МРНТИ 27.29.15
УДК 517.912

https://doi.org/10.51889/2021-1.1728-7901.08

Ж.А. Сартабанов[1], А.Қ. Шәукенбаева[1], Ә.Х. Жұмағазиев[1], А.А. Дуюсова[1]*

[1]Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан
∗e-mail: sartabanov42@mail.ru

МЕКТЕПТЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ОҚЫТУДЫҢ ӘДІСТЕМЕСІН БЕЙІМДЕУ МӘСЕЛЕСІ

Аңдатпа

Мақалада тұрақты коэффициентті екінші ретті сызықты біртекті жәй дифференциалдық теңдеуді мектеп курсына бейімделіп зерттелді. Біртекті теңдеудің шешімінің жалпылама қасиеті келтірілді. Екінші ретті тұрақты коэффициентті біртектес сызықты жәй дифференциалдық теңдеуінің коэффициенттеріне байланысты үш жағдайда теңдеудің шешімдері зерттелді. Алынған нәтижелер теорема түрінде негізделген. Келтірілген тұжырымдар орта мектеп математикасының оқыту әдістемесі аясында дәлелденді. Жалпы математикада белгілі бұл теория орта мектеп математикасына енгізілуге толық лайықталып, мектеп оқушысына ұғынықты, қол жетімді әдістеме арқылы жасалды.

Жұмыстың негізгі мақсаты екінші ретті сызықты біртекті жәй дифференциалдық теңдеуді шешу әдістерін мектеп оқушысы меңгеруге мүмкін деңгейде жасау болып табылады. Нәтижесі жаратылыстану-математикалық бағытындағы орта мектептерде жәй дифференциалдық теңдеулер бастамалары бойынша арнайы курс бағдарламасын құрып, оған сәйкес мазмұндық материалды дайындау және оларды оқыту әдістемесімен қамтамасыз ету.

Түйін сөздер: екінші ретті жәй дифференциалдық теңдеу, тербелістер теңдеуі, негізгі тригонометриялық функциялар, жалпы шешім, әдістеме, арнайы курс.

Аннотация

Ж.А. Сартабанов[1], А.К. Шаукенбаева[1], А.Х. Жумагазиев[1], А.А. Дуюсова[1]
[1]Актюбинский региональный университет имени К.Жубанова, г.Актобе, Казахстан

ПРОБЛЕМА АДАПТИРОВАНИЯ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ШКОЛЕ

В статье, адаптировано к школьному курсу, исследуется линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Приведены общие свойства решения однородного уравнения. Исследуются решения однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами в трех случаях, связанных с коэффициентами уравнения. Полученные результаты обоснованы в виде теоремы. Приведенные выводы доказаны в рамках методики обучения математики средней школы. Эта теория, известная в общей математике, полностью адаптирована к внедрению в математику средней школы и разработана с помощью методик, понятных школьнику.

Основная цель работы заключалась в разработке методов решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка на уровне, доступном школьнику. Результатом станет создание программы спецкурса по началам обыкновенных дифференциальных уравнений в средних школах естественно-математического направления, подготовка соответствующего содержательного материала и обеспечение их методикой обучения.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение второго порядка, уравнение колебаний, основные тригонометрические функции, общее решение, методика, спецкурс.

Abstract

THE PROBLEM OF ADAPTING THE METHODOLOGY OF TEACHING DIFFERENTIAL EQUATIONS AT SCHOOL

Sartabanov Zh.A.[1], Shaukenbayeva A.K.[1], Zhumagaziyev A.Kh.[1], Duyussova A.A.[1]
[1]Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan

In the article, adapted to the school course, we study a linear homogeneous differential equation of the second order with constant coefficients. The general properties of the solution of a homogeneous equation are given. Solutions of a homogeneous linear ordinary differential equation of the second order with constant coefficients in three cases related to the coefficients of the equation are investigated. The obtained results are justified in the form of a theorem. These conclusions are proved in the framework of the methods of high school mathematics. This theory, known in general mathematics, is fully adapted to the implementation in secondary school mathematics and developed with the help of new elementary techniques that are understandable to the student.

