

МРНТИ 50.07.05; 27.35.14  
УДК 533.9.01; 519.63; 519.684

<https://doi.org/10.51889/2021-4.1728-7901.04>

А.А. Исахов<sup>1\*</sup>, Ж.Б. Рахымжанова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан  
\*e-mail: alibek.issakhov@gmail.com

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОНЫ ПОДТОПЛЕНИЯ ПРИ ПРОРЫВЕ ДАМБЫ МЕТОДОМ VOF С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

### Аннотация

В данной работе исследовали проблему прорыва плотины. Эту проблему авторы изучили при помощи численного моделирования на основе уравнений Навье-Стокса с турбулентной моделью k-epsilon RNG, также был использован метод Volume of Fluid (VOF) и алгоритм Pressure Implicit Split Operator (PISO). Для верификации численной модели авторы использовали тестовую задачу прорыв плотины в 450 канале. Результаты моделирования сравнивались с экспериментальными данными и с численными данными другого автора. Убедившись в корректности математической модели, авторы провели численное моделирование основной задачи в трех вариантах: без барьеров, с одним препятствием, с двумя препятствиями. Поскольку преграды удерживали поток, можно заметить снижение уровня воды и замедление времени появления воды. Основная цель работы проанализировать течение в канале со сложными рельефами поворотов.

**Ключевые слова:** метод VOF, алгоритм PISO, прорыв плотины, уравнение Навье-Стокса.

### Аңдатпа

А.А. Исахов<sup>1</sup>, Ж.Б. Рахымжанова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ал-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ, Қазақстан

## САНДЫҚ МОДЕЛЬДЕУ КӨМЕГІМЕН БӨГЕТШЕНІҢ БҰЗЫЛУЫ КЕЗІНДЕ СУ ДЕҢГЕЙІНІҢ КӨТЕРІЛГЕН АЙМАҚТАРЫН VOF ӘДІСІМЕН АНЫҚТАУ

Бұл жұмыста бөгеттің бұзылу мәселесі зерттелінді. Авторлар бұл мәселені турбулентті k-epsilon RNG үлгісімен Навье-Стокс тендеулеріне негізделген сандық модельдеу арқылы зерттеді, сонымен қатар Volume of Fluid (VOF) әдісі мен Pressure Implicit Split Operator (PISO) алгоритмін қолданды. Сандық модельді тексеру үшін авторлар 45<sup>0</sup> арнасында бөгеттердің бұзылуының тестілік есебін алды. Модельдеу нәтижелері эксперименттік мәліметтермен және басқа автордың сандық деректерімен салыстырылды. Математикалық модельдің дұрыстығына көз жеткізген авторлар негізгі есептің сандық модельдеуін үш нұсқада жүргізді: бөгетшелерсіз, бір бөгетшемен, екі бөгетшелерімен. Кедергілер ағынды тежегендіктен, су деңгейінің төмендеуі мен судың пайда болуының баяулауын байқауға болады. Бұл жұмыстың негізгі мақсаты - күрделі бұрылыс рельефтері бар арнадағы ағымды талдау.

**Түйін сөздер:** VOF әдісі, PISO алгоритмі, бөгеттің бұзылуы, Навье-Стокс тендеуі.

### Abstract

## DETERMINATION OF THE FLOODING ZONE DURING A DAM BREAKS USING THE VOF METHOD BY NUMERICAL SIMULATION

Issakhov A.A.<sup>1</sup>, Rakhymzhanova Zh.B.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

In this paper, we investigated the problem of dam breakage. The authors studied this problem using numerical modeling based on the Navier-Stokes equations with a turbulent k-epsilon RNG model and used the Volume of Fluid (VOF) method and the PISO algorithm. To verify the numerical model, the authors used the test problem of dam break in a 45<sup>0</sup> channel. The simulation results were compared with experimental data and with numerical data of another author. Having convinced of the correctness of the mathematical model, the authors carried out a numerical simulation of the main problem in three versions: without barriers, with one obstacle, with two obstacles. As the obstructions restrained the flow, a decrease in the water level and a slower time for the appearance of water could be observed. The main goal of this work is to analyze the flow in a channel with complex turn reliefs.

