

ФИЗИКА PHYSICS

МРНТИ 29.15.03

УДК 539.14

<https://doi.org/10.51889/2021-2.1728-7901.02>

О.С. Баяхметов^{1*}, С.К. Сахиев^{1,2}, В.Н. Померанцев³

¹ Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

² Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

³ Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия

e-mail: bayakhmetov.o.s.92@gmail.com

СВОЙСТВА ЛЕГКИХ ЯДЕР ⁶He И ⁶Be В РАМКАХ ТРЕХКЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ

Аннотация

Данная научная статья представляет собой исследование структуры легких ядер ⁶He и ⁶Be в рамках трехкластерной $\alpha+2n$ -модели. В основу методов расчета положено вариационное решение стационарного уравнения Шредингера для относительного движения трех кластеров в ядрах ⁶He и ⁶Be, соответственно. В качестве потенциала взаимодействия нуклонов выбран реалистичный потенциал Рейда, а для взаимодействия альфа-частицы и нуклонов использован потенциал с четно-нечетным расщеплением по волнам.

Посчитаны реалистичные волновые функции относительного движения альфа-частицы и нуклонов в данных ядрах и низколежащие уровни энергии. Определены статические наблюдаемые основного 0^+ состояния ядер ⁶He и ⁶Be, в частности среднеквадратичные зарядовые и материальные радиусы и энергии связи. Полученные значения среднеквадратичных зарядового и материального радиусов ядра ⁶He подтверждают гипотезу о наличии нейтронной гало-структуры данного ядра.

Ключевые слова: трехкластерная модель, волновая функция, энергия связи, среднеквадратичный зарядовый радиус, среднеквадратичный материальный радиус, статические наблюдаемые.

Аңдатпа

О.С. Баяхметов¹, С.К. Сахиев^{1,2}, В.Н. Померанцев³

¹ Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

² Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

³ Д.В. Скобельцын атындағы ядролық физика ғылыми-зерттеу институты, М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу қ., Ресей

⁶He ЖӘНЕ ⁶Be ЖЕҢІЛ ЯДРОЛАРДЫҢ ҮШ КЛАСТЕРЛІ МОДЕЛЬДЕРІНДЕГІ ҚАСИЕТТЕРІ

Бұл ғылыми мақала үш кластерлі $\alpha+2n$ -модель шеңберінде ⁶He және ⁶Be жеңіл ядролардың құрылымын зерттеуге арналған. Есептеу әдістері ⁶He және ⁶Be ядроларындағы үш кластердің салыстырмалы қозғалысы үшін стационарлық Шредингер теңдеуінің вариациялық шешіміне негізделген. Нуклондардың өзара әрекеттесуі ретінде жұмсақ реалистік Рейд потенциалы таңдалды, ал альфа-бөлшек пен нуклондардың өзара әрекеттесуін сипаттау үшін толқындар бойынша жұп-тақ бөлінуі бар потенциалы қолданылды.

Осы ядролардағы альфа-бөлшек пен нуклондардың салыстырмалы қозғалысының реалистік толқындық функциялары және төмен орналасқан энергия деңгейлері есептелген. ⁶He және ⁶Be ядроларының 0^+ негізгі күйінің статикалық бақыланатындар, атап айтқанда, орташа квадраттық зарядтық және материалдық радиустары мен байланыс энергиялары анықталды. ⁶He ядросының орташа квадраттық зарядтық және материалдық радиустарының анықталған мәндері осы ядроның нейтронды гало құрылымының болуы туралы гипотезаны растайды.

Түйін сөздер: үш кластерлі модель, толқындық функция, байланыс энергиясы, орташа квадраттық зарядтық радиус, орташа квадраттық материалдық радиус, статикалық бақыланатындар

Abstract

PROPERTIES OF LIGHT NUCLEI ${}^6\text{He}$ AND ${}^6\text{Be}$ IN THE FRAMEWORK OF THE THREE-CLUSTER MODEL

Bayakhmetov O.S.¹, Sakhiyev S.K.^{1,2}, Pomerantsev V.N.³

¹ *L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

² *Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

³ *Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

This scientific work is the study of the structure of light nuclei ${}^6\text{He}$ and ${}^6\text{Be}$ in the framework of the three-cluster $\alpha+2n$ -model. The calculation methods have been based on the variational solution of the stationary Schrödinger equation for the relative motion of three clusters in ${}^6\text{He}$ and ${}^6\text{Be}$ nuclei, respectively.