The main purpose of the work was to develop methods for solving a linear homogeneous differential equation of the second order at a level that a schoolboy can master. The result will be the creation of a special course program on the basics of ordinary differential equations in secondary schools of the natural-mathematical direction, the preparation of appropriate content material and providing them with a simple teaching method.

Keywords: the second order differential equation, oscillations equation, basic trigonometric functions, general solution, methodology, special course.

Қазіргі заманғы зерттеу жұмыстарына қойылатын басты талап – олардың қолданбалылығы және зерттеудің математикалы қ әдістерге негізделуі. Инженер-техникалық есептердің басым көпшілігі уақытпен үзіліссіз өзгеретін құбылыстармен байланысты. Ал мұндай құбылыстардың математикалық моделдері дифференциалдық теңдеулермен сипатталады. Өткен ғасырдың жетпісінші жылдары жүргізілген реформа бойынша мектеп математикасына дифференциалдық және интегралдық есептеулердің элементтері енгізіліп, олардың математикадағы ішкі қолданыстарымен қатар ғылыми-техникалық үдерістерді зерттеудегі пайдасына көңіл аударған болатын. Осы бағытта сол кездердегі оқулықтарға [1] дифференциалдық теңдеулер ұғымы енгізіліп, дененің еркін түсу қозғалысы, экспоненциалдық өзгеріс және гармониялық тербелістер сипатталған дифференциалдық теңдеулер қарастырылған болатын. Құбылыстардың осындай математикалық моделдері туралы мәліметті мектеп оқушылары математика мұғалімінен білуі өте құнды екендігіне сол кездегі реформаның басшысы академик А.Н.Колмогоровтың назар аударғаны әлі есімізде. Оны мектепте шеңбері жағынан да, ғылыми тереңдігі жағынан да дамыта түсу алдағы уақыттың үлесінде екендігін ескерткен болатын. Ұлы ғалымның ойларын жүзеге асыруға орай, жаңалықты ғылыми тәсілдермен оқушының танысуы, одан хабардар болуы өте маңызды.

Жоғарыда келтірілген ойларды өрбіту үшін және оны іс жүзіне асыру үшін мектеп оқушыларына дифференциалдық теңдеулерден арнайы курстар ұйымдастырылуы қажет деп есептейміз.

Осы мақсатты ақиқатқа айналдыруда, алдымен, тұрақты коэффициентті екінші ретті сызықты біртекті дифференциалдық теңдеулерді шешудің және оқытудың толық әдістемесін [2] мектепке бейімделіп, негіздеген жөн. Бұл мектеп оқулығына [3] құнды толықтыру болады. Бұрын жариялынған авторлардың мақалаларында [4-6] кейбір тұжырымдар қарастырылды.

Айталық, A және B коэффициентті $Y = Y(x)$ белгісізі арқылы

$$\frac{d^2}{dx^2}Y + A\frac{d}{dx}Y + BY = 0$$

сызықты біртекті теңдеуі берілсе, онда оның жиі қолданылатын екі қасиеті бар.

I Егер Y теңдеудің шешімі болса, ал C – тұрақты сан болса онда $CY = Z$ шамасы да оның шешімі болады.

Шынында да, туындының тұрақтыны туынды белгісі алдына шығаруға болатындығы туралы қасиеті бойынша

$$\frac{d}{dx}Z = \frac{d}{dx}(CY) = C\frac{d}{dx}Y,$$

$$\frac{d^2}{dx^2}Z = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}Z\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}CY\right) = \frac{d}{dx}\left(C\frac{d}{dx}Y\right) = C\frac{d}{dx}\frac{d}{dx}Y = C\frac{d^2}{dx^2}Y$$

тепе-теңдіктерін аламыз. Ендеше, осы қасиеттер арқылы

$$\frac{d^2}{dx^2}Z + A\frac{d}{dx}Z + BZ = C\frac{d^2}{dx^2}Y + CA\frac{d}{dx}Y + CBY = C\left[\frac{d^2}{dx^2}Y + A\frac{d}{dx}Y + BY\right] \equiv 0$$

тепе-теңдігі шығады. Демек, Z – теңдеудің шешімі.

II Егер Y_1 және Y_2 теңдеудің екі шешімі болса, онда олардың қосындысы $Y_1 + Y_2 = Z$ теңдеудің шешімі болады.

