

А.С. Беккул^{1*}, Д.М. Нурбаева¹ 

¹Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

*e-mail: bekkulasylbek@gmail.com

ОҚУШЫЛАРДЫ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ СТАНДАРТТЫ ЕМЕС ӘДІСТЕРМЕН ШЕШУГЕ БАУЛУДЫҢ ӘДІСТЕМЕЛІК АСПЕКТІЛЕРІ

Аңдатпа

Мақалада мектеп оқушыларын математикалық есептерді стандартты емес әдістермен шешуге баулудың теориялық және әдістемелік аспектілері қарастырылады. Зерттеудің өзектілігі қазіргі білім беру жүйесінде лицейлер мен гимназияларда математиканы тереңдетіп оқыту, оқушылардың логикалық, аналитикалық және шығармашылық ойлауын дамыту қажеттілігімен, сондай-ақ математика пәні бойынша олимпиадалық және қорытынды бағалау тапсырмаларын (ББЖМ, ҰБТ) тиімді орындауға даярлау мәселелерімен айқындалады. Зерттеу барысында шетелдік және отандық ғалым-әдіскерлердің математикалық есептерді шешудің стандартты емес әдістеріне арналған еңбектері талданып, олардың жіктелуі жүйеленді. Стандартты емес әдістерді қолданудың кезеңдері мен ерекшеліктері нақты мысалдар арқылы көрсетіліп, олардың оқушылардың танымдық іс-әрекетіне ықпалы сараланды. Сонымен қатар мақалада жалпы білім беретін мектептің 10–11-сынып оқушыларымен жүргізілген педагогикалық эксперименттің ұйымдастырылуы мен нәтижелері баяндалады. Стандартты емес әдістерді мақсатты қолдану оқушылардың есеп шығару дағдыларының, логикалық ойлауының және танымдық дербестігінің даму динамикасына оң әсер ететіні эксперимент нәтижелері арқылы дәлелденді. Ұсынылған әдістемелік тәсілдердің тиімділігі анықталып, зерттеу материалдарын математика тереңдетіліп оқытылатын сыныптарда, элективті курстарда және олимпиадалық дайындық барысында қолдану мүмкіндігі негізделді.

Түйін сөздер: математикалық есептер, стандартты емес әдістер, логикалық ойлау, шығармашылық қабілет, теңдеулер мен теңсіздіктер, векторлық әдіс, классикалық теңсіздіктерді қолдану, тригонометриялық алмастыру.

А.С. Беккул^{1*}, Д.М. Нурбаева¹

¹Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НЕСТАНДАРТНЫМИ МЕТОДАМИ

Аннотация

В статье рассматриваются теоретические и методические аспекты обучения учащихся школ решению математических задач с использованием нестандартных методов. Актуальность исследования обусловлена необходимостью углублённого обучения математике в лицеях и гимназиях, развитием логического, аналитического и творческого мышления учащихся, а также подготовкой к эффективному выполнению олимпиадных и итоговых оценочных заданий по математике (ББЖМ, ЕНТ). В ходе исследования проведён анализ трудов зарубежных и отечественных учёных-методистов, посвящённых нестандартным методам решения математических задач, и систематизирована их классификация. Этапы и особенности применения нестандартных методов представлены на конкретных примерах, а также проанализировано их влияние на познавательную деятельность учащихся. Кроме того, в статье описаны организация и результаты педагогического эксперимента, проведённого с учащимися 10-11 классов общеобразовательной школы. Экспериментальные данные подтверждают, что целенаправленное использование нестандартных методов положительно влияет на динамику развития навыков решения задач, логического мышления и познавательной самостоятельности учащихся. Определена эффективность предлагаемых методических подходов и обоснована возможность использования материалов исследования в классах с углублённым изучением математики, на элективных курсах и при олимпиадной подготовке.

Ключевые слова: математические задачи, нестандартные методы, логическое мышление, творческие способности, уравнения и неравенства, векторный метод, применение классических неравенств, тригонометрическая подстановка.

A.S. Bekkul¹, D.M. Nurbayeva¹

Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING STUDENTS TO SOLVE MATHEMATICAL PROBLEMS USING NON-STANDARD METHODS

Abstract

The article examines the theoretical and methodological aspects of teaching school students to solve mathematical problems using non-standard methods. The relevance of the study is determined by the need for advanced mathematics instruction in lyceums and gymnasiums, the development of students' logical, analytical, and creative thinking, as well as preparation for effective performance in mathematical olympiads and final assessment examinations (BBJM, ENT). The study analyzes the works of foreign and domestic scholars and methodologists devoted to non-standard methods of solving mathematical problems and systematizes their classification. The stages and specific features of applying non-standard methods are illustrated through concrete examples, and their influence on students' cognitive activity is analyzed. In addition, the article describes the organization and results of a pedagogical experiment conducted with students of grades 10-11 in a general secondary school. The experimental data confirm that the purposeful use of non-standard methods has a positive effect on the dynamics of students' problem-solving skills, logical thinking, and cognitive independence. The effectiveness of the proposed methodological approaches is substantiated, and the possibility of using the research materials in classes with advanced mathematics instruction, elective courses, and olympiad preparation is justified.

Keywords: mathematical problems, non-standard methods, logical thinking, creative abilities, equations and inequalities, vector method, application of classical inequalities, trigonometric substitution.

Кіріспе

Қазіргі мектептегі математикалық білім беру жүйесінің дамуындағы негізгі үрдістердің бірі – оқытуды кең ауқымды дифференциациялау. Мұндай бағыт екі өзекті міндетті шешуге мүмкіндік береді: барлық оқушыларға базалық деңгейде сапалы математикалық дайындық беру және олардың математикалық қабілеттерін анықтап, дамыту арқылы пәнге тұрақты қызығушылық қалыптастыру, болашақ кәсіби бағдарға ықпал ету. Осы мақсаттарды іске асыру математикалық білім мазмұны мен оқыту әдістемесін жетілдірудің қажеттілігін алға тартады [1].

Математиканы тереңдетіп оқытатын лицейлер мен гимназиялар бұл мәселені әртүрлі жолдармен шешуде: бір бөлігі дәстүрлі мектеп курсының негізгі бөлімдерін тереңдетсе, екіншісі оқу жоспарына жоғары математиканың жекелеген элементтерін енгізуді жөн көреді. Алайда жоғары математиканың бөліктерін үстірт оқыту уақыттың шектеулілігіне, теориялық материалдың күрделілігіне және оқушылардың жас ерекшеліктеріне байланысты оң нәтиже бере бермейді. Мұндай білім беру тәжірибесі оқушыларда кейбір математикалық идеяларды бұрмаланған түрде түсінуге әкелуі мүмкін. Бұл жөнінде Г.В. Дорофеев: «жеткілікті теориялық негізсіз орындалатын есеп шығару әрекеті формалды сипат алып, алгоритмдік қадамдарды механикалық орындауға тіреледі» деп атап көрсетеді [2].

Сондықтан математикалық сыныптар үшін жоғары математика элементтерін үстірт оқытудан гөрі, есептерді шешудің теориялық идеяларын, стандартты емес әдістерін және эвристикалық тәсілдерін терең меңгерту әлдеқайда тиімді. Мұндай әдістер оқушылардың шығармашылық ойлауын, интуициясын, тал дау мен дәлелдеу дағдыларын дамытуда, күрделі математикалық жағдайларда тиімді шешім табуда маңызды рөл атқарады.

