

**МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ**  
**МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ**  
**METHODS OF TEACHING MATHEMATICS**

ГТАХР 14.07.07

10.51889/2959-5894.2025.92.4.010

**А. Айтуар<sup>1</sup>, Ж. Кеулимжаева<sup>2\*</sup>, Б. Омарбаева<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық зерттеу университеті, Астана қ., Қазақстан

\*e-mail: [zh.keulimzhayeva@mail.ru](mailto:zh.keulimzhayeva@mail.ru)

**GEOGEBRA БАҒДАРЛАМАСЫНЫҢ СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ОҚЫТУДАҒЫ  
6-СЫНЫП ОҚУШЫЛАРЫНЫҢ ОҚУ САПАСЫН АРТТЫРУҒА ӘСЕРІ**

*Аңдатпа*

Бұл жұмыста GeoGebra интерактивті компьютерлік бағдарламасының 6-сынып оқушыларының «Сызықтық теңсіздіктер» тақырыбын меңгеруіне әсері қарастырылды. Зерттеу мәселесі – оқушылардың теңсіздіктерді түсінуі мен визуализациялауында кездесетін қиындықтар, соның салдарынан математиканы оқудағы мотивациясының төмендеуі. Осыны шешу үшін квазиэксперименттік әдіс қолданылды: Алматы қаласындағы Махатма Ганди атындағы №92 лицейдің 30 оқушысы эксперименттік және бақылау топтарына бөлінді. Эксперименттік топта сабақтар GeoGebra арқылы, ал бақылау тобында дәстүрлі әдістермен жүргізілді. Деректер pre-test, post-test тестілері және Ликерт шкаласы бойынша сауалнама арқылы жиналды. Нәтижелер эксперименттік топтың оқу үлгерімі бақылау тобымен салыстырғанда айтарлықтай жоғары болғанын көрсетті (әсер мөлшері  $d = 0,819$ ). Сауалнама нәтижелері GeoGebra оқушылардың түсінуін, визуализация қабілетін, өзіне деген сенімділігін және пәнге қызығушылығын арттырғанын айқындады. Зерттеу қорытындысы бойынша, GeoGebra жалпы орта мектептерде, әсіресе сызықтық теңсіздіктерді оқытуда тиімді педагогикалық құрал болып табылады.

**Түйін сөздер:** теңсіздіктер, сызықтық алгебралық теңсіздіктер, Geogebra, эксперимент, визуализация.

**А. Айтуар<sup>1</sup>, Ж. Кеулимжаева<sup>2</sup>, Б. Омарбаева<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Казахский национальный женский педагогический университет, г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский агротехнический исследовательский университет имени С. Сейфуллина,  
г. Астана, Казахстан

**ВЛИЯНИЕ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA НА ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ  
УЧАЩИХСЯ 6 КЛАССА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ**

*Аннотация*

В данной работе рассмотрено влияние интерактивной компьютерной программы GeoGebra на усвоение учащимися 6 класса темы «Линейные неравенства». Проблема исследования заключается в том, что многие школьники испытывают трудности при понимании и визуализации неравенств, что снижает их мотивацию и учебные достижения по математике. Для решения этой проблемы был использован квазиэкспериментальный метод: 30 учащихся специализированного лицея №92 имени Махатмы Ганди города Алматы были разделены на экспериментальную и контрольную группы. В экспериментальной группе занятия проводились с использованием программы GeoGebra, в контрольной – традиционными методами. Данные были собраны с помощью pre-test и post-test

тестирования, а также анкетирования по шкале Лайкерта. Результаты показали, что учащиеся экспериментальной группы продемонстрировали значительно более высокий уровень успеваемости по сравнению с контрольной группой (размер эффекта  $d = 0,819$ ). По итогам опроса также выявлено, что GeoGebra способствует лучшему пониманию, развитию навыков визуализации, повышению уверенности и интереса к математике. Таким образом, GeoGebra можно рассматривать как эффективный педагогический инструмент для повышения качества обучения математике в средней школе, особенно при изучении линейных неравенств.

**Ключевые слова:** неравенства, линейные алгебраические неравенства, Geogebra, эксперимент, визуализация.

A. Aituar<sup>1</sup>, Zh.Keulimzhayeva<sup>2</sup>, B. Omarbayeva<sup>1</sup>

<sup>1</sup>kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>S.Seifullin Kazakh Agro Technical Research University, Astana, Kazakhstan

## THE IMPACT OF THE GEOGEBRA PROGRAM ON IMPROVING THE LEARNING QUALITY OF 6TH GRADE STUDENTS IN TEACHING LINEAR INEQUALITIES

### *Abstract*

This study investigates the impact of the interactive computer program GeoGebra on the academic performance of 6th-grade learners in the topic of linear inequalities. The research problem is that many students face difficulties in understanding and visualizing inequalities, which decreases their motivation and achievement in mathematics. To address this issue, a quasi-experimental design was employed with 30 students from Mahatma Gandhi Specialized Lyceum No. 92 in Almaty, divided into experimental and control groups. The experimental group was taught using GeoGebra, while the control group received lessons through traditional methods. Data were collected through pre-tests, post-tests, and a student survey using a Likert scale. The results showed that learners in the experimental group demonstrated significantly higher academic performance compared to the control group, with a large effect size ( $d = 0.819$ ). Survey findings also indicated that GeoGebra improved students' understanding, visualization skills, confidence, and interest in mathematics. The study concludes that GeoGebra is an effective pedagogical tool for enhancing the quality of mathematics education in secondary schools, particularly in teaching linear inequalities.

