

МРНТИ 50.07.05; 27.35.14
УДК 533.9.01; 519.63; 519.684

<https://doi.org/10.51889/2021-1.1728-7901.02>

А. Исахов¹, Қ. Искендір^{1}*

¹*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
e-mail: iskendirkzh@gmail.com

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА НЕФТИ И НЕФТЕПРОДУКТОВ НА ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Аннотация

Нефтяное загрязнение на поверхности воды - одна из самых опасных и трудно-устраняемых чрезвычайных ситуаций. В данной статье показаны результаты численного моделирования переноса нефти на поверхности Каспийского моря с учетом ветра и реки Волги. Численный метод основан на уравнениях Навье-Стокса, описывающий поток несжимаемой вязкой жидкости. Численный метод был проверен с помощью тестовой задачи и результаты расчетов были сопоставлены с расчетными данными других авторов. Целью исследования является оценка возможности и эффективности использования метода численного моделирования для изучения особенностей формирования состава морской воды после ее смешивания с нефтью и его последующего распространения. Показано поведение нефтяного пятна при разных скоростях течения реки и разлива нефти, также было протестировано с учетом и без учета ветра в данных случаях. Полученные расчетные значения могут позволить в дальнейшем прогнозировать максимально верные данные распространения нефтяного загрязнения для предотвращения экологической угрозы.

Ключевые слова: разлив нефти на море, распространение пятна, загрязнение, уравнение Навье-Стокса.

Аңдатпа

А. Исахов¹, Қ. Искендір¹

¹*әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан*
**МҰНАЙ МЕН МҰНАЙ ӨНІМДЕРІН СУ БЕТІНЕ ТАСЫМАЛДАУДЫҢ
МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУІ**

Су бетіндегі мұнайдың ластануы - ең қауіпті және жойылуы қиын төтенше жағдайлардың бірі. Бұл мақалада жел мен Еділ өзенін ескере отырып, Каспий теңізі бетіндегі мұнай тасымалын сандық модельдеу нәтижелері көрсетілген. Сандық әдіс Навье-Стокс теңдеулеріне негізделген, ол сығылмайтын тұтқыр сұйықтық ағынын сипаттайды. Сандық әдіс тест тапсырмасының көмегімен тексерілді және есептеу нәтижелері басқа авторлардың есептелген деректерімен салыстырылды. Зерттеудің мақсаты - теңіз суының мұнаймен араластырылғаннан кейінгі құрамының қалыптасу ерекшеліктерін және кейіннен таралуын зерттеу үшін сандық модельдеу әдісін қолдану мүмкіндігі мен тиімділігін бағалау. Өзен ағынының және мұнайдың төгілуінің әр түрлі жылдамдығындағы мұнай сырғуының әрекеті көрсетілген, сонымен қатар бұл жағдайларда желмен және желсіз қалыптары сыналды. Алынған есептік көрсеткіштер болашақта экологиялық қауіптің алдын алу мақсатында мұнайдың ластануының таралуы туралы ең нақты деректерді болжауға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: теңіздегі мұнайдың төгілуі, мұнай дағының таралуы, ластану, Навье-Стокс теңдеуі.

Abstract

MATHEMATICAL MODELING OF THE TRANSPORT OF OIL AND OIL PRODUCTS ON THE WATER SURFACE

Issakhov A.¹, Iskendir K.¹

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Oil pollution on the water surface is one of the most dangerous and difficult-to-eliminate emergencies. This article shows the results of numerical modeling of oil transport on the surface of the Caspian Sea, taking into account the wind and the Volga River. The numerical method is based on the Navier Stokes equations, which describes the flow of an incompressible viscous fluid. The numerical method was verified using a test problem and the calculation results were compared with the calculated data of other authors. The aim of the study is to assess the possibility and efficiency of using the numerical simulation method to study the features of the formation of the composition of seawater after its mixing with oil and its subsequent distribution. The behavior of an oil slick at different speeds of river flow and oil spill is shown; it was also tested with and without wind in these cases. The calculated values obtained can make it possible to predict in the future the most accurate data on the spread of oil pollution in order to prevent an environmental threat.

Keywords: oil spill at sea, slick spread, pollution, Navier-Stokes equation.

Введение

В сегодняшнее время нефть является одним из продуктов, оказывающих наибольшее влияние на мировую экономику и, соответственно, уровень жизни граждан зависит от цены «черного золота», поэтому поиск нефти не прекращается в разных частях света. При добыче нефти практически сразу возникают экологические проблемы. Вероятность загрязнения природы очень высока: при ее добыче, при транспортировке, сбросе, различных авариях, также при стекании с загрязненных ею почв.

Актуальность наблюдений за загрязнением Каспийского моря связана с проектными работами по добыче нефти. В последнее время с помощью разработки современных компьютерных программ можно легко моделировать и прогнозировать движение жидкости, результаты различных химических реакций и теплопередачи.

