

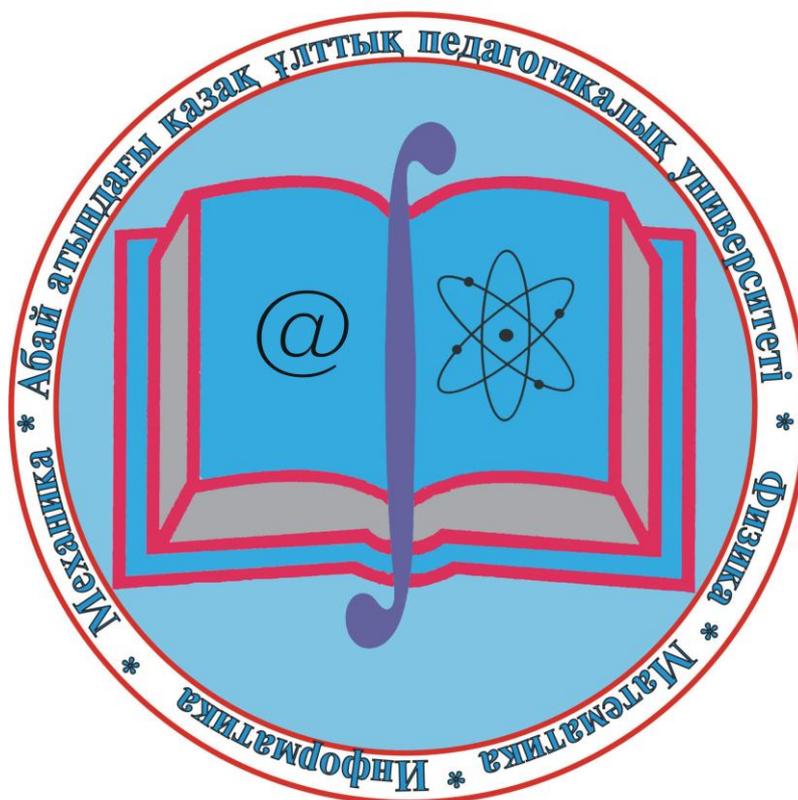


Абай атындағы
Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

Казахский национальный педагогический
университет имени Абая

Серия «Физико-математические науки» • «Физика-математика ғылымдары» сериясы

ХАБАРШЫ ВЕСТНИК



Алматы

№ 2 (38)

2012

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

ХАБАРШЫ

**“Физика-математика ғылымдары”
сериясы № 2 (38)**

Бас редактор
ҚР ҰҒ Академиясы
Ғ.У. Уәлиев

Редакция алқасы:
бас ред. орынбасарлары:
п.ғ.д. Е.Ы. Бидайбеков,
ф.-м.ғ.к.М.Ж. Бекпатшаев
жауапты хатшы
п.ғ.к. Г.А. Абдулкаримова
мүшелері:
п.ғ.д. А.Е. Абылкасымова,
ф.-м.ғ.д. М.Ә. Бектемесов,
п.ғ.д. В.В. Гриншкун,
ф.-м.ғ.к. Ф.Р. Гусманова
ф.-м.ғ.д. Қ.Т. Искаков,
ф.-м.ғ.д. С.И. Кабанихин,
ф.-м.ғ.д. А.К. Калыбаев,
ф.-м.ғ.д. В.Н. Косов,
ф.-м.ғ.д. Қ.К. Коксалов,
ф.-м.ғ.д. Б.Ә. Қожамқұлов,
т.ғ.д. М.К. Құлбек,
п.ғ.д. М.П. Лапчик,
ф.-м.ғ.д. Қ.М. Мұқашев,
ф.-м.ғ.д. С.Т. Мұхамбетжанов,
ф.-м.ғ.д. Ш.С. Сахаев,
ф.-м.ғ.д. Н.Ж. Такибаев,
т.ғ.д. А.К. Тулешов,
ф.-м.ғ.д. Л.М. Чечин,
ф.-м.ғ.к. Е.Б. Шалбаев,
т.ғ.к. Ш.И. Хамраев

©Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, 2012

Қазақстан Республикасының Ақпарат министрлігінде тіркелген
№ 4824 – Ж - 15.03.2004
(Журнал бір жылда 4 рет шығады)
2000 жылдан бастап шығады

Редакторлары:**Ф.Р. Гусманова,**
Г.А. Абдулкаримова

Компьютерлік беттеу:
Ф.Р. Гусманова

Басуға 27.06.2012 ж. қол қойылды
Таралымы 300 дана
Көлемі 6,6 е.б.т.
Пішімі 60x84 1/8.

050010, Алматы қаласы,
Достық даңғылы,13
Абай атындағы ҚазҰПУ
“ЖШС Нұр-Принт” типографиясында
баспадан өткен
Алматы қаласы, Хамиди көшесі, 4а

**Мазмұны
Содержание**

Ч.Х. Абдуллаев, А.Дж. Сатыбаев Равномерная сходимость спектральных разложений, отвечающих полигармоническому оператору	3
Б.Е. Акитай, С.М. Нуржанова, С. Құрманғали Деңгейлеп оқытуда интерактивті тактаны қолдану	6
К. Алпамышева, Г.А. Баймбетова, А.А. Кабулов, А.Б. Кабулов, В.О. Курманғалиева Анализ ротационного предела кластерной бозонной модели	11
М.А. Арзыбаева Интегрированное непрерывное методика обучение информатики в системе технического образования	15
М.А. Асқарова Векторларды алгебралық есептер шығаруға қолдану әдісі негізінде білім алушылардың шығармашылық қабілетін дамыту	18
Н. Атахан, М.К. Дауылбаев Асимптотические оценки решения краевых задач для сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнений	26
А.М. Ахметова, А.С. Шаяхметова, А.А. Абдильдаева Тестік тапсырмалар құрудың генерациясын ұйымдастыру ...	31
Н.С. Ахтаева Задача Дирихле для уравнения гиперболического типа третьего порядка	35
Г.К. Байменшина Исследование динамических переходов модели скоростных уравнений полупроводникового лазера	41
П.Б. Бейсебай, Г.Х. Мухамедиев Об одной методике изложения темы «Построение частных решений линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами»	47
М.Т. Бекжігітова Элементар математика курсында шығарылатын физикалық мазмұнды есептердің жіктелуі	53
М.А. Бектемесов, Д.Б. Нурсеитов С.Е. Касенов Задача продолжения для уравнения Гельмгольца	59
А.С. Бердышев, Б.Х. Турметов, Б.Ж. Кадырқұлов О разрешимости одной нелокальной задачи для уравнения теплопроводности дробного порядка	64
К.М. Беркимбаев, М.М. Акешова К вопросу о применении интернет ресурсов в процессе обучения английскому языку будущих экологов	71
Т.Ж. Елдесбай, Р.М. Капарова, М.У. Турсынбекова О второй задаче Дарбу для гиперболического уравнения с вырождением типа и порядка	77
Е.К. Жаменкеев, Ж.Р. Дауренбекова Некоторые методы определения точности позиционирования промышленного робота	81
К.А. Зулпуева, А. Сатыбаев Методы информатики в обучении языков программирования	84
Г.А. Калдыбаева Численное решение одномерной прямой задачи термоупругости с мгновенным источником	90
Ж.Б. Кемалова Условно-корректные краевые задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений	96
Б.А. Қожамқұлов, К.Н. Джумадилаев, М.К. Серрахоглу, Э.А. Хазар Экспериментальное исследование насосов систем охлаждения двигателей транспортных средств	100
М.К. Кулбеков, В.Н. Косов, Б. Ерженбек Термографические и термодинамические характеристики процессов обжига модельных образцов из золы, глины и их смесей	108

Казахский национальный педагогический университет имени Абая
ВЕСТНИК
серия “Физико-математические науки” № 2 (38)

Главный редактор
Академик НАН РК
Г.У. Уалиев

Редакционная коллегия:
зам.главного редактора:
д.п.н. Е.Ы. Бидайбеков,
к.ф.-м.н. М.Ж. Бекпатшаев
ответ.секретарь

к.п.н. Г.А. Абдулкаримова
члены:
д.п.н. А.Е. Абылкасымова,
д.ф.-м.н. М.А. Бектемесов,
д.п.н. В.В. Гриншкун,
к.ф.-м.н. Ф.Р. Гусманова
д.ф.-м.н. К.Т. Искаков,
д.ф.-м.н. С.И. Кабанихин,
д.ф.-м.н. А.К. Калыбаев,
д.ф.-м.н. Б.А. Кожамкулов,
д.ф.-м.н. В.Н. Косов,
д.ф.-м.н. К.К. Коксалов
д.т.н. М.К. Кулбеков,
д.п.н. М.П. Лапчик,
д.ф.-м.н. Қ.М. Мукашев,
к.ф.-м.н. С.Т. Мухамбетжанов
д.ф.-м.н. Ш.С. Сахаев,
д.ф.-м.н. Н.Ж. Такибаев,
д.т.н. А.К. Тулешов,
д.ф.-м.н. Л.М. Чечин,
к.ф.-м.н. Е.Б. Шалбаев,
к.т.н. Ш.И. Хамраев

©Казахский национальный педагогический университет им. Абая, 2012

Зарегистрирован в Министерстве информации Республики Казахстан, № 4824 - Ж - 15.03.2004 (периодичность—4 номера в год) Выходит с 2000 года

Редакторы:Ф.Р. Гусманова,
Г.А. Абдулкаримова

Компьютерная верстка:
Ф.Р. Гусманова

Подписано в печать 27.06.2012 г.
Формат 60x84 1/8.
Об 6,6 уч.-изд.л.
Тираж 300 экз.

050010, г.Алматы, пр.Достык, 13,
КазНПУим.Абая
Отпечатано в типографии
“ТОО Нур-Принт 75”
г.Алматы, ул.Хамиди 4а

G.A. Kaldybaeva, A.J. Satybaev Numerical definition of density in a dynamic problem of termo-elasticity	114
Күлпаш Ультрадыбыстың биологиялық ортада таралуы туралы белгісіз мағлұматтар	119
М.Қ. Құлбекұлы, Ш.И. Хамраев, Е.А. Оспанбеков Жылулық ұлғаю үдерістерін термодинамикалық тұрғыдан талдау	123
Ш.А.Мухамедрахимова Философские взгляды Декарта в области естествознания	126
Э.Н. Нұрлыбаева, Ж.М. Ташенова, Ұ.Б. Өтебаев, А.Қ. Құдайқұлов Объектіге бағытталған DELPHI программалау тілінде құрылым элементтегі жылу өрісін аналитикалық жолмен анықтаудың ақпараттық жүйесін құру	130
К.А. Садықов Детерминированный анализатор для синтаксического анализа одного класса КС – языков	135
А.Дж. Сатыбаев, Г.А. Калдыбаева, Т.М. Асилбеков Численная реализация одномерной прямой и обратной задачи термоупругости с мгновенным источником	139
А.А. Темербекова, Л.А. Соловьева Математическая подготовка школьников к поступлению в вуз	146
С.Р. Шармуханбет Особенности использования приборов с удаленным доступом и виртуальных приборов в рамках обучения физике	153

РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ СПЕКТРАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ, ОТВЕЧАЮЩИХ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМУ ОПЕРАТОРУ

(Кыргызстан, Кыргызско-Узбекский Университет¹, Ошский технологический университет²)

Ұсынылып отырған мақала полигармоникалық операторға сәйкес спектрлік жіктеулердің бірқалыпты жинақтылық мәселелерін зерттеуге арналған. Осы мәселе Лаплас операторы үшін алынған нәтижелерді жалпылау тұрғысынан, сондай-ақ тегістіктің аралық кластарын қарастыру тұрғысынан өзекті болып табылады. Бұл жерде полигармоникалық оператордың меншікті функциялары үшін орта мәннің формуласы кеңінен пайдаланылады.

Данная работа посвящена изучению вопросов равномерной сходимости спектральных разложений, соответствующих полигармоническому оператору. Данная проблема является актуальной с точки зрения обобщения результатов, полученных для оператора Лапласа, а также рассмотрения промежуточных классов гладкости. При этом широко используется формула среднего значения для собственных функций полигармонического оператора.

The data article is devoted to the learning problems of even similar spectral expansion, which meets to the polyharmonic operator. This problem is actual from the point of view in generalization of getting results for operator Laplas, also considering the interim classes of smoothness. By that the formula of medium significance is used for own functions of polyharmonic operator.

Введение. Обозначим через Ω подобласть в R^N , с гладкой границей $\partial\Omega$. Для любого положительного целого m , полигармонический оператор определяется следующим образом:

$$\Delta^m u(x) = \left(\sum_{j=1}^N \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \right)^m u(x), u(x) \in C_0^\infty(\Omega),$$

где $C_0^\infty(\Omega)$ обозначает класс бесконечно дифференцируемых функций с компактным носителем.

Через A обозначим самосопряженное расширение полигармонического оператора Δ^m в $L_2(\Omega)$, для которой, существует счетная система ортонормированных в $L_2(\Omega)$ собственных функций $\{U_n(x)\}$ и собственных значений $\lambda_n > \mu > 0$. Спектральное разложение любого элемента $f \in L_2(\Omega)$ определяется посредством равенства

$$E_\lambda f(x) = \sum_{\lambda_n < \lambda} f_n U_n(x),$$

где $f_n = (f, U_n)$, а средние Рисса спектрального разложения порядка s

$$E_\lambda^s f(x) = \int_0^\lambda \left(1 - \frac{t}{\lambda}\right)^s dE_t f.$$

В настоящей работе изучаются спектральные разложения $E_\lambda f$ и их средние Рисса $E_\lambda^s f$ функций, принадлежащих пространству Соболева $W_p^l(\Omega)$. Будем говорить, что определенная в области Ω функция принадлежит классу Соболева $W_p^l(\Omega)$ при целой $l > 0$, $p \geq 1$ если конечна норма

$$\|f\|_{W_p^l(\Omega)} = \|f\|_{L_p(\Omega)} + \sum_{|\alpha|=l} \|\partial^\alpha f(x)\|_{L_p(\Omega)} .$$

Здесь $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$ - мультииндекс,

$$|\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_N, \quad \partial^\alpha f(x) = \frac{\partial^{|\alpha|} f(x)}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_N^{\alpha_N}} .$$

Символом $W_p^l(\Omega)$ обозначим класс функций, принадлежащих $W_p^l(\Omega)$ и имеющих компактный носитель в $\bar{\Omega} = \Omega + \partial\Omega$. Для полной информации о классах Соболева см. [14].

Достаточным условием равномерной на любом компакте $K \subset \Omega$ сходимости $E_\lambda^s f$ к функции f принадлежащей $W_p^l(\Omega)$, является выполнение при $p \geq 1, s \geq 0, l > 0$ следующих условий:

$$l + s \geq \frac{N-1}{2}, \quad lp > N .$$

Эти условия были впервые найдены в работах В.А.Ильина [3] при $s = 0$, и в работе Ш.А.Алимова и В.А.Ильина [5] при $s > 0$. Отметим, что в работе [3] равномерная сходимость $E_\lambda^s f$ при выполнении условий (1) установлена не только в классах Соболева $W_p^l(\Omega)$, но и в более широких классах Никольского $H_p^l(\Omega)$, причем в последнем случае показатель $l > 0$ может принимать любые (не обязательно целые) значения.

Кроме того, В.А.Ильиным доказано [3], что условия равномерной сходимости являются окончательными. Именно, если $l + s \geq \frac{N-1}{2}$, то существует функция, имеющая в Ω все непрерывные частные производные до порядка l включительно, для которой средние $E_\lambda^s f$ неограниченны в некоторой точке. Что же касается условия $lp > N$, то выполнение противоположного неравенства $lp \leq N$ допускает существование неограниченной функции $f \in W_p^l(\Omega)$, средние Рисса которой заведомо не могут сходиться к ней равномерно, поскольку разлагаемая функция не является непрерывной.

Случай $lp \leq N$ при дополнительном требовании непрерывности разлагаемой функции изучался впервые в работе Ш.А.Алимова [1], для оператора Лапласа. В этой работе доказано, что достаточным условием равномерной на любом компакте $K \subset \Omega$ сходимости $E_\lambda^s f(x)$ к непрерывной финитной функции f , принадлежащей классу Соболева $W_p^l(\Omega)$ при $l > 0, p \geq 1, s \geq 0$, является выполнение следующих условий:

$$l + s \geq \frac{N-1}{2}, \quad lp = N .$$

Кроме того, Ш.А.Алимовым [2] доказано, что условие $l + s \geq \frac{N-1}{2}$ является существенным. Именно, если

$$l + s \geq \frac{N-1}{2}, \quad lp = N ,$$

то существует непрерывная функция f из класса $W_p^l(\Omega)$ такая, что $E_\lambda^s f(x_0)$ не

ограничены в некоторой точке $x_0 \in \Omega$. Аналогичные результаты в классах Никольского установила Н.Н.Козлова [13,14]. В данной работе изучается справедливость условий (1) и (2) для полигармонического оператора, точнее доказываются следующие теоремы:

Теорема 1. (Достаточные условия для равномерной сходимости)

Пусть Ω обозначает открытое подмножество R^N и числа $s \geq 0, p \geq 1, a > 0$ удовлетворяют следующим условиям

$$a + s \geq \frac{N-1}{2}, \quad ap > N .$$

Тогда для любой функции $f \in W_p^a(\Omega)$, непрерывной в $\bar{\Omega}$ имеет место равенство

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} E_\lambda^s f(x) = f(x) ,$$

равномерно на $\bar{\Omega}$.

Теорема 2. (Необходимые условия для равномерной сходимости)

Если числа $s \geq 0, p \geq 1, a > 0$ удовлетворяют условиям

$$a + s \geq \frac{N-1}{2}, \quad ap < N ,$$

тогда для любой точки $x_0 \in R^N$ существует непрерывная функция $f \in W_p^a(\Omega)$, такая,

что имеет место следующее равенство $\overline{\lim}_{\lambda \rightarrow \infty} E_\lambda^s f(x_0) = +\infty$.

1. Alimov, Sh. A. On expanding continuous functions from Sobolev classes in eigenfunctions of Laplace operator, Sib. Math. J. 19, (1979), pp. 507-517.
2. Алимов Ш.А. Равномерная сходимость и суммируемость спектральных разложений функций из L_p^a , Дифф. уравнения 9:4 (1973), 669-681.
3. В.А. Ильин О равномерной сходимости разложений по собственным функциям при суммировании в порядке возрастания собственных чисел, ДАН 114:4 (1957), 698-701.
4. В.А. Ильин О равномерной сходимости разложений по собственным функциям во всей замкнутой области, Матем. сб. 45:2 (1958), 195-232.
5. В.А. Ильин, Ш.А. Алимов Условия сходимости спектральных разложений, отвечающих самосопряженным расширениям эллиптических операторов, I, II, Дифф. уравнения 7:4 (1971), 670-710; 7:5 (1971), 851-882.
6. В.А. Ильин, Ш.А. Алимов О расходимости на множестве положительной меры средних Рисса ядер дробного порядка, Дифф. уравнения 8:2 (1972), 372-373.
7. В.А. Ильин, Ш.А. Алимов Условия сходимости спектральных разложений, отвечающих самосопряженным расширениям эллиптических операторов, V, Дифф. уравнения 10:3 (1974).
8. В.А. Ильин, Е.И. Моисеев О спектральных разложениях, отвечающих произвольному неотрицательному расширению общего самосопряженного эллиптического оператора второго порядка, ДАН 191:4 (1971), 770-772.
9. В.А. Ильин, И.А. Шишмарчев Ряды Фурье по фундаментальным системам функций полигармонического оператора, ДАН 189:4 (1969), 707-709.
10. Alimov, Sh.A., Ashurov, A.A., Pulatov, A. K., I. Multiple Fourier Series and Fourier Integrals, Commutative Harmonic Analysis, vol. IV, pp. 1-97. Springer, Berlin (1992).
11. Ashurov, R.R. On the multiple fourier integrals of continuous functions from the sobolev spaces, Proceedings of the "Advanced Technology International Congress 2009.
12. Ashurov, R.R., Butaev, A. On the Pinsky Phenomenon, Journal of Fourier Analysis and Application, (2009), www.springerlink.com
13. Kozlova, N.N. Riesz summability of continuous functions from Nikol'skii classes, Differents.

Urvanen, 20, No. 1, (1984), pp.46 56.

14. Nikolskii, S.M. Priblizhenie funktsii-mnogikh peremennykh i teoremy viozheniya (Approximation of functions of several variables and embedding theorems), Nauka, Moscow 1969.

ӘОК 373.146.013

Б.Е. Ақитай, С.М. Нуржанова, С. Құрманғали

ДЕҢГЕЙЛЕП ОҚЫТУДА ИНТЕРАКТИВТІ ТАҚТАНЫ ҚОЛДАНУ

(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ)

Бұл мақалада деңгейлеп оқыту технологиясы қарастырылған. Физика пәнін деңгейлеп оқыту технологиясы бойынша әдістемелік нұсқаулар келтірілген. 9-сыныптың «Денелердің еркін түсу үдеуі» тақырыбына әртүрлі деңгейдегі тапсырмалар дайындалған. Оқытудың жаңа технологиясының талаптарына сай интерактивті тақтаны тиімді пайдаланудың жолдары қарастырылған. Сонымен қатар деңгейлік тапсырмаларға қойылатын талаптар кеңінен қарастырылған.

В этой статье рассмотрена разноуровневая технология обучения. Приведены методические руководства разноуровневого обучения по физике. Составлены разноуровневые задания для девятого класса по теме «Свободное падение тел». Согласно требованиям новых технологий обучения рассматриваются пути эффективного использования интерактивной доски. Также широко рассмотрены требования к задачам разных уровней.

This article describes differentiated level of education technology. It depicts methodological guidance of differentiated level of education on physics and composed tasks of differentiated level on subject “Free collapse of body”. In correspondence with new technology education this article describes the ways of effective usage of interactive blackboard. Also it describes requirements to the tasks of different level.

Оқушыға терең, сапалы білім беру әрбір мұғалімнің мақсаты. Оқу үдерісінде оқушылардың іс-әрекеттерін активтендіру, сабаққа қызығушылығын ояту үшін дидактикалық материалдарды құрастыру, алдыңғы қатарлы инновациялық технологияларды оқу үдерісіне енгізу үлкен маңызға ие. Еліміздегі барлық мектептер компьютер және интерактивті тақтамен жабдықталуда. Физика пәнін оқыту үдерісінде интерактивті тақтаны пайдалану мұғалім мен оқушы қарым-қатынасы жүйесін, олардың білімге деген қызығушылығының, ізденушілікке деген ынтасының өсуіне ықпал етеді.

Интерактивті технология – сабақ барысында оқушылардың ұжымдасып жұмыс жасауына ықпал ететін технология. Бұл құрылғы компьютер, мультимедиялық проектор және ақпараттарды енгізуге арналған активті қаламнан тұрады. Интерактивті тақта арқылы сабақта қажетті кез келген суреттер, сызбалар, кесте, диаграммаларды қолдануға болады. Сабақты қызықты әрі көрнекі қылуға мүмкіндік тудырады. Мұғалім сабақтың көрнекілігін арттырады. Мұғалім сабақты толымды әрі қызықты етумен қатар оқушыларды тақтамен белсенді жұмыс істеуге жұмылдырып, интерактивті материалдарын көрсете алады. Интернет желісіне қосылып ақпарат алуға, оқу материалдарында берілетін тәжірибелерді қозғалмалы күйге келтіруге, объектілер арасында байланыс орнатуға болады. Қазіргі кезде осы мақсатта көптеген жаңа педагогикалық, инновациялық технологиялар зерттеліп, қолданылып та жүр. Солардың бірі – деңгейлеп оқыту технологиясы.

Деңгейлеп оқыту технологиясы 1998 ж. бастап мектептерде барлық пәндерге еніп, оқу үдерісін жандандыруға үлес қосып келеді.

Ж. Қараевтың бұл технологиясы әрбір оқушыға білім алуында өзінің мүмкіндіктерін толығымен қолдануға мүмкіндік береді[1]. Яғни әр оқушы оқу материалын өзінің қабілеті мен тұлғалық ерекшеліктеріне байланысты әртүрлі деңгейде меңгере алады. Деңгейлеп оқыту – әрбір оқушыға өзінің потенциалдық қабілеттерін дамытуға мүмкіндік беру үшін қажет.

Деңгейлік тапсырмалар жүйесі оқушының ойлауын, шығармашылық қабілеттерін дамытады, елестету мен есте сақтау қабілеттерін белсенділендіреді, пәнге деген қызығушылығын арттырады.

Физика пәнінен есеп шығару – оқу үрдісінен бөліп алуға болмайтын бір бөлігі болып табылады. Себебі, ол физикалық ұғымдарды қалыптастыруға, оқушылардың физикалық құбылыстарды оқып үйренуіне, білімдерін нақтылауға, оны практикада қолдана білуге үйретеді, логикалық ойлау қабілетінің дамуына, өзіндік жұмыс істеуіне ықпал етеді. Ал, ол есептерді деңгейлік технология бойынша шығару, жеңіл есептерден күрделі есептерге қарай біртіндеп көшіп, оқу материалын жүйелі меңгеруге негізделген [2]. Осылайша оқу үдерісі жарыс түрінде ұйымдастырылады. Осыған байланысты физиканы оқытуда көбіне деңгейлік технологияны қолдану тиімді деп есептейміз. Өйткені мұнда оқушылардың шығармашылық білім дағдылары қалыптасады. Ал оқушыларға деңгейлік тапсырмаларды интерактивті тақта арқылы беру ыңғайлы, әрі уақыттан ұтыс береді. Себебі, мұғалім тапсырмаларды жазуға уақытын шығындамайды, сонымен қатар тапсырмалар әр уақытта оқушылардың көз алдында болады [3].

Сабақ барысында интерактивті тақтаны қолданудың артықшылықтары:

- видеокөрсетілімдер, роликтер, электрондық оқулықтарды қолдану мүмкіндігі;
- кескін, графиктерді түрлі түсті, айқын, ұқыпты түрде ұсынуға мүмкіндік береді;
- сабақта көрнекіліктерді қолдану деңгейі өседі;
- сабақтың өнімділігі артады;
- оқушылардың білім деңгейіне оң әсер етеді;
- оқуға жаңа құлшыныстың алғышарты;
- сыныппен тығыз жұмыс жасалады.

Сонымен қатар, интернеттен алынған ақпаратты тікелей оқушылармен бірге іздеуге, конференция өткізу үшін басқа мектептермен байланыс орнатуға, қолданылған материалдарды кейін тағы пайдалану үшін файл түрінде сақтауға, немесе оны оқушыларға электронды материал ретінде ұсынуға мүмкіндік береді, әрі мұғалім уақытын үнемдейді.

Тақырып бойынша деңгейлік тапсырмаларды төрт деңгейде құрастыруға болады және әр деңгейге 1-сұлбада көрсетілгендей талаптар қойылады (1-сұлба).

Деңгейлеп оқыту технологиясының басты мақсаты – сынып оқушыларын «қабілетті-қабілетсіз» деген жіктеуге бөлуді болдырмау. Әрбір оқушы бірінші деңгейді орындауға міндетті және одан жоғары деңгейдегі тапсырмаларды өз қалауы бойынша орындай алады.

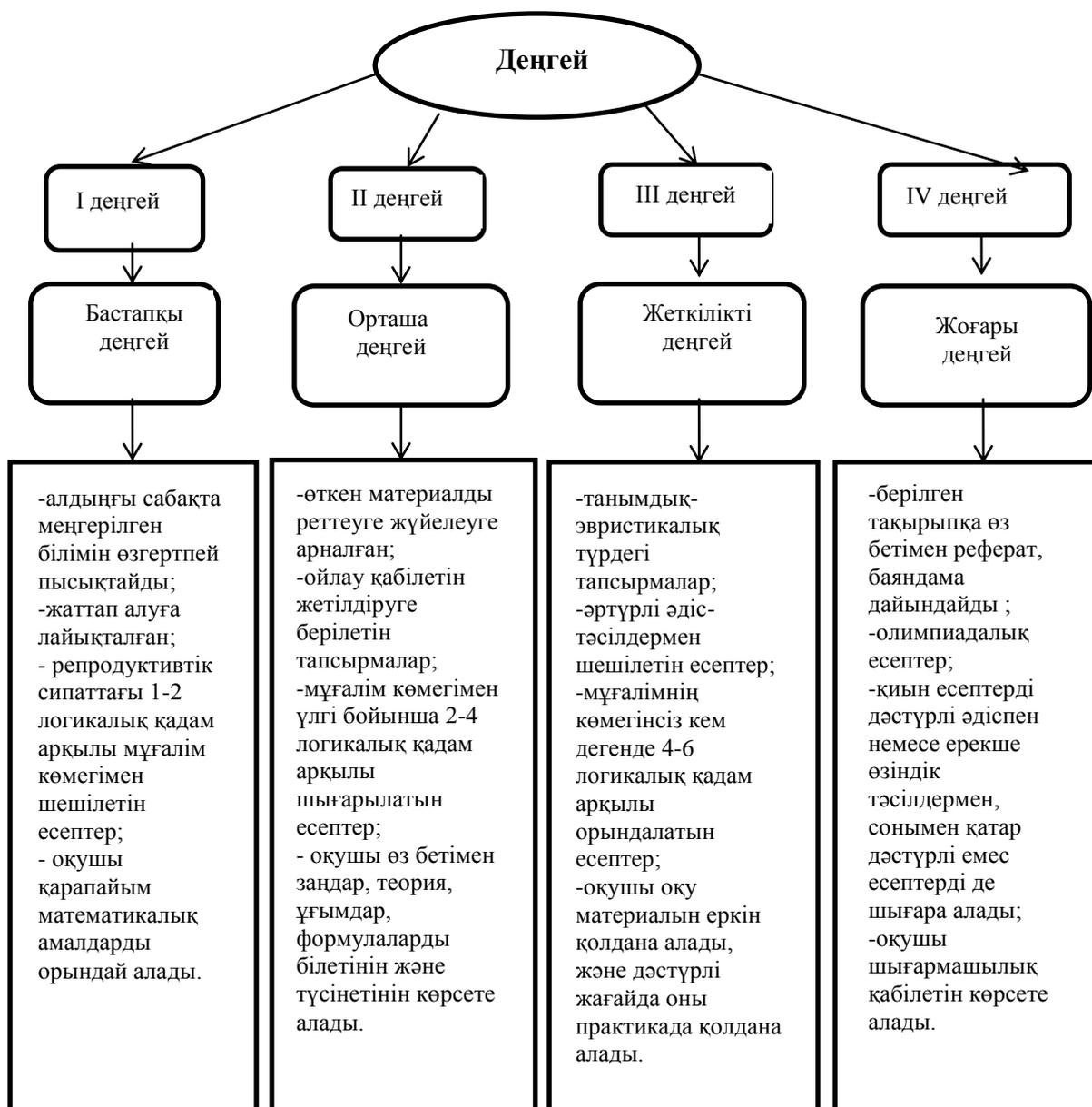
Деңгейлеп оқыту технологиясы тиімді және нәтижелі болуы үшін оқушының тұлғалық ерекшеліктерін, қабілетінің дамуын, психологиялық ерекшеліктерін, оқуға деген шығармашылық қабілетін, білім, білік деңгейін ескеру қажет.

Деңгейлеп оқытудың негізгі ережелері:

- деңгейлерді меңгеру мен тапсырудағы бірізділік;
- барлық оқушыларды бір деңгейге жеткізу, әр оқушыға оның қабілеті мен қажеттіліктеріне қарай жағдай жасау;
- бір сабақты тек бір ғана тақырыпқа байланысты тапсыру;

- практикалық сабаққа дайындалғанда кез келген деңгейді таңдап алу және өз күнделікті бағасын көтеру мүмкін болу керек;
- «3» деген баға алу үшін берілген материалдың кем дегенде 50%-ын, «4» алу үшін 70-80 %-ын, «5» алу үшін 90-100 %-ын білу керек.

1-сұлба



Деңгейлік тапсырмалардың тиімділігі:

- оқушылар деңгейлік тапсырмаларды өздері таңдайды. Егер жоғары деңгейдегі тапсырманы орындай алмаса, онда ол тапсырмадан жеңілірдеуін алады;
- әрбір оқушы тапсырмамен қамтамасыз етіледі;
- оқушылардың бір – бірінен көшіру әдеті жоғалады, тапсырмаларды өз бетімен орындауға дағдыландырады;
- оқушылардың пәнге қызығушылығы артады, ақыл - ойын, ойлау қабілетін дамытады;

- оқушының шығармашылық жеке тұлғасын қалыптастыруға және ынтасын дамытудағы рөлі үлкен;

- жеке тапсырмалардың әртүрлі болуы жеке тұлғаның өзін - өзі дамытуға, оның ізденіп, оқуға және өз бетімен білім алуға дағдылануына себеп болады;

- деңгейлік тапсырмалардың орындалуына қарап бағалау жеңіл болады.

«Деңгейлеп оқыту» технологиясы өткен тақырыптарды жүйелеп бекітуде жиі қолданады.

Енді, мысал ретінде 9-сыныптағы «Денелердің еркін түсуі» тақырыбына сай құрастырылған тапсырмаларды қарастырайық. Тапсырмалар әрқайсысы 8 есептен тұратын төрт деңгейге (бастапқы, орташа, жеткілікті, жоғары деңгейлер) бөлінген[4]. Әрі бұл тапсырмаларды сабақ барысында оқушыларға интерактивті тақта арқылы ұсынуға болады. Интерактивті тақта арқылы ұсынылған бұл деңгейлік тапсырмалар мұғалімге уақытты үнемдеуге және әр оқушыға өз деңгейіне сай тапсырмаларды таңдауға мүмкіндік береді.

Бастапқы деңгей

1. Дене еркін түскенде қалай қозғалады?
2. Әртүрлі денелердің еркін түсу үдеуі туралы не айтуға болады?
3. Денелердің еркін түсуін зерттеу барысында италия ғалымы Г.Галилей қандай тұжырымға келді?
4. Кедергі күші әсер етпеген жағдайда Жер бетіндегі барлық денелердің тұрақты үдеумен қозғалатынын қандай тәжірибелер дәлелдейді?
5. Еркін түсу кезінде үдеу векторы қалай бағытталған?
6. Бастапқы жылдамдық берілсе, түсіп келе жатқан дененің үдеуі өзгере ме?
7. Жердің берілген орнында еркін түсу үдеуін есептеу үшін тәжірибеде қандай физикалық шамаларды өлшеу қажет?
8. Біріншісі – бастапқы жылдамдықсыз төмен, екіншісі – төмен қарай бастапқы жылдамдықпен, үшіншісі- жоғары қарай бағыттанып үш дене тасталған. Осы денелердің үдеулері бірдей бола ма?

Орташа деңгей

1. Бастапқы жылдамдықсыз құлаған тас шатқал түбіне 6 с жетті. Шатқалдың тереңдігін анықта.
2. Бастапқы жылдамдықсыз түсе бастаған доп 20 м жолды қанша уақытта өтеді?
3. Дене бастапқы жылдамдықсыз түсе бастайды. 2 с кейін оның жылдамдығы қандай болады?
4. Дене бастапқы жылдамдықсыз 20 м биіктіктен түседі. Оның жер бетіне жеткен кездегі жылдамдығын анықта.
5. Егер су тамшысы төбеден түскенше 5 секунд өтсе, ғимарат биіктігін анықта.
6. Дене 45 м биіктіктен құлады. Түсу уақытын анықта.
7. Доп 5 м/с бастапқы жылдамдықпен түседі. Түсе бастағанынан кейін 3 с өткен соң оның жылдамдығы қандай болады?
8. Тасты 5 м/с бастапқы жылдамдықпен вертикаль төмен тастады. Егер оның түсуіне 2 с уақыт кетсе, тасты тастаған биіктікті анықта.

Жеткілікті деңгей

1. Еркін түскен дене соңғы 30 м жолын 0,5 с ішінде өтті. Түсу биіктігін анықтаңдар.
2. Дене 80 м биіктіктен бастапқы жылдамдықсыз түсе бастайды. Түсуінің соңғы секундында оның орын ауыстыруы қандай?
3. Дене соңғы 2 секундта 60 м жол жүрді. Дене бастапқы жылдамдықсыз қанша уақыт түсті?

4. Дене бастапқы жылдамдықсыз 45 м биіктіктен түседі. Жолдың екінші жартысындағы орташа жылдамдығын анықта.
5. Бастапқы жылдамдықсыз еркін түскен дене түсу уақытының соңғы секундында өз жолының $2/3$ бөлігін өтеді. Дененің жүріп өткен толық жолын тап.
6. Дене бастапқы жылдамдықсыз 100 м биіктіктен түседі. Қозғалысының бірінші және соңғы секундтарында дене қандай жол жүреді?
7. Дене бастапқы жылдамдықсыз 100 м биіктіктен түседі. Дене өзінің бірінші және соңғы метр жолын қанша уақытта өтеді?
8. Дене 27 м биіктіктен еркін түседі. Әр бөлікті өту үшін бірдей уақыт кететіндей осы биіктікті h_1, h_2, h_3 үш бөлікке бөліңдер.

Жоғары деңгей

1. Тікұшақтан екіншісі біріншісінен 1 секунд кейін бастапқы жылдамдықсыз екі жүк тасталды. Бірінші жүк түсе бастағаннан 2 секунд және 4 секундтан кейінгі жүктердің арақашықтығын тап.
2. Дене 10 м биіктіктен еркін түседі. Сол мезетте екінші дене 20 м биіктіктен вертикаль төмен тасталады. Екі дене де жерге бір мезетте түсті. Екінші дененің бастапқы жылдамдығын анықта.
3. Екі тамшы төбеден қандай уақыт аралығында үзіліп түсті, егер де екінші тамшы түсе бастағанынан 2 секунд өткенде екі тамшының арақашықтығы 25 м тең болса?
4. Бастапқы жылдамдықсыз түскен дене түсу уақытының соңғы t секундтарында өз жолының $1/n$ бөлігін жүріп өтеді. Толық t уақытты және H толық түсу биіктігін тап.
5. Биіктігі 8 м үй төбесінен бірдей уақыт аралығында су тамшылары үзіліп түседі. Бесінші тамшы төбеден үзілгенде бірінші тамшы жерге жетеді. Бірінші тамшы жерге жеткен сәттегі тамшылардың арасындағы арақашықтықты анықта.
6. Аэростат аэродромнан 2 м/с^2 үдеумен вертикаль жоғары көтеріледі. Қозғала бастағаннан 5 с кейін одан зат түсті. Аэростат қозғала бастағаннан қанша уақыттан кейін зат жерге түседі?
7. Бірдей биіктіктен бірінен кейін бірі t секунд аралығында 2 дене түсе бастады. Бірінші дене түсе бастағаннан кейін қанша уақытта денелер арақашықтығы L -ге тең болады?
8. Вертикаль сантиметрлік шкаланы бойлай бастапқы жылдамдықсыз нөлдік белгіден құлаған шарды суретке түсіргенде негативте шкаланың n_1 –ден n_2 дейінгі бөліктеріне дейін жайылған жолақ алынды. Фотографиялық затвордың t ашық тұрған уақытын анықта.

1. Ж.А. Қараев, С.М. Кенесбаев, Ұ.Қ. Ергебенова. Білім беру саласындағы деңгейлік саралап оқыту технологиясы // Материалы III Международной конференции математического моделирования и информационной технологии в образовании и науке. Алматы, КазНПУ им.Абая, 2005. III том, -с. 192-194.
2. Б.Е. Ақитай. Физиканы оқыту теориясы және әдістемелік негіздері. Алматы.: Қазақ университеті, 2006. – 280 б.
3. Б.Қ.Садықов. Интерактивті тақта – ғажайып құрал. Алтын ұя газеті.-2008 ж. №2(178) – 24 қаңтар.
4. Л.А. Кирик. Физика-9. Самостоятельные и контрольные работы. М.: Илекса, 2010. – с.192.
5. А.В. Перышкин, Е.М. Гутник, Б.Е. Ақитай. Физика 9 сынып. Алматы.: Дрофа-Кітап 2004. – 294 б.

АНАЛИЗ РОТАЦИОННОГО ПРЕДЕЛА КЛАСТЕРНОЙ БОЗОННОЙ МОДЕЛИ

(г. Алматы, КазНПУ им. Абая)

Мақалада кластерлік бозон моделінің $U(4) \supset U(3) \supset SU(3) \supset O(3)$ симметриясы зерттелінеді. Бұл симметрия $U(4)$ тобының ротациялық шегіне сәйкес келеді. Атомдық ядроның кластерлік күйлерін сипаттайтын кванттық сандар: N бозондардың толық саны, N_p дипольдық бозондар саны, $SU(3)$ тобының λ және μ көріністері, I күйдің толық спині анықталды. Модельдік кванттық сандар негізінде кластерлік күйлердің ротациялық жолақтар бойынша классификациясы жасалды. Атом ядросының кластерлік күйлерінің энергия спектрлерінің құрылымы, электрлік $E2$ – және магниттік $M1$ – ауысулары талданады.

В работе изучается $U(4) \supset U(3) \supset SU(3) \supset O(3)$ симметрия кластерной бозонной модели. Эта симметрия соответствует ротационному пределу $U(4)$ группы. Определены квантовые числа, характеризующие кластерные состояния атомного ядра: полное число бозонов N , число дипольных бозонов N_p , представления $SU(3)$ группы λ и μ , полный спин состояния I . На основе модельных квантовых чисел произведена классификация кластерных состояний по ротационным полосам. Анализируются структура энергетического спектра кластерных состояний атомного ядра, свойства электрических $E2$ – и магнитных $M1$ – переходов.

It is investigated $U(4) \supset U(3) \supset SU(3) \supset O(3)$ symmetry of the clustering boson model. This symmetry is rotational limit of $U(4)$. They are determined quantum number of clustering states: totally bosons numbers N , dipole bosons N_p , representations of $SU(3)$ λ, μ , the total angular momentum I . It is produced in the frame of model quantum numbers a classification of clustering states in rotational bands. They are analysed the structure of energycal spectrum of clustering states in atomic nuclei, propertys of electrical $E2$ – and magnetic $M1$ – transitins.

Кластерное движение атомного ядра является особой формой. Группа нуклонов образует кластер и движется относительно оставшейся части ядра. Кластерная форма движения осуществляется в области как легких ядер, так и тяжелых [1].

При кластеризации нуклонов в ядре коллективная переменная имеет дипольный характер. Дипольной переменной здесь является вектор \vec{r} между центрами кластера и ядра остатка. Кластерные состояния могут быть генерированы системой бозонов из скалярного с $j^\pi = 0^+$ и векторного с $j^\pi = 1^-$ типов. Соответственно эти бозоны обозначаются s и $p_m (m = 0, \pm 1)$. Из операторов рождения и уничтожения бозонов монопольного (s) и дипольного (p) видов можно сформировать шестнадцать бинарных операторов B_{ij} , генерирующих $U(4)$ группу. В таком случае соответствующий $U(4)$ симметричный гамильтониан запишется [2]

$$H = E_0 + \varepsilon_s (s^+ s) + \varepsilon_p (p^+ p) + \sum_{L=0,2} \frac{1}{2} (2L+1)^{\frac{1}{2}} C_L \left[(p^+ p^+)^{(L)} (pp)^{(L)} \right]^{(0)} + \quad (1)$$

$$V \left[(p^+ p^+)^{(0)} (ss)^{(0)} + (s^+ s^+)^{(0)} (pp)^{(0)} \right]^{(0)} + u_1 \left[(p^+ s^+)^{(1)} (ps)^{(1)} \right]^{(0)} + u_0 \left[(s^+ s^+)^{(0)} (pp)^{(0)} \right]^{(0)}$$

Гамильтониан (1) диагонализуется в пространстве фиксированных бозонов N .

Вследствие этого ограничения число независимых параметров в уравнении (1) сведется к четырем ε_p , C_0 , C_2 и V , так как другие (ε_s , U_1 и U_0) могут быть включены в постоянную E_0 .

Используя динамические симметрии $U(4)$ группы, можно анализировать различные типы энергетических спектров кластерных возбуждений. В данном случае возможны три динамические симметрии, определяемыми групповыми цепочками [2,3]

$$U(4) \supset U(3) \supset SU(3) \supset O(3), \quad (2)$$

$$U(4) \supset U(3) \supset O(3), \quad (3)$$

$$U(4) \supset O(4) \supset O(3). \quad (4)$$

Редукция (2) соответствует ротационному пределу кластерной бозонной модели, (3) – вибрационному, а (4) описывает ситуацию, в которой два фрагмента, на подобие диатомной молекулы, участвуют в вибрационном и ротационном движениях.

В настоящей работе анализируются структура энергетического спектра ядра, свойства электрических $E2$ - и магнитных $M1$ - переходов в (3) симметрии.

Групповая редукция (2) позволяет определить собственные значения гамильтониана в аналитической форме. При этом волновые функции (α - кластерные состояния) классифицируются по неприводимым представлениям подгрупп $U(3)$, $SU(3)$ и $O(3)$, а соответствующие квантовые числа будут группировать состояния по энергетическим полосам.

Искомая группа $U(4)$ характеризуется полным числом бозонов в системе N . Следующая группа в симметрии (2) – это $U(3)$. Генераторы алгебры $U(3)$ образованы только из p – бозонов, поэтому представлением ее будет число p – бозонов в системе N_p , причем, $N_p = N, N-1, \dots, 0$. Затем идет $SU(3)$ группа, классифицируемая квантовыми числами λ и μ . Восемью генераторами алгебры $SU(3)$ группы являются три компоненты полного момента бозонов I_μ и пять проекций квадруполья:

$$I_\mu = 2^{\frac{1}{2}} [p^+ p]_{1\mu}, \quad Q_\mu = -\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} [p^+ p]_{2\mu} \quad (5)$$

Три компоненты полного углового момента, взятые в отдельности, генерируют известную группу трехмерных вращений $O(3)$.

Для аналитического решения задачи на собственные значения гамильтониан H запишем через инварианты (операторы Казимира) подгрупп редукционной цепочки (2)

$$H = \varepsilon_p C_1[U(3)] + k C_2[SU(3)] + k' C_3[O(3)], \quad (6)$$

собственные значения которого есть

$$E = \varepsilon_p N_p + k C + (\lambda, \mu) + k' I(I+1), \quad (7)$$

где

$$C(\lambda, \mu) = \lambda(\lambda+3) + \mu(\mu+3) + \lambda \cdot \mu. \quad (8)$$

Разложение полностью симметричного представления $[N]$ $U(3)$ группы по представлениям (λ, μ) $SU(3)$ осуществляется согласно правилу [2]

$$[N] = (N, 0) \oplus (N-2, 1) \oplus (N-4, 2) \oplus \dots \oplus (N-3, 0) \oplus (N-5, 1) \oplus (N-7, 2) \oplus \dots \oplus \quad (9)$$

Значения (λ, μ) представления $SU(3)$ группы разлагаются по представлениям $O(3)$ группы. В схеме Эллиота значения углового момента при заданном (λ, μ) определяются равенствами

$$I = k + \max(\lambda, \mu), k + \max(\lambda, \mu) - 1, \dots, k + 1, k, \quad (10)$$

если $k \neq 0$, или

$$I = \max(\lambda, \mu), \max(\lambda, \mu) - 2, \dots, 0 \text{ или } 1, \quad (11)$$

если $k = 0$.

В свою очередь k находится

$$k = \min(\lambda, \mu), \min(\lambda, \mu) - 2, \dots, 0 \text{ или } 1. \quad (12)$$

В ротационном пределе кластерной бозонной модели энергетический спектр проявляет следующие свойства : а) наблюдаются ротационные полосы состояний как положительной так и отрицательной четностей, б) между уровнями положительной и отрицательной четностей имеет место энергетический сдвиг (например, между полосами $(N,0)$ $(N-2,1)$ $\Delta E = 3Nk + 2k$), в) энергетическая зависимость состояний носит $I(I+1)$ характер, г) состояния с одинаковыми значениями (λ, μ) и I являются вырожденными.

Приведем вычисление вероятностей электрических $E2$ – и магнитных $M1$ – переходы в ротационном пределе кластерной бозонной модели, а так же исследуем зависимости этих величин от спина кластерных состояний и числа бозонов.

Оператор $E2$ – перехода в обсуждаемой модели имеет вид

$$T(E2) = \tilde{q}_2 [p_{\mu_1}^+ p_{\mu_2}]_{2\mu} \quad (13)$$

Для проведения аналитических расчетов запишем $T(E2)$ посредством генераторов $SU(3)$ группы. В методе Эллиота [4] это достигается использованием квадрупольного оператора $Q_{\mu}^{(2)}$

$$T(E2) = \alpha_2 Q_{\mu}^{(2)}. \quad (14)$$

Математическая структура $Q_{\mu}^{(2)}$ как генератора группы $SU(3)$ записывается

$$Q_{\mu}^{(2)} = -\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} [p_{\mu_1} + p_{\mu_2}]_{2\mu}. \quad (15)$$

Сравнивая соотношения (13) и (15), приходим к выбору коэффициента \tilde{q}_2 . Оператор $T(E2)$ теперь является генератором алгебры $SU(3)$ и выражается в виде

$$T(E2) = -\alpha_2 \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} [p_{\mu_1}^+ p_{\mu_2}]_{2\mu}, \quad (16)$$

где α_2 - эффективный $E2$ – заряд.

Отметим, что поскольку оператор $T(E2)$ является генератором $SU(3)$ группы, то он не может связывать различные представления этой группы.

Как известно, базис Эллиота неортонормирован. Поэтому вычисление матричных элементов $Q_{\mu}^{(2)}$ следует проводить в ортонормированном базисе Вергадоса [5].

