

И.Б. Шмигирилова<sup>1\*</sup> , А.А. Костина<sup>2</sup> 

<sup>1</sup>Северо-Казахстанский университет им. М. Козыбаева, г. Петропавловск, Казахстан

<sup>2</sup>Областная специализированная школа-лицей-интернат ЛОРД, г. Петропавловск, Казахстан

\*e-mail: irinankzu@mail.ru

## ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ КОГНИТИВНОЙ НАГРУЗКИ К ОБУЧЕНИЮ ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИКЕ

### *Аннотация*

В обучении математике многие школьники испытывают значительные трудности. Поиск путей решения данной проблемы актуализировал обращение к теории когнитивной нагрузки, относящейся к области педагогической психологии и учебного дизайна. Целью данного исследования является теоретическое обоснование, разработка и апробация методов, ориентированных на снижение когнитивной нагрузки школьников при обучении математике. Реализация обозначенной цели осуществлялась на основе анализа научной литературы, синтеза полученной информации, изучения и обобщения педагогического опыта, педагогического эксперимента, результаты которого обрабатывались с использованием  $U$ -критерия Манна-Уитни. В исследовании выявлены особенности того, как эффекты когнитивной нагрузки могут быть учтены в методах и приемах обучения школьников математике. Разработан метод отработанной геометрической конструкции, который наряду с другими методами и приемами, нацеленными на снижение когнитивной нагрузки обучающихся, был апробирован при обучении школьников геометрии в 8 классе. Результаты педагогического эксперимента свидетельствуют о позитивном влиянии внедрения идей теории когнитивной нагрузки на образовательные результаты учащихся. В заключении на основе выполненного исследования предложены методические рекомендации.

**Ключевые слова:** теория когнитивной нагрузки, эффекты когнитивной нагрузки, математическое образование, обучение математике, метод отработанной геометрической конструкции.

И.Б. Шмигирилова<sup>1</sup>, А.А. Костина<sup>2</sup>

<sup>1</sup>М. Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті, Петропавл қ., Қазақстан

<sup>2</sup>ЛОРД мамандандырылған облыстық мектеп-лицей-интернаты, Петропавл қ., Қазақстан

### МЕКТЕП ОҚУШЫЛАРЫНА МАТЕМАТИКА ПӘНІН ОҚЫТУ ҮШІН ТАНЫМДЫҚ ЖҮКТЕМЕЛЕР ТЕОРИЯСЫН ҚОЛДАНУ

### *Аңдатпа*

Көптеген мектеп оқушылары математиканы оқуда айтарлықтай қиындықтарға тап болады. Бұл мәселені шешу жолдарын іздестіру білім беру психологиясы және білім беру дизайны саласына жататын танымдық жүктеме теориясына жүгінуді өзекті етті. Бұл зерттеудің мақсаты – мектеп оқушыларының математиканы оқу кезіндегі танымдық жүктемесін азайтуға бағытталған әдістерді теориялық негіздеу, әзірлеу және сынау. Қойылған мақсатты жүзеге асыру ғылыми әдебиеттерді талдау, алынған ақпаратты синтездеу, педагогикалық тәжірибені зерделеу және жалпылау, педагогикалық тәжірибе негізінде жүзеге асырылды, оның нәтижелері Манн-Уитнидің  $U$ -критері арқылы өңделді. Зерттеу барысында мектеп оқушыларына математиканы оқытудың әдіс-тәсілдерінде танымдық жүктеменің әсерін қалай есепке алуға болатынының ерекшеліктері анықталды. Дәлелденген геометриялық конструкция әдісі әзірленді, ол оқушылардың танымдық жүктемесін азайтуға бағытталған басқа әдістер мен тәсілдермен қолданумен қатар 8-сынып оқушыларында геометрияны оқытуда сынақтан өтті. Педагогикалық эксперименттің нәтижелері танымдық жүктеме теориясының идеяларын енгізудің студенттердің оқу нәтижелеріне оң әсерін көрсетеді. Қорытындылай келе, аяқталған зерттеулер негізінде әдістемелік нұсқаулар ұсынылады.

**Түйін сөздер:** когнитивтік жүктеме теориясы, когнитивтік жүктеме әсерлері, математикалық білім, математиканы оқыту, дәлелденген геометриялық дизайн әдісі.

I. Shmigirilova<sup>1</sup>, A. Kostina<sup>2</sup>

<sup>1</sup>M. Kozybayev North Kazakhstan University, Petropavlovsk, Kazakhstan

<sup>2</sup>Regional Specialized Boarding School-Lyceum LORD, Petropavlovsk, Kazakhstan

## APPLICATION OF COGNITIVE LOAD THEORY TO TEACHING SCHOOLCHILDREN MATHEMATICS

### *Abstract*

Many schoolchildren experience significant difficulties in teaching mathematics. The search for ways to solve this problem has actualized the appeal to the theory of cognitive load, which relates to the field of educational psychology and educational design. The purpose of this study is the theoretical substantiation, development and testing of methods aimed at reducing the cognitive load of schoolchildren when teaching mathematics. The implementation of the designated goal was carried out on the basis of the analysis of scientific literature, synthesis of the information obtained, study and generalization of pedagogical experience, a pedagogical experiment, the results of which were processed using the Mann-Whitney *U*-criterion. The study revealed the features of how the effects of cognitive load can be taken into account in the methods and techniques of teaching mathematics to schoolchildren. A method of proven geometric construction has been developed, which, along with other methods and techniques aimed at reducing the cognitive load of students, was tested when teaching geometry to schoolchildren in the 8th grade. The results of the pedagogical experiment indicate a positive impact of the introduction of ideas of the theory of cognitive load on the educational results of students. In conclusion, based on the completed study, methodological recommendations are proposed.

**Keywords:** cognitive load theory, effects of cognitive load, mathematical education, teaching mathematics, method of proven geometric construction.

### **Введение**

Повышение качества обучения школьников математике является актуальной проблемой, одним из путей решения которой может быть использование эффектов, исследованных и описанных в теории когнитивной нагрузки.

В соответствии с данной теорией учитель должен позаботиться о том, чтобы форма представления учебного содержания, а также приемы и методы организации деятельности учащихся разумно регулировали релевантную когнитивную нагрузку и не создавали дополнительной внешней нагрузки, а, напротив, уменьшали ее. Главная идея исследования в этой связи состоит в том, чтобы представить опыт обучения школьников математике с учетом эффектов когнитивной нагрузки.

Не смотря на возможность применения идей теории когнитивной нагрузки в любом предметном контексте, характеристики математического содержания определяют особенности их применения в учебном процессе. В частности, при обучении геометрии эффект отработанного примера может быть реализован через разработанный и апробированный авторами метод отработанной геометрической конструкции.

Исследование доказывает, что учет эффектов когнитивной нагрузки при разработке методов и дидактических материалов в обучении школьников геометрии положительно влияет на образовательные результаты.

Процесс обучения связан с переработкой информации с целью превращения ее в знания, которые необходимо сохранять на определенный период времени и использовать в дальнейшей деятельности. Как известно, такая переработка осуществляется рабочей памятью человека. Согласно теории когнитивной нагрузки (Cognitive Load Theory – CLT) [1, 2 и др.], обучение может быть успешным, если предметные знания будут перемещаться из рабочей памяти в долговременную в форме схем, удобных для долговременного хранения. При этом возможности рабочей памяти для создания таких схем у подавляющего большинства людей ограничены. Так, например, ученые, занимающиеся проблемой когнитивной нагрузки, считают, что одновременно рабочая память может взаимодействовать не более чем с пятью-семью фрагментами информации. В этой связи перегрузка рабочей памяти – одна из основных причин неудач в процессе обучения.