Қазіргі математика пәні оқушылардың интеллектуалдық дамуын, логикалық ойлауын, аналитикалық қабілетін, модельдеу және дәлелдеу дағдыларын қалыптастыруды көздейтін маңызды жалпы білім беретін пәндердің бірі. Математикалық есептерді шешу процесі теориялық білімді бекітіп қана қоймай, эвристикалық ойлау, стратегия таңдау,

шығармашылық шешім қабылдау дағдыларын қалыптастырады. Зерттеулер практикалық дағдылардың сапасы теориялық материалды терең меңгерумен тікелей байланысты екенін көрсетеді [3].

Есепті тиімді шешу, оның бірнеше мүмкін шешімдерін салыстыра білу немесе ең оңтайлысын табу – арнайы ұйымдастырылған әдістемені талап ететін күрделі ақыл-ой әрекеті [4]. Осы тұрғыда стандартты емес әдістерді меңгерту оқушылардың математикалық мәдениетін, логикалық және шығармашылық ойлауын дамытуда ерекше мәнге ие. Стандартты емес әдістер олимпиадалық деңгейдегі есептерді шешуде ғана емес, сондай-ақ ББЖМ, ҰБТ сияқты қорытынды бағалау түрлерінде де жоғары нәтижелер алуға ықпал етеді.

Қазақстан мектептерінде математиканы тереңдетіп оқыту мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарты, үлгілік оқу бағдарламалары және элективті курстар арқылы жүзеге асырылады. Соңғы жылдары математикалық сыныптарда алгебра, тригонометрия және геометрия бойынша есептерді шешудің инновациялық және стандартты емес әдістерін оқытуға сұраныстың артуы – оқыту мазмұнын жаңғыртудың маңызды бағыттарының бірі. Бұл талап оқушылардың функционалдық, логикалық және шығармашылық математикалық сауаттылығын арттыру қажеттілігінен туындайды. Осыған байланысты зерттеудің өзектілігі – математикалық есептерді стандартты емес әдістермен шешуге үйретудің теориялық және әдістемелік негіздерін анықтап, оны мектеп тәжірибесіне енгізудің тиімді жолдарын көрсетуде.

Зерттеудің мақсаты – мектеп оқушыларына математикалық есептерді стандартты емес әдістермен шешуге үйретудің әдістемелік мүмкіндіктерін талдау және оларды қолданудың тиімді тәсілдерін анықтау.

Зерттеу идеясы – оқушылардың математикалық ойлауын, эвристикалық қабілетін және шығармашылық әрекетін есептерді стандартты емес әдістермен шешуге мақсатты түрде үйрету арқылы дамыту.

Зерттеудің маңыздылығы – ұсынылған әдістемелік тұжырымдар мен тәсілдер математиканы оқыту сапасын арттыруға, оқушылардың есеп шығару мәдениетін қалыптастыруға, логикалық және шығармашылық ойлауын дамытуға, сондай-ақ ғылыми-зерттеушілік дағдыларын нығайтуға мүмкіндік береді.

Зерттеу әдіснамасы

Математикалық есептер – математиканы оқытудың негізгі мазмұндық өзегі және оқушылардың теориялық білімін, практикалық дағдыларын, логикалық ойлауын қалыптастырудың басты құралы. Есеп шығаруға үйрету күрделі әрі көпқырлы әдістемелік жұмысты қажет етеді. Оқушыларды математикалық есептерді шешуге үйрету үшін мұғалімнің математикалық білімді терең меңгеруі, түрлі деңгейдегі және әртүрлі әдістермен шығарылатын есептерді шешу технологияларын игеруі, сондай-ақ есеп шығару барысында оқушылардың танымдық әрекетін тиімді ұйымдастыра алуы маңызды.

Математиканы оқыту процесінде оқушылардың логикалық ойлауын, шығармашылық қабілетін және зияткерлік дербестігін дамытуда стандартты емес әдістермен есеп шығару ерекше рөл атқарады. Стандартты емес әдістер оқушының қалыптасқан білімді жаңа жағдайда қолдануына, эвристикалық жолдарды іздеуіне, ойлау траекториясын кеңейтуіне мүмкіндік береді. Сондықтан оқушыларды есептерді стандартты және стандартты емес әдістер арқылы шешуге үйрету – математикалық білімнің сапасын арттырудағы маңызды шарт.

Есеп шығару теориясында «есепті шығару» ұғымына байланысты екі бағыт айқындалады. Бірінші бағыт әмбебап, жалпы қолданылатын есеп шығару әдістерін қалыптастыруға және оларды жетілдіруге негізделеді [5]. Екінші бағыт түрлі типтегі есептерді шешудің арнайы әдістері мен тәсілдерін дамытуға ерекше мән береді [6]. Бұл көзқарастар есеп шығаруға үйретудің мазмұнын, әдістерін және мақсаттарын нақтылауға мүмкіндік береді.

Зерттеудің бастапқы кезеңінде математиканы оқыту әдістемесі саласындағы ғылыми және ғылыми-әдістемелік еңбектерге жан-жақты талдау жүргізілді. Әсіресе математикалық

есептерді шешу тәсілдерінің классификациясы, стандартты және стандартты емес әдістердің ерекшеліктері әлемдік және отандық зерттеулер негізінде сараланды.

Талдау барысында есептерді шешудің стандартты емес әдістері ТМД елдеріндегі әдіскер-ғалымдардың – Д. Пойа, Е.В. Галкин, М.К. Потапов, Н.Х. Розов, А.Н. Афанасьев, С.Н. Олехник, М.К. Потапов, П.И. Пасиченко, В.А. Далингер, С.А. Барвенов, В.П. Супрун және т.б. еңбектерінде орын алған [7-12]. Қазақстандық ғалымдардан А.Е. Әбілқасымова, Е.А. Тұяқов, А.Қ. Қарабаев, Ш. Алтынбеков, Қ. Батырбек және т.б. еңбектерінде қарастырылған [13-17].

Бұл ғылыми талдау стандартты емес әдістердің педагогикалық мүмкіндіктерін, олардың оқушылардың математикалық ойлауын дамытудағы рөлін, сондай-ақ дәстүрлі (стандартты) әдістерден мазмұндық ерекшеліктерін анықтауға мүмкіндік берді. Математикалық есептерді шешуде стандартты және стандартты емес әдістерді ажырата білу – оқушылардың логикалық, аналитикалық және шығармашылық ойлауын дамытудың маңызды алғышарты.

Математикадан күрделі есептерді шешу барысында стандартты емес әдістердің сан алуан түрлері қолданылады, олардың көпшілігі нақты бір жіктеуге оңай көнбейді. Әдетте мұндай әдістер есептердің салыстырмалы түрде тар шеңберін шешуге бағытталғанымен, оларды білу және тиімді қолдана алу жоғары деңгейдегі математикалық есептерді табысты шешу үшін аса қажет болады.

Біздің ойымызша, математикалық есептерді шешудің стандартты емес әдістері – есепті талдау мен шешу жолдарын дәстүрлі тәсілдерден кеңейте отырып, түпнұсқалық және шығармашылық амалдарды қолдануға негізделген тәсілдер жиынтығы болып табылады. Мұндай әдістер мектеп математика курсының әртүрлі бөлімдерінде, атап айтқанда алгебрада, геометрияда, комбинаторикада және т.б. бойынша дәстүрлі және олимпиадалық есептерді шешуде тиімді қолданылады. Біз зерттеу барысында түрлі авторлардың есептерді шешудің стандартты емес әдістеріне қатысты ғылыми көзқарастарын 1-кестеде жүйеледік.

