

О.С. Баяхметов^{1*}, С.К. Сахиев^{1,2}, В.Н. Померанцев³

¹ Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

² Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

³ Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия

e-mail: bayakhmetov.o.s.92@gmail.com

СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЯДРА ${}^6\text{Li}$ В ТРЕХКЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ

Аннотация

Настоящая научная работа посвящена глубокому исследованию структуры слабо связанного легкого ядра ${}^6\text{Li}$ в рамках трехкластерной $\alpha+p+n$ -модели. Основной формализм модели развит в вариационном подходе к решению уравнения Шредингера относительного движения трех кластеров в ядре ${}^6\text{Li}$. В качестве нуклон-нуклонного взаимодействия выбран реалистичный потенциал Рейда с мягким кором (RSC-potential). Для описания взаимодействия альфа-частицы и нуклонов использован потенциал с четно-нечетным расщеплением по волнам. Посчитан спектр низколежащих уровней энергии ядра ${}^6\text{Li}$, а также найдены реалистичные волновые функции относительного движения кластеров в данном ядре. Приведены матричные элементы и операторы основных статических характеристик ядра ${}^6\text{Li}$. В частности, посчитаны среднеквадратичные зарядовый и материальный радиусы, магнитный дипольный и электрический квадрупольный моменты ядра ${}^6\text{Li}$.

Ключевые слова: статические свойства, трехкластерная модель, среднеквадратичный зарядовый радиус, среднеквадратичный материальный радиус, квадрупольный момент, магнитный момент

Аңдатпа

О.С. Баяхметов¹, С.К. Сахиев^{1,2}, В.Н. Померанцев³

¹ Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

² Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

³ Д.В. Скобельцын атындағы ядролық физика ғылыми-зерттеу институты, М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу қ., Ресей

${}^6\text{Li}$ ЯДРОСЫНЫҢ ҮШ КЛАСТЕРЛІ МОДЕЛЬДЕРІНДЕГІ СТАТИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

Бұл ғылыми жұмыс үш кластерлі $\alpha+p+n$ -модель шеңберінде әлсіз байланысқан ${}^6\text{Li}$ жеңіл ядросының құрылымын терең зерттеуге арналған. Модельдің негізгі формализмі ${}^6\text{Li}$ ядросындағы үш кластердің салыстырмалы қозғалысы үшін Шредингер тендеуін шешудің вариациялық тәсілінде дамыған. Нуклон-нуклондық өзара әрекеттесуі ретінде жұмсақ кор Рейд потенциалы (RSC-potential) таңдалды. Альфа-бөлшек пен нуклондардың өзара әрекеттесуін сипаттау үшін толқындар бойынша жұп-тақ бөлінуі бар потенциалы қолданылады. ${}^6\text{Li}$ ядросының төмен орналасқан энергетикалық деңгейлерінің спектрі есептелді және осы ядродағы кластерлердің салыстырмалы қозғалысының реалисттік толқындық функциялары табылды. ${}^6\text{Li}$ ядросының негізгі статикалық сипаттамаларының матрицалық элементтері мен операторлары қарастырылады. Атап айтқанда, ${}^6\text{Li}$ ядросының орташа квадраттық зарядтық және материалдық радиустары, магниттік диполь және электрлік квадрупольдік моменттері есептелді.

Түйін сөздер: статикалық сипаттамалар, үш кластерлі модель, орташа квадраттық зарядтық радиус, орташа квадраттық материалдық радиус, квадрупольдік момент, магниттік момент