**Keywords:** inequalities, linear algebraic inequalities, Geogebra, experiment, visualization.

### **Кіріспе**

Сызықтық теңсіздіктер мектеп математикасының 6-сыныбынан бастап оқытылады. Сызықтық теңсіздіктер мектепте дәстүрлі әдіспен қатар, компьютерлік бағдарламалардың көмегімен де оқытуға болады. Жалпы математикалық қарапайым, күрделі есептерді шешуге әртүрлі компьютерлік пакеттер қолданылады, олар: Maple, Mathlab, Mathcad, Cabri 3D, Mathematica, Живая геометрия және т.б. Солардың кейбіреуін мектеп математикасын оқытуда кеңінен қолдануға болады, соның бірі компьютерлік интерактивті Geogebra бағдарламасы. GeoGebra бағдарламасын сабақта қолданудың тиімділігі мен маңыздылығы туралы көптеген зерттеулер жүргізілген. Мысалы, Zengin Y., Furkan H., Kutluca T. жұмысында GeoGebra бағдарламасының 8-сынып оқушыларына тригонометрияны оқытудағы оқушылардың оқу үлгеріміне әсерін зерттеген және GeoGebra бағдарламасының тригонометрия тақырыбын өту барысында қолдану тиімді, әрі оқушылардың визуализациясын жақсартуға көмектеседі деген қорытындыға келген [1]. Цифрлық ресурстар оқушыларды жан-жақты оқуға ынталандырады және математикалық модельдеуге, пішіндерді визуализациялауға көмектеседі. [2]-[4] жұмыстарында GeoGebra бағдарламасының оқушылардың геометриялық ұғымдарды және сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін түсінуіне әсерін, сонымен қатар Малайзиядағы математиканы оқытудағы GeoGebra бағдарламасының оқушылардың оқу үлгеріміне әсері мен тиімділіктері туралы зерттелінген. 2020 жылы жарияланған Mthethwa M., Bayaga A. жұмысында технологиялық ресурстардың қолжетімділігі шектеулі Оңтүстік Африкадағы кедейшілік деңгейі жоғары ауылдық жерлерде де GeoGebra бағдарламасын қолдану оқушылардың оқуына әсер етіп, мұғалімдердің оқытуға деген сеніміне оң әсер еткенін көрсеткен [5]. Жалпы Scopus деректер базасында «GeoGebra» тақырыбына арналған 1000-нан

астам, «GeoGebra and effect» кілттік сөзімен 130-ға жуық мақала жарияланған. Ал, компьютерлік эксперименттердің орны мен ролін анықтау мәселелерімен жақын шетелде де зерттеулер жасаған. Бірақ барлық жоғарыда келтірілген деректерде 5-7 сынып математикасының сызықтық алгебралық теңсіздіктер жүйесі тақырыбына қатысты, GeoGebra бағдарламасының көмегімен эксперименттер жүргізілмеген.

*Зерттеудің негізгі өзектілігі* – сызықтық теңсіздіктерді оқытуда дәстүрлі әдістердің шектеулілігі және оқушылардың бұл тақырыпты меңгеруде кездесетін қиындықтарын жеңілдету үшін жаңа педагогикалық технологияларды қолдану қажеттілігі өзекті мәселе болып табылады.

*Зерттеудің мақсаты* – 6-сынып оқушыларына сызықтық теңсіздіктерді оқыту барысында GeoGebra бағдарламасын пайдаланудың тиімділігін тәжірибелік тұрғыда анықтау.

Бұл мақсатқа жету үшін мынадай *міндеттер* қойылды:

1. Оқушылардың сызықтық теңсіздіктерді түсінудегі негізгі қиындықтарын талдау;
2. Эксперименттік топта сабақтарды GeoGebra арқылы, бақылау топта дәстүрлі әдіспен өткізу;
3. Pre-test және post-test нәтижелерін салыстыру арқылы оқу үлгеріміндегі айырмашылықтарды анықтау;
4. Оқушылардың қабылдау деңгейін бағалау үшін сауалнама жүргізу;
5. GeoGebra бағдарламасының оқу процесіндегі тиімділігі мен артықшылықтарын негіздеу.

*Зерттеудің күтілетін нәтижесі* – GeoGebra бағдарламасын пайдалану оқушылардың оқу үлгерімін арттырады, сызықтық теңсіздіктерді визуалды қабылдауын жеңілдетеді, пәнге деген қызығушылығын және өзіне деген сенімділігін күшейтеді.

Зерттеу жұмысы квазиэксперименттік әдіс арқылы жүргізілді. Бұл әдіс білім беру саласында жиі қолданылады, себебі толықтай кездейсоқ іріктеу жасау мектеп жағдайында мүмкін бола бермейді. Квазиэксперимент әдісі зерттеу мақсатына – GeoGebra бағдарламасының оқушылардың оқу үлгеріміне әсерін анықтауға – тиімді мүмкіндік береді.

*Әдебиеттерге шолу*

Теңсіздіктер тақырыбы математикадан мектеп бағдарламасының «өзегін» құрайтындықтан және басқа пәндермен көптеген байланыстарды ашатындықтан, теңсіздіктерді зерттеу кезінде есептерді шешудің кең ауқымын, модельдеу әдістерін және қолданбалы зерттеу мәселелерін меңгеруге мүмкіндік туады. Мектеп оқушылары теңсіздіктерді түсіну және оны шешуде көптеген қиындықтарға тап болады. Мысалы, [6] әдебиетте осы туралы кеңінен баяндалған. Ал, теңсіздіктерді шешуге қатысты көптеген ғылыми еңбектер жазылған. Соның бірі Б.О. Имрановтың жұмысы [7]. Л.В. Панкратованың жұмысында теңсіздіктер арқылы мектеп оқушыларының ғылыми зерттеушілік қабілетін дамыту және оны қалыптастыру туралы жазылған [8].

GeoGebra бағдарламасының көмегімен оқушы есептің шарттарын талдап, теңсіздіктер және теңсіздіктер жүйесінің негізгі элементтерін анықтап және есептерді шешу барысында графикалық бейнелерін елестете отырып, теңсіздіктердің қабылдайтын ортақ мәндерін визуализациялау арқылы шеше алады. Бұдан GeoGebra бағдарламасы оқушының когнитивті құзыреттілігінің қалыптасуына ықпал ететіндігі көрінеді. Оқушылардың қажеттіліктері мен оқу материалының ерекшеліктерін ескере отырып, әртүрлі әдістерді қолданса, GeoGebra бағдарламасын оқу процесіне енгізу табысты болуы мүмкін. GeoGebra бағдарламасын оқу процессіне енгізудің бірден бір тиімділігі, мұғалім күрделі математикалық түсініктерді көрнекі түрде түсіндіру үшін сыныпта демонстрациялық режимде қолдануында. Сонымен қатар GeoGebra бағдарламасын топтық жобаларда да тиімді қолдануға болады.