Кесте 1. Әртүрлі типтегі есептерді шешудің стандартты емес әдістері

№	Әдістер	Ерекшелігі
1	2	3
1	Алмастыру әдісі	Теңдеуді тікелей шешудің орнына оны талдауға ыңғайлы ететін жаңа айнымалы енгізіледі. Мұндай алмастыру жоғары дәрежелі теңдеулерде немесе тригонометриялық теңдеулерде өрнекті ықшамдап, оны қарапайым түрге келтіруге мүмкіндік береді.
2	Тригонометриялық алмастыру әдісі	Белгісіз айнымалыны тригонометриялық функциямен алмастыру арқылы әдеттегі тәсілдермен шешу қиын болатын теңдеулердің шешуін жеңілдетуге болады.
3	Мүмкін мәндер облысын (ММО) ескеру	Есепті шешуге кіріспестен бұрын айнымалының мүмкін мәндер облысын анықтап, сол облысқа кіретін мәндерді алдын ала тексеру жүргізіледі. Кейбір есептерде бұл тәсіл жауапты бірден табуға мүмкіндік береді.
4	Функционалдық алмастыру әдісі.	Бұл әдісте айнымалының орнына белгілі бір функция енгізіледі немесе өрнек жаңа функция арқылы беріледі. Мұндай алмастыру теңдеулер мен теңсіздіктердің құрылымын қарапайым түрге келтіріп, олардың қасиеттерін (симметрия, монотондық, периодтылық) тиімді пайдалануға мүмкіндік береді. Әсіресе функционалдық теңдеулерді, параметрі бар есептерді және күрделі өрнектерді талдауда кең қолданылады.
5	Функция қасиеттерін қолдану әдісі	Теңдеулер мен теңсіздіктердің кейбіреулері үшін алгебралық түрлендірулер немесе айнымалыны сәтті алмастыру арқылы оларды стандартты түрге келтіру әрдайым мүмкін бола бермейді. Мұндай жағдайларда шешімге жету үшін функциялардың негізгі қасиеттерін пайдалануға негізделген әдіс

		қолданылады. Теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу барысында функцияның монотондық қасиеті, шектелгендігі, периодтылығы, жұп немесе тақ болуы, сондай-ақ мүмкін мәндер облысы (ММО) ескеріледі. Функция қасиеттерін талдау арқылы шешімдердің бар болуы немесе болмауы анықталады, түбірлердің саны мен орналасуы зерттеледі және есептің шешу жолы айқындалады. Бұл әдіс әсіресе параметрі бар есептерді, тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді және стандартты емес есептерді шешуде тиімді болып табылады.
6	Графиктік әдіс	Бұл әдіс есепті шешу барысында функциялардың графиктерін салуға және оларды талдауға негізделеді. Графиктік әдіс теңдеулер мен теңсіздіктердің шешімдерін функция графиктерінің қиылысу нүктелері, өсу және кему аралықтары, экстремумдары арқылы анықтауға мүмкіндік береді. Сонымен қатар ол шешімдердің санын, олардың жуық мәндерін және есептің геометриялық мағынасын көрнекі түрде түсінуге жағдай жасайды. Әсіресе күрделі алгебралық, тригонометриялық және параметрі бар есептерді зерттеуде тиімді қолданылады.
7	Қарама-қарсы жору (қайшылыққа келтіру) әдісі	Бұл әдіс белгілі бір тұжырымның дұрыстығын дәлелдеу үшін алдымен оның кері тұжырымы дұрыс деп жорамал жасауға негізделеді. Жорамалдан логикалық ой қорыту арқылы қайшылық туындаса, бастапқы тұжырымның дұрыс екені дәлелденеді. Қарама-қарсы жору әдісі теңсіздіктерді, бөлінгіштікке арналған есептерді, шексіздікке қатысты тұжырымдарды дәлелдеуде, сондай-ақ геометриялық есептерде кеңінен қолданылады.
8	Арнайы мәндерді таңдау әдісі	Бұл әдіс есепті шешу немесе функционалдық тәуелділікті анықтау барысында айнымалыларға есептің құрылымын айқындайтын ерекше мәндерді (нөл, бір, қарама-қарсы сан, тең мәндер және т.б.) қоюға негізделеді. Арнайы таңдалған мәндер арқылы өрнек едәуір ықшамдалып, жасырын заңдылықтар мен функционалдық қасиеттер анықталады. Бұл тәсіл әсіресе функционалдық теңдеулерді, параметрі бар есептерді және олимпиадалық деңгейдегі есептерді шешуде тиімді қолданылады.
9	Қалдықтар әдісі ($\text{mod } n$)	Бұл әдіс бүтін сандарға қатысты есептерді шешуде сандарды белгілі бір n саны бойынша қалдықтар класына бөліп қарастыруға негізделеді. Қалдықтар әдісі арқылы теңдеулер мен теңсіздіктердің шешімдерінің мүмкін немесе мүмкін еместігі анықталады, бөлінгіштік қасиеттері зерттеледі және сандардың өзара қатынастары талданады. Аталған әдіс әсіресе Диофант теңдеулерін, бөлінгіштікке арналған есептерді және олимпиадалық деңгейдегі сандық есептерді шешуде тиімді қолданылады.
10	Математикалық индукция әдісі	Бұл әдіс натурал сандарға тәуелді тұжырымдардың дұрыстығын дәлелдеуге арналған. Индукция әдісі екі негізгі кезеңнен тұрады: бастапқы қадамда тұжырымның ең кіші мән үшін (әдетте $n = 1$) орындалуы тексеріледі; индукциялық қадамда тұжырымның $n = k$ мәні үшін дұрыс екені негізге алынып, оның $n = k + 1$ мәні үшін де орындалатыны дәлелденеді. Математикалық индукция әдісі формулаларды, теңдіктер мен теңсіздіктерді дәлелдеуде, сандық тізбектерді зерттеуде және бөлінгіштікке қатысты есептерді шешуде кеңінен қолданылады.
11	Комбинаторикалық әдіс	Бұл әдіс объектілерді санау, орналастыру, таңдауларды жүйелеу және құрылымдық заңдылықтарды анықтауға негізделген есептерді шешуде қолданылады. Бұл әдіс логикалық пайымдауды, талдауды және есепті бірнеше қырынан қарастыруды талап

