

ФИЗИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕР МЕН МЕХАНИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІ МОДЕЛЬДЕУ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
MODELING OF PHYSICAL PROCESSES AND MECHANICAL SYSTEMS

МРНТИ 29.15.03; 29.15.19
УДК 539.141/142

<https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.06>

Н.К. Калжигитов¹, В.О. Құрманғалиева^{1*}, Ұ.Б. Отарбаева², А.Ж. Абдихан², Н.А. Ернар²

¹әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

²Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

*e-mail: venera_baggi@mail.ru

**ЕКІ АЛЬФА БӨЛШЕКТИҢ СЕРПІМДІ СОҚТЫҒЫСУ РЕАКЦИЯСЫНДАҒЫ НУКЛОН-НУКЛОН
ӘСЕРЛЕСУІНІҢ ПОТЕНЦИАЛДАРЫ**

Аңдатпа

Аталған жұмыста кластерлік модель аясында қысқа мерзімде өмір сүретін ⁸Be ядросының түзілуімен екі альфа-альфа бөлшектің серпімді соқтығысу реакциясын есептеу үшін екі нуклон-нуклондық потенциал пайдаланылды. Сонымен қатар, теориялық талдау мен көрсетілген проблеманы шешуде кластерлік модель әдісі қолданылды. Осындай модельдердің бірі ол - микроскопиялық кластерлік модель немесе резонанциялайтын топтар әдісінің алгебралық нұсқасы (РТӘАН) әдісі ретінде танымал модель, бұл проблеманы жаңаша зерттеуге және резонанстық күйлер туралы мағлұматтар алуға мүмкіндік береді. Бұл әдістің артықшылығы Паули принципін, сонымен қатар өзара әрекеттесетін кластерлердің ішкі құрылымын ескеруі болып табылады. Бұл мәселені зерттеу үшін екі жартылай шынайы нуклон-нуклондық потенциал: модификацияланған Хасегава-Нагата потенциалы және Волков потенциалының екінші нұсқасы таңдалды. Әр потенциалдың әрқайсысының өзіндік бірегей сипаттамалары мен алмасу параметрлері бар, ол ұсынылған мәселені толығырақ қарастыруға мүмкіндік береді. Екі нуклон-нуклондық потенциалды қолдану арқылы алынған жүргізілген жұмыстардың нәтижелері бойынша резонанстық күйдің Г ені және Е энергиясы бұрыннан бар тәжірибелік мәліметтермен салыстырылды. Салыстырулар нәтижесінде теория мен эксперимент арасындағы сәйкестілік алынды.

Түйін сөздер: кластерлер, кластерлік модель, резонанциялайтын топтар әдісі, жеңіл ядролар, альфа бөлшектің қатысуымен жүретін реакция, резонанстық күйлер.

Аннотация

Н.К. Калжигитов¹, В.О. Курманғалиева¹, У.Б. Отарбаева², А.Ж. Абдихан², Н.А. Ернар²

¹Казахский Национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

²Казахский Национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

**ПОТЕНЦИАЛЫ НУКЛОН-НУКЛОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В РЕАКЦИИ УПРУГОГО
СОУДАРЕНИЯ ДВУХ АЛЬФА ЧАСТИЦ**

В настоящей работе для расчета реакции упругого соударения двух альфа-альфа частиц с образованием короткоживущего ядра ⁸Be, в рамках кластерной модели, были использованы два нуклон-нуклонных потенциала. Вместе с ними при расчетах был задействован метод кластерной модели, что стал мощным инструментом для теоретического анализа и решения указанной проблемы. Одной из таких моделей является микроскопическая кластерная модель или метод, известный как алгебраическая версия метода резонирующих групп (АВМРГ), которая позволяет исследовать данную задачу с новой стороны и получить данные о резонансных состояниях. Преимуществом данного метода является учет принципа Паули, а также внутренней структуры взаимодействующих кластеров. Для исследования данной задачи были выбраны два полу реалистических нуклон-нуклонных потенциала: модифицированный потенциал Хасегава-Нагаты и вторая версия потенциала Волкова. Каждый из потенциалов обладает своими уникальными характеристиками и обменными параметрами, что позволяет более детально рассмотреть представленную задачу. По результату проведенных работ, полученные с использованием двух нуклон-нуклонных потенциалов данные по ширине Г и

энергии E резонансного состояния сравнивались с уже имеющимися экспериментальными данными. В следствии этого, было получено хорошее соответствие теории и эксперимента.

