МРНТИ 27.29.17
УДК 519.624

https://doi.org/10.51889/2020-4.1728-7901.12

Қ.И. Усманов[1], А.С. Жаппар[1]

[1]Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазахстан

ИМПУЛЬСТЫ ШЕТТІК ШАРТТЫ ПАРАМЕТРЛІ ИНТЕГРАЛДЫҚ-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІНІҢ ДЕРБЕС БІР ЖАҒДАЙЫНЫҢ БІРМӘНДІ ШЕШІМДІЛІГІ

Аңдатпа

Бұл жұмыста оң жағында интегралдық мүшесінде ізделінді функцияның туындысы қатысқан импульсті шеттік шартты параметрлі интегралдық - дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімін анықтаудың дербес бір жағдайы қарастырылған.Ол үшін, туындысы қатысқан мүшесін бөліктеп интегралдау арқылы есеп импульсті шеттік шартты параметрлі жүктелген интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесіне келтірілген. Әрі қарай, жаңа параметрлерді енгізу арқылы, әрі сол параметрлердің негізінде жаңа айнымалыларға көшу арқылы есеп эквивалентті есепке келтіріледі. Жаңа айнымалыларға көшу арқылы, теңдеу үшін бастапқы шарттар алынады. Соның негізінде есепті шешу арнайы Коши есебі мен сызықтық теңдеулер жүйесін шешуге келтіріледі. Дифференциалдық теңдеудің бас бөлігінің фундаментальді матрицасын пайдаланып, Коши есебінен Вольтерра тектес интегралдық теңдеу алынады. Біртіндеп жуықтау әдісі арқылы алынған интегралдық теңдеудің жалғыз шешімі анықталады. Соның негізінде арнайы Коши есебінің шешімі табылып, шеттік шарттарға қойылады.

Шыққан сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімділігі негізінде, бастапқы есептің бірмәнді шешімділігінің қажетті және жеткілікті шарттары алынған.

Түйін сөздер: Интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі, параметрлеу әдісі, параметр, импульсті шеттік шарт, бірмәнді шешімділік.

Аннотация

Қ.И. Усманов, А.С. Жаппар

[1]Международный казахско-турецкий университет им. Ходжа Ахмеда Ясави, г.Туркестан, Казахстан

ОДНОЗНАЧНАЯ РАШРЕШИМОСТЬ ОДНОГО ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ИМПУЛЬСНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ СИСТЕМ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СОДЕРЖАЩИЙ ПАРАМЕТР

В работе рассмотрен частный случай краевой задачи с импульсным условием для систем интегро-дифференциальных уравнений, содержащий параметр, когда производная от искомой функции содержится под интегралом в правой части уравнения. С помощью интегрирования по частям, интегрального члена содержащий производную от искомой функции, задача сведена к краевой задаче с имульсным условием для систем нагруженных интегро-дифференциальных уравнении содержащий параметр. Далее, вводя новые параметры, а также на основе введенных параметров делая замену, задача сводится к эквивалентной задаче. Переход к новым переменным, дает возможность получения начальных условии для уравнения. На основе этого, решение задачи сводится к решению специальной задачи Коши и системы линейных уравнений. С помощью фундаментальной матрицы главной части дифференциального уравнения получается интегральное уравнение типа Вольтерра. Методом последовательного приближения определяется единственное решение интегрального уравнения. На основании этого находят решение специальной задачи Коши и ставят в краевые условия. На основе разрешимости полученной системы линейных уравнений установлены необходимые и достаточные условия однозначного решения исходной задачи.

Ключевые слова: Система интегро-дифференциальных уравнений, метод параметризации, параметр, импульсное краевое условие, однозначная разрешимость.