Приведенные вероятности электрических $E2$ – переходов определяются

$$B(E2; I_i \rightarrow I_f) = \frac{|\langle \psi((\lambda, \mu) \chi_f I_f) \| T(E2) \| \psi((\lambda, \mu) \chi_i I_i) \rangle|^2}{(2I_i + 1)} \quad (17)$$

Так для представления $(\lambda, 0)$ величина $B(E2; I \rightarrow I-2)$ принимает вид [6]

$$B(E2; I \rightarrow I-2) = \alpha_2^2 \frac{3I(I-1)}{4(2I+1)(2I-1)} (\lambda - I + 2)(\lambda + I + 1) \quad (18)$$

Аналогичные формулы можно получить и для других представлений.

Как видно из (18), имеет влияние обрезающего фактора, обусловленного конечностью числа λ , определяемым N . Вследствие этого фактора при $I \rightarrow N$ величина $B(E2; I_i \rightarrow I_f)$ резко уменьшается. При заданном значении N с увеличением спина

возбужденного состояния I наблюдается сначала тенденция роста величины $B(E2; I \rightarrow I-2)$, а затем при $I \rightarrow N$ происходит его спад. Для заданного $E2$ – перехода $I_i \rightarrow I_f$ величина $B(E2; I_i \rightarrow I_f)$ с ростом N увеличивается квадратично.

Рассмотрим $M1$ – переходы. В $U(4) \supset U(3) \supset SU(3) \supset O(3)$ пределе $T(M1)$ оператор в первом приближении определяется в следующем виде

$$T_k(M1) = \beta_1 (p^+ p)_k^{(1)} \quad (19)$$

Поскольку $(p^+ p)^{(1)}$ пропорционален оператору углового момента I_k , уравнение (19) можно переписать

$$T_k(M1) = g_B I_k, \quad (20)$$

где g_B является эффективным бозонным g фактором. Так как оператор углового момента I_k является генератором $O(3)$ группы, $T_k(M1)$ будет диагонален в этом представлении. Поэтому в первом приближении $M1$ переходы в кластерных состояниях не предсказываются. Диагональные матричные элементы имеют вид

$$\langle (\lambda\mu)KI \| T(M1) \| (\lambda\mu)KI \rangle = g_B (I(I+1))^{\frac{2}{3}} (2I+1)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

Таким образом, g фактор, обусловленный кластерным движением, равен

$$g(I) = \frac{\mu}{I} = g_B \quad (22)$$

И не зависит от спина кластерного состояния.

Во втором порядке оператор $M1$ – перехода записывается

$$T_k(M1) = \beta_1 (p^+ p)_k^{(1)} + \beta_{011} [(p^+ p)^{(0)} (p^+ p)^{(1)}]_k^{(1)} + \beta_{211} [(p^+ p)^{(2)} (p^+ p)^{(1)}]_k^{(1)} + \gamma_{011} [(s^+ s)^{(0)} (p^+ p)^{(1)}]_k^{(1)} \quad (23)$$

Для наглядности (23) представим в виде

$$T_k(M1) = (g_B + \alpha_1' N) I_k^{(1)} + \gamma_1' N_p I_k^{(1)} + \beta_1' [Q^{(2)} \otimes I^{(1)}]_k^{(1)}, \quad (24)$$

где коэффициенты g_B , α_1' , β_1' , γ_1' являются линейными комбинациями $\beta_1, \beta_{011}, \beta_{211}, \gamma_{011}$.

Структура оператора $T_k(M1)$ в (24) такова, что во втором порядке приближения в кластерных состояниях $M1$ – переходы отличны от нуля. Матричные элементы, заданные в виде (24), должны вычисляться численно.

Предлагаемую теорию авторы планируют применить для анализа супердеформированных ротационных состояний атомных ядер.

1. Ohkubo S., Fujiwara M., Hodgson P.E. α - clustering states in atomic nuclei // Prog. Theor. Phys. Supple. – 1998. – №132. – P. 1 – 6.
2. Баимбетова Г. А., Кабулов А. А., Кабулов А. Б. Супердеформированные кластерные состояния ${}^{194}_{80}\text{Hg}$ // Вестник КазНПУ им. Абая. – 2010. – № 2(30). – С.23 – 26.
3. Бактыбаев К. Б., Кабулов А. Б., Кабулова Г. С., Раманкулов К. Е. Модель дипольной кластеризации нуклонов в атомных ядрах // Изв. РАН. Сер. физ. – 1996. – Т. 60, № 5. – С. 118 – 122.
4. Elliot J. P. Collective motion in the nuclear shell model . Proc. Roy. Soc. – 1958. – V. A245. – p. 562 – 581.
5. Vergados J. D. $SU(3) \supset R(3)$ Wigner coefficients in the 2S – 1d shell // Nucl. – Phys. – 1968. – V. A111, №3. – p. 681 – 754.
6. Кабулов А. Б., Баимбетова Г. А. Электрические $E2$ – переходы в ротационном пределе модели дипольной кластеризации нуклонов в атомных ядрах // Изв. МОН РК, НАН РК. Сер. физ. – мат. – 2001. - №6. – С. 66 – 72.

ИНТЕГРИРОВАННОЕ НЕПРЕРЫВНОЕ МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЕ ИНФОРМАТИКИ В СИСТЕМЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

(Кыргызстан, г.Ош, Ошский технологический университет)

Білім беру жүйесінің өзгеру жағдайында оқыту әдістемесін өзгерту қажет. Әдіснамалық және теориялық сілтемелердің бар болуы әдістемелік қамтамасыздандыру проблемасын шешпейді. Зерттеу нәтижесінде техникалық ЖОО бірыңғай білім беру кеңістігінде информатиканы оқытудың үздіксіз техникалық әдістемесін жүзеге асыру жағдайы анықталды.

В условиях изменившейся системы образования необходимо изменение методики преподавания. Наличие методологических и теоретических предпосылок не решают проблему методического обеспечения. В результате исследования выявлены условия реализации интегрированной непрерывной технической методики обучения информатики в едином образовательном пространстве технического ВУЗа.

It is necessary to change the methods of teaching hue the educational system is in a changeable condition. The presence methodological and theoretical prerequisites do not solve the problems of methodical supplies. As a result of the study the condition of the integrable realization of stable technical methods of learning of information science in one education area in technical universities is clarified.

Введение. Современная социально-экономическая ситуация диктует потребность в повышении качества профессионального технического образования. Концепция модернизации Кризис кыргызской системы образования, присущий и мировой системе, вызван тем, что человек не может развиваться столь же динамично, как это свойственно современному миру, ему трудно воспринимать глобальные информационные потоки и осваивать методологию работы с информацией. Процесс информатизации охватил в разной мере все мировое сообщество. Перспективность и необходимость развития данного направления стали стимулом наращивания темпов внедрения новых компьютерных средств, телекоммуникационных систем и информационных технологий, которые развиваются такими стремительными темпами, каких не знала история.

Процессы демократизации в 90-е годы проникли и в образовательную политику. В 1995 году в Кыргызской академии образования была разработана концепция дифференциации обучения, направленная на формирование повышенного уровня знаний, на знакомство с достижениями современной науки, культуры и техники, осознанный выбор профессии. В этот период активно зарождаются и развиваются образовательные учреждения, ориентированные на углубленное обучение в школе по избранным ими образовательным областям для подготовки к дальнейшему обучению в ВУЗах. Первым шагом на пути построения инновационных образовательных учреждений было создание школ с углубленным изучением отдельных предметов непосредственно в структурах вузов. В обучении технического характера интенсивно и углубленно начали изучать предметы физика, математика, информатика, химия и т. д., т.е. естественные дисциплины (см. [1, 2]). За определенное время такие школы приобрели статус технических лицеев, колледжи и стали неотъемлемым звеном интегрированной системы непрерывного технического образования «технический лицей – технический вуз». С этого времени процесс взаимодействия школ и вузов принимает новые формы.

Актуальность. В решении этих задач значительная роль отводится системе непрерывного технического образования на профильной основе. В основе этого направления модернизации образования заложен личностно-ориентированный принцип дифференциации обучения. Непрерывное техническое образование ориентировано на подготовку специалистов, на формирование готовности к освоению новых знаний, приобретению многофункциональных умений и обеспечение профессиональной технической мобильности и конкурентоспособности выпускников. Оно призвано устранить социально-педагогические противоречия, повысить качество профессионального технического образования.

В данных условиях изучение информатики технических ВУЗах становится *особенно актуальным*. Эта дисциплина является базовым: она способствует формированию зрелой личности, развивают логическое мышление, закладывают фундамент построения научного стиля мышления, техники и технологии, соответствующие им, используются не только при изучении других наук, но и на протяжении всей профессиональной деятельности.

В условиях изменившейся системы образования необходимо изменение и методик преподавания. Студентам технических ВУЗов требуется необходимо пройти адаптационные процессы на различные задачи прикладного характера.

Несмотря на наличие определенных методологических и теоретических предпосылок, проблема методического обеспечения преподавания информатики в системах непрерывного технического образования не получила достаточного разрешения.

Проблема. Актуальность решения данной проблемы определяется наличием следующих противоречий:

- между интеграционными процессами в лицейском техническом образовании, которые в условиях модернизации образования направлены на высокоуровневую подготовку выпускников, и традиционным обучением в высшей школе;
- между государственными образовательными стандартами общеобразовательной и высшей школ;
- между методическими системами обучения информатике в общеобразовательных системах (технических лицеях) и технических ВУЗах;
- между необходимостью развития научного стиля мышления субъектов образовательного процесса и определенным консерватизмом существующего образования;
- между потребностью непрерывной системы образования «технический лицей - технический вуз» в интегрированной технической научно-методической системы обучения информатике и недостаточной разработанностью контрольно-измерительных материалов по данным дисциплинам для выявления качества образования на каждой ступени обучения;
- между необходимостью создания технической научно-методической системы обучения информатике в процессе непрерывного технического образования и отсутствием теоретических основ такой системы.

Необходимость разрешения обозначенных противоречий и недостаточная теоретическая разработанность проблемы послужили основанием для определения данной темы исследования.

Цель исследования: теоретически обосновать концептуальные положения методики преподавания информатики в системе непрерывного технического образования «технический лицей - технический вуз» и опытно-экспериментальным путем создать и проверить условия эффективности их реализации.

Решение. Анализ методической и специальной литературы, изучение передового педагогического опыта, личное преподавание в системе «технический лицей – технический вуз» позволили выдвинуть гипотезу исследования: методики преподавания информатики в системе непрерывного технического образования «технический лицей - технический вуз» будут эффективными и позволят повысить качество всей профессиональной подготовки специалиста, если:

1) разработана интегрированная непрерывная методология обучения информатики для единого образовательного пространства «технический лицей - вуз» на основе типологического подхода;

2) созданы условия реализации методики преподавания информатике в системе непрерывного технического образования:

- разработаны согласованные образовательные стандарты для профильной общеобразовательной и высшей школы как норма, обеспечивающая преемственность учебных планов и учебных программ;
- разработана экспертная информационная система (ЭИС), позволяющая классифицировать и определять ведущие стили мышления обучающихся;
- реализованы технологии, адекватные содержанию непрерывного технического образования и обеспечивающие преемственность в изучении информатики на разных ступенях обучения системы, в том числе:
 - созданы банки типологической учебной информации (БТУИ);
 - разработаны типологические учебники;
 - создана система мотивационной поддержки (СМП);
 - сформирована субъектная позиция участников образовательного процесса;
 - обеспечен внешний и внутренний мониторинг качества образовательной подготовки;

3) при реализации этих гипотетических предположений будет обеспечена качественная подготовка не только по информатике, но и на их основе как базовых технических дисциплин высокопрофессиональных, конкурентоспособных специалистов, востребованных на рынке труда.

С учетом проблемы, объекта, цели и гипотезы определены следующие основные задачи исследования:

1. Исследовать теоретико-методологические предпосылки создания интегрированной непрерывной методики обучения информатики единого образовательного пространства «технический лицей – технический вуз».
2. Обосновать и раскрыть концептуальные положения интегрированной непрерывной методики обучения информатики единого образовательного пространства «технический лицей – технический вуз».
3. Обеспечить условия реализации интегрированной непрерывной методики обучения информатики в едином образовательном пространстве «технический лицей – технический вуз».
4. Проверить эффективность интегрированной непрерывной методики обучения информатики в едином образовательном пространстве «технический лицей – технический вуз».

Нами определена сущность интегрированной непрерывной методики обучения информатики в едином образовательном пространстве «технический лицей – технический вуз», которая рассматривается как совокупность инвариантных элементов обучения (целей и норм, методов и технологий, информационных ресурсов, процессов, результата) и условий, необходимых для формирования высокого уровня знаний и качества образования в целом.

Теоретически, как концептуальная основа, обоснован типологический подход к обучению в едином образовательном пространстве. Разработана методика преподавания информатики в едином образовательном пространстве, включающая:

- согласование образовательных стандартов для профильной общеобразовательной и высшей школы как нормы, обеспечивающей преемственность учебных планов и учебных программ;
- использование экспертной информационной системы (ЭИС), позволяющей классифицировать и определять ведущие стили мышления обучающихся;
- реализацию технологий, адекватных содержанию непрерывного образования и обеспечивающих преемственность и интегративность в изучении информатики на разных ступенях обучения системы, в том числе:
 - создание банков типологической учебной информации (БТУИ);
 - разработка типологических учебников; создание систем мотивационной поддержки (СМП);
 - создание технологий, для формирования субъектной позиции участников образовательного процесса;
 - обеспечение внешнего и внутреннего мониторинга качества образовательной подготовки.

В результате исследования выявлены условия реализации интегрированной непрерывной методики обучения информатики в едином образовательном пространстве «технический лицей – технический вуз».

Доказана эффективность интегрированной непрерывной методики обучения информатики в едином образовательном пространстве «технический лицей – технический вуз».

1. Полунина И.Н. Интеграция курсов математики и информатики как фактор оптимизации общепрофессиональной подготовки в средней профессиональной школе. Дис.... канд. пед. наук. - М., - 2000.
2. Охтя Н.В. Организационно-методические основы дифференцированного обучения слушателей подготовительных курсов технического университета. Автореф. дисс.... канд. пед. наук. - Самара, - 1999.

ОӘК 378.14

М.А. Асқарова

ВЕКТОРЛАРДЫ АЛГЕБРАЛЫҚ ЕСЕПТЕР ШЫҒАРУҒА ҚОЛДАНУ ӘДІСІ НЕГІЗІНДЕ БІЛІМ АЛУШЫЛАРДЫҢ ШЫҒАРМАШЫЛЫҚ ҚАБІЛЕТІН ДАМУ

(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ)

Мақалада векторларды қолдануға негізделген алгебралық есептерді шешудің әр түрлі әдістері жүйеленіп келтірілген. Осы әдістер орта мектептегі математика пәнінің материалдарына негізделген. Білім алушылардың математикалық білімдерін тереңдетіп игеруге, математикалық және логикалық ойлау деңгейлерін көтеруге, шығармашылық қабілетін дамытуға, болашақ кәсіби мамандығының қалыптасуына көмектеседі.

В статье предложены и систематизированы различные методы решения алгебраических задач, основанные на применение векторов. Эти методы основаны на

материале средней школы и позволяют углубить знание основных разделов математики, уровень математического и логического мышления, привить учащимся навыки исследовательской деятельности. Так же позволяют им справиться со многими нестандартными задачами. Решение таких задач имеет важное значение для студентов, будущих учителей математики в их профессиональной подготовке, и для развития творческих способностей.

In the article the different methods of solving algebraic problems, based on the use of vectors. These methods are based on the material and allow the school to deepen the knowledge of the main branches of mathematics, the level of mathematical and logical thinking, provide students with the skills of research. Students can easily cope with the many non-standard tasks. The solution of such problems is important for students, future teachers of mathematics in their training, and the development of creative abilities.

Республикалық деңгейдегі әлеуметтік тапсырмалардың бірі – жеке адамды қалыптастыру. Қазақстан Республикасының «Білім туралы» жаңа заңында: «Білім беру жүйесінің басты міндеті – ұлттық және жалпы адамзаттық құндылықтар, ғылым мен практика жетістіктері негізінде жеке адамды қалыптастыруға, дамытуға және кәсіби шыңдауға бағытталған білім алу үшін қажетті жағдайлар жасау» - делінген. Бұл әлеуметтік тапсырманы мектепте, жоғары оқу орындарында әрбір сабақта жүзеге асыруға әр оқытушы міндетті.

Математиканы оқыту барысында білім алушыларды жан-жақты тәрбиелеуге болатыны мәлім. Білім берудің басты міндеттерінің бірі білім алушылардың білімін әрі қарай жалғастыруға дайындығын сипаттайтын белгілі бір дейгейдегі ой-өрісінің дамуын қамтамасыз ету. Осыған сәйкес білім алушыларға белгілі көлемдегі білік дағдыларды меңгерумен бірге табиғат, қоршаған орта туралы түсініктерін кеңейте отырып, оларды шығармашылық бағытта жан-жақты дамыту бүгінгі күннің талабы болып отыр. Шығармашылық - бұл адамның өмір шындығында өзін өзі тануға ұмтылуы, ізденуі болып табылады. Өмірде дұрыс жол тауып кетуі үшін адам дұрыс ой түйіп, өздігінен сапалы, дәлелді шешімдер қабылдай білуге үйрену қажет.

Бұл-бүгінгі күннің мәселесі ғана емес, сонау ерте заманнан бастау алған. Көне грек ғалымы Аристотельдің (б.ғ.д. 384 -322 ж.ж.) еңбектерінде көрініс тапқан. Ғалым әрбір тәрбиеші өз қызметін әлеуметтендіруге, яғни қоғамға пайдалы адам тәрбиелеуге бағыттайды деген идеяны ұстанды. Аристотель шығармашылықтың бастапқы нүктесі ретінде адамның белсенділігін, өз бетінше әрекеті мен икемділігін атап өтті.

Платон (б.ғ.д. 427-347 ж.ж.) өзінің, «Мемлекет» еңбегінде былай деп жазды: «Математикаға тәрбиеленген, жаттыққан балалардың өзі тіпті олар бұдан пайда алмаса да, бұрынғыға қарағанда қабылдаушылық қасиеті арта түседі».

Платонның атап өтуінше, шәкірт білімді, икемділікті игеруде, оқу дағдыларын дамытуда ұқыптылыққа ие болуы тиіс. Ол оқуда табысқа табандылық танытуы, үнемі жаттығып, шыңдала түсуі керек. Қабылдаушылық ғана емес, сондай-ақ оқу қызметі дағдыларын жаттықтыра түсуі қажет. Білім алушы өз ақыл-ойын үнемі жетілдіріп отыруға міндетті.

Шығармашылыққа оқыту тәжірибесіне күрделілік тән, ол осы процесті білім алушылар әрекетіндегі психологиялық ерекшеліктерімен негіздеу мәселесін алға ұсынады. Шығармашылыққа үйретуді белгілі бір теориялық қағидалар мен технологияларға негізделетін жүйе бойынша іске асырған жөн.

Математика сабағында білімді сапалы игеру білім алушылардың танымдық әрекетін тиімді басқару арқылы табысты болады. Мысалы математиканы оқыту барысында векторларды алгебралық есептер шығаруға қолдану арқылы білім алушылардың шығармашылық қабілетін дамыту болып табылады.

Векторларды әртүрлі алгебралық есептерді шығаруға қолдануды қарастыралық.

1. Алгебралық теңсіздіктерді дәлелдеу

Алдымен векторлар қасиеттерін пайдаланып алгебралық теңсіздіктерді дәлелдеудің әдістемесін келтіреміз.

1-есеп. $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (c+d)^2}$ теңсіздігін дәлелдеу керек.

Шешуі. Дәлелдеу үшін: $\vec{x} = (a, b), \vec{y} = (c, d)$ векторларын қарастырамыз. Сонда $|\vec{x}| = \sqrt{a^2 + b^2}, |\vec{y}| = \sqrt{c^2 + d^2}, |\vec{x} + \vec{y}| = \sqrt{(a+b)^2 + (c+d)^2}$. Берілген теңсіздік белгілі

векторлық скаляр теңсіздікке келтірілді: $|\vec{x}| + |\vec{y}| \geq |\vec{x} + \vec{y}|$, мұнда теңдік таңбасы

\vec{x} және \vec{y} векторлары бағыттас болғанда орынды болады.

2-есеп. Егер $a + b = 1$ болса, онда $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ болатынын дәлелдеңдер.

Шешуі: $a + b = a \cdot 1 + b \cdot 1$, бұдан $\vec{x} = (a, b), \vec{y} = (1, 1)$ векторларды енгізейік. Сонда $\vec{x} \cdot \vec{y} = 1, |\vec{x}| = \sqrt{a^2 + b^2}, |\vec{y}| = \sqrt{2}$ және скаляр көбейтінді туралы $\vec{x} \cdot \vec{y} \leq |\vec{x}| \cdot |\vec{y}|$

теңсіздік бойынша аламыз: $1 = a + b = a \cdot 1 + b \cdot 1 \leq \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{2}$, бұдан $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$.

3-есеп. $\sqrt[3]{x_1 x_2 x_3} < \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$ теңсіздігін дәлелдеу қажет болсын, мұнда

$x_1, x_2, x_3 > 0$.

Шешуі: Бұл теңсіздікті центроид қасиетін пайдаланып шығарамыз. Ол үшін негізі 1-ден артық логарифмдік функцияның, айталық ондық логарифмдік, графигінен $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3)$ үш нүкте алалық. Бұл нүктелердің центроиды (Т нүктесі)

$\vec{T} = \frac{1}{3}(\vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3)$ радиус-векторға ие болады. Сондықтан

$x_T = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3), y_T = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)$. Негізі 1-ден артық логарифмдік функция

графигі дөңес, демек, оның графигі кез келген хордасынан жоғары орналасады, яғни $A_1 A_2, A_1 A_3, A_2 A_3$ хордалардан. Центроид Т нүктесі $A_1 A_2 A_3$ үшбұрыштың ішінде орналасады, яғни $A_1 A_2, A_1 A_3$ хордалардан төмен орналасады. Демек, Т нүктесі абсциссалары бірдей болатын функция графигінің нүктесінен төмен орналасқандықтан

$y_T < \lg x_T$, яғни $y_T = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3) < \lg \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$, бұдан

$\frac{1}{3}(\lg x_1 + \lg x_2 + \lg x_3) < \lg \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3), \frac{1}{3} \lg(x_1 x_2 x_3) < \lg \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \sqrt[3]{x_1 x_2 x_3} < \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$.

4-есеп. a, b, c - үшбұрыштың қабырғалары болсын.

$a^2(a-b) + b^2(b-c) + c^2(c-a) \geq 0$ теңсіздігін дәлелдеңіздер, мұнда теңдік қандай жағдайда орындалатынын анықтаңыздар.

Шешуі. $x + y = c, y + z = a, z + x = b$ алмастырулар жасалық, мұнда x, y, z - үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбермен жанасу нүктелері бойынша қабырғалардың бөлінетін кесінділері. Сонда берілген теңсіздік қарапайым

түрлендіруден соң мына түрге келеді: $xy^3 + yz^3 + zx^3 \geq xyz(x + y + z)$. Бұл қатыс мына теңсіздікке эквивалентті:

$$(xy^3 + yz^3 + zx^3)(x + y + z) \geq (\sqrt{xyz} \cdot (x + y + z))^2. \quad (1)$$

Бұл теңсіздіктің орынды болатынын дәлелделік. Үш өлшемді кеңістікте вектор $\vec{m} = (y\sqrt{xy}; z\sqrt{yz}; x\sqrt{zx})$, $\vec{n} = (\sqrt{z}; \sqrt{x}; \sqrt{y})$ болсын делік. Сонда векторлар үшін Коши-Буняковский теңсіздігін $(\vec{m} \cdot \vec{n})^2 \leq (\vec{m} \cdot \vec{m})(\vec{n} \cdot \vec{n})$ қолданып (1) теңсіздігі алынады.

$(\vec{m} \cdot \vec{n})^2 = (\vec{m} \cdot \vec{m})(\vec{n} \cdot \vec{n})$ шарты тек қана $\vec{m} = \lambda \cdot \vec{n}$ жағдайда орынды болатындықтан берілген теңсіздіктегі теңдік $\frac{xy^3}{z} = \frac{yz^3}{x} = \frac{zx^3}{y}$ болғанда, яғни $x = y = z$ болғанда орындалады, демек, тең қабырғалы үшбұрыш үшін орындалады.

5-есеп. a, b, c - теріс емес сандар болсын. Егер $abc = 1$ болса, онда $\frac{1}{a^2(b+c)} + \frac{1}{b^2(a+c)} + \frac{1}{c^2(a+b)} \geq \frac{3}{2}$ теңсіздігін орынды болатынын дәлелдендер.

Шешуі. $\frac{1}{a} = x, \frac{1}{b} = y, \frac{1}{c} = z$ делік. Сонда $xyz = 1$ болады және берілген теңсіздік мына түрге келеді: $S = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{3}{2}$. Бұл теңсіздікке Коши -

Буняковскийдің векторлық $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 \leq |\vec{a}|^2 \cdot |\vec{b}|^2$ теңсіздігін қолдансақ

$\vec{a} = \left(\frac{x}{\sqrt{y+z}}; \frac{y}{\sqrt{z+x}}; \frac{z}{\sqrt{x+y}} \right)$, $\vec{b} = (\sqrt{y+z}; \sqrt{z+x}; \sqrt{x+y})$ векторлары үшін аламыз:

$$(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = (x + y + z)^2 \leq \left(\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \right) (y+z+z+x+x+y), \text{ бұдан}$$

$$(x + y + z)^2 \leq 2 \left(\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \right) (x + y + z),$$

$$S = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{1}{2} (x + y + z).$$

Енді арифметикалық және геометриялық орта туралы қатыс бойынша $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz}$ болатындықтан

$$S = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{1}{3} (x + y + z) \cdot \frac{3}{2} \geq \sqrt[3]{xyz} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$$

Векторлардың скаляр көбейтіндісінің көмегімен тригонометриялық функцияларға қатысты теңсіздіктерді дәлелдеуге болады.

6-есеп. x, y, z оң сандары үшін $xu + yz + xz \geq x\sqrt{yz} + y\sqrt{xz} + z\sqrt{xy}$ теңсіздігі орынды болатынын дәлелдендер.

Шешуі. Алдымен берілген теңсіздікті келесі түрде жазып аламыз:

$$\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{yz} + \sqrt{y^2} \cdot \sqrt{zx} + \sqrt{z^2} \cdot \sqrt{xy} \leq xy + yz + zx \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{xy} \cdot \sqrt{xz} + \sqrt{yz} \cdot \sqrt{xy} + \sqrt{xz} \cdot \sqrt{zy} \leq xy + yz + zx.$$

Енді $\overset{1}{a}(xy; \sqrt{yz}; \sqrt{zx})$ және $\overset{1}{b}(\sqrt{xz}; \sqrt{yx}; \sqrt{zy})$ векторларын енгізіп, олар үшін төмендегілерді табалық:

$$\left| \overset{r}{a} \right| = \sqrt{xy + yz + zx}, \left| \overset{r}{b} \right| = \sqrt{xz + xy + zy}, \left| \overset{r}{a} \right| \cdot \left| \overset{r}{b} \right| = xy + yz + zx, \quad (2)$$

$$\overset{r}{a} \cdot \overset{r}{b} = x\sqrt{yz} + y\sqrt{zx} + z\sqrt{xy}.$$

Енді $\overset{1}{a} \cdot \overset{1}{b} \leq \left| \overset{1}{a} \right| \cdot \left| \overset{1}{b} \right|$ теңсіздігіне сүйеніп, (2) қатыстардан берілген теңсіздікті аламыз.

7-есеп. Кез келген ABC үшбұрышында $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C \geq -\frac{3}{2}$ теңсіздігі орынды болатынын дәлелдеңіздер.

Шешуі. O-ABC үшбұрышына сырттай сызылған R радиусты шеңбер центрі болсын. Сонда $\left(\overset{-}{OA} + \overset{-}{OB} + \overset{-}{OC} \right)^2 \geq 0$ теңсіздігі орынды болады. Бұдан $\overset{-}{OA}^2 + 2\overset{-}{OA} \cdot \overset{-}{OB} + \overset{-}{OB}^2 + 2\overset{-}{OB} \cdot \overset{-}{OC} + 2\overset{-}{OC} \cdot \overset{-}{OA} + \overset{-}{OC}^2 \geq 0$.

OA және OB радиустары арқылы жасалған центрлік бұрыш шеңберге іштей сызылған C бұрышынан екі есе артық болғандықтан

$$\overset{-}{OA} \cdot \overset{-}{OB} = R^2 \cos 2C.$$

$$\text{Сол сияқты } \overset{-}{OA} \cdot \overset{-}{OB} = R^2 \cos B, \quad \overset{-}{OB} \cdot \overset{-}{OC} = R^2 \cos A.$$

$$\overset{-}{OA}^2 = \overset{-}{OB}^2 = \overset{-}{OC}^2 = R^2 \text{ болғандықтан соңғы теңсіздік мына түрге келеді:}$$

$$2R^2(\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C) + 3R^2 \geq 0, \text{ немесе } \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C \geq -\frac{3}{2}.$$

8-есеп. $\log_n^2 n + \log_n^2(n-1) + \log_n^2(n-2) \geq \frac{1}{3}$ теңсіздігін дәлелдеңіз, мұнда $n \geq 2, n \in N$.

Шешуі. $\log_n n = x, \log_n(n-1) = y, \log_n(n-2) = z$ белгілеулерін енгізіп, берілген теңсіздікті келесі түрде жазамыз: $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$.

Ал $x + y + z = \log_n n + \log_n(n-1) + \log_n(n-2) = \log_n n(n-1)(n-2) = \log_n n! = 1$ болады, яғни $x + y + z = 1$. Бұл теңдікті $x+1 \cdot y \cdot 1 + z \cdot 1 = 1$ түрде жазып, $\overset{\perp}{a}(x; y; z)$ және $\overset{\perp}{b}(1; 1; 1)$ векторларын қарастыралық.

$$\left| \overset{r}{a} \right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \left| \overset{r}{b} \right| = \sqrt{3}, \left| \overset{r}{a} \right| \cdot \left| \overset{r}{b} \right| = \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)},$$

$$\overset{r}{a} \cdot \overset{r}{b} = x + y + z = 1.$$

$$\overset{\perp}{a} \cdot \overset{\perp}{b} \leq \left| \overset{\perp}{a} \right| \cdot \left| \overset{\perp}{b} \right| \text{ теңсіздігі бойынша бұл қатыстардан аламыз: } 1 \leq \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)}.$$

$\overset{\perp}{a}(x; y; z)$ және $\overset{\perp}{b}(1; 1; 1)$ векторлары бағыттас емес (өйткені

$\log_n n = x, \log_n(n-1) = y, \log_n(n-2) = z$ - әртүрлі сандар) болғандықтан $1 \leq \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)}$. Соңғы теңсіздіктің екі жағын квадраттап, қажетті түрлендірулерді орындағаннан кейін, берілген теңсіздікке мәнделес $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$ теңсіздігі шығады.

9-есеп. Дәлелдендер: $\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} \leq \sqrt{21}$, егер $a+b+c=1$.

Шешуі. $p = (1; 1; 1)$ және $q = (\sqrt{4a+1}; \sqrt{4b+1}; \sqrt{4c+1})$

$\bar{p} \cdot \bar{q} \leq p^2 \cdot q^2$ теңсіздігі бойынша

$$(\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1})^2 \leq 3(4a+1 + 4b+1 + 4c+1) = 3(3 + 4(a+b+c)) = 3 \cdot 7 = 21.$$

Теңсіздік дәлелденді.

2. Алгебралық өрнектердің экстремальді мәндерін табу

Векторларды қолданып өрнектердің, функциялардың ең үлкен және ең кіші мәндерін табуға арналған есептерді қарастыралық.

10-есеп. $5 \cdot \sin x - 12 \cdot \cos x$ өрнегінің ең үлкен мәнін табу керек

Шешуі. $\vec{a} = (5; -12)$, $\vec{b} = (\sin x; \cos x)$ болсын. Онда берілген өрнек бұл векторлардың скаляр көбейтіндісі: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot \sin x - 12 \cdot \cos x$. Сонда скаляр көбейтінді туралы $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ теңсіздігі бойынша: $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 13 \cdot 1 = 13$, аламыз, яғни ізделінді ең үлкен мән 13-ке тең. Өрнек бұл мәнге x -тің қандай мәнінде ие болады?

Ізделінді ең үлкен мәнге $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ болғанда ие болатынын байқаймыз, яғни

векторлар бағыттас болғанда, демек, $\frac{\sin x}{5} = \frac{\cos x}{-12}$, бұдан

$\operatorname{tg} x = -\frac{5}{12}$, $x = \operatorname{arctg}(-\frac{5}{12}) + k \cdot \pi$. Сол сияқты, өрнектің ең кіші мәнін табуға болады.

11-есеп. $f(x) = 10 \sin x + 24 \cos x$ функциясының максимум және минимум мәнін табу керек.

Шешуі. Алгебралық өрнекті a және b векторларының скаляр көбейтіндісі деп қарастырсақ, онда $a(10; 24)$ және $b(\sin x; \cos x)$ болады.

$$f(x) = a \cdot b = 10 \sin x + 24 \cos x;$$

$$a = \sqrt{100 + 576} = 26; \quad b = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} = 1.$$

Скаляр көбейтіндінің қасиетіне сүйенсек, $-|a| \cdot |b| \leq a \cdot b \leq |a| \cdot |b|$ болатындықтан, $-26 \leq f(x) \leq 26$ болады. Сонда $\min f(x) = -26$, $\max f(x) = 26$.

12-есеп.

$f(x) = x\sqrt{5} + \sqrt{5x^2 - 38x + 74} + \sqrt{2x^2 + 6x + 9} + \sqrt{2x^2 - 30x + 117}$ функциясының ең кіші мәнін табындар.

Шешуі. Төмендегі векторларды қарастыралық:

$$\vec{a}(x; 2x), \vec{b}(5-x; 7-2x), \vec{c}(x+3; x), \vec{d}(6-x; 9-x). \quad \text{Сонда}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + 4x^2} = x\sqrt{5}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{(5-x)^2 + (7-2x)^2} = \sqrt{5x^2 - 38x + 74},$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{(x+3)^2 + x^2} = \sqrt{2x^2 + 6x + 9}, \quad |\vec{d}| = \sqrt{(6-x)^2 + (9-x)^2} = \sqrt{2x^2 - 30x + 117}.$$

Демек, $f(x) = \left| \overset{r}{a} + \overset{r}{b} + \overset{r}{c} + \overset{r}{d} \right|$ болады. $\left| \overset{r}{a} + \overset{r}{b} + \overset{r}{c} + \overset{r}{d} \right| \geq \left| \overset{r}{a} + \overset{r}{b} + \overset{r}{c} + \overset{r}{d} \right|$ болғандықтан

$f_{\min}(x) = \left| \overset{r}{a} + \overset{r}{b} + \overset{r}{c} + \overset{r}{d} \right|$. Енді $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ векторының ұзындығын есептейік.

$$\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = x + 5 - x + x + 3 + 6 - x; 2x + 7 - 2x + x + 9 - x = (14; 16),$$

$$\left| \vec{p} \right| = \sqrt{14^2 + 16^2} = \sqrt{452} = 2\sqrt{113}.$$

Демек ізделінді мән $f_{\min}(x) = 2\sqrt{113}$

3. Теңдеулер мен теңсіздіктер жүйесін шешу

Енді теңдеулер және олардың жүйелерінің геометриялық мағынасын көрсетейік, яғни оларды векторлық әдіспен шешейік.

Алдымен екі айнымалысы бар екі сызықтық теңдеулер жүйесін шешейік.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases} \quad (3)$$

Бұл теңдеуді векторлық түрде жазамыз:

$$x \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b} = \vec{c} \quad (4)$$

Мұндағы $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$, $\vec{c} = (c_1, c_2)$, (3) теңдеулер жүйесінің шешімдерінің саны мен бар болу сұрағы оған мәнделс x , y сандарын табуға келтіріледі.

Бұл сұрақтың жауабы мынадай: егер \vec{a} және \vec{b} векторлары коллинеар болмаса, онда кез келген \vec{c} векторы осы векторлар арқылы жазықтықта жалғыз түрде жіктеуге болады, бұл жіктелудегі x және y сандары бір мәнді анықталады. Ал \vec{a} және \vec{b} векторларына коллинеар болмаса, онда шешім болмайтындығы белгілі, жүйе үйлесімсіз. Егер \vec{c} векторы \vec{a} және \vec{b} векторларына коллинеар болса, онда ізделінді x және y сандары шексіз көп болады. Шынында да, айталық $\vec{a} = 2\vec{b}$ және $\vec{c} = 3\vec{a}$ болсын делік, сонда аламыз: $x \cdot \vec{a} + y \cdot (2 \cdot \vec{a}) = 3 \cdot \vec{a}$, бұдан $x + 2y = 3$. Бұл теңдеуді қанағаттандыратын шексіз көп (x, y) бар. (4) теңдеуді шешу үшін векторлардың скаляр

көбейтіндісі, ортогональ векторлар түсінігі қажет болады, яғни $x = \frac{\vec{c} \cdot \vec{b}}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$, $y = \frac{\vec{c} \cdot \vec{a}}{\vec{b} \cdot \vec{a}}$,

мұндағы \vec{a}^\perp - \vec{a} векторына ортогональ (перпендикуляр) вектор. Сол сияқты, жалпы жағдайда да, яғни n айнымалы m сызықтық теңдеулер жүйесі үшін де осындай пайымдаулар келтіруге болады.

Векторларды қолданып сызықтық емес теңдеулер және олардың жүйесін шешу мысалдарын көрейік. Мұнда берілген теңдеулер векторлық түрде жазылатындай етіп векторлар таңдалып алынады, одан соң векторлардың қасиеттері қолданылады.

13-есеп. Теңдеулер жүйесін шешіңдер

$$\begin{cases} x\sqrt{y^2 - 1} + y\sqrt{x^2 - 1} = 3\sqrt{x^2 + y^2} - 2 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

Шешуі. $\overset{r}{a}(x; y), \overset{r}{b}(\sqrt{y^2 - 1}; \sqrt{x^2 - 1})$ векторларын қарастыралық.

Сонда берілген жүйенің екінші теңдеуі бойынша $\left| \overset{r}{a} \right| = \sqrt{x^2 + y^2} = 3$ және жүйенің бірінші теңдеуі векторлық түрде жазылады:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left| \vec{a} \right| \cdot \left| \vec{b} \right| \quad (5)$$

(5). теңдігі \vec{a}, \vec{b} векторларының коллинеарлығын көрсетеді, яғни олардың сәйкес координаталары пропорционал болады: $\frac{x}{\sqrt{y^2-1}} = \frac{y}{\sqrt{x^2-1}}$ немесе

$$x\sqrt{x^2-1} = y\sqrt{y^2-1}. \quad (6)$$

$f(x) = x\sqrt{x^2-1}$ функциясы $(-\infty, 1)$ және $(1, +\infty)$ аралықтарда өспелі екенін байқаймыз, онда (6) теңдіктен $x = y$ болатынын аламыз. Бұл жағдайда анықталу жиынын ескеріп, жүйенің екінші теңдеу $x = y = \frac{3}{\sqrt{2}}$ түрге келеді.

Сонымен, $\left(\frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ жұбы – берілген теңдеулер жүйесінің жалғыз шешімі

болатынын тексеру қиындық туғызбайды.

14 –есеп. Теңдеулер жүйесін шешу.

$$\begin{cases} 36x^2 + 9y^4 + 4z^6 = 1, \\ x + y^2 + z^3 = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Шешуі. Берілген теңдеулер жүйесін шешу үшін мынандай векторларды қарастырайық: $x(6x; 3y^2; 2z^3)$; $y\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ ұзындықтарын табамыз.

$$x = \sqrt{36x^2 + 9y^4 + 4z^6}, \quad y = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4}};$$

$$xy = x + y^2 + z^3 \Rightarrow x + y^2 + z^3 \leq \sqrt{36x^2 + 9y^4 + 4z^6} \cdot \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4}} = 1 \cdot \frac{\sqrt{14}}{6} < \frac{4}{6} = \frac{2}{3};$$

Ал, $|x \cdot y| \leq |x| \cdot |y|$ болғандықтан жүйенің шешімі болмайды.

Осы тәрізді вектор әдісі арқылы шығарылатын бірнеше мысалдар келтіруге болады.

Күрделі иррационал теңдеуді вектордың көмегімен шешуге болады.

15 –есеп. $x \cdot \sqrt{1+x} + 1 \cdot \sqrt{3-x} = 2\sqrt{1+x^2}$ теңдеуін қарастырайық.

Шешуі. $\vec{p}(x; 1)$ және $\vec{q}(\sqrt{1+x}; \sqrt{3-x})$ Осы векторлардың скаляр көбейтіндісі

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = x \cdot \sqrt{1+x} + 1 \cdot \sqrt{3-x}, \quad \text{ал} \quad \text{модульдерінің} \quad \text{көбейтіндісі}$$

$$\left| \vec{p} \right| \cdot \left| \vec{q} \right| = \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{1+x+3-x} = 2\sqrt{1+x^2}; \quad \vec{p} \cdot \vec{q} = \left| \vec{p} \right| \cdot \left| \vec{q} \right| \quad \text{анықтама бойынша векторлар}$$

коллинеар (бағыттас) болады.

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}} = \frac{1}{\sqrt{3-x}}; \quad x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0; \Rightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 1; \quad x_2 = 1 + \sqrt{2}; \quad x_3 = 1 - \sqrt{2}$$

Жоғарыда көрсетілгендей, мектеп математикасын векторлық негізде оқыту-таза әдістемелік сұрақ. Бұл сұрақтың шешімі – математика мен басқа ғылымдардағы вектордың рөлін түсіну, яғни вектор геометрияны алгебралауға, ал алгебраны геометриялауға мүмкіндік беретінін ұғыну.

Сондықтан болашақ мұғалімдер үшін мектеп бағдарламасындағы және одан тыс математиканың негізгі бөлімдерін игеруі олардың кәсіби іс-әрекетінің жоғары болуын қамтамасыз етеді. Әсіресе, математика мұғалімдері үшін есептеу дағдысы мен есептеу мәдениетін, теориялық білген білімдерін есеп шығаруда қолдана білуді және есеп шығардың әртүрлі әдіс-тәсілдерін игеріп, тиімді пайдалана білуді, меңгерудің маңызы зор. Себебі, Н.Лобачевский сөзімен, «Математика – бұл нақты ғылымдардың сөйлейтін тілі».

1. Асқарова М.А. Векторлар және оларға амалдар қолдану. Алматы, «Мектеп», 1981.
2. Асқарова М.А. Математика есептерін шешу практикумы. Геометрия. Оқу құралы. 1,2 бөлім. Алматы. Абай атындағы ҚазҰПУ, 2009.

УДК 517.948.34

Н. Атахан*, М.К. Дауылбаев

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ИНТЕГРО- ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

*(г. Алматы, КазНУ имени аль-Фараби, * - магистрант)*

Жұмыс Фредгольмнің интегралдық операторы бар кез-келген ретті сызықты интегралды дифференциалдық теңдеуге арналған шекаралық есеп шешімінің кіші параметр бойынша асимптотикалық сипатын сапалы түрде зерттеуге арналған. Сингулярлы ауытқыған біртекті дифференциалдық теңдеудің іргелі шешімдер жүйесі, бастапқы және шекаралық функциялары құрылды. Бастапқы және шекаралық функциялардың көмегімен шешімінің айқын аналитикалық формуласы алынды. Берілген шекаралық есептің асимптотикалық бағалауы алынды.

Работа посвящена качественному исследованию асимптотического по малому параметру поведения решений краевой задачи для линейных интегро-дифференциальных уравнений произвольного порядка с интегральным оператором типа Фредгольма. Для сингулярно возмущенного однородного дифференциального уравнения построены фундаментальная система решений, начальные и граничные функции. С помощью начальных и граничных функции получены явная аналитическая формула решений. Получены асимптотические оценки решений исходной краевой задачи.

The work is dedicated to quality research in the small parameter of the asymptotic behavior of solutions of boundary-value problem for linear integro-differential equations of arbitrary order with an integral operator of Fredholm type. For a singularly perturbed homogeneous differential equation constructed a fundamental system of solutions, the initial and boundary functions. With initial and boundary functions are obtained explicit analytical formula solutions. Asymptotic estimates of solutions of initial boundary value problem.

Рассмотрим на отрезке $[0, 1]$ следующее линейное сингулярно возмущенное интегро-дифференциальное уравнение:

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon y^{(n)} + A_1(t)y^{(n-1)} + \dots + A_n(t)y = F(t) + \int_0^1 \sum_{i=0}^{n-1} H_i(t, x)y^{(i)}(x, \varepsilon)dx \quad (1)$$

с краевыми условиями:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_i y \equiv \sum_{j=0}^{n-1-i} \alpha_{ij} y^{(j)}(0, \varepsilon) = a_i, \quad i = \overline{1, l}, \\ h_{l+i} y \equiv \sum_{j=0}^{n-1-i} \beta_{ij} y^{(j)}(1, \varepsilon) = b_i, \quad i = \overline{1, p}, \end{array} \right. \quad l + p = n, \quad (2)$$

где $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $a_i, i = \overline{1, l}; b_i, i = \overline{1, p}$ – некоторые известные постоянные, не зависящие от ε .

