МРНТИ 14.35.09
УДК 372.851

https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.27

И.Б. Шмигирилова[1], А.С. Рванова[1], Я.С. Белошистова[1], М.А. Дуткин[1]*

[1]Северо-Казахстанский университет им. М. Козыбаева, г. Петропавловск, Казахстан
[*]e-mail: irinankzu@mail.ru

ПРИЕМ ОБРАЩЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Аннотация

Перед школьным учителем математики стоит задача не только обеспечить математическую подготовку учащихся, достаточную для продолжения образования, но и развивать их интеллектуально, формировать у них математический стиль мышления. Чтобы учитель смог справиться с этой задачей, у него самого должен быть сформирован достаточный уровень математического мышления. Цель данной статьи – актуализировать значимость использования приема обращения геометрических задач как эффективного средства развития математического мышления студентов-математиков.

Представленные в статье результаты теоретического и эмпирического исследования подтвердили, что этот вид продуктивной учебно-познавательной деятельности будущих учителей математики позволяет им усваивать математическую теорию, развивает их математическое мышление, познавательную самостоятельность, коммуникативные навыки и, в конечном итоге, формирует качества, необходимые современному учителю математики.

Ключевые слова: геометрические задачи, математическое мышление, задачный подход, учитель математики, обучение математике.

Аңдатпа

И.Б. Шмигирилова[1], А.С. Рванова[1], Я.С. Белошистова[1], М.А. Дуткин[1]
[1]М. Қозыбаев атындағы Солтүстік Қазақстан университеті, Петропавл қ., Қазақстан

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІҢ АЙНАЛЫСЫН ҚАБЫЛДАУ БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНІҢ ОЙЛАУЫН ДАМЫТУ ҚҰРАЛЫ РЕТІНДЕ

Мектеп математика мұғалімінің міндеті-оқушылардың математикалық дайындығын білім беруді жалғастыру үшін жеткілікті етіп қамтамасыз ету ғана емес, сонымен бірге оларды интеллектуалды дамыту, оларда математикалық ойлау стилін қалыптастыру. Мұғалім бұл талапты жүзеге асыруы үшін оның өзі математикалық ойлаудың жеткілікті деңгейін қалыптастыруы керек. Мақалада болашақ математика мұғалімдерінің ойлау қабілетін дамыту олардың геометриялық есептерді шығару бойынша жұмысы тұрғысынан қарастырылады. Бұл мақаланың мақсаты математикалық студенттердің математикалық ойлауын дамытудың тиімді құралы ретінде геометриялық есептердің айналысын қолданудың маңыздылығын өзектендіру болып табылады.

Мақалада келтірілген теориялық және эмпирикалық зерттеулердің нәтижелері болашақ математика мұғалімдерінің өнімді оқу-танымдық іс-әрекетінің бұл түрі оларға математикалық теорияны игеруге, математикалық ойлауды, танымдық тәуелсіздікті, қарым-қатынас дағдыларын дамытуға және сайып келгенде қазіргі математика мұғаліміне қажетті қасиеттерді қалыптастыруға мүмкіндік беретіндігін растады.

Түйін сөздер: геометриялық есептер, математикалық ойлау, тапсырма тәсілі, математика мұғалімі, математиканы оқыту.

Abstract

REVERSAL OF GEOMETRIC PROBLEMS AS A MEANS OF DEVELOPING THE THINKING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Shmigirilova I.B.[1], Rvanova A.S.[1], Beloshistova Y.S.[1], Dutkin M.A.[1]
[1]M. Kozybaev North Kazakstan University, Petropavlovsk, Kazakhstan

The school mathematics teacher is faced with task of not only ensuring the mathematical preparation of students sufficient for continuing education, but also developing them intellectually, forming their mathematical style of thinking. In order for teacher to be able to cope with this task, he himself must have a sufficient level of mathematical thinking. The purpose of this article is to update the importance of using method of inversion of geometric problems as an effective means of developing mathematical thinking of mathematics students.

The results of theoretical and empirical research presented in article confirmed that this type of productive educational and cognitive activity of future mathematics teachers allows them to master mathematical theory, develops their mathematical thinking, cognitive independence, communication skills and, ultimately, forms qualities necessary for a modern mathematics teacher.

Keywords: geometric problems, mathematical thinking, task approach, mathematics teacher, mathematics teaching.