Ключевые слова: кластеры, кластерная модель, метод резонирующих групп, легкие ядра, реакция с участием альфа частиц, резонансные состояния.

Abstract

POTENTIALS OF THE NUCLEON-NUCLEON INTERACTION IN THE ELASTIC IMPACT REACTION OF TWO ALPHA PARTICLES

Kalzhigitov N.K.¹, Kurmangaliyeva V.O.¹, Otarbayeva U.B.², Abdikhan A.Zh.², Yernar N.A.²

¹*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

²*Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

In this work, two nucleon-nucleon potentials were used to calculate the elastic collision reaction of two alpha-alpha particles with the formation of a short-lived ${}^8\text{Be}$ nucleus within the framework of the cluster model. Together with them, the cluster model method was used in the calculations, which became a powerful tool for theoretical analysis and solution of this problem. One such model is the microscopic cluster model, or the method known as the algebraic version of the resonating group method (ARGM), which will allow us to explore this problem from a new angle and obtain data on resonant states. The advantage of this method is that it takes into account the Pauli principle, as well as the internal structure of interacting clusters. To study this problem, two semi-realistic nucleon-nucleon potentials were chosen: the modified Hasegawa-Nagata potential and the second version of the Volkov potential. Each of the potentials has its own unique characteristics and exchange parameters, which allows us to consider the presented problem in more detail. Based on the results of the work performed, the data obtained using two nucleon-nucleon potentials on the width Γ and energy E of the resonance state were compared with the already available experimental data. As a result, there was a good agreement between theory and experiment.

Keywords: clusters, cluster model, resonating group method, light nuclei, reaction involving alpha particles, resonance states.

Кіріспе

Әртүрлі ядролық реакциялар кезінде атом ядросының құрылысы мен онда болатын процестерді зерттеу, ядролық физиканың негізгі міндеттері болып табылады. Дегенмен, ядроның құрылысы мен оның ішіндегі процестерді зерттеудегі ең күрделі міндеттердің бірі - ядро аймағындағы өзара әрекеттесетін және нуклондарды бірге ұстап тұратын ядролық күштерді дұрыс анықтау болып қала береді. Ядролық күштер әлі де нақты анықталмағандықтан және көбінесе зерттелмегендіктен, оларды зерттеу күні бүгінге дейін өзекті болып табылады. Ядролық күштерді және нуклондардың бір-бірімен әрекеттесу сипатын дұрыс анықтау үшін, әртүрлі теориялық есептеулерде нуклон-нуклондық потенциалдар қолданылады. Өздерінің сипаттамалары бойынша олар әртүрлі, қарапайымнан күрделіге дейін болады. Біздің мақсатымызға жетуіміз үшін, әрқайсысының өз алмасу параметрлері бар екі нуклон-нуклондық потенциал таңдалды.

Әртүрлі нуклон-нуклондық потенциалдардың әсерін және солар арқылы ядроның күйін зерттеу үшін төменгі 0-15 МэВ аралығындағы екі альфа бөлшектің қатысуымен жүретін серпімді шашырау реакциясы қарастырылды.



Бұл қарастырылған реакция тек ядролық физиканың көптеген саласында ғана емес, сонымен қатар астрофизикада да қызықты болып табылады, себебі ядролық әсерлесудің әсерін көрсететін қарапайым, бірақ, сонысына қарамастан қызықты нуклондық комбинация болып табылады. Екі альфа бөлшектің осы шашырау реакциясында қысқа уақыт ішінде пайда болған резонанстық күй бериллий ${}^8\text{Be}$ изотопының тұрақсыз ядросы болып табылады, ол өзінің ерекшеліктеріне байланысты тек мына күйлерде болуы мүмкін: 0^+ , 2^+ и 4^+ . ${}^8\text{Be}$ ядросы өте орнықсыз болып табылады және бос күйінде табиғатта кездеспейді. Бірақ ол Күнде, жұлдыздық ортада жүретін термоядролық реакциялардың маңызды құрамдасы болып табылады.

