**ҒТАХР 28.23.35**

**10.51889/2959-5894.2025.91.3.006**

**А. Тлеулесова[1,2*], С. Жұматов[2]**

[1]Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана қ.,
[2] Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы қ.,
[*]*e-mail: agila_72@mail.ru*

# БАҒДАРЛАМАЛЫҚ КӨПБЕЙНЕЛІКТІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫН ЗЕРТТЕУДЕГІ МАТРИЦАЛЫҚ САЛЫСТЫРУ ЖҮЙЕЛЕРІ

*Аңдатпа*

Мақалада негізгі басқару жүйесінің бағдарламалық көпбейненің орнықтылығы қарастырылады. Басқару жүйесі бағдарламалық көпбейненің орнықтылық қасиеттерін зерттеу үшін салыстыру жүйесі құрылған. Автономды және автономды емес жүйелер үшін Ляпунов функциясын құрастырамыз. Ляпунов функциясы арқылы берілген функцияға қатысты бағдарламалық көпбейненің абсолютті және асимптотикалық орнықтылығының жеткілікті шарттары алынған. Көмекші салыстыру жүйелерінің кеңістіктегі қалпы берілген жүйе кеңістігіндегі бейнелеуге негізделген. Бұл әдістер түрлі теориялық, қолданбалы есептерді қарастырады. Сондай-ақ кеңістіктегі көпбейненің динамикалық қасиеттерін зерттеу үшін кеңінен қолданылады. Салыстыру жүйелерін зерттеуге дифференциалдық теңдеулер қолднылады. Қарастырылып отырған теңдеулер жүйесінің ретін төмендету - салыстыру әдісінің негізгі артықшылығын көрсетеді. Автоматты басқару жүйелерінің бағдарламалық көптүрлілігінің орнықтылығын зерттейміз. Бағдарламалық көптүрліліктің орнықтылығы үшін жеткілікті шарттарды матрицалық салыстыру теңдеулерінен аламыз.

**Түйін сөздер:** бағдарламалық көпбейнелілік, негізгі басқару жүйесі, салыстыру жүйесі, Ляпунов функциясы, абсолютті орнықтылық, асимптотикалық орнықтылық, автономды жүйелер, автономды емес жүйелер.

А. Тлеулесова[1,2], С. Жуматов[2]
[1]Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилёва, г.Астана,
[2]Институт математики и математического моделирования, г.Алматы

# СИСТЕМЫ СРАВНЕНИЯ МАТРИЦ В ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЧИВОСТИ МНОГООБРАЗИИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

*Аннотация*

В статье рассмотрена устойчивость программного обеспечения многообразия основной системы управления. Для исследования свойств устойчивости системы управления создана система сравнения. Построим функцию Ляпунова для автономных и неавтономных систем. Получены достаточные условия абсолютной и асимптотической устойчивости программного полинома относительно функции, заданной функцией Ляпунова. Пространственное положение вспомогательных картографических систем основано на их представлении в заданном системном пространстве. Эти методы рассматривают различные теоретические и прикладные задачи. Он также широко используется для изучения динамических свойств многообразии в пространстве. Дифференциальные уравнения используются для изучения систем сравнения. Понижение порядка рассматриваемой системы уравнений показывает основное преимущество метода сравнения. Исследуется устойчивость многообразия программного обеспечения систем автоматического управления. Из уравнений матричного сравнения получены достаточные условия устойчивости программного многообразия.

**Ключевые слова:** бағдарламалық көпбейнелілік, негізгі басқару жүйесі, салыстыру жүйесі, Ляпунов функциясы, абсолютті орнықтылық, асимптотикалық орнықтылық, автономды жүйелер, автономды емес жүйелер.

A. Tleulessova[1,2], S. Zhumatov[2]
[1]L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan
[2]Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan

**SYSTEMS FOR COMPARING MATRICES IN THE STABILITY OF SOFTWARE MONIFOLD**

*Abstract*

To investigate the stability properties of the control system, a comparison system has been constructed. A Lyapunov function is formulated for both autonomous and non-autonomous systems. Sufficient conditions for the absolute and asymptotic stability of the program manifold are derived with respect to a function defined by the Lyapunov function. The spatial positioning of auxiliary cartographic systems is based on their representation within a given system space. These methods address various theoretical and applied problems and are also widely used for studying the dynamic properties of multi-image representations in space. Differential equations are employed to analyze comparison systems. The reduction of the order of the considered system of equations demonstrates the principal advantage of the comparison method. The stability of diverse program manifold components within automatic control systems is investigated. From the matrix comparison equations, sufficient conditions for the stability of program manifolds are obtained. Sufficient conditions for the stability of the program manifold are derived from the matrix comparison equations. Sufficient conditions for the stability of the program manifold are derived from the matrix comparison equations.