Поперечная струя привлекла большое внимание исследовательских организаций, так как позволяет тестировать турбулентные модельные течения. Эта конфигурация подходит для самолетов, разбавления дымовых газов в газовых турбинах и т.д. По этой причине течения в Т-образных соединениях были предметом исследований в течение многих лет. В работе [1] показано влияние различных температурных соотношений между поперечным потоком и струей и показано, что сильная тепловая стратификация подавляет турбулентные флуктуации. Эксперименты Де Тилли и Соузы [2] на Т-образных переходах с прямоугольными поперечными сечениями. Камидити др. [3] провели эксперименты в Т-образных переходах с круговыми поперечными сечениями и подтвердили соотношение между импульсными потоками поперечного потока и набегающей струей. Хиротаэти др. [4] также проводили эксперименты с прямоугольными Т-образными переходами и изучали влияние сдвигового слоя, который образуется между поперечным потоком и набегающей струей. Они сообщили, что колебательное движение этого слоя играет значительную роль на ранних стадиях процесса перемешивания. Дополнительные экспериментальные результаты, касающиеся процесса смешивания в Т-образных переходах при термической стратификации, также были опубликованы Naik-Nimbalkareti др. [5] и Linet и др. [6]. В связи с его важностью для практического применения турбулентное перемешивание в Т-переходах также является предметом многочисленных вычислительных исследований. Однако в силу высокой вычислительной стоимости прямого моделирования большинство вычислительных усилий было основано на крупномасштабном моделировании (LES) [7]. Совсем недавно Sakowitzetal [8] выполнил LES течений как в круглых, так и в прямоугольных Т-образных переходах и изучил поле вихрей таких течений. Они сообщили, что в обеих геометриях сдвиговый слой, образующийся между струей и поперечным потоком, колеблется с числом Струхала порядка одного. Кроме того, основываясь на результатах своих исследований LES, Говард и Серр [9] пришли к выводу, что перемешивание усиливается подковообразными и встречно вращающимися вихрями, которые образуются вблизи центра набегающей струи.

Когда речь заходит об огромных природных ресурсах, то здесь также было проведено немало исследований. Работы, которые пытаются улучшить моделирование траектории разлива нефти на море Воды Западной Грузии [10], в китайском Бохайском море [11] в Балтийском море, в Черном море, и др. Но все они используют разные методы разработки моделей. Например, численная модель для Черного моря [12] позволяет прогнозировать начальные стадии растекания нефти. В качестве базовой была выбрана методика Фэя, которая предусматривает фазовые изменения физических процессов при распространении разлива нефти. Метод Эйлера-Лагранжа применяется для отслеживания местоположения разлива и положения частиц на краю нефтяных пятен, чтобы легко вычислить площадь пятна. На основе метода Монте-Карло была создана математическая модель морских нефтяных разливов для района Луанжиакоу [13], недалеко от порта Яньтай. Моделирование разлива нефти в море, которое с учетом распространения, диффузии, дрейфа и ослабления нефтяного пятна зависит от факторов испарения и эмульгирования, с использованием метода Монте-Карло имитирует движение нефтяного пятна, применяется для расчета и прогнозирования диапазона загрязнения от разлива нефти на нефтяном причале и нефтеналивном судне в заливе Дайя [14]. Чтобы значительно сократить время и деньги, лучший способ предотвратить большие убытки - использовать моделирование распределение пятен. Информация о работе различных организаций не дает полного анализа акватории Каспийского моря и отсутствуют данные об уровне загрязнения пятнами. Чтобы избежать подобных проблем в будущем, нужно использовать новейшее оборудование и технологии для добычи нефти и газа, найти применение попутному газу. Это поможет решить экологические проблемы как в нашей стране, так и во всем мире.

Математическая модель

Для математического моделирования распределения концентрации в Каспийском море использовались уравнения Навье-Стокса, усредненные по Рейнольдсу и уравнения переноса концентрации.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial (-\overline{\rho u'_j u'_i})}{\partial x_j} - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) + f \tag{2}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u_j C}{\partial x_j} = \frac{\partial (-\overline{u'_j C'})}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\gamma \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \tag{3}$$

где u_i - компоненты скорости; P - давление жидкости; ρ - плотность жидкости. C - концентрация жидкости, γ - коэффициент молекулярной диффузии, f - средняя внешняя прочность тела, μ - динамическая вязкость, $\overline{u'_j u'_i}$ и $-\overline{u'_j C'}$ - средние по Рейнольдсу скоростные напряжения и турбулентное концентрация потока. Коэффициент диффузионной концентрации задавался, как $\gamma = \frac{\nu}{Sc}$ и $\gamma_S = \frac{\nu}{Sc_S}$, где Sc и Sc_S , соответственно, число Шмидта и турбулентное число Шмидта. Тело считается гравитационным, поэтому $f = \rho g$, где g - ускорение свободного падения.

