МРНТИ 27.35.45
УДК 519.63

https://doi.org/10.51889/2021-4.1728-7901.07

Б. Рысбайулы[1], Ж.О. Карашбаева[2,3]*

[1]Международный Университет Информационных Технологий,г. Алматы, Казахстан
[2] Астана IT Университет, г. Нур-Султан, Казахстан
[3] Евразийский национальный университет Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан
**e-mail: karashbayeva.zhanat@gmail.com*

ВЛАГО И ТЕРМОФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ПОЧВЕ

Аннотация

В настоящей работе изучается коэффициентная обратная задача тепломассопереноса. Известно, что процесс переноса влаги и тепла в почве описывается системой дифференциальных уравнений с частными производными. Для нахождения теплофизических характеристик уравнений тепломассопереноса решается коэффициентно-обратная задача. Поставлены начально-краевые условия для системы уравнений тепломассопереноса. Для решения поставленной задачи, дополнительно заданы измеренные значения температуры и влаги на доступной границе рассматриваемой области. Для решения обратной задачи используется схема Дюфарта-Франкеля и Matlab Optimization Toolbox. Для уменьшения количества итераций используется Якобиан. Приведены результаты численных расчетов с и без Якобиана.

Ключевые слова: обратная задача, массотеплоперенос, коэффициент диффузии, коэффициент термодиффузии, Якобиан, Matlab Optimization Toolbox.

Аңдатпа

Б. Рысбайұлы[1], Ж.О. Карашбаева[2,3]
[1]Халықаралық Ақпараттық Технологиялар Университеті, Алматы қ., Қазақстан
[2] Астана IT Университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан
[3]Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

ТОПЫРАҚТАҒЫ ЖЫЛУ ЖӘНЕ ЫЛҒАЛ ТАСЫМАЛЫ ТЕҢДЕУЛЕРІНІҢ ТЕРМОФИЗИКАЛЫҚ СИПАТТАМАСЫ

Осы жұмыста жылу және ылғал тасымалының коэффициенттік кері есебі қарастырылады. Топырақтағы жылу мен ылғал тасымалы процесі дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесімен берілетіні белгілі. Жылу және ылғал тасымалы теңдеулерінің термофизикалық қасиеттерін табу үшін коэффициенттік кері есеп шешіледі. Жылу және ылғал тасымалы теңдеулер жүйесі үшін бастапқы және шекаралық шарттар қойылған. Қойылған есепті шығару үшін, қосымша шарт ретінде қарастырылып отырған аймақтағы қолжетімді шекарада температура мен ылғалдың өлшенген мәндері берілген. Кері есепті шешу үшін Дюфорт-Франкель сұлбасы және Matlab Optimization Toolbox қолданылады. Итерациялар санын азайту үшін Якобиан қолданылады. Якобиан және Якобиансыз жүргізілген сандық есептеулер нәтижелері берілген.

Түйін сөздер: кері есеп, жылу және ылғал тасымалы, диффузия коэффиценті, жылу диффузия коэффиценті, Якобиан, Matlab Optimization Toolbox.

Abstract

THERMOPHYSICAL CHARACTERISTICS OF THE HEAT AND MASS TRANSFER EQUATION IN SOIL

Rysbaiuly B.[1], Karashbayeva Zh.O.[2,3]
[1]International IT University, Almaty, Kazakhstan
[2]Astana IT University, Nur-Sultan, Kazakhstan
[3]L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

The paper presents the coefficient inverse problem of heat and mass transfer. It is known that the process of moisture and heat transfer in soil is described by a system of partial differential equations. The inverse coefficient problem is solved for finding the thermophysical characteristics of the heat and mass transfer equations. The initial-boundary conditions for the heat and mass transfer system are set. To solve the problem, the measured values of temperature and moisture are additionally set at the accessible boundary of the considered area. To solve the inverse problem, the Dufort- Frankel scheme and Matlab Optimization Toolbox are used. The Jacobian is used to reduce the number of iterations. The results of numerical calculations with and without Jacobian are presented.

Keywords: inverse problems, heat and mass transfer, diffusion coefficient, thermodiffusion coefficient, Jacobian, Matlab Optimization Toolbox.

1 Введение

Вопросы тепло-влагопереноса в почвах и грунтах являются фундаментальными при решении многих задач агрофизики, экологии, строительной физики, почводении, агрономии.