**Keywords:** бағдарламалық көпбейнелілік, негізгі басқару жүйесі, салыстыру жүйесі, Ляпунов функциясы, абсолютті орнықтылық, асимптотикалық орнықтылық, автономды жүйелер, автономды емес жүйелер.

## Кіріспе

Әртүрлі теориялық және қолданбалы мәселелерді шешуде кеңістіктегі көпбейненің динамикалық қасиеттерін зерттеуді сақтау үшін көмекші салыстыру жүйелерінің кеңістіктегі қалпы берілген жүйе кеңістігіндегі бейнелеуге негізделген әдістер кеңінен қолданылады. Әдетте салыстыру жүйелері ретінде $R^n$-гі дифференциалдық теңдеулер қолданылады, ал салыстыру әдісінің негізгі артықшылығы – зерттелетін жүйе теңдеулерінің ретін едәуір төмендету мүмкіндігі. Р. Конти [1] скалярлы салыстыру теңдеуін әдеттегі дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің жалғастырылуын зерттеу үшін қолданған. К. Кордунян [2] бұл әдісті дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің орнықтылығы мен асимптотикалық орнықтылығын анықтау үшін пайдаланған. В. М. Матросов [3-5], Р. Беллман [6] бұл әдісті векторлық салыстыру теңдеулеріне жалпылаған. Н. С. Постников пен Е. Ф. Сабаев [7] соңғы өлшемді динамикалық жүйелерді симметриялық матрицалар кеңістігінде анықталған салыстыру жүйелерін зерттеуге бағыттаған. Б. Ж. Майгарин [8] басқару динамикалық жүйелерінің орнықтылығын зерттеу үшін матрицалық салыстыру теңдеулерін қолданған. Бұл жұмыста автоматты басқару жүйелерінің бағдарламалық көпбейне орнықтылығы үшін жеткілікті шарттарды алу мақсатында матрицалық салыстыру теңдеулері пайдаланылады.

## Зерттеу әдіснамасы

*Есептің қойылуы.*

Айталық [9] дифференциалдық теңдеуі автоматты басқару жүйелерінің динамикалық процестерін сипаттасын, яғни:

$$\dot{x} = f(t, x) \tag{1}$$

мұндағы $x \in R^n$; $f(t, x)$ - вектор-функциясы басқару жүйесінің қалпын, бірінші теңдеудің $t \in I = [t_0, \infty)$ аралығындағы шешімінің бар болуы мен жалғыздығын қамтамасыз ететін және *(n-s)*-өлшемді $\Omega(t)$ тегіс интегралдық көпбейне және (2) векторлық теңдеуін анықталады

$$\omega(t, x)=0, \tag{2}$$

мұндағы $\omega - s \leq n$ -өлшемді вектор.

Орнықтылық қасиеті бар интегралдық көпбейне (2) формуласымен берілген (1) дифференциалдық теңдеулер жүйесін құрамыз.

(1) жүйе үшін $\Omega(t)$ интегралдық көпбейне болғандықтан

$$\dot{\omega}=\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial \omega}{\partial x} f(t, x)=F(t, \omega), \tag{3}$$

мұндағы - $F(t, 0) \equiv 0$ Еругин функциясы [10].

*Салыстыру жүйелерін құру.* Элементтері $s \times s$ симметриялық матрица болатын $\widetilde{R}^s$ кеңістігін енгізейік:

$$\widetilde{R}^s=\left\{M=M^T=\left\|M_{ij}\right\|_0^T\right\}. \tag{4}$$

$\widetilde{R}^s$ кеңістігінде элементтердің жартылай реттелуін сфера арқылы анықтаймыз. Бұл реттелу келесі шарттармен беріледі:

$$S=S_r^+=\left\{M: \omega^T M \omega<r^2 \forall \omega \in R^s\right\},$$

$$S_r^0=\left\{M: \omega^T M=r^2 \forall \omega \in R^s\right\},$$

$$S_r^-=\left\{M: \omega^T M \omega>r^2 \forall \omega \in R^s\right\}. \tag{5}$$

Матрицаны келесідей түрде енгізейік:

$$M(\omega)=D(\omega) M D(\omega). \tag{6}$$

Мұндағы

$$D(\omega)=diag\left\|\omega_1, \ldots, \omega_s\right\|. \tag{7}$$

Егер $\forall(i, j)_1^s$ үшін $\mathrm{M}_{ij}=1$ ескерсек, онда $M(\omega)=L(\omega)=\omega \omega^T$ матрицасы осы түрде болады.