Для закрытия усредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (1)-(3) использовались различные модели турбулентности.

1. Для модели турбулентности k-epsilon

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \epsilon + P_{kb} \tag{4}$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon + C_{\epsilon 1} P_{\epsilon b}) \tag{5}$$

здесь k - турбулентная кинетическая энергия, ϵ - турбулентная диссипация, P_k - образование турбулентности за счет сил вязкости:

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \left(3\mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho k \right)$$

где $P_{kb} = -\frac{\mu_t}{\sigma_\rho} \beta g_i \frac{\partial T}{\partial x_i}$ и $P_{\epsilon b} = C_3 \max(0, P_{kb})$ - представляют силы плавучести. Здесь β - коэффициент теплового расширения, $\sigma_\rho = 0,9$, $C_\mu = 0,09$, $C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, \sigma_k, \sigma_\epsilon$ - постоянные (Исахов и др., 2018). Константы имеют следующие значения: $C_{1\epsilon} = 1.44$, $C_{2\epsilon} = 1.9$, $\sigma_k = 1, \sigma_\epsilon = 1.2, C_3 = 1$

2. Для модели турбулентности k-omega (Исахов и др., 2018, 2019 а).

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta^* \rho k \omega + P_{kb} \tag{6}$$

$$\frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \omega u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho k \omega^2 + P_{\omega b} \tag{7}$$

где k - турбулентная кинетическая энергия, ϵ - удельная скорость диссипации и

$$\mu_t = \frac{k}{\omega}$$

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \left(3\mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho k \right)$$

$$P_{\omega b} = \frac{\omega}{k} \left((\alpha + 1) C_3 \max(P_{kb}, 0) - P_{kb} \right)$$

$$P_{kb} = -\frac{\mu_t}{\sigma_p} \beta g_i \frac{\partial T}{\partial x_i},$$

где β - коэффициент теплового расширения, а $\sigma_p = 0,9$.

Константы имеют следующие значения: $\sigma_k = 2$, $\sigma_\omega = 2$, $\beta = 0,075$, $\beta^* = 0,09$, $\alpha = 5/9$.

3. Идея метода моделирования крупных вихрей состоит в том, что компоненты скорости разделены на разрешенную и подсеточную части. Разрешенная скорость моделируется «большими» вихрями, а подсеточная часть скорости моделируется «мелкими масштабами». Это моделирование выполняется за счет модели подсеточного масштаба (Смагоринский 1963; Дирдорф 1970; Исахов и др. 2018; Исахов 2016).

4. Идея модели DES (Spalart 1997) состоит в объединении лучших свойств методов RANS и LES в один метод. Этот метод пытается смоделировать пристенные области с помощью метода RANS и смоделировать остальную часть потока с помощью метода LES. (Исахов и др., 2018; Исахов, 2014; Исахов, Иманбердиева, 2019; Исахов, Жандаулет, 2019 а, б)

Все вышеупомянутые законы, имеющие вид дифференциальных уравнений в частных производных, решаются методом SIMPLE. Для выполнения моделирования жидкости я использую прикладной пакет ANSYS, дающий возможность реализовать метод конечных элементов (МКЭ) в рамках модуля Flotran, отражающего технологию моделирования CFD (Computerized Fluid Dynamics). Использование пакетов CFD общего назначения позволяет учесть большинство особенностей движения жидкости: турбулентность потока, кавитации, неравномерность температуры, теплообмен со стенками с минимальным набором допущений.

Тестовая задача

Численное моделирование проводилось по прямому открытому каналу с боковым выпуском для проверки выбранной математической модели и численного расчета. Размеры канала: длина -505 мм, ширина - 120 мм. Разгрузочная часть имеет длину 120 мм и ширину $D=0,005$ м, По основному тракту проходит жидкость со скоростью $V_a = 2.005$ м/с, а температура устанавливается равной 25.0°C (298K). Кроме того, по второй части или, скорее, по отводящему каналу передают нагретую воду с температурой 81°C (354K) и скоростью $V_0 = 11.969$ м/с в основной поток (Рис. 1а).

С учетом входных условий полученные результаты для профилей скорости и температуры были нормированы в соответствии со следующими уравнениями

$$Q = \frac{T - T_a}{T_j - T_a} \quad (8)$$

$$U = \frac{\text{Velocity}U - V_a}{\text{Velocity}U_{max} - V_a} \quad (9)$$

где T_a температура окружающей среды, T_j температура воды из выпускного канала, Скорость U составляющая скорости вдоль оси X и скорость U_{max} максимальное значение составляющей скорости вдоль оси X. Вышеупомянутые даты были получены таким же образом, как и в работе (Chang&Chen, 1995) для сравнения полученных результатов с измеренными значениями и численными значениями Chen и Hwang (1991).