Abstract

UNAMBIGUOUS SOLVABILITY OF A PARTICULAR CASE OF SYSTEMS OF INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH A PULSED KAEV DISTANCE CONTAINING A PARAMETER

Usmanov Kh.I. [1], Zhappar A.S. [1]

Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkistan, Kazakhstan

We consider a special case of systems of integro-differential equations with a momentum boundary condition containing a parameter when the derivative of the desired function is contained in the right side of the equation. By integrating in parts, an integro-differential equation with a pulsed boundary condition is reduced to a loaded integro-differential equation with a pulsed boundary condition. it is given in the system of integral-differential equations with impulse boundary conditions parametrically loaded. Then, by entering new parameters, as well as passing to new variables based on these parameters, the problem is reduced to an equivalent problem. Switching to new variables makes it possible to get the initial conditions for the equation. Based on this, the solution of the problem is reduced to solving a special Cauchy problem and a system of linear equations. Using the fundamental matrix of the main part of the differential equation, an integral equation of the Volterra type is obtained. The method of sequential approximation determines the unique solution of the integral equation. Based on this, we find a solution to the special Cauchy problem and put it in the boundary conditions. On the basis of the obtained system of linear equations, necessary and sufficient conditions for an unambiguous solution of the initial problem are established.

Keywords: System of integral-differential equations, parameter method, parameter, impulse boundary condition, unique solvability.

Интегралды-дифференциалдық теңдеулерді алғашқылардың бірі болып зерттеген Вольтерра [1] болды. Оның тұқым қуалаушылық теориясы, жоғарыда айтылғандай, математика мен механиканың бірқатар салаларында қолданылады.

Интегралды-дифференциалдық теңдеулер үшін шектік есептердің шешілімділігін зерттеуге арналған көптеген жұмыстарға қарамастан, сапалық теорияның көптеген мәселелері ашық күйінде қалып отыр. 1989 жылы профессор Д.Джумабаев осындай әдістердің бірін ұсынды [2]. Параметрлеу әдісі дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есептерді шешуге қолданылды және осы әдіс негізінде олардың бірмәнді шешімділігінің қажетті және жеткілікті шарттары тағайындалды. Кейінірек бұл әдіс дифференциалдық және интегралды-дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің шеттік есептерін зерттеу үшін қолданылды [3-8].

Бұл жұмыста параметрлеу әдісі теңдеудің оң жағында интегралдық мүшесінде туындысы қатысқан параметрлі интегралдық – дифференциальдық теңдеулерге қолданылады. $[0,T]$ кесіндісінде параметрлі интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін параметрлі шеттік есеп қарастырылады.

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \int_0^T K_1(t,s)x(s)ds + \int_0^T K_2(t,s)\dot{x}(s)ds + K_3(t)\mu + f(t)\,, \tag{1}$$

$$t \in [0,T] \setminus \{\theta\}\,, \theta \in (0,\mathrm{T}) \;\; x \in R^n$$

$$Bx(0) + Cx(\mathrm{T}) = d\,, \quad d \in R^n \tag{2}$$

$$x(\theta - 0) + x(\theta + 0) = p\,, \quad p \in R^n\,, \tag{3}$$

мұндағы $A(t),\ K_3(t)$ матрицалары және $f(t)$ вектор-функциясы $[0,T]$ аралығында үзіліссіз, $K_1(t,s)$, $K_2(t,s)$ матрицасы сәйкесінше $[0,T]\times[0,T]$ аралығында үзіліссіз, $\|x\| = \max_{i=\overline{1,n}} |x_i|$.

$K_2(t,s)$ - s айнымалысы бойынша дербес туындысы бар болсын, онда $\int_0^T K_2(t,s)\dot{x}(s)ds$ - интегралы үшін бөліктеп интегралдауды пайдаланамыз

$$\int_0^T K_2(t,s)\dot{x}(s)ds = \frac{\partial K_2(t,s)}{\partial s}x(s)\Big|_0^T - \int_0^T \frac{\partial K_2(t,s)}{\partial s}x(s)ds =$$

$$= \frac{\partial K_2(t,T)}{\partial s}x(T) - \frac{\partial K_2(t,0)}{\partial s}x(0) - \int_0^T \frac{\partial K_2(t,s)}{\partial s}x(s)ds\,.$$

