

Т.Б. Қоштыбаев¹ , Е.С. Үмбетов^{1*}, М.Е. Алиева² ,
Г.Т. Тугелбаева¹ , К.Қ. Жантлеуов² 

¹ Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

² Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

*e-mail: umbetov.e@qyzpu.edu.kz

ГРАВИТАЦИЯЛЫҚ ТЕОРИЯДАҒЫ ЭКВИВАЛЕНТТІК ПРИНЦИПІ МЕН САҚТАЛУ ЗАҢДАРЫН АФФИНДІК СИММЕТРИЯ ТҰРҒЫСЫНДА ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа

Мақалада жалпыламалы салыстырмалылық теориясының коварианттылық постулаты, эквиваленттілік принципі, координаталар жүйесі және сақталу заңдарының ерекшеліктері мен маңызына қатысты есептеулер жүргізілген. Бөлшектің еркін қозғалысы кеңістік–уақыт геометриясы тұрғысында және аффиндік симметрия тұтастық шеңберінде қарастырылды. Евклидтік кеңістіктің метрлік тензоры, гипербеттер және аффиндік тұтастықтар арасындағы байланыстарды реттейтін дифференциалдық теңдеулер арқылы еркін қозғалыстың заңдылықтары бағаланды. Жазық аффиндік тұтастық теңдеуінің гравитациялық өрістегі ньютондық қозғалыс заңдылық кейпіне ауысуы мен қозғалыс теңдеуінің Галилей топтары бойынша түрлену жағдайлары келтірілген. Нётер теоремасы бойынша физикалық жүйенің симметриялары, теңдеулері мен сақталу заңдары арасындағы байланыстар жүйеленді. Симметрия Ли топтары мен алгебралары арқылы сипатталды және әлсіз сақталу заңдары күшті сақталу заңдарына түрлендірілді. Гравитациялық теориядағы сақталу заңдары гравитациялық әсер арқылы беріліп, өрістің теңдеуі энергия–импульс тығыздығының симметриялық тензоры арқылы жазылды. Гравитацияны ескеретін және ескермейтін жалпыламалы және арнайы салыстырмалылық теорияларының принциптік байланыстары кеңістік метрикасы мен сақталу заңдары тұрғысында қарастырылды. Аффиндік жазық тұтастылық, абсолют уақыт, евклидтік кеңістіктің метрлік тензоры және ньютондық потенциал гипербеттегі декарттық координаталарды қолдана отырып жан–жақты ашылып көрсетілді. Мақаладағы барлық есептеулер дифференциалды геометрияның математикалық аппараты, тензорлық, вариациялық және интегралдық есептеулер арқылы іске асырылды.

Түйін сөздер: эквиваленттілік принципі, сақталу заңдары, симметрия, коварианттылық, кеңістік–уақыт, гравитация, санақ жүйесі.

Т.Б. Қоштыбаев¹, Е.С. Үмбетов^{1*}, М.Е. Алиева², Г.Т. Тугелбаева¹, К.Қ. Жантлеуов²

¹ Казахский национальный женский педагогический университет, г. Алматы, Казахстан

² Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстаны

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИНЦИПА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ НА ОСНОВЕ АФФИННОЙ СИММЕТРИИ

Аннотация

В статье представлены расчеты, связанные с особенностями и значением постулата ковариантности, принципа эквивалентности, системы координат и законов сохранения общей теории относительности. Свободное движение частицы рассматривалось в контексте геометрии пространства-времени и в рамках аффинной симметрии. Законы свободного движения оценивались с помощью дифференциальных уравнений, регулирующих соотношения между метрическим тензором евклидова пространства, гиперповерхностями и аффинной связанностью. Приведены переход уравнения плоской аффинной связанности в ньютоновскую форму закона движения в гравитационном поле и преобразование уравнения движения с помощью групп Галилея. Систематизированы связи между симметриями, уравнениями и законами сохранения физической системы по теореме Нётера. Симметрия была описана с помощью групп и алгебр Ли, а слабые законы сохранения были преобразованы в сильные. Законы сохранения в теории гравитации заданы гравитационным

действием, а уравнение поля выражено через симметричный тензор плотности энергии-импульса. Принципиальные связи между общей и специальной теорией относительности, учитывающие и не учитывающие гравитацию, были рассмотрены в контексте пространственной метрики и законов сохранения. Аффинная плоская связанность, абсолютное время, метрический тензор евклидова пространства и ньютоновский потенциал были всесторонне раскрыты с использованием декартовых координат на гиперповерхности. Все расчеты в статье выполнены с использованием математического аппарата дифференциальной геометрии, тензорного, вариационного и интегрального исчисления.

Ключевые слова: принцип эквивалентности, законы сохранения, симметрия, ковариантность, пространство–время, гравитация, система отсчета.