Введение

Современное общество нуждается в гражданах, способных быстро ориентироваться во все возрастающем потоке информации, критически ее осмыслять, продуцировать новые знания. Это накладывает особые требования к системе школьного образования, что, в свою очередь, актуализирует проблему качественной профессиональной подготовки педагогов. Сегодня универсальные методы математики применяются в разных областях человеческой деятельности. Математический стиль мышления незаменим в процессе анализа информации, при обнаружении проблем и их решении, при переносе идей и действий из одной сферы в другую. K. Stacey в своем отчете, посвященном инновациям в обучении математике, отмечает, что математическое мышление членов общества «поддерживает науку, технику и экономику и развивает их» [1, С. 39]. С таким мнением нельзя не согласиться. В этой связи перед школьным учителем математики стоит задача не только обеспечить математическую подготовку учащихся, достаточную для продолжения образования, но и развивать их интеллектуально, формировать у них математический стиль мышления. Чтобы учитель смог справиться с этой задачей, у него самого должен быть сформирован достаточный уровень математического мышления.

Таким образом, формирование математического мышления будущего учителя математики является одной из значимых задач вузовского образования. Цель данной статьи – раскрыть один из аспектов решения данной проблемы, а именно актуализировать значимость использования приема обращения геометрических задач как эффективного средства развития математического мышления студентов-математиков.

Гипотеза исследования состоит в том, что использование приема обращения геометрических задач в вузовской подготовке школьного учителя математики создает условия для развития их математического мышления.

Методология исследования

Исследование строилось на комплексном использовании теоретических и эмпирических методов. Теоретическое исследование проводилось с целью согласования исследовательской позиции авторов статьи с имеющимися научными данными по проблемам: развития математического мышления обучающихся; использования развивающего потенциала математических задач; особенностей приема обращения математических задач. В процессе понятийно-терминологического анализа был определен терминологический аппарат рассматриваемой проблемы; теоретико-методологический анализ предоставил научное обоснование авторской точки зрения на проблему развития математического мышления в процессе вузовской подготовки учителя; казуально-функциональный анализ позволил выявить причинно-следственные связи между особенностями процесса решения задач и развитием математического мышления.

Эмпирический этап исследования был непосредственно направлен на проверку гипотезы и охватывал два аспекта: во-первых, экспертную работу авторов статьи по выявлению особенностей геометрических задач с точки зрения их обращения; во-вторых, практическую апробацию приема обращения геометрических задач в процессе вузовской подготовки будущих учителей математики, в которой приняли участие студенты образовательных программ «Математика», «Математика-информатика», «Математика-физика», изучавшие в соответствии с учебными планами ряд дисциплин, непосредственно связанных с решением школьных математических задач, где и использовался прием обращения задач.

В конце седьмого семестра для сбора дополнительных качественных данных студентам было предложено написать короткое эссе-размышление о том, повлияла ли работа по обращению геометрических задач и их решению на уровень понимания ими математики, на их способность решать математические задачи, на процессы их математического мышления.

Результаты исследования

Результаты теоретического этапа исследования. Проблема развития математического мышления занимает важное место в работах психологов, педагогов и методистов, значительный вклад в исследование которой внесли Ж. Адамар, Г. Вейль, Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогоров, В.А. Крутецкий, Ж. Пиаже, А.Я Хинчин и др. В работах этих авторов можно выделить три основных направления, переплетающихся между собой: анализ структуры математического мышления; выявление особенностей мышления в связи с процессом решения задач; способы развития математического мышления в образовательном процессе. Эти же направления прослеживаются и у современных исследователей [2-4 и др.]. Обобщая результаты анализа литературы по указанной проблеме, отметим наиболее значимые аспекты.

Большинство исследователей, отмечая, что математическое мышление связано с общими интеллектуальными способностями субъекта, в то же время указывают на его специфичность. В этой связи, определяя характеристики математического мышления, психологи, педагоги и математики ориентируются на особенности математической деятельности, в частности деятельности по решению математических задач. Несмотря на широкий спектр работ, посвященных изучению компонентов математического мышления, наиболее приемлемой с точки зрения когнитивной психологии считается структура, предложенная еще В.А. Крутецким в 60-х годах прошлого века. Исследователь, выполнив анализ работ первой половины XX века и обобщив различные взгляды на эту проблему, выделил целый спектр интеллектуальных качеств человека, которые характерны для математического мышления.