Осы айтылған зерттеулерде мектеп математикасын оқытуда GeoGebra бағдарламасы секілді математикалық бағдарламалар ішінара пайдаланылғанымен, 6-сынып оқушыларына сызықтық теңсіздіктерге қолданысы қарастырылмаған. Сондықтан 6-сынып оқушыларына сызықтық теңсіздіктерді оқыту барысында GeoGebra бағдарламасын қолдану, оқушылардың

сабақты түсінуі мен қабылдау әсерін зерттеу қажет етеді. Сызықтық теңсіздіктерді оқыту теңдеулермен салыстырғанда күрделірек, себебі теңсіздіктің шешімі бір ғана сан емес, мәндер жиыны ретінде анықталады. Оқушылар үшін шешімдер жиынын, оның шекараларын, ашық және жабық аралықтарды елестету айтарлықтай қиындық туғызады.

Осы тұрғыдан алғанда визуализация ерекше рөл атқарады, өйткені ол абстрактілі математикалық ұғымдарды нақты графикалық бейнелер арқылы қабылдауға мүмкіндік береді. GeoGebra бағдарламасының тиімділігі оның динамикалық мүмкіндіктерімен байланысты: теңсіздік коэффициенттерін өзгерту барысында координаталық түзудегі боялған аймақтың бірден өзгеруі оқушыларға шешімдер жиынының қасиеттерін саналы түрде түсінуге жағдай жасайды. Дәстүрлі оқытуда қолданылатын статикалық графиктер бұл процесті толық қамтамасыз ете алмайды. Сондықтан GeoGebra бағдарламасының сызықтық теңсіздіктерді оқытудағы тиімділігін арнайы эксперимент арқылы зерттеу ғылыми және әдістемелік тұрғыдан негізді болып табылады.

### Зерттеу әдіснамасы

Зерттеу жүргізу үшін квазиэксперименттік әдіс қолданылды. Яғни зерттеу нәтижелерін салыстыру үшін, оқушылар эксперименттік және бақылау топтарына кездейсоқ іріктеу әдісімен бөлінді: сыныптағы оқушылар тізімі бойынша нөмірленіп, жұп нөмірлі оқушылар эксперименттік топқа, ал тақ нөмірлі оқушылар бақылау тобына енгізілді. Эксперименттік топ Geogebra бағдарламасы арқылы, ал бақылау тобы оқытудың дәстүрлі әдісі арқылы «Сызықтық алгебралық теңсіздіктер» тақырыбына сабақ өтілді. Зерттеуге Алматы қаласының Махатма Ганди атындағы №92 мамандандырылған лицейіндегі алтыншы сыныптың 1 және 2-топ оқушылары таңдап алынды. Әр топта 15 оқушыдан бар. Бастапқыда GeoGebra бағдарламасы туралы оқушыларда түсінік болған жоқ және зерттеу жүргізілетіні туралы оқушыларға айтылмады. Зерттеу әдістері және бөлінген топтар 1-кестеде көрсетілген.

Кесте 1. Әдістер мен топтар

Топтар	Зерттеуге дейінгі	Әдістер	Зерттеуден кейінгі
Эксперименттік	$B_1$	GeoGebra бағдарламасының көмегімен	$B_3$
Бақылау	$B_2$	Дәстүрлі	$B_4$

Мұнда,

$B_1$  – Эксперименттік топтан зерттеуге дейін алынған тест,

$B_2$  – Бақылау тобынан зерттеуге дейін алынған тест,

$B_3$  – Эксперименттік топтан зерттеуден кейін алынған тест,

$B_4$  – Бақылау тобынан зерттеуден кейін алынған тест.

Зерттеуге дейін және зерттеуден кейін тест алу үшін «Мақсатқа жету» тесті құрастырылды. Зерттеуге дейінгі тестте 10 сұрақ, ал зерттеуден кейінгі тестте 25 сұрақ болды.

Pre-test тапсырмалары оқушылардың сызықтық теңсіздіктер бойынша бастапқы білім деңгейін анықтауға бағытталды. Тест сұрақтары бір айнымалысы бар қарапайым теңсіздіктерді тану, оларды шешу, координаталық түзуде шешімдер жиынын белгілеу және теңсіздік белгісінің мағынасын түсіну сияқты базалық біліктерді тексеруге арналған.

Post-test тапсырмалары мазмұны жағынан күрделірек болып, оқушылардың теңсіздіктерді түрлендіру, шешімдер жиынын интерпретациялау, бірнеше теңсіздіктерді салыстыру, сондай-ақ практикалық мазмұндағы есептерде теңсіздіктерді қолдану дағдыларын бағалауға бағытталды. Осылайша, post-test оқушылардың тек есептеу дағдыларын ғана емес, сызықтық теңсіздіктерді саналы түрде түсіну деңгейін анықтауға мүмкіндік берді. Сонымен қатар эксперименттік және бақылау топтарының қабылдауын бағалау үшін арнайы «Бағалау шкаласы» (дескриптор) жасалды. Pre-test және post-test тапсырмалары мектептің

қолданыстағы оқу бағдарламасына сәйкес құрастырылды. Осыған байланысты эксперимент және бақылау топтарына 6 сабақ жоспары жасалды.

### Зерттеу нәтижелері

Зерттеу кезеңдері:

1. Алдын ала тестілеу (pre-test). Екі топ оқушыларынан бастапқы білім деңгейін анықтау мақсатында 10 сұрақтан тұратын тест алынды.

2. Оқыту кезеңі. Эксперименттік топта «Сызықтық теңсіздіктер» тақырыбына арналған сабақтар интерактивті GeoGebra бағдарламасы арқылы, ал бақылау топта дәстүрлі әдістермен өткізілді. Барлығы 6 сабақ қарастырылды.