**Keywords:** VOF method, PISO algorithm, dam break, Navier-Stokes equation.

## Введение

Дамба - гидротехническое сооружение, которое создавалось людьми для защиты территории от затопления. Также дамбы нужны для регулирования ширины русел рек, и для соединения или разделения каналов, но основной задачей является ограждение местности, которое находится неподалеку от зоны водного ресурса. Когда такое сооружение внезапно рушится невозможно обойтись без ущерба окружающей среде, в худшем случае такое происшествие может привести к многочисленным потерям человеческих жизней. Если приводить пример, то в ночь на 31 марта 2014 года в Бухар-Жырауском районе Карагандинской области прорвало Кокпектинскую дамбу из-за чудовищных паводков. В последствие чего поселок Кокпекты полностью накрыло волной, 323 дома было подтоплено, из них 50 домов было снесено, 12 людей были срочно госпитализированы и погибло 5 человек. Если бы людей вовремя не эвакуировали бы, то жертв было бы больше. Из этого следует, что определение зоны подтопления и время подтопления крайне важные задачи.

Определение зон подтопления является сложным процессом, для которого нужно учесть много факторов, таких как: рельеф местности, объем водохранилища, размер прорана, средняя скорость волны прорыва, расстояния от плотины до объекта и т. д. Для определения зоны подтопления чаще всего используют картографическое моделирование или математическое моделирование.

В данный момент есть несколько конкурирующих методов которые моделируют жидкости. У каждого из методов есть свои положительные и отрицательные стороны. Сеточные методы Эйлера, гидродинамика сглаженных частиц (SPH), методы, основанные на завихрениях, являются одними из распространенных методов. Метод Volume of fluid (VOF) относится к классу Эйлеровых методов. Этот метод был представлен Хёртом и Николсом в 1981 году [1]. VOF метод использует минимальный объем памяти и не требует применения сложных алгоритмов деформации сетки. Движение водной поверхности при прорыве дамбы методом VOF для различных препятствий были исследованы в работах [2, 3]. Были установлены наилучшие формы препятствий для понижения давления на стенках плотины.

Численные методы должны решать течение водного потока в реалистичных речных системах со сложными вариациями рельефа речных русел и пойм. Такие задачи рассматривал [4] и исследовал течение прорыва плотины в канале с боковым сужением. На равне с этим эксперименты по прорыву плотины рассматривают и в отраслях судостроения. Так в работе [5] был проведен эксперимент, где исследовали взаимодействие набегающей волны на фиксированную структуру на водяной поверхности. Если рассматривать течение воды при прорыве дамбы через канал, то были эксперименты и численные результаты в изогнутом канале [6], в канале с изгибом 90 градусов [7] и с изгибом 45 градусов [8, 9]. В таких задачах уровень воды на поворотах поднимается с внешней стороны, а с внутренней понижается. Изгибы могут замедлять течение и повлиять на распространение воды ниже по течению, из этого следует, что форма геометрии влияет на скорость распространения.

В настоящей работе была выполнена проверка математической модели на основе тестовой задачи. Результаты численного моделирования почти сходились с экспериментальными данными. Базируясь на тестовой задаче, авторы провели численное моделирование основной задачи в трех вариантах: без препятствий, с одним препятствием, с двумя препятствиями. Препятствия, которые находились по каналу, снизили уровень воды под конец канала. Это можно увидеть из сравнительных графиков и иллюстраций.

## Методы исследования

В данной работе для создания математической модели использовалась система уравнений Навье-Стокса в векторной форме

$$u=0 \quad (1)$$

$$\partial u \partial t + uu = 1f - 1p + 1u \quad (2)$$

$$\partial \chi \partial t + u \nabla \chi = 0 \quad (3)$$

где  $u$  - скорость потока,  $t$  - время,  $p$  - давление,  $\rho$  - плотность воды,  $f$  - обозначает внешнюю силу тела,  $\mu$  - динамическая вязкость и  $\chi$  - фазовая характеристика. При данных обстоятельствах внешняя сила тела – это гравитация.

Распространение воды моделируется при помощи метода Volume of fluid (VOF). Идея метода в том, что для каждой вычислительной ячейке соответствует какое-либо скалярное число. Это скалярное число определяет границу между фазами. Например, если брать границы воздух-вода, то ячейка будет заполнена полностью водой, только тогда, когда скалярное число будет равно 1. Значит если оно будет равно 0, то в ячейке отсутствует вода, а если значение будет лежать между нулем и единичкой, то ячейка является межфазной.

Для скалярного числа определяется уравнение баланса массы в ячейке

$$\partial C \partial t + \nabla V C = 0 \quad (4)$$

где  $V$  - скорость,  $t$  – время. Это уравнение для несжимаемой жидкости и так как в работе  $N$  несмешивающихся фаз, то уравнение примет следующий вид

$$C_i \partial t + \nabla V_i C_i = 0 \quad (5)$$

где

$$i = 1 \quad N C_i = 1 \quad (6)$$

Применяя формулы (5), (6) происходит расчет переноса фаз и с помощью данной математической модели возможно вычислить движение многофазной несмешиваемой жидкости.