Есептеу моделі

Екі альфа бөлшектің серпімді реакциясының резонанстық күйін есептеу үшін біз екі кластерлі микроскопиялық моделді қолдандық. Аталған модель резонанциялайтын топтар әдісінің алгебралық нұсқасы (РТӘАН) болып табылады, және [1-5] жұмыстарда тұжырымдалған. Алгебралық нұсқаның

негізгі ерекшелігі, онда байланысқан және үздіксіз спектр күйлерінде әсерлесетін кластерлердің салыстырмалы қозғалысын сипаттау үшін, осцилляторлық функциялардың толық жиыны қолданылады. Аталған әдіс аясында екі кластерлі жүйенің күйін сипаттайтын толық толқындық функция мына түрде беріледі:

$$\Psi_J = A \left\{ \left[\varphi_1(A_1) \varphi_2(A_2) \right]_s \psi'_{LS}(\vec{q}) \right\}, \quad (2)$$

мұндағы $\varphi_1(A_1)$, $\varphi_2(A_2)$ - бірінші және екінші альфа кластерлердің ішкі толқындық функциялары. Екі функцияда оларды құрайтын нуклондардың кеңістіктік, спиндік және изоспиндік координаттарынан тәуелді. Және екі функцияда нуклондардың кез-келген жұбының ауыстырылуына қатысты антисимметриялы. Резонанциялайтын топтар әдісі аясында бұл функциялар белгілі деп есептеледі. Мұндай функцияларды құрудың бірнеше қарапайым тәсілдері бар. $\varphi_1(A_1)$ және $\varphi_2(A_2)$ функцияларына қарағанда, екі кластердің салыстырмалы қозғалысын сипаттайтын $\psi'_{LS}(\vec{q})$ толқындық функциясы белгісіз, және резонанциялайтын топтар әдісінің қозғалыс теңдеулерін шешу жолымен анықталуы керек. Бұл функция, кластерлердің ара қашықтығын анықтайтын \vec{q} Якоби векторының функциясы болып табылады.

Резонанциялайтын топтар әдісінің алгебралық нұсқасы аясында $\psi'_{LS}(\vec{q})$ толқындық функциясы $\psi_n(q, r_0)$ үшөлшемді гармоникалық осциллятордың толқындық функциясының шексіз қатарына ыдырайды:

$$\psi'_{LS}(q) = \sum_{n=n_0}^{\infty} C_{nL} \psi_{nL}(q, r_0), \quad (3)$$

мұндағы C_{nL} ыдырау коэффициенті болып табылады, $q - \vec{q}$ векторының модулі. $\psi_n(q, r_0)$ осцилляторлық функциясының айқын көрінісін [6] жұмыстан табуға болады. Осцилляторлық функциялар ортонормаланған функциялардың толық жиынтығын құрайтындықтан, екі кластерлік жүйенің кез-келген толқындық функциясы осы функцияларға бөліне алады.

Резонанциялайтын топтар әдісінің алгебралық нұсқасы аясында екі кластерлік жүйенің (2) толқындық функциясы (3) теңдеуді ескере отырып, Фурье қатарының жалпыланған түрінде көрсетуге болады:

$$\Psi_J = \sum_{n=n_0}^{\infty} C_{nL} \Psi_{nL}, \quad (4)$$

бұл сызықтық алгебралық теңдеулер жиынтығы ретінде ыдырау коэффициенттері үшін динамикалық теңдеулерді береді

$$\sum_{m=n_0}^{\infty} \left[\langle \vec{n}L | H | \vec{m}L \rangle - E \cdot \delta_{n,m} \right] C_{mL} = 0, \quad (5)$$

мұнда \hat{H} ядроның көпбөлшектік гамильтонианы болып табылады, E – ядролық жүйенің толық энергиясы.