3. Қорытынды тестілеу (post-test). Екі топ оқушыларынан 25 сұрақтан тұратын тест алынды. Бұл кезеңде оқушылардың оқу үлгеріміндегі айырмашылықтар анықталды.

4. Сауалнама. Оқушылардың GeoGebra бағдарламасының тиімділігі туралы пікірін анықтау үшін 7 сұрақтан тұратын сауалнама жүргізілді. Сауалнама жауаптары Ликерт шкаласы бойынша бағаланды.

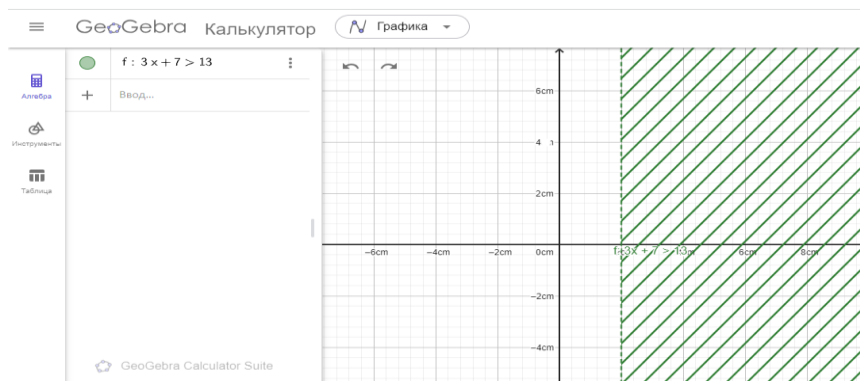
Қолданылған құралдар. Зерттеу барысында «мақсатқа жету» тесттері (pre-test және post-test) және арнайы құрастырылған сауалнама пайдаланылды. Оқушылардың үлгерім деңгейлері салыстырмалы түрде бағаланды, ал топтар арасындағы айырмашылықтың маңыздылығы р-мәндері арқылы анықталды. Әсер мөлшерін (effect size, Cohen's d) есептеу арқылы GeoGebra-ның тиімділігі сандық тұрғыда дәлелденді.

Этикалық нормалар. Зерттеу барысында барлық қатысушылардың деректері құпия сақталды. Оқушыларға эксперименттің мақсаты түсіндірілді және олардың қатысуы ерікті түрде жүзеге асырылды. Зерттеу процесі білім беру мекемесінің ішкі ережелеріне сәйкес жүргізілді және қатысушылардың психологиялық немесе академиялық жағдайына зиян келтірілмеді. Махатма Ганди атындағы № 92 мамандандырылған лицейдің қысқа мерзімді сабақ жоспарына сәйкес «Бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер» тақырыбына 24 академиялық сағат бөлінген. Мектептің 6-сынып оқушылары Т. Алдамуратова, К. Байшоланова, Е. Байшолановтың және А.Е.Абылқасымова, Т. Кучер, З. Жумагулова кітаптарымен оқытылады [9], [10]. Сабақ барысында аталған оқулықтағы есептер басшылыққа алынды. Төменде сабақта қолданылған есептерге мысалдар келтірілді.

*Мысал 1.* 6-сыныптың математика оқулығындағы №1571, (1) есепті GeoGebra бағдарламасында көрсетейік. Теңсіздікті шешіңіз  $3x + 7 > 13$  [9].

$3x + 7 > 13$  теңсіздігін Geogebra бағдарламасында салу алгоритімін жазайық:

1. Алдымен Geogebra бағдарламасын ашыңыз және графика тақтасын таңдаңыз.
2. «Кіріс» деген жерге  $3x + 7 > 13$  теңсіздігін жазып, enter-ді басыңыз.
3. Нәтижесінде бағдарлама түзудің графигін және анықталу облысын графикалық тақтада көрсетеді (1-суретте сызықтық теңсіздіктің GeoGebra бағдарламасындағы графикалық бейнесі көрсетілген).



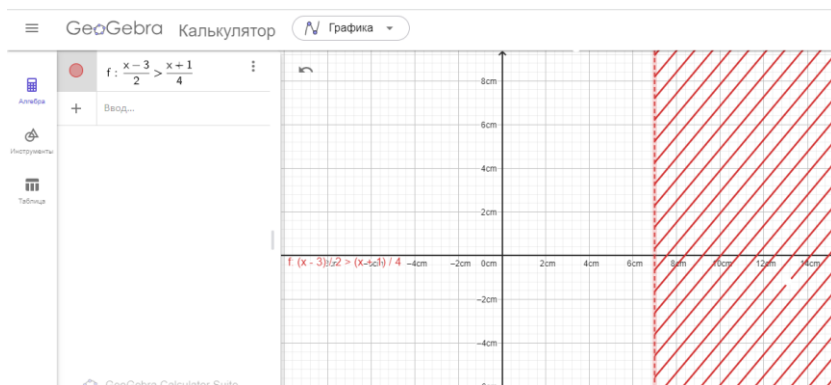
Сурет 1. Бірінші мысалдың Geogebra бағдарламасындағы графигі

Бірінші суреттен  $3x + 7 > 13$  теңсіздігін  $x \in (2, +\infty)$  қанағаттандыратыны түсінікті.

Мысал 2.  $\frac{x-3}{2} > \frac{x+1}{4}$  теңсіздігін Geogebra бағдарламасының көмегімен шешейік. Алдымен

бұл мысалдың Geogebra бағдарламасындағы салу алгоритмін жазайық:

1. Geogebra бағдарламасын ашыңыз және графика тақтасын таңдаңыз.
2. «Кіріс» деген жерге  $\frac{x-3}{2} > \frac{x+1}{4}$  теңсіздігін жазып, enter-ді басыңыз.
3. Нәтижесінде бағдарлама түзудің графигін және анықталу облысын графикалық тақтада көрсетеді (2-суретте сызықтық теңсіздіктің GeoGebra бағдарламасындағы графикалық бейнесі көрсетілген).