Предположим выполнение следующих условий:

- I. $A_i(t), F(t), i = \overline{1, n}$ являются достаточно гладкими на отрезке $\varepsilon > 0 - [0, 1]$.
- II. $A_1(t) \geq \bar{\gamma} = \text{const} > 0, 0 \leq t \leq 1$.
- III. $H_i(t, x), i = \overline{0, n-1}$ – достаточно гладкие в области $D = (0 \leq t \leq 1, 0 \leq x \leq 1)$.
- IV. $\alpha_{1, n-2} \neq 0$

Рассмотрим однородное дифференциальное уравнение, соответствующее уравнению (1):

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon y^{(n)} + A_1(t) y^{(n-1)} + \dots + A_n(t) y = 0 \quad (3)$$

Лемма 1. Пусть выполнены условия I, II. Тогда для фундаментальной системы решений $y_i(t, \varepsilon), i = \overline{1, n}$ сингулярно возмущенного однородного уравнения $L_\varepsilon y = 0$ справедливы следующие асимптотические при $\varepsilon \rightarrow 0$ представления:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_i^{(j)}(t, \varepsilon) = y_{i0}^{(j)}(t) + O(\varepsilon), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad j = \overline{0, n-1}, \\ y_n^{(j)}(t, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^j} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu(x) dx\right) \cdot (\mu^i(t) y_{n0}(t) + O(\varepsilon)), \quad j = \overline{0, n-1}, \end{array} \right. \quad (4)$$

где $\mu(t) = -A_1(t) < 0, y_{i0}(t), i = \overline{1, n-1}$ является решением задачи

$$L_0 y_{i0} \equiv A_1(t) y_{i0}^{(n-1)} + \dots + A_n(t) y_{i0} = 0,$$

$$y_{i0}^{(j)}(0) = \begin{cases} 1, & j = i-1 \\ 0, & j \neq i-1 \end{cases} \quad i = 1, 2, j = 0, 1, y_{n0}(t) = (A_1(0)/A_1(t))^{n-1} \exp\left(\int_0^t (A_2(x)/A_1(x)) dx\right).$$

Функцию $K(t, s, \varepsilon)$ при $0 \leq s \leq t \leq 1$, являющуюся решением задачи

$$L_\varepsilon K(t, s, \varepsilon) = 0, K^{(j)}(s, s, \varepsilon) = 0, \quad j = \overline{0, n-2}, \quad K^{(n-1)}(s, s, \varepsilon) = 1 \quad (5)$$

назовем функцией Коши. Она представима в виде [1]: $K(t, s, \varepsilon) = \frac{W(t, s, \varepsilon)}{W(s, \varepsilon)}$, где $W(s, \varepsilon)$

– вронскиан, составленный из фундаментальной системы решений $y_1(s, \varepsilon), y_2(s, \varepsilon), y_3(s, \varepsilon)$ уравнения (3), а $W(t, s, \varepsilon)$ – определитель, полученный из $W(s, \varepsilon)$ заменой его i -ой строки на $y_1(s, \varepsilon), y_2(s, \varepsilon), y_3(s, \varepsilon)$. Для функции Коши справедливы при $0 \leq s \leq t \leq 1$ следующие оценки:

$$\left| K^{(j)}(t, s, \varepsilon) \right| \leq C \varepsilon, \quad j = \overline{0, n-2}, \quad \left| K^{(n-1)}(t, s, \varepsilon) \right| \leq C \left(\varepsilon + \exp\left(-\frac{\gamma(t-s)}{\varepsilon}\right) \right) \quad (6)$$

Функции $\Phi_k(t, \varepsilon), k = \overline{1, n}$ называются граничными функциями краевой задачи (1), (2), если они являются решениями следующей задачи

$$\begin{cases} L_\varepsilon \Phi_k(t, \varepsilon) = 0, & k = \overline{1, n}, \\ h_i \Phi_k(t, \varepsilon) = \delta_{ik}, & i = \overline{1, n} \end{cases}$$

Рассмотрим определитель

$$\Delta(\varepsilon) = \begin{vmatrix} h_1 y_1(t, \varepsilon) & \dots & h_1 y_{n-1}(t, \varepsilon) & h_1 y_n(t, \varepsilon) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_l y_1(t, \varepsilon) & \dots & h_l y_{n-1}(t, \varepsilon) & h_l y_n(t, \varepsilon) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_n y_1(t, \varepsilon) & \dots & h_n y_{n-1}(t, \varepsilon) & h_n y_n(t, \varepsilon) \end{vmatrix} \quad (7)$$

Для определителя (7) с учетом (2), (4) получим следующее асимптотическое представление

$$\Delta(\varepsilon) = (-1)^{1+n} \frac{\mu^{n-2}(0)}{\varepsilon^{n-2}} \left(\alpha_{1, n-2} \bar{\Delta}_{10} + O(\varepsilon) \right), \quad (8)$$

где $\bar{\Delta}_{10} = \begin{vmatrix} h_2 y_{10} & \dots & h_2 y_{n-1,0} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_n y_{10} & \dots & h_n y_{n-1,0} \end{vmatrix}$

Пусть

V. $\bar{\Delta}_{10} \neq 0$

Лемма 2. Пусть выполнены условия I-V. Тогда граничные функции $\Phi_k(t, \varepsilon), k = \overline{1, n}$ на отрезке $[0, 1]$ существуют, единственны и выражаются формулой:

$$\Phi_k(t, \varepsilon) = \frac{\Delta_k(t, \varepsilon)}{\Delta(\varepsilon)}, \quad k = \overline{1, n}, \quad (9)$$

где $\Delta_k(t, \varepsilon)$ - определитель, полученный из $\Delta(\varepsilon)$ заменой k -ой строки фундаментальной системой решений $y_1(t, \varepsilon), \dots, y_n(t, \varepsilon)$ уравнения $L_\varepsilon y = 0$. Из (9) для граничных функции $\Phi_k(t, \varepsilon), k = \overline{1, n}$ с учетом (4), (8) получаем следующие асимптотические при $\varepsilon \rightarrow 0$ представления:

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(j)}(t, \varepsilon) &= -\varepsilon \frac{\alpha_{2, n-3}}{\mu(0) \cdot \alpha_{1, n-2}} \frac{\bar{\Delta}_{21}^{(j)}(t)}{\bar{\Delta}_{10}} + \frac{\varepsilon^{n-2}}{\varepsilon^j} \frac{y_{n0}(t) \mu^j(t)}{\mu^{n-2}(0) \cdot \alpha_{1, n-2}} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu(x) dx\right) + \\ &+ O\left(\varepsilon + \varepsilon^{n-1-j} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu(x) dx\right)\right), \quad j = \overline{0, n-1} \\ \Phi_k^{(j)}(t, \varepsilon) &= \frac{\bar{\Delta}_{1, k-1}^{(j)}(t)}{\bar{\Delta}_{10}} + (-1)^{k-1} \frac{\varepsilon^{n-2}}{\varepsilon^j} \cdot \frac{y_{n0}(t) \cdot \mu^j(t)}{\mu^{n-2}(0) \cdot \alpha_{1, n-2}} \frac{\bar{\Delta}_{k0}}{\bar{\Delta}_{10}} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu(x) dx\right) + \\ &+ O\left(\varepsilon + \varepsilon^{n-1-j} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu(x) dx\right)\right), \quad j = \overline{0, n-1}; \quad k = \overline{2, n} \end{aligned} \quad (10)$$

Для граничных функций $\Phi_k^{(j)}(t, \varepsilon), k = \overline{1, n}$ с помощью (10) имеем следующие асимптотические при $\varepsilon \rightarrow 0$ оценки:

$$\begin{aligned} |\Phi_1^{(j)}(t, \varepsilon)| &\leq C \left(\varepsilon + \varepsilon^{n-2-j} \exp\left(-\gamma \frac{t}{\varepsilon}\right) \right), \quad j = \overline{0, n-1}, \\ |\Phi_k^{(j)}(t, \varepsilon)| &\leq C \left(1 + \varepsilon^{n-2-j} \exp\left(-\gamma \frac{t}{\varepsilon}\right) \right), \quad j = \overline{0, n-1}; \quad k = \overline{2, n} \end{aligned} \quad (11)$$

Решение задачи (1), (2) будем искать в виде [2]:

$$y(t, \varepsilon) = C_1 \Phi_1(t, \varepsilon) + \dots + C_n \Phi_n(t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t K(t, s, \varepsilon) z(s, \varepsilon) ds, \quad (12)$$

где $C_i, i = \overline{1, n}$ неизвестные постоянные, а $z(t, \varepsilon)$ – неизвестная функция, определяемая из следующего интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода:

$$z(t, \varepsilon) = F(t) + \sum_{k=1}^n C_k \varphi_k(t, \varepsilon) + \int_0^1 H(t, s, \varepsilon) z(s, \varepsilon) ds. \quad (13)$$

Здесь
$$\varphi_k(t, \varepsilon) = \int_0^1 \sum_{i=0}^{n-1} H_i(t, x) \Phi_k^{(i)}(x, \varepsilon) dx, \quad k = \overline{1, n},$$

$$H(t, s, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \int_s^1 \sum_{i=0}^{n-1} H_i(t, x) K^{(i)}(x, s, \varepsilon) dx \quad (14)$$

Пусть

VI. Число $\lambda = 1$ не является собственным значением ядра $H(t, s, \varepsilon)$.

Тогда интегральное уравнение (13) имеет единственное решение, представимое в виде:

$$z(t, \varepsilon) = \overline{F}(t, \varepsilon) + \sum_{k=1}^n C_k \overline{\varphi}_k(t, \varepsilon), \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \overline{F}(t, \varepsilon) &\equiv F(t) + \int_0^1 R(t, s, \varepsilon) F(s) ds, \\ \overline{\varphi}_k(t, \varepsilon) &= \varphi_k(t, \varepsilon) + \int_0^1 R(t, s, \varepsilon) \varphi_k(s, \varepsilon) ds, \quad k = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (16)$$

а $R(t, s, \varepsilon)$ – резольвента ядра $H(t, s, \varepsilon)$. Поставляя (15) в правую часть (12) получим решение задачи (1), (2) в виде:

$$y(t, \varepsilon) = \sum_{k=1}^n C_k Q_k(t, \varepsilon) + P(t, \varepsilon), \quad (17)$$

где $Q_k(t, \varepsilon) = \Phi_k(t, \varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t K(t, s, \varepsilon) \overline{\varphi}_k(s, \varepsilon) ds, \quad P(t, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t K(t, s, \varepsilon) \overline{F}(s, \varepsilon) ds$ (18)

Теперь определим неизвестные постоянные C_k так, чтобы функция $y(t, \varepsilon)$, определяемая формулой (17), удовлетворяла краевым условиям (2). Тогда имеем $C_i = a_i, i = \overline{1, l}$, а для определения $C_i, i = \overline{l+1, n}$ получаем систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} (1 + d_{1, l+1}(\varepsilon)) \cdot C_{l+1} + d_{1, l+2}(\varepsilon) \cdot C_{l+2} + \dots + d_{1, n}(\varepsilon) \cdot C_n = b_1 - \sum_{i=1}^l d_{1i}(\varepsilon) a_i - e_1(\varepsilon), \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ d_{p, l+1}(\varepsilon) \cdot C_{l+1} + d_{p, l+2}(\varepsilon) \cdot C_{l+2} + \dots + (1 + d_{pn}(\varepsilon)) \cdot C_n = b_p - \sum_{i=1}^l d_{pi}(\varepsilon) a_i - e_p(\varepsilon) \end{cases} \quad (19)$$

где $d_{ik}(\varepsilon) = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{\beta_{ij}}{\varepsilon} \int_0^1 K^{(j)}(1, s, \varepsilon) \overline{\varphi}_k(s) ds, \quad i = \overline{1, p}, \quad k = \overline{1, n},$

$$e_i(\varepsilon) = \sum_{j=0}^{n-1-i} \frac{\beta_{ij}}{\varepsilon} \int_0^1 K^{(j)}(1, s, \varepsilon) \bar{F}(s) ds, \quad i = \overline{1, p}$$

Для главного определителя $\delta(\varepsilon)$ системы (19) справедливо асимптотическое

$$\text{представление } \delta(\varepsilon) = \bar{\delta} + O(\varepsilon), \quad \text{где } \bar{\delta} = \begin{vmatrix} 1 + \bar{d}_{1,l+1} & \bar{d}_{1,l+2} & \dots & \bar{d}_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{d}_{p,l+1} & \bar{d}_{p,l+2} & \dots & 1 + \bar{d}_{pn} \end{vmatrix}.$$

Предположим, что

VII. $\bar{\delta} \neq 0$

Тогда справедлива следующая

Теорема 1. Пусть выполнены условия I-VII. Тогда решение $y(t, \varepsilon)$ сингулярно возмущенной краевой задачи (1), (2) на отрезке $[0, 1]$ существует, единственно и выражается формулой:

$$y(t, \varepsilon) = \sum_{i=1}^l a_i Q_i(t, \varepsilon) + \sum_{i=1}^p \frac{\delta_i(\varepsilon)}{\delta(\varepsilon)} \cdot Q_{l+i}(t, \varepsilon) + P(t, \varepsilon) \quad (20)$$

где $Q_k(t, \varepsilon), k = \overline{1, n}$ и $P(t, \varepsilon)$ выражаются формулой (18), $\delta(\varepsilon)$ - главный определитель системы (19), а $\delta_i(\varepsilon)$ - определитель, полученный из $\delta(\varepsilon)$ заменой его i -го столбца правой частью (19).

Для определителя $\delta_i(\varepsilon)$ справедливо асимптотическое представление $\delta_i(\varepsilon) = \bar{\delta}_i + O(\varepsilon)$, $i = \overline{1, p}$, где $\bar{\delta}_i$ - определитель, полученный из $\bar{\delta}$ заменой его i -го столбца столбцом $(b_1 - \sum_{i=1}^l \bar{d}_{1i} a_i - \bar{e}_1, \dots, b_p - \sum_{i=1}^l \bar{d}_{pi} a_i - \bar{e}_p)$

Из (18) с учетом оценок (6), (11) и формул (14), (16) получаем для функции $Q_k(t, \varepsilon), k = \overline{1, n}$ и $P(t, \varepsilon)$ следующие асимптотические оценки:

$$\begin{aligned} |Q_1^{(j)}(t, \varepsilon)| &\leq C \max_{0 \leq t \leq 1} |H_{n-1}(t, 0)|, \quad j = \overline{0, n-2}, \\ |Q_1^{(n-1)}(t, \varepsilon)| &\leq C \max_{0 \leq t \leq 1} |H_{n-1}(t, 0)| + \frac{C}{\varepsilon} \cdot \exp\left(-\gamma \frac{t}{\varepsilon}\right), \\ |Q_k^{(j)}(t, \varepsilon)| &\leq C, \quad j = \overline{0, n-2}, \quad |Q_k^{(n-1)}(t, \varepsilon)| \leq C + \frac{C}{\varepsilon} \cdot \exp\left(-\gamma \frac{t}{\varepsilon}\right), \\ |P^{(j)}(t, \varepsilon)| &\leq C \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)|, \quad j = \overline{0, n-2}, \\ |P^{(n-1)}(t, \varepsilon)| &\leq C \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \cdot \exp\left(-\gamma \frac{t}{\varepsilon}\right)\right) \end{aligned} \quad (21)$$

Теорема 2. Пусть выполнены условия I-VII. Тогда для решения $y(t, \varepsilon)$ краевой задачи (1), (2) и его производных на отрезке $0 \leq t \leq 1$ справедливы следующие асимптотические оценки:

$$\begin{aligned} |y^{(j)}(t, \varepsilon)| &\leq C \left[\frac{|a_1|}{\alpha_{1, n-2}} \cdot \max_{0 \leq t \leq 1} |H_{n-1}(t, 0)| + \sum_{i=2}^l |a_i| + \sum_{i=1}^p |b_i| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right], \quad j = \overline{0, n-3}, \\ |y^{(n-2)}(t, \varepsilon)| &\leq C \left[\frac{|a_1|}{\alpha_{1, n-2}} \cdot \max_{0 \leq t \leq 1} |H_{n-1}(t, 0)| + \sum_{i=2}^l |a_i| + \sum_{i=1}^p |b_i| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| + \right. \\ &\left. + \exp\left(-\gamma \frac{t}{\varepsilon}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^l |a_i| + \sum_{i=1}^p |b_i| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

$$|y^{(n-1)}(t, \varepsilon)| \leq C \left[\frac{|a_1|}{\alpha_{1,n-2}} \cdot \max_{0 \leq t \leq 1} |H_{n-1}(t, 0)| + \sum_{i=2}^l |a_i| + \sum_{i=1}^p |b_i| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| + \right. \\ \left. + \frac{1}{\varepsilon} \exp\left(-\gamma \frac{t}{\varepsilon}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^l |a_i| + \sum_{i=1}^p |b_i| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| \right) \right]$$

Из теоремы 2 следует, что $y^{(i)}(0, \varepsilon) = O(1), i = \overline{0, n-2}, y^{(n-1)}(0, \varepsilon) = O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right), \varepsilon \rightarrow 0$, т.е. решение краевой задачи (1), (2) в точке $t=0$ обладает явлением начального скачка $n-2$ -го порядка.

1. Касымов К.А. Сингулярно возмущенные краевые задачи с начальными скачками. Алматы: Изд-во Санат, 1997. 195 с.
2. Дауылбаев М.К. Линейные интегро-дифференциальные уравнения с малым параметром. Учебное пособие. Алматы, 2009 г. Изд-во «Қазақ университеті», 190 с.

ӘОЖ 37.016.02:004:371.26

А.М. Ахметова, А.С. Шаяхметова, А.А. Абдильдаева

ТЕСТІК ТАПСЫРМАЛАР ҚҰРУДЫҢ ГЕНЕРАЦИЯСЫН ҰЙЫМДАСТЫРУ

(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ)

Мақалада жинақталған және эвристикалық алгоритмдер негізінде көп нұсқалы тест сұрақтарын құру, сондай-ақ сапалы емтихан алу мақсатында компьютерлік тестлеу жүйесін жетілдіру қарастырылған. Бұл жүйені құру үшін тестер генераторы қолданылады. Генерацияны жетілдіру үрдісі негізінде мынаны: математикалық алгоритмді және тест сұрақтарын генерациялау моделін құру, қашықтықтан оқыту тәжірибесіне генератор құру технологиясына ендіру және әр пән бойынша генераторлар сериясын құруды атап айтуға болады. Тест жоғарғы дәрежеде құрылу үшін, оқытушыдан оқытылған курс сұрақтарының нақты құрастырылуы талап етіледі.

В данной статье рассматриваются создание много вариантных тестовых вопросов и заданий на основе комбинаторных и эвристических алгоритмов. Развитие системы компьютерных тестирования является перспективным направлением для приема качественного экзамена. Для создания данной системы используется генератор тестов. В процессе развития генерации тестовых заданий можно выделить следующее: разработка математического алгоритма и модели генерации тестовых вопросов, внедрение технологии создания генератора в практику дистанционного обучения и создание серии генераторов по каждому предмету. Создание тестов на высоком уровне требует от преподавателя четкого формирования вопросов по изученному курсу.

In given article alternative test questions and tasks on the basis of the combined and heuristic algorithms are considered creation many. Development of system computer testings is a perspective direction for reception of qualitative examination. For creation of the given system the generator of tests is used. In development of generation of test tasks it is possible to allocate the following: working out of mathematical algorithm and model of generation of test questions, introduction of technology of creation of the generator in practice of remote training and series creation генераторов in each subject. Creation of tests at high level demands from the teacher of accurate formation of questions at the studied course.

Қазіргі кездегі білім сапасын бағалауда тестілеу әдісі кеңінен қолданылып

жүргені белгілі. Кездейсоқ алынған тапсырмаларды тест деп қарастыруға болмайды, тест студенттің білімін нақты өлшеу құралы ретінде қолданылып, қатал және нақты әдістемелік талаптарды қанағаттандыруы қажет.

Тест - тұлғаның қызықтыратын сапалары мен қасиеттерінің ғылыми негізделген әдіс өлшемі. Өлшем затына байланысты тестер педагогикалық, психологиялық, әлеуметтік, әлеуметтік-психологиялық, мәдени және т.б. болып бөлінеді.

Психологиялық тестер психологиялық қасиеттер, ой-өріс, ақыл, жеке мінездер т.б. өлшейді. Педагогикалық тестер оқу материалының игерімін, қажетті білімдерді меңгеруді, оқушылардың оқу жетістіктерінің деңгейін өлшейді. Тестті жетілдіру оның мақсатын қалыптастырудан, тест нені өлшеу керектігін анықтаудан басталады.

Емтихан алушының және компьютерлік бақылау жұмыстарын қолдану мен тәжірибелер мынаны көрсетеді: [1]

- 1) Студенттер аз мөлшердегі емтихандарға тез бейімделіп кетеді.
- 2) Белгілі бір сұрақтар жауабын механикалық түрде жаттап алады.
- 3) Компьютерлі сыныптағы емтихан сұрақтары да бірдей болып келуі мүмкін.

Сол себепті, емтихан мен бақылау бағаларын нақты беру тиімділігі төмендейді. Мұндай кемшіліктерді жою үшін бірнеше нұсқау ұсынылады:

- 1) Қолда бар технология арқылы сұрақтар көлемі мен санын ұлғайту.
- 2) «Генераторларды» қолдану арқылы жаңа технологияны құру.

Мұндағы бірінші нұсқаның мынадай кемшіліктері бар:

- 1) әдіскер – мұғалім үнемі жаңа сұрақтар дайындауы қажет
- 2) белгілі бір мерзімнен кейін сұрақтар саны көбеймейді. Сол себепті жаңа сұрақтар дайындау қажеттілігі туындайды.

Екінші нұсқа бойынша талдау жасайық.

Қазіргі жағдайда компьютерлік оқу бағдарламалары оқу процесінің негізгі атрибуты болып табылады. Осындай бағдарламалардың бірден-бір негізгі элементі болып-сұрақтар мен тапсырмаларды құрастыруды қамтамасыз ететін генераторлар табылады. Генераторларды қолдану сызбасы әртүрлі болып келеді: зертханалық сабақтарды өткізуге қажет жеке тапсырмаларды құру, бақылау мен өзін-өзі бақылауды ұйымдастыру үшін сұрақтарды сараптау, әр түрлі жаттығуларды ұйымдастыру үшін тапсырмаларды құрастыру және т.б.

Тапсырмаларды шешу үшін оқыту кез келген пәннің негізгі бөлігі болып табылады. Математика мен физикада – математикалық және физикалық есептерді шығару, медицинада – диагноз қою.

Радиотехникада – радиотехникалық сызбалардың ақауларын табуды оқыту көзделеді.

Тапсырмаларды бір қалыпқа келтіру екі бөліктен тұрады: тапсырмалар жағдайы және кейбір сұрақтардың қойылу талабы. Тапсырмалар жағдайының сипаттамасы бар және олар мынадай сөздермен аталады: берілді, бар. Талаптар мынадай сөздермен аталады: табу, анықтау, неге теңеледі. Талап орнына кейде сұрақтар да тұруы мүмкін. Мұндай сұрақтар мынадай сөздерден басталады: неге, қанша, қандай, т.б.

Сұраққа жауап беру және қойылған талаптарды орындау үшін іс- әрекеттің бірізділігін осы пәнге байланысты тапсырмалар мен ережелерді негізге ала отырып табу. Іс - әрекеттің осы бірізділігін орындай келе, тапсырмалар шешімін табу. Іс - әрекет бірізділігі – тапсырманы шешу жолы, анығырақ айтсақ, тапсырманы шешудің алгоритмі деп аталады.

Әдістемелік жағын алып қарағанда, оқушыларға мынадай нұсқа жағдайлары беріледі:

- 1) Тапсырмалар жағдайы қажетті болмайды;
- 2) Тапсырмалар тек жеткілікті болуы тиіс;

3) тапсырмалар жағдайы қажетті және жеткілікті болады.

Бірінші жағдайда кейбір мәліметтер жеткіліксіз және оқушылар анықтауы қажет, біріншіден, тапсырманың орындалуы мүмкін емес, екіншіден кейбір мәліметтер жетіспейді.

Екінші жағдайда, барлық тапсырмалардың шешуі бар мәліметтер бар, оған қоса, «кедергі» келтіретін мәліметтер де кездеседі. Мұнда оқушы тапсырманы шешуі тиіс және «ортақ» мәліметтерді көрсетуі керек.

Үшінші нұсқадағы мәліметтер ішінде тек керекті мәліметтер сақталынады. Барлық оқу тапсырмалары қажетті және жеткілікті дәрежедегі мәліметтерге ие.

Кейбір шешімдердің өзгеше қасиеттерін қарастырғанда мынадай нұсқалар мүмкін болады.

- 1) жалғыз шешім;
- 2) бірнеше шешім;
- 3) өте көп шешім;
- 4) шешімі мүлде жоқ.

Алгоритм тапсырмаларын шешудің мынадай бірнеше нұсқалары бар:

- 1) алгоритм шешімі жалғыз;
- 2) алгоритмнің бірнеше шешімі бар;
- 3) алгоритмнің шексіз бірнеше шешімі бар;
- 4) алгоритм шешімі жоқ.

Алгоритм шешімін қалыптастырудың бірнеше сипаты бар. Өзіндік мәліметке ие бола отырып, шешімдердің бірізділігін табу қажет. [2]

Шешім қабылдау әдістерінің екі түрлісі негізінен көптеп кездеседі.

- 1) тұзу толқындар әдісі (шешімі табылады, мәліметтерді талдаудан бастау алады.)
- 2) қайтарылмалы толқындар әдісі (шешімі соңғы нәтижені талдау арқылы табылады).

Бірінші жағдайда, қолда бар мәліметтер арқылы басқасын табу қолға алынады да қажетті нәтижеге қол жеткізіледі.

Екінші жағдайда, шешімін табуы іздеу нәтиже соңынан басталады.

Бұл үрдіс белгісіз мәліметтерді анықтағанша жалғасады. Кей жағдайларда қайтарылмалы толқындар әдісі тиімсіз болып келеді.

Тапсырмаларды шешудің ең бір негізгі әдістерінің бірі «бөліп ал да билей бер» әдісі. Мұнда шешілуге тиісті тапсырмалар кішкене тапсырмаларға бөлінеді. Ал кішкене тапсырмалар үшін де «бөліп ал да билей бер» әдісін қолдануға болады. Кейде шешім шығаруды іздеу барысында и/или байланыс бағаны пайдаланады. Математикада кейде тапсырмаларды тапсырмалардың кейбір шешімдерімен салыстыра отырып тексеру әдісі қолданылады.

Тапсырмалар шаблонь

Шаблон – мәтіннің символдық тиімді құралы. Шаблон арқылы мәтіннің дайындамасы жасалады. Шаблондар программалау саласында көп қолданылады, C++ шаблондары негізінде генерациялау программалары туындайды.[3]

Тапсырма шаблондары арқылы біз тапсырмалар сипатын түсінеміз, ондағы мәліметтердің ауысқандығы жөнінде мәліметтер аламыз.

Өз тапсырма шаблоньн жасау үшін нақтылы сандар орнына параметрлер мен алгоритмдер қоюға болады.

Тестік жүйені бір қалыпқа келтіру үшін тапсырмаларымен қоса тапсырмалардың дұрыс шешімдері мен жауаптарын білу қажет. Сондықтан шаблонға тапсырмаларды шешу программаларын енгізу керек. Сонда шаблон былайша көрініс табады. Дұрыс жауап ($raz = solv(x, y)$) мұнда $solv(x, y)$ - дұрыс жауапты шығару программасы.

Нақтылы жауапты бір қалыпқа келтіруде студент x – қа кездейсоқ таңдап алады, одан ары y – ға арнайы сан таңдайды.

Егер x параметрі 20 түрлі мәнді қабылдаса y параметрі – 30 болады. Жалпы саны 600 – ге тең. Бұл үлкен көлемдегі таңдау болып саналады.

Есеп үлгілері үшін мыналар қажет:

- 1) тапсырмаларды таңдап алып, көптеген негізгі параметрлеріне қарап бөлу;
- 2) алгоритм шешімін жазу;
- 3) әр параметр үшін көптеген өзгерістерін жазу, ал мағынаның тізімі, интервалы болуы мүмкін немесе интервалды тізімі болуы мүмкін;
- 4) әрбір параметрдің алгоритм генерациясының маңызын жазу;
- 5) есеп варианттарының тұжырымын жазу: кейбір жағдайларда есеп тұжырымдары параметрдің мәніне байланысты өзгеруі мүмкін;
- 6) есеп алгоритмінің тұжырымын жазу.

Бұдан алгоритм генерация есебін жалпы жазуға болады. Алгоритм айналымының сипаты кенеттен пайда болған. Тағы бір мысал қарастырайық. Төртбұрыш теңдігіне тапсырма.

1. Есептің тұжырымы.

Төртбұрыш теңдеуі берілген $ax^2 + bx + c = 0$. Түбірін табу, табылған мәнді жауапқа енгізу.

2. a, b, c – параметрлері
3. шешілу шарты $b^2 > 4ac$, нөлге тең емес.
4. параметр мәні

$$a=(a_1, a_2) \quad b=(b_1, b_2) \quad c=(c_1, c_2)$$

көлемінде

5. шешілу алгоритмі:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Кейде есептің шарты шешу шартына қарай құрылуы да мүмкін. Біздің жағдайда x_1, x_2 түбірнің мәнін a, b, c -ны қарастырамыз. Бұл жағдайда өзгеріс диапазоны x_1 және x_2 , a, b, c мәнін табуды жазамыз. Егер біржақты шешім болмаса, онда параметрдің көпжақты генерация шарттарын жазу керек. Біздің мысал үшін

$$ax_1^2 + bx_1 + c = 0$$

$$ax_2^2 + bx_2 + c = 0$$

S параметрін түрлендіре және сызықтық теңдеулер жүйесін шеше отырып, a және b қатысты, a, b, c параметрлердің мәнін табамыз. Мұндай жағдайда x_1, x_2 және c генерация мәні үшін міндетті түрде сызықтық теңдеулер жүйесінің шарттарын ескеру қажет.

Сонымен, генератор құруда инженерлік әрекет жасау, эвристикалық және жинақталған алгоритмдер негізінде көп нұсқалы тестік тапсырмалар және сұрақтар құрылады. Осындай тапсырмалардың бірі – мәтінді өз тілінде түсіну, бұл жерден дұрыс сұрақтың жауабын синтездеу. Зерттеудің қорытындысы бойынша бұл бағытта, тест сұрақтарын құрудағы мұғалімнің көмекшісі интеллектуалдық жүйенің пайда болуына әкеледі. Екінші бағыт, көп нұсқалы тест тасырмаларын және сұрақтарын генерациялайтын алгоритмдер тұрғызумен байланысты. Мысалы: математикалық әртүрлі есептердің параметрлерін өзгертуге болады және көптеген біртектес тапсырмаларды алуға болады. Осындай алгоритмдерді қолдану мүмкіндігін көрсететін қорытындылар осы аумақта анықталған. [4]

Қорыта келгенде, тестік тапсырмалар генерациясын жетілдіре отырып, тест сұрақтарын генерациялаудың математикалық алгоритмін, тест сұрақтарын

генерациялаудың моделін құру, өзіндік генераторды құру технологиясын құрастырып енгізу, әр пән бойынша генераторлар сериясын құрастырып, қашықтықтан оқыту жүйесін практикаға енгізуге болады деп ойлаймыз.

1. Бидайбеков Е.Ы., Сагимбаева А.Е., Нурбекова Ж.К. Информатикадан оқушылардың білімін бақылау және бағалау әдістемесі. Әдістемелік құрал. Абай атындағы ҚазҰПУ, Алматы, 2003.-Б.115-121.
2. Аванесов В.С. Научные основы тестового контроля знаний.- М., 1994.-135с.
3. Сағымбаева А.Е. Информатиканы оқыту барысында оқушылардың білімін бақылау әдістемесі. // Канд.дисс.автореф. Алматы, 2004.
4. Майоров А.Н. Теория и практика создания тестов для системы образования (как выбрать, создавать и использовать тесты для целей образования). М.: Народное образование, 2000.-352с.

УДК 517.956

Н.С. Ахтаева

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

(г. Алматы, КазНПУ имени Абая, PhD докторант)

Бұл жұмыста үшінші ретті гиперболалық тендеу үшін шенелген облыста Дирихле есебінің бір мәнді шешілу мәселесі қарастырылған. Біртіндеп жуықтау әдісінің модификацияланған түрін пайдаланып, қойылған есеп шешімінің бар болуы мен жалғыздығы туралы теорема дәлелденді.

В работе для гиперболического уравнения третьего порядка в ограниченной области, изучены вопросы однозначной разрешимости задачи Дирихле. Применяя модифицированный метод последовательных приближений, доказаны теоремы существования и единственности решения поставленной задачи.

In this work the questions of unequivocal resolvability of Dirichlet problem for the hyperbolic equation of the third order in limited area are studied. Applying the modified method of consecutive approach the theorems of existence and uniqueness of the solution of the problem are proved.

Пусть $\Omega \subset R^2$ - конечная область, ограниченная отрезком $AB: 0 \leq x \leq 1$ оси $y = 0$ и характеристиками $AC: x + y = 0$ и $BC: x - y = 1$ гиперболического уравнения

$$Lu = f(x, y) \quad (1)$$

где

$$Lu = \frac{\partial}{\partial y} (u_{xx} - u_{yy})$$

Для уравнения (1) сформулируем и докажем корректность одной локальной задачи.

Задача D. Найти решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям

$$u(x, y)|_{y=0} = 0, 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

$$u(x, y)|_{AC \cup BC} = 0 \quad (3)$$

Вопросам разрешимости краевых задач для уравнений гиперболического типа посвящены многочисленные работы. Достаточно полный обзор полученных

результатов по гиперболическим уравнениям содержится в книгах А.В. Бицадзе [1], А.М. Нахушева [2], М.С. Салахитдинова [3] и других. В большинстве своем, это были работы, посвященные теоретическим и прикладным аспектам уравнений гиперболического типа второго порядка.

Задача Дирихле для гиперболического уравнения третьего порядка, когда вся граница области является характеристической рассмотренного уравнения изучены в работе О.С. Зикирова [4].

Локальные задачи для гиперболических уравнений третьего порядка исследовано в работе Б.М. Айбекова [5].

Близкие задачи, рассмотренные в данной работе для гиперболического уравнения второго порядка в областях с отходом от характеристики, изучены в работе М.А. Садыбекова [6], а для парабола-гиперболического уравнения в работе М.С. Салахитдинова [7] и А.С. Бердышева [8].

Данная работа посвящена изучению корректности задачи типа Дирихле для гиперболического уравнения третьего порядка.

Функцию $u(x, y) \in C(\bar{\Omega})$ называют регулярным решением задачи D, если она обладает непрерывными производными, входящими в уравнение (1) в области Ω и в этой области удовлетворяет уравнению (1) и краевым условиям (2), (3).

Через W – обозначим множество функции из класса $u_{xx}, u_{yy} \in C(\bar{\Omega})$ удовлетворяющих условиям (2), (3).

Функцию $u(x, y) \in L_2(\Omega)$ называют сильным решением задачи D, если существует последовательность функции $u_n(x, y) \in W$ такая, что u_n и Lu_n сходятся в $L_2(\Omega)$ соответственно к $u(x, y)$ и $f(x, y)$.

Через $W_2^1(\Omega)$ - обозначим пространство С.Л.Соболева с нормой $\|\cdot\|_1$; $W_2^0(\Omega) \equiv L_2(\Omega)$ - пространство квадратично суммируемых в Ω функций.

Основным результатом работы является следующие теоремы:

Теорема 1. Для любой функции $f(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$ существует единственное регулярное решение задачи D и оно удовлетворяет неравенству

$$\|u\|_1 \leq C \|f\|_0 \quad (4)$$

и представимо в виде

$$u(x, y) = \iint_{\Omega} K(x, y, x_1, y_1) f(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \quad (5)$$

где

$$K(x, y, x_1, y_1) \in L_2(\Omega \times \Omega).$$

В (4) и в дальнейшем через C будем обозначать положительную постоянную, не зависящую от $u(x, y)$, не обязательно одну и ту же.

Теорема 2. Для любой функции $f(x, y) \in L_2(\Omega)$ существует единственное сильное решение задачи D. Это решение принадлежит классу $C(\bar{\Omega}) \cap W_2^1(\Omega)$ и удовлетворяет неравенству (4) и может быть представлено в виде (5).

Доказательство теоремы 1: Нетрудно, установить, что решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям (3), в области Ω имеет вид

$$u(\xi, \eta) = \varphi\left(\frac{\xi + \eta}{2}\right) - \varphi\left(\frac{\eta}{2}\right) - \varphi\left(\frac{\xi + 1}{2}\right) + \varphi\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} \int_0^\xi d\xi_1 \int_\eta^1 d\eta_1 \int_0^{\frac{\xi_1 - \eta_1}{2}} f\left(\frac{\xi_1 + \eta_1}{2}, z\right) dz, \quad (6)$$

где $\xi = x + y$, $\eta = x - y$, $u(\xi, \eta) = u\left(\frac{\xi + \eta}{2}, \frac{\xi - \eta}{2}\right)$,

$\varphi(x)$ - произвольная функция из класса $C^3[0,1]$. Не ограничивая общности можно предполагать, что функция $\varphi(x)$ удовлетворяет условиям $\varphi\left(\frac{1}{2}\right) = \varphi'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

Удовлетворяя в (6) условию (2), имеем

$$\varphi\left(\frac{t}{2}\right) - \varphi(t) + \varphi\left(\frac{t+1}{2}\right) - \varphi\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \int_0^t d\xi \int_t^1 d\eta \int_0^{\frac{\xi-\eta}{2}} f\left(\frac{\xi+\eta}{2}, z\right) dz \quad (7)$$

Дифференцируя (7) дважды получим

$$\varphi''(t) = \frac{1}{4} \varphi''\left(\frac{t}{2}\right) + \frac{1}{4} \varphi''\left(\frac{t}{2} + \frac{1}{2}\right) + F(t), \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (8)$$

где $8F(t) = \int_t^1 f\left(\frac{t+\eta}{2}, \frac{t-\eta}{2}\right) d\eta + \int_0^t f\left(\frac{\xi+t}{2}, \frac{\xi-t}{2}\right) d\xi + \int_t^1 d\eta \int_0^{\frac{t-\eta}{2}} f_t\left(\frac{t+\eta}{2}, z\right) dz - \int_0^t d\xi \int_0^{\frac{\xi-t}{2}} f_t\left(\frac{\xi+t}{2}, z\right) dz \quad (9)$

Лемма 1. Если $f(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$, тогда $F(t) \in C^1[0,1]$

Доказательство леммы 1: В представлении функций $F(t)$ в (9) преобразуем третье и четвертое слагаемые следующим образом.

$$\int_0^t d\xi \int_0^{\frac{\xi-t}{2}} f_t\left(\frac{\xi+t}{2}, z\right) dz = \int_{-\frac{t}{2}}^0 dz \int_0^{t+2z} f_t\left(\frac{\xi+t}{2}, z\right) d\xi = 2 \int_{-\frac{t}{2}}^0 dz \int_0^{t+2z} \frac{\partial}{\partial \xi} f\left(\frac{\xi+t}{2}, z\right) d\left(\frac{\xi+t}{2}\right) = \quad (10)$$

$$= 2 \int_{-\frac{t}{2}}^0 \left[f\left(\frac{\xi+t}{2}, z\right) \Big|_{\xi=0}^{\xi=t+2z} \right] dz = 2 \int_{-\frac{t}{2}}^0 [f(t+z, z) - f\left(\frac{t}{2}, z\right)] dz,$$

$$\int_t^1 d\eta \int_0^{\frac{t-\eta}{2}} f_t\left(\frac{t+\eta}{2}, z\right) dz = \int_{\frac{t-1}{2}}^0 dz \int_{t-2z}^1 f_t\left(\frac{t+\eta}{2}, z\right) d\eta = 2 \int_{\frac{t-1}{2}}^0 dz \int_{t-2z}^1 \frac{\partial}{\partial \eta} f\left(\frac{t+\eta}{2}, z\right) d\left(\frac{\eta+t}{2}\right) = \quad (11)$$

$$= 2 \int_{\frac{t-1}{2}}^0 \left[f\left(\frac{t+\eta}{2}, z\right) \Big|_{\eta=t-2z}^{\eta=1} \right] dz = 2 \int_{\frac{t-1}{2}}^0 \left[f\left(\frac{t+1}{2}, z\right) - f(t-z, z) \right] dz$$

Теперь из выражения (9) и с учетом вышеприведенных вычислений, нетрудно установить справедливость леммы 1.

Лемма 2. Если $F(t) \in C^1[0,1]$ то существует единственное решение уравнения (8) из класса $C^1[0,1]$

Доказательство леммы 2: Введем в рассмотрение оператор, действующий по формуле

$$A\theta(t) = \frac{1}{4} \left[\theta\left(\frac{t}{2}\right) + \theta\left(\frac{t}{2} + \frac{1}{2}\right) \right], \quad (12)$$

где

$$\varphi''(t) = \theta(t) \quad (13)$$

Нетрудно убедиться, что

$$A^n \theta(t) = \frac{1}{2^{2n}} \sum_{k=0}^{2^n-1} \theta\left(\frac{t+k}{2^n}\right) \quad (14)$$

С учетом (12) и (13) уравнение (8) запишем в виде

$$[E - A]\theta(t) = F(t), 0 \leq t \leq 1 \quad (15)$$

где E - тождественный оператор.

Нетрудно установить, что оператор

$$B^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k \quad (16)$$

является формально обратным к оператору $B = E - A$. Поэтому покажем, непрерывность оператора $B^{-1} = (E - A)^{-1}$ в соответствующем пространстве $C[0,1]$.

Из (14) методом математической индукции, нетрудно установить, что

$$\|A^n \theta(t)\|_{C[0,1]} \leq \frac{1}{2^n} \max_{0 \leq t \leq 1} |\theta(t)| = \frac{1}{2^n} \|\theta(t)\|_{C[0,1]} \quad (17)$$

Поэтому

$$\|A^n\|_{C[0,1] \rightarrow C[0,1]} \leq \frac{1}{2^n}. \quad (18)$$

следовательно, в силу (16)

$$\|B^{-1}\|_{C[0,1] \rightarrow C[0,1]} \leq \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

что и показывает непрерывность оператора B^{-1} в пространстве $C[0,1]$.

Рассмотрим теперь уравнение (15) в $C^1[0,1]$. Очевидно, что если $F(t) \in C^1[0,1]$, то дифференцируя уравнение (15), мы получим, аналогичное уравнение $\theta'(t)$, однозначная разрешимость в пространстве $C[0,1]$ устанавливается точно также как и выше. Лемма 2 доказано.

Таким образом, в силу леммы 1 и 2, мы установили, что если $f(x, y) \in C^1(\bar{\Omega})$, то $\varphi(x) \in C^3[0,1]$. Тогда из представления (6) мы получим регулярную разрешимость задачи D. С учетом (10) и (11) из (9) нетрудно, доказать справедливость следующей леммы.

Лемма 3. Если $f(x, y) \in L_2(\Omega)$, то $F(t) \in L_2(0,1)$ и

$$\|F(t)\|_{L_2(0,1)} \leq C \|f(x, y)\|_{L_2(\Omega)}$$

Лемма 4. Если $F(t) \in L_2(0,1)$, то существует единственное решение уравнения (15) из класса $L_2(0,1)$ и оно удовлетворяет неравенству

$$\|\theta(t)\|_{L_2(0,1)} \leq C \|F(t)\|_{L_2(0,1)} \quad (19)$$

Доказательство леммы 4: Рассмотрим уравнение (15) в пространстве $L_2(0,1)$. Из (14) непосредственным вычислением нетрудно, убедиться, что

$$\begin{aligned} \|A^n \theta(t)\|_{L_2(0,1)} &= \frac{1}{2^{2n}} \left[\int_0^1 \left(\sum_{k=0}^{2^n-1} \theta\left(\frac{t+k}{2^n}\right) \right)^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{2^{2n}} \sum_{k=0}^{2^n-1} \left(\int_0^1 \theta^2\left(\frac{t+k}{2^n}\right) dt \right)^{\frac{1}{2}} \leq \\ &\leq \frac{1}{2^{2n}} \sum_{k=0}^{2^n-1} \|\theta(t)\|_{L_2(0,1)} \leq \frac{1}{2^n} \|\theta(t)\|_{L_2(0,1)} \end{aligned}$$

Поэтому

$$\|A^n\|_{L_2(0,1) \rightarrow L_2(0,1)} \leq \frac{1}{2^n}$$

Отсюда в силу (16) следует ограниченность оператора B^{-1} в $L_2(0,1)$ и справедливость оценки (19). Это и доказывает лемму 4.

В силу леммы 3 и 4 из (6) нетрудно показать справедливость оценки (4) если $f(x, y) \in L_2(\Omega)$. Для завершения доказательства теоремы 1 покажем, что решение задач D представим в виде (5).

Действительно, в силу (12)- (14) из (15) имеем

$$\varphi''(t) = B^{-1}F(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A^k F(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^{2k}} \sum_{i=0}^{2^k-1} F\left(\frac{t+i}{2^k}\right)$$

Отсюда, с учетом $\varphi\left(\frac{1}{2}\right) = \varphi'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ и (12) имеем

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^{2k}} \sum_{i=0}^{2^k-1} \left[\int_{\frac{1}{2}}^t (t-z) F\left(\frac{z+i}{2^k}\right) dz \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^{2k}} \sum_{i=0}^{2^k-1} \left[\frac{1}{4} \int_{\frac{1}{2}}^t (t-z) dz \left[\int_{\frac{z+i-2^k}{2^{k+1}}}^0 f\left(\frac{z+i+2^k}{2^{k+1}}, y_1\right) dy_1 + \right. \right. \\ &\left. \left. + \int_{\frac{z+i}{2^{k+1}}}^0 f\left(\frac{z+i}{2^{k+1}}, y_1\right) dy_1 \right] \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^{2k}} \sum_{i=0}^{2^k-1} \left[\frac{1}{4} \int_{\frac{1}{2}}^t (t-z) dz \int_{\frac{z+i-2^k}{2^{k+1}}}^0 f\left(\frac{z+i+2^k}{2^{k+1}}, y_1\right) dy_1 + \frac{1}{4} \int_{\frac{1}{2}}^t (t-z) dz \int_{\frac{z+i}{2^{k+1}}}^0 f\left(\frac{z+i}{2^{k+1}}, y_1\right) dy_1 \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Теперь поставив (20) в (6), после некоторых преобразований имеем (5), где

$$\begin{aligned} K(x, y, x_1, y_1) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^{k+1}} \sum_{i=0}^{2^k-1} \left\{ \left[\theta\left(y_1 - \frac{1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) \theta\left(\frac{x+i-2^k}{2^{k+1}} - y_1\right) + \right. \right. \\ &+ \theta\left(y_1 - \frac{x+i-2^k}{2^{k+1}}\right) \theta\left(\frac{x+i+2^k}{2^{k+1}} - x_1\right) \left. \right] \theta\left(x_1 - \frac{1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) x + \left[\theta\left(y_1 + \frac{x+i}{2^{k+1}}\right) \theta\left(-\frac{1+2i}{2^{k+2}} - y_1\right) + \right. \\ &+ \theta\left(y_1 + \frac{1+2i}{2^{k+2}}\right) \theta\left(x_1 - \frac{1+2i}{2^{k+2}}\right) \left. \right] \theta\left(\frac{x+i}{2^{k+1}} - x_1\right) x + \frac{1}{2} \left[\theta\left(y_1 - \frac{1+2i+2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) \theta\left(\frac{x-y+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}} - y_1\right) + \right. \\ &+ \theta\left(y_1 - \frac{x-y+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) \theta\left(\frac{x-y+2i+2^{k+1}}{2^{k+2}} - x_1\right) \left. \right] \theta\left(x_1 - \frac{1+2i+2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) (x-y) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\theta\left(y_1 + \frac{x-y+2i}{2^{k+2}}\right) \theta\left(-\frac{1+2i}{2^{k+2}} - y_1\right) + \theta\left(y_1 + \frac{1+2i}{2^{k+2}}\right) \theta\left(x_1 - \frac{1+2i}{2^{k+2}}\right) \right] \theta\left(\frac{x-y+2i}{2^{k+2}} - x_1\right) (x-y) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\theta\left(y_1 - \frac{1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) \theta\left(\frac{x+y+1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}} - y_1\right) + \right. \\ &+ \theta\left(y_1 - \frac{x+y+1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) \theta\left(\frac{x+y+1+2i+2^{k+1}}{2^{k+2}} - x_1\right) \left. \right] \theta\left(x_1 - \frac{1+2i+2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) (x+y+1) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\theta\left(y_1 + \frac{x+y+1+2i}{2^{k+2}}\right) \theta\left(-\frac{1+2i}{2^{k+2}} - y_1\right) + \theta\left(y_1 + \frac{1+2i}{2^{k+2}}\right) \theta\left(x_1 - \frac{1+2i}{2^{k+2}}\right) \right] \theta\left(\frac{x+y+1+2i}{2^{k+2}} - x_1\right) (x+y+1) + \\ &+ \left[\theta\left(y_1 - \frac{1+2i-2^{k+1}}{2^{k+1}}\right) \theta\left(\frac{x+i-2^k}{2^{k+1}} - y_1\right) + \theta\left(y_1 + \frac{1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) \theta\left(\frac{x-y+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}} - y_1\right) \right. \\ &+ \left. \theta\left(y_1 - \frac{1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) \theta\left(\frac{x+y+1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}} - y_1\right) \right] \theta\left(x_1 - \frac{1+2i+2^{k+1}}{2^{k+2}}\right) (-2^{k+1}x_1 + 2^k + i) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\theta \left(y_1 - \frac{x+i-2^k}{2^{k+1}} \right) \theta \left(\frac{x+i-2^k}{2^{k+1}} - x_1 \right) + \theta \left(y_1 - \frac{x-y+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}} \right) \theta \left(\frac{x-y+2i+2^{k+1}}{2^{k+2}} - x_1 \right) \right. \\
& + \left. \theta \left(y_1 - \frac{x+y+1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}} \right) \theta \left(\frac{x+y+1+2i-2^{k+1}}{2^{k+2}} - x_1 \right) \right] \theta \left(x_1 - \frac{1+2i+2^{k+1}}{2^{k+2}} \right) (-2^{k+1}x_1 + 2^k + i) + \\
& + \left[\theta \left(y_1 - \frac{x+i}{2^{k+1}} \right) \theta \left(\frac{x+i}{2^{k+1}} - x_1 \right) + \theta \left(y_1 + \frac{x-y+2i}{2^{k+2}} \right) \theta \left(\frac{x-y+2i}{2^{k+2}} - x_1 \right) \right. \\
& + \left. \theta \left(y_1 + \frac{x+y+1+2i}{2^{k+2}} \right) \theta \left(\frac{x+y+1+2i}{2^{k+2}} - x_1 \right) \right] \theta \left(-\frac{1+2i}{2^{k+2}} - y_1 \right) (-2^{k+1}x_1 + i) + \\
& + \left[\theta \left(x_1 - \frac{1+2i}{2^{k+2}} \right) \theta \left(\frac{x+i}{2^{k+1}} - x_1 \right) + \theta \left(x_1 - \frac{1+2i}{2^{k+2}} \right) \theta \left(\frac{x-y+2i}{2^{k+2}} - x_1 \right) + \theta \left(x_1 - \frac{1+2i}{2^{k+2}} \right) \theta \left(\frac{x+y+1+2i}{2^{k+2}} - x_1 \right) \right] \theta \left(y_1 + \frac{1+2i}{2^{k+2}} \right) (-2^{k+1}x_1 + i) \Big] + \\
& + \left[\theta \left(\frac{1}{2} - x_1 \right) (x_1 + y_1) + \theta \left(x_1 - \frac{1}{2} \right) (1 - x_1 + y_1) \right] \theta \left(-\frac{x-y}{2} - y_1 \right) + \\
& + \left[\theta(x_1 - y_1 - x + y) \theta \left(\frac{x-y}{2} - x_1 \right) (x_1 - y_1 - x + y) + \theta \left(x_1 - \frac{x-y}{2} \right) \theta(-y_1 - x_1) (x_1 + y_1) \right] \theta \left(y_1 + \frac{x-y}{2} \right) + \\
& + \left[\theta(x_1 + y_1 - x - y) \theta \left(\frac{x+y+1}{2} - x_1 \right) (x_1 + y_1 - x - y) + \theta \left(x_1 - \frac{x+y+1}{2} \right) (1 - x_1 + y_1) \right] \theta \left(y_1 - \frac{x+y-1}{2} \right) + \\
& + \left[\theta(x_1 - y_1 - x + y) \theta(x - x_1) (x_1 - y_1 - x + y) + \theta(x_1 - x) \theta(x + y - y_1 - x_1) (x_1 + y_1 - x - y) \right] \theta(y_1 - y)
\end{aligned}$$

Теорема 1 доказано полностью.

Для доказательства теоремы 2 покажем, что найденное при $f(x, y) \in L_2(\Omega)$ решение задачи D является сильным.

Заметим, что в силу результатов лемм 3-4 и представления решения по формуле (6) следует выполнение неравенства (4) при всех $f(x, y) \in L_2(\Omega)$. Из оценки (4) следует также единственность сильного решения задачи D. В силу плотности в $L_2(\Omega)$

множества $C_0^1(\bar{\Omega}) = \left\{ f(x, y) : f(x, y) \in C^1(\Omega), f|_{\partial\Omega} = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{\partial\Omega} = \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{\partial\Omega} \right\}$ где $\partial\Omega$ граница области

Ω , для любой функций $f(x, y) \in L_2(\Omega)$ существует последовательность $f_n(x, y) \in C_0^1(\Omega)$, такая что $\|f_n(x, y) - f(x, y)\|_0 \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

Через $u_n(x, y)$ обозначим регулярное решение задачи D для уравнения (1) с правой частью $f_n(x, y)$, а через $\varphi_n(t)$ решения уравнения (8).

Здесь $F_n(t)$ отличается от функции $F(t)$ тем, что вместо $f(x, y)$ надо писать $f_n(x, y)$.

В силу леммы 1 и 2 имеем $\varphi_n(t) \in C^3[0, 1]$, следовательно, согласно формуле (6) получаем $u_n(x, y) \in W$ при всех $f_n(x, y) \in C_0^1(\Omega)$.