В этой задаче статистика показывает 4667 элементов, на стороне расчет выпуска осуществляется на более тонкой сетке (размер элемента: 0,1 см), чем на другой части (размер элемента: 0,4 см) Кроме того, модель содержит 2 входа, нижнюю стенку, верхнюю стенку и выход.

На рис. 1б показано поведение контуров распределения температуры. По контуру видно, что путь распространения горячей воды начинается от разгрузочной части к исследуемой области.

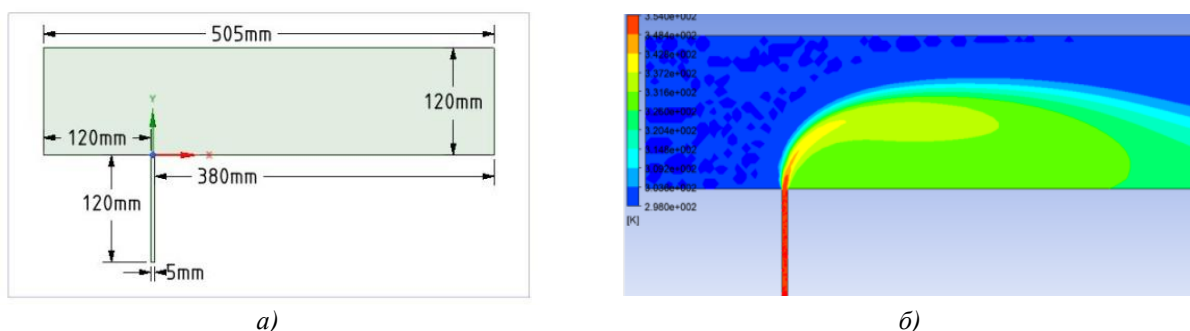


Рисунок 1. Параметры расчетной площади (а). Распределение температуры в канале (б)

Сравнение численных результатов

Чтобы завершить тестирование численного алгоритма с помощью тестовой задачи, я сравнила численные результаты с данными эксперимента (Chen & Hwang, 1991) и данными моделирования других авторов (Chang & Chen, 1995) для различных профилей поперечного сечения ($X/D=2, 4, 6, 8, 10$). На рис. 2 (а, б, в, г, д) показаны безразмерные температурные профили вдоль вертикальных линий для различных поперечных сечений ($X/D=2, 4, 6, 8, 10$). Полученные численные значения моделирования удовлетворительны и почти совпадают с данными эксперимента (Chen & Hwang, 1991) и численными результатами авторов (Chang & Chen, 1995). Кроме того, в основном часть домена была аналогичной.