Abstract

STATIC PROPERTIES OF THE ${}^6\text{Li}$ NUCLEUS IN THE THREE-CLUSTER MODEL

Bayakhmetov O.S.¹, Sakhiyev S.K.^{1,2}, Pomerantsev V.N.³

¹ L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

² Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

³ Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

This scientific work is devoted to a deep study of the structure of the weakly bound light ${}^6\text{Li}$ nucleus in the framework of the three-cluster $\alpha+p+n$ -model. The main formalism of the model has been developed in the variational approach to solving the Schrödinger equation for the relative motion of three clusters in the ${}^6\text{Li}$ nucleus. The realistic Reid soft core potential (RSC-potential) have been utilized as the nucleon-nucleon interaction. The potential with even-odd splitting in waves is used for describing the interaction of the alpha-particle and nucleons. The spectrum of low-

lying energy levels of the ${}^6\text{Li}$ nucleus has been calculated, and realistic wave functions of the relative motion of the clusters in this nucleus have been defined. The matrix elements and operators of the main static characteristics of the ${}^6\text{Li}$ nucleus are presented. In particular, the root-mean-square charge and material radii, magnetic dipole and electric quadrupole moments of the ${}^6\text{Li}$ nucleus have been calculated.

Keywords: static properties, three-cluster model, root-mean-square charge radius, root-mean-square material radius, quadrupole moment, magnetic moment

Введение

Кластерная структура легких ядер представляет собой большой интерес в области ядерной физики низких энергий. Кластером в ядре принято называть нуклоны (протоны и нейтроны) либо ассоциации нуклонов, представляющие собой стабильные ядра с относительно большой энергией связи по сравнению с энергией связи рассматриваемой ядерной структуры. Например, одной из таких стабильных ассоциаций нуклонов является ядро ${}^4\text{He}$, то есть α -частица. Учитывая относительно небольшую энергию связи изотопов водорода и ядра ${}^3\text{He}$, приходим к выводу о том, что помимо нуклонов наилегчайшим стабильным кластером можно считать α -частицу. Выбирая систему, состоящую из одной альфа-частицы и двух нуклонов, получаем трехкластерные $\alpha+2N$ -модели легких ядер с $A = 6$, а именно ${}^6\text{Li}$, ${}^6\text{He}$, ${}^6\text{Be}$.

В данной научной работе приведем полученные результаты по исследованиям кластерной структуры ядра ${}^6\text{Li}$ в рамках трехкластерной $\alpha+p+n$ -модели. В частности, приведем полученные спектр энергий и волновую функцию основного $J^\pi = 1^+$ состояния ядра ${}^6\text{Li}$, а также значения основных статических наблюдаемых: среднеквадратичных зарядового и материального радиусов, магнитного дипольного и электрического квадрупольного моментов.

Волновая функция и спектр энергий ядра ${}^6\text{Li}$ в $\alpha+p+n$ -модели

В данной работе использован формализм трехкластерной $\alpha+2N$ -модели с Паули проектированием. В качестве нуклон-нуклонного взаимодействия был выбран реалистичный потенциал Рейда [1], а для описания взаимодействия альфа-частицы с нуклонами – потенциал с четно-нечетным расщеплением, обширно исследованный Кукулиным и соавторами в научной работе [2] при изучении кластерной структуры легких ядер с $A = 6$.

Схема трехкластерной $\alpha+p+n$ -модели в относительных координатах Якоби представлена на рисунке 1:

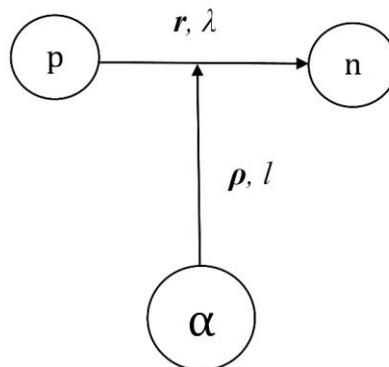


Рисунок 1. Трехкластерная модель ядра ${}^6\text{Li}$

Ограничимся лишь графическим видом радиальной волновой функции относительного движения ядра ${}^6\text{Li}$. Спин-угловая функция задается стандартным образом как неприводимое тензорное произведение сферических функций рангов, соответствующих орбитальным моментам подсистем трехкластерной модели λ и l (схема связи угловых моментов проиллюстрирована на рисунке 1), на спиновую функцию двух нуклонов. При этом векторная сумма орбитальных моментов λ и l определяет полный орбитальный момент системы L . Далее, векторная сумма полного орбитального момента L и полного спина двухнуклонной подсистемы S дают полный спин J ядра ${}^6\text{Li}$. Стоит отметить, что, учитывая принцип Паули в двухтелных подсистемах, получаем определенное количество конфигураций с квантовыми числами (λ, l, L, S) . Радиальная часть волновой функции относительного движения находится вариационным методом при решении общей задачи на собственные значения и собственные вектора. Для нахождения каждой отдельной конфигурации

радиальной части волновой функции с квантовыми числами (λ, l, L, S) использовано расширение на Гауссов базис, т.е. радиальная волновая функция представляется в виде сумм гауссоид (как правило 50-100 гауссоид на отдельную конфигурацию).