T.B. Koshtybayev¹, Y.S. Umbetov^{1*}, M.E. Aliyeva², Tugelbaeva G.T.¹, K.K. Zhantleuov²

¹Kazakh National Women's Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

²Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

STUDY OF THE EQUIVALENCE PRINCIPLE AND CONSERVATION LAWS IN THE THEORY OF GRAVITY BASED ON AFFINE SYMMETRY

Abstract

This article presents calculations related to the covariance postulate, the equivalence principle, coordinate systems, and the conservation laws within the general theory of relativity. The free motion of a particle is analysed in the framework of space-time geometry and affine symmetry principles. The laws of free motion were evaluated using differential equations governing the relationships between the metric tensor of Euclidean space, hypersurfaces, and affine connections. The transformation of the equation of flat affine connection into the Newtonian form of the law of motion in a gravitational field is presented, along with the transformation of the equation of motion under Galilean groups. The relationships between symmetries, equations, and conservation laws of a physical system are systematized according to Noether's theorem. Symmetry is described using Lie groups and Lie algebras, while weak conservation laws are converted into strong ones. The conservation laws in the theory of gravitation are defined by the gravitational action, and the field equation is expressed through the symmetric energy-momentum density tensor. Fundamental connections between the general and special theories of relativity, both accounting for and neglecting gravitation, are examined in the context of spatial metrics and conservation laws. The affine flat connection, absolute time, Euclidean space metric tensor, and Newtonian potential are analysed comprehensively using Cartesian coordinates on a hypersurface. All calculations are performed using the mathematical apparatus of differential geometry, tensor calculus, variational methods, and integral calculus.

Keywords: equivalence principle, conservation laws, symmetry, covariance, space-time, gravitation, reference frame.

Кіріспе

Негізгі ережелер. Ньютон теориясы мардымсыз жылдамдықтар мен әлсіз гравитациялық өрістерге арналған, ал жалпылама салыстырмалық теориясы (ЖСТ) гравитацияны анағұрлым дәл, әрі кең ауқымды шарттарға сәйкес сипаттап бере алады. Эйнштейннің пікірінше гравитация–күш емес, ол–планеталардың, жұлдыздар мен қара құрдымдардың әсерінен кеңістік–уақыттың майысуы (қисаюы). Өрістердің кванттық теориясы тұрғысынан эквиваленттілік принципті лоренц–инварианттылықтың талаптары ретінде қабылдауға болады. Олай болса, осы принципке негізделген ЖСТ гравитацияның классикалық релятивистік теориясы болып табылады, яғни гравитациялық өріс инерциялды емес санақ жүйесі арқылы сипатталса, онда санақ жүйесін инерциялды деп санай беруге әбден болады. Бұдан: инерция мен гравитация өзара эквивалент ұғымдар деген қорытынды шығады.

И. Ньютон ұсынған классикалық тартылыс теориясында қашықтық маңызды емес, яғни ол кез–келген қашықтықта орындала береді немесе гравитациялық әсерлер кеңістіктің барлық нүктелері мен барлық уақыт мезеттерінде жұмыс істей береді. Осы тұжырымдамалар тартылыстың кеңістікте таралу (берілу) жылдамдығының соншалықты үлкен екендігін білдірсе керек. Алайда, бұл жылдамдық жарықтың вакуумдегі жылдамдығынан асып кетпесі анық. Мәселенің түйткілі дененің потенциалдық энергиясында болып отыр, өйткені Ньютондық тартылысты математикалық жолмен осы энергиядан шығарып алуға болады. Ал

гравитация потенциалы немесе потенциалдық энергия скаляр шама болмағандықтан, Лоренц түрлендірулері кезінде бір бейнелі қалпын сақтап қалады және ол 4–вектордың уақыттық құраушысы ретінде теріс мәнді болып табылады. Максвеллдің электромагниттік теориясындағы әр аттас зарядтардың өзара тартылу қағидасы гравитация жағдайына тура келмейді [1,2], сондықтан да арнайы салыстырмалылық теория (АСТ) Ньютонның гравитация теориясымен үйлеспейді деген қорытындыға келеміз. Эйнштейн табиғат заңдарының инварианттылық принципімен үйлесетін және барлық санақ жүйелерінде орындала беретін гравитация теориясын тапқысы келді. Осы бағыттағы атқарылған ауқымды зерттеу жұмыстарының нәтижесінде 1915 жылы дүниеге ЖСТ келді. Бұл теория гравитациялық және инерттілік массалар бір мағыналы немесе гравитациялық және инерциялық күштердің табиғаты бірдей деген постулаттарға негізделген және материя мен кеңістік–уақыт қисығы арасындағы байланыстарды іске асыратын Эйнштейн теңдеуін басшылыққа алады. Аталған постулаттардың мәнісі мынадай: кеңістік–уақыттағы гравитациялық құбылыстар денелер арасындағы әсерлесу күштері мен өрістерге негізделмейді, масса–бұл энергия және кеңістік–уақыттың деформациялану нәтижесі. Десек те, ЖСТ кванттық теорияның классикалық шегі деп қабылдауға болмайды. Шын мәнісінде, АСТ–ЖСТ–ның, ал Ньютон механикасы–АСТ–ның дербес жағдайы. Басқа сөзбен айтсақ, классикалық механиканы АСТ–ның жарық жылдамдығынан едәуір аз жылдамдықтар жағдайындағы бөлімі деп есептесек, АСТ–ны ЖСТ–ның жалпыламалы жорамалдарынан шығарып алуға болады, яғни ЖСТ–тартылыстың геометриялық теориясы кейпіндегі АСТ–ның жетілдірілген нұсқасы. Аталған физикалық теориялар жарық жылдамдығына жақын немесе одан әлде қайда аз жылдамдықтар жағдайындағы табиғат (механика, электродинамика, термодинамика және т.б.) заңдарының орындалу шарттарын сипаттап беруге қауқарлы дүниелер. Олардың басты ерекшеліктері: ЖСТ гравитацияны ескереді, ал АСТ оны қажет етпейді.

