

МРНТИ 14.25.09  
УДК 372.851

<https://doi.org/10.51889/2021-1.1728-7901.07>

Б.В. Рабинович<sup>1</sup>, Е.А. Туяков<sup>2\*</sup>, К.Д. Микаилова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Северо-Казахстанский университет им. М.Козыбаева, г.Петропавловск, Казахстан,

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

\*e-mail: [t.esen.a@mail.ru](mailto:t.esen.a@mail.ru)

## МЕТОД ОШИБОК ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «СЕЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКОВ»

### Аннотация

Основная задача школы на сегодняшний день не просто вооружить учеников определенным набором навыков умений и знаний, но также сформировать у них умение учиться и работать в команде. Исходя из сказанного, целесообразно использовать на уроках математики интерактивные методы обучения. Одной из самых популярных стратегий такого обучения является работа в малых группах. В статье рассмотрены интерактивные приемы обучения и их особенности при обучении геометрии в старших классах средней школы. Приведены примеры применения «метода ошибок» при изучении темы «Сечения многогранников». Показано, как при обсуждении ошибочных решений в малых группах, у учащихся закрепляются навыки решения подобных задач.

В статье восполняется один из пробелов, существующих в методической литературе, по описанию интерактивного обучения геометрии в старших классах средней школы.

**Ключевые слова:** стереометрия, интерактивное обучение, метод ошибок, сечение, многогранник, призма, пирамида, работа в малых группах.

### Аңдатпа

Б.В. Рабинович<sup>1</sup>, Е.А. Туяков<sup>2</sup>, К.Д. Микаилова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>М. Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті, Петропавл қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## «КӨПЖАҚТАРДЫҢ ҚИМАЛАРЫ» ТАҚЫРЫБЫН ОҚЫТУДЫ ҰЙЫМДАСТЫРУДАҒЫ ҚАТЕЛІКТЕР ӘДІСІ

Қазіргі заманғы мектептің негізгі міндеті - оқушыларды тиісті білім, білік және дағдылардың жиынтығымен қаруландырып қана қоймай, олардың оқып-білу, топта жұмыс істеуге біліктерін қалыптастыру болып табылады. Осыған орай, математика сабақтарында интерактивті оқыту әдістерін қолданған дұрыс. Интерактивті оқытудың ең танымал стратегияларының бірі - шағын топтарда жұмыс жасау. Мақалада интерактивті оқыту әдістері және оларды орта мектептің жоғары сыныптарында геометрия курсына оқытуда қолдану ерекшеліктері қарастырылған. «Көпжақтардың қималары» тақырыбын оқытып-үйрету барысында «қателіктер әдісін» қолдануға мысалдар көрсетілген. Шағын топтарда есептердің қате шешімдерін талқылау кезінде оқушылардың туындаған мәселелерді шешу дағдылары қалай бекітілетіні көрсетілген.

Мақалада орта мектептің жоғары сыныптарында геометрия курсына оқытудың интерактивті әдістерін сипаттау бойынша әдістемелік әдебиеттердегі олқылықтар толтырылады.

**Түйін сөздер:** стереометрия, интерактивті оқыту, қателіктер әдісі, қима, көпжақтар, призма, пирамида, шағын топтардағы жұмыс.

### Abstract

## THE ERROR METHOD IN THE ORGANIZATION OF STUDYING THE TOPIC «THE CROSS SECTION OF THE POLYHEDRONS»

Rabinovich B.V.<sup>1</sup>, Tuyakov E.A.<sup>2</sup>, Mikailova K.D.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>M. Kozymbaev North Kazakhstan university, Petropavlovsk, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The main task of the school today is not just to equip students with a certain set of knowledge, skills and abilities, but also to form their ability to learn, work in a group. Based on the above, it is advisable to use interactive teaching methods in math lessons. One of the most popular strategies for interactive learning is collaborative learning. The article discusses interactive teaching techniques and their features in teaching geometry in high school. Given examples of the application of the «error method» in the study of the topic «The cross section of the polyhedrons» are given. It is shown that, when discussing erroneous decisions in collaborative learning, students acquire the skills to solve such problems.

The article fills in one of the gaps that exist in the methodological literature on the description of interactive methods of teaching geometry in high school.

