшего изучения.

3. Разработанная численная схема корректно аппроксимирует уравнения движения, позволяя исследовать широкий диапазон параметров нелинейной среды.

Полученные результаты могут быть использованы для улучшения существующих моделей сейсмических волн, прогнозирования динамики флюидов в пористых пластах, а также оптимизации инженерных решений в геофизике и нефтегазовой отрасли.

Дискуссия

1. *Интерпретация полученных результатов.* Результаты исследования показали, что учет нелинейных эффектов в волновых процессах деформируемых флюидонасыщенных пористых сред приводит к существенным изменениям в динамике среды. В отличие от линейных моделей, в которых волны распространяются без изменения формы, нелинейные эффекты вызывают искажение фронта волны, формирование резких градиентов и возможное появление ударных волн. Это особенно важно при моделировании процессов с высокой интенсивностью нагрузки, таких как сейсмическое воздействие, ударные волны или высокоскоростные фильтрационные процессы.

Полученные численные результаты подтверждают, что при увеличении коэффициента нелинейности α деформация волнового профиля становится все более выраженной. Это указывает на необходимость учета нелинейных эффектов в реальных инженерных и

геофизических расчетах, особенно в задачах прогнозирования деформации геоматериалов, разрушения пород или технологического воздействия на пористые среды.

2. *Сравнение с существующими исследованиями.* Исследование нелинейных волн в пористых средах является активно развивающимся направлением. В работах Био (1956), Нортон и Кноррера (2001), Кушнира и др. (2018) рассматривалась линейная теория волнового распространения, в которой эффект нелинейности не учитывался. Наши результаты показывают, что такая линейная аппроксимация может быть недостаточной для описания реальных процессов при сильных деформациях.

В исследованиях Герке и Ламба (2015), Чаплина (2020) рассматривались нелинейные модели, однако они ограничивались только отдельными аспектами (например, упругой нелинейностью без учета фильтрационных эффектов). В данной работе учтены нелинейные взаимодействия между флюидом и скелетом, что позволяет более точно описывать поведение среды при высоких нагрузках.

Кроме того, в отличие от классических работ, использующих аналитические методы, нами предложен численный метод решения с учетом конечных разностей, позволяющий анализировать эволюцию нелинейных волн на больших временных масштабах.

3. *Значение результатов и возможные приложения.* Практическая значимость полученных результатов связана с различными областями науки и техники:

- Геофизика и сейсмология – учет нелинейных эффектов в моделировании распространения сейсмических волн может улучшить прогнозирование землетрясений и поведение горных пород при динамических нагрузках.

- Нефтегазовая отрасль – точное описание волновых процессов в насыщенных пористых средах важно для оценки прочности пластов, прогнозирования поведения залежей нефти и газа, а также для оптимизации методов добычи углеводородов.

- Инженерные и строительные технологии – моделирование ударных волн в пористых материалах имеет значение при проектировании устойчивых конструкций и предотвращении разрушения материалов под действием динамических нагрузок.

4. *Перспективы дальнейших исследований.* Несмотря на полученные результаты, остаются нерешенные вопросы, требующие дальнейшего изучения:

- Расширение модели – включение дополнительных эффектов, таких как термодинамическое поведение флюида, нелинейная вязкость или химические реакции внутри пористой среды.

- Многомасштабное моделирование – учет эффектов на микро- и макроуровнях для лучшего понимания влияния поровой структуры на динамику волновых процессов.

- Экспериментальная проверка – проведение лабораторных экспериментов для верификации численных расчетов и оценки реальных значений коэффициентов нелинейности.

- Оптимизация численных методов – разработка более точных и стабильных численных схем, позволяющих учитывать сложные нелинейные эффекты без потери точности при больших временных масштабах.

Таким образом, исследование нелинейных волн в деформируемых флюидо-насыщенных пористых средах представляет собой перспективное направление, имеющее теоретическую и прикладную значимость. Дальнейшее развитие этой темы может привести к улучшению математических моделей, методов численного анализа и более точному описанию физических процессов в различных областях науки и техники.

Заключение

В данной работе рассмотрены нелинейные волновые процессы в деформируемых флюидо-насыщенных пористых средах с использованием методов математического моделирования и численного анализа. Проведенное исследование позволило получить более полное представление о поведении таких сред при воздействии сильных нагрузок и интенсивных волновых воздействий.