Альберт Эйнштейннің 1905 жылғы «Қозғалыстағы орталардың электродинамикасына» атты АСТ мақаласының бірінші бөлімі классикалық механиканы релятивистік жағдайларға бейімдеуге арналып, гравитацияның сыртқы әсер түсінігіндегі есептері қарастырылған. Қазіргі кезде ЖСТ–ның көптеген болжамдары бақылаулар мен тәжірибелер арқылы расталып отыр, солардың ішінде уақыттың гравитациялық баяулауы, сигналдардың гравитациялық өрісте кідіруі және гравитациялық сәуле шығаруды атап өтуге болады. Бүгінгі күнгі ақиқатқа айналып отырған қара құрдымдарды да ЖСТ болжамдарының бірі болатын. ЖСТ ғаламды төрт өлшемді сипатта қарастырады: кеңістіктік үш өлшем және уақыт. Сондықтан, бұл теорияда екі нысанның кеңістіктік ара–қашықтығы емес, керісінше екі оқиғаның кеңістікті–уақыттық аралығы маңызды. Бір сөзбен айтқанда, кеңістік пен уақыт төрт өлшемді кеңістік–уақыт континуум құрайды. Бұл континуумде өзара салыстырмалы қозғалыстағы екі бақылаушының екі оқиғаның болғаны жайындағы пікірлері сәйкес келмегенімен, олардың себеп–салдарлы байланыстары үзілмейді (ұқсас).

ЖСТ эквиваленттілік принципі келтірейік: дененің гравитациялық өрістегі еркін түсу үдеуі дененің массасы мен оның құрылымына (құрамына) тәуелсіз және бұл үдеу барлық денелер үшін бірдей. Бұл жағдай кеңістік–уақыт геометриясының қасиеттері арқылы ғана түсіндіріледі. Сонымен бірге, инертті масса мен ауырлық масса бір ұғым ретінде қарастырылады, яғни біртекті гравитациялық өрістегі қозғалыс пен тартылыс өрісі жоқ жүйедегі үдемелі қозғалыстың бір–бірінен айырмашылығы жоқ. Физик–ғалымдар ЖСТ–нан не күтеді? Олардың бір тобы ЖСТ кванттық теориямен сәйкестендіре отырып элементар бөлшектер теориясының негізін қалауға болады десе, басқалары оның геометриялық қыры мен тәсілдерін физиканың басқа да бөлімдеріне пайдалануды көздейді. Ал, кейбір теориялық физика өкілдері элементар бөлшектердің симметриясын гравитациялық өрістердің асимптотикалық симметриясымен байланыстырғылары келеді.

Ұсынылып отырған мақалада негізінен жалпы коварианттылық постулатына, эквиваленттілік принципіне, координаталар жүйесіне және сақталу заңдарына ерекше көңіл

бөлініп, олардың табиғаты теориялық есептеулер арқылы жан-жақты ашылып, талқыланып көрсетілетінін айтып өткіміз келеді.

Зерттеудің өзектілігі

ЖСТ негізгі мәні–жаратылыстағы барлық оқиғалардың төрт өлшемді координаталар жүйесінде өтетіндігі: олардың үшеуі–кеңістіктік, ал төртіншісі–уақыт (кеңістік–уақыт континуумы). Денелер өздерінің массасы арқылы осы төрт өлшемді Эйнштейндік кеңістіктің өлшемін майыстыратын болғандықтан, кейде ЖСТ–ын гравитацияның метрлік теориясы деп те атайды. Ол кеңістік–уақыт геометриясы мен энергия, импульс, кернеу үлестірімдері арасындағы байланыстарды айқындап бере алатын қуатты математикалық аппаратпен қамтамасыз етілген. Дененің үдеуі мен траекториясы осы дененің массасы мен оның құрылымына байланысты емес. Кеңістіктің бір нүктесінде бірнеше дене бірдей үдеумен қозғалған болса, онда бұл жағдайды дененің осы нүктедегі қасиеттерімен емес, керісінші кеңістіктің аталған нүктедегі қасиеттерімен байланыстыру қажет. ЖСТ арқылы ғалымдар көптеген тұрақтыларды енгізіп, шешілмеген құбылыстарға бақылаулар жасады, нәтижеде олар қара құрдым, қараңғы материя, қараңғы энергия, ғаламның ұлғаюы және үлкен жарылыс секілді дүниелерді ойлап тапты. Келтірілген бұл мәліметтердің барлығы да адамзаттың жаратылыс құпияларын зерттеп білуде ЖСТ–ның өзектілігін растаса керек. Қазіргі заманғы зерттеушілер Максвелл теңдеулері арқылы гравитациялық толқындар мен қара құрдымдардың әсерлесулерін модельдейтін тәсілдер ұсынуды, яғни зерттеушілер гравитацияға электромагниттік өріс ретінде қарай бастады, бұл ретте электрлік және магниттік сызықтардың рөлін гравитэлектрлік, гравитмагниттік өрістер атқарады деген тұжырымдар жасалған.