Теңдеудің бұл түрі, сызықтық біртекті алгебралық теңдеулердің шексіз жүйесін тудыратын, функцияның ортонормальдық базисі бар Шредингер теңдеуінің стандартты матрицалық түрі болып табылады. Егер, ыдырау коэффициенттерінің асимптотикалық тәртібін ескерсек, онда (5) түрдегі теңдеулер жүйесі мына түрге келеді:

$$\begin{aligned} \sum_{m=n_0}^{N_a} [\langle \vec{n}L | \hat{H} | \vec{m}L \rangle - E \cdot \delta_{n,m}] \bar{C}_{mL} - \tan \delta \cdot \langle \vec{n}L | \hat{H} | N_a + 1, L \rangle C_{N_a+1,L}^{(I)} = \\ = - \langle \vec{n}L | \hat{H} | N_a + 1, L \rangle C_{N_a+1,L}^{(R)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Бұл сызықтық теңдеулердің соңғы жүйесі, және ол N_a+1 теңдеулерден тұрады, және толқындық функцияның ішкі бөлігінің N_a ыдырау коэффициенттерінен және ыдырау фазасының тангенсінен тұрады. Есептеулер барысында, шектік шарттары бар осы сызықтық алгебралық теңдеулердің біртекті емес жүйесі, осциллятор көрінісінде, үздіксіз спектрдің толқындық функциясы мен шашырау фазасын табуға мүмкіндік береді.

Потенциалдар

Ұсынылып отырған кластерлік жүйенің ядролық әсерлесуін сипаттау үшін, Хасегава-Нагата (МННР) [7, 8] потенциалы қолданылды. Бұл потенциалдың ерекшелігі - ол спин-орбиталдық компонентті де, сондай-ақ орталық компоненттерді де ескеруге мүмкіндік береді және 3 Гаусс функциясын қамтиды. Бұл үлкен қашықтықта нуклондардың тартылуын және қысқа қашықтықтағы тебілуін жақсы шығаруға мүмкіндік береді. Ол, энергияның кең диапазонында жеңіл ядролардың шашырауын сипаттау үшін жиі қолданылған. Жаңартылған Хасегава-Нагата потенциалындағы, сондай-ақ Волков В2 потенциалындағы компонент, потенциалдың орталық және спин-орбиталдық бөліктері үшін алмасу операторлары мен алмасу параметрлері арқылы сипатталады.

Кесте 1. Әртүрлі нуклон-нуклондық потенциалдарға арналған алмасу параметрлерінің мәндері

МННР [7, 8]						
n	μ (фм ⁻²)	V_0 (МэВ)	m	w	b	h
1	0.16	- 6	1.1528	- 0.2361	0.5972	- 0.5139
2	1.127	- 546	0.4057	0.424	0.1401	0.0302
3	3.4	1655	0.3985	0.4474	0.1015	0.0526
VP 2 [9]						
1	0.3086	- 60.65	0.6	0.4	-	-
2	0.9803	61.14	0.6	0.4	-	-

Мұндағы n – гаусс функциясының нөмірі, μ – күш квадраты радиусына кері параметр, σ_i - i -ші нуклонның спині операторы, τ_i – изоспиндік айнымалы, ауысу операторлары (P^M -Майоран, P^B – Бартлетт, P^H -Гейзенберг), ауысу операторлары (h –Гейзенберга, b –Бартлетта, m – Майорана), w – Вигнер параметрі. w, b, h, m параметрлері өлшемсіз болып табылады, және 0 ден 1 дейін өзгереді. Олардың мәндері дейтронның байланыс энергиясы мен нуклон-нуклондық шашырау параметрлерін келтіру арқылы анықталды. 1 кестеде жаңартылған Хасегава-Нагата потенциалының орталық компоненттері үшін, w, b, h, m параметрлерінің дәл шамалары келтірілген.

Волков потенциалының екінші нұсқасын [9] мына түрде көрсетуге болады:

$$V_{ij}(r_{ij}) = \sum_{i < j}^A U(r_{ij})(1 - m + m\widehat{P}_{ij}^M), \quad (7)$$

мұндағы $U(r_{ij})$ мына потенциалдың форм факторы

$$U(r_{ij}) = V_a e^{-\left(\frac{r_{ij}}{a}\right)^2} + V_r e^{-\left(\frac{r_{ij}}{p}\right)^2}. \quad (8)$$