График профиля радиальной волновой функции относительного движения ядра ${}^6\text{Li}$ в основном состоянии 1^+ приведен на рисунке 2:

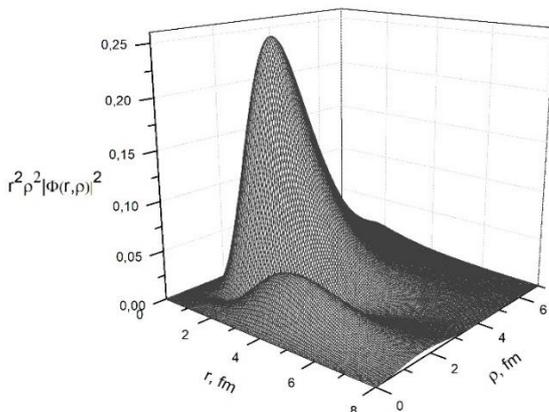


Рисунок 2. Профиль волновой функции относительного движения ядра ${}^6\text{Li}$

Приведем статистические веса конфигураций волновой функции относительного движения ядра ${}^6\text{Li}$ в основном состоянии $1^+, 0$ в таблице 1:

Таблица 1. Конфигурации волновой функции относительного движения ядра ${}^6\text{Li}$ в основном состоянии

Состояние J^π, T	Конфигурация λLS	Статистический вес $P_k, \%$
$1^+, 0$	0001	89.815
	2021	7.009
	1110	2.157
	2201	0.473
	2211	0.284
	2221	0.028
	0221	0.233

Исходя из результатов таблицы 1, наглядно видно, что основной вклад дает конфигурация с малыми значениями орбитальных моментов (0001). Это связано с тем, что при увеличении орбитального момента увеличивается центробежная сила, которая является по своей природе отталкивающей.

Спектр полученных энергий связи представлен в таблице 2:

Таблица 2. Спектр низколежащих уровней энергии ядра ${}^6\text{Li}$

Состояние J^π, T	Уровень энергии, МэВ	Экспериментальное значение, МэВ [3]
$1^+, 0$	-3.25	-3.7
$3^+, 0$	-1.04	-1.514
$2^+, 0$	1.28	0.610
$(1^+, 0)_2$	2.7	1.95

Согласно результатам таблицы 2 можно сделать вывод о том, что в целом спектр низколежащих уровней энергии ядра ${}^6\text{Li}$ в рамках трехкластерной $\alpha+p+n$ -модели описывается достаточно хорошо. Стоит отметить, что незначительная недосвязка в энергиях соответствует тому, что масса альфа-частицы значительно больше масс нуклонов. Как правило, в трехтелных моделях с двумя нуклонами

и тяжелым кором всегда наблюдается небольшая недосвязка по причине малого значения кинетической энергии кора.

Операторы и матричные элементы статических наблюдаемых

Квадрат среднеквадратичного зарядового радиуса ядра ${}^6\text{Li}$ представляется следующим выражением в трехкластерной $\alpha+p+n$ -модели:

$$r_{ch}^2({}^6\text{Li}) = \frac{2}{9}\langle\rho^2\rangle + \frac{1}{12}\langle r^2\rangle + \frac{2}{3}r_{ch}^2(\alpha) + \frac{1}{3}(r_{ch}^2(p) + r_{ch}^2(n)), \quad (1)$$

где $\langle\rho^2\rangle$ – квадрат среднего расстояния от альфа-частицы до центра масс протона и нейтрона, $\langle r^2\rangle$ – квадрат среднего расстояния между нуклонами в ядре ${}^6\text{Li}$, $r_{ch}^2(\alpha)$ – квадрат среднеквадратичного зарядового радиуса альфа-частицы, $r_{ch}^2(p)$ – квадрат среднеквадратичного зарядового радиуса протона, $r_{ch}^2(n)$ – квадрат среднеквадратичного зарядового радиуса нейтрона.