Материалдар мен әдістер. ЖСТ маңызды әдістеріне эквиваленттілік принципінің қолданылуын, кеңістік–уақыттың қисайған (майысқан) төрт өлшемді бейнесін (кейпін), дененің майысқан кеңістік–уақыт геодезиялық сызықтары бойымен қозғалысын және дифференциалды геометрияның гравитациялық құбылыстарды талдауға қолданылуын жатқызуға болады. Теорияның негізгі «материалдары»: кеңістік–уақыт қисықтығын масса мен энергияның үлестірімімен байланыстыратын Эйнштейн теңдеулері, тензорлық теңдеулер және күштік әсермен емес, масса–энергия арқылы деформацияланатын кеңістік–уақыт [3]. ЖСТ–дағы кеңістік–уақыттың АСТ–дағы кеңістік–уақыттан айырмашылығы тензор арқылы өрнектелетін қисықтықта болып отыр. Екінші көрсетілген теориядағы кеңістік–уақыт үшін бұл тензор нөлге тең, сондықтан да бұл кеңістік–уақыт жазық пішінді болып келеді.

Негізгі ойлар. ЖСТ–ның негізгі постулаты бойынша тартылыс өрісін үдетуші инерциялық емес санақ жүйесі деп санауға болады, сонымен бірге дененің гравитациялық және инертті массаларына, кеңістік пен уақытқа бірдей (эквивалент) физикалық ұғымдар ретінде қарау керек. Бұл жағдай физикалық процестерді математикалық тұрғыдан сипаттауға қолайлы. Олай болса, кеңістік–уақыт пен гравитациялық өріс те бір ұғым (гравитация–күш (әсер) емес, ол–нысандардың кеңістік–уақыттағы қозғалысын растаушы). Космологияда «қараңғы энергия» мәселесі жоқ, өйткені бұл мәселе Әлемнің ұлғаю жылдамдығымен анықталатын Хаббл тұрақтысының материя тығыздығымен байланыста болуынан басталған еді. ЖСТ–да белгілі бір санақ жүйесінсіз жылдамдықтар мен үдеудің физикалық мағыналарын ашу мүмкін емес. Бір сөзбен айтқанда, ЖСТ басты қағидасы: кеңістік–уақыттың қисаюы материяны қозғалысқа келтірсе, өз кезегінде материя кеңістік–уақыттың қисаюына себепші болады.

Зерттеудің әдіснамасы

Кеңістік (Евклид, Лобачевский және Риман) геометриялары, метрлік өлшем мен метрлік тензор ЖСТ–ның негізгі математикалық зерттеу әдістерінің жүйесін құрайды. Осылар арқылы теорияның негізгі деген принциптері мен постулаттарының мән–мағынасы кеңінен ашылып, төрт өлшемдік кеңістік–уақыт ұғымындағы есептер қарапайым сипатта шешілетін болады. Әрине, бұл шешімдер теориядағы барлық тұжырымдамаларды жан-жақты әрі дәл бағалауға және олардың теориядағы алатын ауқымын анықтауға мүмкіндік береді. Осылармен бірге,

аффиндік симметрияларды Ли топтары мен алгебралары бойынша сипаттау әдісі де сақталу заңдарының түрлену тетіктеріне тереңінен үңілуге жағдай жасайды.

Зерттеу нәтижелері

Мақалада қол жеткізілген теориялық нәтижелер тізбегі төмендегідей:

- бөлшектің еркін қозғалысы кеңістік–уақыт геометриясы мен аффиндік симметрия тұтастығы тұрғысында сипатталды;
- евклидтік кеңістіктің метрлік тензоры, гипербеттер және аффиндік тұтастықтар арасындағы байланыстарды реттейтін дифференциалдық теңдеулердің көмегімен бөлшектің еркін қозғалыс заңдылықтары талданды;
- жазық аффиндік тұтастық теңдеуінің гравитациялық өрістегі ньютондық қозғалыс заңдылық кейпіне ауысу тетіктері көрсетілді;
- қозғалыс теңдеуінің Галилей топтары бойынша түрлену жағдайлары келтірілді;
- Нётер теоремасы бойынша физикалық жүйенің симметриялары, теңдеулері мен сақталу заңдары арасындағы байланыстар жүйеленді;
- симметриялар Ли топтары мен алгебралары арқылы сипатталды және әлсіз сақталу заңдарының күшті сақталу заңдарына түрлену ерекшеліктері зерделенді;
- гравитациялық теориядағы сақталу заңдары гравитациялық әсер арқылы өрнектеліп, өрістің теңдеуі энергия–импульс тығыздығының симметриялық тензоры арқылы жазылды;
- гравитацияны ескеретін және ескермейтін жалпыламалы және арнайы салыстырмалылық теориялардың принциптік байланыстары кеңістік метрикасы мен сақталу заңдары тұрғысында қарастырылды.

