МРНТИ 14.01.85
УДК 373.5

Ж.М.Нурмухамедова[1], Д.М.Нурбаева[1], Б.М.Косанов[1], С.Ералиев[1]

[1]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

О МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЙ И ИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA

Аннотация

В данной статье предложена методика обучения решению уравнений и их систем с помощью компьютерной программы GeoGebra. А именно графическое решение уравнений не только в классическом случае, когда уравнения или их системы имеют одно или несколько решений, но и когда они не имеют решения. Наглядно показав решения приведенных примеров систем уравнений, можно говорить о более высоком усвоении учебного материала учащимися. Также это позволит оптимизировать учебный процесс, более рационально используя время на различных этапах урока; осуществлять дифференцированный подход в обучении; проводить индивидуальную работу, используя персональные компьютеры; снизить эмоциональное напряжение на уроке, внося в него элемент игры; расширить кругозор учащихся; способствует развитию познавательной активности учащихся.

Ключевые слова: методика, обучение, уравнение, система уравнений, графическое решение, компьютерная программа, GeoGebra.

Аңдатпа

Ж.М.Нұрмұхамедова[1], Д.М.Нұрбаева[1], Б.М.Қосанов[1], С.Ералиев[1]
[1]Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Казақстан

ТЕҢДЕУЛЕРДІ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЖҮЙЕЛЕРІН ШЕШУДІ GEOGEBRA КОМПЬЮТЕРЛІК БАҒДАРЛАМАСЫНЫҢ КӨМЕГІМЕН ОҚЫТУДЫҢ ӘДІСТЕМЕСІ ТУРАЛЫ

Мақалада теңдеулерді және олардың жүйелерін шешуді *GeoGebra* компьютерлік бағдарламасының көмегімен оқытудың әдістемесі ұсынылған. Атап айтқанда, теңдеулердің немесе олардың жүйелерінің бір немесе бірнеше шешімдері болатын классикалық жағдайдағы ғана емес, сондай-ақ олардың шешімдері болмайтын жағдайдағы графиктік шешу әдістері көрсетілген. Теңдеулер мен олардың жүйелерінің шешімдерін нақты мысалдар келтіре отырып, көрнекі көрсету арқылы оқу материалының меңгерілу дәрежесінің жоғарылайтыны туралы айтуға болады. Сонымен қатар бұл сабақтың әртүрлі кезеңдерінде уақытты тиімді пайдалана отырып, оқу үдерісін оңтайландыруға; саралап оқытуды жүзеге асыруға; дербес компьютерлерді пайдаланып өздік жұмыстарды ұйымдастыруға; сабаққа ойын элементтерін енгізу арқылы оқушылардың көңіл-күйін көтеруге; олардың дүниетанымын кеңейтуге және танымдық белсенділігін арттыруға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: әдістеме, оқыту, теңдеу, теңдеулер жүйесі, графикалық шешім, компьютерлік бағдарлама, GeoGebra.

Abstract

ABOUT THE METHOD OF LEARNING TO SOLVE EQUATIONS AND THEIR SYSTEMS USING THE GEOGEBRA COMPUTER PROGRAM

Nurmukhamedova Zh.M. [1], Nurbayeva D.M. [1], Kossanov B.M. [1], Eraliyev S. [1]
[1]Abai Kazakh National pedagogical university, Almaty, Kazakhstan

This article offers a method for teaching the solution of equations and their systems using the GeoGebra computer program. Namely, the graphical solution of equations not only in the classical case when the equations or their systems have one or more solutions, but also when they do not have a solution. Clearly showing the solutions of these examples of systems of equations, we can talk about a higher assimilation of educational material by students. It will also allow you to optimize the learning process, more efficiently using time at different stages of the lesson; to implement a differentiated approach to learning; conduct individual work using personal computers; reduce emotional stress in the lesson, introducing an element of play; expand the horizons of students; contributes to the development of cognitive activity of students.

Keywords: methodology, training, equation, system of equations, graphical solution, computer program, GeoGebra.

Линия уравнений и их систем имеет особое место и важное значение в математическом образовании. Как известно, уравнение является: 1) средством решения текстовых задач, 2) особого рода формулой, служащей в алгебре объектом изучения, 3) формулой, которой косвенно определяются числа или координаты точек плоскости (пространства), служащие его решением.