В силу полноты пространства $L_2(\Omega)$ последовательность $f_n(x, y)$ будет фундаментальной. Из линейности уравнения (1) и оценки (4) получаем, что

$\|u_n - u_m\|_1 \leq C \|f_n(x, y) - f_m(x, y)\|_0$, то есть последовательность $\{u_n(x, y)\}$ будет фундаментальной в $W_2^1(\Omega)$.

Принимая во внимание полноту пространства $W_2^1(\Omega)$, получаем, что существует единственный предел $u \in W_2^1(\Omega)$ последовательности $\{u_n(x, y)\}$, который и будет

искомым сильным решением задачи D для уравнения (1) с правой частью $f(x, y) \in L_2(\Omega)$. Теорема 2 доказана.

1. А.В.Бицадзе. Некоторые классы уравнений в частных производных.- М.-Наука. -1981.- 448с.
2. А.М.Нахушев. Уравнения математической биологии. - М., Высшая школа, 1995, 301 с.
3. М.С.Салахитдинов. Уравнения смешанного и смешанно-составного типов. Ташкент, ФАН, 1974г. 164 с.
4. О.С. Зикиров О корректности задачи Дирихле для гиперболических уравнений третьего порядка. Узбекский математический журнал. 2009 г. №4. –с 70-75.
5. Б.М.Айбеков Задачи типа Дарбу и типа Дирихле для гиперболического уравнения третьего порядка. Наука и образование Южного Казахстана. 1997 г. №6. с 235-239.
6. М.А. Садыбеков О сопряженной задаче Дарбу. Доклады АН СССР 1990г. Т. 314, №2 стр. 304-306.
7. М.С.Салахитдинов, А.С. Бердышев Краевые задачи для параболо-гиперболического уравнения в области с отходом от характеристики. Доклады РАН. №3. том 327. 1992г. - С.303-305.
8. А.С.Бердышев О вольтерровости некоторых задач с условиями типа Бицадзе – Самарского для смешанного параболо- гиперболического уравнения. //Сибирский математический журнал. №3 том 46. 2005г. – С. 500-510.

УДК 621.373.8

Г.К. Байменшина

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДОВ МОДЕЛИ СКОРОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА

(г. Алматы, КазНТУ имени Сатпаева)

Жартылай өткізгіш лазердің моделі сабақтас дифференциалды тендеулердің негізінде ұсынылған. Осы моделді құрастыру үшін 4-ші реттік Рунге Кутта әдісі қолданылған. Фотондар және заряд тасымалдаушылардың шоғырлануының уақытта өзгеруі жүйедегі ауыспалы процесстерді талқылауға мүмкіндік береді. Генерацияның басталу уақыты мен инжекция тоғының аралығында байланысы көрсетілген, яғни токтың үлкеюі генерацияның ерте басталуына себеп болады. Сонымен бірге моделдеу нәтижесінде байытушы токтың үлкеюі релаксациялық тербелістер процесінің қысқаруының туғызатын негізгі себеп екендігі деп көрсетеді.

Представлена модель полупроводникового лазера на основе связанных дифференциальных уравнений, так называемыми “скоростными уравнениями”. Для построения данной модели был использован метод Рунге Кутта 4-го порядка. Изменение во времени концентрации фотонов и носителей позволяет изучить переходные процессы, действующие в системе. Демонстрирована связь между временем задержки генерации и инжекционным током выше порогового значения так, что раннее начало генерации излучения происходит при увеличении тока накачки. В результате моделирования было также отмечено, что увеличение тока накачки приводит к уменьшению продолжительности процесса релаксационных колебаний.

A single-mode semiconductor laser simulator based on coupled differential equations, called rate equations was presented. A model, which represents the rate equations, was built using a fourth order Runge Kutta method. The temporal evolutions of photon and carrier

densities of the rate equations show the transients occurring in the system. The relation between the turn on delay time and the injected current over threshold are demonstrated, so that the higher applied current leads to the earlier starting of lasing. As a result of the simulation was also point out that as the current pump increases the duration of the transition process (relaxation oscillations) decreases.

Полупроводниковые лазеры были разработаны в 1962 году. Их основными отличительными особенностями являются: высокая эффективность; малые габариты; возможность модуляции выходных оптических характеристик путем изменения инжекции. Ранее в полупроводниковых лазерах на $p-n$ - переходах использовался только один полупроводник на основе GaAs, полированный с обоих концов. Такие лазеры известны как гомолазеры. Позднее, с применением гетероструктур (для получения которых требуется не менее двух различных полупроводников) производительность полупроводниковых лазеров значительно улучшилась. Использование гетероструктуры снизило значение порогового тока лазерных диодов [1].

Обладая данными свойствами, полупроводниковые лазеры на основе арсенида галлия и других соединений (AlGaAs, InP, InGaAsP) в настоящее время широко используются в различных областях техники, таких как оптические системы волоконных связей.

Для построения различных электронных систем, включающих полупроводниковый лазер, как составной элемент, необходимо проанализировать динамику возможных переходных процессов. Простое физическое описание изменения лазера по отношению к изменению тока инжекции, может быть получено с помощью системы скоростных уравнений. В этой статье мы рассмотрим некоторые аспекты динамики полупроводниковых лазеров с использованием компьютерного моделирования.

Динамическое поведение полупроводниковых лазеров описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений [2]:

$$\frac{dS}{dt} = G(N - N_{th})S - \frac{S}{t_p} + \frac{\beta \cdot N}{t_e} \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{eV} - G(N - N_{th})S - \frac{N}{t_e}, \quad (2)$$

где t_p - время жизни фотона в резонаторе, G -коэффициент оптического усиления; t_e - время рекомбинации носителей заряда; $\frac{I}{eV}$ - скорость накачки (или через плотность тока $\frac{J}{ed}$), здесь e – заряд электрона, V -объем активного слоя; N_{th} - порог просветления (концентрация носителей в зоне проводимости, при которой достигается инверсная населенность).

Уравнение (1) показывает, что скорость увеличения плотности фотонов равна скорости рождения фотонов при стимулированном излучении $G(N - N_{th})S$ за вычетом потерь фотонов в резонаторе $\frac{S}{t_p}$ плюс скорость спонтанного излучения фотонов в лазерную моду $\frac{\beta N}{t_e}$.

Уравнение (2) представляет собой скорость увеличения носителей (электронов),

которая равна скорости накачки $\frac{I}{eV}$ за вычетом скорости потерь носителей при спонтанном переходе $\frac{N}{\tau_e}$ и потерь, обусловленных вынужденным (стимулированным) переходом $G(N - N_{th})$.

Лазеры обладают широким разнообразием динамического поведения. Эти два связанных уравнения нелинейные, и поэтому они могут при определенных условиях до установления лазером стационарного состояния проявлять пиковый характер и совершать релаксационные колебания.

Для анализа динамического поведения одномодового полупроводникового лазера необходимо изучить эволюцию системы, интегрируя скоростные уравнения (1, 2).

Для упрощения приведем систему уравнений к безразмерному виду. Для этого, введем следующие безразмерные переменные:

$$s = \frac{S}{S_0}, \quad n = \frac{N}{N_{th}}, \quad \tau = \frac{t}{t_e} \quad (3)$$

Подставляя новые переменные (3) в уравнения (1) и (2), получим следующую систему уравнений в безразмерном виде:

$$\frac{ds}{d\tau} = \frac{t_e}{t_p} (s \cdot \gamma (n-1) - 1) + \beta \cdot \gamma \cdot n$$

$$\frac{dn}{d\tau} = \frac{I}{I_{th}} - (n-1) \cdot s - n, \quad \text{где } \gamma = G \cdot N_{th} \cdot t_p, \quad S_0 = \frac{1}{G \cdot t_e}, \quad I_{th} = N_{th} \cdot e \cdot V / t_e.$$

Для решения данных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка необходимо использовать приближенные численные методы. Основные из них базируются на разложении в ряд Тейлора, которые сводятся к алгоритмам метода Рунге-Кутты. Наиболее распространенным и приемлемым по точности для данного класса задач является метод Рунге-Кутты четвертого порядка, который использовался в решении данной модели.

На рисунке 1 показана временная развертка изменения плотности фотонов и концентрации носителей. Значения параметров, использованных в расчетах, приведены в таблице 1 [3].

Таблица 1

Параметр	Объяснение	Значение	Единица измерения
N_{th}	Порог просветления	10^{24}	м^{-3}
t_e	Время жизни носителей заряда	$3 \cdot 10^{-9}$	с
t_p	Время жизни фотонов	$1 \cdot 10^{-12}$	с
β	Доля спонтанного излучения, попадающего в лазерную моду	10^{-5}	
V	Объем активной зоны	$3.36 \cdot 10^{-17}$	м^3

Проанализируем изменение данной системы во времени.

Вначале, плотность носителей n устойчиво возрастает, после достижения ею критического значения (порогового уровня) наблюдается резкое падение, которое в свою очередь соответствует скачку плотности фотонов s (Рис. 1.). С этого момента начинается когерентное излучение света.

Затем, плотность носителей n начинает снова расти (s соответственно снижаться), но на сей раз критическое значение n не столь высоко, и s не понижается так низко (пикки становятся менее крутыми). Данные релаксационные колебания происходят до

тех пор, пока n и s не достигают устойчивого состояния. Происходит постепенное балансирование усиления и потерь в резонаторе. В полупроводниковом лазере время жизни фотонов t_p значительно отличается от времени жизни носителей заряда t_e (см. Табл. 1.).

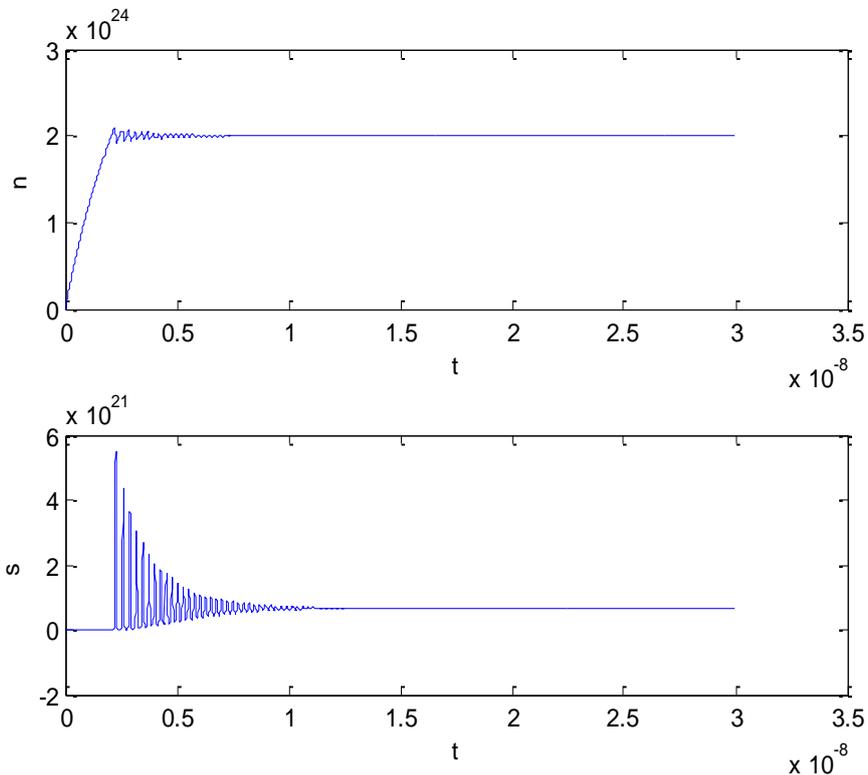


Рис. 1. Эволюция концентрации носителей n и плотности фотонов s в полупроводниковом лазере.

Таким образом, быстрые темпы взлета и падения плотности фотонов, связанные с быстрым временем распада фотонов, являются причиной образования крутых и узких лазерных пиков.

Демпфированные колебания траекторий системы подтверждает также и фазовый портрет системы, где значения концентрации носителей и плотности фотонов строятся на координатах x и y соответственно.

На рис. 2. представлена типичная сходимость к предельной точке устойчивого состояния лазера. Фазовые траектории на рисунке имеют вид спиралей, медленно накручивающихся на особую точку. Один оборот спирали соответствует пичку в излучении.

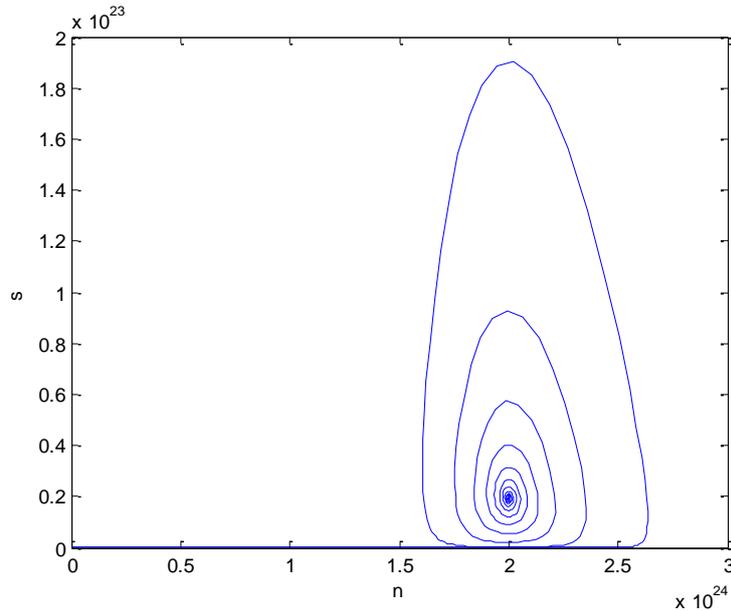


Рис. 2. Фазовый портрет балансной модели лазера, представленной системой уравнений (1, 2) при значениях параметра накачки выше порогового.

Другой задачей является установление того, как изменение значения параметра накачки влияет на систему. Для этого понизим значение тока накачки I до $0.03I_{th}$ и повторно вычислим траектории системы. С новым значением накачки (ниже порогового уровня) параметр n не достигает значения, являющимся достаточным для начала лазерного излучения, т. е. критического уровня, который мы наблюдали ранее. Вследствие этого, соответствующего увеличения плотности фотонов (инверсной населенности) в системе не образуется. Плотность фотонов, при недостаточном значении накачки, равна нулю (Рис. 3.).

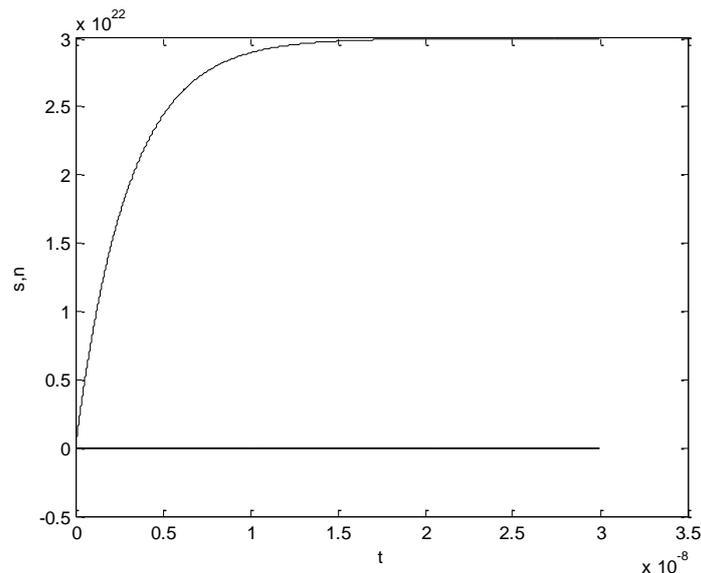


Рис. 3. Изменение плотности фотонов s и концентрации носителей n при значении тока накачки ниже порогового значения ($I=0.03I_{th}$).

Пороговое значение тока I_{th} выводится с помощью скоростных уравнений ниже порогового уровня [4], когда стимулированным излучением можно пренебречь и плотность фотонов $S = 0$. Учитывая данные условия, система уравнений (1-2) приводится к следующему виду:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{eV} - \frac{N}{t_e}$$

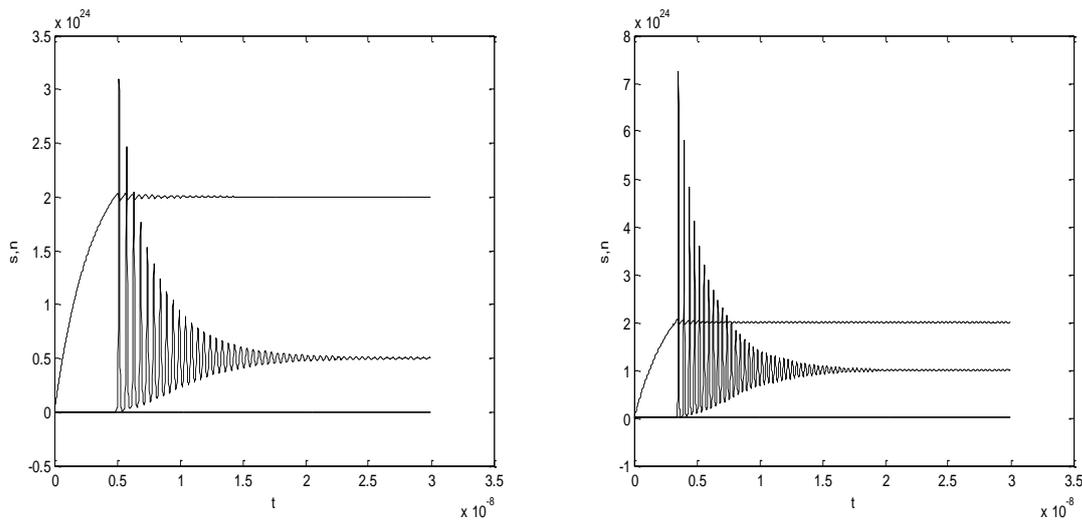
В устойчивом состоянии концентрация носителей выражается в виде:

$$N = \frac{I}{eV} t_e \quad (4)$$

Так как полученное выражение (4) является справедливым при увеличении концентрации N с нуля до порогового значения N_{th} , пороговое значение тока примет вид:

$$I_{th} = \frac{eV}{\tau_e} N_{th}$$

Таким образом, к снижению значения I_{th} приводит меньшее значение N_{th} и длительное значение t_e . С помощью модели также можно установить, что увеличение тока накачки вызывает увеличение частоты релаксационных колебаний и уменьшение времени задержки при включении и продолжительности процесса перехода. Решения



системы при различных значениях тока накачки изображены на рис. 4.

Рис.4. Временные развертки плотности фотонов и концентрации носителей при $I=2.5I_{th}$ (слева) и $I=3I_{th}$ (справа).

Получаемые с помощью предложенного моделирования позволяют проследить поведение динамической системы во времени и изучить влияние изменения параметра на характер динамических переходов и релаксационных колебаний в системе.

1. Грибковский В.П. Полупроводниковые лазеры. - Мн.: Университетское, 1988. – 304 с.
2. Agrawal G.P., Dutta N.K. Semiconductor lasers. - New York.: Van Nostrand Reinhold, 1993. – 616с.
3. Levi A. Applied Quantum Mechanics. - New York.: Cambridge university press, 2003.-523с.
4. Numai T. Fundamentals of semiconductor lasers. - New York.: Springer, Verlag, 2004. – 259с.

**ОБ ОДНОЙ МЕТОДИКЕ ИЗЛОЖЕНИЯ ТЕМЫ
«ПОСТРОЕНИЕ ЧАСТНЫХ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНОГО
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С
ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ»**

(г. Усть-Каменогорск, ВКГТУ имени Д. Серикбаева)

Жұмыс «Екінші ретті тұрақты коэффициентті сызықтық дифференциалдық теңдеудің дербес шешімдерін құру» тақырыбын баяндау мәселесіне арналған. Жұмыста біртекті теңдеудің сызықтық тәуелсіз дербес шешімдері мен біртекті теңдеудің дербес шешімін комплекс сандар ұғымын қолданбай құру жолдары көрсетілген. Ұсынылып отырған әдіс бойынша екінші ретті біртекті теңдеудің сызықтық тәуелсіз дербес шешімдері, бірінші ретті сызықтық теңдеуді шешуде қолданылатын Бернуллі әдісін пайдалану арқылы құрылады. Сонымен қатар, оң жағы экспоненциалдық функция мен косинус пен синустың тұрақты коэффициентті сызықтық комбинациясының көбейтіндісі түрінде берілген біртекті теңдеудің дербес шешімі сипаттамалық теңдеудің түбірлеріне байланыссыз анықталады.

Работа посвящена к вопросу об изложении темы «Построение частных решений линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами». В ней предлагаются пути построения линейно независимых частных решений однородного и частного решения неоднородного уравнений, не пользуясь понятием комплексного числа. Суть предлагаемого метода, в случае однородного уравнения, заключается в использовании метода Бернуллі, применяемого для решения линейного уравнения первого порядка, при построении линейно независимых частных решений линейного уравнения второго порядка. В случае неоднородного уравнения с правой частью в виде произведения экспоненциальной функции и линейной комбинации косинуса и синуса с постоянными коэффициентами, частное решение уравнения определяется вне связи с корнями характеристического уравнения.

Work is dedicated to question about interpretation of the subject "Building of the quotient decisions of the linear differential equation of the second order with constant factor". In she is offered way of the building linear independent quotient of the decisions uniform and quotient of the decision of the lumpy equations, not using notion integrated numbers. The Content of a proposition method, in the event of uniform equation, is concluded in use the method Bernoulli applicable for decision of the linear first-order equation, at building linear independent quotient of the decisions of the linear equation of the second order. In the event of lumpy equation with right part in the manner of making the exponential function and linear combination of the cosine and sine with constant factor, quotient decision equations is defined outside of relationship with root of the indicative equation.

Имеются специальности, в которых согласно ГОСО и Типовых программ, в содержании дисциплины математики не предусмотрены комплексные числа и тем более комплекснозначные функции, в следствии чего, при изложении темы о построении линейно независимых частных решений однородного и частного решения неоднородного линейных уравнений с постоянными коэффициентами в случаях, когда характеристическое уравнение не имеет действительных корней или правая часть уравнения задана в виде произведения экспоненциальной функции и линейной комбинации косинуса и синуса, виды частных решений выдаются без обоснования, как известный факт [1-3].

В данной работе предлагается методика изложения выше названных тем, в

которой не используется понятие комплексного числа.

1. Нахождение линейно независимых решений однородного уравнения

Дано линейное однородное уравнение второго порядка

$$y'' + py' + qy = 0, \quad (1)$$

где p и q - постоянные действительные числа.

Частные решения уравнения (1) будем искать в виде произведения двух функций от x :

$$y = u(x)v(x), \quad (2)$$

где $u(x)$ и $v(x)$ - неизвестные дважды дифференцируемые функций.

Подставляя (2) в уравнение (1), имеем:

$$u''v + (2v' + pv)u' + (v'' + pv' + qv)u = 0 \quad (3)$$

Выберем функцию v такой, чтобы

$$2v' + pv = 0. \quad (4)$$

Интегрируя, получаем

$$v(x) = e^{-\frac{p}{2}x+c},$$

где c - произвольное постоянное.

Так как нам достаточно какого-нибудь отличного от нуля решения уравнения (4), то за функцию $v(x)$ возьмем функцию, соответствующую случаю $c = 0$:

$$v(x) = e^{-\frac{p}{2}x}.$$

Подставляя найденное значение $v(x)$ в (2) и в (3), получим, что решение имеет вид

$$y = u(x)e^{-\frac{p}{2}x}, \quad (5)$$

где функция $u(x)$ является ненулевым решением уравнения.

$$u'' - \frac{p^2 - 4q}{4}u = 0 \quad (6)$$

Заметим, что число $D = p^2 - 4q$ является дискриминантом квадратного уравнения

$$k^2 + pk + q = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) называется характеристическим уравнением уравнения (1).

Чтобы получить два линейно независимых решений уравнения (1), достаточно взять в качестве $u(x)$ два линейно независимых решения уравнения (6). Уравнение (6) является уравнением, допускающее понижение порядка.

Введя в нем замену

$$u' = z(u), \quad u'' = z \frac{dz}{du},$$

преобразуем его в уравнение первого порядка относительно функции z и интегрируя его получим его общий интеграл:

$$z^2 - \frac{D}{4}u^2 = c_1,$$

где $D = p^2 - 4q$ - дискриминант характеристического уравнения (7), c_1 - произвольная постоянная.

Введя обратную замену $z = u'$ получим дифференциальное уравнение первого порядка относительно функции $u(x)$

$$u'^2 - \frac{D}{4}u^2 = c_1 \quad (8)$$

Ход решения уравнения (8) зависит от знака дискриминанта D характеристического уравнения (7). Рассмотрим каждый из случаев $D > 0$, $D = 0$ и $D < 0$ отдельно.

Случай 1: $D = p^2 - 4q > 0$.

Так как нам достаточно двух линейно независимых решения, то в данном случае, мы можем ограничиваться в уравнении (8) значением постоянной $c_1 = 0$:

$$u'^2 - \frac{D}{4}u^2 = 0.$$

В силу $D > 0$, левую часть уравнения можно разложить на множители:

$$\left(u' - \frac{\sqrt{D}}{2}u\right)\left(u' + \frac{\sqrt{D}}{2}u\right) = 0.$$

Отсюда имеем:

$$u' - \frac{\sqrt{D}}{2}u = 0 \text{ или } u' + \frac{\sqrt{D}}{2}u = 0.$$

Интегрируя эти уравнения, получим

$$u = e^{\frac{\sqrt{D}}{2}x+c_2} \text{ или } u = e^{-\frac{\sqrt{D}}{2}x+c_3}.$$

Полагая $c_2 = 0$ и $c_3 = 0$ получим два линейно независимых решения уравнения (8):

$$u_1(x) = e^{\frac{\sqrt{D}}{2}x}, u_2(x) = e^{-\frac{\sqrt{D}}{2}x}.$$

Подставляя их поочередно, в (5) получим два линейно независимых решения уравнения (1):

$$y_1 = e^{\frac{-p+\sqrt{D}}{2}x}, \quad y_2 = e^{\frac{-p-\sqrt{D}}{2}x} \text{ или}$$

$$y_1 = e^{-k_1x}, \quad y_2 = e^{-k_2x},$$

где $k_1 = \frac{-p+\sqrt{D}}{2}$ и $k_2 = \frac{-p-\sqrt{D}}{2}$ - корни характеристического уравнения (7).

Случай 2: $D = 0$.

В этом случае из (8) получим уравнение вида

$$u'^2 = c_1 \text{ или } u' = c_4$$

Откуда $u(x) = c_4x + c_5$.

Полагаясь в начале, что $c_4 = 0$ и $c_5 = 1$, затем $c_4 = 1$ и $c_5 = 0$ получим два линейно независимых решения уравнения (8):

$$u_1(x) = 1, \quad u_2(x) = x.$$

Подставляя их поочередно, в (5) имеем

$$y_1 = e^{-\frac{p}{2}x}, \quad y_2 = xe^{-\frac{p}{2}x} \quad \text{или} \quad y_1 = e^{k_1x}, \quad y_2 = xe^{k_1x},$$

где $k_1 = -\frac{p}{2}$ единственный корень характеристического уравнения (7).

Случай 3: $D < 0$.

В этом случае уравнение (8) можно записать в виде

$$u'^2 + \left(\frac{\sqrt{-D}}{2} u \right)^2 = c_1.$$

Так как левая часть уравнения неотрицательная, то надо полагать $c_1 \geq 0$. Но при $c_1 = 0$ уравнение (8) имеет только нулевое решение $u \equiv 0$, поэтому полагаем $c_1 = c_6^2$, где $c_6 > 0$.

$$u'^2 + \left(\frac{\sqrt{-D}}{2} u \right)^2 = c_6^2$$

$$u' = \sqrt{c_6^2 - \left(\frac{\sqrt{-D}}{2} u \right)^2} \quad \text{или} \quad u' = -\sqrt{c_6^2 - \left(\frac{\sqrt{-D}}{2} u \right)^2}.$$

Решая первое уравнение, получим

$$u = \frac{c_6}{\frac{\sqrt{-D}}{2}} \sin \left(\frac{\sqrt{-D}}{2} x + c_7 \right).$$

Отсюда, задавая произвольной постоянной c_7 различные значения, разности которых не кратны числу π можно получить бесконечную систему линейно независимых функций.

Выбирая для простоты сначала

$$c_6 = \frac{\sqrt{-D}}{2}, \quad c_7 = 0,$$

затем

$$c_6 = \frac{\sqrt{-D}}{2}, \quad c_7 = \frac{\pi}{2}$$

получим

$$u_1(x) = \sin \frac{\sqrt{-D}}{2} x, \quad u_2(x) = \cos \frac{\sqrt{-D}}{2} x.$$

Подставляя их поочередно в (5) имеем

$$y_1 = e^{-\frac{p}{2}x} \sin \frac{\sqrt{-D}}{2} x, \quad y_2 = e^{-\frac{p}{2}x} \cos \frac{\sqrt{-D}}{2} x.$$

Резюмируя вышеизложенные, приходим к следующей схеме нахождения линейно независимых частных решений однородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами (1):

$y'' + py' + qy = 0$ - однородное уравнение;

$k^2 + pk + q = 0$ - характеристическое уравнение;

$D = p^2 - 4q$ - дискриминант характеристического уравнения.

Случаи относительно дискриминанта D	Корни характеристического уравнения	Линейно независимые частные решения		Общее решение
		y_1	y_2	
$D > 0$	Характеристическое уравнение имеет два различных корня: $k_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2}$, $k_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}$	$y_1 = e^{k_1 x}$	$y_2 = e^{k_2 x}$	$y_1 = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$
$D = 0$	Характеристическое уравнение имеет единственный корень: $k_1 = -\frac{p}{2}$	$y_1 = e^{k_1 x}$	$y_2 = x e^{k_1 x}$	$y_1 = (c_1 + c_2 x) e^{k_1 x}$
$D < 0$	Характеристическое уравнение не имеет действительных корней: $\alpha = -\frac{p}{2}$, $\beta = \frac{\sqrt{-D}}{2} = \frac{\sqrt{4q - p^2}}{2}$	$y_1 = e^{\alpha x} \cos \beta x$	$y_2 = e^{\alpha x} \sin \beta x$	$y_1 = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

Теперь переходим к построению частного решения неоднородного уравнения.

2. Нахождение частного решения неоднородного уравнения

Ограничимся рассмотрением неоднородного уравнения вида

$$y'' + py' + qy = e^{\alpha x} (a \cos \beta x + b \sin \beta x), \quad (9)$$

где a, b, α, β - постоянные числа, $a^2 + b^2 \neq 0$, $\beta \neq 0$.

Как было показано выше, вид решения однородного уравнения зависит от его коэффициентов p и q .

Естественно, вид решения неоднородного уравнения будет зависеть теперь, не только от коэффициентов p, q , но и от параметров уравнения α и β .

Сначала выясним, при каких p, q, α и β уравнение (9) имеет решения в виде правой части уравнения, то есть в виде

$$y = e^{\alpha x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x), \quad (10)$$

где A и B - постоянные числа.

Подставляя функцию (10) в уравнение (9) и приравнявая коэффициенты соответственно при $\cos \beta x$ и $\sin \beta x$, находящиеся по разные стороны уравнения получим, что функция (10) будет решением уравнения (9), если только пара A и B

будет решением системы

$$\begin{cases} (\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2)A + \beta(2\alpha + p)B = a \\ -\beta(2\alpha + p)A + (\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2)B = b \end{cases} \quad (11)$$

Данная система имеет решение тогда и только тогда, когда p, q, α и β удовлетворяют одному из условий

$$\alpha^2 + p\alpha + q \neq \beta^2 \text{ или } \alpha \neq -\frac{p}{2}, \text{ то есть}$$

$$\alpha \neq -\frac{p}{2} \text{ или } \beta^2 \neq \frac{4q - p^2}{4} = \frac{-D}{4}. \quad (12)$$

При этом

$$\begin{cases} A = \frac{a(\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2) - b\beta(2\alpha + p)}{(\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2) + \beta^2(2\alpha + p)^2} \\ B = \frac{b(\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2) + a\beta(2\alpha + p)}{(\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2) + \beta^2(2\alpha + p)^2} \end{cases} \quad (13)$$

Таким образом мы пришли к выводу, что уравнение (9) имеет решение вида (10), тогда и только тогда, когда выполнено условие (12), при этом значения A и B , при которых (10) будет решением (9), можно найти по формулам (13).

В случае невыполнения условия (12), то есть когда

$$\alpha = -\frac{p}{2} \text{ и } \beta^2 = -\frac{D}{4} \quad (14)$$

согласно приведенному нами выше выводу, функция вида (10) не может быть решением уравнения (9). В этом случае решение уравнения (9) ищем в более общем виде:

$$y = e^{\alpha x}(u(x)\cos \beta x + v(x)\sin \beta x), \quad (15)$$

где $u(x)$ и $v(x)$ дважды дифференцируемые неизвестные функций.

Подставляя функцию (15) в уравнение (9) с учетом (14) приходим к тому, что функция вида (15) будет решением уравнения (9) при любых $u(x)$ и $v(x)$ удовлетворяющих уравнениям

$$-2\beta u' + v'' = b \text{ и } u'' + 2\beta v' = a. \quad (16)$$

Если функции $u(x)$ и $v(x)$ искать в виде

$$u(x) = Ax \text{ и } v(x) = Bx,$$

где A и B - неизвестные постоянные, то уравнения (16) преобразуются в линейные алгебраические уравнения

$$-2\beta A = b \text{ и } 2\beta B = a,$$

каждые из которых, в силу условия $\beta \neq 0$, имеет единственное решение

$$A = -\frac{b}{2\beta} \text{ и } B = \frac{a}{2\beta} \quad (17)$$

Таким образом мы пришли к выводу: если $\alpha = -\frac{p}{2}$ и $\beta^2 = -\frac{D}{4}$, то решение уравнения (9) можно искать в виде

$$y = xe^{\alpha x}(A \cos \beta x + B \sin \beta x),$$

где A и B - постоянные числа определяемые равенствами (17).

Резюмируя вышеизложенные приходим к следующей схеме нахождения частного решения неоднородного уравнения (9):

$$y'' + py' + qy = e^{\alpha x}(a \cos \beta x + b \sin \beta x) - \text{неоднородное уравнение, } a^2 + b^2 \neq 0, \beta \neq 0.$$

$$D = p^2 - 4q - \text{дискриминант характеристического уравнения.}$$

№	Случай относительно p, q, α и β	Вид частного решения неоднородного уравнения	Постоянные A и B
I	$\alpha \neq -\frac{p}{2}$ или $\beta^2 \neq -\frac{D}{4}$	$y = e^{\alpha x}(A \cos \beta x + B \sin \beta x)$	$A = \frac{a(\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2) - b\beta(2\alpha + p)}{(\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2) + \beta^2(2\alpha + p)^2},$ $B = \frac{b(\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2) + a\beta(2\alpha + p)}{(\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2) + \beta^2(2\alpha + p)^2}$
II	$\alpha = -\frac{p}{2}$ и $\beta^2 = -\frac{D}{4}$	$y = xe^{\alpha x}(A \cos \beta x + B \sin \beta x)$	$A = -\frac{b}{2\beta},$ $B = \frac{a}{2\beta}$

В данной схеме показаны формулы для нахождения постоянных A и B , в которых особенно в случае I, не легко запомнить, поэтому целесообразно предложить студентам найти A и B подстановкой решения соответствующего вида в уравнение (9).

1. Ильин В.А., Куркин А.В. Высшая математика.-М.: Проспект, 2002.-592 с.
2. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. Учебник.-М.: 1998.-463 с.
3. Крамер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. -М.: Банки и биржи, 1998.-471 с.

ӘОЖ 378. 1: 53: 51(574)

М.Т. Бекжігітова

ЭЛЕМЕНТАР МАТЕМАТИКА КУРСЫНДА ШЫҒАРЫЛАТЫН ФИЗИКАЛЫҚ МАЗМҰНДЫ ЕСЕПТЕРДІҢ ЖІКТЕЛУІ

(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ)

Мақалада физикалық мазмұнмен берілген есептің топтамалары берілген. Пәнаралық есептерді шешудің математикалық әдісінің рөлі ашылған. Математикалық модельді құрудың кезеңдері көрсетілген. Физика мен математиканы оқытудағы ойлау тәжірибелерінің рөлі ашылған. Математиканың көмегімен физикалық заңдылықтарды зерттеу ұсынылады.

В статье рассмотрена классификация задач с физическим содержанием. Раскрыта

роль метода математического моделирования в решении межпредметных задач. Показаны этапы составления математической модели. Раскрыта роль мысленного эксперимента в изучении физики и математики. Излагается исследование физических закономерностей с помощью математики.

Classification of problems with physical contents is considered in the article. The function of mathematical modeling method for solving interdisciplinary problems is revealed. The stages of constructing a mathematical model are shown. The role of mental experiment in studying Physics and Mathematics is shown. Research of physical laws with a help of Mathematics is presented.

Физикалық мазмұнды пәнаралық есептерді шешуде математикалық модельдеу әдісінің қолданылуына байланысты оларды жіктеп көрсетуге болады (Кесте 1).

Кесте 1. Физикалық мазмұнды пәнаралық есептердің жіктелуі

Реті	Физикалық мазмұнды пәнаралық есептер
	Математикалық модельдеуге қажетті барлық шамалар есеп шартында көрсетілген есептер (№1).
	Есеп шартында берілген модельді алдын-ала ыңғайлырақ басқа түрге келтіріп алуды қажет ететін есептер (№2).
	Есеп шартында математикалық модель құруда қандай шамалар арасында байланыс орнату керектігі және ол үшін қажетті мәліметтермен қамтылған есептер (№3).
	Математикалық модель құру үшін қажетті мәліметтер есеп шартында көрсетілген, бірақ қай шаманы аргумент ретінде алу керегі айтылмаған (№4).
	Математикалық модельдеудің үш кезеңі де қарастырылатын есептер (№5).
	Нақты физикалық құбылысқа қатысты талаптар ғана тұжырымдалған есептер (№6).
	Математикалық модельдеуге қажетті кейбір шамаларды алдын-ала есептеп алу немесе анықтамалық құралдардан тұрақтылардың мәнін табуды қажет ететін есептер (№7).

Мысалдар қарастырамыз.

Математикалық модельдеуге қажетті барлық шамалар есеп шартында көрсетілген есепті шешу кезінде модельдеуді математикалық тұрғыдан зерттеп, нәтижені қарастырылған құбылыстың терминдерін, ұғымдарын пайдаланып түсіндіру қажет.

№1. Материялық нүктенің уақытқа тәуелділігі $v(t) = v(0) + at$ және $x(t) = x(0) + v(0) \cdot t + \frac{at^2}{2}$ заңдарымен өрнектеледі. Қозғалыстағы нүкте бастапқы мезетте ($t = 0$), координаталар басында ($x = 0$) болса және жылдамдықтың уақытқа тәуелділігі $v = 6t$ теңдеуімен берілсе материялық нүктенің 300 м-ге орын ауыстыруға жұмсаған уақытын табыңыздар.

Бұл есепті шешу теңүдемелі қозғалысты сипаттайтын жылдамдық - $v(t) = v(0) + at$ пен орын ауыстырудың - $x(t) = x(0) + v(0) \cdot t + \frac{at^2}{2}$ формулаларын салыстыра отырып квадрат теңдеуді шешуге келіп тіреледі. Есеп шарты бойынша $v(0) = 0, a = 6, x(0) = 0$. Демек, орын ауыстыру $x = 3t^2$ заңдылығымен сипатталады. Егер $x = 300$ болса, онда $3t^2 = 300$. Көрсетілген толымсыз квадрат теңдеудің екі

шешімі бар: $t_1 = -10$ және $t_2 = 10$. Бірақ, уақыт физикалық шама ретінде тек оң мән қабылдайтындықтан ($t > 0$) $t = 10$ болады. Яғни, 10 секунд өткенде материялық нүкте 300 м қашықтыққа орын ауыстырады. *Жауабы: 10 с.*

Есеп шартында берілген моделді алдын-ала ыңғайлырақ басқа түрге келтіріп алуды қажет ететін есепті қарастырайық.

№2. Еңіске қарай жүріп бара жатқан поездың қозғалысы $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ және $v = v_0 + at$ заңдылықтарымен сипатталады. Поездың еңіс басталған жердегі жылдамдығы қандай? Поездың 20 с ішінде 340 м жүргені және жылдамдығын 19 м/с-қа арттырғаны белгілі.

Берілген математикалық моделді жүйе түрінде жазып алып шығарған ыңғайлы (теңдеулер жүйесін шешу әдістерін қарастырғанда осы есепті ұсынуға болады):

$$\begin{cases} S = v_0 t + \frac{at^2}{2} \\ v = v_0 + at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = v_0 + \frac{at^2}{2} \\ v_0 = v - at \end{cases} \Rightarrow S = (v - at) + \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2(vt - S)}{t^2} \quad (1)$$

(1) өрнекті $v_0 = v - at$ өрнегіне қоямыз: $v_0 = v - 2 \cdot \frac{vt - S}{t}$.

Егер есеп шартында берілген мәліметтерді ескерсек,

$$v_0 = 19 - 2 \cdot \frac{19 \cdot 20 - 340}{20} = 19 - 4 = 15 \left(\frac{м}{с} \right) \quad \text{Жауабы: } 15 \frac{м}{с}$$

Бұл есептерді шығарту барысында білім алушылардың түрлі математикалық, физикалық есептерді шешуде белсенді қолданылатын теңдеу шешу, өрнектерді теңбе-тең түрлендіру, т.б. математикалық іскерліктері мен дағды-ларын жетілдіруге болады.

Есеп шартында математикалық модель құруда қандай шамалар арасында байланыс орнату керектігі және ол үшін қажетті мәліметтермен қамтылған есепке мысал келтірейік.

№3. Кішкене шар тыныштық күйден 20 см/с^2 үдеумен көлбеу науаның бойымен домалайды. Жүрген жолдың уақытқа тәуелділігін сипаттайтын теңдеуді жазыңыздар. 90 см жол жүру үшін шар қанша уақыт қозғалады?

Есеп шартында сипатталған жағдайдың математикалық моделін құру үшін теңдеумен қозғалысты сипаттайтын формуланы еске түсіру керек: $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Есептің шарты бойынша $v_0 = 0$, сондықтан шардың қозғалысы $S = \frac{at^2}{2}$ формуласымен

сипатталады. Демек $10 \cdot t^2 = 90$ теңдеуін (қарастырылған ахуалдың математикалық моделін) шешу арқылы қойылған сұраққа жауап беруге болады: $t = 3 \text{ с}$ ($t > 0$ болғандықтан, -3 саны есептің шешімі бола алмайды). *Жауабы: 3 с.*

Математикалық модель құру үшін қажетті мәліметтер есеп шартында көрсетілген, бірақ қай шаманы аргумент ретінде алу керектігі айтылмаған есепті қарастырайық. Бұл топтағы есептерде модель ішінде шешуде қажет болатын шамалардың кестелік мәндері, физикалық тұрақтылар берілмеуі мүмкін, оларды студенттер өз беттерінше табуы керек.

№4. Дене 20 м/с жылдамдықпен тік жоғары лақтырылған. Дене қандай уақыт аралығы өткенде 15 м биіктікте болады?

Шешуі: Математикалық модель құру кезінде ең алдымен есептің шартындағы

құбылыстың $h = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ формуласымен сипатталатынын еске түсіру керек. Есеп шарты бойынша $h_0 = 0$, демек бұл есепті шешу $15 = 20t - 5t^2, 5t^2 - 20t + 15 = 0$ квадрат теңдеуін шешуге келіп тіреледі: $t_1 = 1c, t_2 = 3c$.

Яғни, дене 15 м биіктікте 2 рет бола алады: 1 с және 3 с өткен соң.

Жауабы: 1 с және 3 с.

Математикалық модельдеудің үш кезеңі де қарастырылатын есептердің міндеті білім алушыларды болмысты зерттеуде (оның ішінде физикалық құбылыстарды) қолданылатын математикалық модельдеу әдісімен тереңірек таныстыру, олардың математикалық білімін тереңдету және жетілдіру. Мысал қарастырайық.

№5. Автомобиль қандай да бір бастапқы жылдамдықпен теңүдемелі қозғалып келеді. Автомобиль берілген қашықтықты қанша уақытта жүріп өтеді?

Бұл есепті параметрлі квадрат теңдеулерді шешу тақырыбын қарастырғанда шешуге болады. Математикалық модель құру үшін белгілеулер енгіземіз: автомобильдің бастапқы жылдамдығы: v_0 (m/c), үдеуі: a (m/c^2), берілген қашықтық S (м), қозғалыс уақыты t (с).

Есепті шешу үшін теңүдемелі қозғалыс үшін $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ формуласын пайдаланамыз.

$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ өрнегін мына квадрат теңдеуге келтіреміз: $at^2 + 2v_0 t - 2S = 0$, мұндағы a - квадрат теңдеудің бірінші коэффициенті, $2v_0$ - екінші коэффициенті, $-2S$ -

үшінші коэффициенті. Алынған теңдеудің шешімін $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$

(b - жұп сан) формуласы бойынша есептейміз ($D = v_0^2 + 2aS > 0$, теңдеудің екі шешімі бар):

$$t_1 = \frac{-v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2aS}}{a} \quad \text{және} \quad t_2 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2aS}}{a}. \quad \text{Бірақ, } t > 0 \text{ болғандықтан,}$$

$$t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2aS}}{a}.$$

Бастапқы жылдамдығы (v_0) мен үдеуі (a) берілген теңүдемелі қозғалған автомобиль S қашықтықты $\frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2aS}}{a}$ с уақытта жүріп өтеді.

$$\text{Жауабы: } \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2aS}}{a}$$

Нақты физикалық құбылысқа қатысты талаптар ғана тұжырымдалған есептерді шешудің ерекшеліктерін қарастырамыз.

№6. Үстелдің шетінде бір нәрсені (тиындық, резеңке) қойып, шертіп еденге түсірдіңіз делік. Нәрсенің бастапқы жылдамдығын қалай есептеп шығаруға болады?

Белгілеулер енгіземіз: h - үстелдің биіктігі, S - ұшудың горизонталь

қашықтығы, t - нәрсенің ұшу уақыты, v_0 - бастапқы жылдамдығы.

Бұл типтегі есептерді шешу барысында студенттер ең алдымен есеп шартында қарастырылған құбылысты толық сөзбен сипаттау үшін ойша эксперимент жасайды. Жасалған экспериментті сипаттайтын формуланы (құбылыстың математикалық моделін) жазып, ұшу уақытын тауып алуға болады:

$$h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$

Горизонталь бағыттағы қозғалыс бірқалыпты, себебі үдеудің (g) тек вертикаль құраушысы бар. Сонда, нәрсенің горизонталь бағытта ұшу қашықтығы мына формуламен өрнектеледі: $S = v_0 t$. Осыдан $v_0 = \frac{S}{t}$ (2). Демек, (1) \rightarrow (2): $v_0 = S \sqrt{\frac{g}{2h}}$

$$\text{Жауабы: } v_0 = S \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

Мұндай есептерді шешкенде білім алушылар берілген шаманы сипаттау үшін қандай математикалық модель алу керегін немесе шамалардың қайсысын өлшеуді, өлшеу нәтижелері бойынша соңғы нәтижені алуды өздері шеше білуі керек. Бұл түрдегі есептер жоғарыда аталған есептерден қандай да бір физикалық заңдылықтарды математика құралдарымен зерттеу жөніндегі практикалық жұмыстармен ерекшеленеді.

Сонымен математикалық модельдеумен байланысты сұрақтарды оқып үйренгенде оқытудың барлық деңгейінде пәнаралық материалға сүйенеміз.

Пәнаралық есептерді шешудің негізінде сәйкес математикалық және физикалық материалдарды білу, сонымен қатар математикалық модельдеу әдісін есеп шешуде қолдана білу іскерлігі жатыр. Математикалық модель құрып алған соң есептің пәнаралық сипатын қарастырмаймыз, есептің математикалық мазмұнына назар аударамыз.

«Математикалық модельдеу» ұғымының мәнін және технологиясын пәнаралық есептерді шығару барысында әңгіме жүргізу арқылы түсіндіруге болады.

Алынған (1), (2) өрнектер есепте сипатталған ахуалдың (физикалық құбылыстың) математикалық моделі. Мұндай модель құру үшін көп жағдайларға назар аудармадық: биіктік дәл 10 м, көлбеу бұрыштары дәл 30° және 60° болуы, туристтің жылдамдығы бүкіл жол бойы өзгермеуі мүмкін емес. Ауа кедергісін ескермедік, дене ешбір кедергіге кездеспей көтерілгенде және түскенде түзу сызықтың белгілі бір бөлігімен қозғалды деп есептедік. Яғни, біз құбылысты жуықтап сипаттадық.

2-кезең (модель ішінде шешу):

$$S = 10 \left(\frac{1}{\sin 30^\circ} + \frac{1}{\sin 60^\circ} \right) = 10 \left(2 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right) \approx 31,8 (м),$$

$$|\vec{r}| = 10 \left(\frac{1}{\operatorname{tg} 30^\circ} + \frac{1}{\operatorname{tg} 60^\circ} \right) = 10 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \right) \approx 22,9 (м)$$

3-кезең. $|\vec{r}| < S$, яғни орын ауыстырудың модулі жүрілген жолдың сан мәнінен аз. Бұлай болуы мүмкін. Демек, алынған жауап есептің нақты мағынасына сәйкес келеді.

Алынған мәннің есеп шартында сипатталған ахуалға сай келуін үшбұрыштар теңсіздігі бойынша да тексеруге болады: Үшбұрыштың кез келген қабырғасы оның басқа екі қабырғасының қосындысынан кіші, бірақ оның айырымының модулінен

артық болады $(20 - \frac{20\sqrt{3}}{3} < 22,9 < 31,8)$.