Проблема разработки методов принятия оптимальных хозяйственных решений на различных уровнях управления производством, включая оперативное управление технологическими процессами, являются одной из основных задач сельскохозяйственной и мелиоративной науки. Не зная теплопроводные и влагопроводные характеристики почвы невозможно прогнозировать процесс переноса тепла и влаги в рассматриваемой участке аграрного поля. Так как достоверное прогнозирование переноса тепла и влаги способствует своевременное принятие хозяйственных решений агрономий и почвоведения. Поэтому разработка методов нахождения теплопроводных и влагопроводных характеристик почвы становится актуальной задачей.

Для становления и развития физики почв важную роль играли исследовательские работы Е. Бакингема, В.Гарднера, Л. А. Ричардса. Понятие потенциала почвенной влаги был предложен Е. Бакингемом. А с именем В.Гарднера связано широкое внедрение принципов энергетики почвенной влаги для ее количественного описания, использование методов определения давления почвенной влаги и влагопроводности почвы в не насыщенных влагой условиях. А имя Л. А. Ричардса носит уравнение переноса влаги в ненасыщенных условиях – «уравнение Ричардса». Кроме того, многие гидрофизические методы и приборы также благодаря его исследованиям используются во многих гидрологических лабораториях мира.

Для решения задач, связанных с моделированием процессов переноса тепла и влаги в почвах, в настоящее время на вооружение приняты методы математического моделирования, а именно описание этих процессов с помощью дифференциальных уравнений, и численная реализация их с помощью ЭВМ. Большинство из них базируется на использовании общей системы уравнений тепло-влагопереноса в капиллярнопористых средах предложенной А.В.Лыковым [1].

А также многие ученые внесли вклад в развитие теории тепло-влагопереноса, наибольший из них пренадлежат к следующим ученым, А.А. Ананян, А.М. Глобус,Б.Н. Мичурин, С.В. Нерпин, А.Ф. Чудновский, M. Fukuda, J. M. Konrad, R.D. Miller.

В работах [2] – [5]рассматриваются прямые задачи систем уравнений Лыкова. В работах [2] – [4] были предложены аналитические решения, а в работе [5] численное решение прямой задачи тепло-влагопереноса.

На сегодняшний день в задачах тепло-влагопереноса важное место занимают исследования, посвященные обратным задачам. Обратные задачи возникают в ситуациях, когда структура математической модели исследуемого процесса известна, и нужно определить параметры самой модели. Таким задачам относятся задачи определения начальных, граничных условий, внешних факторов, различных коэффициентов уравнений. Одним из трудно определяемым и важным для практического приложения, являются коэффициенты теплопроводности и влагопроводности почвы. Поэтому настоящая работа нацелена на нахождения коэффициентов теплопроводности и влагопроводности почвы. Методика нахождения искомых коэффициентов стандартна: опираемся на начально-краевой задачи модели Лыкова [1], и дополнительно задаются измеренные значения температуры и тепла на доступной границе почвы. Чтобы достичь поставленной цели, сначала используя метод сеток. Нелинейная система дифференциальных уравнений с частными производными Лыкова приводится к системе алгебраических уравнений. Коэффициенты теплопроводности и влагопроводности определяются из минимума функционала. Функционал выражает отклонение измеренного значения влаги и температуры от расчетного значения тепла и влаги на доступной для границы рассматриваемой области. При дискретизациях непрерывной задачи использовали схему Франка-Дьюфорта, которая имеет высокий порядок аппроксимаций и требует меньше вычислений. Чтобы находит искомых коэффициентов была использована функции fmincon и lsqnonlin программного пакета Matlab Optimization Toolbox.

Следует отметить, что основы теории и практики исследования обратных задач заложены в работах А.Н. Тихонова [6], М.М. Лаврентьева [7], В.Г. Романова [8], С.И. Кабанихина [9], А. Кирсча [10]. В работах [11] - [12] предложены методы решения коэффициенто-обратных задач.