В.А. Тестов [5], рассматривая математическую деятельность обучающихся как способ достижения не только предметных, но и метапредметных образовательных результатов и исходя из понимания того, что содержание обучения представляет собой не только определенную систему знаний, но и наиболее соответствующую ей систему рациональных способов приобретать и применять эти знания, считает, что развивать математическое мышление – это, прежде всего, развивать специфические мыслительные схемы: логические, алгоритмические, комбинаторные, образно-геометрические. Такой подход, не противореча сложившимся традициям, согласно которым математическое мышление рассматривалось как единство его типов (логического, абстрактного, алгоритмического, аналитического, функционального, пространственного), позволяет рассматривать обучение математике, в том числе и как «обучение математическому мышлению».

Представление о любой деятельности (мыслительной или практической) как о последовательном решении совокупности задач, направленных на достижение цели, нашло свое отражение в положениях задачного подхода в образовании. Обучение математике через задачи – широко обсуждаемая проблема. По мнению математика P. Halmos [6], решение задач – это «сердце математики». Функциональная многогранность математических задач [7] свидетельствует об их роли в повышении эффективности обучения. Учебно-познавательная деятельность, связанная с решением математических задач, по признанию большинства авторов, является основой формирования и развития математического мышления. Особую роль авторы [8, 9 и др.] отводят нестандартным, исследовательским, эвристическим, логическим, некорректным, контекстным задачам. При этом наибольшим развивающим эффектом обладают не отдельные задачи, а педагогически целесообразные системы задач, работа с которыми позволит создать условия для разнообразной, активной и творческой учебно-познавательной деятельности, которая в свою очередь обеспечит освоение и развитие схем математического мышления [5].

Рассматривая задачи в контексте развития математического мышления, нельзя не признать справедливость мнения о том, что эффективность использования задач в обучении, их развивающий эффект определяется не только тем, какие задачи решают обучающиеся, но и характером их учебно-познавательной деятельности в процессе работы с задачей. В качестве приемов, направленных на математическое развитие учащихся авторы выделяют: решение задач различными способами; использование заданий на нахождение ошибок в решении задачи и объяснение их характера; самостоятельное составление задач обучающимися и др. Обращение задач также можно отнести к приемам усиливающим развивающий эффект математических задач [10-12]. Еще П.М. Эрдниев, активно применяя данный прием в контексте технологии укрупнения дидактических единиц, расценивал его в качестве одного из средств «выращивания» знаний школьников.

Как известно, данный прием заключается следующем: после решения задачи выделяются все данные из ее условия и к ним присовокупляются данные, полученные в результате решения;

составляются все возможные наборы данных, которые и определяют основу для составления обращенных задач; обращенные задачи формулируются на основе полученных наборов таким образом, что одна или, реже, несколько величин данных в условии исходной задачи становятся искомыми в обращенной задаче. В результате можно получить несколько новых задач. Для обозначения таких задач в методической литературе часто используется термин «обратная задача». Однако, по справедливому мнению О.А. Абрамовой [10], к таким задачам точнее подходит термин «обращенные». Таким образом, обращенная задача – это та, которая, «при сохранении сюжета исходной задачи, получается включением части или даже всех ее данных в требование, при этом из него несколько или все найденные величины переводятся в условие. Обращенная задача считается обратной к исходной, если все ее требования и условия меняются местами» [10, с. 124]. Педагоги и психологи (М.И. Зайкин, В.А. Крутецкий, Г.И. Саранцев, А.Я. Цукарь, М.П. Эрдниев и др.), высоко оценивая обучающий и развивающий эффект приема обращения задач, связывают его в основном с: повышением познавательного интереса учащихся, вследствие того, что школьники, по сути, решают «свои» задачи; легкостью осуществления самоконтроля в процессе решения; обогащением словарного запаса; возможностью систематизировать и обогатить предметные знания учащихся; развитием гибкости мышления при переходе от прямого хода рассуждения к обратному. Однако развивающий потенциал этого приема может быть расширен. Так, например, И.Е. Дразнин [11] рекомендует использовать метод обращения задачи для понимания школьниками связей между значениями числовых данных в ее условии и особенностями геометрической конструкции, описанной в задаче. Характеризуя этот прием, автор отмечает, что «он дает возможность видеть в задаче более того, что в ней непосредственно требуется, учиться не только решать, но и расшифровывать глубинный смысл каждой из них» [11, с. 55].