Шынында да,

$$Y_1'' + AY_1' + BY_1 = 0,\quad Y_2'' + AY_2' + BY_2 = 0$$

тепе-теңдіктері мен туындының

$$Y_1' + Y_2' = (Y_1 + Y_2)' = Z',\quad Y_1'' + Y_2'' = (Y_1 + Y_2)'' = Z''$$

қасиеттері белгілі. Егер екі тепе-теңдікті мүшелеп қосып, соңғы қасиеттерді қолдансақ, мына тепе-теңдіктерді аламыз:

$$Y_1'' + Y_2'' + A(Y_1' + Y_2') + B(Y_1 + Y_2) = 0,$$

$$(Y_1 + Y_2)'' + A(Y_1 + Y_2)' + B(Y_1 + Y_2) = 0,$$

$$Z'' + AZ' + BZ = 0.$$

Ендеше, Z – теңдеудің шешімі.

Осы дәлелденген екі қасиетті біріктіріп те келтіруге болады. Егер Y_1 және Y_2 теңдеудің шешімдері болса, ал C_1 және C_2 тұрақты шамалар болса, онда

$$Z = C_1Y_1 + C_2Y_2$$

шешімдердің сызықты комбинациясы деп аталатындығы белгілі.

III Егер Y_1 және Y_2 сызықты біртекті теңдеудің шешімдері болса, онда олардың сызықты комбинациясы да теңдеудің шешімі болады.

Шынында да, қасиеттің дәлелдеуі тексеру әдісімен беріледі.

$$Z'' + AZ' + BZ = (C_1Y_1 + C_2Y_2)'' + A(C_1Y_1 + C_2Y_2)' + B(C_1Y_1 + C_2Y_2) =$$

$$= \underline{C_1Y_1''} + C_2Y_2'' + \underline{AC_1Y_1'} + AC_2Y_2' + \underline{BC_1Y_1} + BC_2Y_2 =$$

$$= C_1\left[Y_1'' + AY_1' + BY_1\right] + C_2\left[Y_2'' + AY_2' + BY_2\right] = 0,$$

себебі, Y_1 және Y_2 теңдеудің шешімдері болғандықтан әрбір жақшадағы өрнектер нөлге тепе-тең. Олай болса, $Z = C_1Y_1 + C_2Y_2$ сызықты комбинациясы теңдеудің шешімі екен.

Екінші ретті a және b тұрақты коэффициентті біртектес сызықты, y белгісізі арқылы берілген

$$y'' + 2ay' + by = 0 \tag{1}$$

теңдеуін қарастырайық. Мұндағы $y' = \dfrac{dy}{dx}$, $y'' = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ – белгісіз функцияның бірінші және екінші ретті туындылары.

Осы (1) теңдеуіне

$$y = e^{-ax}z \tag{2}$$

ауыстыруын жасайық.

Келтірілген (2) ауыстыруын біртіндеп туындылап

$$y' = -ae^{-ax}z + e^{-ax}z', \tag{$2'$}$$

$$y'' = a^2e^{-ax}z - 2ae^{-ax}z' + e^{-ax}z'' \tag{$2''$}$$

өрнектерін аламыз.

Берілген (2) ауыстыруын және анықталған ($2'$) - ($2''$) өрнектерін (1) теңдеуіне қойып,

$$\underline{a^2e^{-ax}z} - \underline{\underline{2ae^{-ax}z'}} + e^{-ax}z'' - \underline{2a^2e^{-ax}z} + \underline{\underline{2ae^{-ax}z'}} + \underline{be^{-ax}z} = 0$$

теңдігін аламыз. Оны $e^{-ax} \neq 0$ шамасына қысқартып, ұқсас мүшелерін біріктіріп,

$$z'' + (b - a^2)z = 0 \tag{3}$$

түріндегі теңдеуді аламыз.

Берілген теңдеудің a және b коэффициенттерінің ара қатысына байланысты үш жағдайға келеміз.

1°. Егер $b = a^2$ болса, онда (3) теңдеуі

$$z'' = 0 \tag{4}$$

теңдеуі түрінде жазылады.

2°. Егер $b > a^2$ болса, онда $b - a^2 = k^2 > 0$ саны арқылы жазып, (3) теңдеуінен

$$z'' + k^2 z = 0 \tag{5}$$

гармониялық тербелістер теңдеуін аламыз.