2 Математическаямодель

Математическая модель взаимосвязанного тепломассопереноса в одномерном случае записывается в виде системой дифференциальныхуравнений Лыкова [1]:

$$C_q \rho \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(K_q \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \lambda \rho C_m \frac{\partial W}{\partial t}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_W \frac{\partial W}{\partial x} + D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right). \qquad (2)$$

Здесь $\theta(x,t)$ и $W(x,t)$ функции, характеризующие изменение температуры и потенциала массопереноса, x- глубина грунта, t- время, D_W - коэффициент диффузииии D_θ коэффициент термодиффузии. На поверхности земли ставятся граничные условия III рода:

$$K_q \frac{\partial \theta}{\partial x}\bigg|_{x=H} = -\alpha_q \left(\theta - \theta_a(t) \right)\Big|_{x=H}, \qquad (3)$$

$$\left(D_w \frac{\partial W}{\partial x} + D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)\bigg|_{x=H} = -\alpha_m^{'} \left(W - W_a(t) \right)\Big|_{x=H}, \qquad (4)$$

где $\alpha_m^{'} = \frac{\alpha_m}{\rho C_m}$.

На границе $x = 0$ ставятся следующие граничные условия:

$$\theta(x,t)\big|_{x=0} = \theta_0, \qquad W(x,t)\big|_{x=0} = W_0. \qquad (5)$$

В начальный момент времени ставятся следующие начальные условия:

$$\theta(x,t)\big|_{t=0} = T_0, \qquad W(x,t)\big|_{t=0} = W_0. \qquad (6)$$

Кроме этого, задаются измеренные значения температуры и потенциала влаги на поверхностиземли $x = H : T_g(t),\ W_g(t)$. Требуетсянайти D_W коэффициент диффузии и D_θ коэффициент термодифузии почвенной влаги. Задача рассматривается в области $Q = (0,H) \times (0, t_{\max})$.

2.1 Безразмерная форма систем уравнений

Переведя (1) – (6) уравнения в безразмерную форму получим:

$$\frac{\partial T(x^*,t^*)}{\partial t^*} = F_{11} \frac{\partial^2 T(x^*,t^*)}{\partial {x^*}^2} + F_{12} \frac{\partial U(x^*,t^*)}{\partial t^*}, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial U(x^*,t^*)}{\partial t^*} = D_\theta^* F_{21} \frac{\partial^2 T(x^*,t^*)}{\partial {x^*}^2} + D_W^* F_{22} \frac{\partial^2 U(x^*,t^*)}{\partial {x^*}^2}, \qquad (8)$$

$$F_{11} \frac{\partial T(1,t^*)}{\partial x^*} = -F_{oq}\left(T(1,t^*) - T_a(t^*) \right), \qquad (9)$$

$$D_W^* F_{22} \frac{\partial U(1,t^*)}{\partial x^*} + D_W^* F_{21} \frac{\partial T(1,t^*)}{\partial x^*} = -F_{om}\left(U(1,t^*) - U_a(t^*) \right), \qquad (10)$$

$$T(0,t^*) = 0, \qquad U(0,t^*) = 0, \qquad (11)$$

$$T\left(x^*,0\right)=1, \qquad U\left(x^*,0\right)=1, \tag{12}$$

где

$F_{11}=\dfrac{k_{q0}t_{\max}}{C_q\rho H^2}$, $F_{12}=\dfrac{rW_0}{C_q\rho T_0}$, $t^*=\dfrac{t}{t_{\max}}$, $x^*=\dfrac{x}{H}$, $T=\dfrac{\theta}{T_0}$, $U=\dfrac{W}{W_0}$, $F_{21}=\dfrac{D_{\theta_0}T_0t_{\max}}{W_0H^2}$, $F_{22}=\dfrac{D_{W_0}t_{\max}}{H^2}$,

$D_W^*=\dfrac{D_W}{D_{W_0}}$, $F_{oq}=\dfrac{\alpha_q t_{\max}}{\rho C_q H}$, $F_{om}=\dfrac{\alpha_m^{'} t_{\max}}{H}$.

3 Получение теплофизических характеристик с помощью Matlab Optimization Toolbox

Для решения прямой задачи (7) – (12) с помощью Matlab Optimization Toolbox составим схему Дюфорта-Франкеля.

Отрезок $\left(0,1\right)$ разбиваем на N равных частей с шагом $\Delta x=1/N$; а отрезок $\left(0,1\right)$ разбиваем на m равных частей с шагом $\Delta t=1/m$. В этом случае область $Q=(0,1)\times(0,1)$ переходит в сетку: $Q_N^m=\{x_i=i\cdot\Delta x;\ \ i=0,1,2,...,N;\ \ t_j=j\cdot\Delta t,\ \ j=0,1,2,...,m\}$.