		етеді және олимпиадалық пен стандартты емес есептерді шешуде ерекше тиімді.
12	Дирихле принципі (ұяшықтар принципі)	Бұл принцип бойынша, егер n ұяшыққа $n+1$ немесе одан да көп объект орналастырылса, онда кемінде бір ұяшықта екі немесе одан да көп объектінің орналасуы міндетті түрде орын алады. Дирихле принципі есептің шартынан күтпеген қорытынды шығаруға, бар болуды дәлелдеуге және ықтимал нәтижені негіздеуге мүмкіндік береді.
13	Қосарланған санау әдісі	Бұл әдіс бір жиынды немесе бір шаманы екі түрлі тәсілмен санауға негізделеді. Екі түрлі санау нәтижелері теңестірілу арқылы жаңа теңдік немесе заңдылық алынады. Бұл әдіс комбинаторикада, графтар теориясында және дәлелдеуге арналған есептерде кеңінен қолданылады.
14	Инварианттар әдісі	Бұл әдіс есепті шешу барысында өзгермейтін (инвариант) шаманы немесе қасиетті анықтауға негізделеді. Процесс немесе түрлендіру қалай өзгерсе де, белгілі бір шама тұрақты болып қалса, сол қасиет есептің шешімін табуға мүмкіндік береді. Бұл әдіс логикалық, ойын есептерінде, комбинаторикалық және алгоритмдік тапсырмаларда тиімді қолданылады.
15	Классикалық теңсіздіктерді қолдану әдісі	Бұл әдіс Коши–Буняковский, Бернуллі, Йенсен, Чебышев және орташа шамалар теңсіздіктері сияқты классикалық теңсіздіктерді дәстүрлі үлгіден тыс жағдайларда пайдалану арқылы есептерді шешуге негізделеді. Мұнда теңсіздіктер тікелей қолданылмай, өрнекті түрлендіру, айнымалыларды алмастыру немесе функция қасиеттерімен байланыстыру арқылы жаңа қырынан қолданылады. Аталған әдіс күрделі теңсіздіктерді дәлелдеуде, параметрі бар есептерді зерттеуде және олимпиадалық деңгейдегі есептерді шешуде тиімді болып табылады.
16	Геометриялық қосымша салу әдісі	Бұл әдіс есептің бастапқы шартында тікелей берілмеген, алайда оны шешуді жеңілдететін қосымша геометриялық элементтерді (түзу, кесінді, шеңбер, бұрыш және т.б.) енгізуге, медиананы екі еселеуге, орта сызықтар мен қосалқы шеңбер салуға негізделеді. Мұндай салулар есептің ішкі құрылымын айқындауға, фигуралар арасындағы жасырын байланыстарды анықтауға және белгілі геометриялық теоремалар мен қасиеттерді тиімді қолдануға мүмкіндік береді. Әсіресе, дәлелдеуге және күрделі геометриялық қатынастарды ашуға арналған стандартты емес есептерді шешуде кеңінен қолданылады. Қосымша салу тәсілдеріне мыналар жатады: көпбұрыш ішінде берілген түзулердің біріне параллель түзу жүргізу; бұл ұқсастық пен пропорционалдық қасиеттерін қолдануға мүмкіндік береді; фигураны бөліктерге жіктеу арқылы үшбұрыш немесе параллелограмм алу; мұндай жіктеу осы фигуралардың геометриялық қасиеттерін пайдалануға жағдай жасайды; перпендикулярлар жүргізу, жанасу нүктелеріне шеңбер радиустарын салу, трапецияда биіктіктерді тұрғызу; нәтижесінде тікбұрышты үшбұрыштар алынып, оларды зерттеу арқылы есептің шешімін табу жеңілдейді.
17	Геометриялық түрлендірулер әдісі	Бұл әдіс фигураларды гомотетия, симметрия, бұру, параллель көшіру, инверсия, ұқсастық сияқты геометриялық түрлендірулер арқылы қарастыруға негізделеді. Түрлендірулер есептің күрделілігін азайтып, фигуралардың ұқсастығы мен теңдігін, бұрыштар мен қашықтықтар арасындағы қатынастарды анықтауға мүмкіндік береді.

18	Координаталар әдісі	Бұл әдіс геометриялық есептерді алгебралық түрде сипаттау үшін координаталар жүйесін енгізуге негізделеді. Бұл тәсіл нүктелердің координаталарын, түзулер мен қисықтардың теңдеулерін пайдалана отырып, қашықтықтарды, бұрыштарды және фигуралардың өзара орналасуын есептеуге мүмкіндік береді. Әсіресе есептеуге, дәлелдеуге арналған және кеңістіктік есептерді шешуде тиімді қолданылады.
19	Векторлық әдіс	Бұл әдістерде есептерді шешу барысында векторлардың қасиеттері мен амалдары (қосу, азайту, скаляр көбейтінді, векторлық көбейтінді) пайдаланылады. Векторлық әдіс геометриялық есептерді ықшам түрде модельдеуге, теңдеулер мен теңсіздіктерді дәлелдеуге, сондай-ақ фигуралардың өзара орналасуын, бұрыштар мен қашықтықтарды анықтауға мүмкіндік береді.
20	Комбинацияланған (құрамдастырылған) әдіс	Бұл әдіс бір есепті шешу барысында бірнеше математикалық тәсілдер мен әдістерді (алгебралық, геометриялық, графиктік, логикалық, функционалдық, векторлық және т.б.) өзара үйлестіре қолдануға негізделеді. Комбинацияланған әдіс күрделі құрылымды, параметрі бар немесе олимпиадалық деңгейдегі есептерді шешуде тиімді болып табылады, өйткені олар есепті жан-жақты талдауға, әртүрлі көзқарастар арқылы оңтайлы шешім табуға мүмкіндік береді.

Стандартты емес әдістердің ерекшеліктерін зерделей келе, олар математикалық есептердің шешімін тек формалды алгоритмдер арқылы емес, логикалық пайымдау, эвристикалық ізденіс және шығармашылық ойлау негізінде табуға мүмкіндік береді. Мұндай әдістер оқушылардың математикалық мәдениетін қалыптастырып, жаңа жағдайларда тиімді шешім қабылдау қабілетін дамытады демекпіз.

Зерттеу нәтижелері

Қазіргі деңгейдегі математиканы оқыту логикалық ойлаудың белсенділігін арттыратын, оқушылардың зияткерлік дамуына оңтайлы ықпал ететін классикалық қағидаларды сақтай отырып, стандартты емес әдістерді қолдануды талап етеді. Көп жағдайда есептерді шешудің дәстүрлі әдістері күрделі әрі көлемді түрлендірулермен қатар жүреді, бұл оқушылардың ойлау процесін қиындатуы мүмкін.

Математика мұғалімдерінің және өзімнің жұмыс тәжірибем мен педагогикалық бақылауларым көрсеткендей, есептерді шығару барысында оқушылар оқу мақсаттарын өз бетінше қойып, есептерді шешу әдістерін өз бетінше тандап орындауында қиындықтарға кездеседі. Бұл процестің бастамасында мұғалім кеңесші болып жетекшілік жасаса және есеп шешу әдістерінің ерекшеліктері мен қолданылуын көрсетсе, біртіндеп тиісті біліктер мен дағдыларды оқушылардың өздері меңгеріп, соның нәтижесінде олардың танымдық дербестігі қалыптаса бастайды.

Математиканы оқыту барысында кез келген есепті шешу мынадай әрекеттерді талап етеді: есептің мақсатын саналы түрде ұғыну; дайын алгоритм бойынша немесе оқушының өзі құрастырған алгоритм негізінде әрекет орындау; алынған нәтижені тексеру; қажет болған жағдайда нәтижені түзету.

Академик А.Е. Әбілқасымованың пікірінше, бұл әрекеттер төмендегідей жалпы алгоритмге сәйкес есептерді шешу кезеңдерімен жүзеге асырылады:

- 1) есептің мазмұнын зерттеу;
- 2) талдау жүргізу және шешу жолын іздеу;
- 3) шешу жоспарын құру немесе осы типтегі есептерге тән дайын жоспарды қолдану;
- 4) құрастырылған жоспар бойынша есепті шығару;

- 5) шешімді тексеру немесе оны зерттеу;
- 6) есепті шешудің басқа тәсілдерін қарастырып, олардың ішінен ең тиімдісін таңдау;
- 7) жауапты жазу [13].

Математикалық есептерді шешу барысында көбінесе бірнеше шешу әдістерін салыстырып, олардың қайсысы анағұрлым ұтымды екенін анықтау қажеттілігі туындайды.

Мысалы, теңдеулерді шешуде 1-кестедегі бірнеше әдістерді қолдану түбірлерді табудың неғұрлым ұтымды жолын анықтауға мүмкіндік береді, математикалық интуицияны дамытады және математикаға деген қызығушылықты арттырады [18].

Төменде иррационал теңдеуді түрлі әдіспен шығаруды ұсынамыз. Бұл шешімдерде 1-кестедегі кейбір әдістер қамтылды: ММО, алмастыру, классикалық теңсіздік, функция қасиеттері.

