

МРНТИ 30.15.27  
УДК 531+539.376

<https://doi.org/10.51889/2021-3.1728-7901.05>

*К. Бисембаев<sup>1\*</sup>, Ж.Өмиржанова<sup>1</sup>, Қ.Султанова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Ө.А. Жолдасбеков атындағы механика және машинатану институты, Алматы қ., Қазақстан*

<sup>2</sup>*Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

*\*e-mail: kuat\_06@mail.ru*

## **КИНЕМАТИКАЛЫҚ ДІРІЛДЕН ҚОРҒАУ ЖҮЙЕСІНЕ ОРНАТЫЛҒАН СЕРПІМДІ ПЛАСТИНАНЫҢ ЖАЗЫҚ ТЕРБЕЛІСІН ЗЕРТТЕУ**

*Аңдатпа*

Теңселмелі тіректі қолдана отырып, дірілден қорғайтын қондырғыларды құру қазіргі кезде көлік құралдарында және ғимараттарды сейсмикалық қорғауда кеңінен қолданылады.

Бұл жұмыста әр түрлі серпімді пластинканың тербелмелі қозғалысын математикалық модельдеу қарастырылған. Остроградский-Гамильтон принципі бойынша жоғары ретті айналу беттерімен шектелген діріл тіректеріндегі серпімді пластинканың қозғалыс теңдеулері алынды. Дірілтірекке орнатылған тік бұрышты, біртекті серпімді пластинканың меншікті жиіліктері Ритц әдісімен анықталды. Тікбұрышты, біртекті серпімді пластинканың меншікті жиіліктерінің мәні биіктіктің өсуімен азайатыны, ал қалыңдығының артуымен жоғарылайтыны анықталды. Екінші форманың меншікті жиілігінің бірінші форманың меншікті жиіліктеріне қатынасы пластинканың геометриялық параметрлеріне байланысты емес екендігі тағайындалды.

**Түйін сөздер:** дірілденқорғау, дірілтірек, Ритц әдісі, меншікті форма, серпімді пластинка, сейсмоқорғау.

*Аннотация*

*К. Бисембаев<sup>1</sup>, Ж.Өмиржанова<sup>1</sup>, Қ.Султанова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт механики и машиноведения им. акад. У.А.Джолдасбекова, г. Алматы, Қазақстан*

<sup>2</sup>*Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Қазақстан*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО КОЛЕБАНИЯ УПРУГОЙ ПЛАСТИНКИ С КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ВИБРОЗАЩИТЫ**

Создание средств виброзащиты, использующих опоры качения, в настоящее время получило широкое распространение в транспортной технике и сейсмозащите сооружений.

В этой работе будет рассматриваться математическое моделирование колебательного движения упругих пластин имеющих прямоугольные формы. Получены уравнения движения упругих пластин на виброопорах ограниченных поверхностями вращения высокого порядка принципом Остроградского-Гамильтона. Определены собственные частоты упругих пластин имеющих прямоугольные формы методом Ритца. Установлено, что значение собственных частот упругих пластин уменьшается с увеличением высоты и растет с увеличением толщины. Отношение собственной частоты второй формы на собственные частоты первой формы не зависит от геометрических параметров пластин.

**Ключевые слова:** виброзащита, виброопора, метод Ритца, собственные формы, упругие пластинки, сейсмозащита.

*Abstract*

## **INVESTIGATION OF THE PLANE VIBRATION OF AN ELASTIC PLATE WITH A KINEMATIC VIBRATION PROTECTION SYSTEM**

*Bissembayev K.<sup>1</sup>, Omyrzhanova Z., Sultanova K.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Institute of mechanics and machine science at Academy named after U. A. Dzholdasbekov, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

Creation of vibro-protective devices on rolling contact bearings is widely spread in transportation technology and seismic protection. In this work, mathematical modeling of the oscillation movements of the elastic plate will be considered. The equations of motion for elastic plate on vibration supports bounded by high-order rotation surfaces by the Ostrogradsky-Hamilton principle are obtained. The natural frequencies of elastic plate are determined.

