

Л.Ф. Қасенова<sup>1\*</sup>, Г.С. Еңсебаева<sup>1</sup>, Г.Ж. Шүйтенов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Қазақ экономика, қаржы және халықаралық сауда университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан  
\*e-mail: [kassenova\\_lg@mail.ru](mailto:kassenova_lg@mail.ru)

## ГРАВИТАЦИЯЛЫҚ ӨРІСТІҢ ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІН ҚҰРУ

*Аңдатпа*

Гравитациялық өріс физикасының проблемасы - гравитациялық өріс пен кеңістік-уақыт континуумының кеңею байланысын анықтау. Сондықтан осы қатынастарды анықтауға және оларды формулалар арқылы білдіруге мүмкіндік беретін модельдерді құру зерттеулері өзекті болып табылады. Гравитациялық өрістің қазіргі теорияларында практикада қолданылатын формулаларды есептеп шығару кезінде еленбей қалатын шағын шамалар бар. Мақалада кванттық қасиеттерді кеңістік-уақыт континуумының кеңеюімен біріктіретін гравитациялық өріс моделі келтірілген. Сондай-ақ, координаттар жүйесінің жеңілдетілген моделінде стационарлық орталық симметриялы объектінің гравитациялық өрісі зерттеліп, гравитациялық өріспен сынама бөлшекті қармаудың шекті қашықтығы есептелген. Шағын шамаларды ескере отырып, жүргізілген есептеулер нәтижелері қызығушылық тудырады, олар: сынамалы бөлшектің гравитациялық өріспен толық радиусын қамти алуы; Шварцшильдтің кара құрдым масса дефектісі формуласы; кванттық физика шамаларының Хаббл тұрақтысына тәуелділігін анықтайтын қатынастар.

**Түйін сөздер:** Хаббл тұрақтысы; гравитациялық өріс; кванттық қасиеттер.

*Аннотация*

Л.Ф. Касенова<sup>1</sup>, Г.С. Еңсебаева<sup>2</sup>, Г.Ж. Шүйтенов<sup>3</sup>

Казахский университет экономики, финансов и международной торговли, г.Нур-Султан, Казахстан

## ПОСТРОЕНИЕ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Проблемой физики гравитационного поля является выявление взаимосвязи гравитационного поля и расширения пространственно-временного континуума. Поэтому создание моделей, исследование которых позволяет выявить эти взаимосвязи и выразить их формулами, является актуальным. В современной теории гравитационного поля фигурируют малые величины, которыми пренебрегают при выводе формул практического применения. В данной статье представлена модель гравитационного поля, объединяющая квантовые свойства с расширением пространственно-временного континуума. Также на упрощённой модели системы координат исследовано гравитационное поле стационарного центрально-симметричного объекта и рассчитано предельное расстояние захвата пробной частицы гравитационным полем. Расчёты, произведённые без пренебрежения малыми величинами, дали интересные результаты: предельный радиус захвата гравитационным полем пробной частицы; формулу дефекта массы чёрной дыры Шварцшильда; соотношения, выражающие зависимость величин квантовой физики от постоянной Хаббла.

**Ключевые слова:** постоянная Хаббла; гравитационное поле; квантовые свойства.

*Abstract*

## CONSTRUCTION OF A PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF THE GRAVITATIONAL FIELD

Kassenova L.G.<sup>1</sup>, Yensebaeva G.S.<sup>2</sup>, Shuitenov G.Zh.<sup>3</sup>

Kazakh University of Economics, Finance and international Trade, Nur-Sultan city, Kazakhstan

The problem of gravitational field physics is to identify the relationship between the gravitational field and the expansion of the space-time continuum. Therefore, the creation of models, the study of which makes it possible to identify these relationships and express them in formulas, is relevant. In the modern theory of the gravitational field, small quantities appear, which are neglected in the derivation of formulas of practical application. This paper presents a model of the gravitational field that combines quantum properties with the expansion of the space-time continuum. Also, using a simplified model of the coordinate system, the gravitational field of a stationary centrally symmetric object is studied and the limiting distance of the test particle capture by the gravitational field is calculated. Calculations made without neglecting small quantities gave interesting results: the limiting radius of capture by the gravitational field of the test particle; the formula for the mass defect of the black hole Schwarzschild; relations expressing the dependence of the quantities of quantum physics on the Hubble constant.

**Keywords:** Hubble Constant; gravitational field; quantum properties.

### Кіріспе

Физикадағы модельдеу ғылыми таным әдісі ретінде қызмет етеді. Ғылыми-теориялық зерттеулерде көрнекі модельдер кеңінен қолданылады. Оларға гипотезалар, аналогиялар, диаграммалар, графиктер, диаграммалар жатады.