Егер $S^s$ кеңістігінің элементтері үшін $M_1 \geq M_2 \wedge M_1>M_2$ теңсіздігін орындалса, онда сәйкесінше келесі қатынасты анықтайды:

$$M_1-M_2 \in S \wedge M_1-M_2 \in \operatorname{int} S.$$

Егер $M \in S \wedge M \in \operatorname{int} S$ болса, онда кез келген ерекше емес $U$ матрицасы үшін

$$U M U^T \in S \wedge U M U^T \in \operatorname{int} S. \tag{8}$$

Егер $U=M^{-1}$ болса, мұндағы $M \in \operatorname{int} S$, онда (8) бойынша $M^{-1} \in \operatorname{int} S$. $S^s$ кеңістігінде келесі норманы енгіземіз

$$\|M\|_{U_0} = \inf\{\alpha : -\alpha U_0 \le M \le \alpha U_0\}, \tag{9}$$

$R^s$ кеңістігінің нормасы ретінде

$$\|\omega\| = \left(\omega^T U_0^{-1} \omega\right)^{1/2}. \tag{10}$$

пайдаланамыз.

Айталық келесі теңдік дұрыс болсын

$$\|M(\omega)\|_{U_0} = \omega^T U_0^{-1} \omega = \|\omega\|^2. \tag{11}$$

$M(\omega)$ матрицасының құрылымына байланысты (5) теңдеуден келесі қатынастарды аламыз:

$$M(\omega) = \det \begin{Vmatrix} M_{11}\omega_1^2 & M_{12}\omega_1\omega_2 & \dots & M_{1s}\omega_1\omega_s \\ . & . & . & . \\ M_{s1}\omega_s\omega_1 & M_{s2}\omega_s\omega_2 & \dots & M_{ss}\omega_s^2 \end{Vmatrix}, \tag{12}$$

$$\det M(\omega) = \prod_{i=1}^{s} \omega_i^2 \det M, \tag{13}$$

$$M(\omega) > 0 \Leftrightarrow M > 0 \ \forall \omega_i \ne 0, \tag{14}$$

мұндағы $\omega_i$ - нақты айнымалылар

$$\frac{D(\omega)}{dt} = \dot{D}(\omega) = D[F(t, \omega)]. \tag{15}$$

$R^s$ кеңістігінде келесі дифференциалдық теңдеуді қарастырамыз

$$\dot{K} = \Psi(t, K), \tag{16}$$

мұндағы $K$ - $s \times s$ өлшемді матрица, $\Psi(t, K)$- (16) теңдеудің шешімдерінің болуы мен жалғыздығының қасиеттерінің қанағаттандыратын матрица. Егер (16) теңдеудің шешімдері ішінде $K(t)$ шешімі , яғни (3) теңдеу шешімдерімен байланысты

$$M[\omega(t_0)] = K(t_0) \wedge M[\omega(t)] \le K(t) \ \textit{при} \ t > t_0. \tag{17}$$

қатынас болса онда (16) теңдеу (3) теңдеудің салыстыру жүйесі деп аталады. (17) Теңсіздікпен (11) қатынастан шығтыны $\|\omega(t)\|^2 \le \|K(t)\|_{U_0}$. Осыдан, яғни (16) теңдеудің салыстыру жүйесінің аналогиясынан (3) жүйенің орнықтылығы, асимптотикалық орнықтылығы, диссипативтілігі шығады.

Егер (16) теңдеу үшін Чаплыгин [7] типті дифференциалдық теңсіздіктер туралы теорема орындалса, онда (16) теңдеу $\Xi(\Psi \in \Xi)$ классына жататынын ескереміз, яғни егер $\dot{P} \le \Psi(t, P)$, мұндағы Р -$s \times s$ өлшемді матрица, онда $P(t_0) \le K(t_0)$ мынадан $t > t_9$ болғанда $P(t) \le K(t)$, мұнда,ы $K(t)$ -(16) ның кез-келген шешімі.

$M(\omega)$ функциясын дифференциалдап (3) теңдеу бойынша (15)-теңдеуді ескеріп, алатынымыз:

$$\dot{M}(\omega)=D[F(t,\omega)]MD(\omega)+D(K)MDF(t,\omega). \tag{18}$$

(2) теңдеу шешімін табу барысында $\Psi(t,K)\in\Xi$ үшін келесі теңсіздіктің орындалуын қарасытырамыз

$$D[F(t,\omega)]MD(\omega)+D(K)MDF(t,\omega)\le\Psi[t,M(\omega)]. \tag{19}$$

Сонда (19) дан (17)-нің дұрыстығы шығады.