Недооценка развивающего потенциала приема обращения задач связано еще и с тем, что в научных статьях и методических пособиях данный прием применяется к сюжетным задачам, задачам на прогрессии, реже к геометрическим задачам на вычисление, то есть к тем задачам, в условии которых представлены числовые данные или их буквенные выражения, а требование состоит в нахождении каких-либо величин. При этом, применяя метод обращения к геометрическим задачам на вычисление, авторы зачастую не получают полного цикла задач обращенных к исходной, так как упускают из внимания данные, представляющие собой не числовые значения величин, а свойства геометрических фигур и их элементов. Таким образом, потенциал приема обращения геометрических задач как средств развития математического мышления обучающихся еще не до конца раскрыт в научно-методической литературе.

Результаты практического этапа исследования. Выявление дополнительных резервов приема обращения как средства интеллектуального развития обучающихся потребовало внимательного анализа различных геометрических задач. В рамках этой работы было обращено особое внимание на два типа геометрических задач. Первый тип задач – это задачи на вычисление, в условиях которых наряду с числовыми данными присутствуют данные, характеризующие особенности или свойства геометрической конструкции. Для такой исходной задачи полный цикл обращенных задач должен включать задачу, требование которой будет состоять в доказательстве того, что рассматриваемая геометрическая конструкция обладает этими свойствами. То есть задача на вычисление обращается в задачу на доказательство.

Приведем пример составления полного цикла обращенных задач к подобной геометрической задаче на вычисление.

Исходная задача 1. Периметр равнобедренной трапеции равен 71,8 см. Средняя линия трапеции 21,4 см, а биссектриса большего угла параллельна боковой стороне. Найдите длину меньшего основания (рисунок 1).

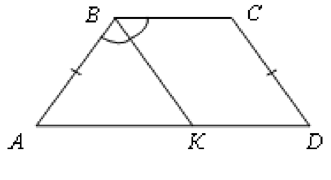

Рисунок 1. Чертеж к исходной задаче 1

Выполнив анализ условия, можно выделить следующие данные: трапеция равнобедренная; периметр трапеции равен 71,8 см; средняя линия трапеции равна 21,4 см; биссектриса большего угла трапеции параллельна боковой стороне.

Таким образом, для данной задачи можно составить четыре обращенные к ней задачи. Две из этих обращенных задач легко получаются поочередной перестановкой числовых данных из условия в требование. Искомыми величинами в этих задачах будут периметр и средняя линия трапеции.

Обращенная задача 1. Найдите периметр равнобедренной трапеции, средняя линия и меньшее основание которой соответственно равны 21,4 см и 14,15 см, а биссектриса большего угла параллельна боковой стороне.

Обращенная задача 2. Найдите среднюю линию равнобедренной трапеции, периметр и меньшее основание которой соответственно равны 71,8 см и 14,15 см, а биссектриса большего угла параллельна боковой стороне.

Составив эти две обращенные задачи, обучающиеся могут самостоятельно выполнить решение, поскольку оно опирается на решение исходной задачи. В существующей методической литературе, как правило, этим и заканчивается работа по обращению задач, поскольку упускаются из внимания еще два условия, заданные в словесной форме. Кроме того, срабатывает стереотип: если исходная задача – это задача на вычисление, то и обращенные задачи могут быть только задачами на вычисление. Значимая часть развивающего эффекта подобных задач как раз и соотносится с тем, что обучающемуся надо выйти за рамки стереотипа, составив задачи на доказательство.

Обращенная задача 3. В равнобедренной трапеции с периметром равным 71,8 см меньшее основание равно 14,15 см, а средняя линия трапеции равна 21,4 см. Доказать, что биссектриса большего угла параллельна боковой стороне.

Обращенная задача 4. Доказать, что трапеция, биссектриса большего угла которой параллельна боковой стороне, периметр равен 71,8 см, а средняя линия и меньшее основание соответственно равны 21,4 см и 14,15 см, является равнобедренной.

Полезным продолжением работы с обращенными задачами может быть обсуждение того, как числовые данные задачи влияют на свойства геометрической конструкции. В этой связи можно предложить обучающимся составить задачу аналогичную исходной, заменив числовые данные на буквенные.