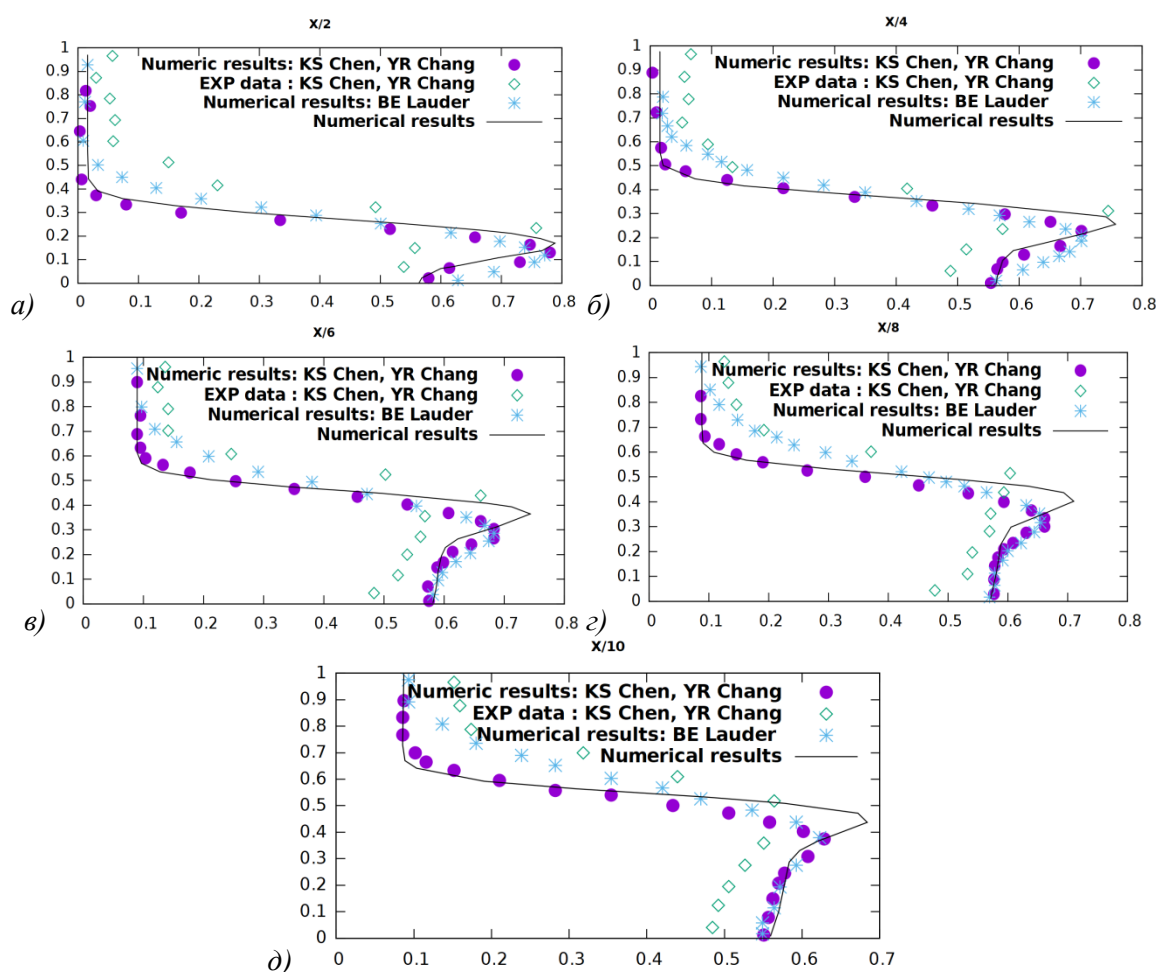


Рисунок 2 (а, б, в, г, д). Температурные профили для различных поперечных сечений

Численное моделирование загрязнения Каспийского моря

Основной целью исследования является распространение нефти с учетом ветра из северо-западной части Каспийского моря. Следовательно, рассмотрим только северо-западный участок, который находится на территории Казахстана. Площадь исследования составляет $100\ 140\ \text{км}^2$ (общая площадь поверхности – $371\ 000\ \text{км}^2$) (рис. 3а).

Регион был разделен на 3 части, для более точного исследования и оцифрован с помощью программы ВВ, а также смоделирован на основе приложения AutoCAD. Отдельно расположенные острова были изъяты из региона для того, чтобы построить границы, близкие к реальным (рис. 3б).

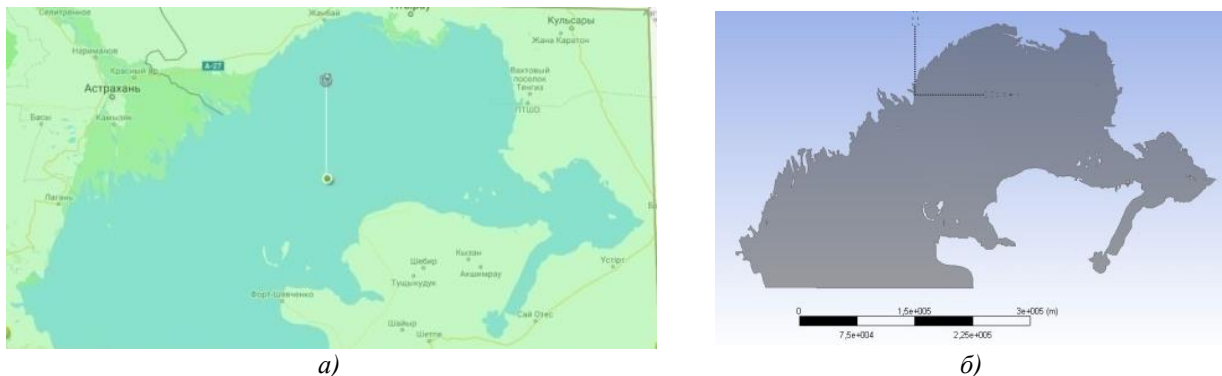


Рисунок 3. Часть Каспийского моря на территории Казахстана и со спутник(а). Геометрия Каспийского моря для исследования (б)

На рис. 4 показано комбинированная двумерная модель в AutoCad.



Рисунок 4. Комбинированная двумерная модель в AutoCad.

Чтобы точно определить турбулентное движение, сетка должна быть достаточно тонкой. По всей расчетной области введена прямоугольная сетка размером 1000 м (рис. 5а). Более того, в области речного стока и разливов нефти вычислительная сетка должна быть более тонкой, (рис. 5б) по сравнению с другой частью площади. В конечном итоге, сетка состоит из 136946 элементов