В качестве численного алгоритма в работе использовался алгоритм PISO (Pressure Implicit Split Operator). В начале алгоритма выбираются начальные  $U$  и  $p$ , и начинается временной шаг. Затем обновляются граничные условия и решается линейная система

$$M \times U = -\nabla p \quad (7)$$

Получив новое значение  $U$ , строится новая матрица  $A$  и вектор  $H$ . Затем вычисляется массовый расход по граням ячеек и корректируя давление, получаем новое значение  $p$ . После этого исправляем массовый поток по граням ячеек. Дальше корректируя импульс, получаем новый  $U$  и обновляем граничные условия. Начиная с построения матрицы и вектора все шаги повторяются для заданного количество раз.

### Верификация модели

Для верификации математической модели на основе тестовой задачи провели сравнение экспериментальных, численных данных с полученными результатами моделирования. В качестве тестовой задачи выбрали эксперимент проведенный Spinewine и Zech [10] в рамках CADAM (Concerted Action on Dambreak Modeling). Экспериментальное оборудование состоит из резервуара в ширину 2.39м, в длину 2.44м и в высоту 0.58м. Также из резервуара выходит прямоугольный канал шириной 0.495м и длиной около 8м. Канал расположен на 0.33м выше дна резервуара и имеет изгиб в 45 градусов. Вследствие чего, на входе в канал имеется резкая ступенька, которая оказывает влияние на отток. Ворота, которые удерживают воду, отделяют канал от резервуара. Для имитации прорыва плотины ворота открываются мгновенно. На рисунке 1 показана полная геометрия тестовой задачи.

В конце канала вода вытекает, то есть граничные условия в конце канала являются открытой стеной. Кроме того, верхняя часть экспериментального оборудования также является открытой стеной, а все остальные граничные условия представляют замкнутые стены.

Уровень воды измерялся при помощи датчиков уровня в 7 местах вдоль канала и в одном месте в резервуаре. В таблице 1 показано точное расположение точек замера.

Численное моделирование производилось 20 секунд с начала прорыва дамбы с временным шагом  $\Delta t = 0.001$  секунд. Используя декартовую сетку с размером 0.016 м, в итоге размер вычислительной сетки составил 1 113 611 элементов и 1 175 004 узлов. На рисунке 2 изображены результаты изменения высоты уровня воды в 8 контрольных точках.

Датчик G1 расположен внутри резервуара и представляет кривую опустошения резервуара. Как видно из рисунка 2а опустошение резервуара происходит максимально близко к экспериментальным

данным. Датчик G2 размещен в нескольких сантиметрах от входа в канал. Из рис. 2б заметно, что наше численное моделирование лучше совпадает с экспериментальными данными чем численное моделирование Spinewine и Zech [10] с помощью модели Boltzmann. Следующие датчики G3 и G4 расположены соответственно на полпути между входом в канал и поворотом и независимо перед поворотом. Рис.2г показывает, что на 9.7с есть скачок уровня воды, это происходит из-за ударной волны от края изгиба канала. Это ударная волна, разумеется, дойдет до точки G3 и это видно из рис.2в, где на 15.4с уровень воды повышается. Датчики G5-внешний датчик, G6-датчик посередине и G7-внутренний датчик находятся сразу после изгиба по линии поперечного сечения канала. Как можно заключить из рис 2д и 2ё, уровень воды во внешнем датчике выше, чем во внутреннем. Когда вода ударяется об стенку около G5 появляется криволинейный скачок, то есть ударная волна. Это отраженная от стены ударная волна достигает внутренней части стенки и двигается вверх по течению. Последний датчик G8 расположен соответственно в нескольких сантиметрах после изгиба. Чаще всего, время прихода воды хорошо предсказывается, однако некоторые неточности приводят к погрешностям и влияют на уровень воды. В связи с этими погрешностями начало прибытие воды в точке G8 отличается от экспериментальных данных. Максимальная разница составляет 0.4с. Несмотря на это, полученные результаты численного моделирования и экспериментальные данные показали приемлемое соответствие. Вследствие этого, можно судить о правильности математической модели для расчета движения потоков при прорыве дамбы.