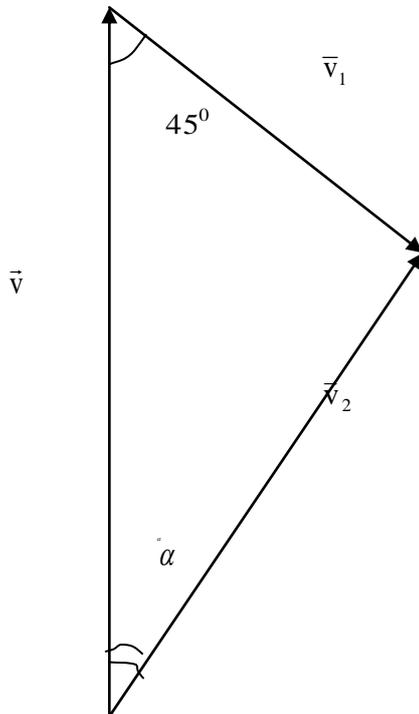
Жауабы: 31,8 м., 22,9 м.

Математикалық модельдегі кейбір шамаларды алдын-ала есептеп алу немесе анықтамалық құралдардан тұрақтылардың мәнін табуды қажет ететін есепке мысал келтірейік.

№7. Тікұшақтың қозғалысын сипаттайтын сызба 1-суретте берілген $\left(\frac{\sin \alpha}{v_1} = \frac{\sin 45^\circ}{v_2}\right)$, мұндағы v_2 - тікұшақтың жермен салыстырғандағы жылдамдығы. Тікұшақтың ауамен салыстырғандағы жылдамдығы (v) 25 м/с. Егер солтүстік батыстан меридианға 45° бұрыш жасай жел соқса, тікұшақтың меридианнан шығысқа қарай ұшатын бағыты арасындағы бұрышы (α), яғни тікұшақтың курсы қандай болғаны? Желдің жылдамдығы (v_1) 10 м/с.

Бұл есепті шешу үшін алдын-ала тригонометриялық функциялардың берілген бұрыштардағы мәндерін білу керек. Сонымен қатар тікұшақтың жермен салыстырғандағы жылдамдығын (v_2) есептеп алу керек. Ол үшін косинустар теоремасын пайдаланамыз (1-сурет):

$$v_2^2 = v_1^2 + v^2 - 2v_1v \cos 45^\circ, \quad v_2 = \sqrt{v_1^2 + v^2 - \sqrt{2}v_1v}, \quad v_2 \approx 19,3 \text{ (м/с)}.$$



Сурет 1. №7 есепті шешуге арналған көмекші модель

Енді есеп шартында берілген қатынастан алынатын өрнекті қарастырамыз:
 $\sin \alpha = \frac{v_1 \cdot \sin 45^\circ}{v_2}$. Осыдан $\sin \alpha \approx 0,3664$.

В. М. Брадистің төрт таңбалы математикалық кестесін ([154], 526.) пайдаланып табатынымыз: $\alpha \approx 21^\circ 30' = 21,5^\circ$.

Жауабы: тікұшақтың меридианнан шығысқа қарай ұшатын бағыты арасындағы бұрышы $21,5^\circ$

Мұндай есептерді шешу барысында білім алушылар математикалық модельдеу әдісін күнделікті өмірде кездесетін мәселелерді шешуге пайдалануға дағдыланады.

1. Володарский В.Е. Физические задачи на уроках математики. // Математика в школе, 1976, №4, с. 35-37.
2. Касаткина И.Л. Репетитор по физике. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика /Под ред. Т.В. Шкиль. – Ростов н/Д: изд-во «Феникс», 2000.-896с.
3. Рымкевич А.П., Рымкевич П.А. Сборник задач по физике для 8-10 классов средней школы. Издание второе.-М.: Просвещение, 1976.-208с.

УДК 517.956.3+519.642.5

М.А. Бектемесов¹, Д.Б. Нурсейтов² С.Е. Касенов¹

ЗАДАЧА ПРОДОЛЖЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

(¹г.Семипалатинск, Семипалатинский Государственный Педагогический Институт, ²г.Алматы, КазНТУ им. К.Сатпаева, ³КазНПУ имени Абая)

Мақалада Гельмгольц теңдеуі үшін жалғастыру есебі қарастырылады. Бастапқы есепті кері есепке келтіреміз. Кері есепті операторлық түрде қарастырамыз. Ары қарай операторлық теңдеу шешімін арнайы функционалды минимизациялау есебіне келтіреміз. Функционал градиенті жазылған. Тура және кері есеп шешімін екінші айнымалы бойынша Фурье түрінде іздейміз.

В данной работе рассматривается задача продолжения для уравнения Гельмгольца. Исходную задачу сведем к обратную задачу. Рассмотрим обратную задачу в операторном виде. Далее мы сведем решение операторного уравнения к задаче минимизации целевого функционала. Выписан градиент функционала. Решение прямой и обратной задачи будем искать в виде Фурье по второй переменной.

In this paper we consider the extension problem for the Helmholtz equation. The initial problem is reduced to the inverse problem. Consider the inverse problem in operator form. Next, we reduce the solution of operator equation to the problem of minimizing the objective functional. The gradient of the functional is written. Solution of direct and inverse problems will be sought in the form of Fourier series in the second variable.

Введение. Рассмотрим начально-краевую задачу для уравнения Гельмгольца в области $\Omega = (0, l) \times (0, \pi)$:

$$u_{xx} + u_{yy} + k^2 u = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (1)$$

$$u_x(0, y) = 0, \quad y \in [0, \pi], \quad (2)$$

$$u(0, y) = f(y), \quad y \in [0, \pi], \quad (3)$$

$$u_y(x, 0) = u_y(x, l) = 0, \quad x \in [0, l]. \quad (4)$$

Задача (1) – (4) является некорректной. Для численного решения задачи мы сведём её к сначала обратной задаче $Aq = f$ по отношению к некоторой прямой (корректной задаче). Далее мы сведём решение операторного уравнения $Aq = f$ к задаче минимизации целевого функционала $J(q) = \langle Aq - f, Aq - f \rangle$ [1].

Сведение исходной задачи к обратной задаче. Покажем, что решение исследуемой задачи (1) – (4) можно свести к решению обратной задачи по отношению

к некоторой прямой (корректной) задаче.

В качестве прямой задачи будем рассматривать следующую задачу

$$u_{xx} + u_{yy} + k^2 u = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (5)$$

$$u_x(0, y) = 0, \quad y \in [0, \pi], \quad (6)$$

$$u(l, y) = q(y), \quad y \in [0, \pi], \quad (7)$$

$$u_y(x, 0) = u_y(x, l) = 0, \quad x \in [0, l]. \quad (8)$$

Обратную задачу сформулируем следующем образом: найти $q(y) = u(l, y)$, используя соотношения (5) – (6), (8) и дополнительную информацию

$$u(0, y) = f(y), \quad y \in [0, \pi], \quad (9)$$

Введем оператор

$$A: q(y) = u(l, y) \mapsto f(y) = u(0, y).$$

Тогда обратную задачу можно записать в операторной форме

$$Aq = f.$$

Для численного решения задачу $Aq = f$ рассмотрим задачу минимизации целого функционала

$$J(q) = \int_0^\pi [u(0, y; q) - f(y)]^2 dy \quad (10)$$

Будем минимизировать квадратичный функционал (10) методом сопряженных градиентов. Пусть известно приближение q^n . Последующее приближение определим из:

$$q_{n+1} = q_n - \alpha_n p_n \quad (11)$$

где $p_0 = J'(q_0)$, $p_{n+1} = J'(q_{n+1}) - \beta_{n+1} p_n$, $\beta_{n+1} = -\frac{\|J'(q_{n+1})\|^2}{\|J'(q_n)\|^2}$ и $\alpha_n = \arg \min_{\alpha} J(q_n - \alpha p_n)$.

Вывод формулы для градиента функционала.

Зададим приращение $q + \delta q$. Тогда имеем:

$$\delta u = \tilde{u} - u = u(x, y; q + \delta q) - u(x, y; q) \quad (12)$$

Используя обозначение (12) вычисляем приращение J :

$$\begin{aligned} J(q + \delta q) - J(q) &= \int_0^\pi [u(0, y; q + \delta q) - f(y)]^2 dy - \int_0^\pi [u(0, y; q) - f(y)]^2 dy \\ &= \int_0^\pi \delta u(0, y; \delta q) \cdot 2[u(0, y; q) - f(y)] dy + o(\|\delta u\|) = \int_0^\pi \delta u(0, y; \delta q) \cdot \psi(0, y) dy + o(\|\delta u\|). \end{aligned} \quad (13)$$

Получим задачу для приращения $\delta u(x, y; q)$. Для этого используем уравнения (5) – (8).

Имеем:

$$\tilde{u}_{xx} + \tilde{u}_{yy} + k^2 \tilde{u} = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (14)$$

$$\tilde{u}_x(0, y) = 0, \quad y \in [0, \pi], \quad (15)$$

$$\tilde{u}(l, y) = q + \delta q, \quad y \in [0, \pi], \quad (16)$$

$$\tilde{u}_y(x, 0) = \tilde{u}_y(x, l) = 0, \quad x \in [0, l]. \quad (17)$$

Из соотношений (14) – (17) вычтем соотношения (5) – (8) и, учитывая (12), получим для приращения следующую задачу:

$$\delta u_{xx} + \delta u_{yy} + k^2 \delta u = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (18)$$

$$\delta u_x(0, y) = 0, \quad y \in [0, \pi], \quad (19)$$

$$\delta u(l, y) = \delta q, \quad y \in [0, \pi], \quad (20)$$

$$\delta u_y(x,0) = \delta u_y(x,l) = 0, \quad x \in [0,l]. \quad (21)$$

Вычисление градиента

Умножая (18) на произвольную функцию ψ и проинтегрируем по x от 0 до l , по y от 0 до π , имеем:

$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^l \int_0^\pi [\delta u_{xx} + \delta u_{yy} + k^2 \delta u] \psi dx dy = \int_0^\pi \psi \delta u_x \Big|_0^l dy - \int_0^\pi \psi_x \delta u \Big|_0^l dy + \int_0^l \int_0^\pi \psi_{xx} \delta u dx dy \\ &+ \int_0^l \psi \delta u_y \Big|_0^\pi dx - \int_0^l \psi_y \delta u \Big|_0^\pi dx + \int_0^l \int_0^\pi \psi_{yy} \delta u dx dy + \int_0^l \int_0^\pi k^2 \psi \delta u dx dy = \int_0^l \int_0^\pi [\psi_{xx} + \psi_{yy} + k^2 \psi] \delta u dx dy \\ &+ \int_0^\pi (\psi(l,y) \delta u_x(l,y) - \psi(0,y) \delta u_x(0,y)) dy - \int_0^\pi (\psi_x(l,y) \delta u(l,y) - \psi_x(0,y) \delta u(0,y)) dy \\ &+ \int_0^l (\psi(x,\pi) \delta u_y(x,\pi) - \psi(x,0) \delta u_y(x,0)) dx - \int_0^l (\psi_y(x,\pi) \delta u(x,\pi) - \psi_y(x,0) \delta u(x,0)) dx \end{aligned}$$

Откуда, с учетом (18) – (21) и полагая $\psi(l,y) = 0$, $\psi_y(x,\pi) = 0$, $\psi_y(x,0) = 0$, вытекает постановка сопряженной задачи:

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} + k^2 \psi = 0, \quad (x,y) \in \Omega, \quad (22)$$

$$\psi(l,y) = 0, \quad y \in [0,\pi], \quad (23)$$

$$\psi_x(0,y) = 2(u(0,y;q) - f(y)), \quad y \in [0,\pi], \quad (24)$$

$$\psi_y(x,\pi) = \psi_y(x,0) = 0, \quad x \in [0,l], \quad (25)$$

Тогда

$$\langle J'q, \delta q \rangle = \int_0^l \psi_x(l,y) \delta q dy.$$

По определению главная часть приращения функционала есть градиент, т.е.

$$J'q = \psi_y(l,y). \quad (26)$$

здесь $\psi(x,y)$ есть решение сопряженной задачи (22) – (25).

Решение прямой задачи

Решение прямой задачи (5) – (8) будем искать в виде:

$$u(x,y) = \sum_{m=0}^{+\infty} a_m(x) \cos my. \quad (27)$$

Поставим (27) в (5) – (8) и получим

$$a_m'' + (k^2 - m^2) a_m = 0, \quad (28)$$

$$a_m'(0) = 0, \quad (29)$$

$$a_m(l) = q_m. \quad (30)$$

здесь $q_m = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi q(y) \cos my dy$. (28) – (30) линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами Тогда решение задачи (28) – (30) имеет вид $e^{\lambda x}$ [2]. Поставив уравнение получаем значение λ .

$$\lambda = \begin{cases} \pm \sqrt{m^2 - k^2} & m > k \\ \pm \sqrt{|m^2 - k^2|}i & m < k \\ 0 & m = k \end{cases}$$

Отсюда получаем общее решение

$$a_m(x) = \begin{cases} C_1 e^{\omega_{mk}x} + C_2 e^{-\omega_{mk}x} & m > k \\ C_1 \cos \omega_{mk}x + C_2 \sin \omega_{mk}x & m < k \\ C_1 + C_2 x & m = k \end{cases}$$

здесь $\omega_{mk} = \sqrt{|m^2 - k^2|}$. Из условия (29) и (30) находим C_1 и C_2

$$1. m > k \quad \begin{cases} a'_m(0) = C_1 \omega_{mk} - C_2 \omega_{mk} = 0 \\ a_m(l) = C_1 e^{\omega_{mk}l} + C_2 e^{-\omega_{mk}l} = q_m \end{cases} \Rightarrow C_1 = C_2 = \frac{q_m}{e^{\omega_{mk}l} + e^{-\omega_{mk}l}} \quad a_m(x) = \frac{q_m (e^{\omega_{mk}x} + e^{-\omega_{mk}x})}{e^{\omega_{mk}l} + e^{-\omega_{mk}l}} = \frac{q_m \operatorname{ch}(\omega_{mk}x)}{\operatorname{ch}(\omega_{mk}l)}$$

$$2. m < k \quad \begin{cases} a'_m(0) = C_2 \omega_{mk} = 0 \\ a_m(l) = C_1 \cos \omega_{mk}l = q_m \end{cases} \Rightarrow C_1 = \frac{q_m}{\cos(\omega_{mk}l)} \quad C_2 = 0 \quad a_m(x) = \frac{q_m \cos(\omega_{mk}x)}{\cos(\omega_{mk}l)}$$

$$3. m = k \quad \begin{cases} a'_m(0) = C_2 = 0 \\ a_m(l) = C_1 = q_m \end{cases} \Rightarrow C_1 = q_m \quad C_2 = 0 \quad a_m(x) = q_m$$

Итак получаем решение задачи (28) – (30):

$$a_m(x) = \begin{cases} \frac{q_m \operatorname{ch}(\omega_{mk}x)}{\operatorname{ch}(\omega_{mk}l)} & m \geq k \\ \frac{q_m \cos(\omega_{mk}x)}{\cos(\omega_{mk}l)} & m < k \end{cases} \quad (31)$$

Вывод уравнения для решения обратной задачи

В (27) полагая $x = 0$, получаем выражение для $f(y)$:

$$f(y) = u(0, y) = \sum_{m=0}^{+\infty} a_m(0) \cos my = \sum_{m=0}^{+\infty} f_m \cos my.$$

Теперь преобразуем целевого функционала

$$J(q) = \int_0^\pi [u(0, y; q) - f(y)]^2 dy = \int_0^\pi \left[\sum_{m=0}^{+\infty} (a_m(0; q) - f_m) \cos my \right]^2 dy = \frac{\pi}{2} \sum_{m=0}^{+\infty} (a_m(0; q) - f_m)^2. \quad (32)$$

Решение сопряженной задачи

Решение сопряженной задачи (22) – (25) будем искать в виде:

$$\psi(x, y) = \sum_{m=0}^{+\infty} b_m(x) \cos my. \quad (33)$$

Поставим (33) в (22) – (25) и получим

$$b_m'' + (k^2 - n^2) b_m = 0, \quad (34)$$

$$b_m(l) = 0, \quad (35)$$

$$b_m'(0) = \varphi_m. \quad (36)$$

здесь $\varphi_m = \frac{4}{\pi} \int_0^\pi (u(0, y) - f(y)) \cos my dy$. (34) – (36) линейное дифференциальное уравнение

второго порядка с постоянными коэффициентами Тогда решение задачи (34) – (36)

имеет вид $e^{\lambda x}$ [2]. Поставив уравнение получаем значение λ .

$$\lambda = \begin{cases} \pm \sqrt{m^2 - k^2} & m > k \\ \pm \sqrt{|m^2 - k^2|}i & m < k \\ 0 & m = k \end{cases}$$

Отсюда получаем общее решение

$$a_m(x) = \begin{cases} C_1 e^{\omega_{mk} x} + C_2 e^{-\omega_{mk} x} & m > k \\ C_1 \cos \omega_{mk} x + C_2 \sin \omega_{mk} x & m < k \\ C_1 + C_2 x & m = k \end{cases}$$

здесь $\omega_{mk} = \sqrt{m^2 - k^2}$. Из условия (35) и (36) находим C_1 и C_2

1. $m > k$

$$\begin{cases} b_m(l) = C_1 e^{\omega_{mk} l} + C_2 e^{-\omega_{mk} l} = 0 \\ b'_m(0) = C_1 \omega_{mk} - C_2 \omega_{mk} = \varphi_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = C_1 e^{2\omega_{mk} l} \\ C_1 \omega_{mk} + C_1 \omega_{mk} e^{2\omega_{mk} l} = \varphi_m \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\varphi_m}{\omega_{mk} (1 + e^{2\omega_{mk} l})} = \frac{\varphi_m e^{-\omega_{mk} l}}{2\omega_{mk} \operatorname{ch}(\omega_{mk} l)} \\ C_2 = -\frac{\varphi_m e^{2\omega_{mk} l}}{\omega_{mk} (1 + e^{2\omega_{mk} l})} = \frac{\varphi_m e^{\omega_{mk} l}}{2\omega_{mk} \operatorname{ch}(\omega_{mk} l)} \end{cases}$$

$$b_m(x) = \frac{\varphi_m (e^{\omega_{mk}(x-l)} - e^{-\omega_{mk}(x-l)})}{2\omega_{mk} \operatorname{ch}(\omega_{mk} l)} = \frac{\varphi_m \operatorname{sh}(\omega_{mk}(x-l))}{\omega_{mk} \operatorname{ch}(\omega_{mk} l)}$$

2. $m < k$

$$\begin{cases} b_m(l) = C_1 \cos \omega_{mk} l + C_2 \sin \omega_{mk} l = 0 \\ b'_m(0) = C_2 \omega_{mk} = \varphi_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = \frac{\varphi_m}{\omega_{mk}} \\ C_1 = -\frac{\varphi_m \sin(\omega_{mk} l)}{\omega_{mk} \cos(\omega_{mk} l)} \end{cases}$$

$$b_m(x) = \frac{\varphi_m (-\sin(\omega_{mk} l) \cos(\omega_{mk} x) + \sin(\omega_{mk} x) \cos(\omega_{mk} l))}{\omega_{mk} \cos(\omega_{mk} l)} = \frac{\varphi_m \sin(\omega_{mk}(x-l))}{\omega_{mk} \cos(\omega_{mk} l)}$$

3. $m = k$

$$\begin{cases} b_m(l) = C_1 + C_2 l = 0 \\ b'_m(0) = C_2 = \varphi_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = -\varphi_m l = 0 \\ C_2 = \varphi_m \end{cases} \quad b_m(x) = \varphi_m (x-l)$$

Итак получаем решение задачи (34) – (36):

$$b_m(x) = \begin{cases} \frac{\varphi_m \operatorname{sh}(\omega_{mk}(x-l))}{\omega_{mk} \operatorname{ch}(\omega_{mk} l)} & m > k \\ \frac{\varphi_m \sin(\omega_{mk}(x-l))}{\omega_{mk} \cos(\omega_{mk} l)} & m < k \\ \varphi_m (x-l) & m = k \end{cases}$$

1. Кабанихин С.И., Бектемесов М.А., Нурсейтова А.Т. Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы / Алматы – Новосибирск: ОФ «Международный фонд обратных задач», 2006.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969.

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

(г. Алматы, КазНПУ им. Абая, г. Туркистан, МКТУ им. Ясави,
г. Ташкент, Институт Востоковедения)

Мақалада бөлшек ретті жылу өткізгіштік тендеуінің жалпыламасы болып табылатын бөлшек ретті Капуто мағынасындағы дифференциалдау операторы қатынасының тендеу үшін Ионкин-Самарский типіндегі локальды болмаған есеп зерттелген.

Есеп шешімінің жалғыздығы туралы теорема дәлелденген. Айнымалыларды ажырату әдісімен есеп шешімінің бар болуын қамтамасыз ететін шарттар табылған.

В работе для уравнения с оператором дробного дифференцирования в смысле Капуто, обобщающее известное уравнение теплопроводности изучается одна нелокальная задача типа Ионкина-Самарского.

Доказана теорема единственности решения этой задачи. Применяя метод разделения переменных найдены условия, обеспечивающие существование решения задачи.

In the work for equation with fractional differentiation operator in the sense of Caputo, which generalizing well known heat conduction equation, one non-local problem of Ionkin-Samarskii type studied.

The uniqueness theorem of the solution of this problem is proved. Applying the method of separation of variables was found conditions, which is providing of existence of solution.

В настоящей работе для уравнения дробного порядка с оператором дробного дифференцирования в смысле Капуто изучается задача типа Ионкина-Самарского. Рассматриваемое уравнение обобщает известное уравнение теплопроводности. Применяя метод разделения переменных доказаны теоремы о единственности и существования регулярного решения этой задачи.

Введение. Пусть $0 < \alpha$ - некоторое действительное число. Для функции $f(t)$ заданной на $(0, T)$, $T < \infty$ введем следующий оператор

$$I^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} f(s) ds, \quad t > 0.$$

Этот оператор называется оператором дробного интегрирования Римана-Лиувилля α -порядка [1, 2].

Пусть $\alpha = n + \mu$, $n = 0, 1, \dots$, $0 < \mu < 1$. Для заданного α и функции $f(t)$, имеющей на интервале $(0, T)$ производную $(n+1)$ -го порядка, оператором дробного дифференцирования в смысле Капуто называется выражение, определяемое равенством [2]

$${}_c D_{0,t}^\alpha f(t) = I^{(n+1-\alpha)} f^{(n+1)}(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\mu)} \int_0^t (t-s)^{-\mu} f^{(n+1)}(s) ds$$

Заметим, что, так как $I^\alpha f(x) \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} I^0 f(t) = f(t)$ почти всюду [1], то при целых значениях $\alpha = n$ можно принять

$${}_c D_{0,t}^\alpha f(t) = \frac{d^n f(t)}{dt^n}.$$

Рассмотрим уравнения

$${}_c D_{0t}^\alpha u(x,t) = u_{xx} \quad (1)$$

в области $\Omega = \{(x,t): 0 < x, t < 1\}$.

Известно что, если рассмотреть уравнение с оператором дробного дифференцирования в смысле Римана-Лиувилля то в начальных условиях нужно задавать значение дробного интеграла искомой функции, а если рассмотреть оператор Капуто, то в отличии от оператора дробного дифференцирования Римана-Лиувилля в начальных условиях можно задать значение самой функции или её производных.

В данной работе для уравнения теплопроводности дробного порядка (1) в области Ω доказаны теоремы устанавливающие однозначную разрешимость задачи с нелокальными условиями. Близкие задачи к рассматриваемым нами задачам, рассмотрены в работах [1-11].

Постановка задачи. Для уравнения (1) в области Ω рассмотрим следующую нелокальную задачу.

Задача NS. Найти решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$u(x,0) = au(x,1) + \varphi(x), 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

$$u_x(0,t) = 0, 0 < t < 1 \quad (3)$$

$$u(0,t) = u(1,t), 0 \leq t \leq 1 \quad (4)$$

где a - заданное действительное число, а $\varphi(x)$ - заданная достаточно гладкая функция.

Отметим, что задача NS было анносировано р в работе [7].

Под регулярным решением задачи NS будем понимать функцию $u(x,t)$ такую, что $u \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega \cup \{x=0, 0 < t < 1\})$, ${}_c D_{0t}^\alpha u, u_{xx} \in C(\Omega)$ удовлетворяющую уравнению (1) в области Ω и условиям (2)-(4).

Единственность решения. Имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Пусть a - действительное число, такая, что для любого $k=1,2,\dots$ выполняется условия

$$1 - \alpha E_{\alpha,1}(-4k^2\pi^2) \neq 0 \quad (5)$$

Тогда, если существует решение задачи NS, то оно единственно.

Здесь $E_{\alpha,\beta}(z)$ —известная функция Миттаг-Леффлера, которая имеет вид [12]

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}$$

Для доказательства теоремы нам понадобятся некоторые вспомогательные факты. Известны следующие утверждения [9,12].

Лемма 1. Системы функций

$$X_0(x) = 1, X_{2k-1}(x) = \cos 2\pi kx, X_{2k}(x) = x \sin 2\pi kx, k = 1,2,\dots, \quad (6)$$

и

$$Y_0(x) = 2(1-x), Y_{2k-1}(x) = 4(1-x)\cos 2\pi kx, Y_{2k}(x) = 4\sin 2\pi kx, k = 1,2,\dots, \quad (7)$$

являются биортонормированными системами.

Лемма 2. Системы функций (6) и (7) замкнуты в пространстве $L_2(0,1)$.

Лемма 3. Системы функций (6) и (7) образует базис Рисса в $L_2(0,1)$.

Лемма 4. Пусть функция $f(t)$ принадлежит классу $L_1(0,l)$. Тогда интегральное уравнение

$$y(t) = f(t) + \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} y(s) ds, t \in (0,l)$$

где $\alpha > 0$, λ - произвольный комплексный параметр, имеет единственное решение

$$y(t) = f(t) + \lambda \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(\lambda(t-s)^\alpha) f(s) ds, \quad t \in (0, l),$$

принадлежащее классу $L_1(0, l)$.

Доказательство леммы 4 приведено в [12].

Лемма 5. Пусть $0 < \alpha < 1$. Тогда общее решение уравнения

$${}_C D_{0t}^\alpha y(t) - \lambda y(t) = 0$$

принадлежащее классу $C^1(0, \ell) \cap L_1(0, \ell)$ имеет вид

$$y(t) = c \cdot E_{\alpha,1}(\lambda t^\alpha), \quad c = \text{const.}$$

Доказательство последней леммы приведено в [7].

Доказательство теоремы 1. Пусть $u(x, t)$ - решение задачи NS. Следуя [10] рассмотрим функции

$$u_0(t) = 2 \int_0^1 u(x, t)(1-x) dx \quad (8)$$

$$u_n(t) = 4 \int_0^1 u(x, t)(1-x) \cos(2\pi n x) dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (9)$$

$$v_n(t) = 4 \int_0^1 u(x, t) \sin(2\pi n x) dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

Рассмотрим функцию (8). Действуя оператором ${}_C D_{0t}^\alpha$ и учитывая уравнение (1), имеем

$${}_C D_{0t}^\alpha u_0(t) = 2 \int_0^1 {}_C D_{0t}^\alpha u(x, t)(1-x) dx = 2 \int_0^1 u_{xx}(x, t)(1-x) dx$$

Интегрируя по частям последний интеграл, учитывая условия (3),(4), получим, что функция $u_0(t)$ удовлетворяет следующему уравнению

$${}_C D_{0t}^\alpha u_0(t) = 0. \quad (11)$$

Отсюда, применяя лемму 5, получим, что общее решение уравнение (11) имеет вид

$$u_0(t) = C, \quad C = \text{const} \quad (12)$$

Из (8), учитывая условия (2), получим

$$u_0(0) - a u_0(1) = 2 \int_0^1 (u(x, 0) - a u(x, 1))(1-x) dx$$

или

$$u_0(0) = a u_0(1) + 2 \int_0^1 \varphi(x)(1-x) dx \quad (13)$$

Удовлетворяя в (12) условию (13), учитывая условия (5) получим единственное решение задачи (11), (13) в виде

$$u_0(t) = \frac{2}{1-a} \int_0^1 \varphi(x)(1-x) dx \quad (14)$$

Рассмотрим функцию (10). Применяя оператор ${}_C D_{0t}^\alpha$ к функции $v_k(t)$ под знаком интеграла и учитывая уравнение (1), получим

$${}_c D_{0t}^\alpha v_k(t) = 4 \int_0^1 {}_c D_{0t}^\alpha u(x,t) \sin 2n\pi x dx = 4 \int_0^1 u_{xx}(x,t) \sin 2n\pi x dx$$

Интегрируя по частям в последнем интеграле, с учетом условия (3), (4) имеем

$${}_c D_{0t}^\alpha v_n(t) + 4\pi^2 n^2 v_n(t) = 0 \quad (15)$$

Из (10), учитывая условие (2), получим, что $v_k(t)$ удовлетворяет условию

$$v_n(0) = av_n(1) + 4 \int_0^1 \varphi(x) \sin(2\pi n x) dx, \quad n = 1, 2, \dots$$

Таким образом, функции $v_k(t)$ являются решениями следующей нелокальной задачи:

$${}_c D_{0t}^\alpha v_n(t) + 4\pi^2 n^2 v_n(t) = 0, \quad v_n(0) = av_n(1) + 4 \int_0^1 \varphi(x) \sin(2\pi n x) dx \quad (16)$$

Отсюда, применяя лемму 5, легко показать, что при выполнении условия (5), решение задачи (16) существует, единственно и имеет вид

$$v_n(t) = \frac{4}{1 - aE_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2 t^\alpha)} \int_0^1 \varphi(x) \sin(2\pi n x) dx \cdot E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2 t^\alpha) \quad (17)$$

Аналогичным образом, применяя оператор ${}_c D_{0t}^\alpha$ к функции (9) и учитывая уравнение (1), получим

$${}_c D_{0t}^\alpha u_n(t) = 4 \int_0^1 {}_c D_{0t}^\alpha u(x,t) (1-x) \cos(2k\pi x) dx = 4 \int_0^1 u_{xx}(x,t) (1-x) \cos(2k\pi x) dx.$$

Так как

$$\begin{aligned} \int_0^1 u_{xx}(x,t) (1-x) \cos(2n\pi x) dx &= 4n\pi \cdot \int_0^1 u(x,t) \cdot \sin(2n\pi x) dx - \\ &- (2n\pi)^2 \int_0^1 u(x,t) \cdot (1-x) \cos(2n\pi x) dx = n\pi v_n(t) - (n\pi)^2 u_n(t) \end{aligned}$$

для нахождения функции $u_n(t)$ получим следующее уравнение

$${}_c D_{0t}^\alpha u_n(t) + 4n^2 \pi^2 u_n(t) = 4n\pi v_n(t) \quad (18)$$

Из (2),(9) также получим, что функция удовлетворяет нелокальному условию вида

$$u_n(0) = au_n(1) + 4 \int_0^1 \varphi(x) (1-x) \cos(2\pi n x) dx \quad (19)$$

Отсюда, с учетом лемму 5 и условия (5), получим единственное решение задачи (18)-(19) в виде

$$\begin{aligned} u_n(t) &= \frac{1}{1 - aE_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2 t^\alpha)} \left[2\pi n a \int_0^1 s^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-4\pi^2 n^2 s^\alpha) v_n(1-s) dx + \right. \\ &\left. + 4 \int_0^1 \varphi(x) (1-x) \cos(2\pi n x) dx \right] \cdot E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2 t^\alpha) + 4\pi n \int_0^t s^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-4\pi^2 n^2 s^\alpha) v_n(t-s) ds \end{aligned} \quad (20)$$

где $v_n(t)$ - решение задачи (16) которая которое определяется по формуле (17).

С помощью формул (14), (17) и (20) нетрудно доказать единственность решения задачи NS.

Действительно, пусть $u(x, y)$ решение однородной задачи NS ($\varphi(x) \equiv 0$ на $[0, 1]$). Тогда из формул (14), (17) и (20) следует, что $u_0(t) = 0$, $v_n(t) = 0$, $u_n(t) = 0$, $n = 1, 2, \dots$

В силу полноты системы функций (7) в $L_2(0, 1)$, $u(x, t) \equiv 0$ в $\bar{\Omega}$ [10]. Тем самым единственность решения задачи NS доказано.

Существование решения. Докажем существование решения задачи. Имеет место

Теорема 2. Пусть выполняется условия (5), $\varphi(x) \in C^{3+\delta}[0, 1]$, $0 < \delta < 1$, $\varphi'(0) = 0$, $\varphi(0) = \varphi(1)$, $\varphi''(0) = \varphi''(1)$ Тогда решение задачи NS существует и оно представимо в виде суммы ряда

$$\begin{aligned} u(x, t) = & \frac{2}{1-a} \int_0^1 \varphi(\tau)(1-\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2 t^\alpha)}{1-a \cdot E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2)} \int_0^1 \varphi(\tau) \sin 2\pi n \tau d\tau \cdot x \sin 2\pi n x + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8\pi n}{1-a \cdot E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2)} \cdot \left[\frac{a \cdot E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2 t^\alpha)}{1-a \cdot E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2)} F(1) + 2F(t) \right] \cos(2\pi n x) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2 t^\alpha)}{1-a \cdot E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2)} \int_0^1 \varphi(\tau)(1-\tau) \cos(2\pi n \tau) d\tau \cdot \cos(2\pi n x) \end{aligned}$$

где

$$F(t) = \int_0^1 \varphi(\tau) \sin(2\pi n \tau) d\tau \cdot \int_0^t s^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-4\pi^2 n^2 s^\alpha) E_{\alpha,1}(-4\pi^2 n^2 (t-s)^\alpha) ds$$

Доказательство. Поскольку системы функций

$$1, \{\cos 2\pi n x\}_{n=1}^{\infty}, \{x \sin 2\pi n x\}_{n=1}^{\infty}$$

образует базис Рисса в пространстве $L_2(0, 1)$ [10], то функцию $u(x, t)$ можно представить в виде биортогонального ряда

$$u(x, t) = u_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} [u_n(t) \cdot \cos 2\pi n x] + v_n(t) \cdot x \sin 2\pi n x, \quad (21)$$

который, для каждого $t \in (0, 1)$ сходится в $L_2(0, 1)$. Здесь функции $u_0(t)$, $u_n(t)$ и $v_n(t)$ определяются формулами (14), (17) и (20).

Ясно, что функция $u(x, t)$ удовлетворяет уравнению (1) и нелокальным условиям (2)–(4). Остаётся доказать правомерность этих действий. Сначала покажем, что $u \in C(\bar{\Omega})$.

Очевидно, что

$$|u(x, t)| \leq |u_0(t)| + \sum_{n=1}^{\infty} [|u_n(t)| + |v_n(t)|]$$

Далее, используя асимптотику функции Миттаг-Леффлера с отрицательным аргументом [12]

$$|E_{\alpha,1}(z)| \leq \frac{M}{1+|z|}$$

и учитывая (17), (20) легко показать, что ряд

$$\left| \int_0^1 \varphi(x)(1-x) dx \right| + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left| \int_0^1 \varphi(x) \cdot \sin 2\pi n x dx \right| + \left| \int_0^1 \varphi(x) \cdot (1-x) \cos 2\pi n x dx \right| \right] \quad (22)$$

является мажорантой для ряда (21). Исследуем сходимость последнего ряда.

Обозначим

$$\varphi_n = \int_0^1 \varphi(x) \cdot \sin 2\pi n x dx, \quad \tilde{\varphi}_n = \int_0^1 \varphi(x) \cdot (1-x) \cos 2\pi n x dx$$

и оценим φ_n . Интегрируя по частям два раза, учитывая при этом условия, наложенные на функцию $\varphi(x)$, имеем

$$\varphi_n = \int_0^1 \varphi(x) \cdot \sin 2\pi n x dx = \frac{1}{2\pi n} \int_0^1 \varphi'(x) \cdot \cos 2\pi n x dx$$

Так как $\varphi(x) \in C^{3+\delta}[0,1]$, отсюда получим, что $|\varphi_n| \leq \frac{C}{n^2}$, $n \in N$, где C – положительная постоянная. Таким же образом получим, что $|\tilde{\varphi}_n| \leq \frac{C}{n^2}$, $n \in N$.

Таким образом, числовой ряд (22) сходится. Тогда, как следует из теоремы Вейерштрасса, ряд (21) сходится абсолютно и равномерно в области $\bar{\Omega}$ и значит его сумма $u(x,t)$ является непрерывной функцией в области $\bar{\Omega}$.

Теперь покажем, что ${}_c D_{0,t}^\alpha u(x,t) \in C(\Omega)$.

Применяя, формально оператор ${}_c D_{0,t}^\alpha$ к (21), получаем

$${}_c D_{0,t}^\alpha u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} [{}_c D_{0,t}^\alpha u_n(t) \cdot \cos 2\pi n x + {}_c D_{0,t}^\alpha v_n(t) \cdot x \sin 2\pi n x]$$

или, учитывая (15) и (18)

$${}_c D_{0,t}^\alpha u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} [(4\pi n \cdot v_n(t) - 4\pi^2 n^2 \cdot u_n(t)) \cos 2\pi n x - 4\pi^2 n^2 v_n(t) \cdot x \sin 2\pi n x] \quad (23)$$

Очевидно, что

$$|{}_c D_{0,t}^\alpha u(x,t)| \leq C \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot [u_n(t) + |v_n(t)|] \quad (24)$$

Оценим функции $u_n(t)$ и $v_n(t)$. Из (17) и (20), учитывая асимптотику функции Миттаг-Леффлера, получим, что

Отсюда, учитывая (24), несложно показать, что мажорантным для ряда (23) будет ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left| n^2 \cdot \int_0^1 \varphi(x) \cdot \sin 2\pi n x dx \right| + \left| \int_0^1 \varphi(x) \cdot (1-x) \cos 2\pi n x dx \right| \right],$$

которая сходится в силу условия, наложенные на функцию $\varphi(x)$, с учетом скорости убывания коэффициентов Фурье по тригонометрической системе [13].

Таким образом, ряд (23) сходится абсолютно и равномерно в области Ω и значит ${}_c D_{0,t}^\alpha u(x,t) \in C(\Omega)$. Таким же образом покажем, что $u_{,xx}(x,t) \in C(\Omega)$. Теорема 2 доказано.

Замечание. Как известно изучение спектральных задач с операторами дробного дифференцирования (в смысле Римана – Лиувилля или Капуто) связаны с изучением нулей функции Миттаг-Леффлера. Известно следующая [3]

Лемма 3.5.1. Функция $w(x) = E_{\beta,1}(-x)$ при $0 < \beta \leq 1$ на вещественной оси $-\infty < x < \infty$ является положительным решением дифференциальных неравенств

$$(-1)^n w^{(n)}(x) \geq 0, \quad n = 1, 2, \dots$$

удовлетворяющая краевым условиям

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} w(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} w(x) = \infty$$

Из этой леммы следует, что функция $E_{\beta,1}(-x)$ не имеет вещественных нулей при $0 < \beta \leq 1$. Отсюда получаем, что множество значений a , для которых имеет место неравенство (5) не пусто.

Например, условие (5) выполняется для любых значений a из $(-\infty, 1)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта МОН РК (договор №973 от 2.03.20012 г.)

1. Самко С.Г., Кильбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск, Наука и техника. 1987. –688 с.
2. Псху А.В. Уравнения в частных производных дробного порядка. Москва, Наука. 2005. – 199 с.
3. Нахушев А.М. Элементы дробного исчисления и их приложения. Нальчик. 2000. – 298 с.
4. Ворошилов А.А., Килбас А.А. Задача Коши для диффузионно – волнового уравнения с частной производной. //Дифференциальные уравнения. 2006. Т. 42, № 5. –С. 599-609.
5. Кадиркулов Б.Ж., Турметов Б.Х. Об одном обобщении уравнении теплопроводности. // Uzbek Mathematical Journal. 2006. №3. pp. 40-45.
6. Нахушева З.А. Видоизмененная задача Самарского для нелокального диффузионного уравнения. //Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 1997. Т. 2, № 2. –С. 36-41.
7. Berdyshev A.S., Kadirkulov B., Turmetov B. H.The Samarskii’s problem for a heat conduction equation of the fractional order. Труды Международной научно-практической конференции “Казахстан в новом мире и проблемы национального образования”, посвященную 10-летию университета “Сырдария”. Том III (Естественные науки). Шымкент 2008. – С. 53-58.
8. Berdyshev A.S., Cabada A., Kadirkulov B.J. The Samarskii-Ionkin type problem for the fourth order parabolic equation with fractional differential operator. Computers and Mathematics with Applications. SAMWA),Vol. 62 (2011) pp 3884-3893.
9. Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием. //Дифференциальные уравнения. 1977. Т. 13, № 2. –С. 294-304.
10. Моисеев Е.И. О решении спектральным методом одной нелокальной краевой задачи. //Дифференциальные уравнения. 1999. Т. 35, № 8. –С. 1094-1100.
11. Моисеев Е.И. О разрешимости одной нелокальной краевой задачи. //Дифференциальные уравнения. 2001. Т. 37, № 11. –С. 1565-1567.
12. Джрбашян М.М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. –М., 1966. –672 с.
13. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. – М., 1965. – 615 с.

К ВОПРОСУ О ПРИМЕНЕНИИ ИНТЕРНЕТ РЕСУРСОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ АНГЛИЙСКОМУ ЯЗЫКУ БУДУЩИХ ЭКОЛОГОВ

(г. Туркестан, МКТУ им. А. Ясави)

Бұл мақалада болашақ экология мамандарды даярлау үдерісін ақпараттандыру мәселесі теориялық тұрғыда сипатталады. Интернет технологияларды болашақ экологтарға ағылшын тілін оқыту барысында қолдану жолдары қарастырылады. Интернет технологиялар негізінде қолданбалы бағдарламаларды практикалық тұрғыда пайдалану және де болашақ экология мамандарының коммуникативтік құзырлығын қалыптастыру мәселелері қарастырылады. Сабақта Интернет технологияларды қолдану кезінде болашақ экологтардың пәнге деген қызығушылығы арта түседі. Сонымен қатар, Интернет технологиялар мұғалімге болашақ экология мамандардың шығармашылық жұмысын тексеруге керемет мүмкіншілік береді.

Современные тенденции модернизации образовательных программ требуют внедрения активных методов обучения. Все большее внедрение новых информационных технологий и применение компетентного подхода в учебном процессе вуза приводят к разработке методов подготовки специалистов международного уровня в формировании профессиональной и коммуникативной компетенции будущих специалистов. В статье рассматривается разносторонняя характеристика основных видов деятельности в обучении английскому языку будущих экологов с применением Интернет ресурсов.

This article deals with peculiarities and practical use of Internet technologies in teaching English language of future ecologists in professional training process. Also it shows some significant features of forming communicative competences of future ecologists and shows some aspects and ways of developing communicative and professional competences in teaching English. The Internet technologies are used in teaching different subjects, including English language. On the basis of Internet technology there are forms and methods of the process of developing professional education of future ecologists.

В настоящее время можно с уверенностью утверждать, что Казахстан вступил в полосу успешного опыта реализации принципов Болонского процесса и адаптации его к современным реалиям.

В основных положениях ГОСО РК, утвержденных Приказом Министра образования и науки РК от 17 июня 2011 г., сказано, что образовательные программы специальностей разрабатываются вузом самостоятельно в соответствии с Дублинскими дискрипторами, согласованными с Европейской рамкой квалификаций [1].

В условиях развития современного поликультурного мира имеются все предпосылки для пересмотра значимости учебного предмета "Иностранный язык". Иноязычная подготовка в системе высшего профессионального технического образования должна способствовать формированию у выпускников таких способностей, которые дадут им возможность использовать иностранный язык в качестве инструмента общения в диалоге культур, а так же средства научно-технического общения. Наряду с другими предметами обучение иностранному языку может внести весомый вклад в дело подготовки профессионального специалиста нового поколения, обладающего высоким уровнем культуры, необходимым условием образованности в постиндустриальном обществе.

Сегодня в условиях всемирной глобализации развитие информационных технологий приводит к образованию новых способов использования Интернет ресурсов. В настоящее время в мире наблюдается последовательное и устойчивое

движение к построению информационного общества, которое призвано создавать наилучшие условия для максимальной самореализации каждого человека. Основаниями для такого процесса являются интенсивное развитие компьютерных и телекоммуникационных технологий и создание развитой информационно-образовательной среды [2].

Эти факторы приводят к необходимости активного использования Интернет ресурсов в образовании. Внедрение информационных технологий в образовательный процесс занимает все большее место в преподавании не только естественно-математических, но и гуманитарных дисциплин. Информатизация образования непосредственно связана со становлением телематики – единой компьютерной системы средств массовой информации, объединяющей компьютерные сети, телевидение, спутниковые средства связи, которые позволяют создавать локальные, профессиональные, региональные и глобальные информационные системы. Лидером среди телекоммуникационных технологий стала всемирная сеть Интернет. Сегодня различные средства мультимедийных технологий расширяют возможности преподавателя, оптимизируют изучение языка, делают его увлекательным процессом открытия неизведанного мира английского языка и культуры.

Использование информационных технологий в обучении английскому языку позволяет будущим специалистам экологам иметь доступ к широкому спектру современной информации с целью развития различных компетенций. Применение компьютерных средств, информационных источников сети Интернет способствуют развитию высокого уровня информационной и коммуникативной компетенции, формированию профессионального мышления на английском языке, повышению мотивации к изучению учебных предметов

Обучение английскому языку с применением Интернет ресурсов требует дидактической системы, основанной на компетентностном подходе к образованию. Этот подход базируется на выработке критического и творческого мышления, которые можно формировать при наличии проблемного изложения материала, дополнительного поиска необходимой информации, сравнения противоположных точек зрения, поиска оригинального решения проблемы [3].

Процесс постоянного возрастания роли и увеличения объемов информации сопровождается развитием и совершенствованием информационной техники и технологии. В обществе создаются материальные и организационные предпосылки для развития единой информационной образовательной среды, способствующей овладению будущими специалистами экологами основами информационной культуры, создающей условия для модернизации содержания образования, развития новых образовательных технологий. Одной из ярких иллюстраций стремительного внедрения в жизнь информационных технологий является всемирная сеть – Интернет [4].

Главным предметом изучения английского языка является развитие всех видов иноязычной деятельности и мышления, начиная с устной коммуникации и заканчивая развитием способностей к разноплановой работе с текстом по извлечению информации. Обучение английскому языку является многогранным процессом, что, прежде всего, обусловлено основной целью – развитие личности, способной и желающей участвовать в межкультурной коммуникации на изучаемом языке и самостоятельно совершенствоваться в овладеваемой им иноязычной речевой деятельности. Вузы готовят своих выпускников непосредственно к практической деятельности по различным специальностям, поэтому их подготовка к использованию знаний по английскому языку в связи с будущей специальностью приобретает профессиональную направленность [5].

Коммуникативное обучение английскому языку посредством Интернет ресурсов подчеркивает важность развития коммуникативных и профессиональных способностей будущих специалистов экологов и их желание точно и к месту использовать изучаемый английский язык, для достижения более эффективного общения в профессиональной деятельности. Программа по английскому языку в вузах рассматривают эту дисциплину как самостоятельный курс, основная задача которого – обеспечить будущим специалистам различных отраслей науки и техники практическое владение английским языком в объеме, необходимом для использования знаний по языку в их производственной и профессиональной деятельности. Перед преподавателями английского языка стоит задача по подготовке будущих экологов, инженеров, экономистов, менеджеров и других специальностей к чтению и обсуждению статей по специальности для извлечения научно-технической информации, составлению рефератов и аннотаций по технической литературе на английском языке. Это является ведущей целью обучения английскому языку в вузе [6].

Обучая английскому языку, Интернет ресурсы помогают в формировании умений и навыков разговорной речи, а также в обучении лексике и грамматике, обеспечивая подлинную заинтересованность и, следовательно, эффективность процесса обучения. Более того, Интернет развивает навыки, важные не только для английского языка. Это связано с мыслительными операциями: анализа, синтеза, абстрагирования, сравнения, сопоставления, вербального и смыслового прогнозирования, убеждения и т.д. Приведем некоторые методы, которые можно применять на занятиях английского языка будущих специалистов экологов с использованием Интернет ресурсов.

До просмотра видеосюжета ведется вопрос - ответная работа преподавателя со студентами. Вопросы могут быть заданы как со стороны преподавателя аудитории, конкретному студенту, так и со стороны студента группе, друг другу в паре или же в мини-группе и т.д. Например, преподаватель сообщает студентам тему видеоматериала, который они собираются посмотреть, и предлагает составить устно или письменно 3-4 вопроса по теме.

Teacher: Today we are going to watch a segment about ecological situation in Turkistan. What kind of questions can you think of in connection with environmental pollution in Turkistan? Prepare 3 questions to ask. If you want, you may write them down.

Преподаватель может показать героев в стоп кадре и дать задание студентам угадать кого они предоставляют, их профессию, описать их, будут ли они играть положительных героев или отрицательных, найти различия и сходства в них и т.д.

Teacher: Work with a partner. Compare these characters? What are they? What differences do you notice? Are they positive or negative characters?

Преподаватель может предложить студентам прочитать отрывок текста заполнив пробелы словами данные в рамочке.

Teacher: Read the extract and complete it using words in box.

A chance, created a sensation, involved, make a fortune, risk everything, a comfortable job

a) You are wealthy and have an enormous farm in California, employing hundreds of people. One of them has discovered gold on your property, which has (1) _____. You are passionate about farming and not interested in gold. What are you going to do - ignore the gold rush or get (2) _____?

b) You have (3) _____ in your own country, but you know there is no real future in it. You have just read the newspaper story and realize this is your opportunity to (4) _____. However, the journey to California would be expensive and dangerous. Do you take (5) _____ and (6) _____ or do you stay at home?