Келесі белгілеулерді енгізейік

$$K_0(t) = -\frac{\partial K_2(t,0)}{\partial s}\,,$$

$$K_1(t) = 0\,,$$

$$K_2(t) = \frac{\partial K_2(t,T)}{\partial s}\,,$$

$$\int_0^T K(t,s)x(s)ds = \int_0^T K_1(t,s)x(s)ds - \int_0^T \frac{\partial K_2(t,s)}{\partial s} x(s)ds .$$

Сонда (1) - (3) шеттік есебі келесі түрде жазылады

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \int_0^T K(t,s)x(s)ds + \left[K_0(t)x(0) + K_2(t)x(T)\right] + K_3(t)\mu + f(t) , \tag{4}$$

$$t \in [0,T] \setminus \{\theta\} , \theta \in (0,\mathrm{T}) \;\; x \in R^n$$

$$Bx(0) + Cx(\mathrm{T}) = d , \quad d \in R^n \tag{5}$$

$$x(\theta - 0) + x(\theta + 0) = p , \quad p \in R^n \tag{6}$$

Осы теңдеу үшін, параметризация әдісін пайдалансақ, яғни қандай да бір $l \in N$ санын алып, $[0,T]$ аралығын $[0,T) = \bigcup_{r=1}^{2(l+1)} [t_{r-1}, t_r)$ бөліктерге бөлейік, мұндағы

$$t_0 = 0,\; t_r = t_{r-1} + \frac{\theta}{l},\, r = \overline{1, l+1},\;\; t_r = t_{r-1} + \frac{T-\theta}{l},\;\; r = \overline{l+2, 2(l+1)}.$$

$x(t)$ функциясының әрбір $[t_{r-1}, t_r)$, $r = \overline{1, 2(l+1)}$ аралығына сығылуын $x_r(t)$ түрінде белгілейміз. $\lambda_0 = \mu$, λ_r арқылы $x_r(t)$ функциясының $t = t_{r-1}$, $r = \overline{1, 2(l+1)}$ нүктесіндегі мәнін белгілеп аламыз және осыған қоса $\lambda_{2l+3} = \lim\limits_{t \to T-0} x_{2(l+1)}(t)$ параметрін енгіземіз.

Әрбір $[t_{r-1}, t_r)$ аралығында $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$, $r = \overline{1, 2(l+1)}$ алмастыруын жасайық. Олай болса, (4) - (6) есебі келесі шеттік есебіне келтіріледі:

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)[u_r + \lambda_r] + \sum_{j=1}^{2(l+1)} \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(t,s)\left[u_j(s) + \lambda_j\right] ds + \sum_{i=0}^{2} K_i(t)\lambda_{i(l+1)+1} + K_3(t)\lambda_0 + f(t) ,\; t \in [t_{r-1}, t_r) \tag{7}$$

$$u_r(t_{r-1}) = 0 , \quad r = \overline{1, 2(l+1)} \tag{8}$$

$$B\lambda_1 + C\lambda_{21+3} = d \qquad\qquad d \in R^n \tag{9}$$

$$\lambda_{l+1} + \lim_{t \to t_{l+1}-0} u_{l+1}(t) - \lambda_{l+2} = p \tag{10}$$

$$\lambda_S + \lim_{t \to t_s - 0} u_S(t) = \lambda_{S+1} , \quad s = \left\{\overline{1, 2(\mathrm{l}+1)}\right\} \setminus \{l+1\} \tag{11}$$

$X(t)$ - $\dfrac{dx}{dt} = A(t)x$ дифференциалдық теңдеудің фундаменталды матрицасы болсын.