В школьном курсе математики можно рассматривать три основных направления раскрытия линии уравнений:

а) прикладная направленность;

б) теоретико-математическая направленность;

в) направленность на установление связей с остальными содержательно-методическими линиями курса математики [1].

Обучение решению уравнений начинается уже в начальной школе. Несомненно, умение решать уравнения является фундаментальным навыком при дальнейшем изучении математики. Поэтому важно подобрать такие методы обучения решению уравнений, которые будут способствовать качественному и глубокому усвоению учебного материала.

Современная школа предполагает применение различных компьютерных программ в обучении.

Предлагаем, графически показывать случаи, когда уравнения имеют или не имеют решения (корни), используя компьютерную программу GeoGebra, тем самым содействуя восприятию знаний учащимися. Использование именно этой программы обусловлено возможностью скачать ее с официального сайта www.geogebra.org совершенно бесплатно и тем, что данное приложение не требует особых навыков работы на компьютере, что немаловажное значение имеет в профессиональной деятельности учителей общеобразовательных школ.

Программа GeoGebra, как многофункциональное средство обучения математическим дисциплинам, выполняет множество учебных задач при проведении занятий в школе и вузе [2].

С помощью данной программы можно решать уравнения, содержащие модуль, которые часто вызывают затруднения у обучаемых. Графическое решение целесообразно использовать для проверки результата решения.

Например, необходимо решить линейное уравнение, содержащее переменную под знаком модуля: $|2x-3| = x-2$. Для решения уравнения в программе GeoGebra, необходимо ввести две функции: $f = |2x-3|$ и $g = x-2$ (при вводе функции *f* необходимо записать ее как *f=abs(2x-3)*). На Рис.1 видно, что линии графиков этих функций не пересекаются. Чтобы убедится в этом, необходимо кликнуть функцию «Точка пересечения» и указать линии графиков этих функций с помощью мышки. На панели объектов появится запись, что точка А не определена. Значит, данное уравнение не имеет решения.

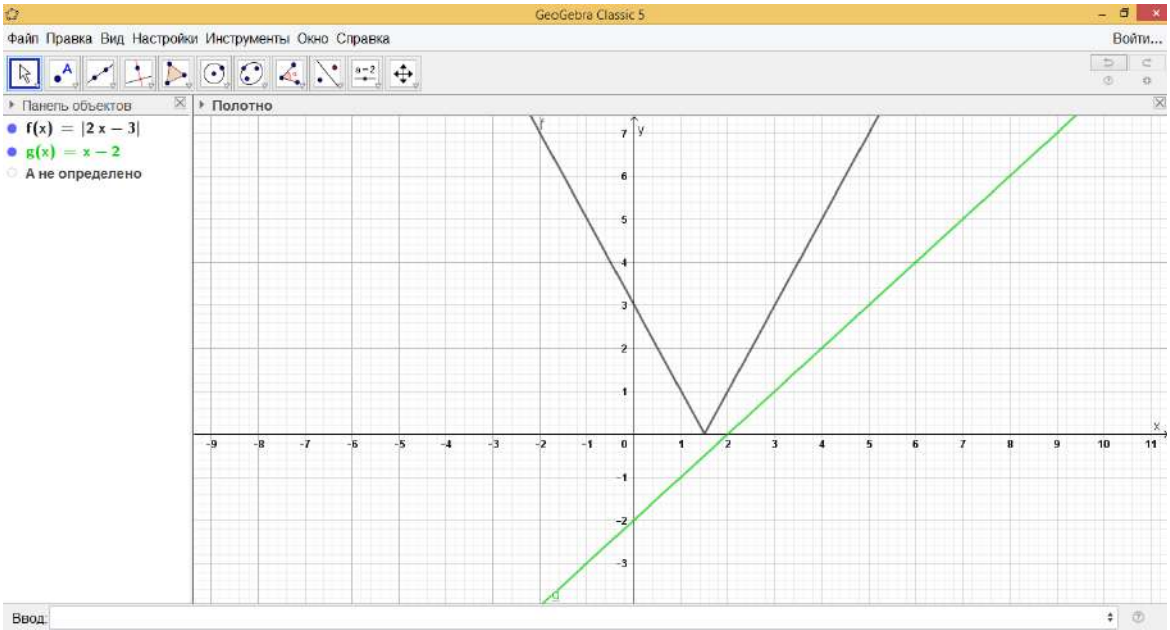

Рисунок 1. Изображение графиков функций

Рассмотрим уравнение, которое имеет решение, т.е. точку пересечения.