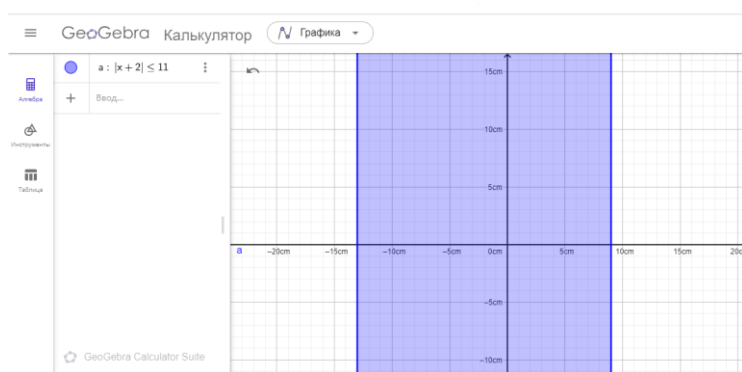
Сурет 2. Екінші мысалдың Geogebra бағдарламасындағы графигі

2-суреттегі боялған аймаққа назар салсақ,  $\frac{x-3}{2} > \frac{x+1}{4}$  теңсіздігінің шешімі  $x > 7$  болатыны айқын.

Мысал 3. 6-сыныптың математика оқулығындағы №1572 (4) есепті,  $|x+2| \leq 11$  теңсіздігін GeoGebra бағдарламасының көмегімен шешейік [9].

Geogebra бағдарламасында салу алгоритімі төменде көрсетілген.

1. Алдымен Geogebra бағдарламасын ашыңыз және графика тақтасын таңдаңыз.
2. «Кіріс» деген жерге  $|x+2| \leq 11$  теңсіздігін жазып, enter-ді басыңыз.
3. Нәтижесінде бағдарлама түзулердің графигін және анықталу облысын графикалық тақтада көрсетеді (3-суретте сызықтық теңсіздіктің GeoGebra бағдарламасындағы графикалық бейнесі көрсетілген).



Сурет 3. Үшінші мысалдың Geogebra бағдарламасындағы графигі

3-суреттегі боялған аймаққа қарап,  $|x+2| \leq 11$  теңсіздігінің шешімі  $-13 \leq x \leq 9$  болатынына көз жеткіземіз.

*Мысал 4.* 6-сыныптың математика оқулығындағы №1354, (6)-есепті GeoGebra бағдарламасының көмегімен графигін салайық [10].

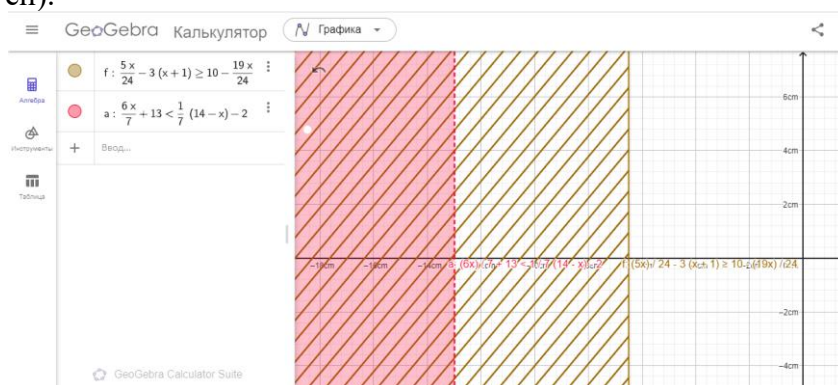
*GeoGebra бағдарламасында салу алгоритімін жазайық:*

1. Алдымен GeoGebra бағдарламасын ашыңыз және графика тақтасын таңдаңыз.

2. «Кіріс» деген жерге  $\frac{5x}{24} - 3(x+1) \geq 10 - \frac{19x}{24}$  теңсіздігін жазып, enter-ді басаңыз.

3. «Кіріс» деген жерге  $\frac{6}{7}x + 13 < \frac{1}{7}(14-x)$  теңсіздігін жазып, enter-ді басыңыз.

4. Нәтижесінде бағдарлама түзулердің графигін және анықталу облысын графикалық тақтада көрсетеді (4-суретте сызықтық теңсіздіктің GeoGebra бағдарламасындағы графикалық бейнесі көрсетілген).



Сурет 4. Төрінші мысалдың GeoGebra бағдарламасындағы графигі

4-суреттен  $\frac{5x}{24} - 3(x+1) \geq 10 - \frac{19x}{24}$  және  $\frac{6}{7}x + 13 < \frac{1}{7}(14-x)$  теңсіздіктерінің шешімі.

Математикалық теңсіздіктерге негізделген нақты өмірлік сценарийлерді қамтитын әртүрлі есептерді қарастырайық.

*Мысал 5.* 6-сыныптың математика оқулығындағы №979 есепті GeoGebra бағдарламасының көмегімен графигін салайық [9].

№979 есеп. Дәулет достарына беру үшін бақтан 15-тен артық, 21-ден кем алма теріп алды. Егер ол достарының әрқайсысына 3 алмадан берсе, оның барлық алмасы неше досына жететінін бағалаңдар.

*GeoGebra бағдарламасында салу алгоритімін жазайық:*

1. Алдымен GeoGebra бағдарламасын ашыңыз және графика тақтасын таңдаңыз.

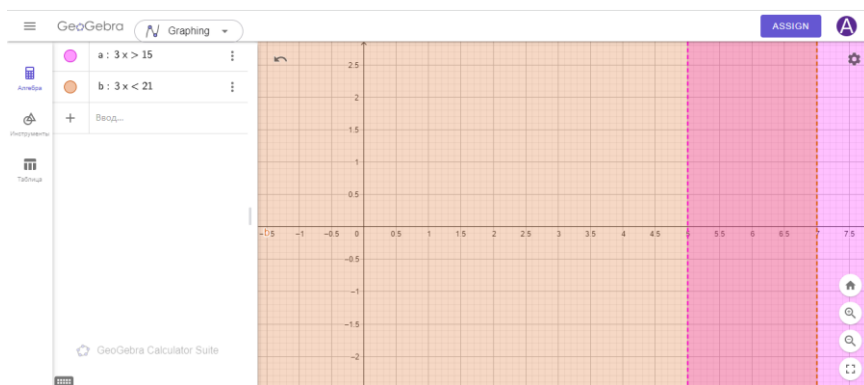
2. «Кіріс» деген жерге  $3x > 15$  теңсіздігін жазып, enter-ді басаңыз.