**Keywords:** stereometry, interactive learning, error method, cross section, polyhedron, prism, pyramid, collaborative learning.

### **Введение**

Система образования в Республике Казахстан в последние годы претерпевает определенные изменения. Это неизбежный процесс, который обусловлен развитием информационного пространства науки и техники. Человек должен быть работоспособным, готовым осваивать меняющиеся технологии. Все это соответственно изменило требования к школьному образованию. Эффективность деятельности индивида определяется не только количеством полученных им знаний, но и разнообразием компетентностями, которыми он овладел, и возможностью их применения в реальных жизненных ситуациях. Основная задача школы на сегодняшний день не просто вооружить учеников определенным набором навыков умений и знаний, но также сформировать у них умение учиться и работать в команде. Поэтому технологии обучения подбирают так, чтобы все ученики были вовлечены в активную учебную деятельность в зоне его ближайшего развития, и чтобы все ученики чувствовали себя комфортно в школе [1]. Исходя из вышесказанного, в формировании необходимых компетентностей могут быть полезны интерактивные методы обучения, поскольку интерактивность предполагает способность взаимодействовать или находиться в режиме беседы, диалога с другими партнерами по группе или, например с компьютером. Внедрение в учебный процесс, в частности, в преподавание математики интерактивных методик обучения способствует культуре дискуссии, умению принимать совместные решения, умению общаться, отчитываться. Такие методы обучения также позволяют учащимся выступать в качестве авторов, создателей чего-то нового, повышать уровень практического знания материала, позволяют учителям проводить творческие и эффективные уроки [2].

### **Методология исследования**

Методологической основой нашего исследования явилась работы в области педагогической психологии о зонах ближайшего и актуального развития (Выготский Л.С), теоретические положения интерактивного обучения и работы в малых группах (Ступина С.Б., Самсонова М.В., Ефимов В.В.), а также теоретические основы метода ошибок (Литцманн В., Триер В., Далингер В.А., Штейнгауз Г.Д.). Исследование осуществлялось с использованием методов анализа и обобщения содержания научных и научно-методических источников, относящихся к рассматриваемой проблеме, обобщение педагогического опыта по организации интерактивного обучения стереометрии.

### **Результаты исследования**

Результатом исследования служат разработанные авторские задания для обучения теме «Сечения многогранников» на основе групповой работы с применением «метода ошибок».

Поиск и обсуждение ошибки в предложенном решении членами группы способствует формированию коммуникативных универсальных действий: вырабатывается умение с точностью выражать свое мнение в соответствии с задачей и условием коммуникации. Обучающиеся учатся делать суждения, используя математические термины и понятия, формулировать вопросы и давать на них ответы во время выполнения задания. Предложенные задания можно использовать либо отдельно при изучении сечений призмы, пирамиды, усеченной пирамиды, либо после изучения этих тем. Таким образом, любой педагог сможет решить сам, какие задачи стоит использовать на конкретном уроке.

### **Дискуссия**

Применение приемов интерактивного обучения на уроках математики отличается от применения этих же приемов при изучении других предметов, например на биологии, на географии и т. д. Так, при реализации интерактивного метода на уроках географии, учащиеся могут добыть знания самостоятельно за короткий промежуток времени из учебников, справочников, интернета. На уроках математики это может оказаться затруднительным, особенно если речь идет о решении задач, поскольку для эффективного обсуждения учащиеся уже должны обладать определенным набором знаний по данной теме. А где взять эти знания? Значит, перед этим учитель должен изложить какоую-

то теорию, а ученики должны эту теорию выучить и усвоить. Учащиеся, как правило, нуждаются в сочетании традиционного и интерактивного обучения для того, чтобы освоить основные идеи [3].

О таком сочетании в своей работе упоминала казахстанский ученый-методист А.Е.Абылкасымова: «Сочетание методов дает такой метод, который характеризуется не одним каким-либо признаком, а целой их совокупностью» [4]. Организация эффективной работы в малых группах на уроках математики предполагает, что учащиеся каждой такой группы активно участвуют в дискуссии, а для того, чтобы вести дискуссию зоны актуального развития у них должны пересекаться. Идеальным вариантом было бы то, что у учеников пересекались бы и зоны ближайшего развития, именно по данной теме. На этом и должно основываться распределение учащихся по группам. Необходимо понимать, что не все учащиеся класса имеют одинаковый уровень математического развития и математической грамотности. А при интерактивных методах важно, чтобы каждый из учащихся работал в зоне своего актуального (а лучше в зоне ближайшего развития). При работе в паре, или в тройке, или в четверке учащихся, возможность пересечения зон ближайшего развития более высока, чем при работе большего числа участников. Это основной принцип обучения в группах [5].