3°. Егер $b < a^2$ болса, онда $b - a^2 = -k^2 < 0$ теріс шамасын енгізіп, (3) теңдеуін

$$z'' - k^2 z = 0 \tag{6}$$

теңдеуі түріне келтіреміз.

Енді осы алынған (4), (5) және (6) теңдеулерінің шешімдерін анықтаймыз.

Алдымен, (4) теңдеуін шешу үшін екінші ретті z'' туындысы бірінші ретті z' туындысының туындысы болатынын ескеріп,

$$\frac{d}{dx}z' = 0 \tag{7}$$

түрінде бейнелейміз. Демек, тек тұрақтының ғана туындысы нөлге тең болатынын ескеріп, (7) теңдеуінен C_1 тұрақтылы

$$z' = C_1 \tag{8}$$

теңдігін аламыз. Одан әрі $z' = \dfrac{dz}{dx}$ туындысы тұрақты екендігін (8) өрнегінен көреміз де,

$$\frac{dz}{dx} = C_1 \tag{9}$$

теңдігінен C_2 кез келген тұрақтылы

$$y = C_1 x + C_2 \tag{10}$$

функциясын анықтаймыз.

Бұл (9) бейнесіндегі кез келген C_1 және C_2 тұрақтылы сызықты функция (4) теңдеуінің жалпы шешімі болып табылады. Себебі, (8) және (10) өрнектері (7) және (9) теңдеулерінің оң жағындағы функциялардың алғашқы бейнелеулерінің жиынтығы. Демек, (4) теңдеуінің кез келген шешімі (10) бейнесінде болады. Жалпы шешім ұғымы осылай анықталады.

Енді (5) теңдеуін қарастырсақ, ол мектеп математикасында қарастырылып келе жатқан тербелістер теңдеуі. Оның шешімдерін анықтауда негізгі тригонометриялық функциялар: $\cos kx$ және $\sin kx$ функцияларының туындылары мен өздерінің

$$\begin{aligned} (\cos kx)' &= -k\sin kx; \quad (\sin kx)' = k\cos kx, \\ (\cos kx)'' &= -k^2\cos kx; \quad (\sin kx)'' = -k^2\sin kx \end{aligned} \tag{11}$$

түріндегі өзара байланыстары басшылыққа алынады.

Демек, (11) өрнектен

$$z_1 = \cos kx, \quad z_2 = \sin kx \tag{12}$$

функцияларының екінші ретті туындылары өздері арқылы

$$z_1'' = -k^2 z_1, \; z_2'' = -k^2 z_2 \tag{13}$$

бейнесінде өрнектелетіндігі маңызды орын алады.

Осы (13) теңдіктерден (2) функциялардың әрқайсысы (5) теңдеуінің шешімі екенін көреміз.

Қарастырып отырған (5) теңдеуіміз сызықты болғандықтан (12) шешімдерінің кез келген C_1 және C_2 коэффициентті

$$z = C_1 z_1 + C_2 z_2$$

түріндегі сызықты комбинациясы да оның шешімі болады. Демек,

$$z = C_1 \cos kx + C_2 \sin kx \tag{14}$$

өрнегі (5) теңдеуінің жалпы шешімін береді.

Егер $u = u(x)$ функциясы (5) теңдеудің кез келген бір шешімі болса, демек,

$$u''(x) + k^2 u(x) = 0 \tag{14$'$}$$

тепе-теңдігі орындалса, онда ол арқылы қосалқы

$$f(x) = u\cos kx - u'\frac{1}{k}\sin kx,$$
$$\varphi(x) = u\sin kx + u'\frac{1}{k}\cos kx \tag{14$''$}$$

функцияларын алып, туындыларын анықтасақ, онда

$$f'(x) = u'\cos kx - uk\sin kx - u''\frac{1}{k}\sin kx - u'\cos kx = -\left(u'' + k^2 u\right)\frac{1}{k}\sin kx,$$
$$\varphi'(x) = u'\sin kx + uk\cos kx + u''\frac{1}{k}\cos kx - u'\sin kx = \left(u'' + k^2 u\right)\frac{1}{k}\cos kx \tag{14$'''$}$$

өрнектерін алар едік.