3. «Кіріс» деген жерге  $3x < 21$  теңсіздігін жазып, enter-ді басыңыз.

4. Нәтижесінде бағдарлама түзулердің графигін және анықталу облысын графикалық тақтада көрсетеді (5-суретте сызықтық теңсіздіктің GeoGebra бағдарламасындағы графикалық бейнесі көрсетілген).

5-суреттен  $3x > 15$  және  $3x < 21$  теңсіздіктерін қанағаттандыратын  $x$ -тердің жиыны (5; 7) аралығы немесе  $5 < x < 7$  екені түсінікті.

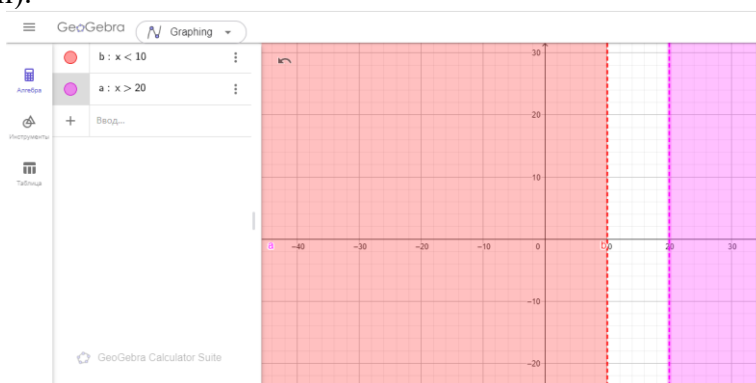
*Мысал 6.* Киімді температураға байланысты таңдау керек. Температура Цельсий бойынша 10 градустан төмен болса, күрте, ал 20 градустан жоғары болса, футболка кигенді қалайсыз. Қандай температура диапазондары сіздің қалауыңызға сәйкес келеді?



Сурет 5. Бесінші мысалдың GeoGebra бағдарламасындағы графигі

GeoGebra бағдарламасында салу алгоритімін жазайық:

1. Алдымен GeoGebra бағдарламасын ашыңыз және графика тақтасын таңдаңыз.
2. «Кіріс» деген жерге  $x < 10$  теңсіздігін жазып, enter-ді басаңыз.
3. «Кіріс» деген жерге  $x > 20$  теңсіздігін жазып, enter-ді басыңыз.
4. Нәтижесінде бағдарлама түзулердің графигін және анықталу облысын графикалық тақтада көрсетеді (6-суретте сызықтық теңсіздіктің GeoGebra бағдарламасындағы графикалық бейнесі көрсетілген).



Сурет 6. Алтыншы мысалдың GeoGebra бағдарламасындағы графигі

6-суреттен 10-нан үлкен, 20-дан кіші болатын, яғни есептегі адамның қалауына сәйкес температура диапазоны  $10 < x < 20$  градус аралығында болу керектігі шығады.

Жоғарыда келтірілген мысалдар GeoGebra бағдарламасының сызықтық теңсіздіктерді оқыту барысында қалай қолданылғанын көрсетеді. Енді осы оқыту тәсілінің оқу нәтижелеріне әсерін сандық тұрғыда бағалау үшін алынған эксперименттік деректерді қарастырайық.

2-кестеден эксперименттік және бақылау топтарының зерттеуге дейінгі тест қорытындысының орташа балдарында айырмашылық жоқ екенін көруге болады.

Кесте 2. Топтар арасындағы бағалауға дейінгі тест нәтижелері

Топтар	Саны	Орташа балл	Стандартты ауытқу	p-мәні
Эксперименттік	15	9,26	2,089	0,939
Бақылау	15	9,33	1,946	

3-кестеде эксперименттік және бақылау топтарындағы оқушылардың оқу үлгерімі бойынша эксперименттік топта айтарлықтай айырмашылық табылып, әсер мөлшері ( $d=0,819$ ) жоғары екені анықталды. Cohen ұсынған критерийлерге сәйкес әсер мөлшерінің  $d \approx 0,2$  – кіші,  $d \approx 0,5$  – орта, ал  $d \geq 0,8$  – үлкен әсер ретінде бағаланады. Осыған байланысты алынған нәтиже

( $d = 0,819$ ) GeoGebra бағдарламасының сызықтық теңсіздіктерді оқытудағы оқу нәтижелеріне күшті әсер еткенін көрсетеді [12]. Бұл сызықтық теңсіздіктерді оқытуда GeoGebra бағдарламасының тиімді педагогикалық құрал екенін көрсетеді.

Кесте 3. Топтар арасындағы бағалаудан кейінгі тестінің нәтижесі

Топтар	Саны	Орташа балл	Стандартты ауытқу	p-мәні	Әсер мөлшері
Эксперименттік	15	22,13	2,31	0,02*	0,819
Бақылау	15	18,4	4,28		

\*p-мәні <0,05 (яғни маңызды)