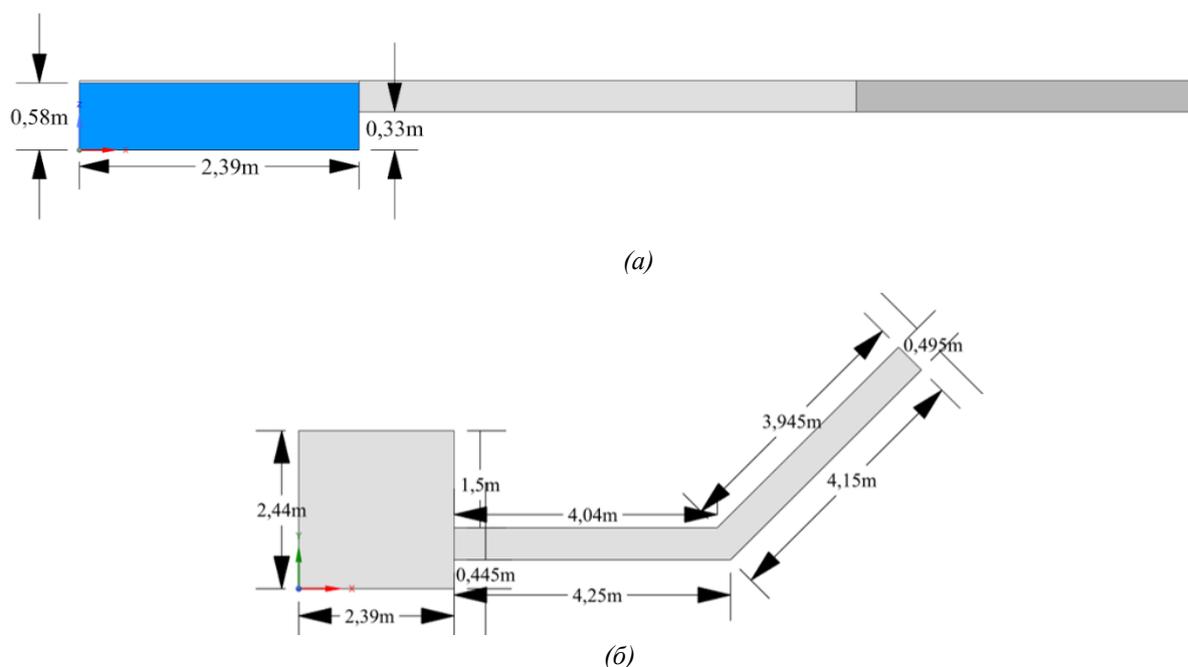


Рисунок 1. Геометрия тестовой задачи вид с боку (а) и вид с верху (б)

Таблица 1. Расположение точек замера

|    | $x[m]$ | $y[m]$ |    | $x[m]$ | $y[m]$ |
|----|--------|--------|----|--------|--------|
| G1 | 1.59   | 0.69   | G5 | 6.74   | 0.72   |
| G2 | 2.74   | 0.69   | G6 | 6.65   | 0.8    |
| G3 | 4.24   | 0.69   | G7 | 6.56   | 0.89   |
| G4 | 5.74   | 0.69   | G8 | 7.07   | 1.22   |