Все сказанное выше в полной мере относится к освоению математических знаний, основа которых закладывается в период школьного обучения. Не секрет, что все больше школьников испытывают трудности в освоении математики. Во-первых, потому, что содержание школьного курса само по себе обладает значительной объективной сложностью в силу высокой абстрактности, строгости изложения и многообразия внутриспредметных связей: изучение любой темы невозможно без опоры на ранее пройденное и если предыдущий материал не был усвоен, то затруднения учащихся при освоении предметного материала резко возрастают. Во-вторых, дополнительная трудность обусловлена и интенсивностью процесса обучения, что не позволяет учителю выделить больше времени на изучение того или иного раздела, чтобы не перегружать рабочую память учащихся. Наибольшие проблемы школьники испытывают в освоении геометрического материала. В этой связи поиск путей снижения когнитивной нагрузки в обучении школьников геометрии является актуальной проблемой.

*Цель данного исследования* – теоретическое обоснование, разработка и апробация методов, ориентированных на снижение когнитивной нагрузки школьников при обучении математике.

### **Методология исследования**

Теоретической основой исследования выступили работы J. Sweller и его соавторов, описывающие основные идеи теории снижения когнитивной нагрузки. Первый этап исследования состоял в том, что на основе анализа была осуществлена критическая оценка опубликованных ранее научных трудов, отражающих положения теории когнитивной нагрузки и описывающих эффекты, которые важно учитывать в обучении, чтобы обеспечить снижение нагрузки на рабочую память учащегося. Синтез информации об эффектах когнитивной нагрузки, а также изучение педагогического опыта позволили разработать методы и приемы обучения школьников геометрии в контексте рассматриваемой теории.

Эмпирическое исследование проводилось в школе-лицее-интернате ЛОРД г. Петропавловска. В ходе педагогического эксперимента исследовалось влияние внедрения в обучение геометрии совокупности методов снижения когнитивной нагрузки. Особое внимание уделялось методу отработанной конструкции. В эксперименте принимали участие учащиеся двух 8-х классов, которые составили контрольную и экспериментальные группы. Замеры проводились дважды: в начале курса 8 класса (контрольная работа по содержанию геометрии 7 класса) и после третьей четверти обучения в 8 классе (по геометрическому содержанию, изученному в восьмом классе).

Контрольная группа обучалась в обычном режиме без целенаправленного учета эффектов когнитивной нагрузки. В экспериментальной группе в течение полугода обучение проектировалось и осуществлялось на основе методов и дидактических материалов, учитывающих эффекты когнитивной нагрузки. Примеры реализации отдельных методов снижения когнитивной нагрузки, которые были использованы в ходе эксперимента, приведены ниже.

Для статистической обработки данных был использован  $U$ -критерий Манна-Уитни. В обоих замерах проверялись следующие гипотезы:  $H_0$ : уровень владения геометрическим материалом в экспериментальной группе не превышает уровня владения геометрическим материалом в контрольной группе;  $H_1$ : уровень владения геометрическим материалом в экспериментальной группе превышает уровень владения геометрическим материалом в контрольной группе.

### **Результаты исследования**

*Анализ основных положений и идей теории когнитивной нагрузки.* Теория когнитивной нагрузки – одна из самых популярных теорий, относящихся к области педагогической психологии и учебного дизайна. Ее корни можно проследить, начиная с 80-х годов прошлого века. Теория строится на понимании того, что в отличие от биологически первичных знаний, приобретаемых в обычных обстоятельствах, биологически вторичные знания формируются в

обучении, построенном на сознательной обработке информации с помощью рабочей памяти [1–3]. Рабочая память, получая информацию через слуховой и вербальный каналы, организует и интерпретирует информацию в формате когнитивных схем, которые хранятся в долговременной памяти уже как знания готовые к использованию. Построить когнитивную схему – это значит связать различные фрагменты информации, которые можно будет использовать как единое целое. Оптимальность уровня когнитивной нагрузки, с которой сталкивается рабочая память, определяет успешность обучения.

Таким образом, основной категорией рассматриваемой теории является когнитивная нагрузка – многомерная характеристика, связанная с затратами рабочей памяти необходимыми для решения определенной когнитивной задачи в конкретных условиях. Когнитивная нагрузка суммирует: внутреннюю нагрузку, которая определяется сложностью обработки самой информации, вне зависимости от того, как она предъявляется обучаемому; внешнюю нагрузку, связанную с формой или способом предъявления информации и с тем, что должен делать учащийся с этой информацией в соответствии с выбранным методом обучения; релевантную нагрузку, возникающую при перераспределении ресурсов рабочей памяти от внешних к внутренним аспектам когнитивной задачи. Исходя из этого, G. Ortu и L. Longo [4], обобщая ранее проведенные исследования, в качестве факторов, влияющих на когнитивную нагрузку обучающегося, выделяют: особенности задачи, такие как структура, новизна; характеристики учащихся (когнитивные способности (общие и предметные), стиль мышления, обученность); характеристики окружающей среды. Авторы также указывают, что имеет значение и взаимодействие между когнитивной задачей, средой и характеристиками обучающихся.

Одна из основных идей, на которых строится теория когнитивной нагрузки, связана с понятием интерактивности элементов информации, которое означает, степень их взаимодействия друг с другом. Интерактивность будет низкой, если элемент информации может быть изучен без обращения к другим элементам. И, напротив, интерактивность высокая, если для понимания и освоения информации, необходимо разные элементы обрабатывать одновременно. Используя эту идею, легко объяснить, почему освоение математического содержания связано с повышенной когнитивной нагрузкой. J. Sweller с соавторами [3] и O. Chen с соавторами [5] отмечают, что интерактивность может быть изменена либо при изменении уровня знаний обучающихся, либо при особой организации обучения и представлении учебного материала в формате, понижающем интерактивность информации.

В соответствии с теорией когнитивной нагрузки были экспериментально исследованы и описаны эффекты, учитывая которые учитель может снизить когнитивную нагрузку на рабочую память учащегося и, следовательно, повысить эффективность обучения [6–8 и др.]. Характеристики эффектов, наиболее приемлемых в обучении математике будут даны ниже. Здесь же целесообразно отметить несколько выводов, которые можно сделать относительно эффектов после анализа научно-методической литературы.

Во-первых, авторы придерживаются разделения на: простые эффекты, которые непосредственно проявляются как возрастание или снижение когнитивной нагрузки при наличии определенных условий в процессе обучения, и сложные эффекты, которые влияют на проявление простых эффектов. Во-вторых, большинство эффектов указывают на возможность влияния на внешнюю когнитивную нагрузку. В-третьих, изыскания в отношении эффектов когнитивной нагрузки продолжаются, например, большинство сложных эффектов были обнаружены, исследованы и описаны уже в двадцать первом веке. Как считает J. Sweller и его соавторы [3], этот факт свидетельствует в пользу того, что теория когнитивной нагрузки не теряет свою актуальность. И наконец, эффекты имеют прямые практические приложения в обучении, поскольку дают понимание того как можно управлять когнитивной нагрузкой обучающегося в зависимости от его статуса: «новичок» (тот, кто впервые знакомится с новой порцией информации) или «эксперт» (кто уже приобрел знания по рассматриваемому вопросу

и опыт их использования на практике). В этой связи знание об эффектах когнитивной нагрузки может быть использовано практикующими педагогами.

Положения, отраженные в теории когнитивной нагрузки, нашли свое применение во множестве практикоориентированных исследований. Так, например, А. J. Martin и Р. Evans [9] представили и апробировали технологию, которая не просто помогает учителю управлять когнитивной нагрузкой обучающихся, а, прежде всего, нацелена на постепенное формирование у самих учащихся способности к снижению собственной когнитивной нагрузки. Эта технология опирается на пять основных принципов: 1) снижение сложности обучения на первых этапах освоения учебного содержания; 2) использование инструкций и скаффолдинга; 3) обширная структурированная практика; 4) надлежащее предоставление обратной связи по обучению; 5) самостоятельное применение знаний.