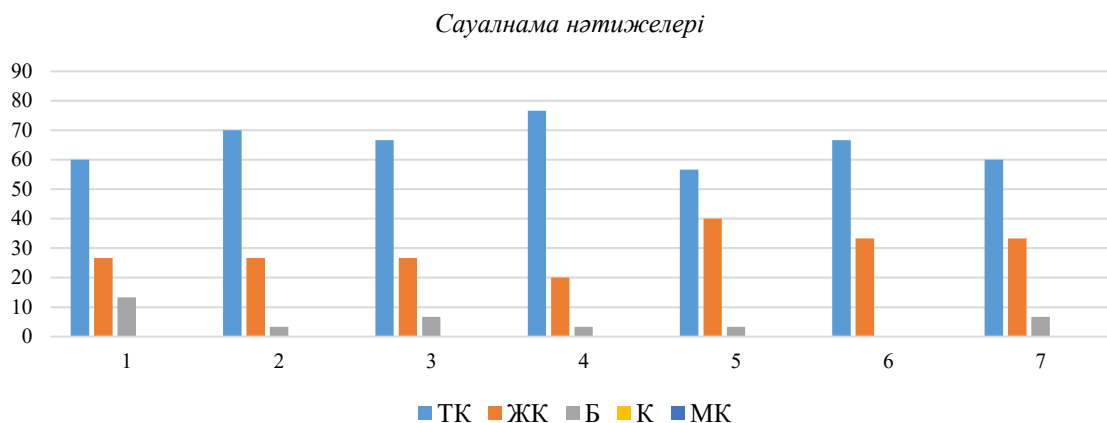
Зерттеу соңында эксперименттік және бақылау топтарының сабақты қабылдау әсері бағаланды. Зерттеудің соңында Geogebra бағдарламасының оқушылардың оқуына әсері туралы көзқарастарын одан әрі зерттеу үшін сауалнама жүргізілді. Сауалнама 7 сұрақтан тұрады. Барлық сұрақтардың жауабы Ликерт шкаласы ([11]) бойынша жасалды. Сауалнамадағы сұрақтар: 1-толықтай келісемін, 2-жартылай келісемін, 3-бейтарап, 4-келіспеймін, 5-мүлдем келіспеймін.

Сызықтық теңсіздіктерді оқыту кезінде оқушылардың Geogebra бағдарламасының көмегімен тақырыпты қабылдау деңгейі жоғары екенін 4-кестеден көре аламыз.

Кесте 4. Сауалнама қорытындысы

Сұрақтар	Пайыздық (%) көрсеткіші				
	ТК	ЖК	Б	К	МК
1. Маған сызықтық теңсіздіктерді GeoGebra арқылы оқыған ұнады	60	26,7	13,3	0	0
2. GeoGebra маған сызықтық теңсіздіктердің мазмұнын түсінуге көмектесті	70	26,7	3,3	0	0
3. GeoGebra-ның көмегімен сызықтық теңсіздіктерді үйрену өте маңызды	66,7	26,7	6,7	0	0
4. GeoGebra сызықтық теңсіздіктерге берілген есептерді оңай түсінуге көмектесті	76,7	20	3,3	0	0
5. GeoGebra-ның көмегімен сызықтық теңсіздіктер есептерін шешуде өзіме деген сенімділігім артты	56,7	40	3,3	0	0
6. GeoGebra менің шығармашылығымды арттырды	66,7	33,3	0	0	0
7. Маған GeoGebra-ның көмегімен сызықтық теңсіздіктерді оқыған ұнады	60	33,3	6,7	0	0
Барлық сұрақтар бойынша жиынтық нәтиже	65,26	29,53	5,23	0	0

Сауалнама нәтижелері төменде диаграмма түрінде келтірілген (7-суретте GeoGebra бағдарламасын қолдану бойынша жүргізілген сауалнама нәтижелерінің диаграммасы көрсетілген).



Сурет 7. Сауалнама нәтижелері

### Дискуссия

Сауалнама нәтижелері көрсеткендей, оқушылардың басым бөлігі GeoGebra бағдарламасының тиімділігін оң қабылдады: жауаптардың 65,26%-ы «толықтай келісемін», 29,53%-ы «жартылай келісемін», ал 5,23%-ы бейтарап нұсқаны таңдады. «Келіспеймін» және «мүлдем келіспеймін» жауаптары мүлдем болмады. Бұл жағдай оқушылардың бағдарламаға деген қызығушылығының жоғары екенін және оның оқу процесіндегі маңыздылығын айқын дәлелдейді.

Сауалнама оқу сапасын тікелей бағалауға арналмаса да, оқушылардың оқу материалын түсіну деңгейі, визуализация дағдылары, өзіне деген сенімділігі және пәнге қызығушылығы сияқты оқу сапасының маңызды жанама көрсеткіштерін бағалауға мүмкіндік берді.

Бұл зерттеуде «оқу сапасының артуы» ұғымы оқушылардың оқу материалын саналы түсінуі, шешімдер жиынын интерпретациялау қабілетінің қалыптасуы, визуализацияны қолдану дағдыларының дамуы және оқу іс-әрекетіне деген уәжінің артуы арқылы түсіндірілді.

Білім беру зерттеулерінде бұл көрсеткіштер оқу сапасының құрамдас бөліктері ретінде қарастырылады.

Сауалнама деректері бойынша GeoGebra бағдарламасы оқушылардың:

- математикалық ұғымдарды меңгеруіне,
- мазмұнды визуализациялауына,
- сабаққа белсенді қатысуына,
- өзіне деген сенімділігін арттыруына ықпал еткені анықталды.

Тест нәтижелері де бұл қорытындыларды қуаттайды. Зерттеуге дейінгі бастапқы тестте (pre-test) эксперименттік және бақылау топтарының үлгерімдерінде елеулі айырмашылық байқалған жоқ. Алайда қорытынды тест (post-test) нәтижелері бойынша эксперименттік топтың үлгерімі бақылау тобымен салыстырғанда айтарлықтай жоғары болды. Есептелген әсер мөлшері (Cohen's  $d = 0,819$ ) GeoGebra бағдарламасының оқушылардың оқу нәтижелеріне күшті ықпалын дәлелдеді.

Осылайша, зерттеу нәтижелері оқу процесінде GeoGebra бағдарламасын қолдану математикалық ұғымдарды түсіндіруді жеңілдетіп қана қоймай, оқушылардың танымдық қызығушылығын арттыратынын, визуализация дағдыларын дамытатынын және жалпы оқу сапасын жақсартатынын көрсетті.