Второй вид геометрических задач, привлекший внимание в контексте повышения развивающего потенциала приема обращения, – это задачи на доказательство, связанные с формулировкой обратных утверждений, в которых исходное утверждение является составным, что явно не проглядывается в условии, но может быть обнаружено через анализ решения исходной задачи. В таких случаях очень часто составное обратное утверждение не является истинным. Однако возможно сформулировать несколько обращенных задач, в каждой из которых требованием будет одна из неявных составляющих условия исходной задачи. Как показывает практика, работа с подобными задачами может реализовываться по этапам: решение исходной задачи; формулирование обратного утверждения; установление, что обратное утверждение неверно (как правило, это можно сделать с помощью контрпримера); углубленный анализ решения исходной задачи с целью выделения составных частей условия; формулирование обращенных задач. Приведем пример.

Исходная задача 2. Докажите, что диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

Доказать перпендикулярность диагоналей можно, доказав равенство смежных углов: $\angle AOB$ и $\angle BOC$ (рисунок 2). Равенство данных углов будет следовать из равенства треугольников AOB и COB по трем сторонам: $AB = BC$ (как стороны ромба), BO – общая и $AO = OC$ как половины диагоналей ромба.

Обратная задача. Докажите, что если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, то этот четырехугольник – ромб.

Попытка обучающихся доказать это утверждение не увенчается успехом, тогда может быть выдвинута гипотеза о том, что данное утверждение не является истинным.

Подтвердить гипотезу можно контпримером, в качестве которого рассмотреть трапецию со взаимно перпендикулярными диагоналями (рисунок 3).

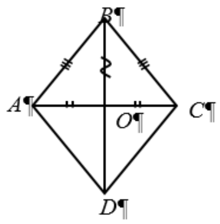

Рисунок 2. Чертеж к исходной задаче 2

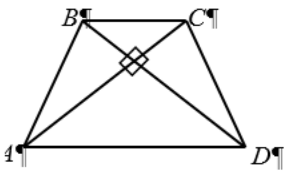

Рисунок 3. Контрпример

Организовав работу по переосмыслению решения исходной, можно заметить, что для доказательства равенства треугольников *AOB* и *COB* использовалось свойство ромба: диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам. Тогда выделение составляющих условия «*ABCD* – ромб» позволит сформулировать обращенную задач на доказательство.

Обращенная задача 1. Докажите, что если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны и в точке пересечения делятся пополам, то четырехугольник является ромбом.

Полезно продолжить работу над данной задачей, предложив обучающихся решить исходную задачу другим способом, например, доказав равенство треугольников *AOB* и *COB* по равенству двух сторон (ВО – общая; $AB = BC$, как стороны ромба) и углу между ними ($\angle AOB = \angle AOC$, так как диагональ ромба является биссектрисой его угла). Тогда можно составить еще одну обращенную задачу к исходной.

Обращенная задача 2. Докажите, что четырехугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами его углов, является ромбом.

Примером еще одной подобной исходной задачи может быть следующая.

Исходная задача 3. Докажите, что в параллелограмме *ABCD* вершины *B* и *D* равноудалены от диагонали *AC*.

Апробация приема обращения задач осуществлялась в обучении студентов образовательных программ «Математика», «Математика-информатика», «Математика-физика» в рамках изучения ряда дисциплин, непосредственно связанных с решением школьных математических задач: элементарная математика, элементарная геометрия, практикум по решению математических задач, методические основы решения математических задач, технология обучения решению математических задач.

В апробации приняли участие 39 будущих учителей математики. Прием обращения задач был реализован на различном задачном материале: на текстовых задачах, на задачах по теме «Прогрессии», на геометрических задачах. Кроме того, студенты рассматривали методические особенности использования данного приема в школьном обучении математике.

В конце седьмого семестра участникам апробации было предложено написать короткое эссе-размышление, высказав мнение относительно рассматриваемого приема. В качестве ориентира студентам были предложены вопросы: Как вы считаете, повлияла ли работа по обращению задач и их решению на уровень понимания вами математики, на вашу способность решать задачи, на ваши мыслительные способности? В чем это конкретно выражалось? Работа по обращению каких задач, по вашему мнению, вносит больший вклад в понимание математики и развитие математического мышления? Можете ли вы это подтвердить личным примером? Хотели ли бы вы применять данный прием в работе со школьниками? Студентам также было указано, что ответы на эти вопросы не являются строго обязательными и свое размышление можно представить в свободной форме.