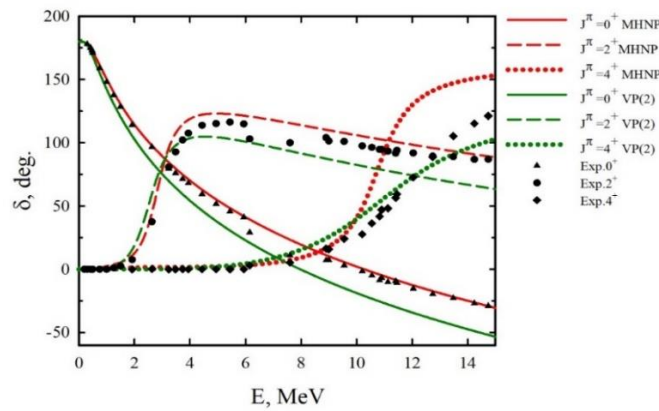
V_a, a, p, V_r параметрлері – Волков нұсқасынан өзгереді. a – шашырау ұзындығы. Бұл жұмыста В2 компонент қолданылды, сондықтан олар мынаған тең: $V_a = -60.65, a = 1.8, u = 1, p = 1.01, V_r = 61,14$ [9]. Волков потенциалымен сипатталатын әсерлесудің екі гаусстық функциясы бар және спин мен изоспинге тәуелсіз ($b = h = 0$).

Нәтижелер

Жаңартылған Хасегава-Нагата және Волков В2 потенциалдары сияқты әртүрлі нуклон-нуклондық потенциалдарды қолдану арқылы құрылған $0^+, 2^+$ және 4^+ арналған шашырау фазалары графикте көрсетілген (1 сурет).

Көрсетілген графиктегі есептеулер әдісі мен нуклон-нуклондық потенциалды қолданып алынған шашырау фазалары: түзу сызықпен - 0^+ күй үшін, үзік сызықпен - 2^+ күй үшін, және нүктелі

сызықпен - 4^+ күй үшін белгіленеді. Бір потенциалды қолдану арқылы құрылған шашырау фазасына белгілі бір түс сәйкес келеді. Қызыл түспен жаңартылған Хасегава-Нагата потенциалы негізіндегі шашырау фазасы, жасыл түспен Волков В2 потенциалы негізіндегі шашырау фазасы белгіленген.



Сурет 1. Жаңартылған Хасегава-Нагата (қызыл) және Волков В2 (жасыл) потенциалдары сияқты әртүрлі нуклон-нуклондық потенциалдарды қолдану арқылы құрылған 0^+ , 2^+ және 4^+ арналған шашырау фазалары және эксперимент нәтижелерімен салыстырылды [10]

Есептеулер нәтижесінде алынған резонанстық күйлердің теориялық параметрлерінің мәндері (2 кесте), графиктегі (1 сурет) сәйкес фазалық жылжулардан есептелген. Резонанстық күй маңындағы фазалық жылжу үшін Брейт-Вигнер формуласы көмегімен.

$$\left. \frac{d^2\delta}{dE^2} \right|_{E=E_r} = 0, \quad \Gamma = 2 \left(\left. \frac{d\delta}{dE} \right|_{E=E_r} \right)^{-1} \quad (9)$$

Оқшауланған резонанс маңындағы шашырау фазаларын фондық және резонанстық шашырау фазаларының қосындысы ретінде көрсетуге болады. Резонанстық шашырау фазасын табу үшін, Брейт-Вигнер формуласын қолданамыз [8]

$$\delta(E) = \delta_{\text{фон}}(E) + \delta_{\text{рез}}(E) = \delta_{\text{фон}}(E) - \arctan \frac{\Gamma/2}{E - E_r}, \quad (10)$$

мұндағы $\delta_{\text{фон}}(E)$ – фазалардың фондық жылжуы, $\delta_{\text{рез}}(E)$ – фазалардың резонанстық жылжуы, E_r – резонанстық күйдің энергиясы, Γ – резонанстық күйдің ені.

Кесте 2. Резонанстардың эксперименттік [11] және теориялық мәндері: 0^+ , 2^+ және 4^+ күйлерге арналған E (резонанс энергиясы) және Γ (резонанс ені)

J^π	Потенциалдар	E (МэВ)	Γ (МэВ)
0^+	MHNП	0.096	0.17065×10^{-6}
	VP(2)	0.091	0.09858×10^{-6}
	Exp. [11]	0.0918	$(5.57 \pm 0.25) \times 10^{-6}$
2^+	MHNП	2.824	1.20147
	VP(2)	2.529	1.49553
	Exp. [11]	3.12 ± 10	1.513 ± 1.5
4^+	MHNП	10.74	1.93217
	VP(2)	10.857	6.73414
	Exp. [11]	11.44 ± 1.5	3.500