К формированию групп нужно подходить сознательно, т.к. опыт работы в экспериментальном классе показывает, что при определенном уровне сложности задачи, при работе в небольших группах, может случиться так, что одна группа уже решила задачу, а вторая даже не знает с чего начать. Например, для задач практического содержания или для задач стандартного типа (направленных на отработку навыков) можно использовать группы, сформированные произвольно – например, по желанию учащихся. А для нестандартных задач, требующих обсуждения, тестирования и, вообще, какого-то интеллектуального напряжения, группы нужно специально формировать. Возможно, что в каждой группе будет сильный ученик – лидер группы. Возможно, следует сформировать группу экспертов, куда войдут наиболее сильные учащиеся. В любом случае, подбор задач для работы в группах должен предполагать возможность обсуждения вопроса с разных точек зрения.

Следует отметить, что в настоящее время в методической литературе мало материала по обучению стереометрии, пригодного для организации работы учащихся в малых группах. Поэтому разработка таких методик будет полезна для применения в средней школе.

При работе в малых группах требуется предлагать задачи, обсуждение решения которых не только может заинтересовать учащихся, но и приведет к закреплению необходимых навыков. По нашему мнению, одним из эффективных методов достижения поставленной цели является *метод ошибок*. То есть метод, где учащимся предлагается найти ошибки в решенной задаче, обосновать ошибочность решения и предложить правильное решение задачи. Особенностью данного метода при групповой работе является то, что получив задачу, в группах произвольно начинается обсуждение, с целью выявления ошибки и последующего ее исправления. И так как преподаватель может вызвать любого из группы для выступления перед всем классом, то каждый участник группы должен знать и уметь обосновать, в чем заключается ошибка и показать верное решение. Поэтому обучающиеся постараются быть максимально вовлеченными в обсуждение.

Более того, обучающимся чрезвычайно полезно ознакомиться с наиболее часто встречающимися при решении задач ошибками. Даже тот, кто в состоянии правильно решить задачу, часто не сразу найдет ошибки в неправильном решении – иногда он сочтет нечто правильное за ошибку, или же ошибочное примет за правильное, или же, умея, быть может, указать ошибки, затрудняется уловить ход мыслей, приведший к этим ошибкам. Очень часто ошибочно решенная задача дает гораздо больше для математического разума, чем задача, которую сразу удалось решить гладко и правильно [6].

Приведем причины, которые допускают учащиеся при изучении различных математических дисциплин, в том числе и стереометрии.

1. Причины, которые связаны с психологическими факторами, например ослабление психических функций, таких как внимание, мышление, память.
2. Причины, которые вытекают из недостатков учебников и учебных программ.
3. Причины, которые обусловлены несовершенством организации учебного процесса.
4. Причины, обусловленные недостаточным владением учащимися на требуемом уровне синтаксисом и семантикой математического языка.

Таким образом, деятельность, направленная на работу по устранению типичных ошибок требует их систематизации. Типичные ошибки можно объединить в группы, связанные общими причинами

их появления и методикой работы над их исправлением. Такая систематизация позволит наметить пути предупреждения появления этих ошибок при решении задач на построение сечений [7].

Чтобы исключить в последующем появление данных ошибок, учащимся на уроке повторения и закрепления знаний, можно дать примеры с ошибочными построениями сечения. Например, каждой группе предлагается найти ошибку в построении сечения, обосновать, в чем заключается ошибка и продемонстрировать правильный вариант. Ведь как отмечал польский математик Г.Д.Штейнгауз: «Если заверить учащегося, что в представленных ему доказательствах есть ошибка, то можно даже без специальной проверки быть уверенным, что материал будет полностью и тщательно изучен» [8].