Сеточный аналог функции $T(x_i,t_j)$ обозначим через Y_i^j и $U(x_i,t_j)$ обозначим через Z_i^j. В сетке Q_N^m составляется разностная схема:

$$\frac{Y_i^{j+1}-Y_i^{j-1}}{2\Delta t}=F_{11}\frac{Y_{i+1}^j-\left(Y_i^{j+1}+Y_i^{j-1}\right)+Y_{i-1}^j}{\left(\Delta x\right)^2}+F_{12}\frac{Z_i^{j+1}-Z_i^{j-1}}{2\Delta t}, \tag{13}$$

$$\frac{Z_i^{j+1}-Z_i^{j-1}}{2\Delta t}=D_WF_{22}\frac{Z_{i+1}^j-\left(Z_i^{j+1}+Z_i^{j-1}\right)+Z_{i-1}^j}{\left(\Delta x\right)^2}+D_\theta F_{21}\frac{Y_{i+1}^j-\left(Y_i^{j+1}+Y_i^{j-1}\right)+Y_{i-1}^j}{\left(\Delta x\right)^2}, \tag{14}$$

$$F_{11}\frac{3Y_N^{j+1}-4Y_{N-1}^{j+1}+Y_{N-2}^{j+1}}{2\Delta x}=-F_{oq}\left(Y_N^{j+1}-T_a^{j+1}\right), \tag{15}$$

$$D_WF_{22}\frac{3Z_N^{j+1}-4Z_{N-1}^{j+1}+Z_{N-2}^{j+1}}{2\Delta x}+D_\theta F_{21}\frac{3Y_N^{j+1}-4Y_{N-1}^{j+1}+Y_{N-2}^{j+1}}{2\Delta x}=F_{om}\left(U_a^{j+1}-Z_N^{j+1}\right), \tag{16}$$

$$Y_0^{j+1}=0, \qquad Z_0^{j+1}=0, \tag{17}$$

$$Y_i^0=1, \qquad Z_i^0=1. \tag{18}$$

Из (14) выводится соотношение:

$$Z_i^{j+1}=\nu_1Z_i^{j-1}+\nu_2\left(Z_{i+1}^j+Z_{i-1}^j\right)+\nu_3\left(Y_{i+1}^j-\left(Y_i^{j+1}+Y_i^{j-1}\right)+Y_{i-1}^j\right), \tag{19}$$

где $\nu_1=\dfrac{1-\lambda_W}{1+\lambda_W}$, $\nu_2=\dfrac{\lambda_W}{1+\lambda_W}$, $\nu_3=\dfrac{2\Delta tD_\theta F_{21}}{\left(\Delta x\right)^2}$, $\lambda_W=\dfrac{2\Delta tD_WF_{22}}{\left(\Delta x\right)^2}$.

Подставляя (19) в (13) получаем:

$$Y_i^{j+1}=\nu_{T1}Y_i^{j-1}+\nu_{T2}\left(Y_{i+1}^j+Y_{i-1}^j\right)+\nu_{T3}Z_i^{j-1}+\nu_{T4}\left(Z_{i+1}^j+Z_{i-1}^j\right), \tag{20}$$

где $$\nu_{T1}=\left(\frac{1-\lambda_T}{1+\lambda_T}-\lambda_{ex}\right)\frac{1}{1+\lambda_{ex}},\ \nu_{T2}=\left(\frac{\lambda_T}{1+\lambda_T}+\lambda_{ex}\right)\frac{1}{1+\lambda_{ex}},\ \nu_{T3}=F_{12}(\nu_1-1)\frac{1}{1+\lambda_{ex}},$$

$$\nu_{T4}=F_{12}\nu_2\frac{1}{1+\lambda_{ex}},$$

$$\lambda_T=\frac{2\Delta tF_{11}}{(\Delta z)^2},\ \lambda_{ex}=F_{12}\nu_3.$$

Преобразуя граничные условия (15) и (16) получаем:

$$Z_N^{j+1}=\frac{2\Delta xF_{om}U_a^{j+1}+D_WF_{22}\left(4Z_{N-1}^{j+1}-Z_{N-2}^{j+1}\right)-D_\theta F_{21}\left(3Y_N^{j+1}-4Y_{N-1}^{j+1}+Y_{N-2}^{j+1}\right)}{3D_WF_{22}+2\Delta xF_{om}},\tag{21}$$

$$Y_N^{j+1}=\frac{F_{11}\left(4Y_{N-1}^{j+1}-Y_{N-2}^{j+1}\right)+2\Delta xF_{oq}T_a^{j+1}}{3F_{11}+2\Delta xF_{oq}}.\tag{22}$$

Для ускорения сходимости итерационного процесса системы (13)-(18) Matlab Optimization Toolbox требует частные производные искомой величины Y_i^j и Z_i^j по параметрам D_θ и D_w. Для этого предполагается непрерывность зависимости решения системы (13)-(18) отпараметров D_θ и D_w.