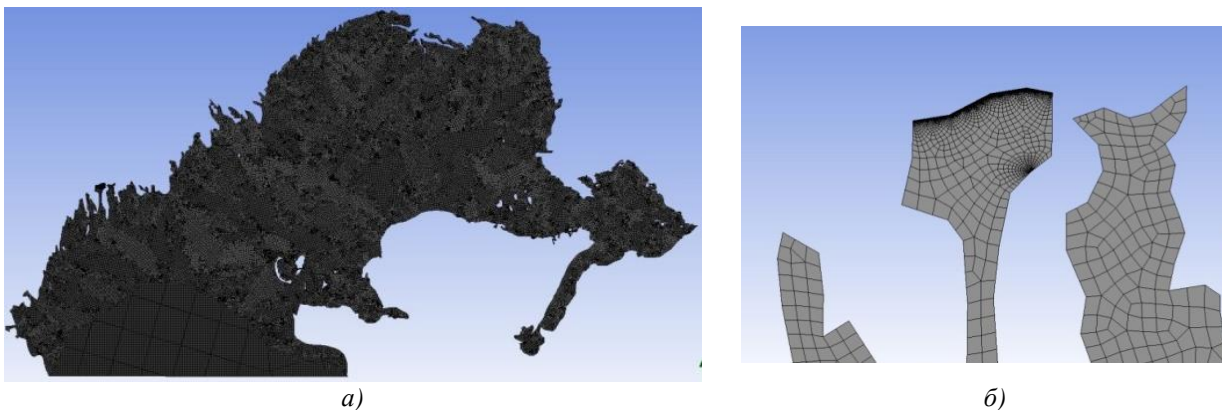


Рисунок 5. Вычислительная сетка (а). Зона исследования с более мелкой сеткой (б)

В этой модели имеется три типа входа. Во-первых, моделируется река, текущая с северо-запада входа (рис. 6а). Во-вторых, нефть входа (рис. 6б) выходит с береговой линии реки и смешивается с водой. И в некоторых сценариях вход ветра входа (рис. 6с). Южная часть выделенной области выбирается как симметричный выход, поскольку фактически она продолжается в нижней части. Все остальные границы, включая границы островов, считались стеной. Каждый тип границы включает набор граничных условий для каждой независимой переменной данной математической модели.

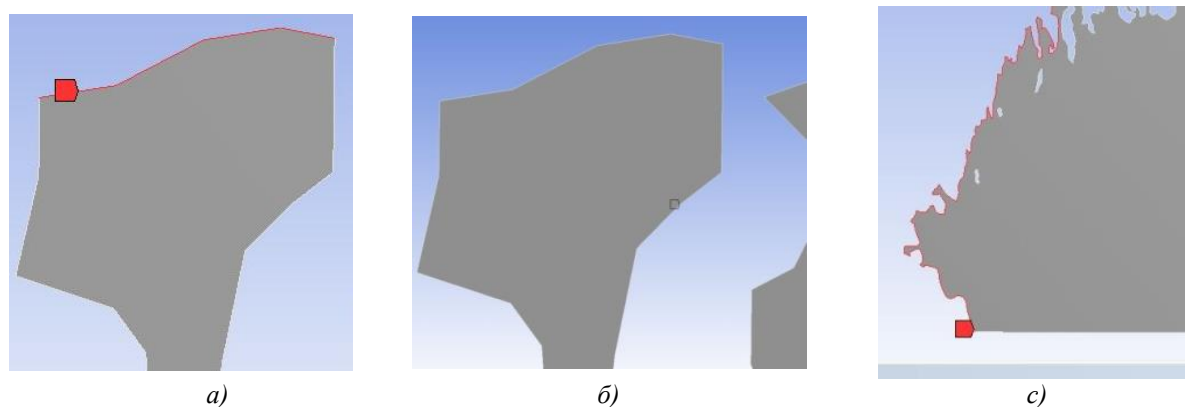


Рисунок 6. Вход реки (а), вход нефти (б), вход ветра (с)

Таблица 2. Различные параметры моделирования

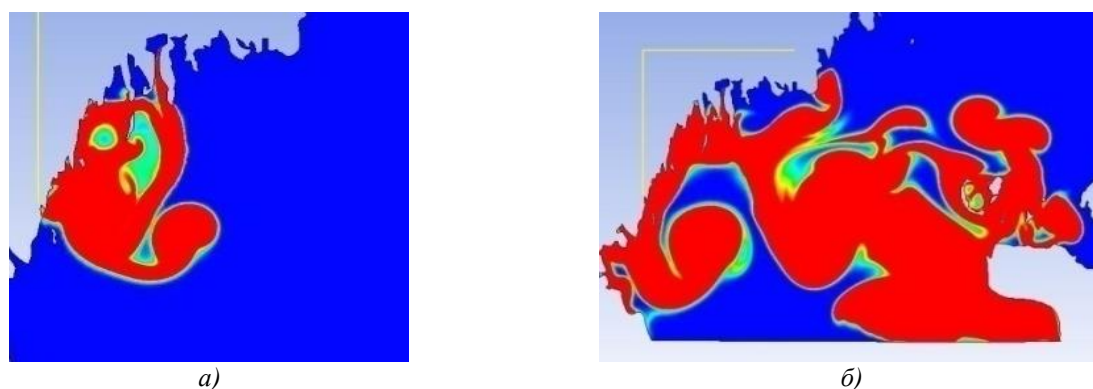
Сценарий №	Скорость нефти (м/с)	Скорость реки (м/с)	Скорость ветра (м/с)	Длительность (день)
1	1	1	-	10
2	1	2	4	10
3	1	2	-	10
4	1	2	2	10

Сценарий 1. В первом случае скорость реки составляет 1 м/с, нефти – 1 м/с. На рисунке проиллюстрирована модель в течение 10 дней. Площадь концентрации нефти ($C_{19}H_{30}$) составила 7652,7 км² (рис. 7а).