Идеи теории когнитивной нагрузки также учитывались при создании когнитивно-конструктивистской теории мультимедийного обучения [10], в технологии учебного дизайна [11], которая фокусируется на разработке курсов и учебных программ, в частности с учетом сложных эффектов. Имеется также множество работ, которые отражают исследования как более общих, так и частных вопросов образовательной практики через ракурс теории когнитивной нагрузки [12–14].

Стоит отметить, что в последнее время появились работы, в которых теория когнитивной нагрузки подвергается критике [15, 16 и др.]. Авторы, проводя исследования в области нейронауки и образования, подчас в достаточно жесткой форме, заявляют об ошибочности теории когнитивной нагрузки. Не ставя целью подробно останавливаться на этом вопросе, требующем специального изучения и обсуждения, считаем нужным сделать некоторые замечания. Нельзя не согласиться с М. Kim и его соавторами [16], что в обучающемся мозге происходит гораздо больше, чем это представлено в теории когнитивной нагрузки, а также с их утверждениями со ссылкой на работу нейробиолога S. Dehaene [17], о четырех столпах обучения (внимание, активное участие, обратная связь по ошибкам и сотрудничество), которые должны быть в основе практики каждого учителя. Однако в этой связи стоит отметить, что сама нейронаука еще очень далека от того, чтобы иметь полное представление о том, как работает человеческий мозг в многообразных ситуациях познания, и тем более, чтобы давать не общие советы в отношении организации обучения, а точно и однозначно описать, как обеспечить внимание и активное участие каждого обучающегося. А поскольку внимания и активного участия в освоении информации в большей мере стоит ожидать от человека, который не подвергся когнитивной перегрузке, то продуманное использование методов обучения, опирающихся на эффекты когнитивной нагрузки, может помочь учителю в достижении этих целей.

Критические высказывания Р. Ellerton [15] связаны с неприятием того, что в теории когнитивной нагрузки навыки мышления рассматриваются как возникающее свойство развития знаний. Автор отвергает это положение, утверждая, что навыкам критического мышления можно научить непосредственно. При этом внимательное прочтение работы Р. Ellerton позволяет понять, что автор не столько критикует саму идею когнитивной нагрузки, сколько возмущается фактом того, что в данной теории в значительной степени игнорируются методы обучения, ориентированные на решение проблем и проведение исследований. Истина, скорее всего, как всегда, посередине: невозможно сформировать критическое мышление, если не использовать активные методы обучения, заставляющие использовать соответствующие мыслительные навыки, но также нельзя говорить о высоком качестве критического мышления, если оно не подкреплено надлежащими знаниями. Всем известно высказывание К.Ф. Ушинского: «пустая голова не мыслит», которое не потеряло актуальности и сейчас. В свою очередь развитие знаний, их глубины, гибкости, системности, безусловно, будет положительно сказываться на развитии интеллектуальных качеств, в том числе и навыков критического мышления.

Таким образом, в связи с вышесказанным стоит говорить не об ошибочности теории когнитивной нагрузки, а об ее некоторой ограниченности. В том числе и для преодоления этой ограниченности теория продолжает развиваться. В частности, обнаруживаются и исследуются новые эффекты когнитивной нагрузки, влияние которых, с одной стороны, объясняет, почему проявление других эффектов может быть как положительным, так и отрицательным, с другой стороны, новые эффекты явно указывают на то, что на когнитивную нагрузку влияют не только методы обучения, но и внешняя среда, и интеллектуальные качества обучающихся, которые определяя особенности процесса усвоения информации, оказывают влияние на когнитивную нагрузку.

*Эффекты когнитивной нагрузки и их реализация в обучении школьников математике.* В данном разделе приведем описание эффектов, которые, как показывает практика, наиболее приемлемы в обучении математике. Здесь же представим соответствующие этим эффектам приемы, наиболее подходящие для обучения математике. В таблице 1 приведено описание простых эффектов когнитивной нагрузки.

Таблица 1. Простые эффекты когнитивной нагрузки

Тип эффекта	Название эффекта	Описание эффекта
Простой	Эффект отсутствия цели	Является отрицательным эффектом и заключается в том, что отсутствие явной цели при решении предметной или познавательной задачи увеличивает когнитивную нагрузку.
	Эффект отработанного примера	В учебном процессе подразумевает тщательный разбор решения нового для учащихся типа задачи во время или сразу после объяснения темы учителем.
	Эффект незавершенного решения	Поскольку полностью решенные задачи не побуждают учащихся их разбирать, а, следовательно, и усваивать знания, то полезно предлагать частично решенные задачи. Чтобы продолжить решение, школьник будет вынужден тщательно изучить и понять начало решения.
	Эффект разделения внимания	Необходимость обращаться к нескольким источникам информации, дополняющим друг друга, повышает когнитивную нагрузку при ее усвоении. В этой связи полезно сводить информацию в один источник: конспект или карточку-памятку.
	Эффект избыточности	Возникает, если учащийся обращается к разным источникам информации, каждый из которых сам по себе достаточен, чтобы изучить определенную порцию информации.
	Эффект модальности	Основывается на утверждении, что для обработки информации, представленной в разных форматах (например, в вербальной и визуальной), рабочая память реализует независимые процессы, то есть ее эффективная емкость возрастает.
	Эффект вариативности	В исследованиях доказано, что вариативность задачи оказывает положительный эффект на обучение, когда когнитивная нагрузка, предшествующая вариативности, была низкой. И напротив, если предшествующая нагрузка была высокой, то вариативность задачи оказывает негативное влияние на обучение.

Очевидно, каждый из простых эффектов может быть реализован в процессе обучения через соответствующий методический прием. Более того, анализируя описанные эффекты и соотнося их с обучением школьников математике, можно отметить, что многие учителя, даже не знакомые с теорией когнитивной нагрузки, исходя только из собственного профессионального опыта, включают в практику работы методы и приемы, соотносимые с тем или иным эффектом: прием отработанного примера, прием незавершенного решения, метод

вариативных задач, метод визуализации, как воплощения эффекта модальности и т.п. Однако, как свидетельствует наше исследование, целесообразно, проектируя и реализуя учебный процесс, ориентироваться не на отдельные простые эффекты, а на их совокупность, а также сочетать их со сложными эффектами, представленными в таблице 2.

Таблица 2. Сложные эффекты когнитивной нагрузки

Тип эффекта	Название эффекта	Описание эффекта
Сложный	Эффект отмены экспертных знаний	Состоит в том, что по мере повышения уровня знаний, отдельные элементы информации сохраняются в долговременной памяти и потом используются как единое целое. Поэтому обучающие процедуры, пригодные для учащихся с низким уровнем знаний при повышении экспертности дают отрицательный эффект.
	Эффект затухания руководства	С повышением уровня знаний чрезмерная помощь учителя становится избыточной, что отрицательно влияет на когнитивную нагрузку.
	Эффект самоуправления	Обосновывает утверждение о том, что обучающихся можно научить самостоятельно регулировать свою когнитивную нагрузку.
	Эффект самообъяснения	Опирается на понимание того, что если обучающийся не только выслушает объяснение учителя, например, при решении нового типа задач, а еще и самостоятельно разберется в чем состоит каждый шаг решения, то в отношении этого типа задач когнитивная нагрузка снизится.
	Эффект изолированных элементов	При усвоении сложной информации, состоящей из множества элементов, снизить когнитивную нагрузку можно, если вначале каждый элемент освоить отдельно. Например, так полезно поступать, при отработке сложных алгоритмов решения задач.
	Эффект коллективной рабочей памяти	Иначе называется эффектом взаимодействия и указывает на то, что для решения познавательных или предметных задач, требующих высокой когнитивной нагрузки, эффективным приемом является совместное, групповое обучение, в котором сотрудничество обучающихся способствует снижению когнитивной нагрузки на каждого из них.

