**МРНТИ 28.23.37**
**УДК 004.8**

**https://doi.org/10.51889/2021-4.1728-7901.06**

*Е. Кенжебек*[1*], *Т.С. Иманкулов*[1], *Д.Ж. Ахмед-Заки*[2]

[1]*Казахский национальный университет имени Аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*
[2]*Astana IT University, г. Нур-Султан, Казахстан*
[*]*e-mail: kenzhebekyerzhan@gmail.com*

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОБЫЧИ НЕФТИ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИКО-ИНФОРМИРОВАННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

*Аннотация*

В последние годы современные информационные технологии активно используются в различных отраслях промышленности. Нефтяная промышленность не является исключением, поскольку для решения задач повышения нефтеотдачи активно используются высокопроизводительные вычислительные технологии, алгоритмы искусственного интеллекта, методы сбора, обработки и хранения информации. Глубокое обучение достигло замечательных успехов в различных областях применения, однако его использование для решения уравнений в частных производных появилось лишь недавно. В частности, можно заменить традиционные числовые методы на нейронную сеть, аппроксимирующий решение уравнение в частных производных. Физико-информированные нейронные сети (PINN) встраивают уравнении в частных производных в функцию потери нейронной сети с помощью автоматического дифференцирования. Разработан численный алгоритм и PINN для решения одномерного уравнения давления из математической модели Баклея-Леверетта. Получены результаты численного решения и прогнозирования нейронной сети PINN для решения уравнетия давления.

**Ключевые слова:** повышения нефтеотдачи пласта, машинное обучение, физико-информированные нейронные сети, PINN, искусственная нейронная сеть.

*Аңдатпа*

*Кенжебек Е.*[1*], *Иманкулов Т.С.* [1], *Ахмед-Заки Д.Ж.* [2]
[1]*әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан*
[2]*Astana IT университеті, Нұр-Султан қ., Қазақстан*

## ФИЗИКАЛЫҚ-АҚПАРАТТАНДЫРЫЛҒАН НЕЙРОНДЫҚ ЖЕЛІЛЕР АРҚЫЛЫ МҰНАЙ ӨНДІРУДІ БОЛЖАУ

Соңғы жылдары заманауи ақпараттық технологиялар әртүрлі салаларда белсенді қолданылады. Мұнай өнеркәсібі де ерекшелік емес, өйткені мұнай өндіруді арттыру мәселелерін шешу үшін жоғары өнімді есептеу технологиялары, жасанды интеллект алгоритмдері, ақпаратты жинау, өңдеу және сақтау әдістері белсенді қолданылады. Терең оқыту әр түрлі қолдану салаларында керемет жетістіктерге жетті, бірақ оны жартылай туынды теңдеулерді шешу үшін қолдану жақында ғана пайда болды. Атап айтқанда, дәстүрлі сандық әдістерді жартылай туынды теңдеудің шешімін жақындататын нейрондық желіге ауыстыруға болады. Физикалық-ақпараттандырылған нейрондық желілер (PINN) автоматты дифференциалдау арқылы нейрондық желіні жоғалту функциясына жартылай туынды теңдеулерді енгізеді. Бакли-Леверетт математикалық моделінен бір өлшемді қысым теңдеуін шешу үшін сандық алгоритм және PINN моделі жасалды. Қысым теңдеуін шешу үшін сандық шешу және PINN нейрондық желісін болжау нәтижелері алынды.

**Түйін сөздер:** мұнай өндіруді арттыру, машиналық оқыту, физикалық-ақпараттандырылған нейрондық желілері, PINN, жасанды нейрондық желі.

*Abstract*

## PREDICTION OF OIL PRODUCTION USING PHYSICS-INFORMED NEURAL NETWORKS

*Kenzhebek Y.*[1], *Imankulov T.S.* [1], *Akhmed-Zaki D.Zh.* [2]
[1]*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*
[2]*Astana IT University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

In recent years, modern information technologies have been actively used in various industries. The oil industry is no exception, since high-performance computing technologies, artificial intelligence algorithms, methods of collecting, processing and storing information are actively used to solve the problems of increasing oil recovery. Deep learning has made remarkable strides in a variety of applications, but its use for solving partial differential equations has only recently emerged. In particular, you can replace traditional numerical methods with a neural network that approximates the solution to a partial differential equation. Physically Informed Neural Networks (PINNs) embed partial differential equations into the neural network loss function using automatic differentiation. A numerical algorithm and PINN have been developed for solving the one-dimensional pressure equation from the Buckley-Leverett mathematical model. The results of numerical solution and prediction of the PINN neural network for solving the pressure equation are obtained.