### Қорытынды

Зерттеу нәтижелері көрсеткендей, GeoGebra бағдарламасы 6-сынып оқушыларының сызықтық теңсіздіктерді меңгеруіне айтарлықтай оң әсерін тигізді. Бағдарламаны қолдану оқушылардың математикалық ұғымдарды терең түсінуіне, оқу үлгерімін арттыруына,

мазмұнды визуалды түрде қабылдауына, өзіне деген сенімділігін нығайтуына және шығармашылық қабілеттерін дамытуына ықпал етті.

Эксперимент барысында алынған деректер GeoGebra бағдарламасының дәстүрлі оқыту әдістеріне қарағанда тиімдірек екенін дәлелдеді. Эксперименттік топтың үлгерімінің айтарлықтай артуы (Cohen's  $d = 0,819$ ) бағдарламаның оқыту процесіндегі тиімділігін нақты көрсетеді. Сонымен қатар, сауалнама нәтижелері оқушылардың пәнге қызығушылығының артқанын және GeoGebra-ның оқу процесін жеңілдететінін дәлелдеді.

Алайда зерттеу шектеулі сипатта болды, себебі ол тек 6-сынып оқушыларының шағын тобына жүргізілді. Сондықтан келешекте әртүрлі сыныптар мен оқу контингенттері аясында кеңейтілген зерттеулер жүргізу қажет.

Жалпы алғанда, бұл зерттеу нәтижелері GeoGebra бағдарламасының сызықтық теңсіздіктерді оқытуда тиімді педагогикалық құрал екенін және оны оқу үдерісіне енгізу білім сапасын арттыруға ықпал ететінін көрсетті.

#### Пайдаланылған дереккөздер тізімі

[1] Zengin, Y., Furkan, H., Kutluca, T. The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry // *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2011, Vol.31, p. 183–187. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.038>

[2] Klemer A., Rapoport S. Origami and GeoGebra activities contribute to geometric thinking in second graders // *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2020, 16(11), p. 1-12. <https://doi.org/10.29333/ejmste/8553>

[3] Dirgha Raj Joshi, Kailash Bahadur Singh. Effect of Using Geogebra on Eight Grade Students' Understanding in Learning Linear Equations // *Mathematics teaching research journal*, 2020, Vol 20, № 3, p. 76-83

[4] Nazihatulhasanah A., Nurbiha A. S. The Effects of GeoGebra on Students Achievement // *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2015, Vol.172, p. 208-214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>

[5] Mthethwa M., Bayaga, A. Geogebra for learning and teaching: A parallel investigation // *South African Journal of Education*, 2020, Vol.40, №2, p. 1-12. <https://doi.org/10.15700/saje.v40n2a1669>

[6] Боровский А.В., Веревкина В.Е. Предметные и метапредметные проблемы школьного курса математики. Тема «Неравенства» // *Наука и Школа*, 2015. № 5, с. 77-87.

[7] Имранов Б. О системе изучения неравенств // *Математика в школе*, 2012, №7, 38с.

[8] Панкратова Л.В. Формирование исследовательских умений в обучении математике учащихся общеобразовательных школ средствами неравенств. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук: 2014, 219 стр.

[9] Алдамуратова Т., Байшоланова К., Байшоланов Е. 6 сынып математика – 2018, Баспа: Атамұра.

[10] Абылкасымова А.Е., Кучер Т., Жумагулова З. 6-сынып математика – 2018, Баспа: Мектеп.

[11] Wuensch, Karl L. (October 4, 2005). «What is a Likert Scale? and How Do You Pronounce 'Likert?'». East Carolina University. Retrieved April 30, 2009.

[12] Cohen, J. *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. – 2nd ed. – Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1988. – 567 p. <https://doi.org/10.4324/9780203771587>

#### References

[1] Zengin, Y., Furkan, H., Kutluca, T. The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry // *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2011, Vol.31, p. 183–187. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.038>

[2] Klemer A., Rapoport S. Origami and GeoGebra activities contribute to geometric thinking in second graders // *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2020, 16(11), p. 1-12. <https://doi.org/10.29333/ejmste/8553>

[3] Dirgha Raj Joshi, Kailash Bahadur Singh. Effect of Using Geogebra on Eight Grade Students' Understanding in Learning Linear Equations // *Mathematics teaching research journal*, 2020, Vol 20, № 3, p. 76-83

[4] Nazihatulhasanah A., Nurbiha A.S. The Effects of GeoGebra on Students Achievement // *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2015, Vol.172, p. 208-214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>

- [5] Mthethwa M., Bayaga, A. *Geogebra for learning and teaching: A parallel investigation // South African Journal of Education*, 2020, Vol.40, №2, p. 1-12. <https://doi.org/10.15700/saje.v40n2a1669>
- [6] Borovskij A.V., Verevkina V.E. (2015) *Predmetnye i metapredmetnye problemy shkol'nogo kursa matematiki. Tema «Neravenstva» [Subject and meta-subject problems of the school mathematics course. Theme: Inequalities]. Nauka i Shkola*, № 5, 77-87. (In Russian)
- [7] Imranov B. O (2012) *Sisteme izuchenija neravenstv [System for studying inequalities]. Matematika v shkole*. №7. 38. (In Russian)
- [8] Pankratova L.V. (2014). *Formirovanie issledovatel'skih umenij v obuchenii matematike uchashhihsja obshheobrazovatel'nyh shkol sredstvami neravenstv. Dissertacija na soiskanie uchenoj stepeni kandidata pedagogicheskikh nauk [Formation of research skills in teaching mathematics to secondary school students using inequalities]. 219 str. (In Russian)*
- [9] Aldamuratova T., Bajsholanova K., Bajsholanov E. (2018) *6 synyp matematika [6th grade mathematics]. Baspa: Atamyra. (In Kazakh)*
- [10] Abylkasymova A.E., Kucher T., Zhumagulova Z. (2018) *6-synyp matematika [6th grade mathematics]. Baspa: Mektep. (In Kazakh)*
- [11] Wuensch, Karl L. (October 4, 2005). «What is a Likert Scale? and How Do You Pronounce 'Likert?'». East Carolina University. Retrieved April 30, 2009.
- [12] Cohen, J. *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. – 2nd ed. – Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1988. – 567 p. <https://doi.org/10.4324/9780203771587>