Онда (7), (8) арнайы Коши есебі келесі интегралдық теңдеулер жүйесіне тең:

$$u_r(t) = X(t) \int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau)A(\tau)d\tau \cdot \lambda_r + X(t) \int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau) \sum_{j=1}^{2(l+1)} \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau,s)u_r(s)dsd\tau +$$

$$+ X(t) \int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau) \sum_{j=1}^{2(l+1)} \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau,s)dsd\tau \cdot \lambda_j + X(t) \int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau) \sum_{i=0}^{2} K_i(\tau)d\tau\lambda_{i(l+1)+1} + X(t) \int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau)K_3(\tau)d\tau\lambda_0 +$$

$$+X(t)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau) f(\tau)d\tau, \quad [t_{r-1}, t_r), r=\overline{1,2(l+1)} \tag{12}$$

(12)-да $t=\tau$ деп алып, екі жағынан $K(t,\tau)$ көбейтіп, τ айнымалысы бойынша $[t_{r-1}, t_r)$ аралығында интегралдайық.

$$\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)u_r(\tau)d\tau = \int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)\sum_{j=1}^{2(l+1)}\int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau,s)u_j(s)dsd\tau_1 d\tau +$$

$$+\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)\left\{A(\tau_1)\lambda_r + \sum_{j=1}^{2(l+1)}\int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau_1,s)ds\cdot\lambda_j\right\}d\tau_1 d\tau +$$

$$+\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)\left\{\sum_{i=0}^{2} K_i(\tau_1)\lambda_{i(l+1)+1} + K_3(\tau_1)\lambda_0 + f(\tau_1)\right\}d\tau_1 d\tau, \quad r=\overline{1,2(l+1)}. \tag{13}$$

(13)-те екі жағында бір-біріне қоссақ,

$$\sum_{r=1}^{2(l+1)}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)u_r(\tau)d\tau = \sum_{r=1}^{2(l+1)}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)\sum_{j=1}^{2(l+1)}\int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau,s)u_j(s)dsd\tau_1 d\tau +$$

$$+\sum_{r=1}^{2(l+1)}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)\left\{A(\tau_1)\lambda_r + \sum_{j=1}^{2(l+1)}\int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau_1,s)ds\cdot\lambda_j\right\}d\tau_1 d\tau +$$

$$+\sum_{r=1}^{2(l+1)}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)\left\{\sum_{i=0}^{2} K_i(\tau_1)\lambda_{i(l+1)+1} + K_3(\tau_1)\lambda_0 + f(\tau_1)\right\}d\tau_1 d\tau, t\in[0,T]. \tag{14}$$

Келесі белгілеулерді енгізейік:

$$\varPhi_h(t) = \sum_{r=1}^{2(l+1)}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)u_r(\tau)d\tau,$$

$$M_r(h,t) = \int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)A(\tau_1)d\tau_1 d\tau +$$

$$+\sum_{r=1}^{2(l+1)}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)\int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau_1,s)dsd\tau_1 d\tau,$$

$$P_i(h,t) = \sum_{r=1}^{2(l+1)}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)\sum_{i=0}^{2} K_i(\tau_1)d\tau_1 d\tau,$$

$$B_0(h,t) = \sum_{r=1}^{2l}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)B(\tau_1)d\tau_1 d\tau$$

$$F(h,t) = \sum_{r=1}^{2(l+1)}\int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau_1)f(\tau_1)d\tau_1 d\tau.$$

Онда (14) теңдеуді келесі түрде жазылады:

$$\Phi_h(t)=\sum_{j=1}^{2(l+1)}\int_{t_{j-1}}^{t_j}K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{j-1}}^{t}X^{-1}(\tau_1)\Phi_h(\tau_1)d\tau_1 d\tau+B_0(h,t)\lambda_0+$$

$$+\sum_{r=1}^{2(l+1)}M_r(h,t)\lambda_r+\sum_{i=0}^{2}P_i(h,t)\lambda_{i(l+1)+1}+F(h,t). \qquad (15)$$

$q(h)=e^{\alpha h_0}\beta Th_0<1$ шартты қанағаттандыратындай етіп алсақ, онда $h\in(0,h_0]$ үшін

$$\left\|\sum_{j=1}^{2(l+1)}\int_{t_{j-1}}^{t_j}K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{j-1}}^{t}X^{-1}(\tau_1)\Phi_h(\tau_1)d\tau_1 d\tau\right\|\le e^{\alpha\bar h}\beta T\bar h\max_{t\in[0,T]}\|\Phi_h(t)\|,\quad t\in[0,T]$$