Итак, дифференцируем (19) и (20) по параметру D_θ:

$$\frac{\partial Z_i^{j+1}}{\partial D_\theta}=\nu_1\frac{\partial Z_i^{j-1}}{\partial D_\theta}+\nu_2\left(\frac{\partial Z_{i+1}^j}{\partial D_\theta}+\frac{\partial Z_{i-1}^j}{\partial D_\theta}\right)+\nu_3\left(\frac{\partial Y_{i+1}^j}{\partial D_\theta}-\left(\frac{\partial Y_i^{j+1}}{\partial D_\theta}+\frac{\partial Y_i^{j-1}}{\partial D_\theta}\right)+\frac{\partial Y_{i-1}^j}{\partial D_\theta}\right)+$$

$$+\frac{\partial \nu_3}{\partial D_\theta}\left(Y_{i+1}^j-\left(Y_i^{j+1}+Y_i^{j-1}\right)+Y_{i-1}^j\right),$$

$$\frac{\partial Y_i^{j+1}}{\partial D_\theta}=\frac{\partial \nu_{T1}}{\partial D_\theta}Y_i^{j-1}+\nu_{T1}\frac{\partial Y_i^{j-1}}{\partial D_\theta}+\frac{\partial \nu_{T2}}{\partial D_\theta}\left(Y_{i+1}^j+Y_{i-1}^j\right)+\nu_{T2}\left(\frac{\partial Y_{i+1}^j}{\partial D_\theta}+\frac{\partial Y_{i-1}^j}{\partial D_\theta}\right)+\frac{\partial \nu_{T3}}{\partial D_\theta}Z_i^{j-1}+\frac{\partial Z_i^{j-1}}{\partial D_\theta}\nu_{T3}+$$

$$+\frac{\partial \nu_{T4}}{\partial D_\theta}\left(Z_{i+1}^j+Z_{i-1}^j\right)+\nu_{T4}\left(\frac{\partial Z_{i+1}^j}{\partial D_\theta}+\frac{\partial Z_{i-1}^j}{\partial D_\theta}\right),$$

где

$$\frac{\partial \nu_{T1}}{\partial D_\theta}=-\frac{\frac{\partial \lambda_{ex}}{\partial D_\theta}}{1+\lambda_{ex}}-\left(\frac{1-\lambda_T}{1+\lambda_T}-\lambda_{ex}\right)\frac{\frac{\partial \lambda_{ex}}{\partial D_\theta}}{(1+\lambda_{ex})^2},$$

$$\frac{\partial \nu_{T2}}{\partial D_\theta}=\frac{\frac{\partial \lambda_{ex}}{\partial D_\theta}}{1+\lambda_{ex}}-\left(\frac{\lambda_T}{1+\lambda_T}+\lambda_{ex}\right)\frac{\frac{\partial \lambda_{ex}}{\partial D_\theta}}{(1+\lambda_{ex})^2},$$

$$\frac{\partial \nu_{T3}}{\partial D_\theta}=-F_{12}(\nu_1-1)\frac{1}{(1+\lambda_{ex})^2}\frac{\partial \lambda_{ex}}{\partial D_\theta},$$

$$\frac{\partial \nu_{T4}}{\partial D_\theta}=-F_{12}\nu_2\frac{1}{(1+\lambda_{ex})^2}\frac{\partial \lambda_{ex}}{\partial D_\theta},$$

$$\frac{\partial \nu_{ex}}{\partial D_\theta} = F_{12}\frac{\partial \nu_3}{\partial D_\theta}, \quad \frac{\partial \nu_3}{\partial D_\theta} = \frac{2\Delta t F_{21}}{(\Delta x)^2}.$$