Например: $|3x+2| = |2x-3|$. На Рис.2 видно, что линии графиков пересеклись в точке, координаты которой можно посмотреть на панели объектов. Первая координата точки А и является решением данного уравнения. То есть *x=0,2*.

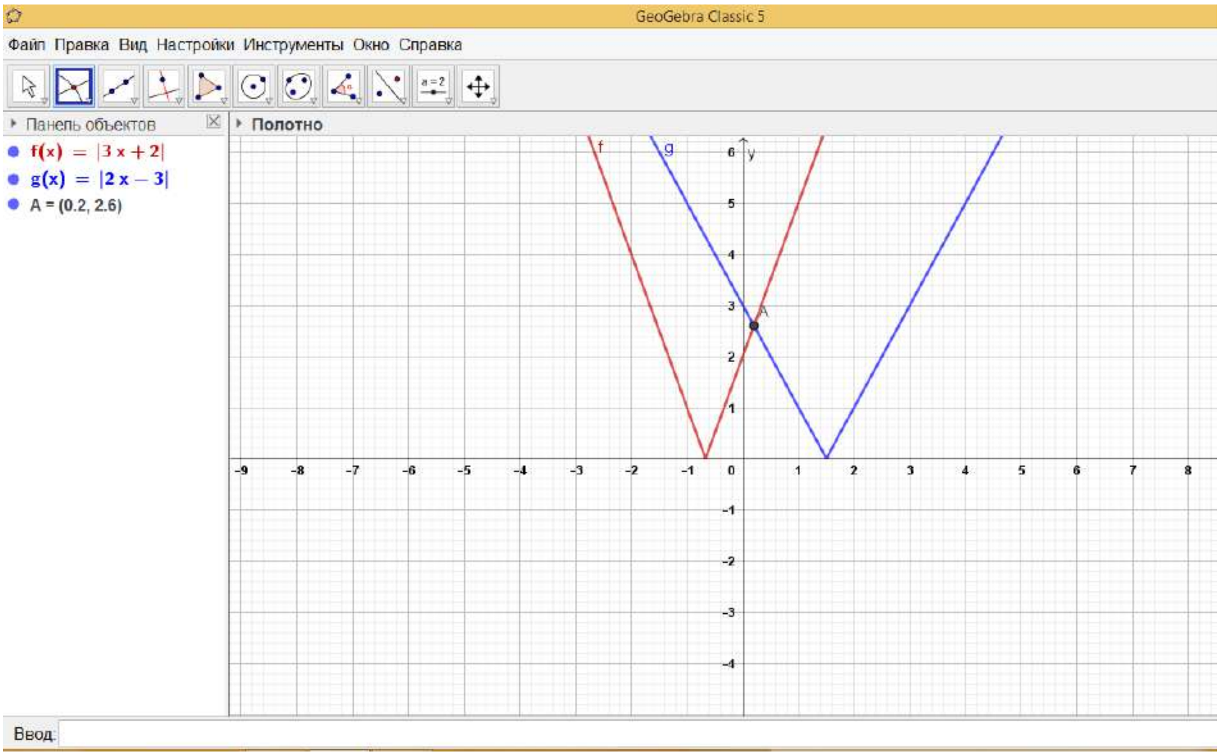

Рисунок 2. Графическое решение уравнения

В компьютерной программе GeoGebra можно решать и нелинейные уравнения. Рассмотрим решение квадратного уравнения. Во-первых, необходимо объяснить школьникам, какие точки на графике будут являться корнями квадратного уравнения. Решение квадратного уравнения – точки пересечения линии графика с осью абсцисс.

Итак, пусть дано уравнение: $3x^2 - 17x + 14 = 0$. Изобразив график, найдем точки пересечения с осью абсцисс (Рис.3). Для ввода степени x используется знак «^», т.е. чтобы записать $3x^2$ в строку ввода необходимо ввести *3x^2*.