Ендеше, ($14'$) тепе-теңдігі бойынша ($14'''$) туындылары нөлге тең екенін көреміз: $f'(x) = 0$, $\varphi'(x) = 0$. Бұл ($14''$) қосалқы функцияларының тұрақты болатынын білдіреді: $f(x) = C_1^0$, $\varphi(x) = C_2^0$. Олай болса,

$$\begin{cases} u\cos kx - u'\dfrac{1}{k}\sin kx = C_1^0 \\ u\sin kx + u'\dfrac{1}{k}\cos kx = C_2^0 \end{cases}$$

жүйесін аламыз. Осы жүйенің бірінші $\cos kx$ функциясына, екінші теңдігін $\sin kx$ функциясына көбейтіп, екі теңдеуді қоссақ, $\cos^2 kx + \sin^2 kx = 1$ формуласын ескеріп,

$$u(x) = C_1^0 \cos kx + C_2^0 \sin kx \tag{14^0}$$

өрнегіне келеміз. Бұдан кез келген $u(x)$ шешімі (14) формуладан $C_1 = C_1^0$ және $C_2 = C_2^0$ мәндері арқылы шығатынын (14^0) өрнегі көрсететінін байқаймыз. Демек, (14) формула – жалпы шешім өрнегі.

Енді (6) теңдеуін шешумен айналысайық. Осындай мақсатпен

$$z_1 = e^{-kx}, \; z_2 = e^{kx} \tag{15}$$

көрсеткіштік функцияларын алып, олардың бірінші және екінші ретті туындыларын анықтасақ, онда

$$z_1' = -ke^{-kx} = -kz_1, \; z_2' = ke^{kx} = kz_2,$$
$$z_1'' = k^2e^{-kx} = k^2z_1, \; z_2'' = k^2e^{kx} = k^2z_2 \tag{16}$$

өрнектері арқылы туындылардың функциялардың өздері бойынша бейнеленетіндігін байқаймыз. Осы (16) өрнектердегі соңғы екі теңдіктен

$$z_1'' - k^2z_1 = 0, \; z_2'' - k^2z_2 = 0 \tag{17}$$

тепе-теңдіктерін аламыз. Ендеше, (15) функциялардың (17) теңдіктерден (6) теңдеуінің шешімдері екендігін көреміз. Қарастырып отырған (6) теңдеуіміз сызықты болғандықтан кез келген C_1 және C_2 коэффициентті

$$z = C_1z_1 + C_2z_2 = C_1e^{-kx} + C_2e^{kx} \tag{18}$$

өрнегі жалпы шешімді бейнелейтіндігіне көңіл аударамыз.

Егер (6) теңдеуінің кез келген шешімі (18) түрінде берілетін болса, онда ол оның жалпы шешімі деп аталынады. Демек, шешімдердің айырмашылығы: C_1 және C_2 мәндерінің әртүрлі болатындығында ғана. Мысалы, $u = u(x)$ (6) теңдеуінің кез келген шешімі болсын. Бірақ, оның кейпінің қандай екені белгісіз. Егер оның өрнегі (18) формуласы түрінде екендігін көрсете алсақ, онда (18) өрнегінің жалпы шешімі екендігін дәлелдегеніміз болып табылады.

Шынында да, $u = u(x)$ (6) теңдеуінің қандай болса да, бір шешімі дейік. Ендеше,

$$u''(x) - k^2u(x) = 0 \tag{19}$$

тепе-теңдігі орындалады.

Айталық,

$$\vartheta = u(x)e^{kx}$$

қосалқы функция болсын. Оның туындыларын анықтайық:

$$\vartheta' = u'e^{kx} + kue^{kx} = e^{kx}(u' + ku), \tag{20}$$

$$\vartheta'' = u'' + 2ku'e^{kx} + k^2ue^{kx} =$$
$$= (u'' - k^2u)e^{kx} + (2ku' + 2k^2u)e^{kx} =$$
$$= (u'' - k^2u)e^{kx} + 2k(u' + ku)e^{kx}. \tag{21}$$