Преподаватель может дать студентам послушать ответы героев на определенный вопрос касающийся заданной темы и попросить студентов составить вопрос в

соответствии с ответом.

Teacher: You are going to hear six people answering questions about health and lifestyle. Write questions to match the answers. Then work with a partner and compare your ideas.

1 _____
No, none at all – it's far too much like hard work.

2 _____
The best thing to do would be to do gentle exercise for a while and to gradually increase.

Иногда студенты удивляются различию между культурой своей страны и культурой изучаемого языка и могут быть шокированы. Во избежании так называемого "культурного шока" (culture shock) и сложившего стереотипа по определенной тематике преподавателю необходимо провести упражнения, основанные на сравнениях и выявлении сходств и различий в традициях и обычаях этих народностей, в образе жизни, культуре, истории и т.д. Также нами были применены некоторые упражнения, предназначенные для работы в ходе демонстрационного этапа видеоматериала.

Для полного усвоения языкового материала, предложенного в видеосюжете, аудиозаписи или тексте из Интернет ресурса можно использовать упражнение типа "Дополните пропущенные слова".

Например: Посмотрев видеосюжет, прослушав аудиозапись или прочитав отрывок дополните текст о Берлинской стене необходимыми словами.

Watch the video, listen to the typescript and complete the text about The Berlin Wall story.

From the moment the first wave of East Germans crossed into Berlin in the early hours of this morning (1) _____ with champagne and (2) _____ by a crowd of thousands, it was clear this would be one of Berlin's most dramatic days. East Berliners were overcome as they (3) _____ the border that's been closed to them for twenty-eight years. West Berliners began (4) _____ away at the wall that's (5) _____ their city. There was no interference from the police. By dawn they were on Communist soil, (6) _____ symbols of peace-thousands of them looking East and (7) _____ "Down with the wall."

By late evening, more crowds (8) _____ at the Brandenburg Gate. Here, where Soviet and American tanks (9) _____ each other in the darkest days of the Cold War, Berliners are (10) _____ of new era. There are reports tonight that sections of the wall have been (11) _____. Thousands more East Germans are (12) _____ through checkpoints. The wall that was built overnight is being (13) _____ overnight and across the city, Berliners are (14) _____ with the sense that this is a turning point in German history.

Эффективным и часто используемым заданием для проверки понимания текста является true-false quizzes или работа с неправильными утверждениями.

Decide if these statements are true or false

- a) Becky does judo and sometimes goes skiing at the weekend. _____
- b) James plays five-a-side football. _____
- c) Kevin thinks doing a sport requires too much effort. _____
- d) John thinks he needs to take up a sport. _____

Интересным и эффективным приемом является так называемая дискриминация звука или изображения. После многократного просмотра можно применить дискриминацию звука: преподаватель отключает звук и по ходу видеосюжета студенты произносят видеотекст по ролям.

В ходе после демонстрационного этапа студентам могут быть предложены задания и упражнения следующего рода: Одним из наиболее используемых упражнений является обсуждение просмотренного видеоматериала (Discussion work)

Work in group and discuss the following questions.

- a) *Did you see any of these events happen in live?*
- b) *Have you seen them on television before?*
- c) *Which of those events is the most significant to people in your country?*
- d) *What other significant twenty first century events can you think of?*
- e) *Can you predict what is going to be the next significant world event?*

Ролевые игры дают хорошую возможность студентам использовать языковые и коммуникативные умения и навыки в определенной ситуации. При работе в парах интенсивность и эффективность ролевых игр повышается, т.к. студенты интенсивно вовлекаются в ситуацию. Можно использовать имитационные ролевые игры, близкие к драматизации просмотренного видеосюжета.

Work with a partner. Choose one of the following situations and act out a conversation

Situation 1: You are a foreign student arriving at your English host family's house for the first time.

Situation 2: You are at a friend's house. Your friend has had a bad day at work and needs cheering up.

Создайте и снимите подобный сюжет самостоятельно. Такое задание позволит студентам увидеть себя говорящими на английском языке и будет иметь в большой степени обучающую форму. Создание собственных видеосюжетов может стать целым направлением в работе группы над своим уровнем коммуникативной компетенции. Описанные выше упражнения до просмотра, во время просмотра и после просмотра видео фрагмента это некоторые виды заданий, которые можно использовать на занятиях по английскому языку будущих специалистов экологов с использованием видеоматериалов Интернет ресурсов.

Интерактивность не просто создает реальные ситуации из жизни, но и заставляет будущих специалистов экологов адекватно реагировать на них посредством английского языка. И когда это начинает получаться, можно говорить о языковой и коммуникативной компетенции. Пусть даже при наличии ошибок. Главное умение спонтанно, гармонично реагировать на высказывания других, выражая свои чувства и эмоции, подстраиваясь и перестраиваясь на ходу, т.е. мы можем рассматривать интерактивность как способ саморазвития через Интернет: возможность наблюдать и копировать использование языка, навыки, образцы поведения партнеров; извлекать новые значения проблем во время их совместного обсуждения.

Преимущество использования Интернет ресурсов состоит, прежде всего, в доступности к большому количеству аутентичной информации на английском языке. Аутентичные материалы, взятые из оригинальных источников, характеризуются естественностью лексического наполнения и грамматических форм, ситуативной адекватностью используемых языковых средств, иллюстрирует случаи аутентичного словоупотребления, и которые, хотя и не предназначены специально для учебных целей, но могут быть использованы при обучении английскому языку будущих специалистов экологов [7].

Применяя на практике аутентичные материалы сети Интернет, нужно помнить, что речь идет в любом случае о формировании коммуникативной компетенции, предполагающей владение определенными страноведческими знаниями. Дело здесь не столько в знании достопримечательностей, географических особенностей страны изучаемого языка, сколько в знании особенностей функционирования отдельных лексических единиц, идиоматических выражений в другой культуре, в знании особенностей речевого этикета при общении в разных социальных группах, в разных ситуациях общения. Поэтому столь важно привлекать для дискуссий на уроке живые высказывания носителей языка, полученные из разных ресурсов Интернет.

Организация самостоятельной деятельности обучаемых, с использованием Интернета предполагает использование новейших педагогических технологий, стимулирующих раскрытие внутренних резервов каждого студента и одновременно способствующих формированию социальных качеств личности (умению работать в коллективе, выполняя различные социальные роли, помогая друг другу в совместной деятельности, решая совместными усилиями подчас сложные познавательные задачи) [8].

Используя информационные ресурсы сети Интернет, интегрируя их в учебный процесс, можно более эффективно решать целый ряд дидактических задач:

- формировать навыки и умения чтения будущих специалистов экологов, непосредственно используя материалы сети разной степени сложности;
- совершенствовать умения аудирования будущих специалистов экологов на основе аутентичных звуковых текстов сети Интернет, также подготовленных преподавателем;
- совершенствовать умения письменной речи будущих специалистов экологов, индивидуально или письменно составляя ответы партнерам, участвуя в подготовке рефератов, сочинений, других эпистолярных продуктов совместной деятельности партнеров;
- пополнить словарный запас будущих специалистов экологов, лексикой современного английского языка, отражающего определенный этап развития культуры народа, социального, экономического и политического устройства общества;
- знакомиться с культуроведческими знаниями, включающими в себя речевой этикет, особенности речевого поведения различных народов в условиях общения, особенности культуры, традиций страны изучаемого языка;
- формировать устойчивую мотивацию иноязычной деятельности будущих специалистов экологов на занятиях на основе систематического использования «живых» материалов, обсуждения не только вопросов к текстам учебника, но и актуальных проблем, интересующих всех и каждого.

Использование Интернет ресурсов в обучении английскому языку будущих специалистов экологов, несомненно, несет в себе огромный педагогический потенциал, являясь одним из средств, превращающих обучение английскому языку в живой творческий процесс. Интернет ресурсы усиливают интеллект человека, способствуют развитию логического и оперативного мышления, специализируют восприятие, мышление и память.

1. Государственная программа развития образования Республики Казахстан на 2011-2020 годы. // www.edu.gov.kz .
2. Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании - М.: «Академия», 2008.
3. Титова С.В. Интеграция социальных сетей и сервисов Интернета 2.0 в процесс преподавания иностранных языков: необходимость или блажь?// Вестник Московского университета серия 19 Лингвистика и межкультурная коммуникация. 2008. — № 3.
4. Панина Г.С., Вавилова Л.Н. Современные способы активизации обучения: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Т.С. Панина, Л.Н. Вавилова; Под ред. Т.С. Паниной. – М.: Издательский центр «Академия», 2006.
5. Сергеева М. Э. Новые информационные технологии в обучении английскому языку // Педагог. – 2005.
6. Щукин А.Н. Современные интенсивные методы и технологии обучения иностранным языкам: Учебное пособие. – М.: Филоматис, 2008. – 188 с
7. Смирнов, И.Б. Развитие устной речи учащихся на основе аутентичного художественного фильма //Иностранные языки в школе. – 2006.–№6.– С.11-14.
8. Титова С.В. Информационно-коммуникационные технологии в гуманитарном образовании: теория и практика. – М.: Изд-во МГУ, 2009. – 240 с.

О ВТОРОЙ ЗАДАЧЕ ДАРБУ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ВЫРОЖДЕНИЕМ ТИПА И ПОРЯДКА

(г. Алматы, КазНУ имени аль-Фараби, КазНПУ имени Абая)

Сипаттаушы үшбұрышта реті өзгеретін гиперболалық теңдеу берілген. Теңдеу ретін өзгеретін нүктелер облыстың шекарасында орналасқан. Бір сипаттаушы қисықта және теңдеудің реті өзгеретін қисықта шекаралық шарттар берілген. Есептің шешімінің бар болуы және жалғыздығының қажетті және жеткілікті шарттары табылған.

В характеристическом треугольнике задано гиперболическое уравнение с вырождением порядка. Точки изменения порядка уравнения расположены на границе области. Граничные условия заданы на одной характеристике и на линии вырождения порядка уравнения. Найдены необходимые и достаточные условия существования и единственности решения задачи.

The hyperbolic equation with order degeneration is given in the characteristic triangle. The generation points of order of the equation are on the boundary of the domain. Boundary conditions are given at the one characteristic and on the line of degeneration of the equation order. The necessary and sufficient conditions for existence and uniqueness of the solution are find.

Пусть Ω - конечная односвязная область плоскости переменных x, y , ограниченная отрезком $AB: 0 \leq x \leq 1$ прямой $y=0$ и выходящими из точки $C\left(\frac{1}{2}, y_c\right), y_c > 0$, характеристиками $AC: \xi = 0, BC: \eta = 1$ уравнения

$$yu_{yy} - y^{2m}u_{xx} + \alpha u_y + \rho y^{m-\frac{1}{2}}u_x = f(x, y), m > 0, \quad (1)$$

где α, ρ - действительные постоянные.

Введем обозначения: $D(\alpha, \rho)$ - множество действительных функций $u(x, y)$ с непрерывной в области Ω второй производной по x, y принадлежащих классу

$$u|_{AC} \in C^1(\overline{AC} \setminus A), u|_{BC} \in C^1(\overline{BC} \setminus B);$$

B - принадлежащее $D(\alpha, \rho)$ пространство функций $u(x, y), x, y \in \Omega$, удовлетворяющих наперед заданным условиям на границе $\partial\Omega$ или на ее части; $F = \{f\}$ - пространство достаточно гладких в области Ω функций $f(x, y)$.

Будем считать $k = [\beta], k' = [\beta']$ целыми частями чисел β и β' соответственно.

Задача. Требуется найти решение уравнения (1) $u \in B$, если известно, что $f \in F$ и удовлетворяются условия

$$u|_{AC} = \varphi_1(x), 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \lim_{y \rightarrow 0^+} y^\varepsilon u_y(x, y) = \nu_1(x), \forall x \in I. \quad (2)$$

Теорема. Пусть выполняются условия:

$$1) \quad \alpha < -\frac{1}{2} - 3m, \rho > 0, \beta' + 1 - k' > \mu, \beta + 1 - k > \mu, \mu = \frac{4m}{(2m+1)};$$

2) f - заданная функция из F , и если $\beta = k$, то при $k > k'$ $f, f'_{y, \dots, y^{(k-k')}} \in C(\bar{\Omega})$, а при $k \leq k'$ $f \in C(\bar{\Omega})$, если же $\beta \neq k$, то при $k' \geq k+1$ $f, f'_x \in C(\bar{\Omega})$, при $k = k'$ $f, f'_x, f''_{xy} \in C(\bar{\Omega})$; а при $k' \leq k$ $f, f'_x, f''_{xy}, f'_{y, \dots, y^{(k-k'+1)}} \in C(\bar{\Omega})$;

3) B - пространство функций $u(x, y)$ из $D(\alpha, \rho)$, удовлетворяющих условиям (2), где $\bar{I} = [0, 1]$, $\varphi_1(x), \nu_1(x)$ - заданные функции и, если $\beta = k$, то $\nu_1(x) \in C^k(\bar{I})$, при $k - k' + 1 > 0$ $\varphi_1(x) \in C^{k-k'+1}\left[0; \frac{1}{2}\right]$, а при $k + 1 \leq k'$ $\varphi_1(x) \in C^1\left[0; \frac{1}{2}\right]$; если же $\beta \neq k$, то $\nu_1(x) \in C^{k+1}(\bar{I})$, $\nu_1(0) = \nu'_1(0) = \dots = \nu_1^{(k)}(0) = 0$ при $k - k' + 2 > 0$ $\varphi_1(x) \in C^{k-k'+2}\left[0; \frac{1}{2}\right]$, а при $k + 2 \leq k'$ $\varphi_1(x) \in C^1\left[0; \frac{1}{2}\right]$, ε - заданное положительное число. Тогда для однозначной разрешимости задачи (1) - (2) необходимо и достаточно, чтобы имело место условие $\varepsilon = 2\alpha + 2$.

Доказательство теоремы. Необходимость. Переходя к характеристическим координатам, уравнение (1) перепишем в виде

$$u_{\xi\eta} + \frac{\beta'}{\eta - \xi} u_{\xi} - \frac{\beta}{\eta - \xi} u_{\eta} = \gamma \frac{f(x, y)}{(\eta - \xi)^{\mu}}, (\xi, \eta) \in \Delta, \quad (3)$$

где $\beta' = \frac{1 - 2(\alpha - \rho + m)}{2(2m + 1)}$, $\beta = \frac{1 - 2(\alpha + \rho + m)}{2(2m + 1)}$, $\gamma = \frac{1}{4} \left(\frac{2m + 1}{4} \right)^{\frac{(2m+1)}{2}}$.

При этом область Ω переходит в область Δ , ограниченную прямыми $AC : \xi = 0, BC : \eta = 1, AB : \eta = \xi$, а условия (2) заменяются условиями

$$u(0, \eta) = \varphi_0(\eta), \lim_{\eta - \xi \rightarrow 0} \left[\frac{2m + 1}{4} (\eta - \xi) \right]^{\delta} (u_{\eta} - u_{\xi}) = \nu(\xi), 0 < \xi < 1, \quad (4)$$

где для удобства предположено $\delta = \frac{2m + 2\varepsilon - 1}{2m + 1}$, $\varphi_0(\eta) = \varphi_1\left(\frac{\eta}{2}\right)$, $\nu(\xi) = \nu_1\left(\frac{1 + \xi}{2}\right)$.

В дальнейшем для удобства же вместо независимых переменных (ξ, η) будем пользоваться независимыми переменными $(x, y) \in \Delta$.

Известно, что уравнение (3) эквивалентно соотношению [1,2]

$$\begin{aligned} u(x, y) = & (1-x)^{-\beta} y^{-\beta'} F(\sigma_{01}) u(0, 1) - y^{-\beta'} \int_y^1 \Phi_{\beta'}(\eta) \eta^{\beta+\beta'-1} (\eta-x)^{-\beta} F(\sigma_{0\eta}) d\eta + \\ & + (1-x)^{-\beta} \int_0^x \Psi_{\beta}(\xi) (1-\xi)^{\beta+\beta'-1} (y-\xi)^{-\beta'} F(\sigma_{\xi 1}) d\xi - \\ & - \gamma \int_0^x (y-\xi)^{-\beta'} d\xi \int_y^1 (\eta-\xi)^{\beta+\beta'-\mu} (\eta-x)^{-\beta} F(\sigma_{\xi\eta}) f(\xi, \eta) d\eta, \end{aligned}$$

где $\Phi_{\beta'}(\eta) = \eta u'(0, \eta) + \beta' u(0, \eta)$, $\Psi_{\beta}(\xi) = (1-\xi) u'(\xi, 1) - \beta u(\xi, 1)$, (5)

а $F(\sigma) = F(\beta, \beta', 1; \sigma)$ - гипергеометрическая функция,

$$\sigma_{\xi\eta} = [(x-\xi)(\eta-y)] / [(y-\xi)(\eta-x)]$$

Используя известную формулу для гипергеометрической функции [3]

$$F(a, b, c; z) = (1-z)^{c-a-b} F(c-a, c-b, c; z), \quad \text{Re } c > \text{Re } b, \quad (6)$$

из равенства (5) будем иметь

$$\begin{aligned}
& u_y(x, y) - u_x(x, y) = (y-x)^{-\beta-\beta'} \left\{ (y-x)y^{\beta-1}(1-x)^{\beta'-1} F_1(\sigma_{01})u(0,1) + \right. \\
& \quad \left. + y^{\beta-1}(y-x)^{\beta'-1} \Phi_{\beta'}(y) + \beta'y^{\beta-2}(y-x) \int_y^1 \Phi_{\beta'}(\eta)(\eta-x)^{\beta'-1} F_1(\sigma_{0\eta}) d\eta + \right. \\
& \quad \left. + xy^{\beta-2} \int_y^1 \Phi_{\beta'}(\eta)(\eta-x)^{\beta'-1} F_2(\sigma_{0\eta}) d\eta - \beta'(y-x)(1-x)^{\beta'-1} \int_0^x \Psi_{\beta}(\xi)(y-\xi)^{\beta-2} F_1(\sigma_{\xi 1}) d\xi - \right. \\
& \quad \left. - (1-x)^{\beta'-1} \int_0^x \psi_2(\xi)(y-\xi)^{\beta-2}(x-\xi) F_2(\sigma_{\xi 1}) d\xi + \right. \\
& \quad \left. + \beta'(y-x) \int_0^x (y-\xi)^{\beta-2} d\xi \int_y^2 (\eta-\xi)^{1-\mu} (\eta-x)^{\beta'-1} F_1(\sigma_{\xi 1}) f(\xi, \eta) d\eta - \right. \\
& \quad \left. - (y-x)^{\beta'} \int_0^x (y-\xi)^{\beta-\mu} f(\xi, y) d\xi + \int_0^x (y-\xi)^{\beta-2}(x-\xi) d\xi \int_y^1 (\eta-\xi)^{1-\mu} (\eta-x)^{\beta'-1} F_1(\sigma_{\xi 1}) \cdot \right. \\
& \quad \left. \cdot f(\xi, \eta) d\eta - (y-x)^{\beta'} \int_0^x (y-\xi)^{\beta-\mu} f(\xi, y) d\xi + \int_0^x (y-\xi)^{\beta-2} (x-\xi) d\xi \int_y^1 (\eta-\xi)^{1-\mu} (\eta-x)^{\beta'-1} \cdot \right. \\
& \quad \left. \cdot F_2(\sigma_{\xi \eta}) f(\xi, \eta) d\eta - (y-x)^{\beta} (1-x)^{\beta'-1} \psi_{\beta}(x) + \beta'(y-x)y^{\beta'-1} \int_y^1 \Phi_{\beta'}(\eta)(\eta-x)^{\beta'-2} F_1(\sigma_{0\eta}) d\eta + \right. \\
& \quad \left. + y^{\beta-1} \int_y^1 \Phi_{\beta'}(\eta)(\eta-y)(\eta-x)^{\beta'-2} F_2(\sigma_{0\eta}) d\eta + \beta(y-x)(1-x)^{\beta-2} \int_0^x \varphi_{\beta}(\xi)(y-\xi)^{\beta-1} F_1(\sigma_{\xi 1}) d\xi - \right. \\
& \quad \left. - (1-y)(1-x)^{\beta-2} \int_0^x \psi_{\beta}(\xi)(y-\xi)^{\beta-1} F_2(\sigma_{\xi 1}) d\xi + (y-x)^{\beta} \int_y^1 (\eta-x)^{\beta'-1-\mu} f(x, \eta) d\eta + \right. \\
& \quad \left. + \beta(y-x) \int_0^x (y-\xi)^{1-\mu} (\eta-x)^{\beta'-2} F_1(\sigma_{\xi \eta}) f(\xi, \eta) d\eta + \right. \\
& \quad \left. + \int_0^x (y-\xi)^{\beta-1} d\xi \int_y^1 (\eta-\xi)^{1-\mu} (\eta-x)^{\beta'-2} F_2(\sigma_{\xi \eta}) f(\xi, \eta) d\eta = \quad (7) \right. \\
& = (y-x)^{-\beta-\beta'} Q(x, y),
\end{aligned}$$

где $F_1(z) = F(1-\beta, 1-\beta', 1; z)$, $F_2(z) = F(-\beta_1 - \beta', 2; z)$, $F(z) = F(\beta, \beta', 1; z)$.

Из равенства (7) в силу второго из условий (4) получим

$$\lim_{y \rightarrow x} \left[\frac{2m+1}{4} (y-x) \right]^{\delta} (u_y - u_x) = \nu(x) = \lim_{y \rightarrow x} (y-x)^{\delta-\beta-\beta'} Q(x, y) \cdot \left(\frac{2m+1}{4} \right)^{\delta}. \quad (8)$$

Отсюда в силу того, что $\nu(x) \neq 0, \forall x \in I$, получим

$$\delta - \beta' - \beta = 0. \quad (9)$$

Достаточность. Пусть $\varepsilon = 2\alpha - 2$ или, что то же самое $\delta - \beta' - \beta = 0$. Тогда из равенства (8) получим

$$\text{где} \quad D_{0x}^{-\beta} \Psi_{\beta}(x) = g(x), \quad (10)$$

$$g(x) = -\frac{\Gamma(\beta+2)\Gamma(\beta'+2)}{2\Gamma(2)\Gamma(\beta+\beta'+2)}(1-x)^{1-\beta'}v(x) + \frac{\Gamma(\beta+2)\Gamma(\beta'+2)}{\Gamma(2)\Gamma(\beta)\Gamma(\beta+\beta'+2)} \cdot \left((\beta'-1)x^\beta(1-x)^{1-\beta'} \int_x^1 \varphi_0(\eta)(\eta-x)^{\beta'-2} d\eta + (1-x)^{1-\beta'} \int_0^x (x-\xi)^{\beta-1} d\xi \int_x^1 (\eta-\xi)^{1-\mu} (\eta-x)^{\beta'-1} f(\xi,\eta) d\eta \right), \quad (11).$$

$D_{0x}^{-\beta}$ - оператор дробного дифференцирования в смысле Лиувилля [2,4].

Когда выполнены все требования относительно функций $\varphi_l(x)$, $v(x)$, $f(x,y)$ и параметров β, β', m , из равенства (8) получается интегральное уравнение Абеля (10), которое обратимо и из него единственным образом определяется функция $\psi_\beta(x)$, для которой имеет место оценка [5]: $\psi_\beta(x) = (1-x)^{1-\beta-\beta'} O(1)$.

Поэтому искомая функция $u(x,y) \in B$ находится из формулы (5), где функция $\psi_\beta(x)$ уже известна, переходом от характеристических координат к старым переменным.

Отметим, что характеристики уравнения (1) неравноправны как носители начальных данных [5,6].

1. Darboux G. Lecons sur la theore generale des surfaces et les applications geometriques du calcul infinimal. - Paris. -1889.
2. Нахушев А.М. Обратные задачи для вырождающихся уравнений и интегральные уравнения Вольтерра третьего рода // Дифференциальные уравнения. - 1974, т. 10, №1, стр. 100 - 111.
3. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их применения. - М.: Физматгиз. - 1963. - 380 с.
4. Нахушев А.М. О задаче Дарбу для вырождающихся гиперболических уравнений // Дифференциальные уравнения, 1971, т.7, №1, стр.49 - 56.
5. Елдесбаев Т. Об обратной задаче для уравнения Эйлера - Дарбу - Пуассона. Дифференциальные уравнения, 1975, т.11, №1, стр.47 - 59.
6. Кальменов Т.Ш. Критерий непрерывности решения задачи Гурса для одного вырождающегося гиперболического уравнения // Дифференциальные уравнения, 1972, т.2, №1, стр.41 - 54.

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

(г. Алматы, КазНПУ им. Абая, * - студент)

Бұл жұмыста өнеркәсіптік робот манипуляторының қозғалыс дәрежесі бойынша орналасу дәлдігін анықтау сұрақтары қарастырылады. Орналасу дәлдігін анықтаудың бірнеше әдістеріне шолу жасалған. Орналасу дәлдігінің негізгі көрсеткіштері анықталған. Орналасу дәлдігін қосымша ПРН-2010 қондырғысын пайдалана отырып анықтау әдісі қарастырылған. Нақты орналасу облысын анықтау көрсетілген.

Данная работа затрагивает вопросы определения точности позиционирования по степеням подвижности манипулятора промышленного робота. Озвучиваются несколько методы определения точности. Определены главные показатели точности позиционирования. Рассматривается метод определения точности с применением вспомогательного прибора ПРН-2010. Показан получения области практического достоверного попадания.

This paper addresses issues determining positioning accuracy in powers of the mobility of the robot arm industrial robot. Voiced by several methods for determining accuracy. Identify key indicators of the accuracy of positioning. Describes a method for determining the accuracy with the use of an auxiliary device PRN-2010. Shows the receiving area of significant practical impact.

Точность позиционирования является одной из важнейших характеристик промышленного робота. Она определяет возможность использования его для выполнения заданных технологических процессов. Точность манипулятора промышленного робота характеризуется абсолютной линейной погрешностью позиционирования центра схвата. Промышленные роботы делятся на группы с малой ($\Delta r_M < 1\text{мм}$), средней ($0.1\text{мм} < \Delta r_M < 1$) и высокой ($\Delta r_M < 0.1\text{мм}$) точностью позиционирования. При осуществлении технологических операций перемещающийся схват (рабочий инструмент) останавливается не в заданной точке, а в ее окрестностях. Величина этого отклонения называется ошибкой или погрешностью позиционирования. [2].

Главным показателем точностной оценки промышленного робота является суммарная погрешность позиционирования всех исполнительных механизмов, приведенная к фактическому конечному положению схвата (рабочего органа). Основными причинами погрешностей, возникающих при позиционировании, являются технологические неточности изготовления звеньев манипулятора и изделий, с которыми он взаимодействует, зазоры в соединениях кинематических цепей, упругие деформации, вибрации, неточности сборки отдельных узлов, неточности функционирования систем управления, неточное взаимодействие автономных приводов различных звеньев. Определение погрешностей представляет собой сложную задачу и в общем виде аналитически не решено. Поэтому на практике выявляют каждую составляющую из указанных ошибок и разрабатывают меры по их исключению. Технологические неточности изготовления звеньев робота устанавливаются отраслевыми стандартами, регламентирующими их максимальные значения. Для определения точности позиционирования анализируют влияние каждого источника ошибок при одновременном движении всех звеньев манипулятора. Изучение таких элементарных операций позволяет сформировать общую оценку точности

позиционирования и определить мероприятия по устранению ошибок.

Точность манипуляторов определяется погрешностями позиционирования характеристической точки схвата (точка М) и погрешностями угловой ориентации схвата. Погрешности позиционирования определяются технологическими отклонениями размеров звеньев манипулятора, зазорами в кинематических парах манипулятора и механизмов приводов, деформациями (упругими и температурными) звеньев, а также погрешностями системы управления и датчиков обратной связи.

В последнее время широко применяются следующие три направления повышения точности позиционирования манипуляторов. Первое направление нацелено на то, чтобы обеспечить нужную точность позиционирования манипулятора, путем исключения люфтов, изгибов звеньев, температурных расширений. Второе – создание средств адаптации для использования робота в недетерминированной среде. Третье направление заключается в предварительной аттестации каждого образца манипулятора и служит для уменьшения систематической погрешности позиционирования рабочего органа робота. Исследования погрешности позиционирования в лабораторных условиях может быть проведены несколькими методами:

а) Установка вала, удерживаемого захватом, в неподвижную втулку с горизонтальной или вертикальной осью. Разница в диаметрах вала и втулки должна соответствовать паспортной погрешности позиционирования. Расположение оси втулки рекомендуется выбирать исходя из основного назначения ПР.

б) Закрепление в захватном устройстве промышленного робота карандаша или иглы и программирование повторных перемещений до касания "мишени", выполненной из миллиметровой бумаги. Этот метод позволяет оценить погрешность позиционирования по двум координатным осям, но неприемлем для промышленного робота с высокой точностью позиционирования, а затем провести статистическую обработку результатов.

в) Определение погрешности позиционирования в двух взаимно перпендикулярных плоскостях с помощью индикаторов или других показывающих приборов, установленных в точках позиционирования.[1]

В данной работе рассматривается определения точности позиционирования захвата манипулятора промышленного с использованием вспомогательного прибора ПРН-2010 - предназначенного для предварительной настройки инструмента в инструментальных блоках станков токарной группы с программным управлением по заданным размерам в двух заданных координатах.

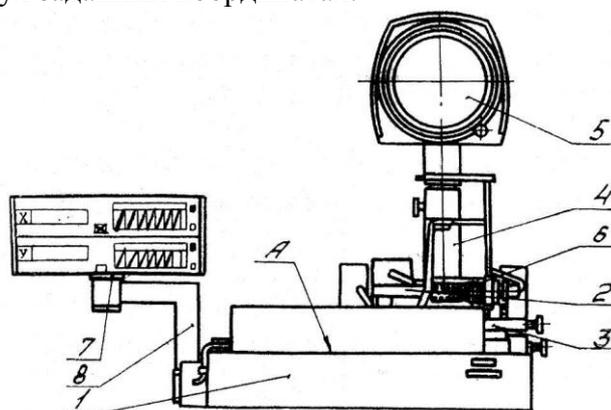


Рисунок 1 - Прибор ПРН-2010

Прибор устанавливается возле робота для измерения точности

позиционирования манипулятора по степеням подвижности. Для проверяемой степени подвижности следует набрать программу одной степени подвижности. В соответствии с этой программой, робот будет совершать простое циклическое движение по одной координате. После десятикратного опыта внесем результаты измерений X, Y ($i=1/10$), которые снимаются от счетных микроскопов ПРН-2010 в соответствующие графы таблицы.

№	Проверяемые степени подвижности манипулятора			
	X_i	Y_i	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
1
2
...
10
<i>Сред. Знач</i>	\bar{X}	\bar{Y}	D_x	D_y

Рассматривая полученные в опытах значения X, Y ($i=1/10$), как реализация независимых случайных величин X, Y :

вычисляем математические ожидания случайных величин

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad (\text{для } n = 10) \quad (1)$$

Вычислим дисперсии случайных величин X, Y

$$D_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad D_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (2)$$

Находим среднеквадратические отклонение случайных величин X, Y

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}, \quad \sigma_y = \sqrt{D_y} \quad (3)$$

Нанесем на миллиметровую бумагу полученные в опытах точки с координатами X, Y ($i=1/10$). Нарисуем эллипс рассеяния, взяв в количестве полуосей эллипса величины $3\sigma_x, 3\sigma_y$. Полученный эллипс представляет собой область, в которую характерная точка оправки попадает с вероятностью $P = (0,997)^2 \cdot 0,994$, т.е. область практически достоверного попадания.

При этом большую полуось эллипса следует рассматривать как определенную испытанием, точность позиционирования по исследуемой степени подвижности.

Испытания повторяются последовательно для следующих степеней подвижности. Точность выполнения операций определяется сравнением полученных значений статических обработок результатов. [3]

1. В.И. Захарова и М.П. Васильева «Промышленные роботы» - М. 1992 – 286 с.
2. Шахинпур М. Курс робототехники: Пер. с англ. – М.; Мир, 1990. 527 с.
3. Бабич А.В., Баранов А.Г., Калабин И.В. и др. Промышленная робототехника: Под редакцией Шифрина Я.А. – М.: Машиностроение, 1982 – 415 с.

МЕТОДЫ ИНФОРМАТИКИ В ОБУЧЕНИИ ЯЗЫКОВ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

(г.Ош, Дж. Ошский технологический университет, Кыргызстан)

Мақалада информатика әдістері мен оны программалау әдістерін оқытуда оқыту қарастырылған.

В данной статье рассмотрены методы информатики и как они могут быть применены в обучении языкам программирования.

The methods of informatics and their application in programmer training languages are considered in this article.

Под влиянием информатики в педагогике появилась идея подхода к обучению как к процессу управления учебной деятельностью студентов, к процессу обучения людей начали применять такие средства, как элементы теории алгоритмов и теории информации, вычислительную технику и автоматизацию обучения. Это привело к разработке так называемого логико-алгоритмического подхода к обучению, метода программированного обучения, компьютеризации обучения.

Информатика и языки программирования имеют общие объекты исследования, например, алгоритмы. Для программы алгоритмы - одно из фундаментальных понятий оснований программирования, а информатика ставит своей задачей разрабатывать практически удобные методы синтеза конкретных систем, в том числе и алгоритмов.

Отсюда логико-алгоритмический метод или алгоритмизация обучения понимается в двух смыслах:

- обучение студентов алгоритмам,
- построение и использование алгоритмов самого обучения.

I. Под алгоритмом, как известно, понимается общепринятое и однозначное предписание, определяющее процесс последовательного преобразования исходных данных в искомый результат. Точное выполнение алгоритма всегда приводит к решению любой задачи из того класса задач, для которого он составлен. В программе алгоритмов для решения задач разных классов, поэтому обучение программирования на любом уровне обязательно включает обучение алгоритмам. Умение формулировать и применять алгоритмы важно не только для развития мышления и умений; оно означает также и умение вообще формулировать правила и выполнять их, что важно в любой - сфере человеческой деятельности и имеет огромное воспитательное значение.

Существует два способа обучения алгоритмам:

- сообщение готовых алгоритмов, что является вариантом догматического метода обучения и поэтому, ограничу развитие активности и творческого мышления студентов;
- подведение студентов к самостоятельному открытию необходимых алгоритмов, что является вариантом эвристического метода обучения и предполагает реализацию все тех же трех этапов изучения материала - выявление отдельных шагов алгоритма, его формулировку и применение.

В обоих случаях полезно применять специальную краткую запись алгоритмов, блок-схему и другие средства, которые затем будут систематизированы в курсе информатики.

II. Второй аспект логико-алгоритмического метода состоит в построении алгоритмов обучения, т.е. в описании обучающей деятельности преподавателя с

помощью предписаний, алгоритмического типа. Реальный процесс обучения состоит из определенных действий, с помощью которых, преподаватель традиционно решает определенные дидактические задачи. Например, постановка вопросов, приведение примеров, показ наглядного материала, решение упражнений и т. д. Этот процесс можно проанализировать и выявить составляющие его действия; тогда определенная часть процесса обучения определенных студентов определенному содержанию может быть представлена в виде так называемого "алгоритма обучения" (в нашем курсе - "методическая схема")

Для построения алгоритма нужно проанализировать содержание и цели обучения, деятельность студентов по его усвоению, деятельность преподавателя по организации этого усвоения. Построенный алгоритм обучения должен быть осуществим не только теоретически, но и практически, учитывать особенности студентов данного курса. Примерами алгоритмов обучения в программировании могут служить: последовательность решений всяких задач. Алгоритмы обучения являются составной частью педагогических технологий.

Информатика занимается также созданием аппарата, удобного для выполнения преобразований алгоритмов: вместо простейшей формы представления информации в виде слов в абстрактном алфавите, конструируются сложные, структуры, необходимые для реализации алгоритмов на ЭВМ, - алгоритмические языки".

Процесс подготовки задач для решения на ЭВМ называется *программированием*. Оно включает в себя:

- составление алгоритма решения; его описание на языке программирования, т.е. составление программы;
- трансляция программы на машинный язык в виде последовательности команд, реализация которых средствами ЭВМ и есть процесс решения задачи.

Отсюда заимствован термин *программированное обучение* - метод, в котором изучаемый материал подается в строгой логической последовательности "кадров", а каждый "кадр" содержит, как правило, порцию нового материала и контрольный вопрос. Основой такой обучающей программой является некоторый алгоритм обучения, и таким образом осуществляется "программирование" учебного процесса.

Существуют две системы программирования учебного материала - "линейная" и "разветвленная", разработанные еще в 50 - 60 годах, когда возникло и получило большую популярность программированное обучение.

В линейной программе учебный материал подается очень небольшими "кадрами", содержащими, как правило, довольно простой вопрос по этому материалу. Предполагается, что, студент, внимательно прочитавший этот и предшествующий материал, может безошибочно ответить на вопрос. При переходе к следующему "кадру" студент узнает, правильно ли он ответил на вопрос предыдущего "кадра" сравнением своего ответа с верным ответом. Вопросы имеют, главным образом, обучающий, а не контролирующий характер, "кадры" содержат обучение выполнению тождественных преобразований.

Разветвленный учебный материал разбивается на порции несущие значительно большую информацию. В конце "кадра" содержит вопрос, ответ на который студенты не формулируют сами, а выбирают из приведенных здесь же нескольких вариантов ответов, из которых только один правильный. Неправильные ответы составляются с учетом вероятных ошибок студентов, против каждого из них указывается страница, к которой нужно обратиться после выбора ответа. Студент, выбравший правильный ответ, отсылается к странице, на которой изложена следующая порция нового материала. Студент, выбравший неправильный ответ, отсылается к странице, на которой разъясняется допущенная ошибка и предлагается после этого вернуться к

последнему "кадру". Прочитав его еще раз, студент может выбрать правильный ответ и перейти к следующему "кадру", или, допустив ошибку, открыть страницу, на которой она разъяснена, и так далее.

Таким образом, учебник, построенный по такой программе, читается разными студентами по-разному. Он даёт возможность путем постановки соответствующих вопросов иногда направлять мысль студентов по неверному пути, а потом при анализе неверного ответа раскрыть ошибочность его рассуждений. Это оказывается полезным для более глубокого усвоения материала. Здесь больше внимания уделяется не предупреждению ошибок, а контролю усвоения и разъяснению ошибок, что роднит этот метод с эвристическими методами обучения. Разветвленная программа ближе к реальному процессу обучения, т.к. она составлена с учетом возможных ошибок студентов и лучше осуществляет индивидуальный подход. Однако при линейной программе студенты учатся сами, формулировать ответы, что является важным элементом обучения; любой деятельности не бывает заранее заготовленных ответов.

В целом программированное обучение обладает достоинствами, способствующими лучшей реализации принципов дидактики, т.к. оно предусматривает:

- правильный отбор учебного материала;
- рациональную дозировку его подачи, рассчитанную на "оптимальные" алгоритмы обучения;
- активную самостоятельную деятельность студента по усвоению учебного материала;
- обеспечение возможности каждому студенту работать со свойственной ему скоростью;
- постоянный контроль деятельности обучаемого и её результатами (обратная связь на всех этапах обучения).

Однако за большим и широко разрекламированным подъемом программированного обучения наступил некоторый спад, объясняющийся, в частности необходимостью использования специально разработанных программированных учебников и технических средств обучения. Их назначение - обеспечить строгое соблюдение инструкций использования программы, которые сами студенты могут нарушить (подсмотреть ответ и т.п.), а преподаватель один не в состоянии их проверить. Поэтому был период, когда начали создаваться различные автоматические устройства и даже так называемые "автоматизированные классы", оборудованные "рабочими местами" для каждого студента и "пультом управления" для преподавателя; построенные по принципам программированного обучения контролирующие устройства, "машины-экзаменаторы" и т.п.

Все это требовало значительных материальных затрат и не могло быть осуществлено в нашей стране. Поэтому в 60-80-е годы использовались в обучении информатике элементы программированного обучения: разбиение материала учебника для самостоятельного изучения студентами на части, после изучения, которой нужно ответить на поставленный преподавателем вопрос; перфокарты для организации программированного контроля усвоения (с выбором правильного ответа из числа предложенных) и т.п. С появлением ЭВМ в вузе появилась возможность для трансляции обучающей программы на машинный язык и её реализации техническими средствами ЭВМ. Успехи в развитии компьютерной техники привели к возрастанию роли компьютеров во всех областях жизни современного общества и сделали необратимым процесс компьютеризации обучения на основе его программирования.

Широкое внедрение компьютеров во все сферы человеческой деятельности со временем коренным образом изменит среду обитания людей. Растет количество людей,

профессионально занятых сбором, накоплением, обработкой, распространением и хранением информации. Говорят, что мир сейчас стоит на пороге информационного общества - создаются различные автоматизированные системы, функционирование которых опирается на использование всего арсенала информатики новые информационные технологии в разнообразных областях человеческой деятельности.

Компьютеризация обучения в настоящее время предполагает два направления:

- компьютер как объект изучения, что в первую очередь связано с введением предмета "Информатика";
- компьютер как средство обучения.

Первое направление создает предпосылки для значительного повышения эффективности учебной, а затем и будущей профессиональной деятельности человека, для усиления его интеллектуальной деятельности.

Применение компьютера в обучении - это, прежде всего, средство управления учебной деятельностью студентов:

- он обеспечивает индивидуализацию обучения "в массовом порядке";
- помогает создать проблемную ситуацию;
- дает возможность студентам выступать в роли пользователя современной вычислительной техники получить доступ к самой различной информации, сделав ее средством деятельности;
- используя цвет, мультипликацию и т.п., усиливает наглядность учебного материала;
- способствует активизации студентов.

Другие сильные стороны компьютера:

- новизна работы с ним вызывает у студентов повышенный интерес и усиливает мотивы учения;
- с его помощью реализуется личностная манера общения;
- расширяются наборы применяемых учебных задач с использованием моделирования.

Еще относительно недавно при определении места компьютера в учебном процессе сталкивались крайние взгляды: сплошная компьютеризация обучения и полный отказ от ЭВМ. Сейчас вопрос ставится иначе где, когда и как целесообразно использовать компьютер.

Выделяют два типа компьютерного обучения:

- непосредственное взаимодействие студентов с компьютером (обучение без преподавателя),
- взаимодействие студентов с компьютером через педагога, - обычно тогда, когда нельзя снабдить компьютером каждого студента.

В обоих случаях, необходимо учитывать, какие именно функции преподавателя и студента при этом автоматизируются и передаются компьютеру.

Выделяет следующие типы таких функций:

- создание положительных мотивов изучения материала, объяснение, показ и фиксация формируемой деятельности и входящих в неё знаний,
- организация и контроль деятельности студентов,
- передача машине рутинной части учебной деятельности;
- составление и предъявление учебных заданий, соответствующих разным этапам процесса усвоения, а также индивидуальным особенностям студента и уровню его учебной деятельности в данный момент.

Эти функции учитываются при разработке различных типов обучающих компьютерных программ. *Напомним основные:*

- программы, ориентированные на усвоение нового материала в режиме программированного обучения;
- программы, реализующие проблемное обучение, учитывающие не только результат, но и стратегию изучения материала;
- программы, предназначенные для закрепления умений и навыков (тренажеры);
- демонстрационные и иллюстрационные программы, моделирующие и анализирующие конкретные ситуации;
- обучающие игровые программы, получившие широкое распространение из-за своей привлекательности;
- контролирующие программы;
- информационные;
- вычислительные программы, суть которых понятна из названия.

Для компьютеризации обучения (для составления обучающей программы) необходима такая трактовка метода обучения, которая допускает его пооперационное описание и тем самым его технологизацию (как программированное обучение); отсюда - "новые информационные (в частности, компьютерные) технологии обучения".

Однако в силу специфики целей обучения программирования - не столько передать информацию, сколько научить решать определенные классы задач и развивать мышление студентов - применение компьютера здесь вызывает определённые трудности. Из различных типов обучающих программ в практике обучения используются самые простые - контролирующие, вычислительные, иллюстративные, программы-тренажеры. Имея дело, как правило, лишь с образами и результатами решения задач, эти программы используют компьютер как большой калькулятор, а информатика содержит не так уж много объектов для наглядной иллюстрации. Используемые обучающие программы, как правило, в режиме программированного обучения (кроме вычислительных), не используют возможностей других методов обучения. Причины не только в особенностях программирования как учебного предмета и целей его изучения, не только в проблемах материально-технического обеспечения, но больше всего в психолого-педагогических проблемах, без решения которых самые современные компьютеры при наличии мощного программного обеспечения не могут сами по себе сделать обучение программированию эффективным. Многие авторитетные специалисты полагают, что создание учебного обеспечения - более сложная задача, чем разработка программного обеспечения, и её решение потребует еще немало времени и методических исследований.

С этих позиций, по-видимому, заслуживает внимание использование машинного эксперимента как метода обучения для достижения тех же целей, что и другие эмпирические методы. Вычислительный графический эксперимент в этом случае выступают как метод исследования и открытия новыми средствами компьютерной технологии.

Программированное обучение называют первым "детищем" технологизации педагогического процесса и одновременно фундаментом, над которым надстраивались последующие этапы педагогической технологии. Его характерными чертами стали уточнение учебных целей и последовательная, поэтапная процедура их достижения. Последовательно "технологическое" понимание полностью разработанной программы обучения включает в себя: составление полного набора учебных целей, подбор критериев их измерения и оценки, точное описание условий обучения, конструирование учебного процесса. Технология обучения отличается от традиционной методики тем, что она выделяет виды деятельности участников педагогического процесса, последовательность их выполнения, четкое соблюдение которых и приводит к достижению поставленных целей обучения.

Проектирование обучающей системы технология обучения содержит 3 этапа:

- подготовка учебного материала (тематическое планирование, система целей в виде планируемых результатов обучения, планируемые результаты обучения, планируемые сроки изучения, уровни усвоения, контрольные задания для диагностики достижения целей, дидактические материалы для самостоятельной работы студентов);
- ориентация студентов (ознакомление с целями обучения, которые нужно преобразовать в цели учения, создание мотивов учебной деятельности студентов, ознакомление их, с процессуальной стороной обучения и распределением функций между, участниками учебной работы, разъяснение критериев и механизмов контроля и оценки усвоения);
- организация хода учебного занятия, для которого характерно увеличение доли самостоятельной деятельности студентов, максимально возможная индивидуализация, активные формы и методы обучения, постоянная обратная связь.

Обратная связь осуществляется с помощью трех видов контроля:

- входной контроль (для информации об уровне готовности студентов к работе над новым материалом, при необходимости - коррекция этого уровня);
- текущий или промежуточный контроль после каждого учебного элемента (как правило, мягкий, без оценки, для выявления пробелов в усвоении: самоконтроль, взаимоконтроль, сверка с образцом);
- итоговый контроль с оценкой, показывающий уровень усвоения.

Элементы технологизации обучения содержатся и в традиционных методиках обучения программирования. Отметим некоторые из них.

Технологический подход, прежде всего, виден на стадии подготовки учебного материала.

Во-первых, это - логический анализ учебного материала (изучаемой темы), который состоит в выделении понятного аппарата и его структуры, свойств понятий и их структуры, основных идей и методов изучения этих свойств.

Во-вторых, на основе этого анализа - определение целей изучения темы (о технологизации которых мы говорили выше).

В-третьих, это - составление тематического плана.

В-четвертых, это - планирование урока, осуществляемое в следующей последовательности:

- тема урока,
- цели урока,
- тип урока,
- оборудование урока,
- план урока (перечисление его этапов),
- ведущие методы обучения,
- ход урока.

Этапы урока: Деятельность преподавателя и деятельность студентов.

Элементами технологии на стадии организации хода учебного занятия, кроме рассмотренных в п.1 данной темы методов обучения, могут быть названы:

- общая методическая схема обучения решению прикладных задач,
- этапы работы над понятиями, этапы применения методов,
- методика построения обучения программирования через систему задач,
- все приемы учебной деятельности студентов,
- методика формирования приемов учебной деятельности.

Выбор методов обучения определяется различными условиями организации учебного процесса; выделим некоторые из них.

Во-первых, в младших курсах для обобщения и систематизации изученного в

школе необходимы словесные методы обучения, а для изучения нового материала - наглядно-интуитивные, практические, индуктивные (с небольшими элементами дедукции), алгоритмический метод (в виде изучения алгоритмов и правил). А также необходимо сочетание логической строгости с наглядностью, теоретические обобщения и дедуктивные умозаключения, практическая направленность преподавания программирования. Следовательно, это - аналитический и синтетический методы, методы логики при сохранении наглядно-практических методов. В старших курсах, наряду с методами логики, преобладают методы, абстрагирование, систематизация и обобщения изученного, прикладная направленность обучения программирования.

Во-вторых, это - содержание изучаемого материала, что следует из его логического анализа. Этот анализ показывает, какие идеи и методы нужно использовать для его изучения; какие программы и учебные задачи включить в систему задач; какие методы использовать на этапах работы над определениями, задачами; можно ли использовать сравнение или аналогию с ранее изученным материалом; есть ли примерная методическая схема изучения данной темы.

В-третьих, это - этапы усвоения знаний студентами и соответствующие им этапы учебного процесса; в настоящее время при этом стараются учитывать и уровень усвоения знаний различными студентами.

В-четвертых, это - достижение развивающих и воспитательных целей обучения. Мы уже отмечали, что для этого необходимо использование знаний, связанных с программированием, решение задач с соответствующим содержанием, различные формы учебной деятельности студентов, нестандартные методы обучения.