**Өзектілігі:** Гравитациялық өріс физикасының проблемасы гравитациялық өріс пен кеңістік-уақыт континуумы кеңеюінің байланысын анықтау болып табылады. Гравитациялық өрістің қазіргі теорияларында практикада қолданылатын формулаларды есептеп шығару кезінде еленбей қалатын шағын шамалар бар. Физиканың өзекті мәселесі – осы шағын шамаларды талдауға мүмкіндік беретін модельдер құру.

**Мақсаты:** модельдеу әдісі арқылы гравитациялық өріс пен кеңістік-уақыт континуумы кеңеюінің байланысын анықтау және оны физикалық формулалармен сипаттау.

**Міндеттер:** модельдерді математикалық есептеу және физикалық формулаларды шығару.

**Ғылыми жаңалық:** вакуумның кеңеюін сипаттайтын Хаббл Заңы галактикаларды бақылау кезінде анықталған және астрофизикада зерттеулер үшін қолданылады. Шағын объектілердің гравитациялық өрісін есептеу кезінде ғарыштық өлшеулер бойынша жақын қашықтықтардың елеусіз көрінуіне байланысты Хаббл Заңы ескерілмейді.

**Зерттеу нәтижелерінің жаңалығы** – Хаббл заңы қатыстылығын ескеретін модельдеу әдіспен гравитациялық өрістің есептеулеріне түзетулер енгізу тәсілінің анықталатындығы. Бұл жағдайда бекітілген формулалар қарапайым бөлшектер физикасымен өзара байланысты екендігі анықталды.

**Нәтижелері:** Хаббл тұрақтысы параметр ретінде ескерілген гравитациялық өрістің моделі жасалды; сынамалы бөлшекті гравитациялық өріспен қармау шекті қашықтық формуласы анықталды; Шварцшильдтің қара құрдым формуласы нақтыланды; бөлшектер физикасы кванттық шамаларының заңдылықтары анықталды.

1. Галактикалардың спектрлерін талдай отырып, Эдвин Хаббл галактикалардың көпшілігі бізден қашықтыққа пропорционалды жылдамдықпен алыстайды деген қорытындыға келді. Галактикалар біздің Галактикадан ғана емес, бір-бірінен де алыстайды. Хаббл заңына байланысты Ғаламның кеңею көрінісі кеңістіктің кез-келген нүктесінде орналасқан бақылаушы үшін бірдей болып көрінеді [1].

Бақылаудың негізгі фактісі жақын галактикалардың спектрлеріндегі сіңіру сызықтарының спектрдің қызыл жағына ығысуы болып табылады. Қызыл ығысудың екі түрі белгілі: доплер және гравитациялық. Өткен ғасырдың 20-жылдарында жалпы салыстырмалылық теория қазіргі кездегідей кең танымал емес еді.

Сондықтан, бақылаушылардың галактикалар спектріндегі қызыл ығысуды Доплер ығысуы деп түсіндіруі заңды. Алайда, қазіргі космологиялық теорияларда Ғаламның кеңеюін гравитациялық өріске эквивалентті кеңістік-уақыт континуумы қисықтығымен байланыстырады. Инерциялық және гравитациялық массалардың эквиваленттілік принципі мен энергияның сақталу заңы орындалатын кез келген теория жиілік гравитациялық ығысуының дұрыс сипаттамасын беруі керек [2].

2. Кеңейтілген кеңістік-уақыттық континуумда сынамалы бөлшек бақылаушыға қатысты бақылау нүктесінен бағытталған үдеумен қозғалады

$$a = c \cdot H \quad (1)$$

$c$  – жарық жылдамдығы,  $H$  – Хаббл тұрақтысы.

$L$  қашықтықтан бақылаушы бағалайтын сынамалы бөлшектің жылдамдығы:

$$u = at = cHt \quad (2)$$

мұндағы  $t$  – бөлшектің жарығы бақылау нүктесіне жететін уақыт.

$$t = \frac{L}{c} \quad (3)$$

(3) теңдеуді (2) алмастырамыз және Хаббл заңы формуласын аламыз:

$$u = H \cdot L \quad (4)$$

мұндағы  $L$  – сынамалы бөлшектен бақылаушыға дейінгі қашық.

Гравитациялық өріс кернеулікпен байланысты потенциалмен сипатталады:

$$\partial\varphi = -g \frac{\partial r}{c^2} \quad (5)$$

Үдеудің эквиваленттілігі мен гравитациялық өрістің кернеулігі принципін басшылыққа ала отырып, қарастырылған модель үшін:

$$\partial\varphi = -H \frac{\partial r}{c} \quad (6)$$

жазуға болады.