В литературе исследованы и описаны и другие сложные эффекты, которые напрямую не связаны с интеллектуальными ресурсами обучающегося, но могут иметь значение в процессе обучения. К таким эффектам, например, можно отнести: эффект движения (двигательная активность во время обучения влияет на когнитивную нагрузку); эффект воображения (возникает, если учащийся может мысленно представить освоенную информацию).

Приведем примеры того, как можно обеспечить действие представленных в таблицах эффектов в обучении школьников математике. Такие эффекты, как эффект разделения внимания, эффект избыточности, эффект модальности относится не столько к самому содержанию материала, а скорее к форме его представления. Каждый из этих эффектов, требует, чтобы учитель внимательно относился к тем дидактическим материалам, которые используются на уроке. Ведь даже отдельные элементы информации, представленные в одном параграфе учебника, но на разных его страницах могут быть не соотнесены учащимися друг с другом. Поэтому целесообразно в учебном процессе использовать дидактические материалы, опирающиеся на когнитивную визуализацию. Полезно и у самих школьников формировать умения структурировать информацию, представлять ее не только в вербальном, но и в

визуальном формате. Например, чтобы школьники освоили решение задач на сложные проценты, можно предложить им соотнести текст задачи и схему (рис. 1).

*Задача 1.* Каждые четыре месяца стоимость набора красок растет на 20%. Выясните, какой будет его стоимость через год, если первоначальная цена составляет 500 тг.

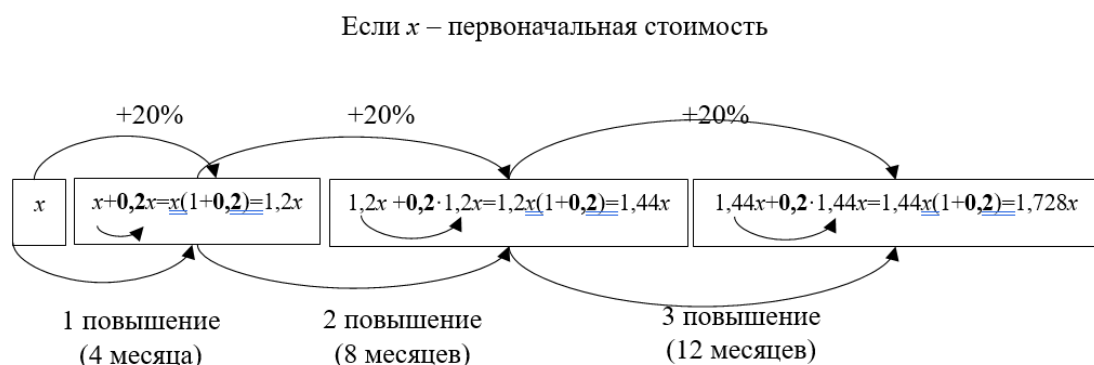


Рисунок 1. Схема для решения задачи

Подробно разбирая решение задачи с использованием схемы, обращая внимание учащихся на особенности выражений, которые отражают результат повышения цены, учитель не только формирует умения решать задачи данного типа, но и, выполнив обобщение, может помочь школьникам получить общую формулу сложных процентов. Опыт создания и использования структурированных и наглядных материалов, способствующих углубленному пониманию учебного содержания, доказывает полезность и целесообразность такого приема [18]. Поскольку решение геометрических задач гораздо менее алгоритмизировано, то эффект модальности может быть проявлен через использование обобщающих схем и таблиц, содержащих справочную информацию по теме или разделу.

Учителя в своей практике, объяснив теорию по новой теме, часто подробно со всем классом разбирают основные типы задач, решение которых опирается на эту теорию, то есть, по сути, используют эффект отработанного примера. Данная практика может не привести к качественным результатам в отношении всех учащихся класса, поскольку будет существенно значим эффект отмены экспертных знаний: школьникам, проявляющим способности в математике, подробный разбор задачи может быть лишним, поскольку уже в процессе объяснения материала учителем у них уже произошла когнитивная обработка информации и сложилась определенная репрезентативная схема, требуемая для решения данного типа заданий; учащимся, которые испытывают значительные затруднения при освоении математики, напротив, разбора решения одной задачи, даже очень подробного, не достаточно, чтобы понять все нюансы. Нацеленность на более качественное усвоение учебного содержания требует обязательного внимания к эффекту отмены экспертных знаний, в соответствии с которым невозможно обойтись без дифференцированного подхода. Опишем, как можно реализовать разбор конкретного типа задачи, ориентируясь на этот эффект и учитывая совокупность других эффектов.

*Работа с учащимися, испытывающими затруднения при освоении математики:*

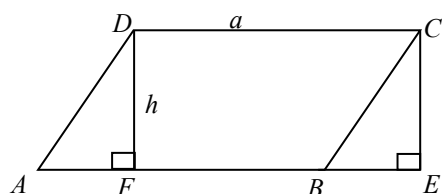
- подробный разбор решения задачи (*эффект отработанного примера*);
- изучение готового решения подобной задачи учащимися с самостоятельным объяснением каждого шага (*эффект самообъяснения*) с последующим вызовом одного из школьников к доске, чтобы он озвучил свое объяснение;
- завершение решения подобной задачи, начало которого выполнил учитель (*эффект незавершенного решения*);
- обращение к задаче того же типа, но более сложной (*эффект вариативности*), при этом, учитывая готовность школьников, учитель должен продумать, какой из вариантов

работы с данной задачей наиболее приемлем (подробный разбор решения или прием самообъяснения, или прием незавершенного решения).

Работа с учащимися, имеющими средние способности в математике, может быть организована подобным образом. При этом отдельные этапы работы могут быть исключены. Например, если решение рассматриваемого типа задачи явно соотносится с предварительно изученной теорией, то можно подробный разбор решения задачи учителем упустить и сразу перейти к этапу самообъяснения готового решения. Либо, что наиболее целесообразно, совместить самообъяснение с приемом незавершенного решения. Полезно также, учитывая эффект коллективной рабочей памяти, обращаться к парным и групповым методам работы учащихся.

Работая с учащимися, способными к математике, следует совсем отказаться от подробного разбора решения, самообъяснение и незавершенное решение использовать в отношении сложных типов задач. Полезно сразу предлагать учащимся совокупность задач с учетом эффекта вариативности. Также учителю математики в случае, если нужно сформировать у школьников умения решать задачи с использованием алгоритма или алгоритмического предписания, состоящего из нескольких шагов, не стоит забывать об эффекте изолированных элементов. Прежде чем знакомить обучающихся с таким алгоритмом, важно добиться того, чтобы они могли реализовывать каждый его этап.

Приведем примеры того, как могут быть реализованы отдельные методы снижения когнитивной нагрузки в обучении геометрии. Иллюстрацией одного из возможных способов реализации метода самообъяснения может служить рисунок 2. Учащимся предлагается готовое доказательство формулы площади параллелограмма, основанное на ранее изученном материале, и дается задание дополнить каждый пункт доказательства обоснованиями.



Доказательство	
Утверждение	Обоснование
$\triangle ADF = \triangle BCE$	
$S_{ABCD} = S_{FDCE}$	
$S_{ABCD} = a \cdot h$	

Рисунок 2. Задание для реализации метода самообъяснения

Подобный прием можно использовать и при решении задач на уроках или в домашней работе, если учитель считает, что обучающиеся полностью самостоятельно не смогут справиться с поиском решения. Обосновывая каждый шаг решения, школьники просто вынуждены будут детально разобраться в нем. Если же после самостоятельного разбора решения обучающимся предложить решить подобную задачу, то по сути будет реализован эффект отработанного примера.