It is established that the value of the natural frequencies of elastic plate decreases with increasing height and increases with the width of the bases. The ratio of the natural frequency of the second form to the natural frequency of the first form does not depend on the geometrical parameters of the plate.

**Keywords:** vibration protection, vibration support, Ritz method, own shapes, elastic plate.

## 1 Кіріспе

Соңғы жылдары, сейсмикалық оқшаулау деп аталатын сейсмикалық төзімділікті арттырудың жаңа әдісі құрылыста өз орнын тапты. Сейсмикалық оқшаулау құрылымдары іргетастың байланысын әлсіретеді, бұл ғимараттардың динамикалық қасиеттерінің өзгеруіне және жер сілкінісінің әсерінің төмендеуіне әкеледі. Бұл құрылымдарға жылжымалы белдіктер, ажыратылатын байланыстар, резеңке-металлдық тіректер және басқалары жатады. Сейсмикалық оқшаулау жүйесін кеңінен қолдану жасаудың және монтаждаудың күрделілігімен немесе құнының жоғары болуымен шектеледі. Сонымен қатар сейсмикалық оқшаулағыш түріне кинематикалық фундаменттерде жатады.

Кинематикалық фундамент, плитаға орнатылған сфералық беттермен шектелген қозғалмалы тіректен тұрады және ол фундаментке орнатылған құрылғының горизонталь жазықтықта қозғалуын қамтамасыз етеді.

Жоғары ретті параболалық беттермен шектелген тіректің кинематикалық және динамикалық қасиеттері жеткілікті түрде [1, 2] жұмыстарда сипатталған.

Горизонталь бағытты сейсмикалық жүктеме әсереткенде, релаксацияланатын жер қабатында дөңгелеу үйкелісін ескерген жағдайда жоғары ретті айналу беттерімен шектелген теңселмелі тірекке орнатылған біртекті серпімді құрылғының дірілдеуін бағалауды [3] мақалада қарастырады

Дөңгелек жұқа пластинкалардың меншікті көлденең тербелістерінің спектрінің құрылымы әр түрлі шекаралық жағдайларда жақсы зерттелген мәселелер болып табылады. Бұл, біріншіден, мұндай құрылымдық элементтердің инженерлік құрылғыларда жиі қолданумен, екіншіден, кейбір жағдайларда аналитикалық шешімді алуға мүмкіндік беретін геометрияның қарапайымдылығымен байланысты. Бұл тақырып туралы жұмыстардың тізімі ауқымды, зерттеу нәтижелеріне жүйелі шолу [4] берілген.

Сандық әдістерді қолдану кезкелген геометриядағы жұқа пластинаның меншікті тербелісінің жиелігінің және формасының мәндерін табуға мүмкіндік береді. [5]-ші жұмыста жұқа пластинаның параметрлерінің (қалыңдығы немесе қатандығы) аз ғана біртектісіздігінің, оның меншікті жиелігіне ықпалын сипаттайтын асимптотикалық формуласы алынған.

Егер мәселе айнымалыларды бөлуге мүмкіндік берсе, онда бір өлшемді есептер үшін меншікті мәндер табудың шекаралық есептерінің асимптотикалық шешімін құру алгоритмі [6] жұмыста сипатталған.

Параметрлердің сызықты бұзылуы бар біртекті емес дөңгелек пластиналардың тербелістерін зерттеуде асимптотикалық әдістер [7] жұмыста, ал тесіктері бар пластинка үшін – [8] -те қолданылды.

Релаксацияланатын жер қабатындағы дөңгелеу үйкелісін ескерген жағдайда, түзетілетін беттермен шектелген теңселмелі тірекке орнатылған серпімді пластинканың тербелісі туралы есептер қызығушылық тудырады.