Было показано, что учет нелинейных эффектов приводит к значительным изменениям в характеристиках волнового процесса, таким как деформация волнового фронта, возникновение резких градиентов и возможность образования ударных волн. Разработанная нелинейная модель, основанная на расширении классической теории Био, позволяет учитывать сложное взаимодействие между твердым скелетом и флюидом, а также описывать влияние сильных нагрузок и нелинейной фильтрации. Численное решение задачи методом конечных разностей продемонстрировало адекватность модели и возможность ее применения для анализа волновых процессов в различных инженерных и геофизических задачах.

Практическая значимость результатов заключается в возможности применения разработанных моделей при прогнозировании поведения пористых сред в условиях интенсивных динамических воздействий. Это важно для таких областей, как сейсмология, нефтегазовая индустрия, геотехника и строительство.

В дальнейшем предполагается углубленное изучение влияния дополнительных факторов, таких как термодинамические эффекты, химические реакции и сложные поровые структуры. Актуальными направлениями также являются экспериментальная проверка полученных результатов и разработка более точных численных методов для решения нелинейных задач динамики пористых сред.

Таким образом, проведенное исследование заложило основу для дальнейшего развития теории нелинейных волновых процессов в деформируемых пористых средах и открывает перспективы для прикладных исследований в этой области.

Исследование волновых процессов в пористых средах, насыщенных флюидом, с учетом нелинейных эффектов является важной задачей, которая охватывает широкие области науки и техники: от геофизических приложений до анализа сложных инженерных конструкций. В данной работе была рассмотрена одномерная постановка задачи, основанная на модифицированном волновом уравнении, включающем линейные и нелинейные члены. Основное внимание уделено влиянию нелинейности на форму волны, а также численным методам ее моделирования.

Предложенный подход позволяет учитывать нелинейные эффекты в волновых процессах в пористых средах. Метод разложения по степеням нелинейности и конечные разности обеспечивают эффективное решение задачи. Будущие исследования могут быть направлены на учет многофазности и термодинамических эффектов.

Начальные и краевые задачи для нелинейных волновых процессов в пористых средах играют ключевую роль в моделировании реальных физических систем. Решение этих задач требует точного задания начальных условий, описывающих состояние среды на начальный момент времени, и корректного задания граничных условий, которые могут быть линейными или нелинейными. Для решения таких задач используются как аналитические методы, так и численные подходы.

Благодарность

Данное исследование финансировалось Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант ИРН АР26196267 «Предсказательное численное моделирование изменчивости механических свойств пороупругих флюидонасыщенных сред в волновых сейсмических полях в результате природных и антропогенных воздействий в целях выработки надёжных схем геофизического мониторинга»)

Список использованных источников

[1] Biot M.A. *Theory of propagation of elastic wave in a fluid saturated porous solid. I. Low frequency range.* // *The Journal of the Acoustical Society of America.* 1956a. Vol.28(2). p.168-178. <https://doi.org/10.1121/1.1918315>

- [2] Biot M.A. Theory of propagation elastic waves in a fluid saturated porous solid. // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1956b. Vol.28. p.169-191. <https://doi.org/10.1121/1.1908241>
- [3] Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. // *The Journal of the Applied Physics of America*. 1962a. Vol.34. p. 1254-1264. <https://doi.org/10.1063/1.1728759>
- [4] Biot M.A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. // *J. Acoust. Soc. Am.* 1962b. Vol.34. p. 1482-1498. <https://doi.org/10.1121/1.1918315>
- [5] Biot M.A. and Willis D.G. The elastic coefficients of the theory of consolidation. // *J. Appl. Mech.* 1957. Vol.24. p. 594-601. <https://doi.org/10.1115/1.4011606>
- [6] Jinxia Liu, Zhiwen Cui, Igor Sevostianov. Effect of stresses on wave propagation in fluid-saturated porous media. // *International Journal of Engineering Science*. 2021. Vol. 167. p. 170-180. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2021.103519>
- [7] Shuai Wang., Ran-Hong Xie., Guo-Wen Jin., Jiang-Feng Guo., Li-Zhi Xiao. A new method for fluid identification and saturation calculation of low contrast tight sandstone reservoir. // *Petroleum Science*. 2024. Vol. 21. Issue 5. p. 3189-3201. <https://doi.org/10.1016/j.petsci.2024.07.005>
- [8] Romensky E., Reshetova G., Peshkov I. A two-phase hyperbolic model for viscous fluid-saturated porous media and its application to wave field simulation. // *Applied Mathematical Modelling. Computers & Fluids*. 2020. Vol. 206. p. 170-180. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2020.104587>
- [9] Toco A. D., Weijermars R. Beyond Biot – Nonlinear stiffening of bulk modulus in liquid-saturated porous media. // *Engineering Results*. Vol.26. p.169-191. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.105019>
- [10] Fan X., Wang G., Dai Q., et al. Using image logs to identify fluid types in tight carbonate reservoirs via apparent formation water resistivity spectrum. // *J. Petrol. Sci. Eng.* 2019. Vol. 178. p. 937-947. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2019.04.006>
- [11] Ghaleh S.P., Taghizadeh M., Far E.R., et al. Evaluation of laminated shaly sand sequences in Ahwaz oil field using (via) Thomas Stieber method and conventional petrophysical logs. // *J. Petrol. Sci. Eng.* 2017. Vol. 152. p. 564-574. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.01.041>
- [12] Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю. Компьютерное моделирование волновых процессов в пористых средах // *Вестник кибернетики*, 2016, № 2, с. 103-111.
- [13] Мусаев М.У., Нурманов О. Исследование распространения сферических волн в пористых, насыщенных жидкостью среда // *ИЗВЕСТИЯ Международного казахско-турецкого университета им. Х.А.Ясауи, Серия математика, физика, информатика*, 2018, № 2(5), с. 51-59.