$\Xi$ класының теңдеуі фазалық кеңістіктің құрылымы бойынша дифференциалдық теңдеулердің ең қарапайым класын құрайды.

*Лемма 1.* Айталық $\Psi\in\Xi.\ \Psi(t,0)=0$ *және* $M_0(\alpha)$ *параметрне тәуелді үзіліссіз функциясы бар болсы, мұндағы* $\alpha\in[-\alpha_0,\alpha_0],\ t\in I_0),\ \alpha M_0(\alpha)$ *және мейлінше аз* $\varepsilon>0.$ *үшін*

$$\alpha\Psi[t,M_0(\alpha)]\le-\varepsilon M_0(\alpha) \tag{20}$$

*Онда бағдарламалы көпбейне* $\Omega(t)$ $\omega$ *вектор-функциясына қарағанда асимптотикалық орнықты, ал*

$$V_\alpha=\{K:M_0(-\alpha)\le K\le M_0(\alpha),\ \alpha\in]0,\alpha_0]\} \tag{21}$$

*көпмүшелігі (16) жүйе шешіміне қарағанда инвариантты және бағдарламалы көпбейненің тартылу облысында жатады.*

$V_\alpha$ жиынының инварианттылығы дегеніміз $K(t)\in V_\alpha$ шешімінің $t>t_0$ болғандағы, $K(t_0)\in V_\alpha$ болуы.                                                                                                  .

Лемма 1 (20) түріндегі матрицалық теңсіздіктері шешуге арналған $\omega$ вектор-функциясына қатысты $\Omega(t)$ бағдарламалық көпбейненің орнықтылығын зерттеуге алып келеді. Бұл жағдайда $V_\alpha$ жиындары бастапқы жүйенің (3) жиындарының фазалық кеңістігінде индукцияланып

$$\widetilde{V}_\alpha=\{\omega:M(\omega)\le K\le M_0(\alpha),\ \alpha_0\in]0,\alpha_0]\} \tag{22}$$

(3) теңдеу шешімдеріне қатысты инвариантты және бағдарламалық көпбейнені тарту облысында жатады.

Ляпуновтың матрицалық дифференциалдық теңдеуін қарастырайық:

$$\dot{K}=KA^T(t)+A(t)K, \tag{23}$$

мұндағы $A(t)$ - $s\times s$ өлшемді $t\in I_0$ аралығында анықталған үзіліссіз матрица.

*Лемма 2.* Айталық $\forall t\in I_0$ *және мейлінше аз* $\varepsilon>0$ *үшін* $M_)\in\operatorname{int}S$ *бар болатындай М матрицасы бар болсын және келесі теңсіздік орындалсын*

$$M_0 A^T(t) + A(t) M_0 \le -\varepsilon M_0. \tag{24}$$

*Онда*

$$\dot{\omega} = A(t)\omega \tag{25}$$

*теңдеуінің нөлдік шешімі асимптотикалық орнықты.*

*Сондай ақ (25) теңдеуінің* $K(t)$ *барлық шешімдері үшін және* $\alpha > 0$ *болғанда, егер* $t = t_0$ *үшін орындалса* $t > t_0$ *болғанда*

$$-\alpha M_0 \le K(t) \le \alpha M_0, \tag{26}$$

*теңсіздігі орындалады.*

*Автономды жүйедегі бағдарламалық көпбейненің орнықтылығы.*

(1) теңдеуімен бірге басқару жүйелерінің келесі түрін қарастырайық:

$$\dot{x} = f(t, x) - bf(\sigma), \quad \sigma = c^T \omega. \tag{27}$$

Мұндағы $b$ және $c$ - бақылаудың басқару тұрақты векторлары, $\xi$ және $\sigma$ скаляр өлшемдер

$$\varphi(0) = 0 \wedge k_1\sigma^2 < \sigma\varphi(\sigma) < k_2\sigma^2, \tag{28}$$

$\varphi(\sigma)$ қанағаттандыратын үзіліссіз сызықты емес функция, мұндағы $k_1$ және $k_2$ – қандайда бір тұрақтылар.