Негізгі бөлім

Физиктерді қазіргі таңда толғандырып отырған ЖСТ қатысты мәселелердің ішінде маңыздыларына тоқталар болсақ, олар: гравитацияның энергиясын анықтау, алдыңғы қатарлы санақ жүйесін белгілеу, жалпы коварианттылық принципінің мәнісін айқындау. Эйнштейн эквиваленттілік принципі гравитациялық теорияның тірегі деп санады [4,5]. Осы принциптің мағынасын білу үшін Ньютон физикасына үңілу жеткілікті. Шындығында, Ньютондық теория жеткілікті дәрежеде айқындалмаған мынадай болжамдардан тұратыны жасырын емес: кеңістік–уақыт төрт өлшемді санқырлылық сипатта; абсолют уақыт деген скаляр шама бар және $t = const$ түрдегі гипербеттер үш өлшемді евклидтік кеңістіктің рөлін атқарады. Гравитация жоқ кездегі қозғалыс еркін қозғалыс деп аталады және ол 1–ші заңға бойынша барлық әсерлесулер жоқ идеал жағдайда ғана орындалады. Кеңістік–уақыттағы x, y, z координаталарындағы еркін қозғалыстың шарты төмендегідей:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2z}{dt^2} = 0$$

Әрбір $t = const$ гипербеттерді бір рет қиып өтетін қисық сызықты қозғалысқа (дененің еркін түсуі) еркін қозғалыстың геометриялық астары ретінде қарауға болады. Сонымен бірге, еркін түсіп келе жатқан бөлшектер кеңістік–уақыттағы аффиндік симметриялы Γ тұтастықты анықтап бере алады. Төменде тұтастық коэффициенттері көрсетілген:

$$\Phi_{ki}^j = \tilde{\Phi}_{kl}^i - \lambda^{ij} \frac{\partial \varphi}{\partial x^j} t_k t_i \quad (i, \dots, l = 0, 1, 2, 3) \quad (1)$$

мұндағы $\tilde{\Phi}$ –аффиндік жазық тұтастылық, $t_k = \frac{\partial i}{\partial x^k}$, ал t –абсолют уақыт, λ^{ij} – евклидтік $t = const$ кеңістіктің метрлік тензоры, φ –ньютондық потенциал. Егер, x, y, z –гипербеттегі декарттық координаталар болса, онда

$$\lambda^{ij} = (\text{grad}x^i)(\text{grad}x^j)$$

$$\text{grad} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Айталық, $t_i f_{ki} - t_k f_{ii} = 0$ теңдеуінің шешімі f болса, онда $\tilde{\Phi}_{ki}^i - \lambda^{ij} \frac{\partial f}{\partial x^j} t_k t_i$ өрнегі де жазық аффиндік тұтастылық болып табылады да [6], (1)–теңдеу гравитациялық өрістегі ньютондық қозғалыс заңдылығы кейпіне ауысады:

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} + \tilde{\Phi}_{ki}^i \frac{dx^i}{dt} = -\lambda^{ij} \frac{\partial \varphi}{\partial x^j}$$

Бұл өрнекте $\tilde{\Phi}$ –ге қатысты мүшелер инерциалдық координаттар жүйелерін қолданған кезде пайда болатын кориолистік, центрден тепкіш және басқа да осы тектес күштерге сәйкес келеді. Сонымен бірге, кеңістік–уақыттағы санақ жүйесі $x^0 = t$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$ және $\tilde{\Phi}_{ki}^i = 0$ болатындай етіп тандап алынады. Олай болса, қозғалыс теңдеуі де төмендегідей түрде жазылатын болады:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\text{grad} \varphi \quad (2)$$

(2)-ні өзгертпейтін түрлендірулер саны Галилей топтарына қарағанда ауқымдырақ. Егер, $\vec{a}(t)$ векторы тек уақытқа ғана тәуелді болса, онда $\vec{r} \rightarrow (\vec{r} + \vec{a})$ және $\varphi \rightarrow (\varphi - \vec{a}\vec{r})$ түрлендірулері да (2)-ні өзгерте алмайды. Осы келтірілген Ньютондық теорияға жасалған осы талдаулар бойынша мынадай тұжырым жасауға болады: кеңістікте еркін түсіп келе жатқан бөлшектің қозғалысы арқылы төрт өлшемді кеңістік–уақыттағы симметриялы аффиндік $\tilde{\Phi}$ тұтастылықтың өрісін анықтайды. Бұл жағдай тек қана классикалық механика шеңберінде ғана орындалып, графитациялық және инертті массаның эквиваленттілігіне негізделеді. Симметрия – жүйедегі қозғалыстың мүмкін болатын күйіне дәл сондай басқа бір күйді сәйкес қою. Кез–келген физикалық теорияда барлық күйлердің E жүйесі мен физикалық күйлердің $F \subset E$ ішкі жүйесін қарастырған кезде F элементтері E элементтерінен іріктелініп алынып, қозғалыс заңдылықтары немесе теңдеулері деп аталатын болады. Олай болса, симметрия деп қозғалыс заңдылықтарына өзгеріс әкелмейтін жүйедегі барлық түрлендірулерді айтуға болады. Нётер теоремасы физикалық жүйенің симметриялары мен сақталу заңдарының арасындағы байланыстарды белгілеп берді. Айталық, Ω –кеңістік–уақыттағы кез–келген бір векторлық өріс, ал $\Omega(J) - j$ өрістің Ли туындысы болсын. Бұл жағдайдағы скаляр тығыздықтың өрнегі [7,8]

$$\Omega L - \frac{\partial}{\partial x^i} (L \Omega^i) = 0 \quad (3)$$

Қайталанатын индекстер бойынша қосындылап, төмендегі

$$\Omega \left(\frac{\partial j}{\partial x^i} \right) = \frac{\partial}{\partial x^i} (\Omega j)$$