Бұл мақалада діріл тірекке орнатылған серпімді пластинканың тербелмелі қозғалысын математикалық моделдеуді қарастырады және бұнда серпімді пластинканың әртүрлі формасына сәйкес келетін меншікті жиеліктеріне бағалау жүргізіледі

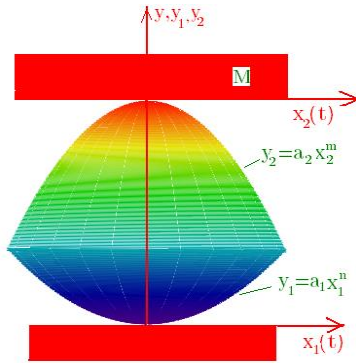
## 2 Мәселенің қойылуы

Кинематикалық іргетастың моделі 1- суретте көрсетілген. Теңселмелі тірек төменнен және жоғарыдан, сәйкес мынадай теңдеулермен сипатталатын беттермен шектелген:

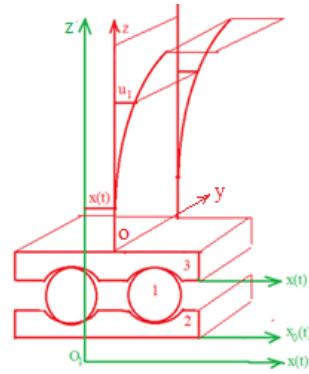
$$y_1 = a_1 x_1^n \text{ и } y_2 = a_2 x_2^m \quad (1)$$

Кинематикалық амортизатордың төменгі және жоғарғы табандарының горизонталь және вертикаль орын ауыстыруын сәйкес  $x_0(t)$  және  $x(t)$  өрнекпен белгілейміз

Теңселмелі тіректен тұратын қозғалмалы табанға орнатылған серпімді пластинканың жазық тербелісін қарастырамыз (2-сурет),  $H$  – тірек биіктігі.



Сурет 1. Жоғары ретті беттермен шектелген теңселмелі тіректің схемасы



Сурет 2. Қозғалмалы табы бар пластина тәрізді құрылғының схемасы

$xO_1y$ -қозғалмайтын санақ жүйесіне қатысты дірілден қорғайтын дене нүктесінің горизонталь ығысуы  $w(y, z, t)$  функциясымен, ал жоғарғы табанмен байланысқан қозғалатын санақ жүйесіне қатысты  $w_1(y, z, t)$  функциясымен сипатталады. Сонда, қозғалмайтын санақ жүйесіне қатысты дірілден қорғалатын дененің әрбір нүктесінің горизонталь ығысуы үшін мына теңдік орындалады

$$w(y, z, t) = x(t) + w_1(y, z, t) \quad (2)$$

### 3 Түзетілген беттермен шектелген кинематикалық дірілтірекке орнатылған серпімді пластинаның қозғалыс теңдеуі

Негізгі болжамдар. Тік бұрышты контурмен шектелген қалыңдықтағы тұрақты  $a$  болатын біркелкі пластиналардың көлденең тербелістерін қарастырамыз. Зерттеу келесі болжамдарға негізделген: Тербеліс кезіндегі пластинаның иілу деформациясы, Гук заңына бағынатын аз серпімді деформациялар деп ұйғарылады. Пластинаның нейтралды қабаты бар деп есептеледі, оның нүктелерінің арасындағы қашықтық пластинаның кішкене ауытқуында өзгермейді. Біртекті пластинада бұл қабат ортаңғы бетпен сәйкес келеді, пластинаның қалыңдығын екіге бөледі.

Біз пластинаның деформацияланбаған күйіндегі бейтарап қабатпен сәйкес келетін жазықтықты  $oyz$  координаталық жазықтық ретінде қабылдаймыз, одан жеке пластина элементтерінің ауытқуын есептейміз,  $ox$  осі 2-суретте көрсетілгендей солға бағытталған. Сонымен қатар, пластина бүгілген кезде бейтарап қабаттың барлық нүктелері осіне параллель орын ауыстырады деп болжанады және  $oz$  бейтарап қабатқа нормальда жататын бөлшектер осы нормальда қалады және пластина майысқанда, нейтралды қабатпен қиылысатын  $A$  нүктесінің айналасындағы нормальмен бірге бұрылады. бейтарап қабатқа нормальда жататын барлық нүктелердің орын ауыстырулары  $ox$  осіне параллель, бірдей және бейтарап қабаттың сәйкес нүктелерінің ығысуына тең.