Сценарий 2. Во втором случае добавляется ветер с запада со скоростью 4 м/с, а остальные параметры такие же, как и в сценарии 1, 42 365.1 км² (рис. 7б).

Сценарий 3. В третьем случае скорость реки -2 м/с, скорость нефти – 1 м/с. Площадь концентрации нефти ($C_{19}H_{30}$) составила 18 238 км² (почти 10% от моделируемого региона) (рис. 7в).

Сценарий 4. Последний случай аналогичен сценарию 3, за исключением скорости ветра, которая составляет 2 м/с, 74430 км² (рис. 7г).



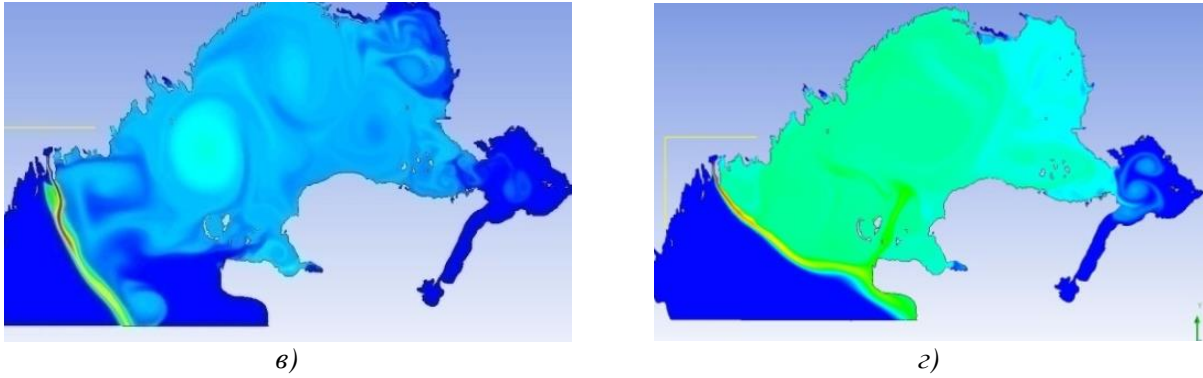


Рисунок 7. Изменение концентрации в зависимости от скоростей.
 (а) $v_r = 1 \text{ m/s}$, $v_o = 1 \text{ m/s}$ (б) $v_r = 2 \text{ m/s}$, $v_o = 1 \text{ m/s}$.
 (в) $v_r = 2 \text{ m/s}$, $v_o = 1 \text{ m/s}$, $v_w = 4 \text{ m/s}$. (г) $v_r = 2 \text{ m/s}$, $v_o = 1 \text{ m/s}$, $v_w = 6 \text{ m/s}$.

На рисунке 8 показано результаты загрязнения области (km^2) рассчитанные по вышеуказанным сценариям. Итоги демонстрируют, что плотность загрязнения отличается в зависимости от количества разлитой нефти и скорости ветра. Область передвижения нефтяного пятна возрастает с увеличением скорости течения и скорости ветра. С иной стороны, высочайшая скорость утечки или же резвые течения и ветры приводят к наибольшему спектру поверхностной диффузии. Кроме того в случае разливов нефти со средними экологическими критериями есть риск загрязнения населенных пунктов, находящих на берегу моря.

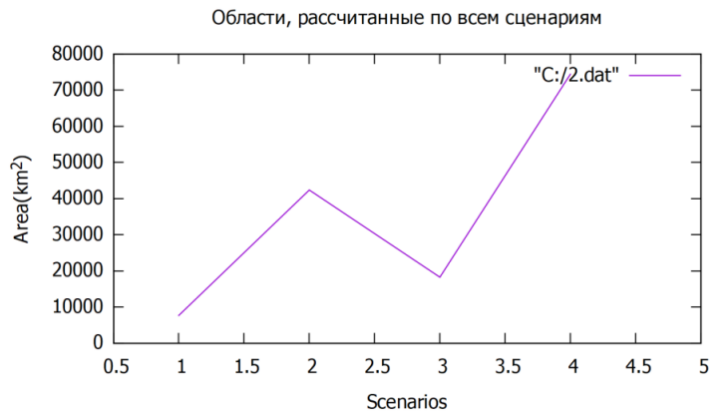


Рисунок 8. Области, рассчитанные по всем сценариям

Заклучение

В этой работе исследовано, как происходит распространение выброса нефти по Каспийскому морю и какие размеры он получит при условии дрейфа из северо-западной части моря. Для решения проблемы используется SIMPLE метод. 2D транспортная модель была разработана для прогнозирования нефтяного загрязнения в результате речных сбросов в CFD. Транспортный модуль модели вычисляет двумерные усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (RANS) с использованием модели k- epsilon turbulence model.