Егер (19) тепе-теңдігін еске алсақ және (20) ескерсек, онда (21) теңдігін

$$\vartheta'' - 2k\vartheta' = 0$$

теңдеуін аламыз. Демек, $\vartheta'' = \frac{d}{dx}\vartheta'$ екенін ойға алсақ, онда

$$\frac{d}{dx}\vartheta' - 2k\vartheta' = 0$$

бірінші ретті теңдеуін аламыз. Оның шешімі кез келген C^0 коэффициентті

$$\upsilon' = C^0e^{2kx} = 2kC_1^0e^{2kx}, \; C^0 = 2kC_1^0$$

өрнегімен анықталады. Осыдан υ' туындысының алғашқы бейнесін анықтасақ, кез келген C_2 тұрақтылы

$$\vartheta = \int 2kC_1^0 e^{2kx} dx = C_1^0 e^{2kx} + C_2^0$$

$\vartheta = \vartheta(x)$ қосалқы функциясының түрін анықтаймыз.

Одан әрі $\vartheta = ue^{kx}$ екенін ескерсек,

$$ue^{kx} = C_1^0 e^{2kx} + C_2^0$$

немесе u функциясын осы теңдіктен анықтап,

$$u = C_1^0 + C_2^0 e^{-kx} \qquad (18^0)$$

екенін көреміз.

Ендеше, $C_1 = C_2^0$ және $C_2 = C_1^0$ болған жағдайда $u = u(x)$ шешімі (18) формуладан шығатынына көз жеткіземіз. Демек, кез келген (18^0) шешім (18) формуладан алынатын болғандықтан, (18) шешімі шынында да жалпы шешім деген тұжырымға келеміз.

Одан әрі (2) ауыстыруы арқылы (4), (5) және (6) теңдеулерінің (10), (14) және (18) жалпы шешімдерінен (1) теңдеудің жалпы шешімдерін 1°, 2° және 3° жағдайларына байланысты анықтаймыз.

Ендеше, 1° жағдайында $b = a^2$ болады да, (1) теңдеуінің жалпы шешімі (2) және (10) формулалары бойынша

$$y = (C_1 x + C_2)e^{-ax} \qquad (22)$$

өрнегімен анықталады.

Одан соң, $b > a^2$ болған 2° жағдайына сәйкес, (2) және (14) формулалары негізінде (1) теңдеуінің жалпы шешімі

$$y = (C_1 \cos kx + C_2 \sin kx)e^{-ax} \qquad (23)$$

түрінде бейнеленеді.

Ақырында, (2) және (18) қатыстары бойынша (1) теңдеуінің $b < a^2$ болған 3° жағдайында

$$y = (C_1 e^{-kx} + C_2 e^{kx})e^{-ax} \qquad (24)$$

түріндегі жалпы шешімді аламыз.

Сонымен мына төмендегі теорема мектеп математикасы көлеміндегі әдістемемен дәлелденді.

Теорема 1. Екінші ретті тұрақты $2a$ және b коэффициентті сызықты (1) теңдеуінің жалпы шешімдері 1) $b = a^2$, 2) $b > a^2$ және 3) $b < a^2$ жағдайларына сәйкес (22), (23) және (24) өрнектерімен берілетіндігі мектеп математикасының әдістемелері аясында негізделді.

Дәлелденген теорема туралы сөзімізді қорытындылай келе, жалпы шешімді негіздеу екі бөліктен тұратынына назар аударамыз. Оның біріншісі – мектеп математикасының теориялық әдістер көлемінде жалпы шешім формуласын қорытып шығару. Ал, екіншісі – теңдеудің кез келген шешімі сол формуламен берілетіндігін мектеп оқулығында қолданылып жүрген элементар әдістермен дәлелдеу. Мақаланың ұсынып отырған негізгі жаңалығы осы мәселелерді жоғары математикада қолданылып жүрген абстракциялық әдістерді қолданбай, оқушыға ұғынықты элементар әдістермен баяндалуы болып табылады. Ол элементар әдістер негізінде теңдеудің шешімдерінің бірі екіншісі арқылы сызықты түрде өрнектелмейтін екі шешімін олардың туындыларының қасиеттерімен анықтап алу жатса, одан әрі, жалпы шешімнің түрін анықтауда шешімдердің сызықты комбинациясы шешім болатындығы туралы тұжырым пайдаланылады. Содан кейін, осылайша құрылған шешімнің жалпы шешім екендігі кез келген шешім және оның туындылары арқылы және теңдеудің белгілі шешімдері негізінде туындысы нөлге тең қосалқы функциялар құру арқылы дәлелденеді.