(27) теңдеулер жүйесі бойынша (2) теңдеуді $t$ уақыт бойынша дифференциалдаймыз, яғни $F(t, \omega) = -A\omega$, мұндағы $A$ - $s \times s$ өлшемді тұрақты матрица, бұдан алатынымыз:

$$\dot{\omega} = -A\omega - b\varphi(\sigma), \quad \sigma = c^T \omega. \tag{29}$$

*Анықтама 1. Егер кез келген* $\omega(t_0, x_0)$ *және* $\varphi(\sigma)$ *(28) шартын қанағаттандыратын (27) теңдеу шешімдері орнықты болса, онда* $\Omega(t)$ *бағдарламалық көпбейне абсолют орнықты деп аталады.*

*Есептің қойылуы* $\omega$ *вектор-функциясына қарағанда* $\Omega(t)$ *бағдарламалық көпбейненің абсолютты орнықтылығының шарттарын алу.*

(29) жүйе үшін келесі матрица-функцияны құрамыз:

$$M[\omega(t)] = L(\omega) + \alpha E_s \int_0^t S(\tau) d\tau + \beta \int_0^\sigma f(\sigma) d\sigma, \tag{30}$$

Мұндағы $\alpha$ және $\beta$ - оң тұрақтылар, $H(\omega)$ - келесідей айнымалы матрица:

$$L(\omega) = \omega\omega^T. \tag{31}$$

Функцияны (29), (30) жүйесіне сәйкес дифференциалдай отырып, алатынымыз:

$$\begin{aligned} -\dot{M}[\omega(t)] &= L(\omega)A^T + AL(\omega) + \left(L(\omega)cb^T + bc^T L(\omega)\right)\psi + \\ &+ \alpha E_n \varphi^2 \left(1 - k_1\psi^{-1}\right)\left(\psi^{-1} - k_2^{-1}\right) + \beta E_n c^T Ax\varphi + \beta E_n c^T b\varphi^2, \end{aligned} \tag{32}$$

$$\psi = \psi(\sigma, t) = \varphi(\sigma(t))/\sigma(t), \quad \sigma(t) = c^T \omega(t), \quad \varphi = \varphi(\sigma(t)).$$

(29) теңдеу үшін салыстыру жүйесі ретінде (32) матрицалық дифференциалдық теңдеуін қарастырамыз. (29) теңдеудің бастапқы шешімдерін есептегенде алынған $\omega(t)$, яғни $\omega$-ның үзіліссіз функциясы.

Айталық $\alpha, \beta$ теріс емес мәндері бар болсын. Барлық $\varphi(\sigma) \in C_{]k_1, k_2]}$ және $L_0 \in \operatorname{int} S$ матрицасы үшін келесі теңдік дұрыс:

$$\begin{aligned} F_0 = (L_0 A^T + AL_0) + \left(L_0 c b^T + b c^T L_0\right)\varphi(\sigma) + \alpha E_n \varphi_0^2\left(1 - k_1 \psi_0^{-1}\right)\times \\ \times\left(\psi_0^{-1} - k_2^{-1}\right) + \beta E_n c^T A\omega_0\varphi_0 + \beta E_n c^T b \varphi_0^2 > 0 \end{aligned} \tag{33}$$

Егер $H_0$-ды матрицалық теңсіздіктен табатын болсақ (33) шарт орындалатын болады**:**

$$L_0 A^T + AL_0 > \frac{k_2}{2} g g^T, \quad L_0 c + b = -g, \tag{34}$$

және

$$\alpha E_n \varphi_0^2\left(1 - k_1 \psi_0^{-1}\right)\left(\psi_0^{-1} - k_2^{-1}\right) + \beta E_n c^T A\omega\varphi + \beta E_n c^T b\varphi_0^2 \geq 0.$$

$c \in R^n, c \neq 0$ үшін (34) ескерек:

$$\begin{aligned} c^T F_0 c > \frac{k_2}{2}\left[c^T g + \frac{2}{k_2}\left(c^T b\right)\psi(\sigma)\right]^2 + 2\left(c^T b\right)^2 \psi^2\left(\psi^{-1} - k_2^{-1}\right) + \\ + c^T\left[\alpha E f^2\left(1 - k_1\psi^{-1}\right)\left(\psi^{-1} - k_2^{-1}\right) + \beta E c^T A x\varphi + \beta E_n c^T b\varphi^2\right]c \geq 0. \end{aligned} \tag{35}$$

(35) шарты орындалса онда (33) қатынаста орындалады. $\psi^{-1} = \sigma/\sigma\varphi(\sigma) = -W(i\varpi) = -c^T\left(A + i\varpi E\right)^{-1} b,$ болғандықтан (35) шарты орындалу үшін келесі теңдіктер жеткілікті:

$$\Pi(\varpi) = k_2^{-1} + \operatorname{Re} c^T\left(A + i\varpi E\right)^{-1} b > 0 \quad \forall \varpi \geq 0, \tag{36}$$

$$\Pi_1(\varpi) = \alpha k_2^{-1} + \beta c^T b + \left(1 + k_1 k_2^{-1}\right)\operatorname{Re} W(i\varpi) + k_1\alpha\left|W(i\omega)\right|^2 > 0. \tag{37}$$

*Теорема 1.* Айталық $-A$ Гурвиц матрицасы болса, онда (36) теңсіздігі орындалып $]k_1, k_2]$ бұрышында бағдарламалық көпбейненің абсолютті орнықтылығы үшін кейбір тұрақты және $\alpha$, $\beta$ мәндерінде (37) теңсіздігінің орындалуы жеткілікті.