0-ден L-ге дейін интегралдаудан кейін:

$$(1 + \varphi) = \left(1 - \frac{HL}{c}\right) \quad (7)$$

Хаббл заңы шығарылған кезде доплерлік және гравитациялық қызыл ығысулар эквивалентті және келесі теңдеумен сипатталады:

$$f = \left(1 - \frac{HL}{c}\right) f_0 \quad (8)$$

мұндағы  $f_0$  -байқылау объектісі шығаратын жарық жиілігі;  $f$  - бақылаушыға жеткен жарық жиілігі.

Осылайша, гравитациялық қызыл ығысу моделі кеңістік-уақыт континуумы кеңеюі теориясымен сәйкестенеді.

3. Объектінің гравитациялық өрісі мен вакуумның кернеулігі шамамен тең, бағыттары қарама-қарсы болатын M массасы бар орталық симметриялы шағын объектіден қашықтықты анықтаймыз:

$$\frac{GM}{R^2} = c \cdot H \quad (9)$$

(9) теңдеуінен табамыз:

$$R = \left(\frac{GM}{cH}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

R-сынамалы бөлшектің гравитациялық өрісі арқылы қармау шекті қашықтығы. Үлкен қашықтықта сынамалы бөлшек гравитациялаушы массададан алыстайды.

4. Күн жүйесіндегі шекті қашықтық мәселесін қарастырамыз:

Күннің массасы  $1,989 \cdot 10^{30}$  кг.

Ғарыштық денені Күннің тартылуымен ұстап қалатын шекті қашықтықты есептеу  $3,6 \cdot 10^{11}$  км құрайды.

Күн жүйесінің шетіндегі "Оорт бұлты" құйрықты белдеуіне дейінгі Күннен қашықтық  $1,5 \cdot 10^{10}$  -ден  $2,25 \cdot 10^{10}$  км-ге дейін созылады.

Кейбір кометалар Оорт бұлтының шеткі аймақтарынан ұзақ қашықтыққа кетеді. Бұл жерде Күн жүйесінің шетінде гравитациялық өрісті құрған алып планеталардың, Койпер астероидтар белдеудің, кометалар белдеудің және қармау қашықтығының тиісті жергілікті ұлғаю үлестерін де ескеру қажет.

Осылайша, Күн жүйесінің өлшемдері қармау радиусы шамасына сәйкес келеді және анықталады [3].

5.  $r_0$  қармау радиусының шекті мәні кезінде микробөлшектің массасы қандай шаманы құрайтынын зерттейміз:

$$m = \frac{h\omega}{c^2} = \frac{h}{c \cdot r_0} \quad (11)$$

(11) теңдеуді (10) алмастырамыз.

Алгебралық түрлендірулерден кейін:

$$r_0 = \left(\frac{Gh}{Hc^2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (12)$$

(12) формуласы бойынша классикалық электрон радиусы анықталады.

6. Планк массасы үшін шекті қармау радиусы мәнін зерттейміз:

$$m_P = \left(\frac{hc}{G}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{h\omega_P}{c^2} \quad (13)$$

(13) массаның мәнін (10) формулаға алмастырамыз.  
Алгебралық түрлендірулерден кейін:

$$R = \frac{c}{(H\omega_P)^{\frac{1}{2}}} \quad (14)$$

7. M массасы бар шағын объектіге сынама массалы бөлшектің аккреция процесін зерттейміз.

Бөлшек пен шағын объект Ог координаталарының осінде болды дейік, ал координаталардың басталуы объектімен сәйкес келеді. Сонда бөлшек жылдамдығының үстелуі келесі теңдеумен анықталады:

$$\partial v = \left(\frac{GM}{r^2} - cH\right) \partial t \quad (15)$$

(15) теңдеуінде  $\partial t = \partial r/v$  қатынасын алмастырамыз және алгебралық түрлендірулерден кейін интегралдаймыз

$$\left(-\left(\frac{GM}{cH}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \text{-дан } (-r) \text{-ға дейін.}$$

Біздегі:

$$v^2 = \frac{2GM}{r} + 2cHr - 4(GMcH)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$v$  жылдамдығы вакуумдағы жарық жылдамдығына, ал аккретирлеушы бөлшек R радиусты кара құрдым оқиға көкжиегіне жақындаған жағдайда (16) теңдеуден квадрат теңдеуді аламыз:

$$R^2 - \left[\frac{c}{2H} + 2\left(\frac{GM}{cH}\right)^{\frac{1}{2}}\right]R + \frac{GM}{cH} = 0 \quad (17)$$

(17) квадрат теңдеуді шешеміз және радикалды функцияны (шешімде) дәрежелік қатарына жіктейміз. Бұл шекті қармау радиусы мәні  $c/H$  -тан әлдеқайда кем болған кезде рұқсат етіледі.