4. Талқылау және қорытынды

Бұл жұмыстың негізгі мақсаты екі альфа-бөлшектердің серпімді шашырау реакциясындағы ядролық күштердің табиғаты мен әсерін зерттеу болды, онда 15 МэВ-ке дейінгі төменгі энергия интервалында эксперименттерде ${}^8_4\text{Be}$ құрама ядросы түріндегі резонанстық күй байқалды. Жасалған жұмыстың мақсаты екі нуклон-нуклондық потенциалды қолдана отырып, осындай резонанстық күйді теориялық есептеу болды.

Салыстыру нәтижесінде кластерлік моделді және жартылай шынайы нуклонды-нуклондық потенциалды қолдану арқылы құрылған шашырау фазалары қазіргі уақытта қолда бар эксперименттік мәліметтермен жақсы сәйкес келетіндігі анықталды. Әсіресе, 4 МэВ-ке дейінгі аймақта ол анық байқалды, графикте құрылған сызықтар эксперименттегі нүктелерге абсолют түрде сәйкестігі байқалды. Алайда, алмасу параметрлерінің әртүрлі мәндерінің болуына және әр қолданылатын потенциалдарда алмасу операторларының әсеріне байланысты, әртүрлі күйдегі құрылған шашырау фазаларында, энергияның жоғарылауы барысында, бір-бірімен және эксперименттік деректермен кейбір үйлеспеушіліктер байқалды. Бұл алшақтық негізінен, есептеулер барысындағы потенциалдардың жүйеге әсеріне байланысты түсіндіріледі. Сонымен қатар, 2^+ және 4^+ күйлер үшін фазалар шашырауының мүмкін себебі, қолданылатын нуклон-нуклон потенциалдарында тензорлық компонентаны ескермеуге байланысты. Бірақ, осы жуықтаулардың өзінде, жалпы аталған әдіс экспериментпен жақсы сәйкестікті көрсетеді.

Жаңартылған Хасегава-Нагата потенциалын қолдана отырып есептелген шашырау фазасы толық бұрыштық моменттің $J = 0$ мәнінде, 0.096 МэВ энергия мәнінен бастау алатын жоғарғы, жіңішке резонанстың бар екенін көрсетті. Ені жіңішке 0.17065×10^{-6} МэВ өшетін резонанстық күйдің болуы, кулондық барьерді бар болуымен байланысты. Осының әсерінен, белгілі бір уақыт ішінде пайда болған ${}^8_4\text{Be}$ құрама ядросы, қайтадан екі альфа-кластерге ыдырайды және осы кезде резонанстық күй сияқты байқалады.

Толық бұрыштық моменттің $J = 2$ мәнінде, резонанс неғұрлым кең болады және 2.824 МэВ энергияда пайда болады. 10.74 МэВ жоғары байқалатын бұдан да кең резонанс, $J = 4$ мәнге сәйкес келеді.

Осыған байланысты, орбиталдық моменттің $L = 2, 4$ мәндерінде, қосымша центрден тепкіш барьер тудыру нәтижесінде, құрама ядроның ішіндегі ядролық күштерге әсері туралы қорытынды жасауға болады, осының нәтижесінде резонанстық күйлердің өмір сүру уақыты қысқарды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Филиппов Г.Ф., Охрименко И.П. *О возможности использования осцилляторного базиса для решения задач непрерывного спектра, ЭЧАЯ.* – 1980. – Том. 32. – С. 5.

2 Lashko Y. A., Filippov G. F., and Vasilevsky V. S., “Dynamics of two cluster systems in phase space”, *Nucl. Phys. A*, vol. 941, pp. 121-144, Sept. 2015.

3 Filippov G. F. “On taking into account correct asymptotic behavior in oscillator-basis expansions,” *Sov. J. Nucl. Phys.*, vol. 33, pp. 488-489, 1981.

4 Филиппов Г.Ф., Василевский В.С., Чоповский Л.Л. *Обобщенные когерентные состояния в задачах ядерной физики, ЭЧАЯ.* – 1984. - Т.15. - стр.1338-1383.