теңдігін қолданып, (3)-өрнекті мына түрге келтіруге болады:

$$\frac{\delta W}{\delta \psi} \Omega \psi + \frac{\delta W}{\delta f} \Omega f + \frac{\partial t^i}{\partial x^i} = 0 \quad (4)$$

мұндағы

$$t^i = \frac{\delta L}{\delta f_i} \Omega f + \frac{\delta L}{\delta \psi_i} \Omega \psi - L \Omega^i$$

Кез-келген көп бейнелі (үлгілі) векторлық өріс бір параметрлік топты жасай алады. Ω өріске сәйкес келетін топ f –ті инварианттылықта қалдыратын симметриялық топ [9]. болып табылады. Бұл жағдайдың орындалуына қажетті және жеткілікті шарт мынадай:

$$\Omega f = 0 \quad (5)$$

Сонымен, симметрия, өріс теңдеулері және сақталу заңдарының арасындағы байланыстарды төмендегіше жазып көрсетсек болады:

$$\Omega f = 0, \quad \frac{\delta W}{\delta \psi} = 0, \quad \frac{\partial t^i}{\partial x^i} = 0 \quad (6)$$

(5)-теңдеуді қанағаттандыратын өзара сызықты тәуелсіз векторлық өрістердің саны шектеулі болғандықтан, симметрияны Ли топтарымен сипатталады және (5)–теңдеудің шешімдері Ли алгебралары арқылы табылатын болады. Лидің ψ туындысы

$$\Omega \psi = \Omega^i \psi_i + F_i^j \psi \frac{\partial \Omega^i}{\partial x^j}$$

мұндағы F_i^j –тұрақты матрица. ЖСТ абсолюттік элементтер мүлдем жоқтың қасы. Соған байланысты, (4)–теңдеу Ω –ға қатысты тепе–теңділік болып табылады, яғни сақталу заңдарының саны–шексіз. Бұл теңдеуді жоғарыда келтірілген тұрақты матрица арқылы жазайық:

$$\frac{\delta W}{\delta \psi} \psi_i + \frac{\partial}{\partial x^j} \left(\frac{\delta W}{\delta \psi} F_i^j \psi \right) = 0 \quad (7)$$

Ал, (6)–теңдеулер болса кез–келген Ω өріс үшін әлсіз сақталу заңдарын береді. Алайда, осы сақталу заңдарын (7) арқылы күшті сақталу заңдарына түрлендіруге болады. Сақталу заңының дифференциалдық түрі болып табылатын (6)–қатынастар төмендегі

$$U^{ij} \rightarrow U^{ij} + \Gamma^{ij} \quad (8)$$

түрлендіруі кезінде өзгеріссіз қалатын болғандықтан, толық сақталатын шама

$$\int t^i dS_i = \frac{1}{2} \int U^{ij} dJ_{ij}^*$$

(8) өрнектегі Γ^{ij} –антисимметриялық тензор, U^{ij} –тығыздықтың (суперпотенциалдың) антисимметриялық тензоры. Айта кету керек, үлкен қашықтықтарда Γ^{ij} нөлге өте тез ұмтылып кетеді.

Гравитация теориясындағы сақталу заңдарын көрсету үшін алдымен гравитациялық әсердің (W) өрнегін жазып алуымыз қажет [10–13]:

$$W = -\frac{1}{16\pi} \int \sqrt{-g} R dY$$

Бұл өрнекте

$$Y^{ik} = -16\pi \frac{\delta W}{\delta g_{ik}}$$

деп алып, төмендегі гравитациялық өрістің теңдеуіне қол жеткіземіз:

$$Y^{ik} = -8\pi T^{ik}$$

мұндағы T^{ik} —энергия–импульс тығыздығының симметриялық тензоры:

$$T^{ik} = -2 \frac{\delta W}{\delta g_{ik}} = -2 \frac{\partial L}{\partial g_{ik}}$$

(4)–түрдегі негізгі тепе–теңділік мына түрді қабылдайтын болады:

$$-\frac{1}{16\pi} Y^{ik} \Omega g_{ik} + \frac{\partial \tau^i}{\partial x^i} = 0$$

Көп жағдайда гравитациялық өріс оқшауланған, шектеулі материалдық жүйелерден пайда болады. Жүйеден алыс жатқан жерлерде өрістің шамасы–әлсіздеу, ал метрикасы–жазық пішіндес. Толық сақталатын шамалар беттік интегралдар арқылы өрнектелетін болғандықтан, бұл шамалардың мәндері асимптоттық симметрия арқылы анықталады және де U^{ij} және τ^i шамалары тензорлық қасиеттер көрсете алады