The realistic Reid potential has been chosen as the nucleon-nucleon interaction potential, and the potential with even-odd wave splitting has been used for the interaction of the alpha-particle and nucleons. Realistic wave functions of the relative motion of the alpha particle and nucleons in these nuclei and low-lying energy levels have been calculated. The static observables of the 0^+ ground state of ${}^6\text{He}$ and ${}^6\text{Be}$ nuclei, in particular, the root-mean-square charge and material radii and binding energies, have been determined. The obtained values of the root-mean-square charge and material radii of the ${}^6\text{He}$ nucleus confirm the hypothesis of the presence of a neutron halo structure of this nucleus.

Keywords: three-cluster model, wave function, binding energy, root-mean-square charge radius, root-mean-square material radius, static observables

Введение

Кластерная структура легких ядер представляет собой важный аспект современных исследований в ядерной физике [1]. В данной статье мы рассмотрим структуру легких ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$ в рамках трехкластерной $\alpha+2n$ -модели. Основная цель работы заключается в исследовании низколежащих уровней энергии и статических характеристик ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$.

В научной работе [2] была подробно изучена трехкластерная $\alpha+p+n$ -структура ядра ${}^6\text{Li}$. В частности, впервые были построены реалистичные волновые функции и достаточно точно определены низколежащие уровни энергии. Данные результаты повлекли за собой множество других современных научных работ, посвященных дальнейшим исследованиям кластерной структуры как ядра ${}^6\text{Li}$ [3, 4], так и других легких слабосвязанных ядер [5]. Таким образом, учитывая тот факт, что ядро ${}^6\text{Li}$ на сегодняшний день максимально исследовано в рамках используемой модели, сосредоточим свое внимание на менее изученных свойствах других ядер с массой $A = 6$, то есть ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$.

Формализм трехкластерной $\alpha+2n$ -модели

Трехкластерная $\alpha+2n$ -модель впервые была подробно исследована в серии научных статей Кукулина В.И. и соавторов [2, 6-8]. В данных работах приведены результаты по изучению кластерной структуры ядра ${}^6\text{Li}$. В частности, рассчитаны реалистичные волновые функции для низколежащих уровней энергии ядра, найдены энергии связи, посчитаны статические наблюдаемые, а также продольные и поперечные электромагнитные формфакторы. Формализм $\alpha+2n$ -модели с такими же выбранными потенциалами взаимодействия кластеров, как и в работе [2], может также быть применен и для менее исследованных ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$.

Структура $\alpha+2n$ -модели с использованием относительных координат Якоби $(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$ приведена на рисунке 1:

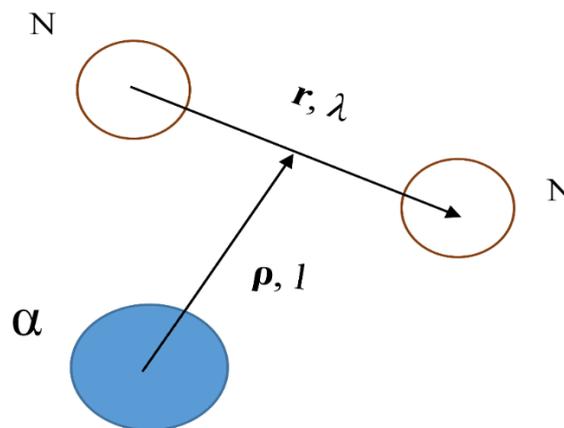


Рисунок 1. Кластерная $\alpha+2n$ -модель в координатах Якоби $(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$