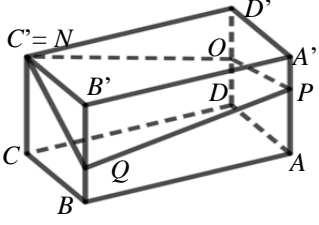
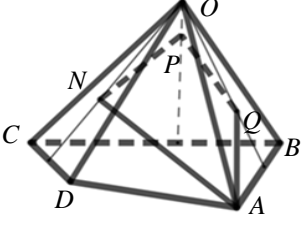
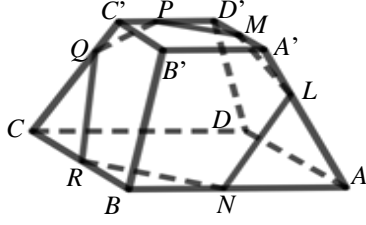
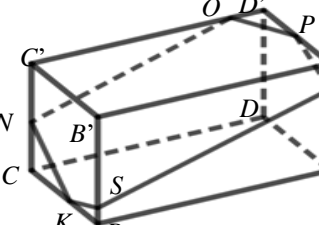
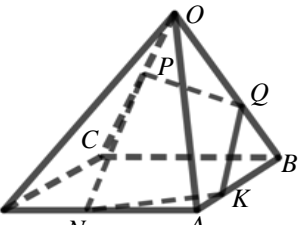
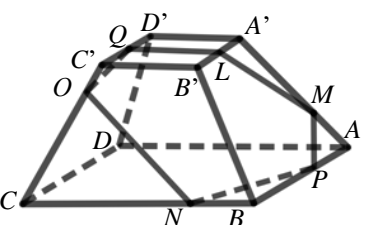
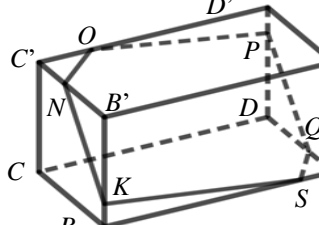
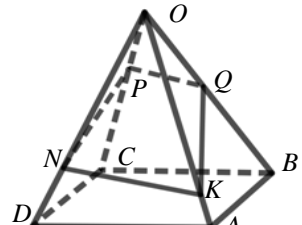
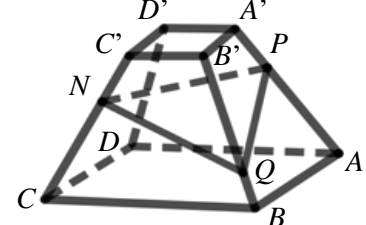
Далее поведем разговор об ошибках на уроках стереометрии при изучении темы «Сечения многогранников». В данной теме, чаще всего, у учащихся встречаются такие виды ошибок, как:

- неправильно найден след сечения;
- не найдена (или пропущена) точка пересечения сечения с одним из ребер;
- неправильно найдены следы сечения на параллельных гранях.

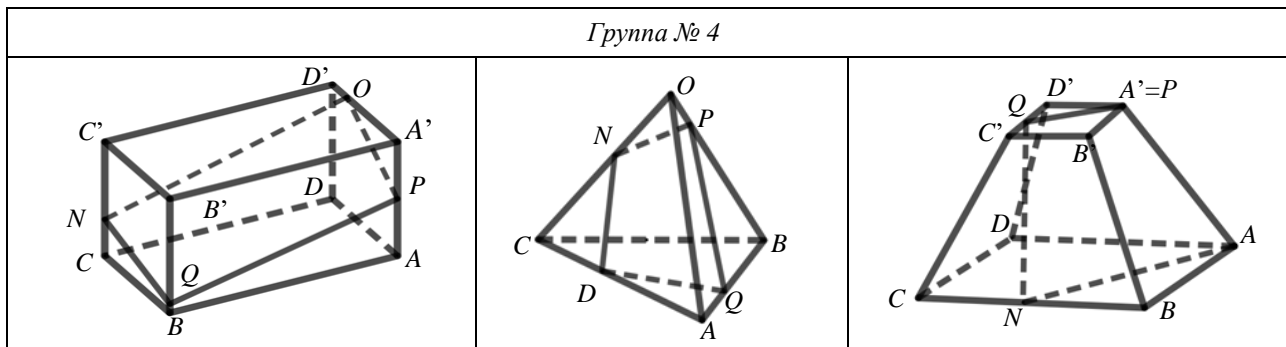
Рассмотрим пример применения задач с ошибками на построение сечений многогранников при работе в малых группах.