Спрос на добычу нефти в ближайшее время не прекратится, нефтяные вышки тоже будут строиться и скважины будут строиться, так как нефть и газ – это жизненно важный ресурс. В связи с этим загрязнение окружающей среды происходит быстро и часто. Это приводит к серьезным экологическим проблемам в мире. Поэтому актуальность моделирования загрязнения моря всегда будет стоять на первом плане. В результате была построена полная модель, описывающая движение разлива нефти под воздействием ветра.

References

- 1 N. Fukushima, K. Fukagata, N. Kasagi, H. Noguchi, K. Tanimoto. Numerical and experimental study on turbulent thermal mixing in a T-junction flow // in: *The 6th ASME-JSME Thermal engineering Joint Conference, 2003*, pp. 16–20
- 2 A. De Tilly, J. Sousa, An experimental study of heat transfer in a two-dimensional T-junction operating at a low momentum flux ratio // *Int. J. Heat Mass Transf.* 51 (3) 2008 pp.941–947.
- 3 H. Kamide, M. Igarashi, S. Kawashima, N. Kimura, K. Hayashi, Study on mixing behavior in a tee piping and numerical analyses for evaluation of thermal striping, // *Nucl.eng. Des.*239 (1) 2009 pp.58–67.
- 4 M. Hirota, e. Mohri, H. Asano, H. Goto , experimental study on turbulent mixing process in cross-flow type T-junction // *Int. J. Heat Fluid Flow* 31 (5) 2010 pp.776–784.
- 5 V. Naik-Nimbalkar, A. Patwardhan, I. Banerjee, G. Padmakumar, G. Vaidyanathan, Thermal mixing in T-junctions, // *Chem.eng. Sci.*65 (22) 2010pp.5901–5911.
- 6 C. Lin, M. Chen, Y. Ferng, Investigating thermal mixing and reverse flow characteristics in a T-junction by way of experiments, // *Appl. Therm. eng.* 99 2016pp.1171–1182.
- 7 J.I. Lee, L.-w. Hu, P. Saha, M.S. Kazimi, Numerical analysis of thermal striping induced high cycle thermal fatigue in a mixing tee, // *Nucl.eng. Des.*239 (5) 2009 pp.833–839.
- 8 A. Sakowitz, M. Mihaescu, L. Fuchs, effects of velocity ratio and in flow pulsations on the flow in a T-junction by large eddy simulation, // *Comput. Fluids* 88 2013pp.374–385.
- 9 R.J. Howard, e. Serre, Large-eddy simulation in a mixing tee junction: high order turbulent statistics analysis, // *Int. J. Heat Fluid Flow* 51 2015 pp. 65–77.
- 10 N.A. Begalishvili, T. Tsintsadze, N.N. Begalishvili, N. Tsintsadze “Mathematical Modeling of Oil Pollution Dissemination in River and Sea Waters of the Western Georgia” // *Turkish Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* 12 . 2012: pp. 493-496
- 11 Fangjie Yu, Chen Ge, SongyanXue, Yang Zhao (2018), Risk assessment of oil spills in the Chinese Bohai Sea for prevention and readiness // *Marine Pollution Bulletin* Volume 135, October 2018, pp 915-922
- 12 Dr. eng. Tsetskhladze R., Assoc.Prof. Chogovadze J., Assoc.Prof. Lomidze A., Assoc.Prof. Mardaleishvili N. Akaki Tsereteli, “Determination of Oil Spill Parameters In The Process Of Oil And Oil Products Spreading On The Water Surface”, // *International Scientific Journal "Machines. Technologies. Materials."*, 2015, year IX, ISSUE/ 9, pp. 3-5
- 13 Daming Li , Xingchen Tang , Yanqing Li, Xiao Wang, and Hongqiang Zhang, “Mathematical Modeling of Marine Oil Spills in the Luanjiakou District, near the Port of Yantai” // *Hindwi Discrete Dynamics in Nature and Society* Volume 2018, Article ID 2736102, pp 22
- 14 Chen Hai-zhou, LI Da-ming, LI Xiao, “Mathematical Modeling of oil Spill on The Sea And Application Of The Modeling In Daya Bay” // *Science Direct Journal of Hydrodynamics, Ser.B*, 2007,19(3):pp.282-291
- 15 Y. R. Chang, K. S. Chen. Prediction of opposing turbulent line jets discharged later ally into a confined cross flow. // *Elsevier Science Ltd*, vol 38, No 9, 1995, pp 1693-1703