*Автономды емес жүйелердегі бағдарламалық көпбейнеліліктің орнықтылығы.*

Басқарудың автономды емес жүйесін қарастырайық:

$$\dot{x} = f(t, x) - b(t)\xi, \quad \xi = \varphi(\sigma, t), \quad \sigma = c(t)^T \omega. \tag{38}$$

Мұнда $b(t)$ және $c(t)$ –басқаруды бақылаудың айнымалы векторлары, $\xi$ және $\sigma$ – скалярлық шамалар, $\varphi(\sigma, t)$– келесі шарттарды қанағаттандыратын үзіліссіз, сызықты емес функция:

$$\varphi(0, t) \equiv 0 \quad \forall t \in I = [0, \infty[, \tag{39}$$

$$0 < \sigma\varphi(\sigma, t) < k\sigma^2, \ \forall \sigma \neq 0 \quad (k = k_2 - k_2), \tag{40}$$

мұндағы және $k_1 - \ k_2$ кейбір тұрақтылар.

(2) теңдеуді уақыт бойынша дифференциалдап (38) теңдеулер жүйесіне сәйкес $F(t, \omega) = -A(t)\omega$ екенін ескерсек, мұндағы $A(t)$– үзіліссіз, $s \times s$ өлшемді шенеулі матрица болғанда алатынымыз:

$$\dot{\omega} = -A(t)\omega - b(t)\xi, \quad \xi = \varphi(\sigma, t), \quad \sigma = c(t)^T \omega. \tag{41}$$

(41) жүйесі үшін матрица-функциясын құрамыз:

$$V(\omega,t) = M(\omega) + \alpha E_S \int_0^t S(\tau)d\tau, \quad (\alpha \geq 0) \tag{42}$$

Мұндағы $M(\omega)$ матрицасы (6) түрінде қарастырылады, ал $S(t) = \alpha(\sigma - k^{-1}\xi)\xi$ . Онда (16), (41) және (42) ден алатынымыз:

$$\dot{V}(\omega, t) = W(\omega, \varphi),$$

мұндағы

$$W = -D(A\omega)MD(\omega) - D(b\varphi)MD(\omega) - \alpha E_n c^T \omega - D(x)MD(A\omega) +$$
$$+ \frac{\alpha}{k} E_n \varphi^2 - D(\omega)MD(b\varphi), \quad \varphi = \varphi(\sigma, t).$$

*Теорема 2.* Айталық $W \in \Xi$ және $W(0, t) = 0$ қасиетіне сәйкес $S \geq 0, \quad \alpha \in [-\alpha_0, \alpha_0]$ параметрінің тәуелділігіне байланысты $\widetilde{M}_0(\alpha)$ үзіліссіз функциясы бар болса, мұндағы $\alpha\widetilde{M}_0(\alpha) > 0$

$$\alpha W\left[\widetilde{M}_0(\alpha), t\right] \leq -\varepsilon\widetilde{M}_0(\alpha) \tag{43}$$

$t \in I_0$ шарты және $\varepsilon > 0$ мейлінше кіші болғанда орындалсын. Сонда бағдарламалық көпбейне (39), (40) шарттарында $]0, k]$ бұрышында $\omega$ вектор-функциясына қатысты асимптотикалық орнықты, (21) жиын (2) бағдарламалық көпбейненің тартылу аймағында жатады.

Осылайша, орнықтылық шарттары (43) вектордың $\omega$ және $\varphi$ квадраттық формасына қатысты Сильвестр шартын табуға келтіріледі.

*Пайдаланылған дереккөздердің тізімі*


*[1] Conti R. Sulla prolungabilitia delle soluzioni di in sistema di equazioni differenzial ordinarit //Boll. Un. Mat. Ital.,-- 1956, № 11(3). -- P.510-514.*

*[2] Corduneanu C. Применение дифференциальных неравенств в теории устойчивости // An. Sti. Univ. "Al. I. Cuza", Iasi. Sect I a Mat. – 1960, № 6. --P. 47-58.*

*[3] Матросов В. М. Метод векторных функций Ляпунова в системах с обратной связью //Автоматика и телемеханика, -- 1972, № 9. -- С.63-75.*

*[4] Матросов В. М. Метод сравнения в динамике систем //Дифференц. уравнения, -- 1974. -- Т.10, № 9. -- С.1547-1559.*