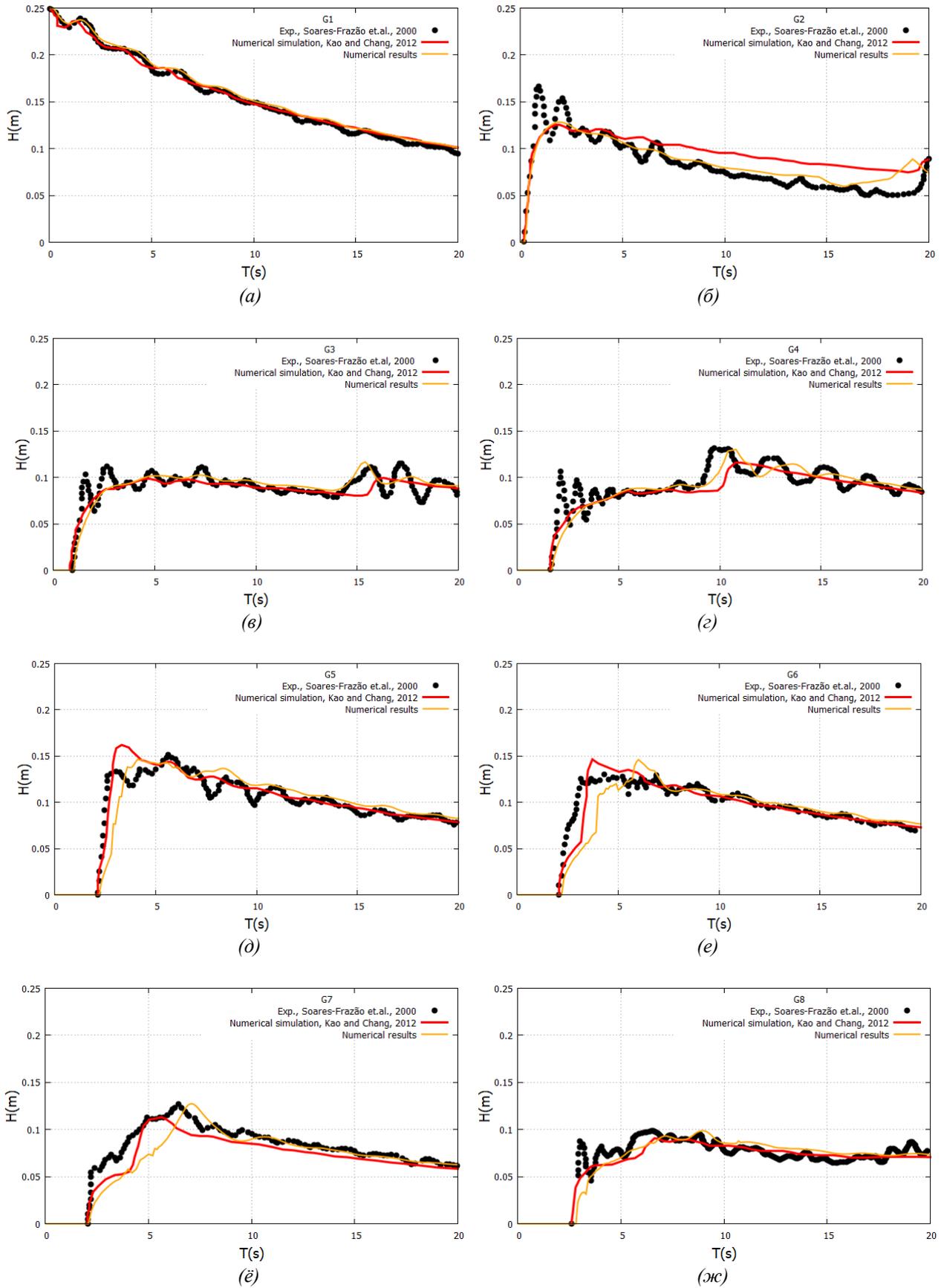


Рисунок 2. Результаты изменения уровня воды в контрольных точках

### Основная задача

Взяв за основу тестовую задачу, вид первого варианта реальной задачи будет таковым: размер резервуара будет 2.39x2.44x0.58м, из резервуара выходит канал шириной 0.495м и длиной около 8м, вместо 45 градусного изгиба произвольно изогнутый изгиб, а под конец ширина канала составляет 0.42м, при этом канал соединен с резервуаром под наклоном 1 градус. Также, как и в тестовой задаче канал расположен на 0.33м выше дна резервуара и затвор отделяет канал от резервуара. На рисунке 3 показана детальная схема первого варианта основной задачи.

Рассматривая граничные условия основной задачи, были выбраны аналогичные граничные условия тестовой задачи. Кроме того, применена опять же декартова сетка с размером элемента 0.016 м, следовательно число узлов равно 1 145 858 и число элементов равно 1 087 983. С целью определения уровня воды были выбраны 6 контрольных точек. Их точное расположение указано в таблице 2.

Второй вариант основной задачи – это такой же канал, но с трапециевидным препятствием до изгиба. Рисунок представляет вид с боку с контрольными точками. Их расположение такое же, как и в первом варианте. Добавив препятствие, размер вычислительной сетки уменьшился. Число элементов составило 1 086 721.

Высота препятствия равна 0.025м, а длина 0.35м. Схема трапециевидного препятствия отображено на рисунке 5.

Кроме того, был смоделирован третий вариант основной задачи с 2 препятствиями трапециевидной формы. Собственно говоря, ко второму варианту основной задачи дополнительно в канал под конец изгиба добавили препятствие высотой 0.05м. Детальная схема препятствия и вид с боку показаны на рисунке 6.