1. Горячев А.В. и др. Информатика в играх и задачах. Методические рекомендации для учителя. М.: БАЛЛАС, 1999.
2. Макаренко Ю. Алгоритмы на словах // Квант, № 2, 1977.
3. Антипов И.И., Боковнев О.А., Степанов М.Е. О преподавании информатики в младших классах. // Информатика и образование, № 5, 1993.

УДК 517. 962.2, 519. 876.2

Г.А. Калдыбаева

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ С МГНОВЕННЫМ ИСТОЧНИКОМ

(Кыргызстан, Ошский государственный университет)

Термосерпінділіктің бір өлшемді есебі В.Г. Романов әдісі бойынша характеристикадағы мәліметтермен берілген есепке келтірілген және қойылған есептің идел шешіміне жинақталатындай осы есептің сандық ақырлы-айырымдық шешімі қарастырылған. Жуық шешімнің дәл шешімге жинақталатыны дәлелденген.

Прямая одномерная задача термоупругости приведена, по методике В.Г. Романова, к задаче с данными на характеристиках и рассмотрено численное конечно-разностное решение этой задачи, которое сходится к точному решению поставленной задачи. Доказана сходимость приближенного к точному решению.

Direct one-dimensional problem of thermoelasticity is given, according to the method of V.G. Romanov, the problem with the data on the characteristics and discussed the numerical

finite-difference solution of this problem, which converges to the exact solution of the problem. It's proved approximately exact solution.

Введение. К решению прямой задачи термоупругости посвящены много работ (см. монографии [1-4]), и они рассмотрены в различных постановках и в различных начальных условиях. Как правило, при решении обратных задач вначале устанавливает корректность прямых задач, в связи с этим возникла данная задача термоупругости.

Постановка задачи. Нестационарные термоупругие деформации в твердом упругом изотропном теле описываются уравнением

$$\rho(z)U_{tt} = (\lambda(z) + \mu(z))U_{zz} + (\lambda(z) + \mu(z))'_z * U_z - ((3\lambda(z) + 2\mu(z)) * R(\theta(z, t)))'_z; \quad (z, t) \in R_+^2, \quad (1)$$

где $R(\theta(z, t)) = \int_0^{\theta(z, t)} \alpha(y) dy$, $\alpha(y)$ - тепловое расширение, $\lambda(z), \mu(z)$ - коэффициенты Ламэ, $\rho(z)$ - плотность среды, $\theta(z, t) = (T_1 - T_0) \times \left[\operatorname{erfc}(z/(2\sqrt{kt})) - \exp(\gamma z - \gamma^2 kt) \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{kt}} - \gamma\sqrt{kt}\right) \right]$, $\operatorname{erfc}(\gamma) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^\gamma e^{-\xi^2} d\xi$.

Одномерная прямая задача термоупругости заключается в определении функции $U(z, t)$ - возмущение среды при начальном условии вида

$$U(z, t)|_{t < 0} \equiv 0, \quad U'_z(z, t)|_{z=0} = -\frac{1}{2} \delta(t), \quad (z, t) \in R_+^2, \quad (2)$$

и при известных коэффициентах $\lambda(z), \mu(z), \rho(z), \alpha(z)$.

Формулировка проблем и задачи. Главной трудностью задачи (1)-(2) заключается во первых присутствие в начальной условии мгновенного источника, т.е. функции Дирака - $\delta(t)$, во вторых построение численного решения и в третьих численная реализация решения задачи.

Преодоления трудностей. Первая трудность преодолена с помощью замены переменных по методике В.Г. Романова [5] о выделении особенностей и получена одномерная прямая задача термоупругости с данными на характеристиках.

Вторая проблема решена с использованием конечно - разностного решения задачи с данными на характеристиках и доказана сходимости приближенного конечно - разностного решения к точному решению.

Третья трудность изложена с помощью построения алгоритма решения, блок схемы решения, составлена пакет прикладных программ и получена графики решения одномерной прямой задачи термоупругости на различные модели (она в другой статье автора с другими авторами).

Решение. Пусть относительно коэффициентов уравнения (1) выполнены условия

$$\rho(z), \mu(z), \lambda(z), \alpha(z) \in \{C^6(o, d), \sup p\{\rho(z)\} \in (o, d), \alpha = \|P\|_{C^2(o, d)}\} \quad (3)$$

Используя выкладки замены переменных работы [6] (1)-(2) получим задачу

$$V_{tt} = V_{xx} + q(x)V(x, t) - \sqrt{c(x)c(o)}[\varphi(x, t) \cdot Z(x, t)]'_x \quad (4)$$

$$V(x, t)|_{t < 0} \equiv 0, \quad V_x|_{x=0} = -\frac{1}{2} \delta(t) * c(o); \quad (5)$$

где $x(z) = \int_0^z \sqrt{\frac{\lambda(\xi) + 2\mu(\xi)}{\rho(\xi)}} d\xi$, $V(x,t) = \frac{U_x(x(z),t)}{S(x)}$, $S(x) = \sqrt{c(x) \cdot c(0)}$,

$$c(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{(\lambda(x) + 2\mu(x))}{\rho(x)}}}, \quad \rho(x(z)) = \rho(z), \quad \lambda(x(z)) = \lambda(z), \quad \mu(x(z)) = \mu(z),$$

$$U(x(z),t) = U(z,t), \quad q(x) = \frac{S''(x)}{S(x)} - 2 \left[\frac{S'(x)}{S(x)} \right]^2, \quad \phi(x,t) = \alpha(\theta(x(z),t)),$$

$$Z(x,t) = \left[(3(\lambda(x) + 2\mu(x))) * \theta_x' \right].$$

Выделим особенности решения (4)-(5) по методике В.Г. Романова [5], для этого введем

$$V(x,t) = \gamma(x,t) + P(x)\theta(t-|x|) + R(x)\theta_1(t-|x|) \quad (6)$$

где $\gamma(x,t)$ – непрерывная функция, $\theta(x)$ – функция Хевисайда,

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}, \quad \theta_x'(x) = \delta(t) \quad \theta_1(x) = t\theta(t). \quad (7)$$

Сделаем следующие выкладки

$$V_{tt}''(t,x) = \gamma_{tt}(x,t) + P(x)\delta_t'(t-|x|) + R(x)\delta(t-|x|),$$

$$V_x'(x,t) = \gamma_x(x,t) + P_x(x) \cdot \theta(t-|x|) - P(x)\delta(t-|x|) + R_x(x)\theta_1(t-|x|) - R(x)\theta(t-|x|),$$

$$V_{xx}'' = \gamma_{xx} + P_{xx}''\theta - 2P_x'\delta + P(x)\delta' + R_{xx}''\theta_1 - 2R_x'\theta + R(x)\delta.$$

Поставляя последние выкладки и (6) в (4) - (5) и учитывая, что $\gamma(x,t)$ – непрерывная функция и $\gamma(x,t)_{t < 0}$ получим задачу термоупругости с данными на характеристиках

$$V_{tt} = V_{xx} + q(x)V(x,t) - \sqrt{c(x) \cdot c(0)} [\phi(x,t)Z(x,t)]_x, \quad t \in [0, T], \quad t \leq x \leq T. \quad (8)$$

$$V(x,t)_{t=x} = P(x). \quad (9)$$

где $P(x) = -c(0)/2 - (1/2) * \int_0^x \sqrt{c(0)c(\zeta)} [Z(\zeta, \zeta) * \phi(\zeta, \zeta)] d\zeta$.

Конечно – разностное решение

Приближенное решение будем строить конечно- разностным методом, для этого введем равномерную сеточную область, а также используя разностное отношение и обозначение в [7,8] из задачи (8), (9) получим разностную задачу, при этом отброшены малые члены порядка $O(\tau^2, h_1^2)$:

$$V_{\bar{t}\bar{t}} = V_{x\bar{x}} + LV_i^k, \quad \{ih, \tau k\} \in \Omega_i^k \quad (10)$$

$$V_{\pm i}^{|2i|} = P^{|2i|}, \quad i = -\overline{N}, N; \quad (11)$$

где $LV_i^k = q_i \cdot V_i^k - \sqrt{c_i c_0} * [\phi_i^k Z_i^k]_{\bar{x}}$,

$\Omega_i^k = \{(i, k) : ki < ih_1 < \tau N, k = 0, N, h = 2\tau\}$. $V_i^k, q_i, c_i, P^{|i|}, \phi_i^k, Z_i^k$ –

разностные аналоги функции $V(x,t), q(x), c(x), P(x), \phi(x,t), Z(x,t)$ соответственно, а

индекс $\pm i$ соответствует направлению

$$\text{координат, } V_{\bar{i}} = \frac{V_i^{k+1} - 2V_i^k + V_i^{k-1}}{\tau^2}; \quad V_{\bar{\sigma}} = \frac{V_{i+1}^k - 2V_i^k + V_{i-1}^k}{h_1^2}.$$

Введем обозначения и норму

$$\Pi_1 = \max_{i=\bar{N}, \bar{N}} |q_i|, \quad \Pi_2 = \max_{i=\bar{N}, \bar{N}} |c_i|, \quad \Pi_3 = \max_{i=\bar{N}, \bar{N}} \max_{k \leq |i|} \left\{ |\phi_i^k|, |(\phi'_x)_i^k| \right\}, \quad (12)$$

$$\Pi_4 = \max_{i=\bar{N}, \bar{N}} \max_{k \leq |i|} \left\{ |Z_i^k|, |(Z'_x)_i^k| \right\}, \quad \Pi_5 = \max_{i=\bar{N}, \bar{N}} |D^j|,$$

$$\|V\|^2(i, k) = h_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} (V_i^k)^2.$$

Каждый член сеточного уравнения (10) умножим $V_t + V_{\bar{t}}$ и получим следующий дискретный аналог дифференциального произведения:

$$\begin{aligned} V_{\bar{i}}(V_t + V_{\bar{t}}) &= [V_{\bar{i}}^2(k)]_t, \\ V_{x\bar{x}}(V_t + V_{\bar{t}}) &= [V_x(V_t + V_{\bar{t}})]_x - [V_x^2]_t + [(V_x V_{\bar{x}})(k+1) - (V_x V_{\bar{x}})(k)], \\ V_i^k(V_t + V_{\bar{t}}) &= V_t V_i^k + V_{\bar{t}} V_i^k \\ V_t &= (V_i^{k+1} - V_i^k)/\tau, \quad V_{\bar{t}} = (V_i^k - V_i^{k-1})/\tau. \end{aligned}$$

где

Умножая все полученные на \mathcal{H}_1 , суммируя по индексам $i = \overline{-N+2, N-2}$; $k = \overline{|2i|+3, 2N-1}$, и используя полученные обозначения и норму получим

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} [V_{\bar{i}}(V_t + V_{\bar{t}})] &= \|V_{\bar{i}}\|^2(i, 2N) - \|V_{\bar{i}}\|^2(i, |2i|+3), \\ \mathcal{H}_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} [V_{\bar{\sigma}}^2]_t &= \|V_{\bar{\sigma}}\|^2(i, 2N) - \|V_{\bar{\sigma}}\|^2(i, |2i|+3), \\ \mathcal{H}_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} \frac{\{[V_{\bar{\sigma}}(V_t + V_{\bar{t}})](i+1, \hat{e}) - [V_{\bar{\sigma}}(V_t + V_{\bar{t}})](i, \hat{e})\}}{h_1} &= \\ = \frac{\tau}{h_1} \left[- \sum_{t=0}^{-N+2} \|V_x(V_t + V_{\bar{t}})\|(i, |2i|+3) - \sum_{t=0}^{-N+3} \|V_x(V_t + V_{\bar{t}})\|(i, 2i+4) + \right. \\ \left. \sum_{i=-N+2}^{-1} \|V_x(V_t + V_{\bar{t}})\|(i, |2i|+1) + \sum_{i=-N+2}^{-1} \|V_x(V_t + V_{\bar{t}})\|(i, |2i|+2) \right]. \\ \mathcal{H}_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} (\phi_i^k Z_i^k)'_x (V_t + V_{\bar{t}}) &\leq 4 * \Pi_3 \Pi_4 \mathcal{H}_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} (V_t + V_{\bar{t}}), \\ \mathcal{H}_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} V_i^k (V_t + V_{\bar{t}}) \sum &\leq \frac{1}{2} \mathcal{H}_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} \{ [V_i^k]^2 + [V_t + V_{\bar{t}}]^2 \}, \end{aligned}$$

где символ $\sum_{i=\gamma_1}^{\gamma_2}$ означает что, суммирование в норме осуществляется по i от V_1 до

V_2 на характеристиках. Обозначим

$$\|\tilde{A}\|_1^2(i, |2i| + 3) = \frac{\tau}{h_1} \left[- \sum_{t=0}^{-N+2} \|V_x(V_t + V_{\bar{t}})\|(i, |2i| + 3) \rangle - \sum_{t=0}^{-N+3} \|V_x(V_t + V_{\bar{t}})\|(i, 2i + 4) + \right. \\ \left. + \sum_{i=-N+2}^{-1} \|V_x(V_t + V_{\bar{t}})\|(i, |2i| + 1) + \sum_{i=-N+2}^{-1} \|V_x(V_t + V_{\bar{t}})\|(i, |2i| + 2) \right].$$

Раскроем

$$\tau h_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} [(V_x V_{tx})(i, k+1) - (V_x V_{tx})(i, k)] = \tau h_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} [(V_x V_{tx})(i, 2N) - (V_x V_{tx})(i, |2i| + 3)] = \\ = \frac{\tau h_1}{h_1} \sum_{i=-N+2}^{N-2} \{V_x(i, 2N)[V_{\bar{t}}(i+1, 2N) - V_{\bar{t}}(i, 2N)] - V_x(i, |2i| + 3)[V_{\bar{t}}(i+1, |2i| + 3) - V_{\bar{t}}(i, |2i| + 3)]\}.$$

Оценим каждый член последнего равенства

$$\frac{\tau h_1}{h_1} \sum_{i=-N+2}^{N-2} \{V_x(i, 2N)[V_{\bar{t}}(i+1, 2N) - V_{\bar{t}}(i, 2N)]\} \leq \\ \leq \frac{\tau h_1}{h_1} \sum_{i=-N+2}^{N-2} \{V_x(i, 2N)[|V_{\bar{t}}(i+1, 2N)| + |V_{\bar{t}}(i, 2N)|]\} \leq \\ \leq \frac{\tau h_1}{h_1} \sum_{i=-N+2}^{N-2} [|V_x|^2(i, 2N) + |V_{\bar{t}}|^2(i, 2N)] \leq \frac{\tau}{h_1} [\|V_x\|^2 + \|V_{\bar{t}}\|^2](i, 2N), \\ \frac{\tau h_1}{h_1} \sum_{i=-N+2}^{N-2} \{V_x(i, |2i| + 3)[V_{\bar{t}}(i+1, |2i| + 3) - V_{\bar{t}}(i, |2i| + 3)]\} \leq \frac{\tau}{h_1} [\|V_x\|^2 + \|V_{\bar{t}}\|^2](i, |2i| + 3).$$

Оценим

также

следующие

выражения

$$\sqrt{\tilde{n}_0 \tilde{n}_i} * [\phi_i^k Z_i^e]_{\bar{\sigma}} \tau h_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} (V_t + V_{\bar{t}}) \leq 4 * \Pi_2 \Pi_3 \Pi_4 \tau h_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} (V_t + V_{\bar{t}}) \leq \\ \leq 4 * \ddot{I}_2 \ddot{I}_3 \ddot{I}_4 * [\|V\|(i, 2N) - \|V\|(i, |2i| + 3)] \\ \frac{1}{2} \tau h_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} \{[V_i]^2 + [V_t + V_{\bar{t}}]^2\} \leq \frac{\tau}{2} \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} \{[V_i]^2 + 2 * [V_t^2 + V_{\bar{t}}^2]\} \leq \\ \leq \frac{3\tau}{2} [\|V\|(i, 2N) + \|V\|(i, |2i| + 3)] \\ \tau h_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} q_i V_i^k \cdot (V_t + V_{\bar{t}}) \leq \ddot{I}_1 \tau h_1 \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} V_i^k * (V_t + V_{\bar{t}}) \leq \\ \leq \ddot{I}_1 \tau h_1 \frac{1}{2} \sum_{i=-N+2}^{N-2} \sum_{k=|2i|+3}^{2N-1} [(V_i^k)^2 + (V_t + V_{\bar{t}})^2] \leq \frac{3\tau}{2} \ddot{I}_1 * [\|V\|(i, 2N) - \|V\|(i, |2i| + 3)].$$

Таким образом, получим

$$\left(1 - \frac{\tau}{h_1} - 4\Pi_2\Pi_3\Pi_4 - \frac{3\tau}{2}(1 + \Pi_1) \right) (\|V_{\bar{t}}\|^2 + \|V_{\sigma}\|^2)(i, 2N) \leq$$

$$P_1 = \max \left[1 - \frac{\tau}{h_1} - 4\Pi_2\Pi_3\Pi_4 - \frac{3\tau}{2}(1 + \Pi_1) \right], \quad P_2 = \min \left[1 - \frac{\tau}{h_1} - 4\Pi_2\Pi_3\Pi_4 - \frac{3\tau}{2}(1 + \Pi_1) \right].$$

Введем норму $\|V\|_2^2(i, 2N) = (\|V_t\| + \|V_x\|)(i, 2N)$, тогда

$$\|V\|_2^2(i, 2N) \leq \frac{P_2}{P_1} \{ \|V\|_2^2(i, |2i| + 3) + \|\tilde{A}\|_1^2(i, |2i| + 3) \},$$

Пусть \bar{V}_i^k - точное решение, сочленами $O(h_1^2 + \tau^2)$, тогда

$$\|V_i^k - \bar{V}_i^k\|(i, 2N) = P_6(3\tau^2), \quad h_1 = 2\tau. \quad (14)$$

где
$$P_6 = \exp \left\{ \frac{P_2}{P_1} T^2 \right\} \|V\|_{C^4(\Omega(T, D))} / 12. \quad (15)$$

Теорема. Пусть выполнено условие (3) и решение задачи (1)-(2) существует и имеет непрерывные частные производные до четвертого порядка включительно в области $\Omega(T)$. Тогда существует постоянное $C_l > 0$ такое, что при $\tau/h_1 < C_1$ решение конечно – разностной задачи (10)-(11) сходится к точному решению (8)-(9) со скоростью порядка $\hat{I}(h_1^2 + \tau^2)$ в классе $W_2^1(\Omega(T))$ и справедлива оценка (15). Коэффициент C_l зависит только от нормы коэффициентов уравнения.

Из эквивалентности задач (8)-(9) и (1)-(2) следует, что приближенное конечно-разностное решение задачи (10)-(11) также сходится к точному решению (1)-(2) со скоростью порядка $\hat{I}(h_1^2 + \tau^2)$ в классе $W_2^1(\Omega(T))$, где τ, h_1 – шаги по t, x при выполнении условия теоремы.

Заключение. По указанной методике можно решить и другие прямые задачи, например сеймики, акустики, сейсмоакустики и т.д. В другой статье авторов проведены численные реализации данной задачи на различные модели.

1. Коваленко А.Д. Термоупругость. – Киев: АН УССР, 1975. – 216с.
2. Карнаухов В.Г. Связанные задачи термоупругости. – К.: Наука, думка, 1982. – 260с.
3. Прусов И.А. Некоторые задачи термоупругости. – Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1972. – 200с.
4. Кит Г.С., Кривцун М.Г. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1983. – 280с.
5. Романов В.Г. Устойчивость в обратных задачах. Москва:, 2005, 296 с.
6. Сатыбаев А.Дж., Калдыбаева Г.А. Конечно-разностное решение прямой задачи термоупругости с плоской границей // Вестник КГУСТА №2 (32) том 1, Меж. научно – практ. конф-ция 1-2 июля 2011г. стр. 112-116.
7. Самарский А.А., Вабишевич П.Н. Вычислительная теплопередача. Москва: Наука, 785 с.
8. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сиб. научное издательство. 2009, 458 с.

УСЛОВНО-КОРРЕКТНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(г. Алматы, КазНУ имени ал-Фараби)

Жұмыс Гурвиц матрицалы 4 өлшемді бірінші ретті жай дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шекаралық есептерді зерттеуге арналған. Бастапқыда есеп қисынсыз болатындай етіп шекаралық шартты, яғни B матрицасын табымыз. Ары қарай сол матрица арқылы шешімдерін іздейміз. Есеп шешу кезінде сызықты алгебралық теңдеулер жүйесіне келеміз. Сызықты алгебралық теңдеулер жүйесінің C^H нормальді немесе псевдо (нормальді) шешімін іздейміз. Сосын C^H табылған векторының көмегімен дифференциалдық есептің сәйкес «шешімін» жазамыз.

Работа посвящена исследованию краевых задач систем четырех мерных однородных обыкновенных дифференциальных уравнений с матрицей Гурвица. Сначала находим граничные условия, такие что бы задача была некорректной, то есть находим матрицу B . Далее с помощью этой матрицы будем искать решения. При решении задачи приходим к системе линейных алгебраических уравнений. Затем ищем нормальное или псевдо(нормальное) решение C^H системы линейных алгебраических уравнений. При помощи найденного вектора C^H записываем соответствующее «решение» дифференциальной задачи.

The work is devoted to the study of boundary value problems of the four-dimensional homogeneous systems of ordinary differential equations with a matrix of Hurwitz. First, we find the boundary conditions are such that the task would have been incorrect, that is, find the matrix. Then with the help of this matrix will look for solutions. In solving the problem we obtain a system of linear algebraic equations. Then look normal or pseudo (normal) solution of linear algebraic equations. With the help of the found record of the vector corresponding to the "solution" of the differential problem.

Рассмотрим систему из 4 уравнений первого порядка

$$\dot{y}(t) = Ay(t), \quad t > 0$$

с гурвицевой матрицей простой структуры.

Как известно, такая матрица путем линейного невырожденного преобразования приводится к канонической (диагональной) форме

$$\dot{y} + \Lambda y(t) = 0, \quad t > 0 \quad (1)$$

где матрица

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_j), \quad \lambda_j > 0, \quad j = 1:4.$$

Задача. Найти такое граничные условие, чтобы задача была некорректной.

$$B(d)y(0) \equiv B_1(d)y(0) + B_2 y(0) = \varphi \quad (2)$$

при этом $\text{rang} B(1) = 4$.

Утверждение 1. Среди (1), (2) имеются некорректно поставленные задачи.

Доказательство. Написав общее решение системы (3)

$$y(t) = \sum_{j=1}^4 C_j e^{-\lambda_j t} \quad (3)$$

Подставим в граничное условие (2)

$$FC = \varphi, \quad F = B(d)C \quad (4)$$

Итак, задача редуцировалась к исследованию системы линейных алгебраических

уравнений (С.Л.А.У.) (4).

Ясно, что:

- I. Если $\Delta = \det F = |F| \neq 0$, то С.Л.А.У., значит и задача (1), (2) однозначно разрешимы.
- II. Если $|\Delta| \leq \varepsilon$ – мала, то С.Л.А.У. плохо обусловлена, тем самым, для дифференциальной задача нарушается условие устойчивости.
- III. Если $\Delta = 0$, то задача не при всех φ разрешима, когда разрешима имеется множество решений т.е. нарушается однозначная разрешимость.

Далее, займемся вариантом III т.е. изучим нули равенства $\Delta = 0$. Для некорректности задача необходимо, чтобы были $\text{rang} B_1(1) \leq 3$ и $\text{rang} B_2 \leq 3$. В частности, можем представить в виде

1. Граничное условие, которое состояло из непересекаемых двух матриц

Квадратная матрица $B = \begin{bmatrix} b_{11}\partial & b_{12}\partial & 0 & 0 \\ b_{21}\partial & b_{22}\partial & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$, $(b_{11}b_{22} \neq b_{12}b_{21}, b_{33}b_{44} \neq b_{34}b_{43})$

с рангом 4, удовлетворяет одному из требований

(M) (максимум условие) в ней нет пропорциональных столбцов;

(m) (условие минимум) в матрице отсутствует нулевой столбец.

Решение некорректной задач

$$\begin{cases} b_{11}\lambda_1 C_1 + b_{12}\lambda_2 C_2 = -\varphi_1 \\ b_{21}\lambda_1 C_1 + b_{22}\lambda_2 C_2 = -\varphi_2 \\ b_{33}C_3 + b_{34}C_4 = \varphi_3 \\ b_{43}C_3 + b_{44}C_4 = \varphi_4 \end{cases} \quad (5)$$

При решении задачи приходим к С.Л.А.У. Затем ищем нормальное или псевдо(нормальное) решение C^H С.Л.А.У. При помощи найденного вектора C^H записываем соответствующее «решение» дифференциальной задачи.

Сначала напишем первое уравнение

$$b_{11}\lambda_1 C_1 + b_{12}\lambda_2 C_2 = -\varphi_1$$

откуда

$$C_1 = -\frac{1}{b_{11}\lambda_1} \varphi_1 - \frac{b_{12}\lambda_2}{b_{11}\lambda_1} C_2 \quad (6)$$

Это связь называется условие решение:

$$\frac{b_{21}}{b_{11}} \varphi_1 = \varphi_2 \quad (7)$$

Теперь найдем C_2 –, которой удовлетворяет условие решение (7):

$$J(C_2) = \left\| -\frac{\varphi_1}{b_{11}\lambda_1} - \frac{b_{12}\lambda_2}{b_{11}\lambda_1} C_2 \right\|^2 \Rightarrow \inf_{C_2}$$

Найдем решение C_1^H, C_2^H

$$C_2^H = -\frac{b_{12}\lambda_2}{b_{12}^2\lambda_2^2 + b_{11}^2\lambda_1^2}\varphi_1, \text{ и ввиду (6) } C_1^H = -\frac{b_{11}\lambda_1}{b_{12}^2\lambda_2^2 + b_{11}^2\lambda_1^2}\varphi_1.$$

Теперь ищем C_3^H, C_4^H . Для того напишем третье уравнение

$$b_{33}C_3 + b_{34}C_4 = \varphi_3$$

откуда

$$C_3 = \frac{1}{b_{33}}\varphi_3 - \frac{b_{34}}{b_{33}}C_4 \quad (8)$$

Это связь называется условие решение:

$$\frac{b_{21}}{b_{11}}\varphi_1 = \varphi_2 \quad (9)$$

Теперь найдем C_4 – , которой удовлетворяет условие решение (9):

$$J(C_4) = \left\| \begin{array}{c} \frac{1}{b_{33}}\varphi_3 - \frac{b_{34}}{b_{33}}C_4 \\ C_4 \end{array} \right\|^2 \Rightarrow \inf_{C_4}$$

Найдем решение C_3^H, C_4^H

$$C_4^H = \frac{b_{34}}{b_{34}^2 + b_{33}^2}\varphi_3, \text{ и ввиду (8) } C_3^H = \frac{b_{33}}{b_{34}^2 + b_{33}^2}\varphi_3.$$

Значит решение систем будет нормальное

$$C^H = (C_1^H, C_2^H, C_3^H, C_4^H) \quad (*)$$

$$C_1^H = -\frac{b_{11}\lambda_1}{b_{12}^2\lambda_2^2 + b_{11}^2\lambda_1^2}\varphi_1, \quad C_2^H = -\frac{b_{12}\lambda_2}{b_{12}^2\lambda_2^2 + b_{11}^2\lambda_1^2}\varphi_1,$$

$$C_3^H = \frac{b_{33}}{b_{34}^2 + b_{33}^2}\varphi_3, \quad C_4^H = \frac{b_{34}}{b_{34}^2 + b_{33}^2}\varphi_3$$

Лемма. Вектор (*) будет «нормаль» решение система линейных уравнение (5), если выполняется условие решений (7) и (9).

2. Граничное условие, которое состояло из пересекаемых двух матриц

Квадратная матрица $B = \begin{bmatrix} b_{11}\partial & b_{12}\partial & 0 & 0 \\ b_{21}\partial & b_{22}\partial & b_{23} & b_{24} \\ 0 & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ 0 & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix},$

$$(b_{11}b_{22} \neq b_{12}b_{21}, \quad b_{22}b_{33} \neq b_{23}b_{32}, \quad b_{23}b_{34} \neq b_{33}b_{24}, \quad b_{32}b_{43} \neq b_{33}b_{42}, \quad b_{33}b_{44} \neq b_{34}b_{43})$$

с рангом 4, удовлетворяет одному из требований

(M) (максимум условие) в ней нет пропорциональных столбцов;

(m) (условие минимум) в матрице отсутствует нулевой столбец.

Решение некорректной задач

При решении задачи приходим к СЛАУ. Затем ищем нормальное или псевдо(нормальное) решение C^H СЛАУ. При помощи найденного вектора C^H

записываем соответствующее «решение» дифференциальной задачи.

$$\begin{cases} -b_{11}\lambda_1 C_1 - b_{12}\lambda_2 C_2 = \varphi_1 \\ -b_{21}\lambda_1 C_1 - b_{22}\lambda_2 C_2 + b_{23}C_3 + b_{24}C_4 = \varphi_2 \\ b_{32}C_2 + b_{33}C_3 + b_{34}C_4 = \varphi_3 \\ b_{42}C_2 + b_{43}C_3 + b_{44}C_4 = \varphi_4 \end{cases} \quad (5)$$

откуда

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\lambda_1 \theta} \left((b_{22}b_{33} + b_{23}b_{32})\varphi_1 - b_{12}b_{33}\varphi_2 + \frac{b_{12}b_{23}\lambda_2}{b_{11}}\varphi_3 - b_{12}b_{33}C_4 \right) \\ C_2 &= \frac{b_{21}b_{33}}{\lambda_2 \theta} \varphi_1 - \frac{b_{11}b_{33}}{\lambda_2 \theta} \varphi_2 - \frac{b_{11}b_{23}\lambda_2}{\theta} \varphi_3 - \frac{b_{11}b_{23}b_{34} + b_{11}b_{33}b_{24}}{\lambda_2 \theta} C_4 \\ C_3 &= \frac{b_{32}b_{21}}{\theta} \varphi_1 - \frac{b_{11}b_{32}}{\theta} \varphi_2 + \frac{(b_{12}b_{21} - b_{11}b_{22})\lambda_2}{\theta} \varphi_3 - \frac{b_{12}b_{21}b_{34} - b_{11}b_{22}b_{34} - b_{11}b_{24}b_{32}}{\theta} C_4 \end{aligned} \quad (6)$$

где $\theta = b_{12}b_{21}b_{33} - b_{11}b_{22}b_{33} - b_{11}b_{23}b_{32}$.

Это связь называется условие решение:

$$\begin{aligned} P\varphi_1 + Q\varphi_2 + R\varphi_3 &= \varphi_4 \\ P &= \frac{b_{21}(b_{32}b_{43} - b_{33}b_{42}\lambda_2)}{\lambda_2 \theta}, \quad Q = \frac{b_{11}(b_{33}b_{42} - b_{32}b_{43}\lambda_2)}{\lambda_2 \theta}, \\ R &= \frac{b_{12}b_{21}b_{43}\lambda_2 - b_{11}(b_{22}b_{43}\lambda_2 - b_{23}b_{42})}{\theta} \end{aligned} \quad (7)$$

Теперь найдем C_4 —, которой удовлетворяет условие решение (7):

$$J(C_4) = \left\| \begin{array}{l} \frac{b_{22}b_{33} + b_{23}b_{32}}{\lambda_1 \theta} \varphi_1 - \frac{b_{12}b_{33}}{\lambda_1 \theta} \varphi_2 + \frac{b_{12}b_{23}\lambda_2}{b_{11}\lambda_1 \theta} \varphi_3 - \frac{b_{12}b_{33}}{\lambda_1 \theta} C_4 \\ \frac{b_{21}b_{33}}{\lambda_2 \theta} \varphi_1 - \frac{b_{11}b_{33}}{\lambda_2 \theta} \varphi_2 - \frac{b_{11}b_{23}\lambda_2}{\theta} \varphi_3 - \frac{b_{11}b_{23}b_{34} + b_{11}b_{33}b_{24}}{\lambda_2 \theta} C_4 \\ \frac{b_{32}b_{21}}{\theta} \varphi_1 - \frac{b_{11}b_{32}}{\theta} \varphi_2 + \frac{(b_{12}b_{21} - b_{11}b_{22})\lambda_2}{\theta} \varphi_3 - \frac{b_{12}b_{21}b_{34} - b_{11}(b_{22}b_{34} + b_{24}b_{32})}{\theta} C_4 \end{array} \right\|^2 \Rightarrow \inf$$

Найдем нормальное решение

$$\begin{aligned} C^H &= (C_1^H, C_2^H, C_3^H, C_4^H) \\ C_4^H &= \frac{\alpha_4^H}{\delta^H} \varphi_1 - \frac{\beta_4^H}{\delta^H} \varphi_2 + \frac{\gamma_4^H}{\delta^H} \varphi_3 \end{aligned} \quad (*)$$

где

$$\begin{aligned} \delta^H &= \lambda_2^2 b_{12}^2 b_{33}^2 + \lambda_1^2 b_{11}^2 (b_{23}b_{34} + b_{33}b_{24})^2 + \lambda_1^2 \lambda_2^2 (b_{12}b_{21}b_{34} - b_{11}b_{22}b_{34} - b_{11}b_{24}b_{32})^2 + \lambda_1^2 \lambda_2^2 \theta \\ \alpha_4^H &= \lambda_2^2 b_{12} b_{33} (b_{22}b_{33} + b_{23}b_{32}) + \lambda_1^2 b_{21} b_{33} (b_{11}b_{23}b_{34} + b_{11}b_{24}b_{33}) + \\ &\quad + \lambda_1^2 \lambda_2^2 b_{21} b_{32} (b_{12}b_{21}b_{34} - b_{11}b_{22}b_{34} - b_{11}b_{24}b_{32}) \\ \beta_4^H &= \lambda_2^2 b_{12}^2 b_{33}^2 - \lambda_1^2 b_{11}^2 b_{24} b_{33}^2 + \lambda_1^2 \lambda_2^2 b_{11} b_{32} (b_{12}b_{21}b_{34} - b_{11}b_{22}b_{34} - b_{11}b_{24}b_{32}) \\ \gamma_4^H &= \lambda_2^3 b_{12}^2 b_{23} b_{33} + \lambda_1^2 b_{11}^3 b_{23} (b_{23}b_{34}\lambda_2 + b_{24}b_{33}) + \end{aligned}$$

$$+ \lambda_1^2 \lambda_2^3 b_{11} (b_{12}^2 b_{21}^2 b_{34} - 2b_{11} b_{22} b_{12} b_{21} b_{34} + b_{11}^2 b_{22}^2 b_{34} - b_{11} b_{12} b_{21} b_{24} b_{32} + b_{11}^2 b_{22} b_{24} b_{32})$$

и ввиду (6)

$$C_1^H = \frac{\alpha_1^H}{\lambda_1 \theta \delta^H} \varphi_1 - \frac{\beta_1^H}{\lambda_1 \theta \delta^H} \varphi_2 + \frac{\gamma_1^H}{b_{11} \lambda_1 \theta \delta^H} \varphi_3,$$

$$C_2^H = \frac{\alpha_2^H}{\lambda_2 \theta \delta^H} \varphi_1 + \frac{\beta_2^H}{\lambda_2 \theta \delta^H} \varphi_2 - \frac{\gamma_2^H \lambda_2}{\theta \delta^H} \varphi_3, \quad C_3^H = \frac{\alpha_3^H}{\theta \delta^H} \varphi_1 - \frac{\beta_3^H}{\lambda_2 \theta \delta^H} \varphi_2 + \frac{\gamma_3^H}{\theta \delta^H} \varphi_3.$$

где коэффициенты $\alpha_1^H = (b_{22} b_{33} + b_{23} b_{32}) \delta^H - b_{12} b_{33} \alpha_4^H$,

$$\alpha_2^H = -b_{21} b_{33} \delta^H + (b_{11} b_{23} b_{34} + b_{11} b_{33} b_{24}) \alpha_4^H,$$

$$\alpha_3^H = b_{32} b_{21} \delta^H - (b_{12} b_{21} b_{34} - b_{11} b_{22} b_{34} - b_{11} b_{24} b_{32}) \alpha_4^H,$$

$$\beta_1^H = -b_{12} b_{33} \delta^H + b_{12} b_{33} \beta_4^H, \quad \beta_2^H = b_{11} b_{33} \delta^H - (b_{11} b_{23} b_{34} + b_{11} b_{33} b_{24}) \beta_4^H,$$

$$\beta_3^H = -b_{11} b_{32} \delta^H + (b_{12} b_{21} b_{34} - b_{11} b_{22} b_{34} - b_{11} b_{24} b_{32}) \beta_4^H, \quad \gamma_1^H = b_{12} b_{23} \delta^H - b_{12} b_{33} \gamma_4^H,$$

$$\gamma_2^H = -b_{11} b_{23} \delta^H + (b_{11} b_{23} b_{34} + b_{11} b_{33} b_{24}) \gamma_4^H,$$

$$\gamma_3^H = (b_{12} b_{21} - b_{11} b_{22}) \lambda_2 \delta^H - (b_{12} b_{21} b_{34} - b_{11} b_{22} b_{34} - b_{11} b_{24} b_{32}) \gamma_4^H$$

Лемма. Вектор (*) будет «нормаль» решение система линейных уравнение (5), если выполняется условие решение (7).

УДК 621.01

Б.А. Кожамкулов, К.Н. Джумадилаев, М.К. Серрахоглу, Э. А. Хазар

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАСОСОВ СИСТЕМ ОХЛАЖДЕНИЯ ДВИГАТЕЛЕЙ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

(г.Алматы, КазНПУ имени Абая, Sakarya üniversitesi Sakarya M. Y. Okulu, Турция)

Мақалада көлік құралдары қозғалтқыштарының ашық қалақты центрден тепкіш сорғылары өндірімділігінің қалақшалы дөңгелек пен ұлу тәрізді қаптам арасындағы саңылау енінен тәуелділігінің тәжірибелік зерттеуі қарастырылған. Бұл саңылаудың, оңтайлы нәтижеге алып келетін, мәнінің болатыны көрсетілген.

В статье рассматривается экспериментальное исследование производительности центробежных насосов автомобильных двигателей от ширины зазора и от вида крыльчатки. Показано, что существуют оптимальные значения ширины запрещенной зоны.

The article deals with experimental investigation of the dependence of performance of centrifugal pumps with the open-gear radial pumps used in the vehicle engines on the gap width between the gear and the spiral casing. It is shown that there are optimal values of the gap width.

Введение

Насосы с открытой лопастью – это насосы, в основном, применяющиеся в системах жидкостного охлаждения транспортных средств. Отличительная часть насосов с открытой лопастью от других насосов – это образование большого зазора между крыльчаткой и улиткообразным кожухом.

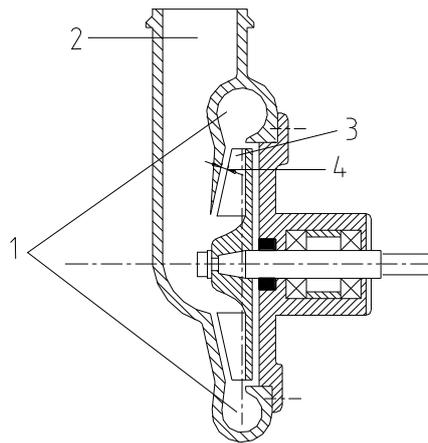


Рис.1. Экспериментируемый насос. 1) Корпус. 2) Улиткообразный кожух. 3) Крыльчатка. 4) Зазор между крыльчаткой улиткообразным кожухом.

Поэтому, в насосах такого типа промежуточное течение, проходящее через поперечную полость в открытой части крыльчатки, приводит к порче основного течения и является причиной потери эффективности. Зависимость потерь от величины зазора сравнивался с потерей при начальном (нулевом) значении зазора. Ширину зазора, между крыльчаткой и улиткообразным кожухом центробежных насосов с открытой лопастью, можно легко изменять (рис.1). Помимо этого, оптимальный зазор трудно получить в процессе производства насоса. Несмотря на то, что имеются достаточно большое количество исследований в области влияния ширины зазора на производительность насоса, эти влияния все еще невозможно подсчитать. Тем не менее, некоторые важные результаты были получены в работах Y.Seneoo, M.Ishida, J.Lauer и Y.Suleyman [1, 2, 3].

1. Экспериментальная установка

Для того чтобы изучить экспериментально насосы систем охлаждения транспортных средств, была создана и изготовлена экспериментальная установка. Схема этого аппарата показана на Рис.2. Экспериментируемый насос был подсоединен к электродвигателю мощностью 0,55 кВт. К этому электродвигателю был подсоединен частотомер, с экрана которого снимались показатели насоса.

На основе измерения момента силы на оси электродвигателя за определенные промежутки времени, и определенные количества оборотов были получены данные по силе насоса. Сначала была измерена сила, приводящая в движение насоса, в которой не было воды, т.е. при работе электродвигателя в холостую. Затем повторили опыт, заполнив систему водой, из получившегося результата вычли первый результат и получили выходную гидравлическую силу насоса. Количество воды, выкаченное при помощи насоса, было измерено при помощи водомера, который был смонтирован в линию закачки воды.

В насосе экспериментируемого аппарата при помощи датчика, измеряющего разницу давления, было измерено давление между всасывающими и давящими дисками при промежутке давления 0-4 бар. Для регулирования ширины зазора на всасывающей трубке (оси вращения крыльчатки) была установлена гайка.

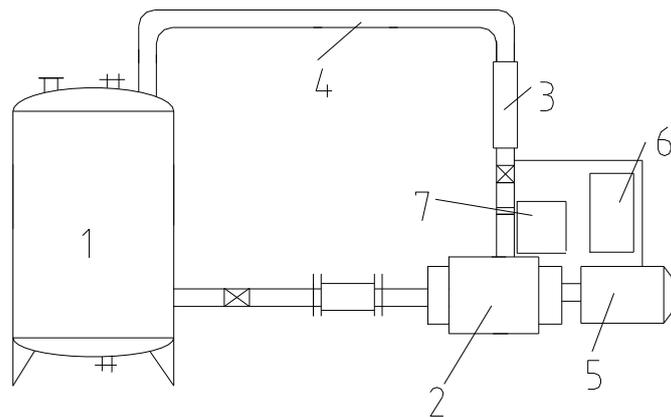


Рис.2. Экспериментальная установка. 1) Резервуар воды. 2) Насос. 3) Водомер. 4) Линия давления. 5) Электродвигатель. 6) Частотомер. 7) Аппарат, измеряющий разницу давления

2. Экспериментируемый насос

Показанный на Рис.3 насос состоял из пяти частей и 20 различных частиц. Насос был сооружен так, чтобы во время опытов можно было осторожно регулировать ширину зазора и заменять различные крыльчатки с легкостью. Опорная часть насоса, прикрепленная четырьмя болтами к улиткообразному кожуху, является вспомогательной частью для опоры и регулировки всасывающей трубы. Подвижная часть также прикреплена четырьмя болтами к улиткообразному кожуху. Подвижная система находится на вращающемся колесе и стержне (оси). Энергия вращения электродвигателя через ось передается крыльчатке. Эта часть устроена так, что крыльчатки можно заменить с легкостью. В основном насосы системы охлаждения транспортных средств имеют улиткообразный корпус.

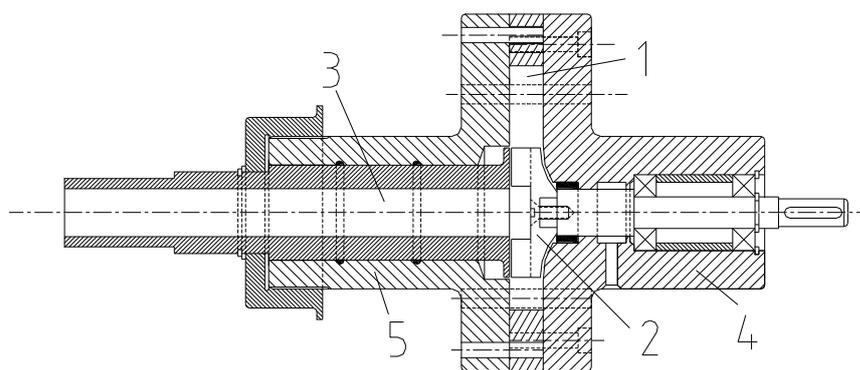


Рис.3. Вид экспериментируемого насоса в поперечном срезе. 1) Улиткообразный кожух. 2) Крыльчатка. 3) Всасывающая трубка. 4) Подвижная часть. 5) Опорная часть насоса.

Улиткообразный кожух создан так, что снижает гидравлические потери до минимума, а общую эффективность насоса увеличивает до оптимума. Улиткообразный кожух, используемый в опыте и показанный на Рис.4, был изготовлен из стального диска путем механической обработки.

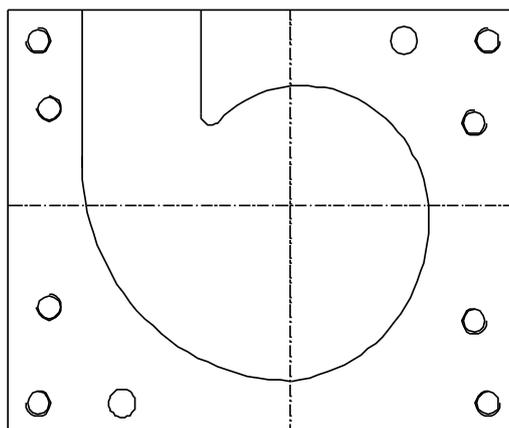


Рис.4. Вид улиткообразного кожуха.

3. Экспериментируемые крыльчатки

Крыльчатки, используемые в опытах, были спроектированы как открытая прямая лопасть, открытая коническая лопасть и закрытая прямая лопасть. Спроектированные лопастные колеса (крыльчатки) были изготовлены путем литья из алюминия (Рис.5). Алюминий предпочли из-за его экономичности, легкости литья и обработки. Диаметр колес, количество стержней, плотность стержней и размеры рубцов стержня показаны в таблице 1.

Таблица 1.

Тип крыльчатки	Угол лопасти		Диаметр крыльчатки			Высота лопасти		Количество лопастей	b_1 / b_2
	β_1	β_2	d_1	d_2	d_1 / d_2	b_1	b_2		
С открытой прямой лопастью	90	90	34,4	68,8	0,5	10,5	10,5	11	1
С открытой конической лопастью	90	90	34,4	68,8	0,5	10,5	6,9	11	0,60
С закрытой прямой лопастью	90	90	34,4	68,8	0,5	10,5	10,5	11	1

4. Результаты экспериментов

На изготовленном для экспериментов насосе охлаждающей воды были протестированы три различные крыльчатки. Во время опыта экспериментируемый насос работал в режиме с частотами: 1500 об/мин, 2000 об/мин, 2500 об/мин и 3000 об/мин. Во время испытания для каждого оборота и крыльчатки ширина зазора насоса была 0,5 мм, 1 мм, 1,5 мм, 2 мм, 3 мм и 5 мм. Были вычислены сила на ось электродвигателя и разница давления у входа и выхода насоса при различном давлении потока воды и при работе каждой крыльчатки на определенном обороте и промежутке времени, как было показано выше. Данные эксплуатационных качеств крыльчаток, которые были испытаны, показаны на Рис. 6, 7, 8. На этих рисунках: Q – скорость истечения (расход) воды ($\text{м}^3/\text{час}$); X – ширина зазора между крыльчаткой и

улиткообразным кожухом (мм); M – механический момент на оси ($H \cdot m$); h – напор воды (м); Δp – разность давления (бар). Данные на рисунках соответствуют частоте 3000 об/мин.

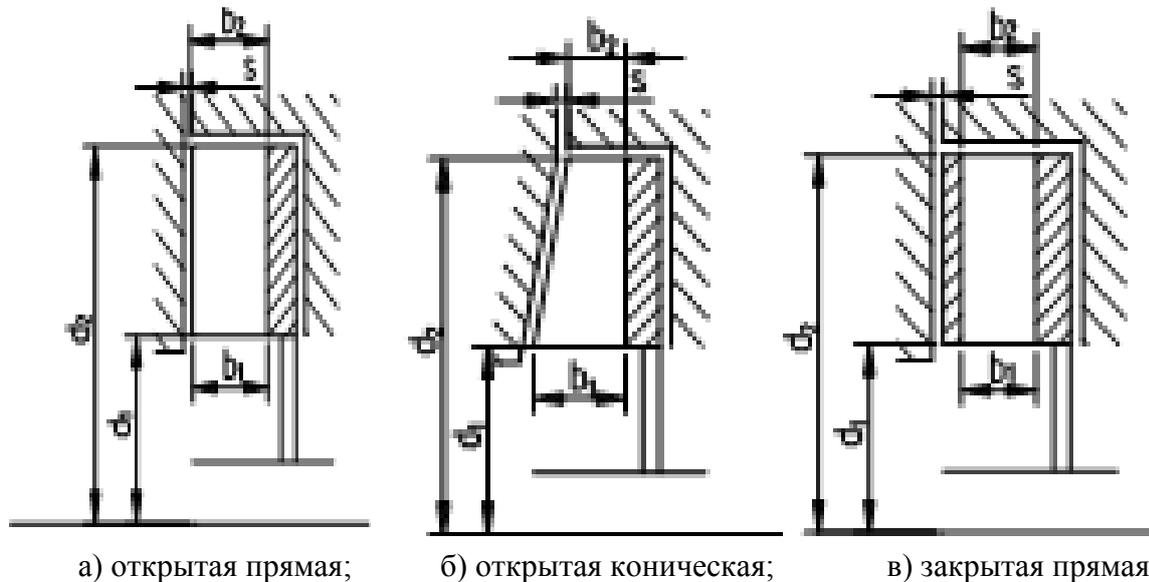


Рис 5. Вид лопастей крыльчатки

5. Выводы

В данной работе были экспериментально исследованы производительности центробежных насосов двигателей от ширины зазора и от вида крыльчатки. Анализируя полученные результаты (Рис.6,7,8) можно сделать следующие заключения:

- Чем больше ширина зазора между крыльчаткой и улиткообразным кожухом тем больше потери;
- Ширина зазора в закрытой прямой лопасти не влияет на выбранный критерий;
- Крыльчатки открытой конической лопастью недостаточно эффективны в рассмотренных величинах зазора и значениях числа оборотов насоса;
- Наиболее производительна крыльчатка с открытой прямой лопастью. А при значениях скорости оборота 3000 об/мин она может быть более эффективной.