Единицей анализа эссе были предложение или группа предложений, определяющих законченную мысль. Были отмечены сегменты данных, которые определяют мнение студентов о развивающих возможностях приема обращения задач, а также те замечания студентов, которые могут служить пояснением высказанного мнения. Выбранные высказывания, объединялись в смысловые группы и кодировались с использованием знаков «+» и «–» для обозначения положительных и проблемных аспектов, связанных с использованием приема. Во избежание неточностей в понимании смысла высказанных мнений, каждое из эссе было прочитано не менее чем двумя авторами статьи. Таким образом, было получено 112 пригодных для анализа высказывания, которые после обработки были объединены в 12 групп. Результаты анализа рефлексивного эссе представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты анализа рефлексивного эссе

Знак кодирования	*Смысл высказывания*	*Процент эссе, содержащих высказывание*
+	*Мне понравилось (было интересно) самостоятельно составлять обращенные задачи*	*25,64*
+	*Научился анализировать условие задачи; выделять существенные свойства фигур, связи и отношения в условии*	*35,90*
+	*Приобрел умения использовать контрпример, чтобы доказать ложность утверждения*	*25,64*
+	*Стал быстрее находить путь решения задачи, понимать переход от одного утверждения к другому*	*30,77*
–, +	*Не всегда сразу удавалось привести контрпример*	*23,08*
–, +	*Не сразу понял, как составить правильную обращенную задачу на доказательство*	*30,77*
+	*Понял, что часто геометрическую задачу можно решить, если вместо термина, обозначающего фигуру, обратиться к ее определению или свойствам*	*12,82*
+	*Научился правильно формулировать условие задачи, стал лучше понимать, как устроена задача*	*15,38*
+	*Думаю, что буду применять прием обращения задач в обучении школьников*	*41,03*
–, +	*Хотел бы применять прием обращения задач в обучении школьников, но не уверен, что смогу*	*15,38*
+	*Обязательно буду применять прием обращения задач в обучении школьников*	*17,95*
+	*Стал активнее участвовать в обсуждении в процессе решения задач*	*12,82*

Таким образом, можно заключить, что гипотеза исследования нашла свое подтверждение.

Дискуссия

Несмотря на то, что свободный стиль эссе не подразумевал использования терминологии, относящейся к психологии мышления, а содержание рассуждений в большей мере касалось не интеллектуальной, а деятельностной составляющей обучения, результаты анализа свидетельствуют о том, что использование приема обращения задач в вузовском обучении будущих учителей математики положительно отражается на их умении решать задачи и на интеллектуальном развитии в целом. Даже те высказывания, в которых были отмечены негативные аспекты, связанные с деятельностью обучающихся по обращению задач, имеют и положительную составляющую. Примечательно, что студенты, анализируя собственную деятельность, высказали несколько интересных суждений, выводы из которых могут быть внесены в копилку характеристик приема обращения геометрических задач. Выделим некоторые из них.

Первое соображение касается сравнения процессов взаимодействия учащихся с нестандартной задачей и с приемом обращения задач. Несмотря на значительный потенциал нестандартных и исследовательских задач, их решение требует наличия у решателя значительных интеллектуальных ресурсов, а при их недостатке обучающийся, не справившись с работой, теряет интерес. При этом, как заметили студенты, «когда сам составляешь и потом решаешь обращенные задачи, то даже, если сразу не находишь решения, то мысль о том, что исходную задачу уже решил, поддерживает желание довести работу до конца». Следовательно, прием обращения задачи психологически комфортен и доступен широкому кругу обучающихся.

Ряд соображений, высказанных студентами, непосредственно касаются составления задач. Анализируя этот процесс, будущие учителя, подтвердили мнения исследователей [10, 12 и др.] о его значительном влиянии не только на совершенствование математической подготовки обучающихся, но и на развитие их коммуникативных (общих и математических) умений и навыков. А, как известно, процессы развития речи и мышления неразрывно связаны друг с другом.