*Формулировка задания.* Ученику было дано задание: на поверхности призмы, пирамиды, усеченной пирамиды даны три точки  $N$ ,  $P$  и  $Q$ . Построить сечение указанных на рисунке многогранников плоскостью, проходящей через данные точки. Решение ученика представлено в таблице 1.

Таблица 1. Карточки групповой работы

<i>Группа № 1</i>		
		
<i>Группа № 2</i>		
		
<i>Группа № 3</i>		
		

Группа № 4



Есть ли в построении ошибки? Если есть, то назвать, какие принципы построения сечений многогранников нарушены?

Защита происходит таким образом: результаты, проведенной работы в группе, оглашает избранный учителем спикер-представитель.

Ответом к первой задаче должен быть «Параллельные плоскости пересекаются не по параллельным прямым. Если секущая плоскость пересекает две противоположные параллельные грани многогранника, то линии пересечения параллельны». В пирамиде плоскость не является сечением, поскольку не найдены ее линии пересечения с гранями пирамиды. В усеченной пирамиде, сечение выполнено правильно. Затем, например, вторая группа может спросить, как выглядит правильное сечение.

После первой группы защищается вторая группа. У них след секущей плоскости является ломанной, что невозможно. Тогда участник из группы №1, например, может спросить, чем же является след секущей плоскости в параллелепипеде. В пирамиде сторона сечения  $PN$  не принадлежит какой-либо грани. В усеченной пирамиде параллельные плоскости пересекаются не по параллельным прямым.

Далее выходит представитель группы №3 и говорит, что сечение параллелепипеда является правильным. Но участники другой группы могут попросить пояснить, почему все правильно. Сечение пирамиды не является правильным, так как неправильно найдены следы сечения, поскольку след секущей плоскости пересечет нижнюю грань в двух точках. Следы в гранях  $AOB$  и  $AOD$  будут другими, и появится след в плоскости основания. В усеченной пирамиде сторона сечения  $PN$  не принадлежит какой-либо грани, а поэтому не является следом сечения.

И в конце выходит выступающий из группы №4 и говорит, что сторона сечения  $ON$  не принадлежит какой-либо грани параллелепипеда. Тогда, например, группа №3 может попросить пояснить, почему нельзя соединять точки, расположенные на разных гранях. В пирамиде сечение выполнено верно. В усеченной пирамиде  $QN$  не является следом сечения на поверхности многогранника.

Каждое выступление заканчивается всеобщим обсуждением исправления допущенных ошибок. Работа и ответы учащихся будут оцениваться учителем в течение урока по критериям таблицы 2. Последний критерий необходим для того, чтобы активизировать работу в группе более слабых учеников.

Таблица 2. Оценивание работы в группе

№ гр.	Правильность изложения	Дополнение других групп	Культура изложения материала	Поведение в группе, вовлеченность каждого члена в работу группы

Дальнейшей перспективой исследования является разработка подобных заданий отдельно для изучения сечений призмы, пирамиды, усеченной пирамиды. Кроме того, имеет смысл разработки задач для нахождения площади и объема частей, на которые сечение разбивает фигуру.

### Заключение

Таким образом, поиск и исправление ошибок в группе способствует: активизации процесса обсуждения; овладению участниками группы навыками совместной работы; возможности участия в решении задачи учащимися всех уровней; более тщательному анализу задачи; более детальному и глубокому проникновению в суть каждого правила, теоремы, понятия.

Участие в поиске и исправлении ошибки стимулирует высокую активность учащихся и способствует их предотвращению в дальнейшем. Явным недостатком является то, что групповое обсуждение занимает много времени, однако при правильно сформированных группах и четкой постановке задачи, это можно минимизировать [9].