1-есеп. Теңдеуді шешіндер: $\sqrt{x+2} + \sqrt{6-x} = 4$

Шешуі. 1-әдіс. ММО және квадраттау (алгебралық) әдісі.

$$\text{ММО: } \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 6 \end{cases} . \text{ Демек, } x \in [-2; 6].$$

$$\sqrt{x+2} = 4 - \sqrt{6-x}$$

Екі жағын квадраттаймыз:

$$x+2 = 16 - 8\sqrt{6-x} + 6 - x \Rightarrow x+2 = 22 - x - 8\sqrt{6-x}$$

$$20 - 2x = 8\sqrt{6-x} \Rightarrow 10 - x = 4\sqrt{6-x}$$

Қайта квадраттаймыз:

$$(10-x)^2 = 16(6-x) \Rightarrow 100 - 20x + x^2 = 96 - 16x$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0, \text{ осыдан } x = 2.$$

2-әдіс. ММО және классикалық теңсіздікті қолдану әдісі.

Белгілеу енгіземіз: $a = \sqrt{x+2} \geq 0, b = \sqrt{6-x} \geq 0$.

Онда $a+b=4, a^2+b^2=(x+2)+(6-x)=8$.

Коши теңсіздігі бойынша: $(a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2) \Rightarrow a+b \leq \sqrt{2(a^2+b^2)} = \sqrt{16} = 4$

Бізде $a+b=4$, яғни теңсіздікте теңдік орындалуы керек, демек $a=b$.

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{6-x} \Rightarrow x+2 = 6-x \Rightarrow x = 2.$$

3-әдіс. Функция қасиеттерін (максимум идеясы) қолдану әдісі

$$f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{6-x}, x \in [-2; 6]$$

Мұнда $\sqrt{x+2}$ – өседі, $\sqrt{6-x}$ – кемиді. Сондықтан қосынды бір жерде ең үлкен мәнге жетеді. Теңестіру идеясы бойынша максимум $\sqrt{x+2} = \sqrt{6-x}$ болғанда келеді:

$$x+2 = 6-x \Rightarrow x = 2.$$

Сонда $f(x) = \sqrt{4} + \sqrt{4} = 4$ болады. Ал $f(x) \leq 4$ екені 2-әдістегі теңсіздіктен көрінеді, демек $f(x) = 4$ тек $x = 2$ кезінде ғана болады.

Жауабы: $x = 2$

А.Қ. Қарабаев жұмысында векторлық әдіспен стандарты және стандартты емес есептерді шешуде – теңбе-теңдіктерді дәлелдеуде, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде, функцияның ең үлкен және ең кіші мәндерді табуда қолдануды қарастырған және оның тиімділігін салыстырмалы түрде кестемен көрсетіп ұсынған [15].

Векторлық әдісті теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде, теңсіздіктер мен тепе-теңдіктерді дәлелдеуде, функциялардың ең үлкен және ең кіші мәндерін табуда ойлауды талап ететін есептерде тиімді қолданылады [19].

2-есеп. Теңсіздікті дәлелдендер: $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$, мұндағы $a, b, c, d \geq 0$

Шешуі. 1-әдіс. Векторлық және Коши–Буняковский әдісі.

Екі векторды қарастырайық: $\vec{u} = (\sqrt{a}; \sqrt{c}), \vec{v} = (\sqrt{b}; \sqrt{d})$.

Олардың скаляр көбейтіндісі: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + \sqrt{c} \cdot \sqrt{d} = \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$

Осы векторлардың ұзындықтары: $|\vec{u}| = \sqrt{a+c}, |\vec{v}| = \sqrt{b+d}$

Коши–Буняковский теңсіздігі бойынша: $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 \leq |\vec{u}|^2 \cdot |\vec{v}|^2$

Осыдан $(\sqrt{ab} + \sqrt{cd})^2 \leq (a + c)(b + d)$

Екі жағы да теріс емес болғандықтан, түбір аламыз: $\sqrt{ab} + \sqrt{cd} \leq \sqrt{(a + c)(b + d)}$

Демек, $\sqrt{(a + c)(b + d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$ дәлелденді.

2-әдіс. Классикалық теңсіздікті (арифметикалық орта мен геометриялық ортаның арасындағы негізгі классикалық теңсіздік) қолдану әдісі

Берілген теңсіздіктің екі жағы да теріс емес, сондықтан квадраттаймыз:

$$(a + c)(b + d) \geq (\sqrt{ab} + \sqrt{cd})^2$$

Теңсіздіктің сол жағы мен оң жағын ашамыз да олардың айырмасын қарастырамыз: $ab + ad + bc + cd - (ab + cd + 2\sqrt{abcd}) = ad + bc - 2\sqrt{abcd}$

Сондықтан дәлелдеу мынаған келіп тіреледі: $ad + bc \geq 2\sqrt{abcd}$

Ал бұл Коши теңсіздігінің дәл өзі (екі сан үшін): $ad + bc \geq 2\sqrt{ad \cdot bc} = 2\sqrt{abcd}$

Олай болса, $(a + c)(b + d) \geq (\sqrt{ab} + \sqrt{cd})^2 \Rightarrow \sqrt{(a + c)(b + d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$.

Дәлелденді.

В.А. Далингер алгебралық теңдеулерді шешудің стандартты емес әдістерінің бірі ретінде тригонометриялық алмастыруға негізделген әдісті атап көрсетеді. Бұл тәсілді қолдану, әсіресе, шешілуі тиіс теңдеулердің құрылымы белгілі тригонометриялық формулаларға ұқсас болған жағдайларда орынды болып табылады. Аталған әдіс көбінесе дәстүрлі алгебралық амалдар арқылы шешу айтарлықтай қиындық туғызатын теңдеулерге немесе теңдеулер жүйелеріне қатысты қолданылады. Мұндай жағдайда тригонометриялық алмастыру енгізу арқылы бастапқы есептер салыстырмалы түрде қарапайым тригонометриялық теңдеулерге келтіріледі [9].

Сонымен қатар, тригонометриялық алмастыру әдісі иррационал және рационал теңдеулерді, теңсіздіктер мен олардың жүйелерін шешуде, өрнектердің ең үлкен және ең кіші мәндерін анықтауда, функцияларды зерттеу мен олардың графиктерін тұрғызуда, сондай-ақ интеграл көмегімен жазық фигуралардың аудандарын есептеуге байланысты көптеген математикалық есептерді шешуде тиімді нәтиже береді.

Тригонометриялық алмастырудың негізгі мәні – белгісіз x айнымалысын белгілі бір тригонометриялық функция арқылы алмастыру болып табылады. Нәтижесінде алынған тригонометриялық теңдеулердің түбірлері бастапқы алгебралық теңдеулердің түбірлерін әрі тригонометриялық, әрі алгебралық түрде анықтауға мүмкіндік береді. Бұл ретте тригонометриялық теңдеулер, әдетте, шексіз көп түбірге ие болатынын, ал бастапқы алгебралық теңдеулердің түбірлер саны шектеулі болатынын ескеру қажет.

Аталған әдісті оқыту процесінде қолдану оқушылардың білімдері мен іс-әрекет тәсілдерін тиімді меңгеруіне қолайлы жағдай жасап, есептерді шешудің баламалы жолдарын қарастыруға және салыстыруға мүмкіндік береді. Бұл өз кезегінде оқушылардың логикалық ойлауын, аналитикалық қабілеттерін және зерттеушілік дағдыларын дамытуға ықпал етеді.