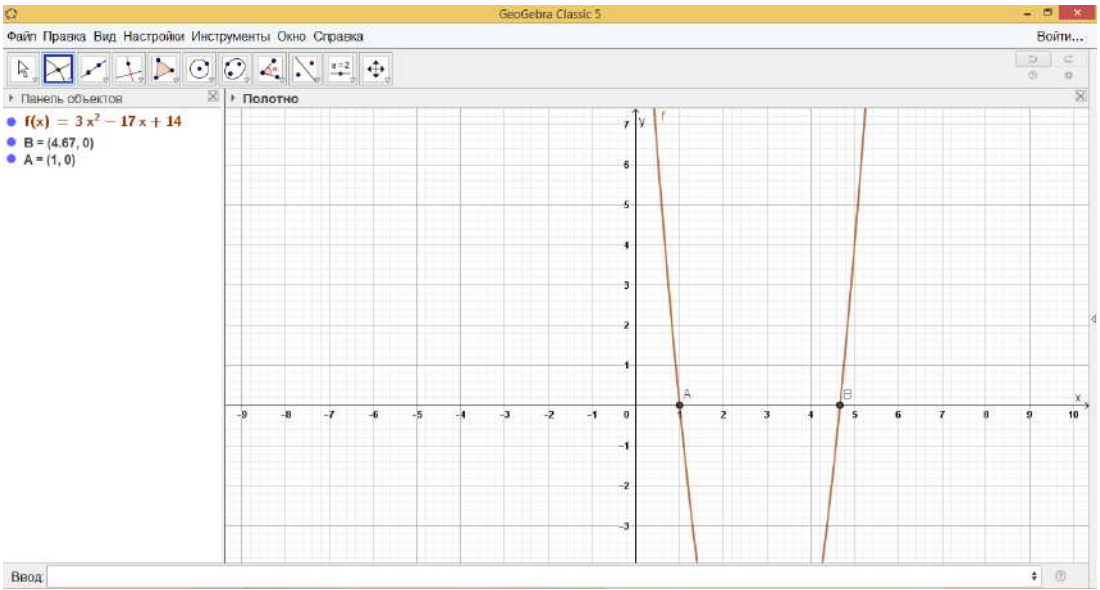

Рисунок 3. Решение квадратного уравнения

На панели объектов видно, что точками пересечения параболы с осью Ох являются А(1; 0) и В(4,67; 0). Значит, корнями данного уравнения являются числа 1 и 4,67. в данном случае число 4,67 является приблизительным значением дробного числа $4\frac{2}{3}$.

При переходе к изучению решений систем уравнений в школе учащиеся часто затрудняются в усвоении таких понятий, как решение системы уравнений (т.е. что является решением системы уравнений), графическое изображение решения, а также в выборе наиболее приемлемого в каждом случае способа решения систем уравнений.

Учащиеся, решая систему уравнений, могут прийти к тому, что в итоге система не имеет решений. Часто возникают недопонимания в случае, когда каждое из уравнений системы по отдельности имеет корни, но т.к. общих корней нет, сама система уравнений не имеет корней.

Если визуализировать основные понятия, необходимые учащимся для изучения систем уравнений, то можно повысить уровень знаний школьников.

Известно, что система линейных уравнений может иметь единственное решение, не иметь решений или иметь множество решений. Покажем данные случаи с помощью программы GeoGebra.

1 случай. Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение. Пусть нам необходимо решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 3x+4y=5 \\ 5x-2y=-9 \end{cases}$

Первым шагом построим графики функций $f\!: 3x+4y=5$ и $g\!: 5x-2y=-9$, после чего найдем координаты точки пересечения соответствующих им прямых (Рис. 4).