Дискуссия

ЖСТ-дағы координаталар жүйесіне, сақталу заңдарына, ковариаттылық постулатына, эквиваленттілік принципіне қатысты теориялық талдаулар жасалып, осылардың көрнекілігі ретінде бірқатар талдамалы есептеулер жүргізілді. Бөлшектің еркін қозғалысы кеңістік–уақыт геометриясы сипатында анықталып, аффиндік симметрияны тұтастық қағидасында беру үлгісі ұсынылды. Метрлік тензордың, гипербеттер және аффиндік тұтастықтардың евклидтік кеңістікпен байланысын анықтап беретін дифференциалдық теңдеулер арқылы еркін қозғалыстарды зерттеу іске асырылды. Метрикалық тензор кеңістіктегі қисықтардың ұзындығын, қисықтар арасындағы бұрыштарды және евклид кеңістігіндегі көлемдерді анықтауға мүмкіндік береді. Гравитациялық өрістің қасиеттері гравитациялық әсердің таралу жылдамдығымен анықталады, әрине бұл жылдамдық жарық жылдамдығына тең және координаталар мен уақытқа байланысты екендігі даусыз. Мақалада қол жеткізілген нәтижелердің қатарына жазық аффиндік тұтастық теңдеуінің гравитациялық өрістегі ньютондық қозғалыс заңдылық кейпіне ауысуы мен қозғалыс теңдеуінің Галилей топтары бойынша түрлену жағдайларын қосуға болады. Классикалық механикалық қозғалыс теңдеулерін ЖСТ–ға түрлендіру классикалық теңдеулерді майысқан кеңістіктегі геодезиялық теңдеулерге ауыстыру арқылы іске асады. ЖСТ–да инерциалдық санақ жүйесі инерциалды емес санақ жүйесімен ауыстырылады да, қозғалыс теңдеулері Ньютон заңдарынан емес ең аз әсер принципінен шығарылып алынады, себебі аталған принцип гравитацияны кеңістік–уақыттың майысуы деп қабылдайды. Нётер теоремасы бойынша физикалық жүйенің

симметриялары, теңдеулері мен сақталу заңдары арасындағы байланыстар орнатылып, симметрия Ли топтары мен алгебралары арқылы сипатталды. Әлсіз сақталу заңдары күшті сақталу заңдарына түрлендірілді. Гравитациялық теориядағы сақталу заңдары гравитациялық әсер арқылы берілді, өрістің теңдеуі энергия–импульс тығыздығының симметриялық тензоры арқылы жазылды.

Қорытынды

Мақалада жүргізілген математикалық есептеулерден байқағанымыздай, ЖСТ гравитациялық өрістің кеңістік–уақыт геометриясын анықтайтын метрикалық тензордың маңызы зор екен. Гравитация–күш емес, тек аталған геометрияның қолданысы (қашықтық пен уақыт аралықтарын өлшеу әдістері), сондықтан да метрикалық тензор материя мен энергияның үлестірімімен тығыз байланыста болуы тиіс. Бұл шаманың симметрия қасиетін сипаттау барысындағы ерекшелігі–физикалық жүйенің симметриялары мен сақталу заңдарының арасындағы байланыстарды белгілеп беруінде. Бұл жағдай (1)–(5) өрнектері арқылы айқындалды. Әрине, әлсіз және күшті реттегі сақталу заңдарының өзара түрлену заңдылықтары да ЖСТ дифференциалдық түрде берілетіндігі дәлелденді. Гравитациялық және инерциалдық күштердің өзара эквиваленттігі гравитациялық және инерттік массалардың да бірдей ұғымда екендігін айғақтайды. Еркін түсетін бөлшектер жағдайындағы кеңістік–уақытты аффиндік симметрия арқылы тұтастылық коэффициенттерін инерциалдық координаталар жүйесінде жан–жақты сипаттап көрсетуге болатындығы да дәлелденді. Сақталу заңдарын эквиваленттілік принцип негізінде талқылауға арналған бұл мақала өз мақсатына жетті деп санауға болады және оған тензорлық есептеулер мен Ли алгебрасын қолдану арқылы қол жеткізілгенін айтып өтуіміз қажет.

Пайдаланылған дереккөздер тізімі

[1] Бурланков Д. Е. *Анализ общей теории относительности*. – Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2011. – 239 с.

[2] Цой В. И. *Необратимость времени в общей теории относительности*. // *Известия Саратовского университета*. Серия: Физика. 2022. Т. 22, № 4. С. 374–379. <https://doi.org/0.18500/1817-3020-2022-22-4-374-379>

[3] Тельнов В. И. *Механика и теория относительности*. – Новосибирск: РИЦ НГУ, 2015. – 283 с.

[4] Уолд Р. М. *Общая теория относительности*. – Москва: РУДН, 2008. – 694 с.

[5] Вергелес, С. Н. *Теоретическая физика. Общая теория относительности*. – Москва: Издательство Юрайт, 2025. – 190 с.