орындалатындықтан (15) теңдеудің жалғыз шешімі бар болады, мұндағы $\bar h=\max\left(\frac{\theta}{l},\frac{T-\theta}{l}\right)$. Біртіндеп жуықтау әдісі арқылы $t\in[0,T]$ кесіндісінде келесі матрицалары мен векторларын табайық.

$$M_r^{(0)}(h,t)=M_r(h,t)$$

$$M_r^{(k)}=\int_{t_{r-1}}^{t_r}K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t}X^{-1}(\tau_1)M_r^{(k-1)}(h,\tau_1)d\tau_1 d\tau,\quad k=1,2,...$$

$$P_0^{(0)}(h,t)=P_0(h,t)$$

$$P_0^{(k)}(h,t)=\int_{t_{r-1}}^{t_r}K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t}X^{-1}(\tau_1)P_0^{(k-1)}(h,\tau_1)d\tau_1 d\tau,\quad k=1,2,...$$

$$B_0^{(0)}(h,t)=B_0(h,t)$$

$$B_0^{(k)}(h,t)=\int_{t_{r-1}}^{t_r}K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t}X^{-1}(\tau_1)B_0^{(k-1)}(h,\tau_1)d\tau_1 d\tau,\quad k=1,2,...$$

$$F^{(0)}(h,t)=F(h,t)$$

$$F^{(k)}(h,t)=\int_{t_{r-1}}^{t_r}K(t,\tau)X(\tau)\int_{t_{r-1}}^{t}X^{-1}(\tau_1)F^{(k-1)}\left(h,\tau_1\right)d\tau_1 d\tau,\quad k=1,2,...$$

Онда (15) теңдеулер жүйесінің

$$\Phi_h(t)=\sum_{r=1}^{m}D_r(h,t)\lambda_r+G(h,t)\lambda_0+\sum_{i=0}^{2}W_i(h,t)\lambda_{i(l+1)+1}+F_h(t) \qquad (16)$$

жалғыз шешімін анықтайық, мұндағы

$$D_r(h,t)=\sum_{k=0}^{\infty}M_r^{(k)}(h,t),\ W(h,t)=\sum_{k=0}^{\infty}P_0^{(k)}(h,t),\ G(h,t)=\sum_{k=0}^{\infty}B_0^{(k)}(h,t),\ \ F_l(t)=\sum_{k=0}^{\infty}F^{(k)}(h,t).$$

(16)-ті (12)-ның оң жағына қоятын болсақ, онда $u_r(t)$ функцияларының $\lambda_r,\ r=\overline{0,2(l+1)}$ параметрлерімен өрнектелуін аламыз:

$$u_r(t)=X(t)\int_{t_{r-1}}^{t}X^{-1}(\tau)A(\tau)d\tau\cdot\lambda_r+\sum_{j=1}^{2l}X(t)\int_{t_{r-1}}^{t}X^{-1}(\tau_1)\left(D_j(h,\tau)+\int_{t_{j-1}}^{t_j}K(\tau,s)\right)dsd\tau\cdot\lambda_j+$$

$$+X(t)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau)\big[G(h,\tau)+B(\tau)\big]d\tau\cdot\lambda_0 + X(t)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau)\sum_{i=0}^{2}\big[W(h,\tau)+K_i(\tau)\big]d\tau\lambda_{i(l+1)+1} +$$

$$+X(t)\int_{t_{r-1}}^{t} X^{-1}(\tau)\big(f(\tau)+F_h(\tau)\big)d\tau . \tag{17}$$