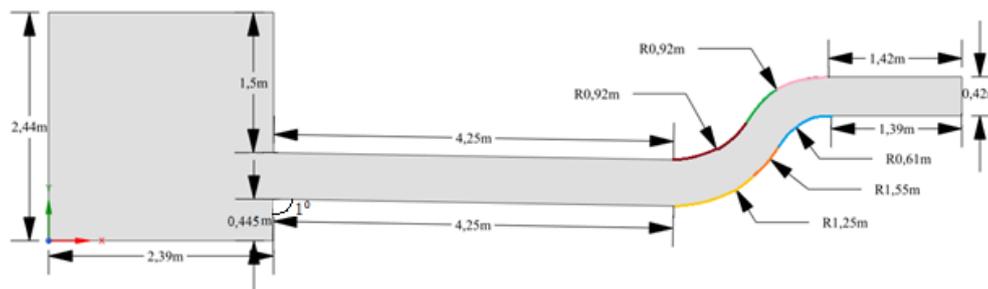


Рисунок 3. Детальная схема первого варианта основной задачи вид сверху

Таблица 2. Расположение контрольных точек

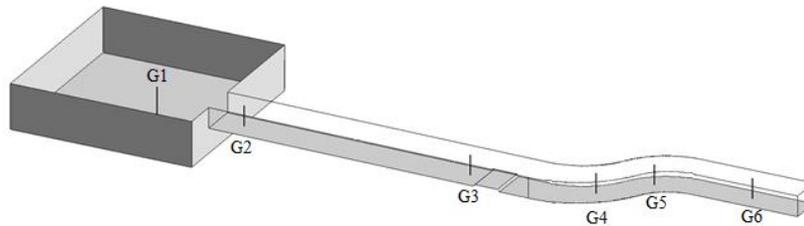
|      | $x[m]$ | $y[m]$ |      | $x[m]$ | $y[m]$ |
|------|--------|--------|------|--------|--------|
| $G1$ | 1.59   | 0.69   | $G4$ | 7.3    | 0.84   |
| $G2$ | 2.74   | 0.685  | $G5$ | 7.8    | 1.37   |
| $G3$ | 5.74   | 0.635  | $G6$ | 9      | 1.55   |

Численное моделирование длилось 20 секунд с начала открытия ворот с временным шагом  $\Delta t=0.005c$ . Результаты моделирования можно увидеть на рисунке 7.

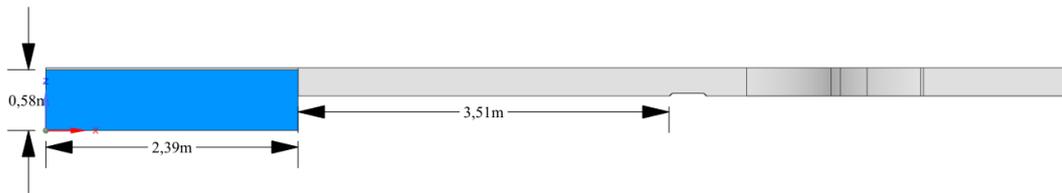
Как видно из графиков время появления воды благодаря барьерам замедляется. Так как точки  $G1$ ,  $G2$  и  $G3$  находятся до барьеров, то в начальные секунды моделирования разницы нет. Однако примерно на 1.9 с поток воды достигает первого препятствия. Вследствие чего, появляется ударная волна и течение меняет свое направление и возвращается в резервуар. Вследствие, на графиках 7а, 7б и 7в заметны резкие скачки уровня воды и видно, что уровень воды увеличивается с появлением преград. Индикативная точка  $G4$  расположена между двумя препятствиями. Из графика 7г заметно, что уровень воды ниже, когда есть только одно препятствие, так как остальная вода утекает. При двух препятствиях уровень воды намного выше, потому что высота второго препятствия в два раза больше, поэтому основную часть воды удерживает второе препятствие. Точка  $G5$  установлена на второй преграде. Согласно графику 7д при отсутствии второй преграды изменения уровня воды были незначительными, а постройка второй плотины значительно увеличила уровень воды. Датчик  $G6$

расположен после второго барьера. Из графика 7е видно, как уровень воды при двух преградах намного уменьшился.

Если сравнивать все три варианта: канал без препятствий, канал с одним препятствием высотой в 0.025м и канал с двумя препятствиями высотой в 0.025м и 0.05м, то вода достигает конца канала на 4.2 секунде, 4.4 секунде и 4.6 секунде соответственно. После 10с поток, который бежал по каналу без преград, принимает спокойный вид, а в других вариантах вода успокаивается примерно на 15 с.