Вычислим частные производные начально-граничных условий по D_θ:

$$\frac{\partial Z_N^{j+1}}{\partial D_\theta} = \frac{D_W F_{22}}{3D_W F_{22} + 2\Delta x F_{om}}\left(4\frac{\partial Z_{N-1}^{j+1}}{\partial D_\theta} - \frac{\partial Z_{N-2}^{j+1}}{\partial D_\theta}\right) - \frac{F_{21}\left(3Y_N^{j+1} - 4Y_{N-1}^{j+1} + Y_{N-2}^{j+1}\right)}{3D_W F_{22} + 2\Delta x F_{om}} -$$

$$- \frac{F_{21}D_\theta}{3D_W F_{22} + 2\Delta x F_{om}}\left(3\frac{\partial Y_N^{j+1}}{\partial D_\theta} - 4\frac{\partial Y_{N-1}^{j+1}}{\partial D_\theta} + \frac{\partial Y_{N-2}^{j+1}}{\partial D_\theta}\right),$$

$$\frac{\partial Y_N^{j+1}}{\partial D_\theta} = \frac{F_{11}}{3F_{11} + 2\Delta x F_{oq1}}\left(4\frac{\partial Y_{N-1}^{j+1}}{\partial D_\theta} - \frac{\partial Y_{N-2}^{j+1}}{\partial D_\theta}\right),$$

$$\frac{\partial Y_0^{j+1}}{\partial D_\theta} = 0, \qquad \frac{\partial Z_0^{j+1}}{\partial D_\theta} = 0,$$

$$\frac{\partial Y_i^0}{\partial D_\theta} = 0, \qquad \frac{\partial Z_i^0}{\partial D_\theta} = 0.$$

Аналогичным образом вычисляются частные производные системы по параметру (13)-(18) по параметру D_w.

4 Численные результаты

Вычислительный эксперимент проводился с помощью программного комплекса Matlab. Для проверки работоспособности метода экспериментально полученные теплофизические характеристики грунта были взяты из [13].

В начальный момент времени $t = 0$, распределение температуры и влаги $T_0 = 10^0 C$ и $U_0 = 86\%$. Температура воздуха и потенциал воздуха на границе $T_a = 20^0 C$ и $U_a = 4\%$. Эксперимент был проведен для грунта с глубиной 1 м, в течении 24 часов.

Численное решение было проведено с помощью схемы Франка-Дьюфорта с $\Delta x = 10^{-2}$ и $\Delta t = 10^{-3}$.

В таблице 1 приведен сравнительный анализ результатов численных вычислений полученных с помощью функции lsqnonlin и fmincon программного пакета Matlab Optimization Toolbox.

Таблица 1. Сравнительный анализ для точного значения $D_W = 0.2$ *и* $D_\theta = 0.1$

	Функция:lsqnonlin		*Функция:fmincon*	
	с Якобиан	*без Якобиан*	*с Якобиан*	*без Якобиан*
Полученный D_θ	0.09628269238011	0.09628415548753	0.10000109165175	0.10000841765325
Полученный D_W	0.20791262333788	0.20790938149610	0.19999780153345	0.20001530184193
Количество итерации	147	49	155	29

Эксперимент показывает, что функция fmincon дает более точное значение чем lsqnonlin. Кроме этого, мы видим по количеству итераций, что Якобиан улучшает процесс вычислении.

5 Заключение

В данной работе были получены следующие результаты:

- получена безразмерная форма прямой задачи;

- задача была решена с помощью двух функции fmincon и lsqnonlinMatlabOptimizationToolbox;
- для уменьшения количество итераций был получен и использован Якобиан;
- получен сравнительный анализ.

6 Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования проекта Министерством образования и науки РеспубликиКазахстан (грант № AP08855955).

Список использованной литературы:

1 Luikov A.V., Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies. Pergamon Press. 1966.

2 Pecenko R., Challamel N., Colinart T., Picandet V., (Semi-)analytical solution of Luikov equations for time-periodic boundary conditions //International Journal of Heat and Mass Transfer. – Vol. 124. – 2018. - P. 533-542. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.02.106

3 Koukouch A., Bakhattar I., Asbik M., Idlimam A. Zeghmati B., Aharoune A. Analytical solution of coupled heat and mass transfer equations during convective drying of biomass: experimental validation // Heat and Mass Transfer. - Vol. 56. – 2020. – Pp. 1971–1983.https://doi.org/10.1007/s00231-020-02817-w

4 García-Alvarado M.A., Pacheco-Aguirre F.M. Ruiz-López I.I., Analytical solution of simultaneous heat and mass transfer equations during food drying // Journal of Food Engineering. – Vol. 142. – 2014. - Pp. 39-45.https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2014.06.001

5 Zhang B., Cheng Zh., Zhang L., Numerical Simulation for Coupled Heat and Moisture Transfer in Building Material //Conference: 3rd International Conference on Material, Mechanical and Manufacturing Engineering (2015). – Pp. 216-221.https://doi.org/10.2991/ic3me-15.2015.42

6 Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Методы решения некорректных задач // М.: Наука. - 1986. - 287 с.