Теңселмелі дірілтірекке орнатылған серпімді пластинасының қозғалыс теңдеуін шығару үшін Остроградский - Гамильтон принципін қолданамыз. Бұл жерде серпімді пластина үшін Остроградский - Гамильтон функционалды  $S$  мынадай түрде болады

$$S = \frac{1}{2} \int_0^t \iiint_{S_0} \left\{ m(y, z) \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \frac{M}{S_0} \dot{x}^2 - D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)^2 + 2D(1 - \sigma) \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right)^2 \right] - \right. \\ \left. - m(y, z) a [g + \ddot{z}_0(t)] \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 - 2m(y, z) [g + \ddot{z}_0(t)] \Delta z - \frac{2M}{S_0} [g + \ddot{z}_0(t)] \Delta z \right\} dy dz dt \quad (3)$$

мұндағы  $w(y, z)$  – пластинка нүктелерінің ығысуы. Қозғалмайтын координаталар жүйесіне қатысты дірілден қорғалатын дененің әрбір нүктелерінің көлденең ығысуы мынадай түрде болады

$$w(y, z, t) = w_1(y, z, t) + x(t) \quad (4)$$

Мұндағы  $w(y, z)$ -  $xO_1y$  қозғалмайтын координаталар жүйесіне қатысты дірілден қорғалатын дененің әрбір нүктелерінің көлденең ығысуы, ал  $w_1(y, z, t)$ -жоғарғы табанмен байланысқан  $xOz$  қозғалатын координаталар жүйесіне қатысты көлденең ығысуы.

Жылжымалы координат жүйелеріне қатысты жоғары ретті айналу беттерімен шектелген діріл тіректеріндегі пластинаның көлденең тербелістерінің теңдеуі келесі түрде болады:

$$m(y, z) \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + D \left[ \frac{\partial^4 w_1}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w_1}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w_1}{\partial z^4} \right] + 2a [g + \ddot{z}_0(t)] \frac{\partial}{\partial z} \left[ m(y, z) \frac{\partial w_1}{\partial z} \right] = -m(y, z) \ddot{x}(t) \\ \ddot{x} + \frac{M_p + M}{M} \frac{1}{H} [g + \ddot{z}_0(t)] \left[ N_n (x - x_0)^{\frac{1}{n-1}} - (x - x_0) \right] = -\frac{M_p}{M} \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \quad (5)$$

мұндағы.  $M_p = S_0 m(y, z)$

Есептің шекаралық шарттары

$$z = 0: w(y, 0) = 0, \frac{\partial w(y, 0)}{\partial z} = 0; z = h: \frac{\partial^2 w(y, h)}{\partial z^2} = 0, \frac{\partial^3 w(y, h)}{\partial z^3} = 0; \\ y = 0: \frac{\partial^2 w(0, z)}{\partial y^2} = 0, \frac{\partial^3 w(0, z)}{\partial y^3} = 0; y = b: \frac{\partial^2 w(b, z)}{\partial y^2} = 0, \frac{\partial^3 w(b, z)}{\partial y^3} = 0.$$

Риц әдісімен серпімді пластинканың меншікті жиіліктерін анықтайық. ... (3) функционалға төмендегі өрнекті қойамыз және оны  $2\pi/\omega$  период аралығында  $t$  уақыт бойынша интегралдағаннан кейін мынаны аламыз

$$x_0(t) = 0, x(t) = 0, \ddot{z}_0(t) = 0 \\ w(y, z, t) = \mathcal{G}(y, z) \sin(\omega t + \gamma) \quad (6)$$