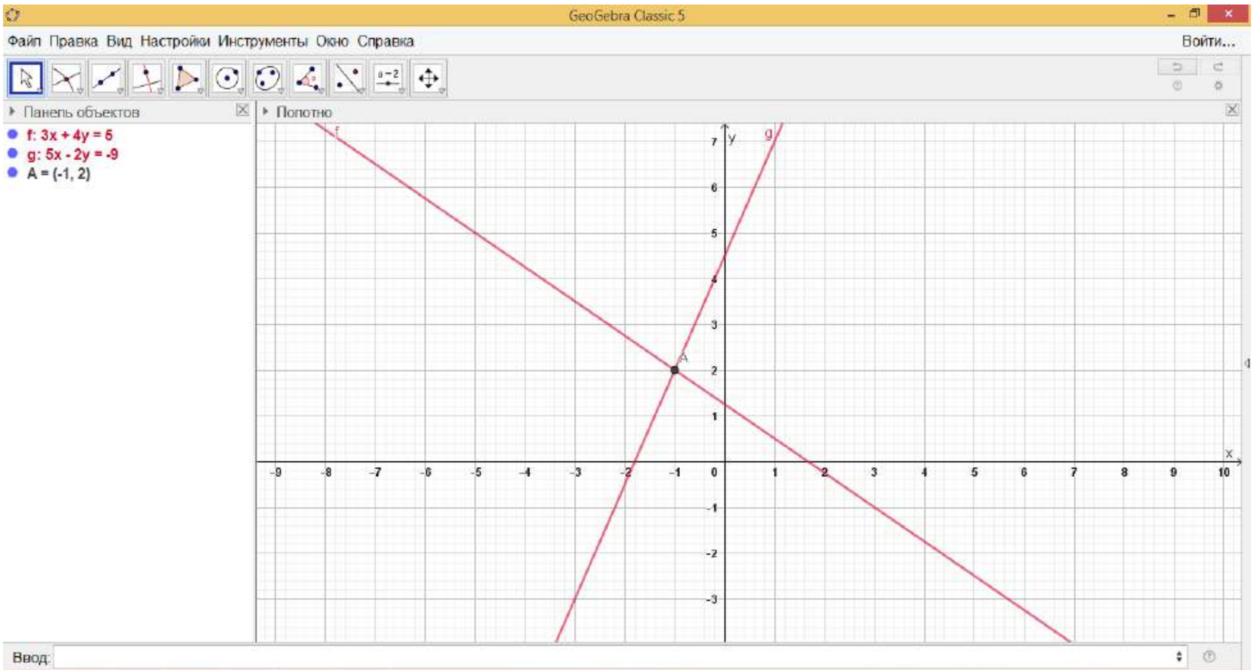

Рисунок 4. Графики функций $f\!: 3x+4y=5$ *и* $g\!: 5x-2y=-9$

Координаты точки пересечения А являются решением данной системы, а это пара чисел $x=-1,\ y=2$.

2 случай. Система двух линейных уравнений не имеет решений. Рассмотрим следующую систему: $\begin{cases} 2x-3y=7 \\ 5x-7{,}5y+10=0 \end{cases}$. Построив графики функций $f\!: 2x-3y=7$ и $g\!: 5x-7{,}5y+10=0$. На рисунке (Рис.5) видно, что линии не пересекаются, откуда можно сделать вывод, что у данной системы нет решения.