3-есеп. Теңдеуді шешіндер: $\sqrt{\frac{1+2x\sqrt{1-x^2}}{2}} + 2x^2 = 1$

Шешуі. Бұл есепті шешу үшін алдымен оның шартын талдау негізінде тригонометриялық алмастыруды қолдану бойынша есептің қандай түріне жататынын анықтау қажет болады. Теңдеудің сол жағындағы өрнектің анықталу облысы келесі шартпен анықталады:

$$1 - x^2 \geq 0, \text{ яғни } |x| \leq 1. \text{ Сондықтан } x = \sin \alpha \text{ немесе } x = \cos \alpha, \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

алмастыруын қолданған дұрыс. $x = \sin \alpha, \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ болсын.

Сонда $\sqrt{1 - x^2} = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = |\cos \alpha|$. $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ болғандықтан, $\cos \alpha \geq 0$ және $|\cos \alpha| = \cos \alpha$ болады.

Осыдан теңдеудің сол жағындағы өрнек келесі теңдікті қабылдайды:

$$\frac{1 + 2x\sqrt{1-x^2}}{2} = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{2}$$

Содан кейін бастапқы теңдеу келесідей түрлендіріледі: $\frac{|\sin \alpha + \cos \alpha|}{\sqrt{2}} + 2 \sin^2 \alpha = 1$ немесе

$$\frac{|\sqrt{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})|}{\sqrt{2}} = 1 - 2 \sin^2 \alpha. \quad \left| \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) \right| = \cos 2\alpha.$$

Жаңа алмастыруды енгіземіз: $\alpha + \frac{\pi}{4} = t$.

$-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ болғандықтан, $\frac{\pi}{4} \leq \alpha + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3\pi}{4}$ болады, яғни $t \in [-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}]$.

Содан кейін біз түрлендіреміз:

$$\cos 2\alpha = \cos \left(t - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \left(2t - \frac{\pi}{2}\right) = \sin 2t \text{ және } |\sin t| = \sin 2t \text{ теңдеуді аламыз.}$$

Теңдеудің сол жағында модуль болғандықтан, үш жағдайды қарастырамыз (модуль анықтамасы бойынша):

1) $\sin t > 0$ болса $\sin t = \sin 2t$ немесе $\sin t(1 - 2 \cos t) = 0$.

$\sin t = 0, \cos t = \frac{1}{2}$, осыдан $t = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Берілген жағдайда шартты $t = \frac{\pi}{3}$

қанағаттандырады.

2) $\sin t = 0$, осыдан $t = 0$.

3) $\sin t < 0$ болғанда, $-\sin t = \sin 2t$ болады. Осыдан $\cos t = -\frac{1}{2}, t = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ және

$t = \frac{2\pi}{3}$. Демек, теңдеу түбірлері: $t = \frac{\pi}{3}, t = 0$ болады.

$t = \alpha + \frac{\pi}{4}$ болғандықтан, $x = \sin \alpha = \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ болады.

$t = 0$ болғандықтан, $x = \sin \alpha = \sin \left(t - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \left(0 - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ болады.

Осылайша, бастапқы теңдеудің түбірлері: $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ болады.

Бұл есепті алгебралық әдіспен де шешуге болады, бірақ екі әдісті салыстыру тригонометриялық алмастыру әдісі өрнектерді қарапайым түрлендіруге әкелетінін көрсетеді. Сонымен қатар, алгебралық әдісті қолдану түрлендірулерді рационализациялау әдістерін, соның ішінде радикалдармен өрнектерде жасырылған формуланы көру қабілетін меңгеруді талап етеді. Мысалы, біздің жағдайымызда $1 + 2x \cdot \sqrt{1-x^2}$ өрнегінде $(x + \sqrt{1-x^2})^2$ формуласы жасырынған және оны қолдану қарапайым өрнектерге әкеледі және келесідей теңдеумен мәндес болады: $4\sqrt{2}x^2 + 2x - \sqrt{2} = 0$. Бұл кезеңде алгебралық әдісті тригонометриялық алмастыру әдісімен салыстыру ұсынылады.

4-есеп. $\sin x + \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = 2$ теңдеуінің $y = \cos \sqrt{\pi^2 - x^2}$ функциясының анықталу облысындағы түбірлерін табындар.

Шешуі. Теңдеудің сол жақ бөлігі x және $\frac{x}{2}$ -ге тәуелді синус пен котангенс функцияларынан тұратынын көрсетеді. Осыған байланысты тригонометриялық алмастыру әдісін қолдану орынды, яғни $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ деп аламыз.

Осыдан $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ және $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \frac{1}{t}$, мұндағы .

Сонда бастапқы теңдеу алгебралық теңдеуге келтіріледі: $2t^3 - 3t^2 + 2t - 1 = 0$.

Ол келесідей қарапайым теңдеулер жиынтығына мәндес болады: $2t^2 - t + 1 = 0, t = 1$

Бірінші теңдеу түбірлері жоқ болғандықтан, $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1$ аламыз. Осыдан $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Есептің шарты бойынша $\cos \sqrt{\pi^2 - x^2}$ өрнегінің қабылдайтын мәндер облысын анықтау қажет болады және ол келесі шартпен беріледі: $\pi^2 - x^2 \geq 0$ немесе $x \in [-\pi; \pi]$.

Сонда есептің шарты былайша тұжырымдалады:

$[-\pi; \pi]$ аралығына жататын $\sin x + \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 2$ теңдеуінің түбірлерін табындар.

Түбірлерді іріктеу арқылы осы шартқа сәйкес келетін сан $x = \frac{\pi}{2}$ болады.

Көріп отырғанымыздай, бірінші есеп иррационал теңдеуді шешу үшін, ал екінші есеп тригонометриялық теңдеуді шешуде тригонометриялық алмастыру әдісін қолдандық.

Дискуссия

Мектеп математика курсының әртүрлі тақырыптары бойынша математикалық есептерді шешудің стандартты емес әдістерін шешуге оқыту математикалық ұғымдарды терең меңгеруге ықпал етеді; теориялық білімдерді қолдану бойынша практикалық дағдыларды қалыптастырады; табандылық, мақсаткерлік, дербестік, жауапкершілік сияқты тұлғалық қасиеттерді дамытады; сондай-ақ зейін мен ойлау қабілетінің дамуына жағдай жасайды [20].

Зерттеудің практикалық іске асуында математикалық есептерді стандартты емес әдістермен шешуге үйретудің тиімділігін анықтау мақсатында педагогикалық эксперимент жүргізілді. Эксперимент жалпы білім беретін мектептің 10-11 сынып оқушылары арасында ұйымдастырылды. Зерттеуге қатысушылар эксперименттік және бақылау топтарына бөлінді.

Эксперименттік топта математика сабақтары мен факультативтік жұмыстар барысында есептерді шешудің стандартты емес әдістерін жүйелі қолдануға басымдық берілді. Атап айтқанда, бір есепті бірнеше әдіспен шығару, шешімдердің ұтымдылығын салыстыру, векторлық және функционалдық әдістерді, классикалық теңсіздіктерді дәстүрлі емес контексте қолдану, сондай-ақ эвристикалық ізденіске негізделген олимпиадалық есептер кеңінен пайдаланылды. Бақылау тобында оқыту дәстүрлі, алгоритмдік тәсілдерге негізделді.

Эксперимент бірнеше кезеңде жүргізілді:

1) анықтау кезеңінде оқушылардың бастапқы математикалық дайындығы, есептерді шешу әдістерін қолдану деңгейі және логикалық ойлау ерекшеліктері диагностикаланды;

2) қалыптастыру кезеңінде эксперименттік топта стандартты емес әдістерге негізделген есептер жүйесі енгізілді;

3) қорытынды кезеңінде алынған нәтижелер салыстырмалы талдаудан өтті.