Квадрат среднеквадратичного материального радиуса ядра ${}^6\text{Li}$ определяется как разность квадрата среднеквадратичного зарядового радиуса и суммы квадратов среднеквадратичных зарядовых радиусов протона и нейтрона:

$$r_m^2({}^6\text{Li}) = r_{ch}^2({}^6\text{Li}) - r_{ch}^2(p) - r_{ch}^2(n). \quad (2)$$

Магнитный момент ядра ${}^6\text{Li}$ представляет собой следующую величину:

$$\mu({}^6\text{Li}) = \mu_p + \mu_n - \left(\mu_p + \mu_n - \frac{1}{2} \right) \sum_k \frac{J(J+1) + L_k(L_k+1) - S_k(S_k+1)}{2J(J+1)} \times P_k, \quad (3)$$

где μ_p – магнитный момент протона, μ_n – магнитный момент нейтрона, J – спин ядра ${}^6\text{Li}$, L_k – полный орбитальный момент, S_k – полный спин, P_k – статистический вес k -й конфигурации волновой функции относительного движения ядра ${}^6\text{Li}$ (см. таблицу 1).

Оператор квадрупольного момента ядра ${}^6\text{Li}$:

$$\hat{Q} = \hat{Q}_r + \hat{Q}_p = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} e \left\{ \frac{1}{4} y_{20}(\vec{r}) + \frac{2}{3} y_{20}(\vec{\rho}) \right\}, \quad (4)$$

где \hat{Q}_r и \hat{Q}_p – операторы квадрупольного момента в относительных координатах Якоби \mathbf{r} и $\boldsymbol{\rho}$, e – элементарный заряд, $y_{20}(\vec{r})$ и $y_{20}(\vec{\rho})$ – сферические гармоники второго ранга в относительных координатах Якоби \mathbf{r} и $\boldsymbol{\rho}$. Так как окончательное выражение для матричного элемента квадрупольного момента ядра ${}^6\text{Li}$ задается довольно громоздким выражением, то ограничимся лишь общим видом его оператора, заданном в выражении (4).

Результаты и обсуждение

Результаты основных статических наблюдаемых ядра ${}^6\text{Li}$ в рамках трехкластерной $\alpha+p+n$ -модели представлены в таблице 3:

Таблица 3. Статические наблюдаемые ядра ${}^6\text{Li}$

Статическая наблюдаемая	Настоящая работа	Двухкластерная модель $\alpha+d$ [3]	Эксперимент [4]
$\sqrt{r_{ch}^2}$, фм	2.56	2.60	2.56
$\sqrt{r_m^2}$, фм	2.43	-	2.43
μ , я. м.	0.82982	-	0.822
Q , мбн	5.5	-0.65	-0.82

Для более точного значения среднеквадратичных зарядового и материального радиусов ядра ${}^6\text{Li}$ нами была добавлена небольшая поправка на зарядовый радиус нейтрона $r_{ch}^2(n) = -0.1161 \text{ фм}^2$ [5]. Также были использованы следующие значения среднеквадратичных зарядовых радиусов α -частицы и протона: $\sqrt{r_{ch}^2(\alpha)} = 1.671 \text{ фм}$ и $\sqrt{r_{ch}^2(p)} = 0.875 \text{ фм}$ [5], соответственно. По результатам таблицы 3 наглядно видно, что зарядовый и материальный радиусы определены с максимальной точностью по отношению к экспериментальным данным [4]. Также магнитный дипольный момент ядра достаточно хорошо согласуется по своему значению с определенным в эксперименте [4] значением. Это свидетельствует о том, что выбранные нами конфигурации волновой функции соответствуют действительности природы трехкластерной структуры ядра ${}^6\text{Li}$.