Метод вариативности задач может быть реализован несколькими способами. Первый способ используется либо для закрепления у учащихся умений решать задачу определенного типа или содержания, либо при подготовке аналогичных вариантов заданий одного уровня. Он заключается в том, что в задаче варьируются только числовые данные. Еще один способ реализации метода вариативности задач, который часто применялся в рамках педагогического эксперимента, заключался в том, что варьируется содержание задачи, таким образом, чтобы идея решения не менялась. При этом числовые данные могут либо совсем не изменяться, либо меняться незначительно. Метод реализуется следующим образом. Школьникам предлагается целая серия вариативных задач. Первой задачей является самая простая. После того, как данная задача будет решена и понята всеми учащимися, на чертежах рассматриваются идеи решения других задач, которые по сути решаются аналогично первой. Запись решения, которая как правило уже не будет вызывать затруднений, может школьниками быть осуществлена самостоятельно в классе или дома. Таким образом, во-первых, за вполне

небольшой промежуток времени может быть решено достаточно много задач и, во-вторых, что самое важное, школьники осознают, что разнообразие формулировок не всегда означает новую идею решения и, следовательно, учатся искать решение не по поверхностным признакам условия задачи, а по существу ее содержания с опорой на чертеж. В данном способе метода вариативных задач также просматривается реализация эффекта отработанного примера. Приведем пример такой серии задач по теме «Теорема Пифагора».

*Задача 1.* Найдите катеты прямоугольного треугольника, если они относятся как 8 : 15, а гипотенуза равна 51.

*Задача 2.* Отношение сторон прямоугольника равно 8 : 15, а его диагональ равна 51. Найдите стороны прямоугольника.

*Задача 3.* Найдите диагонали ромба, если они относятся как 8 : 15, а его сторона равна 51.

*Задача 4.* Отношение сторон прямоугольника равно 8 : 15, а его диагональ равна 51. Найдите периметр прямоугольника.

*Задача 5.* Найдите диагонали ромба, если они относятся как 8 : 15, а его сторона периметр равен 204.

*Задача 6.* Периметр прямоугольного треугольника равен 120, а его катеты относятся как 8 : 15. Найдите катеты.

После изучения темы о вписанных треугольниках и четырехугольниках серия может быть дополнена новыми задачами, при решении которых нужно напомнить учащимся идею решения первой задачи. Примеры задач, дополняющих серию приведены ниже.

*Задача 7.* Отношение сторон прямоугольника равно 8 : 15, а радиус описанной около него окружности равен 25, 5.

*Задача 8.* Найдите катеты прямоугольного треугольника, если они относятся как 8 : 15, а медиана проведенная к гипотенузе равна 25,5.

Третий вариант осуществления метода вариативности задач может быть связан с использованием систем обращенных задач [19]. При этом, учитель должен помнить, что в задачной системе, полученной на основе приема обращения, могут быть задачи, решение которых будет достаточно сложным, а отдельные задачи вообще могут не иметь решения. Поэтому такие системы не целесообразно использовать при работе со школьниками с низким уровнем владения предметными знаниями. Кроме того, работа с такими системами отнимает много времени.

Таким образом, приведенные примеры свидетельствуют о том, что в обучении школьников математике необходимо одновременно учитывать совокупность эффектов когнитивной нагрузки. Педагог должен позаботиться, чтобы форма представления учебного содержания, а также приемы и методы организации деятельности учащихся разумно регулировали релевантную когнитивную нагрузку и не создавали дополнительной внешней нагрузки, а, напротив, уменьшали ее.

*Метод отработанной геометрической конструкции в контексте теории когнитивной нагрузки.* Способы учета эффектов когнитивной нагрузки, приведенные выше, могут быть аналогично применены при обучении любой школьной дисциплине. В то же время А. Tricot и J. Sweller [20] замечают, что обучение навыкам, специфичным для предметной области, более эффективно, чем обучение общим навыкам. Таким образом, особенности предметного содержания должны проявляться в методах обучения, ориентированных на учет эффектов когнитивной нагрузки. Например, при обучении школьников решению более-менее сложных геометрических задач, требующих последовательного применения нескольких теорем и формул, учитель вряд ли сможет воспользоваться методом отработанного примера. Это происходит в силу ряда причин. Во-первых, для подобных задач практически не существует точных алгоритмов решения, разве что обобщенные алгоритмические предписания, да и то не всегда. Во-вторых, задачи, даже относящиеся к одному и тому же типу, школьники не воспринимают таковыми, а следовательно, отработанный способ решения одной задачи, не будет соотнесен с другой задачей. Кроме того, решая геометрическую задачу, учащийся

должен уметь не только правильно построить чертеж в соответствии с условием задачи, но и в поиске решения выделить и распознать отдельные элементы чертежа, обнаруживать связи между ними, устанавливать их свойства, дополнить чертеж новыми элементами, позволяющими переосмыслить условие задачи и т.п. А, как свидетельствует практика обучения, такими умениями в большинстве случаев школьники не обладают.

Эти соображения натолкнули авторов данной статьи на мысль о том, что при обучении геометрии вместо метода отработанного примера можно воспользоваться методом отработанной геометрической конструкции. Представим этапы реализации данного метода:

- построение исходной геометрической фигуры и (при необходимости) повторения ее основных свойств;
- введение в чертеж дополнительных элементов, чтобы получить геометрическую конструкцию, которую нужно обработать;
- анализ, получившейся конструкции и описание всех ее важных свойств;
- рассмотрение частных случаев для данной конструкции, установление того, изменятся ли ранее выявленные свойства;
- обсуждение того, какие задачи могут быть решены с использованием выявленных свойств.

Полезно, обрабатывая каждую конструкцию, фиксировать результаты работы на специальной карточке или в специальной тетради. В этом случае легко будет обратить внимание учащихся на эти записи, если это будет необходимо при решении задач. С целью экономии времени взаимосвязанные конструкции лучше рассматривать следом друг за другом в рамках одного урока. Приведем пример геометрических конструкций, свойства которых полезно обработать после ознакомления с понятием трапеции (рис. 3).

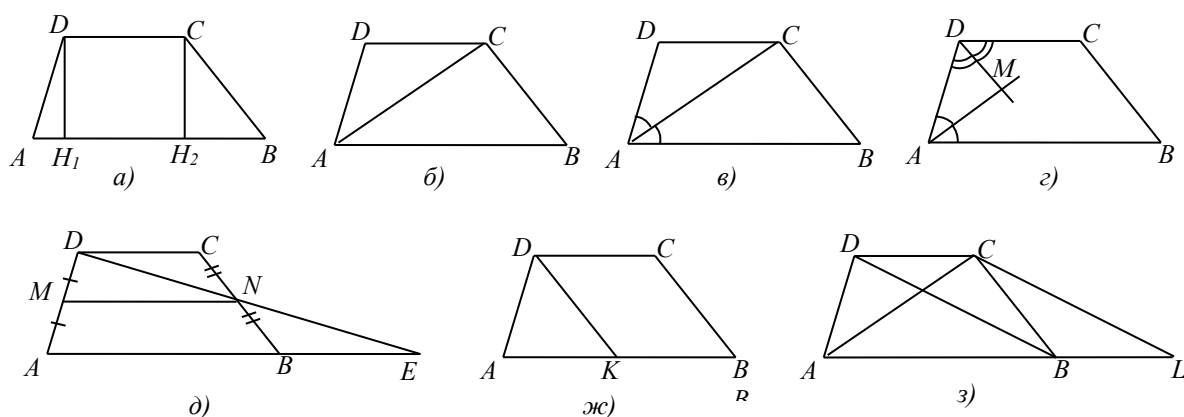


Рисунок 3. Примеры геометрических конструкций

Работая с чертежами и выявляя свойства их элементов, школьники в то же время повторяют ранее изученный материал, а также подготовятся к изучению последующих теорем. Например, доказательство равенства треугольников  $DCN$  и  $EBN$  (рис. 3д) будет использовано на последующем уроке при изучении теоремы о средней линии трапеции. Характеризуя свойства элементов рассматриваемых конструкций (отрезков, углов, треугольников, четырехугольников), важно обратить внимание учащихся, что трапеция может быть равнобедренной или, например, прямоугольной, и проследить изменятся ли обнаруженные свойства.