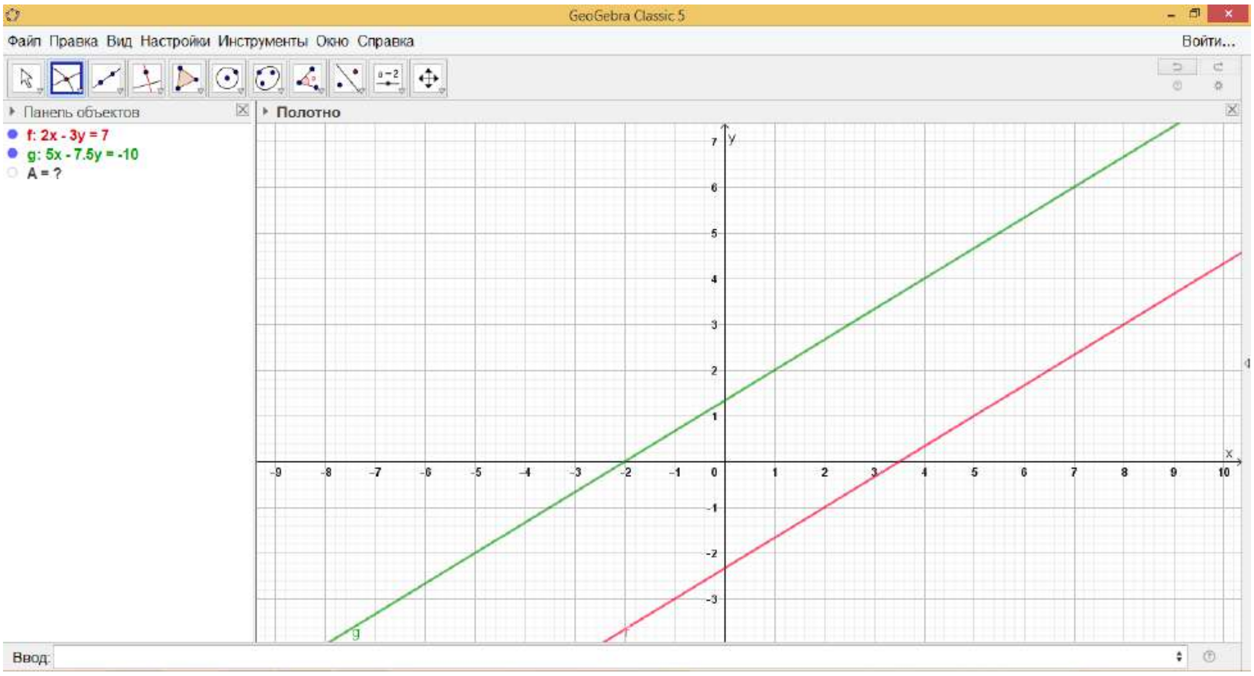

Рисунок 5. Графики функций f: $2x-3y=7$ *и g:* $5x-7{,}5y+10=0$

3 случай. Система двух линейных уравнений имеет множество решений. Необходимо решить систему: $\begin{cases}3x-7y+3=0\\ 9x=21y-9\end{cases}$.

На рисунке линии графиков функций *f:* $3x-7y+3=0$ и *g:* $9x=21y-9$ совпадают, откуда следует, что каждая точка графика функции *f*, значения координат которой являются решением уравнения $3x-7y+3=0$, совпадает с каждой точкой графика функции *g*. То есть решения уравнений системы совпадают (Рис.6).

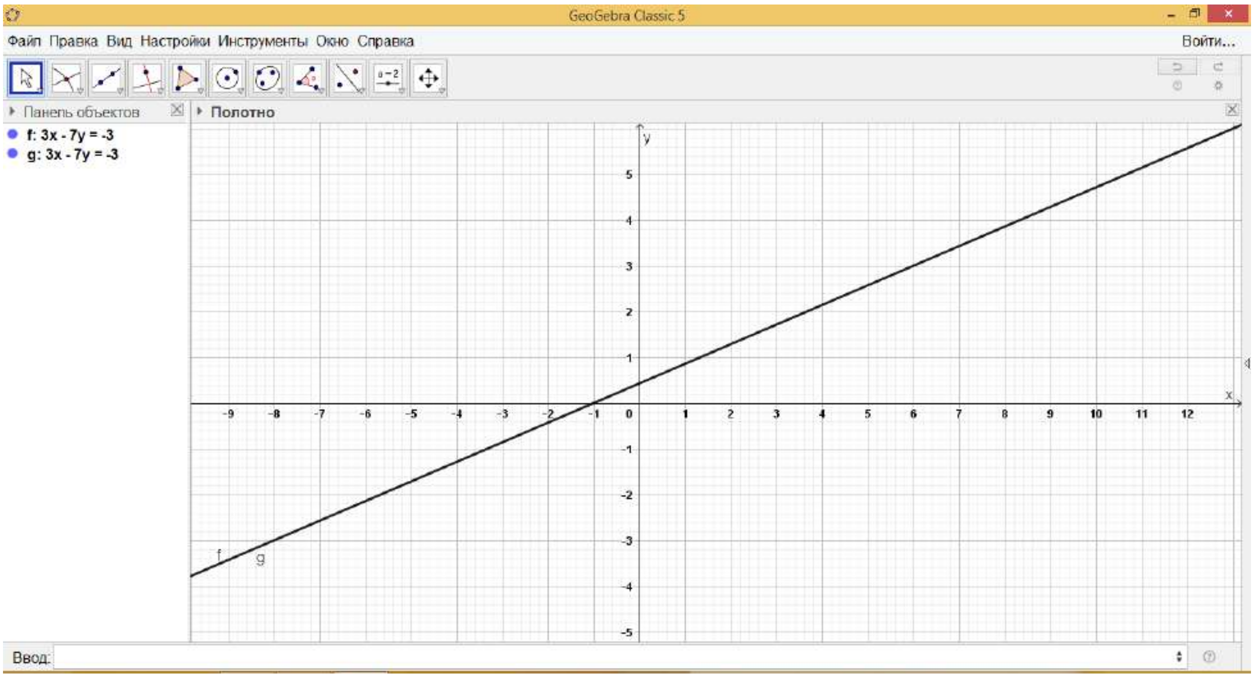

Рисунок 6. Графики функций f: $3x-7y+3=0$ *и g:* $9x=21y-9$