Два нуклона соединены радиус-вектором \mathbf{r} и движутся с относительным орбитальным моментом λ . Далее, α -частица рассматривается как тяжелый кластер и соединяется с центром масс двух нуклонов радиус-вектором ρ с соответствующим орбитальным моментом относительного движения l . Полный орбитальный момент системы L определяется векторной суммой угловых моментов λ и l . В свою очередь, полный спин S определяется векторной суммой спинов двух нуклонов s_1 и s_2 . Радиальная часть волновой функции относительного движения задается суммой гауссианов. При этом для отдельно взятой конфигурации с угловыми моментами (λLS) необходимо порядка 100 гауссианов для оптимальной точности расчета. Нелинейные параметры гауссианов определяются вариационным методом решения стационарного уравнения Шредингера. Таким образом, полная волновая функция относительного движения рассматриваемой модели задается следующим выражением:

$$\Phi^{oml}(r, \rho) = \sum_{i\lambda l} C_i^{\lambda l} r^\lambda \rho^l \exp(-\alpha_i^\lambda r^2 - \beta_i^l \rho^2) \times \sum_{M_L M_S \mu m} \langle LM_L SM_S | JM_J \rangle \langle \lambda \mu l m | LM_L \rangle y_{\lambda \mu}(\hat{r}) y_{lm}(\hat{\rho}) \chi_{SM_S}(\xi_1, \xi_2), \quad (1)$$

где $C_i^{\lambda l}$ – линейный параметр разложения, α_i^λ и β_i^l – нелинейные параметры разложения на гауссианы, $\langle LM_L SM_S | JM_J \rangle$ и $\langle \lambda \mu l m | LM_L \rangle$ – коэффициенты Клебша-Гордана, $y_{\lambda \mu}(\hat{r})$ и $y_{lm}(\hat{\rho})$ – сферические функции, $\chi_{SM_S}(\xi_1, \xi_2)$ – спиновая функция, L и M_L – полный орбитальный момент и его проекция, S и M_S – полный спин и его проекция, J и M_J – спин ядра и его проекция, μ и m – проекции относительных орбитальных моментов λ и l .

Гамильтониан выбранной нами модели представим в следующем виде:

$$H^{tot} = T + V_{NN}(r) + V_{N_1\alpha} + V_{N_2\alpha}, \quad (2)$$

где T – кинетическая энергия, $V_{NN}(r)$ – потенциал нуклон-нуклонного взаимодействия, $V_{N_1\alpha}$ – потенциал взаимодействия альфа-частицы и i -го нуклона.

В качестве NN-взаимодействия был выбран реалистичный потенциал Рейда [2]. В свою очередь, для исследования $N\alpha$ -взаимодействия был использован потенциал с четно-нечетным расщеплением:

$$V_{N\alpha} = V_C + V_{ls}(\mathbf{ls}), \quad (3)$$

где V_C – центральная часть, $V_{ls}(\mathbf{ls})$ – спин-орбитальная часть потенциала. Учитывая четно-нечетное расщепление потенциала, для четных и нечетных волн взаимодействия имеем разные параметры глубины и размытия потенциала. Потенциалы имеют гауссоидную форму:

$$V(r) = V_0 \exp(-k^2 r^2) \quad (4)$$

Параметры V_0 и k для центральной и спин-орбитальной частей потенциала, взятые из работы [2], приведены в таблице 1:

Таблица 1. Параметры потенциала $N\alpha$ -взаимодействия

Часть потенциала	Четные волны		Нечетные волны	
	V_0 , МэВ	k , фм^{-1}	V_0 , МэВ	k , фм^{-1}
Центральная V_C	-65.58	0.6203	-46.303	0.43216
Спин-орбитальная V_{ls}	-12.169	0.8032	-15.931	0.62816

Используя гамильтониан системы (2) и действуя на волновую функцию относительного движения (1), решаем стационарное уравнение Шредингера относительного движения и получаем стандартную задачу на собственные значения и собственные вектора. Линейные и нелинейные параметры разложения радиальной части волновой функции на гауссианы и уровни энергий ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$ были найдены стохастическим вариационным методом.

Результаты и обсуждение

Результаты составленной нами вариационной программы по расчету низколежащих уровней ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$ представлены в таблицах 2 и 3:

Таблица 2. Низколежащие уровни энергии и конфигурации волновых функций ядра ${}^6\text{He}$

Состояние J^π, T	Энергия связи, МэВ	Экспериментальная энергия связи, МэВ	Конфигурация λLS	Вес, %
$0^+, 1$	-0.278	-0.975	0000	88.108
			1111	9.838
			2200	1.528
			3311	0.525
$2^+, 1$	1.571	0.825	2020	20.617
			0220	41.975
			1111	34.664
			1121	0.032
			2220	0.351
			3311	1.290
			4220	0.504
			2420	0.569

Таблица 3. Низколежащие уровни энергии и конфигурации волновых функций ядра ${}^6\text{Be}$