Понятно, что не всегда возможно сразу установить все свойства конструкции, поскольку не весь необходимый материал к этому моменту школьниками изучен. Но постепенно продвигаясь в изучении курса геометрии можно дополнять записи свойств. Например, можно обнаружить целый ряд свойств, связанных с диагоналями трапеции.

Так, после знакомства с понятием средней линии трапеции, стоит предложить учащимся, зная основания трапеции, найти каждый из трех отрезков, на которые диагонали делят среднюю линию (рис. 4а). После изучения темы «Подобие треугольников» целесообразно не только обсудить при каких условиях треугольники  $ADC$  и  $ACB$  будут подобны (рис. 3б), но и рассмотреть подобие треугольников  $DOC$  и  $BOA$  (рис. 4б), вычислить, зная основания трапеции, длину отрезка  $LK$  (рис. 4в); установить особенности отрезка  $XY$  (рис. 4г). При этом исследование свойств отрезка  $XY$  приведет к необходимости рассмотрения еще одной конструкции, полученной достраиванием трапеции до треугольника при продолжении сторон  $AD$  и  $BC$ . В связи с этой конструкцией также полезно рассмотреть случай, когда углы при большем основании трапеции составляют в сумме  $90^\circ$ .

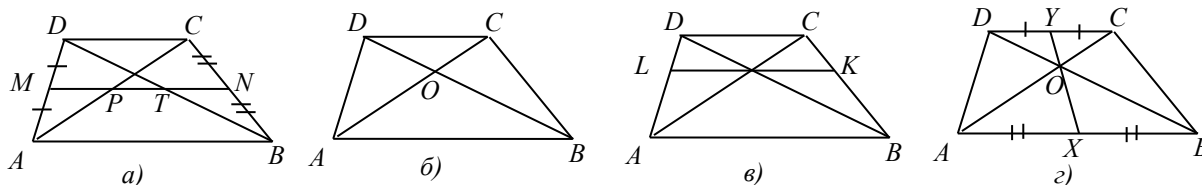


Рисунок 4. Трапеция и ее диагонали

В свою очередь, после изучения темы «Площади» можно расширить знания учащихся в отношении уже рассмотренных конструкций. Например, доказать равенство площадей треугольников, образованных диагоналями трапеции и прилежащих к ее боковым сторонам (рис. 4б) или обосновать, что трапеция  $ABCD$  и треугольник  $ACL$  равновелики (рис. 3з).

Количество конструкций и уровень «углубления в конструкцию» учитель может устанавливать сам в зависимости от наличия времени и способностей школьников. Однако важно, чтобы минимальный набор конструкций «перекрывал» совокупность задач по данной теме, предлагаемых учебником. При этом, решая со школьниками задачи, учитель должен позаботиться, чтобы сформировать у них навык соотнесения отработанной конструкции с задачей ситуацией. Приведем примеры задач (в общем виде), которые могут быть решены на основе одной из геометрических конструкций (рис. 3з).

**Задача 1.** В трапеции  $ABCD$  диагонали  $BD$  и  $AC$  перпендикулярны и равны  $d_1$  и  $d_2$ . Найдите площадь трапеции.

**Задача 2.** В трапеции  $ABCD$  диагонали  $BD$  и  $AC$  перпендикулярны и равны  $d_1$  и  $d_2$ . Найдите среднюю линию трапеции.

**Задача 3.** В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны и равны  $d$ . Найдите площадь трапеции.

**Задача 4.** Диагонали трапеции  $d_1$  и  $d_2$ , а длины оснований  $a$  и  $b$ . Найдите площадь трапеции.

**Задача 5.** Диагонали трапеции  $d_1$  и  $d_2$ , а длина средней линии –  $c$ . Найдите высоту трапеции.

**Задача 6.** Средняя линия трапеции равна  $c$ . Площадь трапеции равна  $S$ . Найдите диагонали трапеции, если они относятся как  $n : m$ .

**Задача 7.** Диагонали трапеции  $ABCD$  перпендикулярны, а её основания равны  $a$  и  $b$ . На одном из оснований трапеции взята точка, находящаяся на равном расстоянии от концов одной из диагоналей. Найдите это расстояние.

**Задача 8.** Постройте трапецию по ее основаниям  $DC = a$ ,  $AB = b$  ( $a < b$ ) и двум данным диагоналям  $AC = d_1$  и  $BD = d_2$ .

**Результаты эмпирического этапа исследования.** В таблице 3 приведены данные для расчета эмпирического значения критерия Манна-Уитни на этапе входного контроля, осуществленного в начале обучения в 8 классе. В результате расчетов получили значение  $U_{\text{эмп}} = 160,5$ . Так как  $U_{\text{эмп}} = 160,5 > U_{\text{кр}} = 109$  (при  $p \leq 0,05$ ), делаем вывод, что принимается нулевая гипотеза. В таблице 4 приведены результаты для расчета эмпирического значения критерия Манна-Уитни после полугода применения методов снижения когнитивной нагрузки при обучении геометрии в восьмом экспериментальном классе.

Таблица 3. Данные для расчета эмпирического значения критерия Манна-Уитни на этапе входного контроля

№	Экспериментальная группа	Ранг 1	Контрольная группа	Ранг 2
1	9	7.5	8	7.5
2	7	2.5	12	1.5
3	7	2.5	13	4
4	10	10.5	15	22
5	11	15	6	26
6	11	15	7	34
7	15	33.5	9	11
8	15	33.5	10	15
9	8	5	14	30
10	14	29	15	34
11	10	10.5	12	22
12	13	23.5	14	30
13	8	5	13	26
14	13	23.5	10	15
15	15	33.5	8	7.5
16	6	1	10	15
17	13	23.5	11	19
18	–	–	12	22
19	–	–	9	11
Суммы		313.5		352.5

Таблица 4. Данные для расчета эмпирического значения критерия Манна-Уитни после полугодия использования экспериментальной методики

№	Экспериментальная группа	Ранг 1	Контрольная группа	Ранг 2
1	12	22.5	8	4
2	12	22.5	10	11
3	13	28	12	22.5
4	11	16.5	15	34
5	14	31	7	1.5
6	15	33.5	7	1.5
7	15	33.5	9	6.5
8	15	33.5	10	11
9	12	22.5	12	22.5
10	12	22.5	15	34
11	10	11	12	22.5
12	10	11	14	30.5
13	8	5.5	11	16.5
14	13	28	10	11
15	12	22.5	8	4
16	11	16.5	10	11
17	13	28	11	16.5
18	–	–	10	11
19	–	–	9	6.5
Суммы		388		278

Таким образом,  $U_{\text{эмп}} = 88$ . Так как  $U_{\text{эмп}} < U_{\text{кр}} = 109$  (при  $p \leq 0,05$ ), то нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная гипотеза: с достоверностью 95% можно утверждать, что уровень владения геометрическим материалом в экспериментальной группе после применения методов и дидактических материалов, учитывающих эффекты когнитивной нагрузки, превышает уровень владения геометрическим материалом в контрольной группе.

### Дискуссия

Результаты исследования свидетельствуют о позитивном влиянии методов и приемов, учитывающих эффекты когнитивной нагрузки на образовательные результаты школьников. Несмотря на незначительный срок, в течение которого внедрялась экспериментальная методика, отмечается положительный сдвиг в качестве знаний школьников по геометрии. Кроме того, наблюдение за работой учащихся на уроках подтверждает постепенное повышение их познавательной активности и самостоятельности. Положительный эффект определялся еще и тем, что не смотря на приоритет метода отработанной геометрической конструкции, в учебном процессе учитывался целый ряд эффектов когнитивной нагрузки: эффект модальности, эффект самообъяснения, эффект изолированных элементов, эффект незавершенного решения, эффект отмены экспертных знаний и др. Например, эффект изолированных элементов хорошо проявлялся, когда нужно было решить задачу, чертеж которой объединял элементы 2-3 отработанных геометрических конструкций.