және оны  $2\pi/\omega$  период аралығында  $t$  уақыт бойынша интегралдағаннан кейін мынаны аламыз

$$S = \frac{2\pi}{\omega} \iint_{s_0} \left\{ m(y, z) \omega^2 \mathcal{G}^2(y, z) - D \left( \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial z^2} \right)^2 + \right. \\ \left. + 2D(1 - \sigma) \left[ \frac{\partial^2 \mathcal{G}(y, z)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \mathcal{G}(y, z)}{\partial z^2} - \left( \frac{\partial^2 \mathcal{G}(y, z)}{\partial y \partial z} \right)^2 \right] - m(y, z) a g \left( \frac{\partial \mathcal{G}(y, z)}{\partial z} \right)^2 \right\} dy dz \quad (7)$$

Зерттелетін тікбұрышты пластинаның бір шеті кинематикалық амортизатордың жоғарғы қондырмасына қатаң бекітілген, ал басқа шеттері бос. Есептің жуық шешімі үшін минимизациялау формасын ретунде мынаны аламыз

$$\mathcal{G}(y, z) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathcal{G}_i(y, z) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(y) \psi_i(z) \quad (8)$$

мұндағы  $\psi_i(z)$ - сырықтың  $i$ -ші меншікті формасы және ол  $z = 0$  болатын шеті ендіріліп бекітілген, ал  $z = h$  болатын шеті еркін, яғни бос болатын сырықтың шекаралық шарттарын қанағаттандырады.

Осы жағыдай үшін шекаралық шарттар мынадай

$$\psi_i(0) = \frac{\partial \psi_i(0)}{\partial z} = 0; \frac{\partial^2 \psi_i(h)}{\partial z^2} = \frac{\partial^3 \psi_i(h)}{\partial z^3} = 0 \quad (9)$$

Сырықтың  $i$ -ші меншікті формасының теңдеуі мынадай

$$\psi_i(z) = C \left[ U(k_i z) - \frac{S(k_i z)}{T(k_i h)} V(k_i z) \right], \quad (10)$$

мұндағы

$$U(k_i z) = \frac{1}{2} [ch(k_i z) - \cos(k_i z)]; S(k_i z) = \frac{1}{2} [ch(k_i z) + \cos(k_i z)];$$

$$T(k_i z) = \frac{1}{2} [sh(k_i z) + \sin(k_i z)]; V(k_i z) = \frac{1}{2} [sh(k_i z) - \sin(k_i z)].$$

$i = 1, 2, 3 \dots n$

$k_i$  коэффициенті  $ch(kh)\cos(kh) + 1 = 0$  трансцендентті теңдеудің шешімі болады, ал  $\varphi_i(y)$ - екі шеті бос болатын сырықтың шекаралық шарттарын қанағаттандыратын сырықтың  $i$ -ші меншікті формасы. Шеттері бос болатын сырықтар үшін шекаралық шарттар мынадай

$$\frac{\partial^2 \varphi_i(0)}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 \varphi_i(0)}{\partial y^3} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi_i(b)}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 \varphi_i(b)}{\partial y^3} = 0 \quad (11)$$

Осы жағыдай үшін сырықтың бірінші формасы мынадай  $\varphi_1(y, t) = const$ , және ол сырықтың барлық нүктелері үшін бірдей болатын ілгерілемелі орын ауыстыруды анықтайды. Сырықтың  $\varphi_2(y, t) = \alpha y + \beta$  екінші формасы, орны бастапқы шарттар арқылы табылатын қандайда бір өстің айналасында айналмалы орын ауыстыруды анықтайды. Үшінші форма мынадай түрде болады

$$\varphi_3(z) = A \left[ S(k_3 z) - \frac{T(k_3 z)}{U(k_3 b)} T(k_3 b) \right]$$

мұндағы  $k_3$  коэффициенті  $ch(kb)\cos(kb) - 1 = 0$  трансцендентті теңдеудің шешімі болады,  $\alpha_i$  - параметрлерінің мәндері функционалдың экстримум шарттарынан, яғни мына теңдеулерден анықталады:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_i} = 0, \quad (i = 1, 2, 3 \dots n) \quad (12)$$