**Keywords:** enhanced oil recovery, machine learning, physics-informed neural networks, PINN, artificial neural network.

## Введение

За последние 15 лет глубокое обучение в форме глубоких нейронных сетей очень эффективно использовалось в различных приложениях [1], таких как компьютерное зрение и обработка естественного языка. Несмотря на заметные успехи в этих и связанных с ними областях, глубокое обучение еще не получило широкого распространения в области научных вычислений. Однако в последнее время решение уравнений в частных производных (PDE), например, в стандартной дифференциальной форме или в интегральной форме, посредством глубокого обучения стало потенциально новым подполем под названием Scientific Machine Learning (SciML) [2]. В частности, мы можем заменить традиционные методы численной дискретизации нейронной сетью, которая приближает решение к уравнениям в частных производных.

Чтобы получить приближенное решение дифференциальных уравнении с помощью глубокого обучения, ключевым шагом является ограничение нейронной сети для минимизации остатка дифференциальных уравнении в частных производных, и для этого было предложено несколько подходов. По сравнению с традиционными методами на основе сеток, такими как метод конечных разностей (МКР) и метод конечных элементов (МКЭ), глубокое обучение может быть бессеточным подходом, используя преимущества автоматического дифференцирования, и может нарушить проклятие размерности [3]. Среди этих подходов некоторые могут быть применены только к определенным типам задач, таких как входная область, подобная изображению [4] или параболические уравнения в частных производных [5].

Первые проблески перспектив использования структурированной априорной информации для создания эффективных с точки зрения данных и учитывающих физику обучающих машин уже были продемонстрированы в недавних исследованиях [6]. Там авторы использовали регрессию гауссовского процесса для разработки функциональных представлений, которые адаптированы к заданному линейному оператору, и смогли точно вывести решения и предоставить оценки неопределенности для нескольких прототипных задач математической физики. Расширения к нелинейным задачам были предложены в последующих исследованиях [7, 8] в контексте как логических выводов, так и системной идентификации. Несмотря на гибкость и математическую элегантность гауссовских процессов при кодировании априорной информации, рассмотрение нелинейных задач вводит два важных ограничения.

В работах [9-13] описаны физико-информированные нейронные сети (PINN), при использовании которых соблюдаются физические законы (для задач, описывающихся дифференциальными уравнениями). В работе [9] рассматривается применение PINN для классических задач механики жидкости и квантовой механики.

В работах [10, 11] авторы приставляют подход глубокого обучения (нейросети, основанные на физике процесса) для количественной оценки неопределенности в системах с обыкновенными дифференциальными уравнениями. В 2020 году данный метод начал применяться для картографирования активации сердца [12] и для оценки проводимости жидкостей, которые управляются законом Дарси [13]. Результаты данных работ показывают, что при применении PINN можно получить результат, сопоставимые с результатами физических моделей.

## Физико-информированные нейронные сети PINN

Автоматическая дифференциация. Рассмотрен метод автоматической дифференциации для вычисление производных сетевых выходов относительно сетевых входов. Учитывая тот факт, что нейронная сеть представляет собой композиционную функцию, автоматическая дифференциация многократно применяет цепное правило для вычисления производных. Автоматическая дифференциация состоит из двух шагов: прямой проход для вычисления значений всех переменных и один обратный проход для вычисления производных.

Была исследована библиотека DeepXDE для реализации физико-информированной нейронной сети. DeepXDE – библиотека глубокого обучения поверх TensorFlow, которая поддерживает множество функций: построение примитивной и сложной геометрий, поддержка нескольких граничных условий для уравнении в частных производных, 6 методов заполнения выборки, удобство сохранения и загрузки модели во время обучения.

Алгоритм PINN для решения дифференциальных уравнений состоит из четырех этапов:

1. Построение нейронной сети u(x; θ) с параметрами θ;
2. Указание два обучающих набора: для уравнения в частных производных и граничных/начальных условий, которые встраиваются в функцию потерь;
3. Определение функции потерь, суммируя взвешенные нормы $L^2$ как невязки уравнение в частных производных и граничных условий;
4. Обучение нейронной сети, для нахождения наилучшего параметра θ*, путем минимизации функции потерь.