В процессе анализа результатов также было выявлено снижение баллов у отдельных учащихся уже после применения экспериментальной методики, или баллы остались на том же уровне. При выяснении причин такого положения в процессе бесед со школьниками было обнаружено, что снижение результатов наблюдалось у школьника, которому совсем не свойственен визуальный стиль обработки информации, а также у обучающегося, который по причине болезни пропустил несколько уроков накануне суммативного оценивания. Те школьники, результаты которых не изменились после эксперимента, в процессе беседы отметили, что им не совсем был привычен новый формат обучения. Таким образом, следует отметить, что перед использованием экспериментальной методики полезно предварительно выяснить когнитивные стили обучающихся и более индивидуализировано использовать методы и приемы, учитывающие эффекты снижения когнитивной нагрузки.

Одно из опасений перед проведением эксперимента было связано с тем, что в ситуации ограниченности времени, которое отводится на изучение конкретной темы, сложно тщательно отработать свойства конструкций и уделить время решению задач, представленных в учебнике. Эти опасения в процессе исследования были рассеяны. Исследование свойств взаимосвязанных геометрических конструкций определяет объективную непрерывность познавательной деятельности школьников, снижая необходимость в промежуточных действиях. Продуманные инструкции учителя и приемы скаффолдинга способствуют интенсификации обучения. Все это приводит к экономии времени. Кроме того, решение задач, как в классе, так и в домашней работе с опорой на отработанные геометрические конструкции также требовало меньше времени.

Таким образом, результаты этого исследования дополняют доказательную базу о том, что при проектировании и осуществлении обучения школьников необходимо принимать во внимание положения теории когнитивной нагрузки. Не случайно, во множестве исследований [21, 22 и др.], без обращения к идеям снижения когнитивной нагрузки, по сути, доказывалось, что методы и приемы обучения наиболее эффективны, если они разработаны с учетом понимания того, как человеческий мозг приобретает и использует знания.

### Заключение

Теория когнитивной нагрузки предоставляет исследователям и педагогам понимание того, как должно быть организовано обучение, чтобы уменьшить перегрузку рабочей памяти и, следовательно, улучшить образовательные результаты обучающихся. Результаты

исследования расширяют данные, представленные в ранее опубликованных работах, и позволяют предложить следующие рекомендации:

- учителя должны осознавать потенциальные возможности и ограничения, которые представлены в эффектах когнитивной нагрузки, и учитывать их, осуществляя проектирование и внедрение методов обучения и дидактических материалов;
- полезно учитывать способности, когнитивные стили обучающихся и уровень их обученности, чтобы более точно приспособить положения теории когнитивной нагрузки к конкретному контексту практики обучения;
- учитывая предметный контекст геометрии, уместно применять в обучении метод отработанной геометрической конструкции, как способ учета эффекта отработанного примера, сочетая его с методами и приемами, направленными на учет других эффектов когнитивной нагрузки;
- целесообразно постепенно формировать у обучающихся навыки самостоятельного регулирования собственной когнитивной нагрузки.

#### Список использованных источников

- [1] Sweller J. *Cognitive load during problem solving: Effects on learning* // *Cognitive science*. – 1988. – vol. 12(2). – P. 257–285. [https://doi.org/10.1016/0364-0213\(88\)90023-7](https://doi.org/10.1016/0364-0213(88)90023-7)
- [2] Sweller J. *Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load* // *Educational Psychology Review*. – 2010. – vol. 22(2). P. 123–138. <https://doi.org/10.1007/s10648-010-9128-5>
- [4] Sweller J., van Merriënboer J. J. G., Paas F. *Cognitive architecture and instructional design: 20 years later*. *Educational Psychology Review*. 2019. – vol. 31(2). – P. 261–292. <https://doi.org/10.1007/s10648-019-09465-5>
- [4] Orru G., Longo L. *The Evolution of Cognitive Load Theory and the Measurement of Its Intrinsic, Extraneous and Germane Loads: A Review*. In: Longo L., Leva M. (eds) *Human Mental Workload: Models and Applications*. *Communications in Computer and Information Science*, Springer, Cham. – 2019. – vol. 1012. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-14273-5\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-030-14273-5_3)
- [5] Chen O., Kalyuga S., Sweller J. *The expertise reversal effect is a variant of the more general element interactivity effect* // *Educational Psychology Review*. – 2017. – vol. 29. – P. 393–405. <https://doi.org/10.1007/s10648-016-9359-1>
- [6] Ginns P. *Meta-analysis of the modality effect* // *Learning and Instruction*. – 2005. – vol. 15. – P. 313–331. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.07.001>
- [7] Mayer R. E., Anderson R. B. *The instructive animation: Helping students build connections between words and pictures in multimedia learning* // *Journal of Educational Psychology*. – 1992. – vol. 84(4). – P. 444–452. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.84.4.444>
- [8] van Gog T., Paas F., van Merriënboer J. J. G. *Effects of studying sequences of process-oriented and product-oriented worked examples on troubleshooting transfer efficiency* // *Learning and Instruction*. – 2008. – vol. 18(3). – P. 211–222. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.03.003>
- [9] Martin A. J., Evans P. *Load reduction instruction: Exploring a framework that assesses explicit instruction through to independent learning* // *Teaching and Teacher Education* – 2018. – vol. 73. – P. 203–214. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.03.018>
- [10] Bull P. *Cognitive Constructivist Theory of Multimedia: Designing Teacher-Made Interactive Digital*. // *Creative Education*. – 2013. – vol. 4. – P. 614–619. <https://doi.org/10.4236/ce.2013.49088>
- [11] van Merriënboer J. J. G., Kirschner P. A. *4C/ID in the Context of Instructional Design and the Learning Sciences*. In F. Fischer, C. E. Hmelo-Silver, S. R. Goldman, & P. Reimann (Eds.), *International Handbook of the Learning Sciences*. Routledge. – 2018. – P. 169–179. <https://doi.org/10.4324/9781315617572-17>
- [12] Choi S., Song J. 2023. *Offloading through emphasis manipulation sequencing during a complex learning process in cognitive load and learning transfer* // *International Journal of Educational Methodology*. – 2023. – vol. 9(3). – P. 567–584. <https://doi.org/10.12973/ijem.9.3.567>
- [13] Бутарев К.В. *Изучение программирования с позиции теории когнитивной нагрузки* // *Информатика в школе*. – 2024. – Т. 23(5). – С. 5–11. <https://doi.org/10.32517/2221-1993-2024-23-5-5-11>

[14] Горбунова А.Ю. Теория когнитивной нагрузки: оптимизация обучения с помощью алгоритмов решения задач и последовательности обучения // *Мир психологии*. – 2024. – № 2 (117). – С. 237–253. [https://doi.org/10.51944/20738528\\_2024\\_2\\_237](https://doi.org/10.51944/20738528_2024_2_237)

[15] Ellerton P. On critical thinking and content knowledge: A critique of the assumptions of cognitive load theory // *Thinking Skills and Creativity*. – 2022. – vol. 43. – P. 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2021.100975>

[16] Kim M., Duncan C., Yip S., Sankey D. Beyond the theoretical and pedagogical constraints of cognitive load theory, and towards a new cognitive philosophy in education // *Educational Philosophy*. –2024. – P. 1–12. <https://doi.org/10.1080/00131857.2024.2441389>

[17] Dehaene S. *How we learn: The new science of education and the brain*. London: Penguin Random House. – 2020. – 352 pp. <https://doi.org/10.1080/13546805.2020.1865897>

[18] Шмигирилова И.Б., Костина А.А. Стратегии снижения когнитивной нагрузки как инструмент непрерывного образования. // *Непрерывное образование: проблемы, решения, перспективы. Материалы III Всероссийской научной конференции (с международным участием)*. Санкт-Петербург. – 2024. – С. 54–58.