Состояние J^π, T	Энергия связи, МэВ	Экспериментальная энергия связи, МэВ	Конфигурация λLS	Вес, %
$0^+, 1$	1.61	1.37	0000	92.492
			1111	1.533
			2200	5.890
			3311	0.086
$2^+, 1$	2.70	3.0411	2020	4.202
			0220	5.030
			1111	89.095
			1121	0.001
			2220	0.106
			3311	1.420
			4220	0.044
			2420	0.103

Состояния ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$ совпадают по значению спина, изоспина и четности. Нами были исследованы основное 0^+1 и первое возбужденное 2^+1 состояния данных ядер. Для расчета были использованы также одинаковые для обоих ядер конфигурации волновых функций и размерности их базисов. В целом, спектр энергий обоих ядер оказался недосвязанным на небольшую величину. При этом было выбрано максимальное количество возможных конфигураций волновых функций, в частности с большими угловыми моментами. Из результатов наглядно видно, что для основного состояния обоих ядер доминирующей является S-конфигурация (0000). В случае первого возбужденного состояния происходит значительное смешивание конфигураций с различными угловыми моментами.

Посчитанные значения статических характеристик ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$ приведены в таблице 4:

Таблица 4. Статические наблюдаемые ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$

Наблюдаемая	Ядро ${}^6\text{He}$		Ядро ${}^6\text{Be}$
	Теория	Эксперимент [9]	Теория
$\sqrt{r^2}, \text{ фм}$	4.57		12.73
$\sqrt{\rho^2}, \text{ фм}$	3.95		11.06
$\sqrt{r_{ch}^2}, \text{ фм}$	2.09	2.054(14)	6.56

$\sqrt{r_m^2}$, фм	2.57	2.48(3)	6.49
---------------------	------	---------	------

Первые две статические наблюдаемые $\sqrt{r^2}$ и $\sqrt{\rho^2}$ несут в себе смысл величины среднего расстояния между двумя нуклонами и между центром масс двух нуклонов и альфа-частицы, соответственно.

Как видно из полученных результатов, нейтроны в ядре ${}^6\text{He}$ удалены друг от друга на 4.57 фм, а альфа-частица находится на расстоянии 3.95 фм относительно их центра-масс.

Удивителен факт того, что данные наблюдаемые для ядра ${}^6\text{Be}$ принимают довольно-таки огромные значения (12.73 фм и 11.06 фм, соответственно), что соответствует размерностям тяжелых ядер. Причина в том, что между двумя протонами действует сильное кулоновское отталкивание, а также альфа-частица отталкивается от протонов кулоновским взаимодействием.

Сильное кулоновское отталкивание кластеров в ядре ${}^6\text{Be}$ также подтверждается полученными нами большими значениями его среднеквадратичного зарядового и среднеквадратичного материального радиусов (6.56 фм и 6.49 фм). В целом, согласно экспериментальным данным [9] ядро ${}^6\text{Be}$ является нестабильным, соответственно его наблюдаемые сверхчувствительны к измерению.

В связи с этим до сих пор отсутствуют данные по статическим характеристикам и свойствам ядра ${}^6\text{Be}$. Материальный и зарядовый радиусы ядра ${}^6\text{He}$ хорошо согласуются с экспериментальными значениями. Как и ожидалось, среднеквадратичный материальный радиус превышает среднеквадратичный зарядовый на величину порядка 0.5 фм. В этом смысле можно говорить о нейтронной гало-структуре данного ядра.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе нами рассмотрена и исследована кластерная структура легких ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^6\text{Be}$ в рамках трехчастичной $\alpha+2n$ -модели. В целом, спектр энергий для низколежащих состояний данных ядер по сравнению с экспериментальными значениями оказывается частично недосвязанным. Тем не менее, среднеквадратичные зарядовый и материальный радиусы ядра ${}^6\text{He}$ достаточно хорошо согласуются с экспериментом. Подтверждается гипотеза о нейтронной гало-структуре ядра ${}^6\text{He}$. Стоит отметить, что уровни энергий более точно воспроизводятся для ядра ${}^6\text{Be}$. Однако, в силу нестабильности данной ядерной системы, не хватает экспериментальных значений статических наблюдаемых для ядра ${}^6\text{Be}$. Таким образом, проблема кластерной структуры ядра ${}^6\text{Be}$ остается актуальной задачей для исследований в ядерной физике низких энергий.