**PINN для решения уравнения давления**

Разработан численный алгоритм для решения уравнения давления из математической модели Баклея – Леверетта. Для численного решения уравнения давления использовался итерационный метод Якоби.

$$div(\vec{v}_w) + div(\vec{v}_o) = 0 \tag{1}$$

где $\vec{v}_w, \vec{v}_o$ – скорости фильтрации, которая выражается следующим законом Дарси:

$$\vec{v}_i = -K_0 \frac{f_i(s)}{\mu_i} \nabla P, \ \ i = w, o \tag{2}$$

$f_i(s), \mu_i$ – относительные фазовые проницаемости и вязкости водной и нефяной фазы соответственно, $K_0$ – абсолютная проницаемость. Подставив уравнение (2) к уравнению (1), получим одномерное уравнение для давления:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(Mx \frac{\partial P}{\partial x}\right) = 0 \tag{3}$$

где $Mx$ обозначается следующим образом:

$$Mx = (-K_0 \frac{f_1(s)}{\mu_1}) + (-K_0 \frac{f_2(s)}{\mu_2})$$

Построена нейронная сеть PINN для решения одномерного уравнения давления из математической модели Баклея-Леверетта. На рисунке 1 представлена архитектура PINN для решения данной задачи:

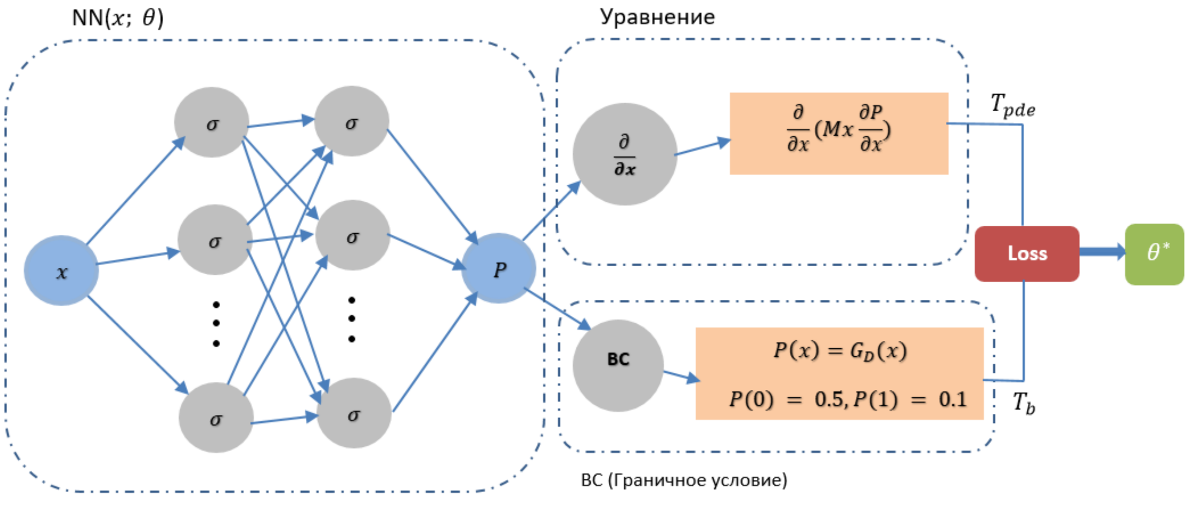


*Рисунок 1. Архитектура нейронной сети PINN для уравнения давление*

В PINN сначала создается нейронная сеть $P(x;\ \theta)$ как суррогат решения $p(x)$, которое принимает входной $x$ и выводит вектор с той же размерностью, что и $p$. Здесь, $\theta = \{W,\ b\}$ − множество всех весовых матриц и векторов смещения в нейронной сети $P$. Одно из преимуществ PINN при выборе нейронных сетей в качестве суррогата $p$ состоит в том, что можно брать производные от $P$ по входу $x$, применяя цепное правило для дифференцирования композиций функций с использованием автоматического дифференцирования (AD), которое удобно интегрированы в пакеты машинного обучения.