Сонымен, теңдеудің жалпы шешімі функция және оның туындыларының ұқсастығы қасиеті, теңдеудің сызықтылығы қасиеті және қосалқы тұрақты функциялар қасиеті негізінде анықталды.

Осы әдістемелік зерттеуде автордың жұмысын [1] басшылыққа ала отырып, дифференциалдық теңдеулер теориясына [2] негізінде, қазіргі мектеп оқулығының [3] мазмұнына сәйкес және мақалалардың [4-6] кейбір тұжырымдары пайдаланылды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Колмогоров А. Н. (редакциясымен) Алгебра және анализ бастамалары. Алматы: Рауан, 1992. 352б.

2 Сүлейменов Ж.С. Дифференциалдық теңдеулер курсы. Алматы: Рауан, 1991, 360 б.

3 Әбілқасымова А.Е., Корчевский В.Е., Жұмағұлова З.Ә. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 11-сыныбына арналған оқулық. Алматы: «Мектеп», 2020, 254 б.

4 Сартабанов Ж.А., Шаукенбаева А.К. Тригонометриялық және дәрежелік функциялар байланысын тербелістер теңдеуімен негіздеу әдістемесі. // Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті Хабаршы, – 2019. – №3(67) – 53-61 б.

5 Сартабанов Ж.А., Шаукенбаева А.К., Талипова М.Ж. Тригонометриялық функцияларды дәрежелік қатармен өрнектеудің әдістемесі // Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университетінің Хабаршысы. Ғылыми журналы. – 2020. – №2(60) – 50-56 б.

6 Сартабанов Ж.А., Шаукенбаева А.К., Дуюсова А.А. Дифференциалдық теңдеулер бастамаларын мектепте тереңдетіп оқыту мәселесі // Математикалық модельдеу мен ақпараттық технологиялар білімде және ғылымда: ғылыми-әдістемелік конференция материалдары. – Алматы, 2020. – 522-524 б.

References

1 Kolmogorov A. N. (1992) (redakcijasymen) Algebra zhəne analiz bastamalary. [(edited) Initiatives of Algebra and Analysis]. Almaty: Rauan. 352. (In Kazakh)

2 Sylejmenov Zh.S. (1991) Differencialdyk tendeuler kursy. [Course of differential equations]. Almaty: Rauan, 360. (In Kazakh)

3 Abilkasymova A.E., Korchevskij V.E., Zhұmagulova Z.A. (2020) Zhalpy bilim beretin mekteptin zharatylystanu-matematika bagytyndagy 11-synybyna arnalgan okulyk. [Textbook for 11th grade of secondary school in the field of science and mathematics]. Almaty: «Mektep». 254. (In Kazakh)

4 Sartabanov Zh.A., Shaukenbaeva A.K. (2019) Trigonometrijalyk zhane darezhelik funkcijalar bajlanysyn terbelister tendeuimen negizdeu adistemesi. [Methods of substantiation of the relationship of trigonometric and power functions with the equation of oscillations]. Abai atyndagy KazNPU Habarshy. №3(67), 53-61. (In Kazakh)

5 Sartabanov Zh.A., Shaukenbaeva A.K., Talipova M.Zh. (2020) Trigonometrijalyk funkcijalardy darezhelik katarmen ornekteudin adistemesi [Methods of expressing trigonometric functions in power series]. Қ.Zhubanov atyndagy Aқtobe onirlik memlekettik universitetinin Habarshysy. Gylymi zhurnaly. [Bulletin of Aktobe Regional State University named after K. Zhubanov. Scientific journal]. №2(60), 50-56. (In Kazakh)

6 Sartabanov Zh.A., Shaukenbaeva A.K., Dujusova A.A. (2020) Differencialdyk tendeuler bastamalaryn mektepte terendetip okytu maselesi Matematikalyk model'deu men akparattyk tehnologijalar bilimde zhane gylymda: gylymi-adistemelik konferencija materialdary. [Problems of in-depth study of the principles of differential equations at school. Mathematical modeling and information technology in education and science: Proceedings of the scientific-methodical conference]. Almaty. 522-524. (In Kazakh)