5 Filippov G. F., Vasilevsky V. S., and Chopovsky L. L., “Solution of problems in the microscopic theory of the nucleus using the technique of generalized coherent states”, *Sov. J. Part. Nucl.*, vol. 16, pp. 153-177, 1985.

6 Vasilevsky, V. S. and Kato, K. and Kurmangaliyeva, V. and Duisenbay, A.D. and Kalzhigitov, N. and Takibayev, N., *Investigation of discrete and continuous spectrum states in two-cluster system. Sapporo, Japan: Hokkaido University, 2017.*

7 Hasegawa A. and Nagata S., “Ground state of ${}^6\text{Li}$ ”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 45, pp. 1786-1807, 1971.

8 Tanabe F., Tohsaki A., and Tamagaki R., “ $\alpha\alpha$ scattering at intermediate energies”, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 53, pp. 677-691, 1975.

9 Volkov A.B., “Equilibrium deformation calculations of the ground state energies of $1p$ shell nuclei”, *Nuclear Physics*, vol. 74, pp. 33-58, 1965.

10 Arena N., Barit I.Ya., Cavallaro Seb., d'Arrigo A., Fazio G., “Investigation of the high excitation ${}^8_4\text{Be}$ region”, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, vol. 20, pp. 1973-1979, 1994.

11 Tilley D.R., Kelley J.H., Godwin J.L., Millener D.J., Purcell J.E., Sheu C.G., and Weller H.R., “Energy levels of light nuclei $A=8, 9, 10$,” *Nucl. Phys. A*, vol. 745, pp. 155-362, Dec. 2004.

References:

- 1 Filippov G.F., Ohrimenko I.P. (1980) *O vozmozhnosti ispolzovaniya oscillatornogo bazisa dlya resheniya zadach neprerivnogo spectra*, [On the Possibility of Using the Oscillatory Basis for Solving Continuous Spectrum Problems]. EPNP Vol. 32. P. 5. (in Russian)
- 2 Lashko Y. A., Filippov G. F., and Vasilevsky V. S., "Dynamics of two cluster systems in phase space", Nucl. Phys. A, vol. 941, pp. 121-144, Sept. 2015.
- 3 Filippov G. F. "On taking into account correct asymptotic behavior in oscillator-basis expansions," Sov. J. Nucl. Phys., vol. 33, pp. 488-489, 1981.
- 4 Filippov G.F., Vasilevsky V.S., Chopovsky L.L. (1984) *Obobshennye kogerentnye sostoyanya v zadachah yedernoi fiziki*, [Generalized coherent states in problems of nuclear physics] EPNP. V.15. P.1338-1383. (in Russian)
- 5 Filippov G. F., Vasilevsky V. S., and Chopovsky L. L., "Solution of problems in the microscopic theory of the nucleus using the technique of generalized coherent states", Sov. J. Part. Nucl., vol. 16, pp. 153-177, 1985.
- 6 Vasilevsky, V. S. and Kato, K. and Kurmangaliyeva, V. and Duisenbay, A.D. and Kalzhigitov, N. and Takibayev, N., *Investigation of discrete and continuous spectrum states in two-cluster system*. Sapporo, Japan: Hokkaido University, 2017.
- 7 Hasegawa A. and Nagata S., "Ground state of ${}^6\text{Li}$ ", Prog. Theor. Phys., vol. 45, pp. 1786-1807, 1971.
- 8 Tanabe F., Tohsaki A., and Tamagaki R., " $\alpha\alpha$ scattering at intermediate energies", Prog. Theor. Phys., vol. 53, pp. 677-691, 1975.
- 9 Volkov A.B., "Equilibrium deformation calculations of the ground state energies of $1p$ shell nuclei", Nuclear Physics, vol. 74, pp. 33-58, 1965.
- 10 Arena N., Barit I.Ya., Cavallaro Seb., d'Arrigo A., Fazio G., "Investigation of the high excitation ${}^8\text{Be}$ region", J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., vol. 20, pp. 1973-1979, 1994.
- 11 Tilley D.R., Kelley J.H., Godwin J.L., Millener D.J., Purcell J.E., Sheu C.G., and Weller H.R., "Energy levels of light nuclei $A=8, 9, 10$," Nucl. Phys. A, vol. 745, pp. 155-362, Dec. 2004.