Рассматривается функция потерь, определяемая как взвешенное суммирование $L^2$ нормы невязок для уравнения и граничных условии:

$$L(\theta;T) = w_{pde}L_{pde}\left(\theta;T_{pde}\right) + w_bL_b(\theta;T_b)$$

Использована полносвязная нейронная сеть состоящий из 4 слоев (3 скрытых слоя) и ширины 32 нейронов: [1] + 32*[3] + [1]. В качестве входных параметров сети взят компонент пространства по x. В качестве гиперпараметра сети выбраны оптимизаторы типа “Adam”, и скорость обучения 0.001. Проведено тестирование 10 000 эпох для обучение нейронной сети, где количество обучаемых точек равна 16 и две точки используется для граничного условия Дирихле. Построение PINN реализуется с помощью библиотеки deepxde глубокого обучения поверх TensorFlow, которая поддерживает множество функции построение геометрий. На рисунках 2 и 3 можно увидеть результаты обучения сети и прогноз:

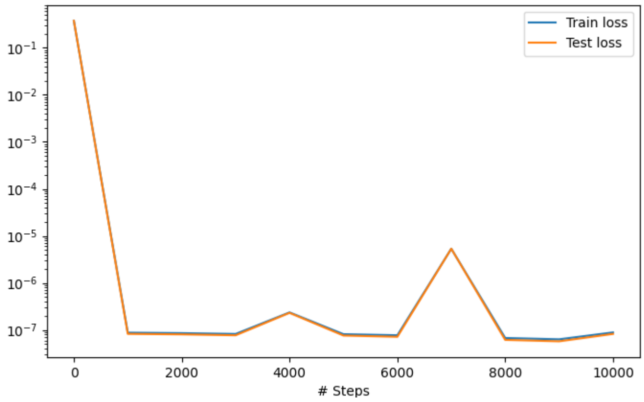


*Рисунок 2. История потерь обучения нейронной сети*

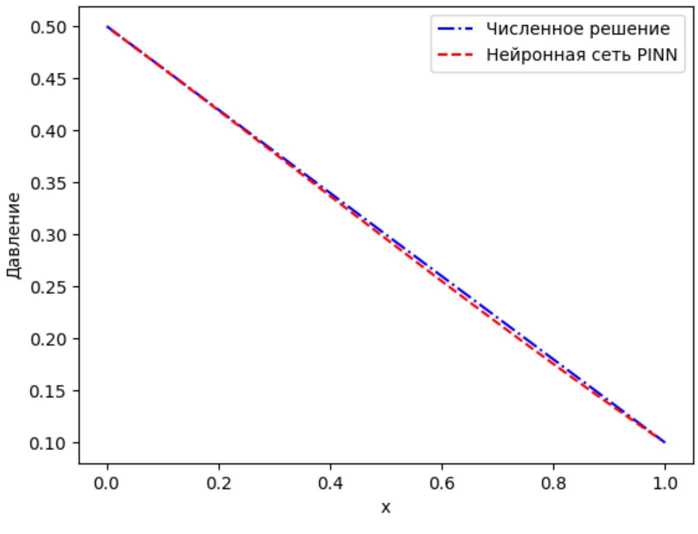


*Рисунок 3. Сравнение численного решения уравнения давления с нейронной сетью PINN*

**Заключение**

Разработан и протестирован численный алгоритм и полносвязная нейронная сеть PINN для решения уравнения давления. Сравнены результаты численного решения уравнения давления с прогнозом физико-информированной нейронной сети. На более фундаментальном уровне физико-информированные нейронные сети обеспечивают нелинейную аппроксимацию функции и ее производных, тогда как традиционные методы представляют собой линейное приближение.

***Благодарность***

*Данная работа поддержана грантом Министерства образования и науки Республики Казахстан в рамках проекта №AP09563516 «Моделирование процесса закачки геллана в нефтяной пласт с помощью численных методов и методов машинного обучения».*

*Список использованной литературы:*

*1 Y. LeCun, Y. Bengio, and G. Hinton, Deep learning, Nature, 521 (2015), p. 436.*

*2 N. Baker, F. Alexander, T. Bremer, A. Hagberg, Y. Kevrekidis, H. Najm, M. Parashar, A. Patra, J. Sethian, S. Wild, et al., Workshop report on basic research needs for scientific machine learning: Core technologies for artificial intelligence, tech. report, US DOE Office of Science, Washington, DC (United States), 2019.*

*3 T. Poggio, H. Mhaskar, L. Rosasco, B. Miranda, and Q. Liao, Why and when can deep-but not shallow-networks avoid the curse of dimensionality: a review, International Journal of Automation and Computing, 14 (2017), pp. 503–519.*

*4 Y. Khoo, J. Lu, and L. Ying, Solving parametric PDE problems with artificial neural networks, arXiv preprint arXiv:1707.03351, (2017).*

*5 C. Beck, W. E, and A. Jentzen, Machine learning approximation algorithms for highdimensional fully nonlinear partial differential equations and second-order backward stochastic differential equations, Journal of Nonlinear Science, (2017), pp. 1–57.*