Ритцтің жиелік теңдеуі мынадай түрде болады

$$\begin{vmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \dots & W_{1n} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \dots & W_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{n1} & W_{n2} & W_{n3} & W_{nn} \end{vmatrix} = 0 \quad (13)$$

мұндағы

$$W_{ij} = a\omega^2 T_{ij} - D(U_{ij}^y + U_{ij}^z + 2U_{ij}^{yz}) + 2D(1 - \sigma)(U_{ij}^{yz} - R_{ij}^{yz}) - agK_{ij}^z \quad (14)$$

$$T_{ij} = m \int_0^b \varphi_i(y) \varphi_j(y) dy \int_0^h \psi_i(z) \psi_j(z) dz, \quad U_{ij}^y = \int_0^b \frac{\partial^2 \varphi_i(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \varphi_j(y)}{\partial y^2} dy \int_0^h \psi_i(z) \psi_j(z) dz$$

$$U_{ij}^z = \int_0^b \varphi_i(y) \varphi_j(y) dy \int_0^h \frac{\partial^2 \psi_i(z)}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \psi_j(z)}{\partial z^2} dz, \quad U_{ij}^{yz} = \int_0^b \frac{\partial^2 \varphi_i(y)}{\partial y^2} \varphi_j(y) dy \int_0^h \psi_i(z) \frac{\partial^2 \psi_j(z)}{\partial z^2} dz \quad (15)$$

$$R_{ij}^{yz} = \int_0^b \frac{\partial \varphi_i(y)}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j(y)}{\partial y} dy \int_0^h \frac{\partial \psi_i(z)}{\partial z} \frac{\partial \psi_j(z)}{\partial z} dz, \quad K_{ij}^z = \int_0^b m(y, z) \varphi_i(y) \varphi_j(y) dy \int_0^h \frac{\partial \psi_i(z)}{\partial z} \frac{\partial \psi_j(z)}{\partial z} dz$$

#### 4 Меншікті жиеліктерді есептеу

Жүйенің параметрлерінің мынадай  $m(y, z) = m = const, a = 10\text{м}, b = 100\text{м}, h = 60\text{м},$   
 $E = 21.6 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}, \rho = 7.7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$  мәндері үшін, (13) және (14) формула бойынша серпімді пластинаның меншікті жиеліктеріне есептеу жүргізілді. Жүйенің меншікті жиелігінің әртүрлі геометриялық параметрлері үшін бірінші, екінші және үшінші формаларға сәйкес келетін мәндері 1 және 2 кестеде көрсетілген. Жүйенің меншікті тербелісінің жиелігі пластинаның биіктігі өскенде кемиді, ал қалыңдығы ұлғайғанда артады. Екінші және бірінші меншікті формаға сәйкес келетін меншікті жиеліктердің қатынасы құрылғының параметрлеріне тәуелді болмайды.

Кесте 1. Серпімді пластина қалыңдығының әртүрлі мәндері үшін меншікті жиелігі және формасы

№	форма	a	b	h <sub>1</sub>	ω	μ <sub>1</sub>	μ <sub>2</sub>	h <sub>2</sub>	ω	μ <sub>1</sub>	μ <sub>2</sub>
1	бірінші	10	100	60	4.9	-1	-7.6·10 <sup>-4</sup>	80	2.77	-1	-1.66·10 <sup>-3</sup>
2	екінші	10	100	60	32.5	2.1·10 <sup>-3</sup>	-1	80	18.97	3.63·10 <sup>-3</sup>	-1
3	үшінші	10	100	60	105.6	-4.2·10 <sup>-4</sup>	-6.3·10 <sup>-5</sup>	80	67.1	-5.9·10 <sup>-4</sup>	-8.7·10 <sup>-5</sup>

Кесте 2. Серпімді пластина биіктігінің әртүрлі мәндері үшін меншікті жиелігі және формасы