Еще один вывод можно сделать, опираясь на мнение студентов о том, что деятельность по составлению полного цикла обращенных задач для исходной геометрической задачи с последующим их решением, гораздо менее алгоритмична и более разнообразна, чем, например, в случае задач по теме «Прогрессия». Обращение геометрических задач само по себе требует нетривиального применения знаний, особенно, если исходную задачу на вычисление можно обратить в задачу на доказательство, которая, к тому же, будет содержать ложное утверждение и потребует дополнительной работы. Кроме того, возможность получения противоречивых условий приучает обучающихся к рефлексивному мышлению. Да и решение обращенных геометрических задач зачастую требует использования приемов, методов и теоретических знаний, отличных от тех, которые применялись при решении исходной задачи.

Конечно, не стоит думать, что использование приема обращения задач даст обязательный и немедленный развивающий эффект. Использовать данный прием можно и нужно, начиная уже с начальной школы, применяя к задачам из различных тем школьного курса. К тому же, как отмечают исследователи [13, 14 и др.], процесс развития математического мышления обучающихся будет более эффективным, если он будет выстраиваться как интерактивное взаимодействие субъектов с учетом их индивидуальных характеристик. В этой связи методические подходы к реализации приема обращения задач в школьной и вузовской практике требуют дальнейших исследований.

Заключение

Проведенное исследование дает основание заключить, что проблема развития математического мышления будущего учителя математики в информационном обществе не потеряла свою актуальность. Деятельность, связанная с решением математических задач, с дополнительной работой над задачей, является основой для формирования у обучающихся, в том числе и у будущих школьных учителей, продуктивных схем математического мышления. В этой связи прием обращения задач, особенно, если речь идет о задачах геометрических, обладает существенным потенциалом. Этот вид учебно-познавательной деятельности позволяет студентам усваивать математическую теорию, развивать компоненты математического мышления и, в конечном счете, формирует качества, необходимые современному учителю математики.

Список использованной литературы:

1 Stacey K. What is mathematical thinking and why is it important? Progress Report of the APEC Project: Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different. – Center for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED). University of Tsukuba. 2007. P. 39–48.

2 Jonsson B., Kulaksiz Y. C., Lithner J. Creative and algorithmic mathematical reasoning: effects of transfer-appropriate processing and effortful struggle // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 2016. Vol. 47(8). P. 1206–1225. https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1192232.

3 Нурбаева Д.М., Нурмухамедова Ж.М., Ералиев С., Косанов Б.М. О развитии мышления учащихся при решении тригонометрических уравнений и неравенств в школьном курсе алгебры // Вестник КазНПУ им. Абая, «Физико-математические науки». 2020. № 1(69). С.138–143. https://doi.org/10.51889/2020-1.1728-7901.23

4 Эркенова К.Б. Анализ психолого - педагогической литературы по проблеме развития математического мышления учащихся // Цифровое общество в контексте развития личности: сборник статей Международной научно-практической конференции, 2017. С. 237–239.

5 Тестов В.А. О некоторых видах метапредметных результатов обучения математике Образование и наука. 2016. № 1 (130). С. 4 – 20. https://doi.org/10.17853/1994–5639–2016–1–4–20

6 Halmos P. The heart of mathematics// American Mathematical Monthly. 1980. Vol. 87(7). P. 519–524.

7 Шмигирилова И.Б. Задачный подход как основа эффективного обучения школьников математике // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе. Материалы международной научно-практической интернет-конференции. М.: МПГУ. 2019. С. 449–456.

8 Lithner J. Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning // ZDM – Mathematics Education. 2017. Vol. 49(6). P. 937–949. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0867-3.

9 Чобан-Пилецкая А.М. Роль математической задачи в развитии интеллектуальных способностей учащихся // Педагогический журнал. 2019. Т. 9. № 4-1. С. 64–72. https://doi.org/10.34670/AR.2019.45.4.007

10 Абрамова О.М. Составление обращённых математических задач учащимися как элемент развития творческой деятельности // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. 2017. № 2 (46). С. 122–127.

11 Дразнин И.Е. Обращение условий планиметрических задач // Математика в школе. 2001. № 8. С.52–55.

12 Шмигирилова И.Б. Некоторые аспекты использования приема обращения задач в обучении геометрии // Актуальные проблемы методики обучения математике и информатике в школе и в вузе: материалы V международной научной конференции М.: МПГУ.2019. С. 210–216.