*6 M. Raissi, P. Perdikaris, G.E. Karniadakis, Inferring solutions of differential equations using noisy multi-fidelity data, J. Comput. Phys. 335 (2017) 736–746.*

*7 M. Raissi, P. Perdikaris, G.E. Karniadakis, Numerical Gaussian processes for time-dependent and non-linear partial differential equations, 2017, arXiv: 1703.10230.*

*8 M. Raissi, G.E. Karniadakis, Hidden physics models: machine learning of nonlinear partial differential equations, 2017, arXiv:1708.00588*

*9. Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. (2019) Journal of Computational Physics, 378, pp. 686-707.*

*10 Zhu, Y., Zabaras, N., Koutsourelakis, P.-S., Perdikaris, P. Physics-constrained deep learning for high-dimensional surrogate modeling and uncertainty quantification without labeled data. (2019) Journal of Computational Physics, 394, pp. 56-81.*

*11 Yang, Y., Perdikaris, P. Adversarial uncertainty quantification in physics-informed neural networks. (2019) Journal of Computational Physics, 394, pp. 136-152.*

*12 Sahli Costabal, F., Yang, Y., Perdikaris, P., Hurtado, D.E., Kuhl, E. Physics-Informed Neural Networks for Cardiac Activation Mapping. (2020) Frontiers in Physics, 8*

*13 Tartakovsky, A.M., Marrero, C.O., Perdikaris, P., Tartakovsky, G.D., Barajas-Solano, D. Physics-Informed Deep Neural Networks for Learning Parameters and Constitutive Relationships in Subsurface Flow Problems (2020) Water Resources Research, 56 (5)*

*References:*

*1 Y. LeCun, Y. Bengio, and G. Hinton, Deep learning, Nature, 521 (2015), p. 436.*

*2 N. Baker, F. Alexander, T. Bremer, A. Hagberg, Y. Kevrekidis, H. Najm, M. Parashar, A. Patra, J. Sethian, S. Wild, et al., Workshop report on basic research needs for scientific machine learning: Core technologies for artificial intelligence, tech. report, US DOE Office of Science, Washington, DC (United States), 2019.*

*3 T. Poggio, H. Mhaskar, L. Rosasco, B. Miranda, and Q. Liao, Why and when can deep-but not shallow-networks avoid the curse of dimensionality: a review, International Journal of Automation and Computing, 14 (2017), pp. 503–519.*

*4 Y. Khoo, J. Lu, and L. Ying, Solving parametric PDE problems with artificial neural networks, arXiv preprint arXiv:1707.03351, (2017).*

*5 C. Beck, W. E, and A. Jentzen, Machine learning approximation algorithms for highdimensional fully nonlinear partial differential equations and second-order backward stochastic differential equations, Journal of Nonlinear Science, (2017), pp. 1–57.*

*6 M. Raissi, P. Perdikaris, G.E. Karniadakis, Inferring solutions of differential equations using noisy multi-fidelity data, J. Comput. Phys. 335 (2017) 736–746.*

*7 M. Raissi, P. Perdikaris, G.E. Karniadakis, Numerical Gaussian processes for time-dependent and non-linear partial differential equations, 2017, arXiv: 1703.10230.*

*8 M. Raissi, G.E. Karniadakis, Hidden physics models: machine learning of nonlinear partial differential equations, 2017, arXiv:1708.00588*

*9. Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. (2019) Journal of Computational Physics, 378, pp. 686-707.*

*10 Zhu, Y., Zabaras, N., Koutsourelakis, P.-S., Perdikaris, P. Physics-constrained deep learning for high-dimensional surrogate modeling and uncertainty quantification without labeled data. (2019) Journal of Computational Physics, 394, pp. 56-81.*

*11 Yang, Y., Perdikaris, P. Adversarial uncertainty quantification in physics-informed neural networks. (2019) Journal of Computational Physics, 394, pp. 136-152.*

*12 Sahli Costabal, F., Yang, Y., Perdikaris, P., Hurtado, D.E., Kuhl, E. Physics-Informed Neural Networks for Cardiac Activation Mapping. (2020) Frontiers in Physics, 8*

*13 Tartakovsky, A.M., Marrero, C.O., Perdikaris, P., Tartakovsky, G.D., Barajas-Solano, D. Physics-Informed Deep Neural Networks for Learning Parameters and Constitutive Relationships in Subsurface Flow Problems (2020) Water Resources Research, 56 (5)*