№	форма	b [м]	h [м]	a [м]	ω [1/с]	μ <sub>1</sub>	μ <sub>2</sub>	a [м]	ω [1/с]	μ <sub>1</sub>	μ <sub>2</sub>
1	бірінші	100	60	5	3.5	-1	-7.6·10 <sup>-4</sup>	15	6.02	-1	-7.6·10 <sup>-4</sup>
2	екінші	100	60	5	22.9	2.1·10 <sup>-3</sup>	-1	15	39.8	2.1·10 <sup>-3</sup>	-1
3	үшінші	100	60	5	74.7	-4.2·10 <sup>-4</sup>	-6.4·10 <sup>-5</sup>	15	129.4	-4.2·10 <sup>-4</sup>	-6.4·10 <sup>-5</sup>

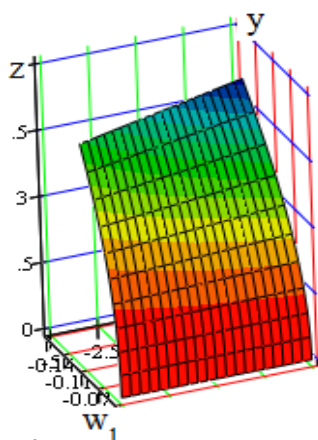
Серпімді пластинканың бірінші, екінші және үшінші формасы сәйкес мынадай түрде болады:

$$\mathcal{G}_1(y, z) = C_1 [\mu_{11}\varphi_1(y)\psi_1(z) + \mu_{12}\varphi_2(y)\psi_2(z) + \mu_{13}\varphi_3(y)\psi_3(z)],$$

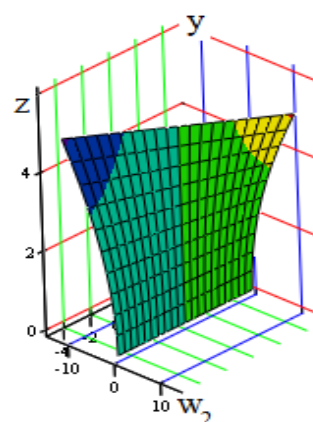
$$\mathcal{G}_2(y, z) = C_2 [\mu_{21}\varphi_1(y)\psi_1(z) + \mu_{22}\varphi_2(y)\psi_2(z) + \mu_{23}\varphi_3(y)\psi_3(z)],$$

$$\mathcal{G}_3(y, z) = C_3 [\mu_{31}\varphi_1(y)\psi_1(z) + \mu_{32}\varphi_2(y)\psi_2(z) + \mu_{33}\varphi_3(y)\psi_3(z)].$$

мұндағы  $\mu_{ij}$  - серпімді пластинканың меншікті формалары,  $C_i$  - тұрақтылар. 3-4 суреттерде серпімді пластинкалардың бірінші, екінші формалары  $\beta = 0$  үшін көрсетілген.



Сурет 3. Серпімді пластинканың бірінші формасы



Сурет 4. Серпімді пластинканың екінші формасы

## 5 Қорытынды

Түзетілген беттермен шектелген теңселмелі дірілтірекке орнатылған серпімді пластинканың механикалық моделі құрылды. Релаксацияланатын жер қабатындағы домалау үйкелісі болған жағдайда түзетілген беттері бар діріл тіректеріне орналасқан серпімді пластинканың қозғалыс теңдеулері алынады. Қозғалыс теңдеуінің жүйелері сызықты емес екендігі анықталды, өйткені ол сызықтық емес ығысу кезінде сақталады. Біртекті серпімді пластинканың меншікті тербелісінің жиіліктеріне есептеу жүргізілді.

Теңселмелі тірекке орнатылған пластинканың меншікті жиілігі пластинка биіктігінің жоғарылауымен төмендейтіні, ал пластинка табанының қалыңдығы артқан сайын артады анықталды. Екінші және бірінші меншікті формаларға сәйкес келетін меншікті жиіліктердің қатынасы пластинканың геометриялық параметрлеріне байланысты емес екендігіне тағайындалды.