(а)



(б)

Рисунок 4. Вид сверху (а) и сбоку (б) второго варианта основной задачи с контрольными точками

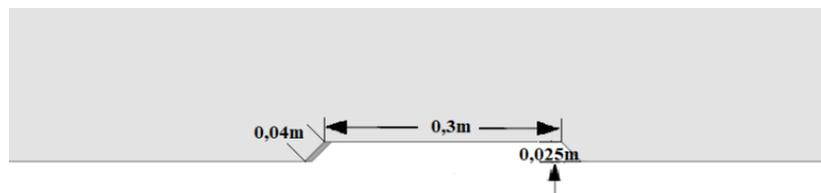


Рисунок 5. Схема трапецевидного препятствия

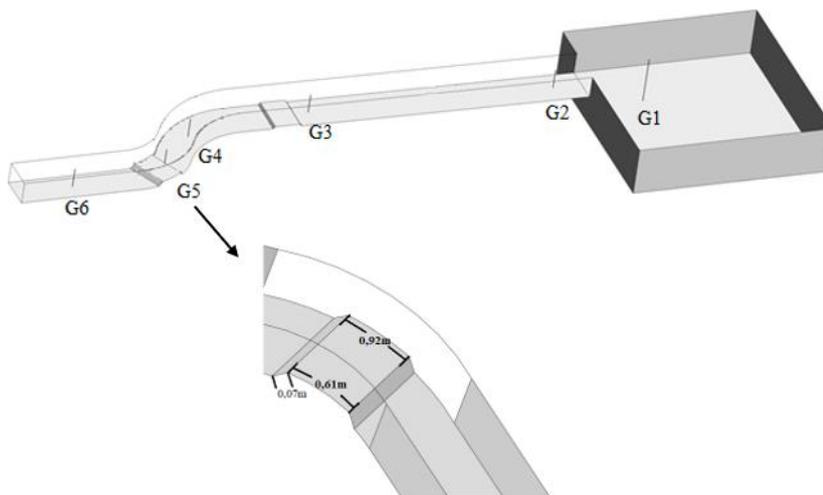


Рисунок 6. Детальная схема препятствия и вид сбоку третьего варианта основной задачи