*[5] Матросов В. М. Метод сравнения в динамике систем //Дифференц. уравнения, -- 1975. -- Т.11, № 3. -- С.403-417.*

*[6] Bellman R. Vector Liapunov functions // SIAM J. Control. Ser. A. I. , -- 1962. -- P.32-34.*

*[7] Постников Н. С., Сабаев Е. Ф. Матричные системы сравнения и их приложения к задачам автоматического регулирования //Автоматика и телемеханика, -- 1980, № 4. -- С.24-34.*

*[8] Майгарин Б. Ж. Матрица-функция в теории устойчивости динамических систем управления // Изв. АН КазССР. Сер.физ.-мат., – 1983, № 5. –С. 69-71.*

*[9] Майгарин Б.Ж. Устойчивость и качество процессов нелинейных систем автоматического управления. – Алма-Ата: Наука, – 1980. – 316 с.*

*[10] Еругин Н.П. Построение всего множества систем дифференциальных уравнению, имеющих заданную интегральную кривую // Прикл. Мат. и мех., – 1952. – Т. 16., вып. 6. – С. 653-670.*

*[11] Akhmetov M.U., Zafer A. (2000) Ustojchivost' nulevogo reshenija impulsnyh differencial'nyh uravnenij vtorym metodom Ljapunova [Stability of the zero solution of impulsive differential equations by the second Lyapunov method]. Zhurnal prikladnoj matematiki i analiza, 248, 69-82.* https://doi.org/10.1006/jmaa.2000.6864

*[12] R. Guo, H. Kadji, X. Zhang, U. E. Vincent, and W. Yu, "Control Problem of Nonlinear Systems with Applications," vol. 2016, 2016. https://doi.org/10.1155/2016/3137609*

*[13] X.-J. Xie, J. H. Park, H. Mukaidani, and W. Zhang, "Mathematical theories and applications for nonlinear control systems," vol. 2019, ed: Hindawi, 2019.*

*[14] J. Baranowski, M. Zagorowska, W. Bauer, T. Dziwinski, and P. Piatek, "Applications of direct Lyapunov method in Caputo non-integer order systems," in Elektronika ir Elektrotechnika vol. 21, ed, 2015, pp. 10-13. http://dx.doi.org/10.5755/j01.eee.21.2.11505*

*[15] J. Klamka, "Stochastic controllability of systems with variable delay in control," Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, pp. 279-284, 2008.*

*[16] A. Thabet, "Adaptive-state feedback control for Lipschitz nonlinear systems in reciprocal-state space: Design and experimental results," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 233, no. 2, pp. 144-152, 2019. https://doi.org/10.1177/0959651818786374*

*[17] A. Thabet, G. B. H. Frej, N. Gasmi, and M. Boutayeb, "Feedback stabilization for one sided Lipschitz nonlinear systems in reciprocal state space: Synthesis and experimental validation," Journal of Electrical Engineering, vol. 70, no. 5, pp. 412-417, 2019. DOI: 10.2478/jee-2019–0074*

*[18] S. Yin, P. Shi, and H. Yang, "Adaptive fuzzy control of strict-feedback nonlinear time-delay systems with unmodeled dynamics," IEEE transactions on cybernetics, vol. 46, no. 8, pp. 1926- 1938, 2015.*

*[19] X. Chen, Z. Chen, and C. Mei, "Sampled measurement output feedback control of multi-agent systems with jointly-connected topologies," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 61, no. 6, pp. 1670-1675, 2015.*

*[20] Z. Chen, "Feedforward design for output synchronization of nonlinear heterogeneous systems with output communication," Automatica, vol. 104, pp. 126-133, 2019. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.02.027*

*[21] A. Tleulessova ,S.Zhumatov, L.Zhapsarbayeva, "Absolute stability of program manifold of control systems with local connections", International Scientifically-technical journal «Herald to national engineering academy of the Republic of Kazakhstan», ISSN 2709–4693, 2024, № 4 (94), P. 301-309.*

*References*

*[1] Conti R. Sulla prolungabilitia delle soluzioni di in sistema di equazioni differenzial ordinarit //Boll. Un. Mat. Ital.,-- 1956, № 11(3). -- P.510-514.*

*[2] Corduneanu C. Application of Differential Inequalities in Stability Theory // An. Sti. Univ. "Al. I. Cuza", Iasi. Sect I a Mat. – 1960, № 6. --P. 47-58.*

*[3] Matrosov V. M. Metod vektornykh funktsii Lyapunova v sistemakh s obratnoi sviaz'yu [The method of vector Lyapunov functions in feedback systems]. Avtomatika i telemekhanika, 1972, no. 9, pp. 63–75. (in Russian).*