(17) - ден $\lim\limits_{t\to t_p-0} u_p(t)$ шек мәнін анықтай отырып, (9) - (11) - ға қоятын болсақ, онда $\lambda_r,\ r=\overline{0,2(l+1)}$ параметрлеріне қатысты сызықтық теңдеулер жүйесі анықталады:

$$B\lambda_1 + C\lambda_{2l+3} = d\ , \tag{18}$$

$$\lambda_{l+1} + X(t_{l+1})\int_{t_l}^{t_{l+1}} X^{-1}(\tau)A(\tau)d\tau\cdot\lambda_r + \sum_{j=1}^{2l} X(t_{l+1})\int_{t_l}^{t_{l+1}} X^{-1}(\tau_1)\left(D_j(h,\tau)+\int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau,s)\right)dsd\tau\cdot\lambda_j - \lambda_{l+2} +$$

$$+X(t_{l+1})\int_{t_l}^{t_{l+1}} X^{-1}(\tau)\big[G(h,\tau)+B(\tau)\big]d\tau\cdot\lambda_0 + X(t_{l+1})\int_{t_l}^{t_{l+1}} X^{-1}(\tau)\sum_{i=0}^{2}\big[W(h,\tau)+K_i(\tau)\big]d\tau\lambda_{i(l+1)+1} =$$

$$= p - X(t)\int_{t_l}^{t_{l+1}} X^{-1}(\tau)\big(f(\tau)+F_h(\tau)\big)d\tau \tag{19}$$

$$\left[I + X(t_s)\int_{t_{s-1}}^{t_s} X^{-1}(\tau)A\big(\tau\big)d\tau\right]\lambda_s + \sum_{j=1}^{2l} X(t_s)\int_{t_{s-1}}^{t_s} X^{-1}(\tau)\left[D_i(h,\tau)+\int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau,\tau_1)d\tau_1\right]d\tau\cdot\lambda_j +$$

$$+X(t_s)\int_{t_{s-1}}^{t_s} X^{-1}(\tau)\big[G(h,\tau)+B(\tau)\big]d\tau\cdot\lambda_0 + X(t_s)\int_{t_{s-1}}^{t_s} X^{-1}(\tau)\sum_{i=0}^{2}\big[W(h,\tau)+K_i(\tau)\big]d\tau - \lambda_{s+1} =$$

$$= -X(t_p)\int_{t_{p-1}}^{t_p} X^{-1}(\tau)\big(f(\tau)+F_h(\tau)\big)d\tau , \qquad s=\left\{\overline{1,2(l+1)}\right\}\setminus\{l+1\} \tag{20}$$

(18) - (20) сызықтық теңдеулер жүйесінің матрицасы $Q_*(h)$ деп белгілейміз. Сонда

$$Q_*(h)\lambda = -F_*(h), \quad x\in R^{2n(l+1)+1} \tag{21}$$

мұндағы

$$F_*(h) = \Bigg(\mathrm{d},\quad X(h)\int_0^{t_1} X^{-1}(\tau)(f(\tau)+F_h(\tau))d\tau - p,\ldots, X(T-t_{l+2})\int_{T-t_{l+1}}^{T} X^{-1}(\tau)(f(\tau)+F_h(\tau))d\tau - p,$$

$$X(h)\int_0^{t_1} X^{-1}(\tau)(f(\tau)+F_h(\tau))d\tau,\ldots, X(T-t_{l+1})\int_{T-t_{l+1}}^{T} X^{-1}(\tau)(f(\tau)+F_h(\tau))d\tau\Bigg)$$

Теорема. (1), (2) шеттік есептің бірмәнді шешімділі болу үшін, $Q_*(h)$ матрицасының кері матрицасы барлық $h\in\big(0,h_0\big]$ үшін болуы қажетті және қандай да бір $h\in\big(0,h_0\big]$ үшін бар болуы жеткілікті.

Аталған зерттеу Қазақстан Республикасы Білім және Ғылым министрлігінің қолдауымен орындалды (Грант № AP08956307).

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. М., 1982, -304 с.