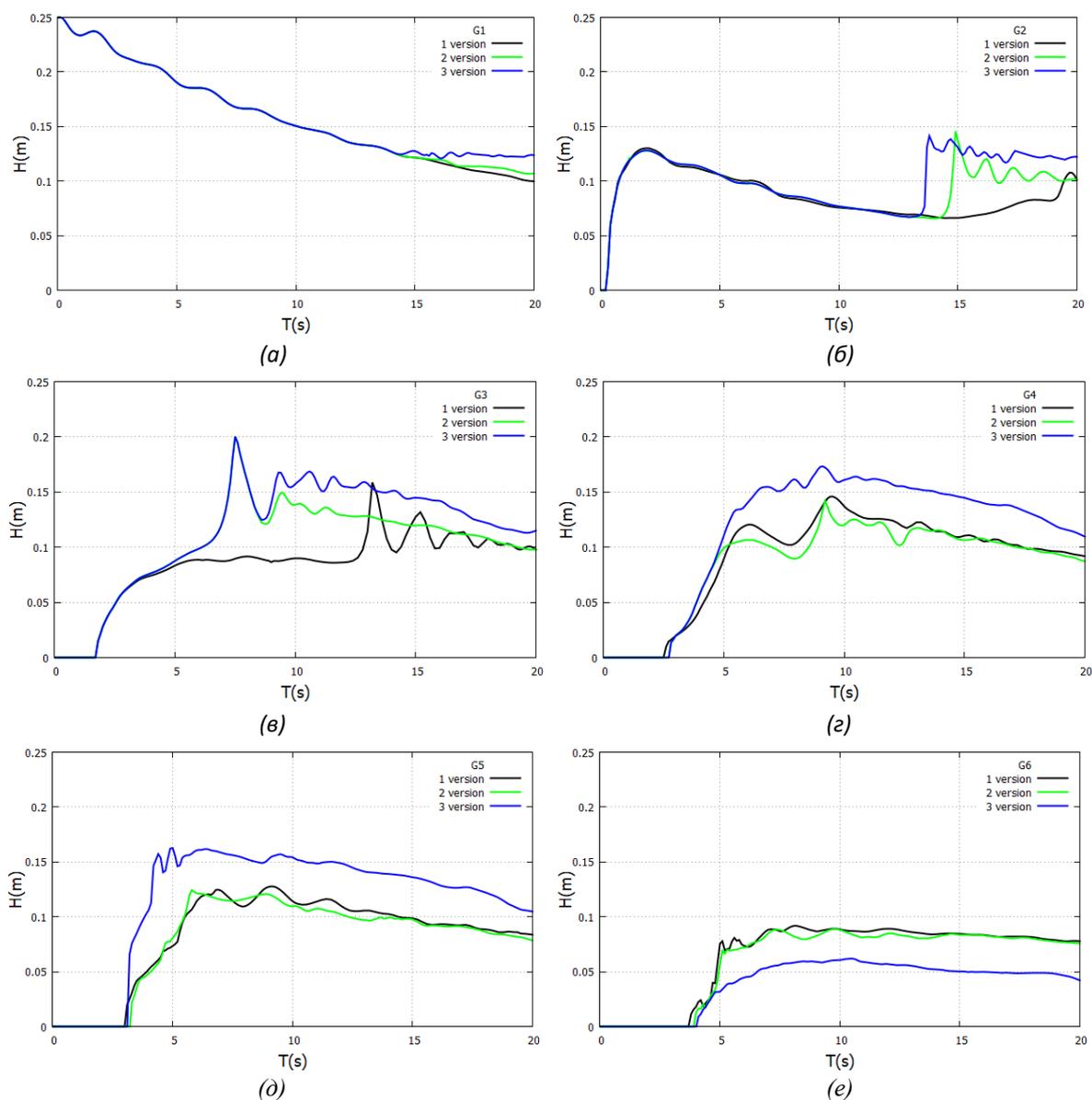


Рисунок 7. Графики высоты уровня воды для каждой контрольной точки

### Заключение

Данная модель реализована для численного моделирования течения в каналах со сложными рельефами поворотов. Для этого в первую очередь математическую модель испытывали на корректность с помощью тестовой задачи прорыва плотины в 450 канале. Было проведено сравнение полученных данных с экспериментальными данными и с численными данными другого автора. Результаты показали довольно неплохое согласование. Далее данную математическую модель использовали для основной задачи с более сложным рельефным поворотом. Было смоделировано три варианта основной задачи: канал без препятствий, канал с одним препятствием высотой в 0.025м и канал с двумя препятствиями высотой в 0.025м и 0.05м. По результатам проделанной работы можно заметить, что препятствия замедляют поток воды и уменьшают уровень воды. Конкретнее вода доходит до конца канала за 4.2с без препятствия. С одним и двумя препятствиями соответственно за 4.4с и 4.6с. Уровень воды же с двумя препятствиями уменьшается на 0.035м. Это очевидно из рисунка 7е. Так как это задача с основной и дополнительной дамбой, то такой сценарий событий применим к реальному прорыву плотины. Например, основная дамба Мынжылкы и дополнительная дамба Медеу которые находятся в Алматинской области и в Алматы.

Численное моделирование производилось на основе трехмерных усредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса с турбулентной моделью k-epsilon RNG, также был использован метод Volume of Fluid для моделирования жидкости и алгоритм PISO.

*References:*

1. Hirt C.W., Nichols B.D. *Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. Journal of Computational Physics*, 39, pp. 201–225, 1981.
2. Issakhov A., Imanberdiyeva M. *Numerical simulation of the movement of water surface of dam break flow by VOF methods for various obstacles. Int J Heat Mass Transf* 136:1030–1051, 2019.
3. Issakhov A., Zhandalet Y., Nogaeva A. *Numerical simulation of dam break flow for various forms of the obstacle by VOF method. Int Multiphase Flow* 109:191-206, 2018.
4. Kocaman S., & Ozmen-Cagatay H. *The effect of lateral channel contraction on dam break flows: Laboratory experiment. Journal of Hydrology*, 432–433, 145–153, 2012.
5. Hernández-Fontes J.V., Vitola M.A., Esperança P.T.T., Sphaier S.H. & Silva R. *Patterns and vertical loads in water shipping in systematic wet dam-break experiments. Ocean Engineering*, 197, 2020.
6. Miller S., & Hanif Chaudhry M. *Dam-break Flows in Curved Channel. Journal of Hydraulic Engineering*, 115(11), 1465–1478, 1989.
7. Gottardi G., & Venutelli M. *Central scheme for two-dimensional dam-break flow simulation. Advances in Water Resources*, 27(3), 259–268, 2004.
8. Kim H.-J., Lee J. W. & Cho Y.-S. *Numerical Simulation of Shallow-Water Flow Using a Modified Cartesian Cut-Cell Approach. Journal of Engineering Mechanics*, 136(3), 399–404, 2010.
9. Brufau P., & Garcia-Navarro P. *Two-dimensional dam break flow simulation. International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 33(1), 35–57, 2000.
10. Spinewine, B., & Zech, Y. (2007). *Small-scale laboratory dam-break waves on movable beds. Journal of Hydraulic Research*, 45(sup1), 73–86.