Нәтижелер эксперименттік топ оқушыларының күрделі және стандартты емес есептерді шешуде баламалы әдістерді таңдауға бейімделгенін, шешу стратегиясын саналы түрде құра алатынын көрсетті. Сонымен қатар, олардың логикалық дәлелдеу мәдениеті, математикалық тілде пайымдау қабілеті және есептің құрылымын терең талдау дағдылары айтарлықтай жақсарды (2-кесте).

Кесте 2. Эксперименттік және бақылау топтарының нәтижелерін салыстырмалы талдау

Көрсеткіштер	Экспериментке дейін	Эксперименттен кейін	Өзгеріс динамикасы
Эксперименттік топ			
Стандартты емес есептерді шешу деңгейі	38 %	72 %	+34 %
Бір есепті бірнеше әдіспен шешу білігі	26 %	68 %	+42 %
Логикалық дәлелдеу мәдениеті	41 %	75 %	+34 %
Шешу әдісін өздігінен таңдау	33 %	70 %	+37 %
Танымдық дербестік деңгейі	45 %	78 %	+33 %
Бақылау тобы			
Стандартты емес есептерді шешу деңгейі	40 %	49 %	+9 %
Бір есепті бірнеше әдіспен шешу білігі	28 %	36 %	+8 %
Логикалық дәлелдеу мәдениеті	43 %	51 %	+8 %
Шешу әдісін өздігінен таңдау	35 %	44 %	+9 %
Танымдық дербестік деңгейі	46 %	54 %	+8 %

Кесте деректерінен эксперименттік топта барлық көрсеткіштер бойынша айқын он динамика байқалатыны анық көрінеді. Бұл математикалық есептерді шешуде стандартты емес әдістерді жүйелі қолданудың оқушылардың математикалық ойлауын, есеп шығару мәдениетін және танымдық дербестігін арттырудағы тиімділігін дәлелдейді.

Педагогикалық эксперимент нәтижелері стандартты емес әдістерге негізделген оқытудың есеп шығару әрекетінің сапасын жақсартуға, логикалық ойлау деңгейін көтеруге және оқушылардың оқу үдерісіндегі дербестігін күшейтуге ықпал ететінін көрсетті. Эксперименттік топтағы оқушылар есептердің шешу стратегиясын саналы түрде таңдай білуге, дәлелдеу әрекеттерін негіздеуге және баламалы шешу жолдарын салыстыруға бейімделген.

Алынған деректер стандартты емес әдістерді мақсатты және жүйелі қолдану оқушылардың тек пәндік нәтижелерін ғана емес, сонымен қатар олардың шығармашылық белсенділігін, зерттеушілік қызығушылығын және танымдық дербестігін дамытуға мүмкіндік беретінін айғақтайды. Бұл тұжырымдар отандық және шетелдік педагогикалық зерттеулер нәтижелерімен сәйкес келеді және мектеп математикасын оқытуда стандартты емес әдістерді кеңінен енгізудің педагогикалық тұрғыдан негізді екенін растайды.

Жалпы алғанда, жүргізілген педагогикалық эксперимент нәтижелері математикалық есептерді стандартты емес әдістермен шешуге бағытталған әдістемелік жүйенің тиімділігін дәлелдеп, оны оқу процесіне енгізудің мақсатқа сай екендігін көрсетті.

Қорытынды

Зерттеу барысында математикалық есептерді шешудің стандартты емес әдістері математика пәнін оқыту процесінде айқын дамытушылық әлеуетке ие екендігі анықталды. Бұл әдістер оқушылардың есеп шығару әрекетін формалды орындаудан саналы, дәлелді және ұтымды шешім қабылдауға бағыттап, теориялық білімнің практикалық қолданыстағы маңызын арттырады. Шешім табудың баламалы жолдарын меңгеру оқушылардың логикалық және аналитикалық ойлауын дамытып, танымдық іс-әрекеттегі қолданбалы бағыттың күшеюіне ықпал етеді.

Классикалық (аналитикалық және синтетикалық) және стандартты әдістердің кейбір жағдайларда күрделі әрі көлемді түрлендірулерге әкелетіні белгілі. Ал стандартты емес әдістерді мақсатты қолдану есептердің құрылымын терең түсінуге, шешімнің тиімді жолын таңдауға, эвристикалық ойлауды қалыптастыруға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, бұл тәсілдер ҰБТ тапсырмаларын орындау барысында оқушылардың логикалық ойлау дағдыларын жетілдіруге және дәлелдеу мәдениетін қалыптастыруға ықпал етеді.

Математикалық есептерді шешудің стандартты емес әдістеріне қатысты қорытындылай келе, қарастырылған әдістер қазіргі математика ғылымының даму деңгейінде қолданылып жүрген тәсілдердің тек бір бөлігін ғана құрайтынын атап өткен жөн. Дегенмен, оларды меңгеру мектеп оқушыларынан және талапкерлерден дәстүрлі емес ойлауды, ерекше пайымдаулар мен шығармашылық көзқарасты талап етеді. Мұндай әдістерді білмеу немесе түсінбеу математикадан табысты шешілетін есептердің аясын едәуір тарылтады. Бұл жағдай соңғы жылдары конкурстық тапсырмалардың күрделену үрдісі аясында есептерді шешудің жаңа, түпнұсқалық (стандартты емес) әдістерінің пайда болуына түрткі болып отыр.

Сонымен қатар, стандартты емес әдістер мен амалдарды меңгеру оқушылардың шаблоннан тыс, икемді ойлауын дамытады. Мұндай ойлау стилі тек математикалық есептерді шешуде ғана емес, сонымен бірге кибернетика, есептеу техникасы, экономика, радиофизика, химия және басқа да ғылым салаларында табысты қолдануға мүмкіндік береді.

Зерттеу нәтижелері көрсеткендей, ұсынылған әдістер жүйесі оқушыларға күрделі деп қабылданатын тақырыптарды меңгеруді жеңілдетіп, әртүрлі типтегі есептерді зерттеу мен шешуде практикалық қолдау көрсетеді. Білім қорының кеңеюі және есептерді шешудің жаңа тәсілдерін игеру оқушылардың оқу жетістіктерін арттырып, олардың әрі қарайғы зияткерлік және зерттеушілік іс-әрекетіне деген қызығушылығы мен сенімділігін қалыптастырады.

Ұсынылған әдістемелік тәсілдер жалпы білім беретін мектептерде, сондай-ақ математика тереңдетіліп оқытылатын сыныптарда есеп шығару мәдениетін қалыптастыруға, функционалдық және шығармашылық математикалық сауаттылықты дамытуға бағытталған тиімді құрал ретінде пайдаланылуы мүмкін.