Список использованной литературы

- 1 Abbas A. Structure of $A = 6$ nuclei: ${}^6\text{He}$, ${}^6\text{Li}$ and ${}^6\text{Be}$ // *Modern Physics Letters A*. – 2004. – Vol. 19 № 31. – P. 2365-2370.
- 2 Kukulin V.I. et al. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model: (IV). Large space calculation for $A = 6$ nuclei with realistic nuclear forces // *Nuclear Physics A*. – 1995. – Vol. 586. – P. 151-189.
- 3 Horiuchi W., Suzuki Y. Momentum distribution and correlation of two-nucleon relative motion in ${}^6\text{He}$ and ${}^6\text{Li}$ // *Physical Review C*. – 2007. – Vol. 76. – P. 024311-1-13.
- 4 Kakenov M., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Bayakhmetov O. Properties of dibaryons in nuclear medium // *Eur. Phys. J. A*. – 2020. – Vol. 56. – P. 266-1-18.
- 5 Bayakhmetov O. et al. Static properties of the ${}^9\text{Be}$ nucleus in the ground and excited states in the cluster model // *Phys. Scr.* – Vol. 94. – P. 085301-1-7.
- 6 Kukulin V.I., Krasnopol'sky V.M., Voronchev V.T., Sazonov P.B. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model (I). Ground state of ${}^6\text{Li}$ // *Nuclear Physics A*. – 1984. – Vol. 417, № 1. – P. 128-156.
- 7 Kukulin V.I., Krasnopol'sky V.M., Voronchev V.T., Sazonov P.B. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model (II). The spectrum of low-lying states of nuclei with $A = 6$ // *Nuclear Physics A*. – 1986. – Vol. 453. – P. 365-388.
- 8 Kukulin V.I., Voronchev V.T., Kaipov T.D., Eramzhyan R.A. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model (III). Electromagnetic structure of ${}^6\text{Li}$ // *Nuclear Physics A*. – 1990. – Vol. 517. – P. 221-263.
- 9 Tilley D.R. et al. Energy levels of light nuclei $A = 5, 6, 7$ // *Nuclear Physics A*. – 2002. – Vol. 708. – №1-2. – P. 3-163.

References

- 1 Abbas A. (2004) Structure of $A = 6$ nuclei: ${}^6\text{He}$, ${}^6\text{Li}$ and ${}^6\text{Be}$. *Modern Physics Letters A*. Vol. 19, № 31, 2365-2370.
- 2 Kukulin V.I. et al. (1995) Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model: (IV). Large space calculation for $A = 6$ nuclei with realistic nuclear forces. *Nuclear Physics A*. Vol. 586, 151-189.
- 3 Horiuchi W., Suzuki Y. (2007) Momentum distribution and correlation of two-nucleon relative motion in ${}^6\text{He}$ and ${}^6\text{Li}$. *Physical Review C*. Vol. 76, 024311-1-13.
- 4 Kakenov M., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Bayakhmetov O. (2020) Properties of dibaryons in nuclear medium. *Eur. Phys. J. A*. Vol. 56, 266-1-18.

5 Bayakhmetov O. et al. Static properties of the ${}^9\text{Be}$ nucleus in the ground and excited states in the cluster model. *Phys. Scr.* Vol. 94, 085301-1-7.

6 Kukulin V.I., Krasnopolsky V.M., Voronchev V.T., Sazonov P.B. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model (I). Ground state of ${}^6\text{Li}$. *Nuclear Physics A.* 1984. 417, № 1, 128-156.

7 Kukulin V.I., Krasnopolsky V.M., Voronchev V.T., Sazonov P.B. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model (II). The spectrum of low-lying states of nuclei with $A = 6$. *Nuclear Physics A.* 1986. Vol. 453, 365-388.

8 Kukulin V.I., Voronchev V.T., Kaipov T.D., Eramzhyan R.A. (1990) Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model (III). Electromagnetic structure of ${}^6\text{Li}$. *Nuclear Physics A.* Vol. 517, 221-263.

9 Tilley D.R. et al. (2002) Energy levels of light nuclei $A = 5, 6, 7$. *Nuclear Physics A.* Vol. 708. №1-2, 3-163.