[6] [Новиков И. Д.](#) *Новый этап развития общей теории относительности*. // *Астрокосмический центр Физического института им. П.Н. Лебедева РАН*. 2020. № 4. С. 22–26. <https://doi.org/10.7868/S0044394820040027>

[7] Abdel Nasser Tawfik, Fady T. Farouk, F. Salah Tarabia, and Muhammad Maher. 2024. “Quantum-Induced Revisiting Space-Time Curvature in Relativistic Regime.” *International Journal of Modern Physics A* 39 (35): 223–242. <https://doi.org/10.1142/S0217751X24430164>

[8] Dadhich, Naresh. 2022. “On Space-Time Structure and the Universe: Some Issues of Concept and Principle.” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 380 (20210405). <https://doi.org/10.1098/rsta.2021.0405>

[9] Mancini, Christian, Guglielmo Maria Tino, and Salvatore Capozziello. 2025. “Equivalent Gravities and Equivalence Principle: Foundations and Experimental Implications.” *Foundations of Physics* 55 (69): 191–220. <https://doi.org/10.1007/s10701-025-00882-x>

[10] Galvagni, Lisa, Guido Magnano, and Matteo Luca Ruggiero. 2025. “Einstein’s Elevator and the Principle of Equivalence.” *Physics Education* 60 (5): 177–190. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/aded61>

[11] Jyoti, Divya, and Sachin Kumar. 2023. “General Form of Axially Symmetric Stationary Metric: Exact Solutions and Conservation Laws in Vacuum Fields.” *Classical and Quantum Gravity* 40 (14): 252–265. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/acdb3e>

[12] Penrose, Roger. 2024. “From Conformal Infinity to Equations of Motion: Conserved Quantities in General Relativity.” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 382: 111–128. <https://doi.org/10.1098/rsta.2023.0041>

[13] Cotsakis, Spiros. 2025. “Structural Stability and General Relativity.” *Universe* 11 (7): 209, 222–265. <https://doi.org/10.3390/universe11070209>

References

- [1] Burlankov D. E. (2011) *Analiz obshhej teorii otноситel'nosti [Analysis of the general theory of relativity]*, Nizhnij Novgorod: Izdatel'stvo Nizhegorodskogo gosuniversiteta, 239 p. (In Russian)
- [2] Coj V. I. (2022) *Neobratimost' vremeni v obshhej teorii otноситel'nosti [The irreversibility of time in general relativity]*. *Izvestija Saratovskogo universiteta. Serija: Fizika. V. 22, № 4, 374–379.* (In Russian) <https://doi.org/0.18500/1817-3020-2022-22-4-374-379>
- [3] Tel'nov V. I. (2015) *Mehanika i teorija otноситel'nosti [Mechanics and theory of relativity]*, Novosibirsk: RIC NGU, 283 p. (In Russian)
- [4] Uold R. M. (2008) *Obshhaja teorija otноситel'nosti [General theory of relativity]*, Moskva: RUDN, 694 p. (In Russian)
- [5] Vergeles, S. N. (2025) *Teoreticheskaja fizika. Obshhaja teorija otноситel'nosti [Theoretical physics. General theory of relativity]*, Moskva: Izdatel'stvo Jurajt, 190 p. (In Russian)
- [6] Novikov I. D. (2020) *Novyj jetap razvitiya obshhej teorii otноситel'nosti [A new stage in the development of the general theory of relativity]*. *Astrokosmicheskij centr Fizicheskogo instituta im. P.N. Lebedeva RAN, № 4. 22–26.* (In Russian) <https://doi.org/10.7868/S0044394820040027>
- [7] Abdel Nasser Tawfik, Fady T. Farouk, F. Salah Tarabia, and Muhammad Maher. 2024. “Quantum-Induced Revisiting Space-Time Curvature in Relativistic Regime.” *International Journal of Modern Physics A* 39 (35): 223–242. <https://doi.org/10.1142/S0217751X24430164>
- [8] Dadhich, Naresh. 2022. “On Space-Time Structure and the Universe: Some Issues of Concept and Principle.” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 380 (20210405). <https://doi.org/10.1098/rsta.2021.0405>
- [9] Mancini, Christian, Guglielmo Maria Tino, and Salvatore Capozziello. 2025. “Equivalent Gravities and Equivalence Principle: Foundations and Experimental Implications.” *Foundations of Physics* 55 (69): 191–220. <https://doi.org/10.1007/s10701-025-00882-x>
- [10] Galvagni, Lisa, Guido Magnano, and Matteo Luca Ruggiero. 2025. “Einstein’s Elevator and the Principle of Equivalence.” *Physics Education* 60 (5): 177–190. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/aded61>
- [11] Jyoti, Divya, and Sachin Kumar. 2023. “General Form of Axially Symmetric Stationary Metric: Exact Solutions and Conservation Laws in Vacuum Fields.” *Classical and Quantum Gravity* 40 (14): 252–265. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/acdb3e>
- [12] Penrose, Roger. 2024. “From Conformal Infinity to Equations of Motion: Conserved Quantities in General Relativity.” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 382: 111–128. <https://doi.org/10.1098/rsta.2023.0041>
- [13] Cotsakis, Spiros. 2025. “Structural Stability and General Relativity.” *Universe* 11 (7): 209, 222–265. <https://doi.org/10.3390/universe11070209>