Пайдаланылған дереккөздердің тізімі

- [1] Әбілқасымова А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі: дидактикалық-әдістемелік негіздері. Оқу құралы. – Алматы: Мектеп, 2014. – 224 б.
- [2] Дорофеев Г.В. О принципах отбора содержания школьного математического образования // Математика в школе. - 1990. - № 6. - С.2-5.
- [3] Semenov A.L., Abylkassymova A.E., Polikarpov S.A. Foundations of Mathematical Education in the Digital Age //Doklady Mathematics. - Vol. 107. - Suppl. 1. - 2023. - pp. S1–S9.
- [4] Василевский А.Б. Обучение решению задач по математике: монография. – Минск: Вышэйшая школа, 1988. – 256 с.
- [5] Бенерджи Р. Теория решения задач. – М.: Мир, 1992. – 242 с.
- [6] Тулкибаева Н.Н., Усова А.В. Методика обучения учащихся умению решать задачи – Челябинск: Челяб. гос. пед. инт., 1991. – 186 с.
- [7] Пойа Д. Как решать задачу: монография / Д. Пойа. – М.: Госучпедгиз, 1959. – 208 с.
- [8] Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Нестандартные методы решения. - М.: Факториал, 1997. - 219 с.
- [9] Далингер В.А. Нестандартные уравнения и методы их решения. - Омск, 1995.
- [10] Барвенков С.А. Методы решения алгебраических уравнений. - М.: Аверсэв, 2006. - 245 с.
- [11] Супрун В.П. Нестандартные методы решения задач по математике. – Минск: «Полымя», 2000. – 175с.
- [12] Супрун В.П. Математика для старшеклассников: Нестандартные методы решения задач. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 272с.
- [13] Әбілқасымова А.Е., Тұяқов Е.А. Жалпы білім беретін мектепте математикалық есептерді шығаруды оқытудың әдістемелік негіздері. Оқу құралы. – Алматы, 2019. – 340 б.
- [14] Abylkassymova A., Bazhi A., Dyussov M., Ardabayeva A., Zhadrayeva L., Tuyakov Y., Kenzhebek Kh.. Mathematical Problems as a Means of Developing Students' Research Skills in the Context of School Education Content Updating //Journal of Law and Sustainable Development. - Vol. 11. - No. 4 (2023). - Pages: 01-20. DOI: <https://doi.org/10.55908/sdgs.v11i4.607>
- [15] Қарабаев А.Қ. Жоғарғы сынып оқушыларын есептерді стандартты емес тәсілдермен шығаруға баулу: п.ғ.к. ... дисс.: 13.00.02. - Алматы, 2009. - 143 б.
- [16] Altynbekov S., Ashirbayev N., Torebek Y., Kerimbekov T. Formation of Research Skills of Future Teachers of Mathematics in Solving Olympiad Problems // Academic Journal of Interdisciplinary Studies. 2023. - Vol. 6 (12). - P. 335-346. DOI: <https://doi.org/10.36941/ajis-2023-0173>
- [17] Батырбек Қ. Математикалық индукция әдісі. Оқу-әдістемелік құралы. – Көкшетау: Ш.Уәлиханов атындағы КМУ, 2019. – 132 б.
- [18] Калинин С.И. Метод неравенств решения уравнений: учебное пособие по элективному курсу для классов физико-математического профиля. – М.: Московский лицей, 2013. – 112 с.
- [19] Кушнир И. Векторные методы решения задач. – М., 1994. – 107 с.
- [20] Герасименко Ю. Нестандартные способы решения математических задач //Юный ученый. - 2021. - № 11.1 (52.1). - С.7-8.

References

- [1] Әбілқасымова А.Е. (2014) Matematikany oqytudyn teorijasy men adistemesi: didaktikalyk -adistemelik negizderi: Oqu quraly [Theory and methodology of teaching mathematics: didactic and methodological foundations]. – Алматы: Мектеп, 224 б. (In Kazakh).
- [2] Dorofeev G.V. (1990) O principah otbora sodержanija shkol'nogo matematicheskogo obrazovanija [On the principles of selecting the content of school mathematics education]. Matematika v shkole. № 6. - S.2-5. (In Russian).
- [3] Semenov A.L., Abylkassymova A.E., Polikarpov S.A. Foundations of Mathematical Education in the Digital Age //Doklady Mathematics. - Vol. 107. - Suppl. 1. - 2023. - pp. S1–S9.

- [4] Vasilevskij A.B. (1988) *Obuchenie resheniju zadach po matematike: monografija* [Teaching problem solving in mathematics]. Minsk: Vyshnejshaja shkola., 256 s. (In Russian).
- [5] Benerdzhij R. (1992) *Teorija reshenija zadach* [Theory of problem solving]. M.: Mir, 242 s. (In Russian).
- [6] Tulkibaeva N.N., Usova A.V. (1991) *Metodika obucheniya uchashhihsja umeniju reshat' zadachi* [Methods of teaching students problem solving skills]. Cheljab. gos. ped. int., 186 s. (In Russian).
- [7] Poja D. (1959) *Kak reshat' zadachu: monografija* [How to solve the problem] M.: Gosuchpedgiz, 208 s. (In Russian).
- [8] Olehnik S.N., Potapov M.K., Pasichenko P.I. [1997] *Nestandartnye metody reshenija* [Non-standard solution methods]. M.: Faktorial, 219 s. (In Russian).
- [9] Dalinger V.A. (1995) *Nestandartnye uravnenija i metody ih reshenija* [Non-standard equations and methods for their solution]. Omsk. (In Russian).
- [10] Barvenov S.A. (2006) *Metody reshenija algebraicheskikh uravnenij* [Methods for solving algebraic equations]. M.: Aversjev, 245 c. (In Russian).
- [11] Suprun V.P. (2000) *Nestandartnye metody reshenija zadach po matematike* [Unconventional methods for solving problems in mathematics]. – Minsk: «Polymja». 175 s. (In Russian).
- [12] Suprun V.P. (2009) *Matematika dlja starsheklassnikov: Nestandartnye metody reshenija zadach* [Mathematics for high school students: Unconventional methods of problem solving]. M.: Knizhnyj dom «LIBROKOM». 272 s. (In Russian).
- [13] Abilqasymova A.E., Tuyaqov E.A. (2019) *Zhalpy bilim beretin mektepte matematikalyq esepтерdi shygarudy oqytydyn adistemelik negizderi. Oqu quraly* [Methodological foundations of teaching mathematical problem solving in secondary school]. Almaty, 340 b. (In Kazakh).
- [14] Abylkassymova A., Bazhi A., Dyussov M., Ardabayeva A., Zhadrayeva L., Tuyakov Y., Kenzhebek Kh.. *Mathematical Problems as a Means of Developing Students' Research Skills in the Context of School Education Content Updating* // *Journal of Law and Sustainable Development*. - Vol. 11. - No. 4 (2023). - Pages: 01-20. DOI: <https://doi.org/10.55908/sdgs.v11i4.607>
- [15] Qarabaev A.Q. (2009) *Zhogargy synyp oqushylaryn esepтерdi standartty emes tasildermen shygaruga baulu* [Encouraging high school students to solve problems in non-standard ways]: p.g.k. ... diss.: 13.00.02. Almaty. 143 b. (In Kazakh).
- [16] Altynbekov S., Ashirbayev N., Torebek Y., Kerimbekov T. *Formation of Research Skills of Future Teachers of Mathematics in Solving Olympiad Problems* // *Academic Journal of Interdisciplinary Studies*. 2023. - Vol. 6 (12). - P. 335-346. DOI: <https://doi.org/10.36941/ajis-2023-0173>
- [17] Batyrbek K. *Matematikalyq indukciya adisi. Oqu-adistemelik qyraly* [Mathematical induction method. Educational and methodological tool]. Kokshetau: Sh.Ualıhanov atyndaғы KМУ, 132 b. (In Kazakh).
- [18] Kalinin S.I. (2013) *Metod neravenstv reshenija uravnenij: uchebnoe posobie po jelektivnomu kursu dlja klassov fiziko-matematicheskogo profilja* [The Method of Inequalities for Solving Equations: A Textbook for an Elective Course for Physics and Mathematics Students]. – M.: Moskovskij licej. 112 s. (In Russian).
- [19] Kushnir I. (1994) *Vektornye metody reshenija zadach* [Vector methods for solving problems]. M. 107 s. (In Russian).
- [20] Gerasimenko Ju. (2021) *Nestandartnye sposoby reshenija matematicheskikh zadach* // *Junyj uchenyj* [Unconventional ways to solve mathematical problems // Young Scientist]. № 11.1 (52.1). S.7-8. (In Russian).