Тейлор қатарының алғашқы төрт мүшесі үшін теңдеу аламыз. Соның ішінен түрлендірулерден кейін кара құрдым оқиға көкжиегінің формуласын шығарамыз:

$$R = \frac{2GM}{c^2} - \frac{8GM}{c^2} \cdot \left(\frac{GMH}{c^3}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

Алынған кара құрдым оқиға көкжиегінің радиусы Шварцшильд кара құрдым радиусынан кіші, шамамен:

$$\Delta R = 4R \cdot \left(\frac{RH}{2c}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

Бұл  $\Delta R$  мәні масса дефектісіне сәйкес келеді:

$$\Delta M = 4M \left(\frac{GMH}{c^3}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

(19) және (20) формулалардың маңыздылығын бағалау үшін келесі мысалдарды қарастырайық [1].

8. Хокингтің қара құрдым теориясында: «Кез келген өзара әрекеттесу кезінде қара құрдымның бетінің ауданы еш уақытта кішіреймейді. Егер бірнеше қара құрдым болса, олардың беткі аудандарының қосындысы ешқашан кішіреймейді.

Яғни, қара құрдым оқиға көкжиегінің ауданы энтропия жағдайында болады» [4]. Алайда, (20) формуламен көрсетілген масса дефектісі қара құрдымдардың бірігуінде «энтропияны» өтейді. Шынында да, мысалы, екі бірдей қара құрдымды біріктірген кезде (20) формулаға сәйкес масса дефектісі 1,4 есе артады. Есептеулер мен нақтылаудың қажеттілігі айқын болып тұр.

9. Оқиға көкжиегінің радиусы классикалық электрон радиусына тең болатын қара құрдым үшін масса дефектісін анықтаймыз. (12), (19), (20) формулаларынан алгебралық түрлендірулерден кейін аламыз:

$$\Delta m = 1,4m_p \quad (21)$$

### Қорытынды

Хаббл тұрақтысы гравитациялық өрісін параметр ретінде теориялық зерттеулерде қолдануымыздың болашағы зор. Шағын шамаларды ескере отырып, жүргізілген есептеулер нәтижелері қызығушылық тудырады, олар: сынамалы бөлшектің гравитациялық өріспен толық радиусын қамти алуы; Шварцшильдтің қара құрдым масса дефектісі формуласы; кванттық физика шамаларының Хаббл тұрақтысына тәуелділігін анықтайтын қатынастар [5,6].

#### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Berke W. *Space-time, geometry, cosmology Per. s Engl.* - M.: Mir, 1985, - 416 p., ill.
- 2 Oser G. *Physics. Full course.* M.: Mir, 2010. – 752 p.
- 3 Weinberg S. *Cosmology.* M.: URSS, 2013. - 608 p.
- 4 Shapiro S., Teukolsky S. *Black holes, white dwarfs and neutron stars. Part 2.* – M.: Mir, 1985. - 300 p.
- 5 Kasanova L.G., Merejhan L. (2019) *Flash-tehnologijalar komegimen fizikalık yderisterdi azirleu zhjene modeldeu [Development and modeling of physical processes using flash technologies]. ҚазҰПУ habarshysy, «Fizika zhane matematika» serijasy. №2 (66), 152-157. (In Kazakh)*
- 6 Abdymanapov S.A., Kassenova L.G. *Research and modeling of fluid motion in the case when the volume of the fluid does not change and in the case when the volume changes.* // *Вестник КазНПУ, серия «Физико-математические науки».* – 2020. - №2 (70). - С.137-142

#### References

1. Berke W. (1985) *Space-time, geometry, cosmology Per. s Engl.* - M.: Mir., - 416 p., ill.
2. Oser G. (2010) *Physics. Full course.* M.: Mir., – 752 p
3. Weinberg S. (2013) *Cosmology.* M.: URSS., - 608 p.
4. Shapiro S., Teukolsky S. (1985) *Black holes, white dwarfs and neutron stars. Part 2.* – M.: Mir, - 300 p.
5. Kasanova L.G., Merejhan L. (2019) *Flash-tehnologijalar komegimen fizikalık yderisterdi azirleu zhjene modeldeu [Development and modeling of physical processes using flash technologies]. ҚазҰПУ habarshysy, «Fizika zhane matematika» serijasy. №2 (66), 152-157. (In Kazakh)*
6. Abdymanapov S.A., Kassenova L.G. (2020) *Research and modeling of fluid motion in the case when the volume of the fluid does not change and in the case when the volume changes.* // *Вестник КазНПУ, серия «Физико-математические науки».* - №2 (70). 137-142