7 Лаврентьев М.М., Резницкая К.Г., Яхно В.Г., Одномерные обратные задачи математической физики // Новосибирск: Наука. - 1982. - 88 с.

8 Романов В.Г., Обратные задачи математической физики // М.: Наука. - 1984.

9 Kabanikhin S. I., Inverse and Ill-Posed Problems. Theory and Applications // De Gruyter. – 2011. - p. 459.

10 Kirsch A., An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems, Applied Mathematical Sciences // Springer-Verlag. - 1996.

11 Berger J., Dutykh D., Mendes N., Rysbaiuly B., A new model for simulating heat, air and moisture transport in porous building materials // International Journal of Heat and Mass Transfer. - 2019. - Volume 134. - Pp. 1041–1060.https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.01.025

12 Рысбайулы Б., Карашбаева Ж.О., Разработка метода нахождения коэффициента диффузии влаги. //Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика. – 2019. - №3(103). – 103 – 111 с.

13 Jen Y. Liu., Solutions of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies // Int. J. Heat Mass Transfer. - Vol. 34. No. 7. – 1991. - Pp. 1747 – 1754.

References:

1 Luikov A.V., Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies. Pergamon Press. 1966.

2 Pecenko R., Challamel N., Colinart T., Picandet V., (Semi-)analytical solution of Luikov equations for time-periodic boundary conditions //International Journal of Heat and Mass Transfer. – Vol. 124. – 2018. - P. 533-542. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.02.106

3 Koukouch A., Bakhattar I., Asbik M., Idlimam A. Zeghmati B., Aharoune A. Analytical solution of coupled heat and mass transfer equations during convective drying of biomass: experimental validation // Heat and Mass Transfer. - Vol. 56. – 2020. – Pp. 1971–1983. https://doi.org/10.1007/s00231-020-02817-w

4 García-Alvarado M.A., Pacheco-Aguirre F.M. Ruiz-López I.I., Analytical solution of simultaneous heat and mass transfer equations during food drying // Journal of Food Engineering. – Vol. 142. – 2014. - Pp. 39-45. https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2014.06.001

5 Zhang B., Cheng Zh., Zhang L., Numerical Simulation for Coupled Heat and Moisture Transfer in Building Material //Conference: 3rd International Conference on Material, Mechanical and Manufacturing Engineering (2015). – Pp. 216-221. https://doi.org/10.2991/ic3me-15.2015.42

6 Tikhonov A.N., Arsenin V.Ia., Metody resheniia nekorrektnykh zadach [Methods of solving ill-posed problems] // M.: Nauka. - 1986. - 287. (In Russian)

7 Lavrentev M.M., Reznitckaia K.G., Iakhno V.G., Odnomernye obratnye zadachi matematicheskoi fiziki [One-dimensional inverse problems of mathematical physics] // Novosibirsk: Nauka. - 1982. – 88. (In Russian)

8 Romanov V.G., Obratnye zadachi matematicheskoi fiziki [Inverse problems of mathematical physics] // M.: Nauka. - 1984. (In Russian)

9 Kabanikhin S. I., Inverse and Ill-Posed Problems. Theory and Applications // De Gruyter. – 2011. - p. 459.

10 Kirsch A., An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems, Applied Mathematical Sciences // Springer-Verlag. - 1996.

11 Berger J., Dutykh D., Mendes N., Rysbaiuly B., A new model for simulating heat, air and moisture transport in porous building materials // International Journal of Heat and Mass Transfer. - 2019. - Volume 134. - Pp. 1041–1060.https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.01.025

12 Rysbaiuly B., Karashbaeva Zh.O., Razrabotka metoda nakhozhdeniia koeffitcienta diffuzii vlagi [Development of a method for finding the moisture diffusion coefficient] // Vestnik KazNU. Seriia matematika, mekhanika, informatika. – 2019. - №3(103). – 103 – 111. (In Russian)

13 JEN Y. LIU., Solutions of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies // Int. J. Heat Mass Transfer. - Vol. 34. No. 7. – 1991. - Pp. 1747 – 1754.