**Алғыс хаттар.** Бұл жұмыс Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігінің гранттық қаржыландыруымен орындалды (ИРН AP08856744 «Түзетілетін беттері бар теңселмелі дірілтіректен тұратын дірілден қорғайтын қондырғының стохастикалық моделін жасау», 2020-2022жж.)

### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Bissembayev, K., Jomartov, A., Tuleshov, A., Dikambay, T., Analysis of the oscillating motion of a solid body on vibrating bearers //Machines, 2019, p.1-21
- 2 Bissembayev, K., Omyrzhanova Zh., Friction arising from rolling of a bearing with straightened surfaces on a relaxing ground// Proceedings of 22<sup>nd</sup> International Conference “MECHANIKA 2017”- Lithuania.-2017.- P. 52-57
- 3 Bissembayev K., Omyrzhanova O., Sultanova K., Oscillations specific for the homogeneous rod like elastic structure on the kinematic absorber basis with rolling bearers having straightened surfaces, Mechanisms and Machine Science, 2019, 68, pp.187-195.
- 4 Leissa A. W. Vibration of plates. Washington, US : Government Printing Office, 1969. 353 p.
- 5 Смирнов А. Л., Васильев Г. П., Частоты собственных колебаний круглой тонкой пластины с нелинейно возмущенными параметрами, Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2021, том 21, выпуск 2, 227– 237 DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-2-227-237>
- 6 Bauer S. M., Filippov S. B., Smirnov A. L., Tovstik P. E., Vaillancourt R. Asymptotic methods in mechanics of solids. Basel : Birkhauser, 2015. 325 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-18311-4>
- 7 Vasiliev G. P., Smirnov A. L. Free vibration frequencies of a circular thin plate with variable parameters // Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. 2020. Vol. 53, № 3. P. 351–357. <https://doi.org/10.1134/S1063454120030140>
- 8 Smirnov A. L. Free vibrations of annular circular and elliptic plates // COMPDYN Proceedings. 2019. Vol. 2. P. 3547–3555.

### References

- 1 Bissembayev, K., Jomartov, A., Tuleshov, A., Dikambay, T. (2019) Analysis of the oscillating motion of a solid body on vibrating bearers Machines, p.1-21 machines7030058, <https://www.mdpi.com/2075-1702/7/3/58>
- 2 Bissembayev, K., Omyrzhanova Zh. (2017) Friction arising from rolling of a bearing with straightened surfaces on a relaxing ground Proceedings of 22<sup>nd</sup> International Conference “MECHANIKA”- Lithuania.52-57 <http://zurnalas.mechanika.ktu.lt/?layout=2>
- 3 Bissembayev K., Omyrzhanova O., Sultanova K. (2019) Oscillations specific for the homogeneous rod like elastic structure on the kinematic absorber basis with rolling bearers having straightened surfaces, Mechanisms and Machine Science, , 68, pp.187-195. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-03320-0\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-030-03320-0_20)
- 4 Leissa A. W. Vibration of plates. Washington, US : Government Printing Office, 1969. 353 p.
- 5 Smirnov F.L., Vasil'ev G.P.(2021), Chastoty sobstvennyh kolebanij krugloj tonkoj plastiny s nelinejno vozmushhennymi parametrami, Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mehanika. Informatika, 2021, том 21, выпуск 2, 227– 237 DOI: <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-2-227-237>(In Russian)
- 6 Bauer S. M., Filippov S. B., Smirnov A. L., Tovstik P. E., Vaillancourt R. Asymptotic methods in mechanics of solids. Basel : Birkhauser, 2015. 325 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-18311-4>
- 7 Vasiliev G. P., Smirnov A. L. (2020) Free vibration frequencies of a circular thin plate with variable parameters // Vestnik St. Petersburg University. Mathematics. Vol. 53, № 3. 351–357. <https://doi.org/10.1134/S1063454120030140>
- 8 Smirnov A. L. (2019) Free vibrations of annular circular and elliptic plates. COMPDYN Proceedings. Vol. 2. P. 3547–3555.