[19] Шмигирилова И.Б., Рванова А.С., Белошистова Я.С., Дуткин М.А. Прием обращения геометрических задач как средство развития мышления будущих учителей математики // *Вестник КазНПУ имени Абая. Серия: Физико-математические науки*. – 2022. – № 77 (1). – С. 193–201. <https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.27>.

[20] Tricot A., Sweller J. Domain-specific knowledge and why teaching generic skills does not work // *Educational Psychology Review*. – 2014. – vol. 26(2). – P. 265–283. <https://doi.org/10.1007/s10648-013-9243-1>

[21] Зыкрина С. Құрылымдалған есептерді шығарудың оқушылардың зерттеушілік дағдыларын дамытуға әсері. // *Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршысы. Физика-математика ғылымдары сериясы*. – 2023. – № 83(3). – С. 88–96. <https://doi.org/10.51889/2959-5894.2023.83.3.011>

[22] Манвелов С.Г., Манвелов Н.С. К проблеме вариативности обучения школьников решению математических задач // *Проблемы современного педагогического образования*. – 2017. – № 54-6. – С. 167–174.

#### References

[1] Sweller, J. (1988) Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive science*. vol. 12(2), 257–285 [https://doi.org/10.1016/0364-0213\(88\)90023-7](https://doi.org/10.1016/0364-0213(88)90023-7)

[2] Sweller J. (2010) Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educational Psychology Review*. vol. 22(2), 123–138. <https://doi.org/10.1007/s10648-010-9128-5>

[3] Sweller J., van Merriënboer J. J. G., & Paas F. (2019) Cognitive architecture and instructional design: 20 years later. *Educational Psychology Review*. 31(2), 261–292. <https://doi.org/10.1007/s10648-019-09465-5>

[4] Orru G., Longo L. (2019) The Evolution of Cognitive Load Theory and the Measurement of Its Intrinsic, Extraneous and Germane Loads: A Review. In: Longo L., Leva M. (eds) *Human Mental Workload: Models and Applications. Communications in Computer and Information Science, Springer, Cham*. vol. 1012. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-14273-5\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-030-14273-5_3)

[5] Chen O., Kalyuga S., & Swelle J. (2017) The expertise reversal effect is a variant of the more general element interactivity effect. *Educational Psychology Review*, vol. 29, 393–405. <https://doi.org/10.1007/s10648-016-9359-1>

[6] Ginns P. (2005) Meta-analysis of the modality effect. *Learning and Instruction*. vol. 15, 313–331. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.07.001>

[7] Mayer R. E., & Anderson R. B. (1992) The instructive animation: Helping students build connections between words and pictures in multimedia learning. *Journal of Educational Psychology*. vol. 84(4), 444–452. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.84.4.444>

[8] van Gog T., Paas F., & van Merriënboer J. J. G. (2008) Effects of studying sequences of process-oriented and product-oriented worked examples on troubleshooting transfer efficiency. *Learning and Instruction*. vol. 18(3), 211–222. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.03.003>

[9] Martin A. J., Evans P. (2018) Load reduction instruction: Exploring a framework that assesses explicit instruction through to independent learning *Teaching and Teacher Education*. vol. 73, 203–214. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.03.018>

[10] Bull P. (2013) Cognitive Constructivist Theory of Multimedia: Designing Teacher-Made Interactive Digital. *Creative Education*. vol. 4, 614–619. <https://doi.org/10.4236/ce.2013.49088>

[11] van Merriënboer J. J. G., Kirschner P. A. (2018) 4C/ID in the Context of Instructional Design and the Learning Sciences. In F. Fischer, C. E. Hmelo-Silver, S. R. Goldman, & P. Reimann (Eds.), *International Handbook of the Learning Sciences*. Routledge. pp. 169–179. <https://doi.org/10.4324/9781315617572-17>

[12] Choi S., & Song J. (2023). Offloading through emphasis manipulation sequencing during a complex learning process in cognitive load and learning transfer. *International Journal of Educational Methodology*. vol. 9(3), 567–584. <https://doi.org/10.12973/ijem.9.3.567>

[13] Butarev K.V. (2024.) *Izucheniye programmirovaniya s pozitsii teorii kognitivnoy nagruzki [Study of programming from the standpoint of cognitive load theory]*. *Informatika v shkole*. № 23(5), 5–11. (In Russian) <https://doi.org/10.32517/2221-1993-2024-23-5-5-11>

[14] Gorbunova A.YU. (2024) *Teoriya kognitivnoy nagruzki: optimizatsiya obucheniya s pomoshch'yu algoritmov resheniya zadach i posledovatel'nosti obucheniya [Cognitive Load Theory: Optimizing Learning through Worked Examples and Instructional Sequencing]*. *World of psychology*, № 2 (117), 237–253. (In Russian) [https://doi.org/10.51944/20738528\\_2024\\_2\\_237](https://doi.org/10.51944/20738528_2024_2_237)

[15] Ellerton P. (2022). On critical thinking and content knowledge: A critique of the assumptions of cognitive load theory. *Thinking Skills and Creativity*. vol. 43, 1–7. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2021.100975>,

[16] Kim M., Duncan C., Yip S. & Sankey D. (2024) *Beyond the theoretical and pedagogical constraints of cognitive load theory, and towards a new cognitive philosophy in education*, *Educational Philosophy and Theory*, 1–12. <https://doi.org/10.1080/00131857.2024.2441389>

[17] Dehaene S. (2020) *How we learn: The new science of education and the brain*. London: Penguin Random House, 352 pp. <https://doi.org/10.1080/13546805.2020.1865897>

[18] Shmigirilova I.B., Kostina A.A. (2024) *Strategii snizheniya kognitivnoy nagruzki kak instrument nepreryvnogo obrazovaniya [Cognitive load reduction strategies as a tool for continuous education]*. In: *Nepreryvnoe obrazovanie: problemy, resheniya, perspektivy. Materialy III Vserossiyskoj nauchnoj konferencii (s mezhdunarodnym uchastiem)*. Sankt-Peterburg, 54–58. (In Russian)

[19] Shmigirilova I.B., Rvanova A.S., Beloshistova Ja.S., Dutkin M.A. (2022) *Priem obrashheniya geometricheskikh zadach kak sredstvo razvitiya myshleniya budushhih uchitelej matematiki [The method of transformation of geometric problems as a means of developing the thinking of future mathematics teachers]*. *Vestnik KazNPU imeni Abaja. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki*, № 77 (1), 193–201. (In Russian) <https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.27>

[20] Tricot A. & Sweller J. (2014) *Domain-specific knowledge and why teaching generic skills does not work*, *Educational Psychology Review*, 26, no. 2, pp. 265–283. <https://doi.org/10.1007/s10648-013-9243-1>

[21] Zykrina C. (2023) *Qurılımdalğan esepтерdi ығарwıdñ oqwşılardıñ zerttewşilik daғdıların damıtıwға әseri [Impact of structured assignments on the development of students' research skills]*. *Bulletin of Abai KazNPU. Series of Physical and mathematical sciences*. № 83(3), 88–96. (In Kazakh). <https://doi.org/10.51889/2959-5894.2023.83.3.011>.

[22] Manvelov S.G., Manvelov N.S. (2017) *K probleme variativnosti obucheniya shkol'nikov resheniyu matematicheskikh zadach [On the problem of variability of teaching schoolchildren to solve mathematical problems]*. *Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya*. № 54(6), 167–174. (In Russian)