Однако, на сегодняшний день остается открытой проблема квадрупольного момента ядра ${}^6\text{Li}$, так как его значение в $\alpha+p+n$ -модели выходит довольно завышенным и противоположным по знаку. Электрические наблюдаемые ядра ${}^6\text{Li}$ в двухкластерной $\alpha+d$ -модели были исследованы нами ранее в работе [3]. Заметим, что данная модель дает немного завышенное значение среднеквадратичного зарядового радиуса. Однако, данная модель достаточно хорошо описывает квадрупольный момент ядра ${}^6\text{Li}$. В целом, трехкластерная модель дает достаточно точные результаты статических наблюдаемых ${}^6\text{Li}$.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе представлены результаты исследований кластерной структуры ядра ${}^6\text{Li}$ в рамках трехчастичной $\alpha+p+n$ -модели. В целом, несмотря на незначительную недосвязку полученный спектр энергий достаточно хорошо согласуется с экспериментальными значениями. Стоит отметить практически точное совпадение полученных значений среднеквадратичных зарядового и материального радиусов, магнитного дипольного момента с экспериментальными данными.

Однако, квадрупольный момент не совпадает по знаку и, более того, оказывается значительно завышенным по абсолютному значению в трехкластерной модели. Тем не менее, полностью учитывая все результаты настоящей работы, можно в дальнейшем использовать полученные волновые функции для расчетов потенциалов взаимодействий и реакций ядра ${}^6\text{Li}$ с нуклонами, альфа-частицами и другими легкими и тяжелыми ядрами.

Список использованной литературы

- 1 Reid R.V. Local phenomenological nucleon-nucleon potentials // *Ann. of Phys.* – 1968. – Vol. 50. – № 3. – P. 411-448.
- 2 Kukulin V.I. et al. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model: (IV). Large space calculation for $A = 6$ nuclei with realistic nuclear forces // *Nuclear Physics A.* – 1995. – Vol. 586. – P. 151-189.
- 3 Баяхметов О.С., Сахиев С.К. Особенности кластерной структуры ядра ${}^6\text{Li}$ и ее значение при процессах термоядерного синтеза // *Вестник КазНПУ им. Абая. Серия «Физико-математические науки».* – 2019. – № 4(68). – С. 120-125.
- 4 Tilley D.R. et al. Energy levels of light nuclei $A = 5, 6, 7$ // *Nuclear Physics A.* – 2002. – Vol. 708. – № 1-2. – P. 3-163.
- 5 Horiuchi W., Suzuki Y. Momentum distribution and correlation of two-nucleon relative motion in ${}^6\text{He}$ and ${}^6\text{Li}$ // *Physical Review C.* – 2007. – Vol. 76. – P. 024311.

1 Reid R.V. (1968) *Local phenomenological nucleon-nucleon potentials* // *Ann. of Phys.* Vol. 50, № 3. 411-448.

2 Kukulin V.I. et al. (1995) *Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model: (IV). Large space calculation for A = 6 nuclei with realistic nuclear forces.* *Nuclear Physics A.* Vol. 586, 151-189.

3 Bajahmetov O.S., Sahiev S.K. (2019) *Osobennosti klasternoj struktury jadra ${}^6\text{Li}$ i ee znachenie pri processah termojadernogo sinteza [Features of the cluster structure of the ${}^6\text{Li}$ nucleus and its significance in the processes of thermonuclear fusion].* *Vestnik KazNPU im. Abaja. Serija «Fiziko-matematicheskie nauki».* № 4(68), 120-125.

4 Tilley D.R. et al. (2002) *Energy levels of light nuclei A = 5, 6, 7.* *Nuclear Physics A.* Vol. 708, № 1-2, 3-163.

5 Horiuchi W., Suzuki Y. (2007) *Momentum distribution and correlation of two-nucleon relative motion in ${}^6\text{He}$ and ${}^6\text{Li}$.* *Physical Review C.* Vol. 76, 024311.