### Список использованной литературы:

- 1 Гольник О. Новая система образования в Казахстане 2019-2020. [Электрон.ресурс]. – 2019. – URL: [https://www.nur.kz/family/children/1773601-novaa-sistema-obrazovania-v-kazahstane-2018-2019/?utm\\_source=clipboard&utm\\_medium=article-fragment](https://www.nur.kz/family/children/1773601-novaa-sistema-obrazovania-v-kazahstane-2018-2019/?utm_source=clipboard&utm_medium=article-fragment) (дата обращения: 20.01.2021)
- 2 Ступина С.Б. Технологии интерактивного обучения в высшей школе: Учебно-методическое пособие. – Саратов: Издательский центр «Наука», 2009. – 52 с.
- 3 Beam J. What is Interactive Learning? [Электронный ресурс]. – 2021. – URL: <https://www.wisegeek.com/what-is-interactive-learning.htm> (дата обращения: 20.01.2021).
- 4 Абылкасымова А.Е. Теория и методика обучения математике: Дидактико-методические основы обучения математике. Учебное пособие. – Алматы: Мектеп, 2013. – 224 с.
- 5 Выготский Л.С. Педагогическая психология. – М.: Педагогика, 1991. – 480 с.
- 6 Литцманн В., Триер В. В чем ошибка? Ложные умозаключения и ученические ошибки. Одесса.: Матезис, 1923. – 92 с.
- 7 Далингер В.А. Методика обучения началам математического анализа: учебник и практикум для академического бакалавриата / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2016. – 162 с.
- 8 Штейнгауз Г.Д. Математика – посредник между духом и материей. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 354 с.
- 9 Самсонова М.В., Ефимов В.В. Технология и методы коллективного решения проблем: Учебное пособие. Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 152 с.

### References

- 1 Gol'nik O. (2019) *Novaja sistema obrazovanija v Kazahstane 2019-2020.* [New education system in Kazakhstan 2019-2020.] URL: [https://www.nur.kz/family/children/1773601-novaa-sistema-obrazovania-v-kazahstane-2018-2019/?utm\\_source=clipboard&utm\\_medium=article-fragment](https://www.nur.kz/family/children/1773601-novaa-sistema-obrazovania-v-kazahstane-2018-2019/?utm_source=clipboard&utm_medium=article-fragment) (data obrashhenija: 20.01.2021)
- 2 Stupina S.B. (2009) *Tehnologii interaktivnogo obuchenija v vysshej shkole: Uchebno-metodicheskoe posobie.* [Interactive learning technologies in higher education: Study guide]. Saratov: Izdatel'skij centr «Nauka». 52. (In Russian)
- 3 Beam J. What is Interactive Learning? [Jelektronnyj resurs]. – 2021. – URL: <https://www.wisegeek.com/what-is-interactive-learning.htm> (data obrashhenija: 20.01.2021).
- 4 Abylkasymova A.E. (2013) *Teorija i metodika obuchenija matematike: Didaktiko-metodicheskie osnovy obuchenija matematike. Uchebnoe posobie.* [Theory and methodology of teaching mathematics: Didactic and methodological foundations of teaching mathematics. Tutorial]. Almaty: Mektep, 224. (In Russian)
- 5 Vygotskij L.C. (1991) *Pedagogicheskaja psihologija.* [Pedagogical psychology]. M.: Pedagogika, 480. (In Russian)
- 6 Litcman V., Trier V. (1923) *V chem oshibka? Lozhnye umozakljuchenija i uchenicheskie oshibki.* [What is the mistake? False reasoning and student errors]. Odessa.: Matezis, 92. (In Russian)
- 7 Dalinger V.A. (2016) *Metodika obuchenija nachalam matematicheskogo analiza: uchebnik i praktikum dlja akademicheskogo bakalavriata 2-e izd., ispr. i dop.* [Methods of teaching the beginnings of mathematical analysis: a textbook and practical work for an academic baccalaureate]. M.: Izdatel'stvo Jurajt. 162. (In Russian)
- 8 Shtejngauz G.D. (2014) *Matematika – posrednik mezhdum duhom i materiej.* [Mathematics is the mediator between spirit and matter]. M.: BINOM. Laboratorija znaniy. 354. (In Russian)
- 9 Samsonova M.V., Efimov V.V. (2003) *Tehnologija i metody kollektivnogo reshenija problem: Uchebnoe posobie.* [Technology and methods of collective problem solving: Textbook]. Ul'janovsk: UIGTU. 152. (In Russian)