13 Birkeland A. Pre-service teachers' mathematical reasoning – how can it be developed? // The Mathematics Enthusiast. 2019. Vol. 16 (1–3). P. 579–596. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1474

14 Рванова А.С. Реализация эффективных технологий в обучении геометрии // Вестник Казахского национального женского педагогического университета. 2019. № 2(78). С. 22–28.

References:

1 Stacey K. (2007) What is mathematical thinking and why is it important? Progress Report of the APEC Project: Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different. – Center for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED). University of Tsukuba. 39–48.

2 Jonsson B., Kulaksiz Y. C., Lithner J. (2016) Creative and algorithmic mathematical reasoning: effects of transfer-appropriate processing and effortful struggle. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 47(8). 1206–1225. https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1192232.

3 Nurbayeva1 M., Nurmukhamedova1 Zh.M., Yeraliyev1 S., Kossanov B.M. (2020) O razvitii myshlenija uchashhihsja pri reshenii trigonometricheskih uravnenij i neravenstv v shkol'nom kurse algebry [Boutdevelopment of students ' thinking when solving trigonometric equations and inequalities in the school algebra coursed]. Abai Kazakh National Pedagogical University bulletin. Of Physics & Mathematical Sciences. № 1(69). 138–143. (In Russian) https://doi.org/10.51889/2020-1.1728-7901.23

4 Erkenova K.B. (2017) Analiz psihologo - pedagogicheskoj literatury po probleme razvitija matematicheskogo myshlenija uchashhihsja [Analysis of Psychological and Pedagogical Literature on the Problem of the Development of Mathematical Thinking of Students]. Digital Society in the Context of Personality Development: Collection of Articles of the International Scientific and Practical Conference. 237–239. (In Russian)

5 Testov V.A. (2016) O nekotoryh vidah metapredmetnyh rezul'tatov obuchenija matematike [Some types of metasubject results when teaching mathematics]. The Education and science journal. № 1(130). 4-20. (In Russian.) https://doi.org/10.17853/1994–5639–2016–1–4–20

6 Halmos P. (1980) The heart of mathematics// American Mathematical Monthly. 87(7). 519–524.

7 Shmigirilova I.B. (2019) Zadachnyj podhod kak osnova jeffektivnogo obuchenija shkol'nikov matematike [Task approach as a basis for effective teaching of mathematics to schoolchildren]. Actual problems of methods of teaching informatics and mathematics in modern school. Materials of the international scientific-practical Internet conference. M.: MPGU. 449–456. (In Russian)

8 Lithner J. (2017) Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning // ZDM – Mathematics Education. 49(6). 937–949. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0867-3.

9 Chioban-Piletskaya A. M. (2019) Rol' matematicheskoj zadachi v razvitii intellektual'nyh sposobnostej uchashhihsja [The role of mathematical problems in the development of intellectual abilities in schoolchildren]. Pedagogical Journal. 9 (4A) 64–72. (In Russian) https://doi.org/10.34670/AR.2019.45.4.007

10 Abramova O.M. (2017) Sostavlenie obrashhjonnyh matematicheskih zadach uchashhimisja kak jelement razvitija tvorcheskoj dejatel'nosti [Drawing up inverted mathematical problems by school students as an element in the development of creative activity]. Bulletin of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. Series: Social Sciences. № 2 (46). 122–127. (In Russian)

11 Draznin I.E. (2001) Obrashhenie uslovij planimetricheskih zadach[Inversion of conditions for planimetric problems]. Mathematics at school. № 8. 52–55. (In Russian)

12 Shmigirilova I.B. (2019) Nekotorye aspekty ispol'zovanija priema obrashhenija zadach v obuchenii geometrii [Some aspects of using the method of problem reversal in teaching geometry]. Actual problems of methods of teaching mathematics and informatics at school and university: Materials of the V International scientific conference. M.: MPGU. 210–216. (In Russian)

13 Birkeland A. (2019) Pre-service teachers' mathematical reasoning – how can it be developed? // The Mathematics Enthusiast. 16 (1–3). 579–596. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1474

14 Rvanova A.S. (2019) Realizacija jeffektivnyh tehnologij v obuchenii geometrii [Implementation of effective technologies in geometry teaching]. Bulletin of Kazakh National Women's Teacher Training University № 2(78). 22–28. (In Russian)