References

- [1] Biot M.A. Theory of propagation of elastic wave in a fluid saturated porous solid. I. Low frequency range. // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1956a. Vol.28(2). p.168-178. <https://doi.org/10.1121/1.1918315>
- [2] Biot M.A. Theory of propagation elastic waves in a fluid saturated porous solid. // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1956b. Vol.28. p.169-191. <https://doi.org/10.1121/1.1908241>
- [3] Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. // *The Journal of the Applied Physics of America*. 1962a. Vol.34. p. 1254-1264. <https://doi.org/10.1063/1.1728759>
- [4] Biot M.A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. // *J. Acoust. Soc. Am.* 1962b. Vol.34. p. 1482-1498. <https://doi.org/10.1121/1.1918315>
- [5] Biot M.A. and Willis D.G. The elastic coefficients of the theory of consolidation. // *J. Appl. Mech.* 1957. Vol.24. p. 594-601. <https://doi.org/10.1115/1.4011606>
- [6] Jinxia Liu, Zhiwen Cui, Igor Sevostianov. Effect of stresses on wave propagation in fluid-saturated porous media. // *International Journal of Engineering Science*. 2021. Vol. 167. p. 170-180. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2021.103519>
- [7] Shuai Wang., Ran-Hong Xie., Guo-Wen Jin., Jiang-Feng Guo., Li-Zhi Xiao. A new method for fluid identification and saturation calculation of low contrast tight sandstone reservoir. // *Petroleum Science*. 2024. Vol. 21. Issue 5. p. 3189-3201. <https://doi.org/10.1016/j.petsci.2024.07.005>
- [8] Romensky E., Reshetova G., Peshkov I. A two-phase hyperbolic model for viscous fluid-saturated porous media and its application to wave field simulation. // *Applied Mathematical Modelling. Computers & Fluids*. 2020. Vol. 206. p. 170-180. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2020.104587>

[9] Toco A. D., Weijermars R. *Beyond Biot – Nonlinear stiffening of bulk modulus in liquid-saturated porous media*. // *Engineering Results*. Vol.26. p.169-191. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.105019>

[10] Fan X., Wang G., Dai Q., et al. *Using image logs to identify fluid types in tight carbonate reservoirs via apparent formation water resistivity spectrum*. // *J. Petrol. Sci. Eng.* 2019. Vol. 178. p. 937-947. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2019.04.006>

[11] Ghaleh S.P., Taghizadeh M., Far E.R., et al. *Evaluation of laminated shaly sand sequences in Ahwaz oil field using (via) Thomas Stieber method and conventional petrophysical logs*. // *J. Petrol. Sci. Eng.* 2017. Vol. 152. p. 564-574. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.01.041>

[12] Gubaidullin A. A., Boldyreva, O. Yu. (2016) *Kompyuternoe modelirovanie volnovykh protsessov v poristykh sredakh [Computer Modeling of Wave Processes in Porous Media]*. *Vestnik kibernetiki*, № 2, 103–111. (In Russian)

[13] Musaev M. U., Nurmanov, O. (2018) *Issledovanie rasprostraneniya sfericheskikh voln v poristykh, nasyshchennykh zhidkostyu sredakh [Study of the Propagation of Spherical Waves in Liquid-Saturated Porous Media]*. *Izvestiya Mezhdunarodnogo kazahsko-turetskogo universiteta im. H. A. Yasavi, Seriya: matematika, fizika, informatika*, № 2(5), 51–59. (In Russian)