2 Джумабаев Д. С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. , 29 : 1 (1989), 50-66

3 Джумабаев Д. С. Об одном методе решения линейной краевой задачи для интегродифференциального уравнения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. , 50 : 7 (2010), 1209–1221

4 Джумабаев Д. С. Новые общие решения линейных интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма и их приложения для решения краевых задач // Журнал вычислительной и прикладной математики , 327 : №1 (2018), С. 79-108

5 Джумабаев Д. Вычислительные методы решения краевых задач для нагруженных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма // Математические методы в прикладных науках , 41 : 4 (2018), 1439-1462

6 Назарова К.Ж., Усманов К.И. Параметрлі интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есептің бірмәнді шешімділігі туралы // ҚазҰПУ - Хабаршы, Физика-математика ғылымдары сериясы, №1(65), 2019, 77-82.

7 Назарова К.Ж., Алиханова Б.Ж. О корректной разрешимости двухточечной краевой задачи для систем нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием// Вестник КазНПУ, серия физико-математические науки, № 4(68), 2019, . 76-85

8 Бакирова Э.А., Жумакунова Ж., Маметжанова Н.Х. Жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін үш нүктелі шеттік есептің бірмәнді шешілімділігі туралы // ҚазҰПУ - Хабаршы, Физико-математика ғылымдары сериясы, № 1(53), 2016, .13-17.

References:

1 Vol'terra V.(1982) Teorija funkcionalov, integral'nyh i integro-differencial'nyh uravnenij [Theory of functionals, integral and Integro-differential constructions]. M., 304. (In Russian)

2 Dzhumabaev D. S. (1989) Priznaki odnoznachnoj razreshimosti linejnoj kraevoj zadachi dlja obyknovennogo differencial'nogo uravnenija [Priznaki one-time resolution of the linear task for the common differential recovery]. Zh. vychisl. matem. i matem. fiz, 50-66. (In Russian)

3 Dzhumabaev D. S. (2010) Ob odnom metode reshenija linejnoj kraevoj zadachi dlja integrodifferencial'nogo uravnenija [On one method of solving the main tasks for integrodifferentiated organization].Zh. vychisl. matem. i matem. fiz.,1209–1221. (In Russian)

4 Dzhumabaev D. S. (2018) Novye obshhie reshenija linejnyh integro-differencial'nyh uravnenij Fredgol'ma i ih prilozhenija dlja reshenija kraevyh zadach [New general solutions of linear Integro-differential constructions of Fredholm and their application for solving extreme tasks]. Zhurnal vychislitel'noj i prikladnoj matematiki, №1, 79-108. (In Russian)

5 Dzhumabaev D. (2018)Vychislitel'nye metody reshenija kraevyh zadach dlja nagruzhennyh differencial'nyh i integro-differencial'nyh uravnenij Fredgol'ma [Differential methods of solving critical tasks for imposed differential and Integro-differential constructions Fredholm. Matematicheskie metody v prikladnyh naukah, 1439-1462. (In Russian)

6 Nazarova K.Zh., Usmanov K.I. (2019) Parametrli integraldyk-differencialdyk tendeuler zhyjesi ushin eki nukteli shettik eseptin birmandi sheshimdiligi turaly [On the unambiguous solubility of a two-point marginal problem for a system of parametric integral-differential equations].KazUPU Habarshy, Fizika-matematika gylymdary serijasy, №1(65), 77-82. (In Kazakh)

7 Nazarova K.Zh., Alihanova B.Zh. (2019) O korrektnoj razreshimosti dvuhtochechnoj kraevoj zadachi dlja sistem nagruzhennyh differencial'nyh uravnenij s impul'snym vozdejstviem [On the correct resolution of the two-dimensional complex tasks for the system of charged differential extraction with Pulse]. Vestnik KazNPU, serija fiziko-matematicheskie nauki, № 4(68), 76-85. (In Russian)

8 Bakirova Je.A., Zhumakunova Zh., Mametzhanova N.H. (2016) Zhүktelgen differencialdyk tendeu ushin ush nүkteli shettik eseptin birmandi sheshilimdiligi turaly [On the unambiguous solubility of a three-point marginal problem for a loaded differential equation]. KazUPU Habarshy, Fiziko-matematika gylymdary serijasy, № 1(53),13-17. (In Kazakh)