*[4] Matrosov V. M. Metod sravneniya v dinamike sistem [The comparison method in system dynamics]. Differentsial'nye uravneniya, 1974, vol. 10, no. 9, pp. 1547–1559. (in Russian).*

*[5] Matrosov, V. M. (1975). Metod sravneniya v dinamike sistem [The comparison method in system dynamics]. Differentsial'nye uravneniya 11(3): 403–417. (in Russian)*

*[6] Bellman R. Vector Liapunov functions // SIAM J. Control. Ser. A. I. , -- 1962. -- P.32-34.*

*[7] Postnikov N. S., Sabaev E. F. Matrichnye sistemy sravneniya i ikh prilozheniya k zadacham avtomaticheskogo regulirovaniya [Matrix comparison systems and their applications to automatic control problems]. Avtomatika i telemekhanika, 1980, no. 4, pp. 24–34. (in Russian).*

*[8] Maigarın B. Zh. Matritsa-funktsiya v teorii ustoichivosti dinamicheskikh sistem upravleniya [Matrix-function in the stability theory of dynamic control systems]. Izvestiya AN KazSSR. Seriya fiziko-matematicheskaya, 1983, no. 5, pp. 69–71. (in Russian).*

*[9] Maigarın B. Zh. Ustoichivost' i kachestvo protsessov nelineinykh sistem avtomaticheskogo upravleniya [Stability and quality of processes in nonlinear automatic control systems]. Alma-Ata: Nauka, 1980. 316 p. (in Russian).*

*[10] Erygın N. P. Postroenie vsego mnozhestva sistem differentsial'nykh uravnenii, imeyushchikh zadannuyu integral'nuyu krivuyu [Construction of the entire set of systems of differential equations having a given integral curve]. Prikladnaya matematika i mekhanika, 1952, vol. 16, no. 6, pp. 653–670. (in Russian).*

*[11[ Akhmetov, M. U., and A. Zafer. (2000). "Stability of the Zero Solution of Impulsive Differential Equations by the Lyapunov Second Method." Journal of Mathematical Analysis and Applications 248: 69–82. https://doi.org/10.1006/jmaa.2000.6864*

*[12] R. Guo, H. Kadji, X. Zhang, U. E. Vincent, and W. Yu, "Control Problem of Nonlinear Systems with Applications," vol. 2016, 2016. https://doi.org/10.1155/2016/3137609*

*[13] X.-J. Xie, J. H. Park, H. Mukaidani, and W. Zhang, "Mathematical theories and applications for nonlinear control systems," vol. 2019, ed: Hindawi, 2019.*

*[14] J. Baranowski, M. Zagorowska, W. Bauer, T. Dziwinski, and P. Piatek, "Applications of direct Lyapunov method in Caputo non-integer order systems," in Elektronika ir Elektrotechnika vol. 21, ed, 2015, pp. 10-13. http://dx.doi.org/10.5755/j01.eee.21.2.11505*

*[15] J. Klamka, "Stochastic controllability of systems with variable delay in control," Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, pp. 279-284, 2008.*

*[16] A. Thabet, "Adaptive-state feedback control for Lipschitz nonlinear systems in reciprocal-state space: Design and experimental results," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 233, no. 2, pp. 144-152, 2019. https://doi.org/10.1177/0959651818786374*

*[17] A. Thabet, G. B. H. Frej, N. Gasmi, and M. Boutayeb, "Feedback stabilization for one sided Lipschitz nonlinear systems in reciprocal state space: Synthesis and experimental validation," Journal of Electrical Engineering, vol. 70, no. 5, pp. 412-417, 2019. DOI: 10.2478/jee-2019–0074*

*[18] S. Yin, P. Shi, and H. Yang, "Adaptive fuzzy control of strict-feedback nonlinear time-delay systems with unmodeled dynamics," IEEE transactions on cybernetics, vol. 46, no. 8, pp. 1926- 1938, 2015.*

*[19] X. Chen, Z. Chen, and C. Mei, "Sampled measurement output feedback control of multi-agent systems with jointly-connected topologies," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 61, no. 6, pp. 1670-1675, 2015.*

*[20] Z. Chen, "Feedforward design for output synchronization of nonlinear heterogeneous systems with output communication," Automatica, vol. 104, pp. 126-133, 2019. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.02.027*

*[21] A. Tleulessova ,S.Zhumatov, L.Zhapsarbayeva, "Absolute stability of program manifold of control systems with local connections", International Scientifically-technical journal «Herald to national engineering academy of the Republic of Kazakhstan», ISSN 2709–4693, 2024, № 4 (94), P. 301-309.*