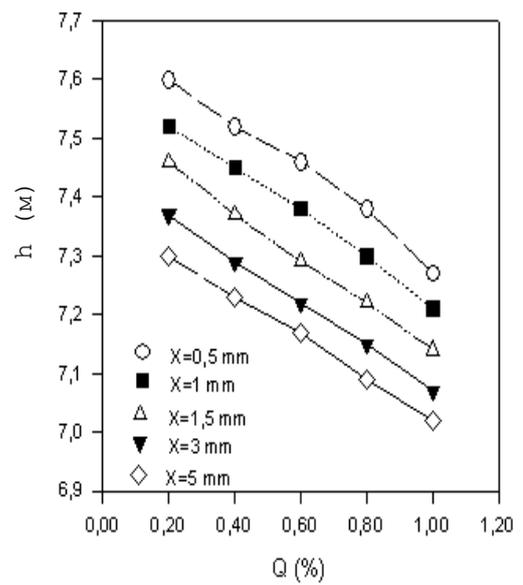
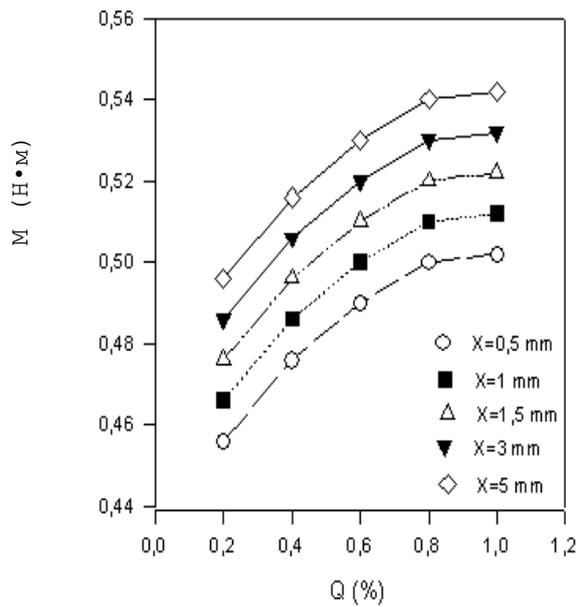
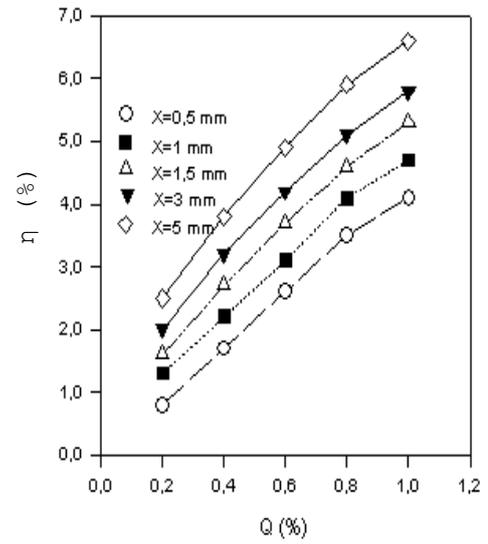
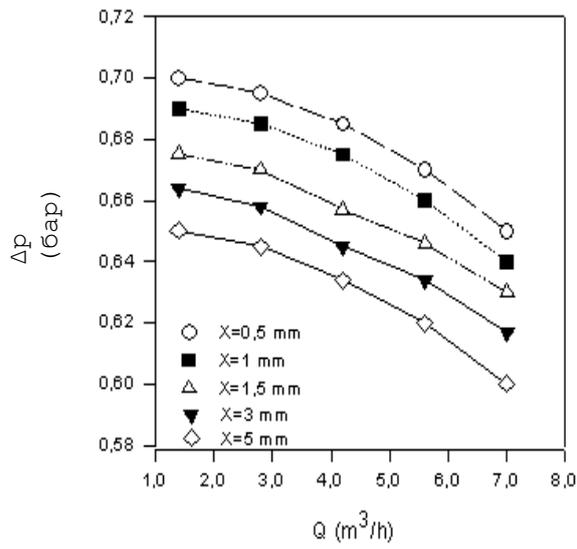


Рис.6. Данные открытой прямой лопасти

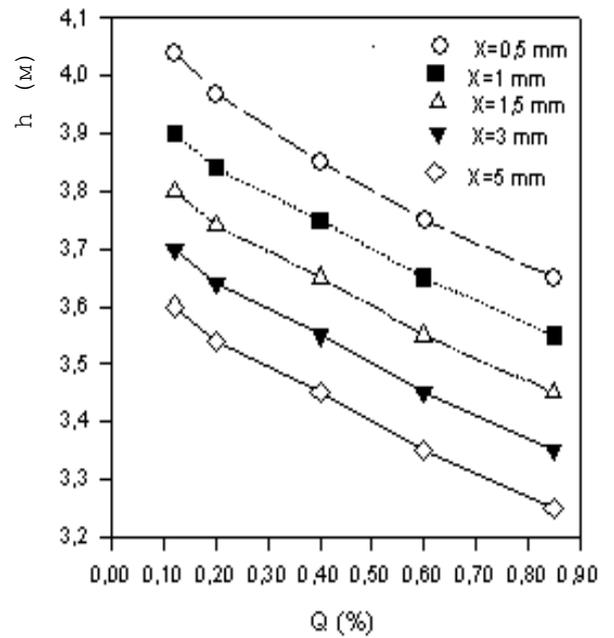
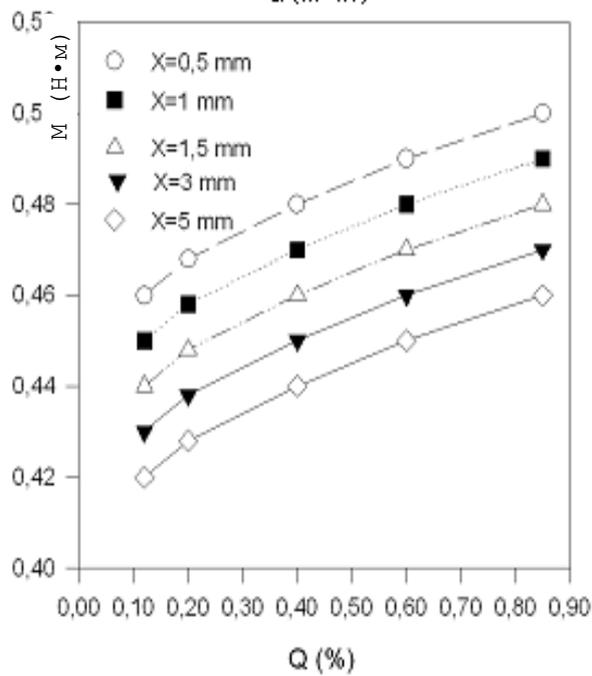
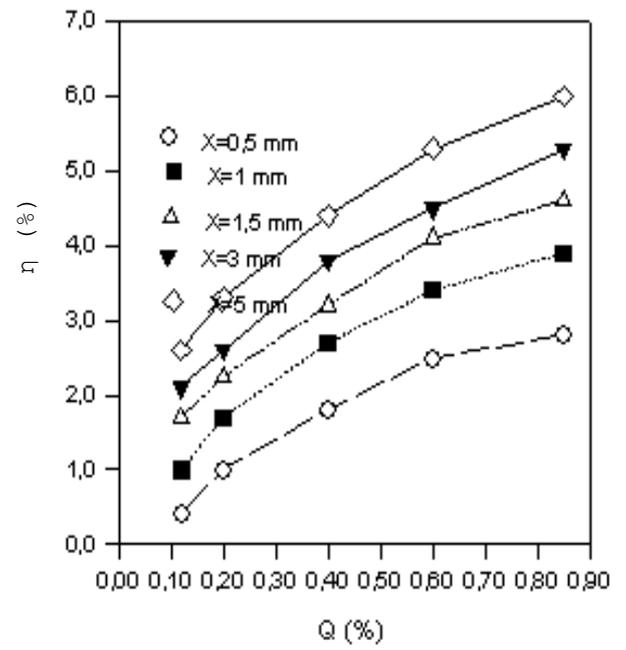
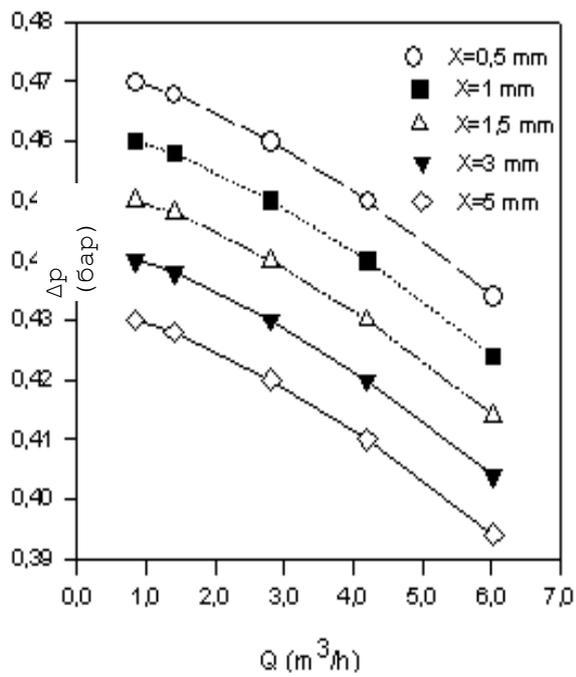


Рис.7. Данные открытой конической лопасти

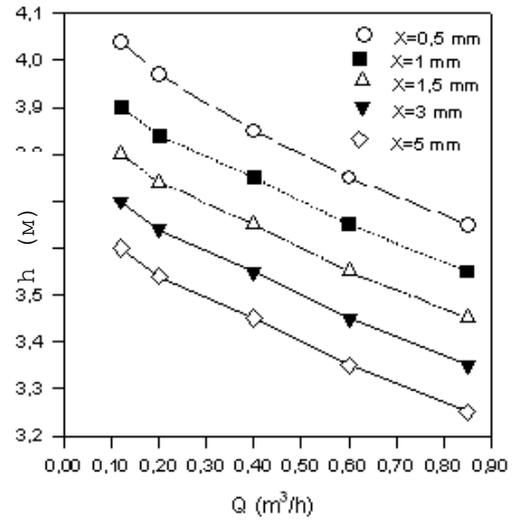
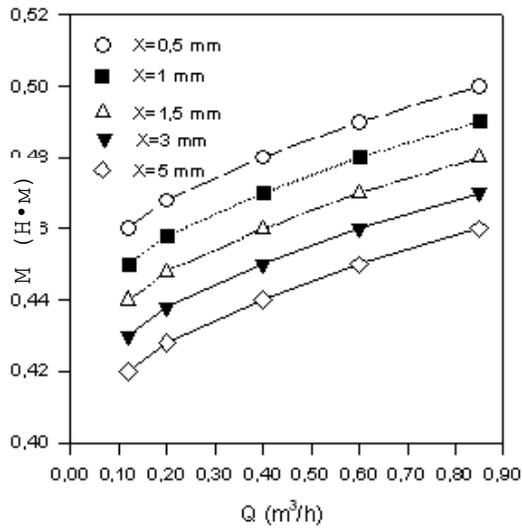
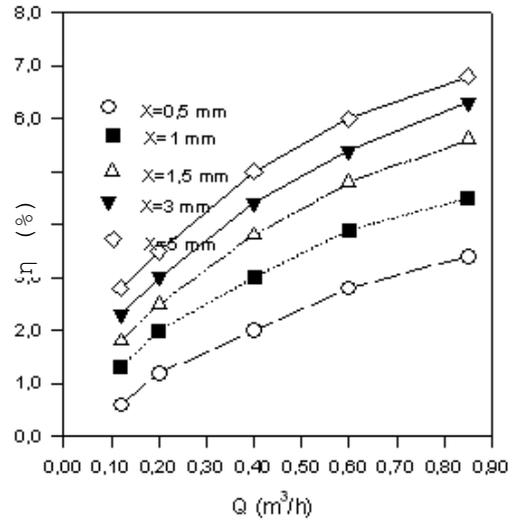
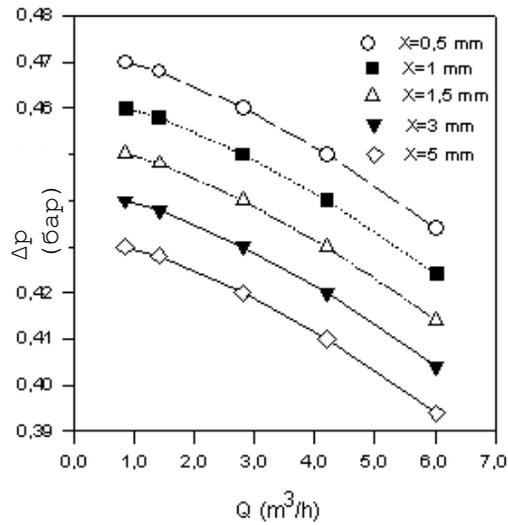


Рис.8. Данные закрытой прямой лопасти.

1. Y.Seneoo, M.Ishida. "Deterioration of Compressor Performance due to tip clearance of centrifugal impeller", Trans of the ASME, J of Turbo machinery Vol 109, 1987
2. J.Lauer. "Tip clearance Sensitivity of centrifugal pumps with semi-open impellers", ASME Fluids Engn. Div. Summer Meeting FEDSM'97,1997
3. Yigit Suleyman."T-İt Motorlarında Kullanılan Aylık kanath Pompaların Aralık Kayıplarının Teorik ve Deneysel incelenmesi", Kocaeli Üniversitesi (1994)
4. S.Canbazoglu, M. Polat. "Optimum Pompa Sistemi Seyimi ve Yeni Çalışma şartlarına Uydurulması", Erciyes Üniversitesi.Kayseri.(1998).
5. Çalli İsmail. "Santrifuj Pompa Hesabı ve Çizimi", Sayfa 35, Kocaeli Üniversitesi.(1991)
6. H.Peterman. "Akım Makinaları", Çevirenler; EDİS, Kaan,TEKİN, Yavuz. (1978).

ТЕРМОГРАФИЧЕСКИЕ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ ОБЖИГА МОДЕЛЬНЫХ ОБРАЗЦОВ ИЗ ЗОЛЫ, ГЛИНЫ И ИХ СМЕСЕЙ

(г. Алматы, КазНПУ имени Абая)

Ғылыми мақалада күл, лай және олардың қоспаларынан жасалған моделдік үлгілердің күйдіру барысындағы термографиялық және термодинамикалық сипаттамалары келтіріліп талданған. Әуелі тәжірибелік әдістердің негізі болып табылатын теориялық мәселе қысқаша қарастырылған. Үлгілердің термографиялық сипаттамаларын тәжірибе жүзінде анықтаудың тәсілі мен техникасы келтірілген. Үлгілердің термографиялық қисықтары сызықтық заңдылықпен қыздыру барысында алынған. Шикі үлгілер мен эталондардың бірдей жағдайда алынған термографиялық сипаттамаларын салыстыру арқылы олардағы күрделі жылуэффектілері анықталып талданған. Күлден жасалған үлгілерде негізінен экзотермиялық, ал лай шикізатынан жасалған үлгілерде эндотермиялық эффектілердің орын алатындығы анықталды. Экзотермиялық эффектілер күл құрамындағы қалдық отынның (көміртегі бөлшектері) жануымен, ал лай минералындағы эндотермиялық эффектілер физика-химиялық және химиялық (кристалдық) байланыстағы судың ыдырап шығуымен түсіндіріледі.

Алынған тәжірибелік мәліметтерді пайдалана отырып (1) және (2) өрнектер бойыншы үлгілердің термодинамикалық сипаттамалары ($a_{эф}$, $c_{эф}$, a , c) анықталды.

Оларды салыстырып талдағанда бұл шамалардың шикі үлгілер үшін айтарлықтай үлкен аралықтарда, ал эталондар үшін аз аралықтарда өзгеретіндігі белгілі болды. Бұл шикі үлгілердегі физика-химиялық түрленілердің жылуэффектілерімен байланысты жүретіндігімен, ал эталондарда бұл үдерістердің орын алмайтындығымен, яғни қайтымсыздығымен түсіндіріледі.

В научной статье приведены и проанализированы термографические и термодинамические характеристики в процессе обжига модельных образцов из золы, глины и их смесей. В начале в кратце изложены теоретические положения, которые служили основой экспериментальных работ. Приведены методы и техника получения термографических характеристик исследуемых образцов. Термографические кривые образцов получены при нагревании по линейному закону. Определение и анализ сложных тепловых эффектов проводились путем сравнения термографических характеристик образца-сырца и эталона, полученных при одинаковых тепловых режимах.

При этом установлены, что в образцах из золы наблюдаются экзотермические, а в глиняных образцах, в основном эндотермические эффекты. Экзотермические эффекты объясняются горением остаточного топлива (углерод) золы, а эндотермические – удалением физико-химической и химической (кристаллической) воды из глинистых минералов.

На основе полученных экспериментальных данных с помощью формула (1) и (2) определены термодинамические характеристики ($a_{эф}$, $c_{эф}$, a , c) образцов. Сравнение этих результатов показывает, что их значения для образца – сырца изменяются в широких, а для эталона в малых пределах. Это объясняется тем, что в образце – сырце физико-химические превращения сопровождаются тепловыми эффектами, а в эталоне эти необратимые процессы отсутствуют.

In the scientific article are resulted a technique of statement of experiments and reception of thermographic curves modeling cindery, clay and зологлиняных samples from whom their effective thermodynamic (thermal) characteristics are defined. At first bases of experimental methods as a theoretical problem are considered. For studying of the thermal

and thermodynamic processes proceeding at roasting of ashes, clay and their mixes, the special technique of record of thermographic curves of heating of the modeling sample-raw and the standard is used. Value of thermodynamic characteristics of standards changes in small limits that shows absence in them of the thermal effects observed in the sample - raw. On thermographic curves of the sample from ashes it is observed basically экзотермический effect, and on thermogram of the sample from clay are observed эндотермический effect. The Ekzotermichesky effect has a talk with ignition and burning of residual carbon, and эндотермический the effect is connected with removal from the sample of the physicist - chemically connected and chemical (crystal) water.

By means of formulas (1) and (2) it is possible to define thermodynamic characteristics of modeling samples ($a_{эф}$, $c_{эф}$, a , c). Effective thermodynamic characteristics of the sample-raw from ashes, clay and their mixes change largely and reflect character of the thermal effects observed in them in the course of roasting. Value of thermodynamic characteristics of standards changes in small limits that shows absence in them of the thermal effects observed in the sample - raw.

Большинство физико-химических превращений, протекающих при обжиге глиняных, зологлиняных и других керамических материалов, сопровождается тепловыми эффектами различной природы и массообменом. Характер этих процессов в золокерамических материалах, прежде всего, определяется свойствами составляющих их компонентов, т. е. золы и глины, и имеет важное значение при разработке научно-обоснованной технологии, в частности, рациональных режимов обжига изделий на их основе.

Современные методы термодинамики необратимых процессов и теплофизики позволяет не ограничивать фиксацией наличия эндотермических или экзотермических эффектов, а производить определение термических (термодинамических) характеристик путем обработки экспериментальных термографических данных при помощи решений систем дифференциальных уравнений тепло- и массообмена. Для изучения термических и термодинамических процессов, протекающих при обжиге золы, глины и их смесей, использована специальная методика записи термографических кривых нагрева модельного образца-сырца и эталона. Объектами термографических и термодинамических исследований процессов обжига служили модельные образцы-цилиндры ($d=50$, $h=105$ мм) из золы с добавкой 2% СДБ (зола от сжигания угля Карагандинского бассейна с содержанием остаточного углерода 7-9%), глины полиминерального состава с преобладанием монтмориллонита (30% и более) и их смесей, полученные методом пластического формования на специальной металлической пресс-форме. Модельные образцы формовались из следующих смесей (% по массе): зола -98 и СДБ-2; зола предварительно прокаленная при 1100°C -98 и СДБ -2; глина -100; зола предварительно прокаленная при 1100°C до полного сжигания остаточного топлива -85 и глина -15.

Свежесформованные образцы-цилиндры после их сушки до равновесного состояния подвергались экспериментальному исследованию на специальной установке по нижеизложенной методике. Для сравнительного анализа экспериментальные исследования дублировались на образцах-эталонах при тех же температурно-газовых режимах. При этом эталоном для глиняных образцов служили те же образцы, но предварительно обожженные, а для зольных образцов - образцы, полученные из предварительно прокаленной (до полного выжигания остаточного топлива) золы с добавкой 2% СДБ. Для зологлиняных образцов эталоном служили аналогичные образцы, только с использованием предварительно прокаленной золы.

Методика постановки эксперимента и получения термографических кривых (дифференциальные кривые нагрева) модельных зольных, глиняных и зологлиняных

образцов, из которых определяются их эффективные термодинамические (термические) характеристики, учитывающие тепловые эффекты физико-химических превращений в сырье, построена на основе решений уравнения теплопроводности, разработанных А. В. Лыковым для квазистационарного режима [1-3]:

$$a_{эф} = \frac{b \cdot R^2}{2(\Gamma + 1)(t_n - t_y)} ; \quad (1)$$

$$c_{эф} = \frac{\lambda}{a_{эф} \cdot \gamma_0} \quad (2)$$

где $a_{эф}$ — эффективный коэффициент теплопроводности для теплопереноса, т.е. эффективный коэффициент температуропроводности; $c_{эф}$ — эффективная удельная теплоемкость; b — скорость нагрева среды в печи; R — определяющий размер образца, для пластины половина толщины, а для цилиндра и шара — радиус; Γ — постоянное число (для неограниченной пластины $\Gamma=0$, для цилиндра $\Gamma=1$, а для шара $\Gamma=2$); t_n, t_y — температура, соответственно поверхности и центра образца.

Таким образом, решив обратную задачу, т. е. фактически получив решение уравнения теплопроводности Фурье путем записи термографических кривых (температурные поля) модельных образцов в процессе обжига и повторного нагрева, с помощью формул (1) и (2) можно определить термодинамические характеристики сырьевых ($a_{эф}, c_{эф}$) и обожженных (a, c) материалов при разных температурах. Преимущества использованной нами специальной методики перед традиционными в том, что полученные кривые раскрывают истинную картину протекания термических процессов в исследуемых плотных образцах и позволяют с помощью методов теории подобия перенести их результаты в реальные изделия, обжигаемые в условиях промышленных печей.

Экспериментальные работы по изучению термографических и термодинамических характеристик процессов обжига модельных образцов из золы, глины и их смесей были проведены на специальной установке, включавшей электрическую муфельную печь типа СНОЛ с платино-платинородиевой термопарой и электронным терморегулятором, позволяющим автоматически регулировать режимами обжига в печи.

Техника эксперимента состояла в следующем: для записи термографических (дифференциальных) кривых при обжиге исследуемых объектов в образец формой неограниченного цилиндра ($l \geq 2d$) помещались спаи двух платино-платинородиевых термопар (диаметр электродов 0,5мм). Термопарой (1) измерялась температура поверхности образца, а термопарой (2) — температура центра образца. Измерения температуры среды в печи производились с помощью термопары (3). Нагрев, подготовленного таким образом, цилиндрического образца с вмонтированными в него термопарами производился в электрической печи экспериментальной установки по строго квазистационарному тепловому режиму, т. е. подъем температуры среды осуществлялся по линейному закону. Экспериментальные исследования в аналогичных условиях проводились и на образцах—эталонах.

При обжиге зологлиняных образцов возникают сложные тепловые эффекты, обусловленные наложением процессов, характерных как для глиняной, так и для зольной части материала. Для выявления их природы наряду с зологлиняными смесями, как было отмечено выше, были изучены и составляющие компоненты (зола, глина).

На основе полученных экспериментальных результатов построены

термографические кривые процессов обжига модельных образцов (рис. 1-3), которые собой представляют – разность температур поверхностей образца-сырца и эталона (кривая 1), разность температур центров образца –сырца и эталона (кривая 2), температура среды в печи (кривая 3). По приведенным термографическим кривым нагрева модельных образцов можно проследить механизм прохождения тепловых эффектов, связанных с физико-химическими превращениями и диссипативной работой в материале. Отклонение термографических кривых вверх характеризует экзотермический эффект, вниз — эндотермический.

На термографических кривых образца из золы (рис. 1) в интервале температур 400-700⁰С наблюдается глубокий экзотермический эффект, который объясняется с воспламенением и горением остаточного углерода. В дальнейшем в интервале температур 700-1100⁰С заметны два пика аналогичных эффектов, связанных с относительным повышением интенсивности горения остаточного топлива в образце. При температурах 1100⁰С и выше процессы горения углеродных частиц в образце заметно замедляются, а затем при дальнейшем повышении температуры вовсе прекращается. Это связано с появлением в образце жидких фаз и изменением пористой структуры материала.

На термограмме образца из глины (рис. 2) в характерных интервалах температур 100-400⁰С, 750-850⁰С и 900-1000⁰С наблюдаются три эндотермических эффекта. Первый из них связан с удалением из образца физико -химически связанной (межслоевой -межплоскостной), а менее интенсивные второй и третий эндоэффекты – кристаллической (химической) воды.

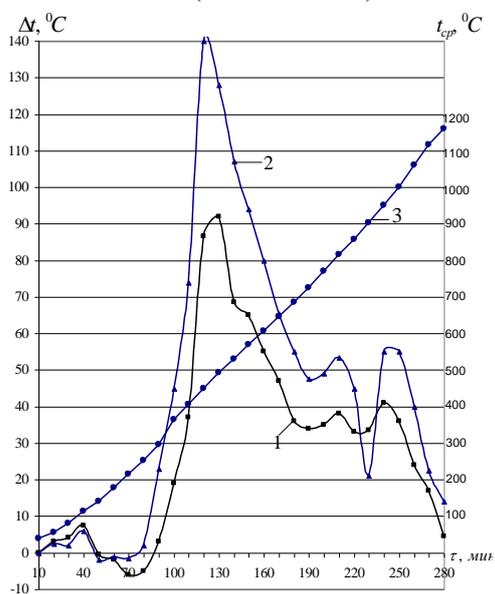


Рис.1. Термографические кривые образцов из золы
 1. – разность температур поверхностей образца–сырца и эталона $\Delta t_n = t_{n,c} - t_{n,эм}$.
 2. – разность температур центров образца-сырца и эталона $\Delta t_u = t_{u,c} - t_{u,эм}$.
 3. – температура среды в печи $t_{cp} = f(\tau)$.

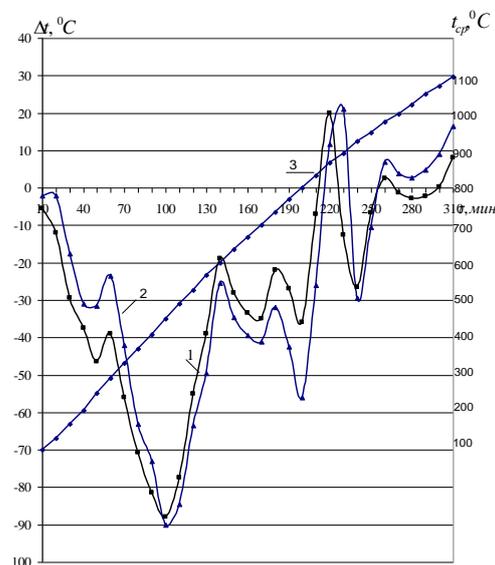


Рис.2. Термографические кривые образцов из глины
 1. – разность температур поверхностей образца–сырца и эталона $\Delta t_n = t_{n,c} - t_{n,эм}$.
 2. – разность температур центров образца-сырца и эталона $\Delta t_u = t_{u,c} - t_{u,эм}$.
 3. – температура среды в печи $t_{cp} = f(\tau)$.

На термографических кривых образца из зологлиняной смеси (рис. 3) наблюдается наложение эффектов, характерных для золы и глины, но они менее интенсивны.

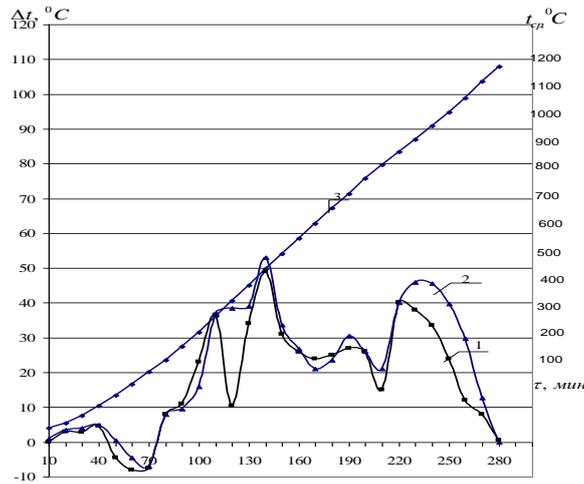


Рис.3. Термографические кривые образцов из зооглиняной смеси

1. – разность температур поверхностей образца–сырца и эталона $\Delta t_n = t_{n,c} - t_{n,эм}$,
2. – разность температур центров образца-сырца и эталона $\Delta t_y = t_{y,c} - t_{y,эм}$.
3. – температура среды в печи $t_{cp} = f(\tau)$.

Термодинамические характеристики ($a_{эф}$, $c_{эф}$, a , c) исследуемых образцов представлены в таблицах 1-3. Из приведенных данных видно, что эффективные термодинамические характеристики образца-сырца ($a_{эф}$, $c_{эф}$) из золы, глины и их смесей изменяются в широких пределах и отражают характер тепловых эффектов, наблюдаемых в них в процессе обжига.

Табл. 1. Термодинамические характеристики образцов из золы

$t_{cp}, ^\circ C$, температура среды в печи	Зольный образец –сырец		Эталон (образец-сырец из прокаленной золы)	
	$a_{эф}, 10^{-7} м^2 / с$	$c_{эф}, \frac{кДж}{кг \cdot K}$	$a, 10^{-7} м^2 / с$	$c, \frac{кДж}{кг \cdot K}$
150	6,94	1,36	8,27	1,05
200	6,38	1,48	5,03	1,73
250	5,90	1,60	4,14	2,10
300	4,37	2,16	3,46	2,52
350	1,59	5,92	1,55	5,60
400	-3,19	-2,96	17,81	0,49
450	-3,75	-2,52	5,26	1,65
500	-7,87	-1,20	4,82	1,80
550	-15,74	-0,60	3,56	2,44
600	6,56	1,44	2,69	3,23
650	4,57	2,07	2,60	3,34
700	4,22	2,24	2,52	3,46
750	3,81	2,48	2,52	3,46
800	3,75	2,52	2,41	3,61
850	3,37	2,80	2,46	3,53
900	3,19	2,96	2,60	3,34
950	3,81	2,48	2,57	3,38
1000	3,58	2,64	2,23	3,91
1050	3,11	3,04	2,14	4,06
1100	2,77	3,40	2,09	4,17
1150	2,46	3,84	2,07	4,21

Табл. 2. Термодинамические характеристики образцов из глины

$t_{cp}, ^\circ C$, температура среды в печи	Глиняный образец –сырец		Эталон (обожженный образец)	
	$a_{эф}, 10^{-7} м^2 / с$	$c_{эф}, \frac{кДж}{кг \cdot К}$	$a, 10^{-7} м^2 / с$	$c, \frac{кДж}{кг \cdot К}$
150	10,17	0,99	6,97	0,57
200	8,30	0,49	6,32	0,63
250	5,09	0,78	5,34	0,74
300	2,97	1,34	3,31	1,20
350	2,54	1,56	3,96	1,00
400	2,37	1,67	3,86	1,03
450	2,97	1,34	3,86	1,03
500	3,10	1,28	4,22	0,94
550	3,56	1,11	4,63	0,86
600	2,97	1,34	4,34	0,91
650	2,34	1,70	4,62	0,86
700	2,09	1,89	4,96	0,80
750	2,59	1,53	5,34	0,74
800	2,97	1,34	4,22	0,94
850	3,65	1,08	4,22	0,94
900	3,31	1,20	5,34	0,74
950	9,47	0,42	5,34	0,74
1000	11,39	0,35	5,34	0,74
1050	8,05	0,49	5,34	0,74
1100	8,47	0,47	4,63	0,86
1150	7,00	0,57	4,21	0,94

Табл. 3. Термодинамические характеристики образцов из зологлиняной смеси

$t_{cp}, ^\circ C$ температур а среды в печи	Зологлиняный образец- сырец		Зологлиняный образец на основе прокаленной золы (эталон)	
	$a_{эф}, 10^{-7} м^2 / с$	$c_{эф}, \frac{кДж}{кг \cdot К}$	$a, 10^{-7} м^2 / с$	$c, \frac{кДж}{кг \cdot К}$
150	7,30	1,14	7,77	0,92
200	5,48	1,52	6,09	1,20
250	4,98	1,67	5,49	1,34
300	4,38	1,89	5,36	1,40
350	5,61	1,48	5,63	1,30
400	9,96	0,83	6,63	1,11
450	10,44	0,80	4,49	1,61
500	8,43	0,98	6,63	1,11
550	6,45	1,29	5,93	1,24
600	5,34	1,56	5,12	1,44
650	5,20	1,59	5,12	1,44
700	5,20	1,59	5,78	1,27

750	5,62	1,48	5,78	1,27
800	5,92	1,40	4,60	1,60
850	6,26	1,33	4,60	1,60
900	8,12	1,03	4,42	1,62
950	7,30	1,14	4,17	1,70
1000	9,13	0,91	4,02	1,80
1050	4,57	1,82	4,33	1,69
1100	4,57	1,82	4,33	1,69

Термодинамические характеристики образцов из золы в интервале температур 400-550⁰С имеют отрицательные значения. Это показывает изменение направления теплового потока в образце за счет экзотермического эффекта, связанного с горением остаточного топлива золы (рис.1).

Значение термодинамических характеристик эталонов изменяется в малых пределах, что показывает отсутствия в них тепловых эффектов, наблюдаемых в образце- сырце.

Полученные физико-технологические результаты могут быть использованы для разработки научно-обоснованных режимов обжига керамических материалов из исследуемых смесей.

1. Лыков А.В. Тепломассобмен. –М.:Энергия, 1978.–480с., ил.
2. Лыков А.В. Теоретические основы строительной теплофизики.–Минск: АН БССР, 1961.–520с., ил.
3. Кулбеков М.К., Оспанбеков Е.. К теории теплопроводности при квазистационарных режимах нагрева твердых тел. // Поиск (Ізденіс). – 2009. №3, с. 213-215.

UDK 517. 962.2, 519. 876.2

G.A. Kaldybaeva, A.J. Satybaev

NUMERICAL DEFINITION OF DENSITY IN A DYNAMIC PROBLEM OF TERMO-ELASTICITY

(Kyrgyz Republic, Osh State University, Osh Technological University)

Ұсынылып отырған мақалада ортаның тығыздығын ақырлы-айырымдық әдіспен қайта қалыпқа келтіру әдісі сипатталған. Кері есептің физикалық интерпретациясы берілген және оның шешімі ақырлы айырымдармен ұсынылады. Тура есептің шешімі белгілі болған кездегі кері есептің шешімі үшін тұжырымдама (теорема) қалыптастырылады.

В данной статье описан метод восстановления плотности среды конечно-разностным методом. Дается физическая интерпретация обратной задачи и предлагается ее решение в конечных разностях и формулируется утверждение (теорема) для решения обратной задачи при известном решении прямой задачи.

Environmental density is recovered in this article by finite-different methods. This article describes a method for reconstructing the medium density finite-difference method. Physical interpretation of the inverse problem and offers a solution in finite differences and formulate a

statement (Theorem) to solve the inverse problem with a known solution of the direct problem.

The dynamic inverse problem was investigated by V.G. Yakhno and S.O. Apbasov [1,2].

Recovery of thermostarined condition set on a part of displaced limit was considered by Kozlov V.A.

Problem. Let on border $x=0$ halfspace $R_+ = \{z \in R, z > 0\}$ the thermal impact is set and thus temperature on border is raised from initial temperature T_0 up to T_1 . Then the mathematical model thermo-elasticity is described by the equation [3]:

$$\rho(z) \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} [\lambda(z) + 2\mu(z) \frac{\partial v(z,t)}{\partial z} + (3\lambda(z) + 2\mu(z))R(\theta(z,t))], \quad z \in R_+, \quad t \in R_+, \quad (1)$$

$$\text{where } R(s) = \int_0^s \alpha(y) dy, \quad \Phi(z,t) = \theta(z,t) = (T_1 - T_0) * \left[\operatorname{erfc}(z/(2\sqrt{kt})) - \exp(\gamma z - \gamma^2 kt) * \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{kt}} - \gamma\sqrt{kt}\right) \right], \quad \operatorname{erfc}(\gamma) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^\gamma e^{-\xi^2} d\xi,$$

T_0, T_1, K, γ - fixed positive numbers, $\theta(z,t)$ - adhering of temperature, $\alpha(y)$ - thermal expansion, κ - temperature conduction, $g=q/n$, q - heat-return n - heat conduction.

The physical sense of a direct problem of thermo-edacity consists in definition of convected heat exchange $u(z,t)$, occurring in environment under initial and boundary conditions

$$v(z,t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{3\lambda(0) + 2\mu(0)}{\lambda(0) + 2\mu(0)} R(\theta(0,t)). \quad (3)$$

Let's note, that a boundary condition (3) at, $R(\theta(0,t)) = -\gamma(T_1 - T_0)$,

models thermal impact on a surface of halfspace R_+ , i.e. temperature on border raises from T_0 up to T_1 . Thus between border of environment $x=0$ and environment occurs convected heat exchange.

Inverse problem. To define $\rho(z)$ - density of environment from (1) - (3) at the additional information concerning the decision of a direct problem

$$v(z,t)|_{z=0} = f(t), \quad t \in [0, T], \quad 0 < T - \text{const}, \quad (4)$$

and at known meanings $\lambda(z), \mu(z)$ - coefficients of Lamé, $\alpha(y)$ - thermal expansion. From the equation (1) we will get

$$\frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} = \frac{(\lambda'_z(z) + 2\mu'_z(z))}{\rho(z)} * \frac{\partial v(z,t)}{\partial z} + \frac{(\lambda(z) + 2\mu(z))}{\rho(z)} \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial z^2} + \frac{(3\lambda'_z(z) + 2\mu'_z(z))}{\rho(z)} \Phi(z,t) + \frac{3\lambda(z) + 2\mu(z)}{\rho(z)} \Phi'_z(z,t). \quad (5)$$

Let's take new variety $x(z) = \int_0^z \sqrt{\frac{\rho(y)}{\lambda(y) + 2\mu(y)}} dy$ and new functions $a(x(z)) = \rho(z)$, $\mathfrak{e}(x(z)) = \lambda(z)$, $c(x(z)) = \mu(z)$, $u(x(z), t) = \nu(z, t)$, $\psi(x(z), t) = \Phi(z, t)$.

Then, using the following expressions

$$\nu_{tt} = u_{tt}, \quad \nu_z = u_x \cdot x_z, \quad \nu_{zz} = u_{xx} \cdot x_z^2 + u_x \cdot x_{zz}, \quad \Phi_z(z, t) = \psi_x(x, t) \cdot x_z,$$

$$\lambda_z(z) = \mathfrak{e}'_x \cdot x_z, \quad \mu_z(z) = c'_x(x) \cdot x_z,$$

from the equation (5) we have

$$u_{tt} = u_{xx} + \frac{\mathfrak{e}'_x + 2c'_x}{\sqrt{\mathfrak{e}(x) + 2c(x)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{a(x)}} u_x - \frac{\left(\frac{a(x)}{\mathfrak{e}(x) + 2c(x)} \right)'}{\left(\frac{a(x)}{\mathfrak{e}(x) + 2c(x)} \right)} \cdot u_x +$$

$$+ \frac{3\mathfrak{e}'_x + 2c'_x}{\sqrt{\mathfrak{e}(x) + 2c(x)}} \cdot \frac{\psi(x, t)}{\sqrt{a(x)}} + \frac{3\mathfrak{e}(x) + 2c(x)}{\sqrt{\mathfrak{e}(x) + 2c(x)}} \cdot \frac{\psi_x(x, t)}{\sqrt{a(x)}}. \quad (6)$$

$$u(x, t) \Big|_{t < 0} \equiv 0,$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{3\mathfrak{e}(0) + 2c(0)}{\mathfrak{e}(0) + 2c(0)} \cdot \sqrt{\frac{\mathfrak{e}(0) + 2c(0)}{a(0)}} \cdot \psi(0, t), \delta(t). \quad (7)$$

$$u(x, t) \Big|_{x=0} = f(t), \quad t \in [0, T] \quad (8)$$

Let concerning required function $a(x)$ and $b(x), c(x)$ and be executed

where $a(x), b(x), c(x) \in \Lambda_0, \Psi(x, t) \in \Lambda_1$,

$$\Lambda_0 = \left\{ \rho_0(x) \in C^6(R_+), \rho_0(+0) = 0, \quad 0 < M_1 \leq \rho_0(x) \leq M_2, \|\rho_0\|_{C^2} \leq M_3 \right\}$$

$$\Lambda_1 = \left\{ \Psi(x, t) \in C^6(R \times R_+), \text{supp}\{\Psi(x, t)\} \subset ((0, d) \times (|x|, T - |x|)) \right\} \quad (9)$$

Let's designate through

$$S(x) = - \left(\ln \left(\frac{a(x)}{\mathfrak{e}(x) + 2c(x)} \right) \right)'_x.$$

From here

$$a(x) = (\mathfrak{e}(x) + 2c(x)) \cdot \exp \left(- \int_0^x S(y) dy \right). \quad (10)$$

We allocate singular part of a direct problem decision, representing it as, continuing all connected functions on x to R by an even mode

$$u(x, t) = \tilde{u}(x, t) + R(x)\theta(t - |x|), \quad (11)$$

where $\tilde{u}(x, t)$ - continuous smooth function is.

Substituting the received correlation (6), (7) and taking into account (10), (11), we will get a reverse task with the data on the characteristics

$$\left. \begin{aligned} u_{tt} = u_{xx} + & \left\{ \left[\frac{\varrho'_x + 2c'_x}{\sqrt{\varrho(x) + 2c(x)}} \right] u_x + \left[\frac{3\varrho'_x + 2c'_x}{\sqrt{\varrho(x) + 2c(x)}} \right] \psi(x, t) + \right. \\ & \left. + \left[\frac{3\varrho(x) + 2c(x)}{\sqrt{\varrho(x) + 2c(x)}} \right] \cdot \frac{\psi_x(x, t)}{\sqrt{a(x)}} \right\} * \frac{1}{\sqrt{a}} + S(x)u_x, \\ u(x, t)|_{t=|x|} = & R(x), \quad x \in R, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$S(x) = -2R'(x)/R(x) - \left[\frac{\varrho'_x + 2c'_x}{\sqrt{\varrho(x) + 2c(x)}} \right] \cdot \frac{\exp\left(-\int_0^x S(y)dy\right)}{\sqrt{\varrho(x) + 2c(x)}} \cdot S(0) = \sqrt{\frac{\varrho(0) + 2c(0)}{a(0)}},$$

$$a(x) = (\varrho(x) + 2c(x)) \exp\left(-\int_0^x S(\lambda)d\lambda\right), \quad a(0) = \varrho(0) + 2c(0),$$

$$u_x(x, t)|_{x=0} = \frac{3\varrho(0) + 2c(0)}{\sqrt{(\varrho(0) + 2c(0)) \cdot a(0)}} * \psi(0, t), \quad (13)$$

$$u(x, t)|_{x=0} = f(t), \quad x \in [0, T] \quad (14)$$

Here unknown function is the function $a(x)$.

By force of a condition (9), (14) and hyperbolic equation it is possible to be limited by consideration of a inverse problem (12) - (14) in area

$$\Delta(T) = \{(x, t) \in R \times R_+, \quad x \in (0, T/2), \quad |x| < t < T - |x|\}.$$

Finite-different solution. Using net designation [4], for the numerical solution of a reverse task (12) - (14) we will take net area:

$$\Delta_h(T) = \{x_i = ih, \quad t_k = kh, \quad h = T/2N, \quad i = \overline{0, N}, \quad k = \overline{0, 2N}; \quad ih \in (0, T/2), \quad ih < kh < T - ih\},$$

where h - net step on x, t .

Now let's make net analogue of inverse problem (12) - (14):

$$\left. \begin{aligned} u_{\bar{t}\bar{t}} = u_{\bar{x}\bar{x}} + & \left[\frac{\varrho_{\bar{x}} + 2c_{\bar{x}}}{\sqrt{\varrho_i + 2c_i}} u_{\bar{x}} + \frac{3\varrho_{\bar{x}} + 2c_{\bar{x}}}{\sqrt{\varrho_i + 2c_i}} \psi_i^k + \frac{3\varrho_i + 2c_i}{\sqrt{\varrho_i + 2c_i}} \psi_{\bar{x}} \right] * \frac{1}{\sqrt{a_i}} + S_i u_{\bar{t}}, \quad (ih, kh) \in \Delta_h(T), \\ u_i^i = & R_i, \quad i = \overline{0, N}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} S_i &= -2R_{\bar{x}}/R_i - \frac{\mathfrak{e}_{\bar{x}} + 2c_{\bar{x}}}{\mathfrak{e}_i + 2c_i} * \exp\left(-\sum_{l=1}^{i-1} S_l h\right), & S_0 &= \frac{\sqrt{\mathfrak{e}_0 + 2c_0}}{\sqrt{a_0}}, \\ a_i &= (\mathfrak{e}_i + 2c_i) \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^i S_l h\right), & a_0 &= \mathfrak{e}_0 + 2c_0, \\ u_{\bar{x}}|_{i=0} &= \frac{3\mathfrak{e}_0 + 2c_0}{\sqrt{(\mathfrak{e}_0 + 2c_0) \cdot a_0}} * \psi_0^k, & k &= \overline{1, 2N-1} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$u_i^k|_{i=0} = f^k, \quad k = \overline{0, 2N}, \quad (17)$$

where $a_i, \mathfrak{e}_i, c_i, u_i^k, \psi_i^k, a_{\bar{x}}, \mathfrak{e}_{\bar{x}}, c_{\bar{x}}, u_{\bar{x}}, \psi_{\bar{x}}, S_i, u_{\bar{x}\bar{x}}, u_{\bar{x}t}$

net analogues of functions $a(x), \mathfrak{e}(x), c(x), u(x, t), \psi(x, t),$

$a_x, \mathfrak{e}_x, c_x, u_x, \psi_x, S(x), u_{xx}, u_{tt}$ and also $a_{\bar{x}} = (a_i - a_{i-1})/h.$

From the equation (15) we have different analogue of the Dalamber's formula

$$\begin{aligned} u_i^{k+1} &= (f^{k+i+1} + f^{k-i-1})/2 + h^2 \sum_{l=1}^i \sum_{j=1}^l \frac{\mathfrak{e}_{\bar{x}} + 2c_{\bar{x}}}{\sqrt{(\mathfrak{e}_j + 2c_j) a_j}} * \left(\frac{u_j^{k-i-j+2l} - u_j^{k-i-j+2l}}{h} \right) + \\ &+ h^2 \sum_{l=1}^i \sum_{j=1}^l \frac{3\mathfrak{e}_{\bar{x}} + 2c_{\bar{x}}}{\sqrt{(\mathfrak{e}_j + 2c_j) a_j}} \cdot \psi_j^{k-i-j+2l} + h^2 \sum_{l=1}^i \sum_{j=1}^l \frac{3\mathfrak{e}_j + 2c_j}{\sqrt{(\mathfrak{e}_j + 2c_j) a_j}} \cdot (\psi_j^{k-i-j+2l} - \psi_{j-1}^{k-i-j+2l}) + \\ &+ h^2 \sum_{l=1}^i \sum_{j=1}^l S_j \left(\frac{u_j^{k-i-j+2l} - u_{j-1}^{k-i-j+2l}}{h} \right), \quad i = \overline{1, N-1}; \quad k = \overline{i, 2N-i}. \end{aligned} \quad (18)$$

Let's describe algorithm of the solution of a reverse task (16) - (17). From different equations (17) the zero layer is defined:

$$u_0^k = f^k, \quad k = \overline{0, 2N}; \quad R_0 = f^0, \quad S_0 = \sqrt{(\mathfrak{e}_0 + 2c_0)/a_0}; \quad a_0 = \mathfrak{e}_0 + 2c_0. \quad (19)$$

From different equations (16) the first layer is defined.

$$\begin{aligned} u_1^k &= f^k + h(3\mathfrak{e}_0 + 2c_0) \psi_0^k / \sqrt{(\mathfrak{e}_0 + 2c_0) a_0}, \quad k = \overline{0, 2N}, \\ R_1 &= u_1^1, \quad S_1 = -2(R_1 - R_0)/(h \cdot R_1) - \{[(\mathfrak{e}_1 - \mathfrak{e}_0) + 2(c_1 - c_0)]/[h(\mathfrak{e}_1 + 2c_1)] * \exp(-S_0 \cdot h/2)\}, \\ a_1 &= (\mathfrak{e}_1 + 2c_1) \exp(-S_0 h/2). \end{aligned} \quad (20)$$

We admit the layer $-i$ is constructed. According to the formula (18)

u_{i+1}^k $k = i+1, 2N-i-1$, in $i+1$ a layer is defined.

Then $R_{i+1}, S_{i+1}, a_{i+1}$ is defined according to the formulas (15). Thus are unknown reverse tasks: $a_i, u_i^k, i = \overline{0, N}$ are defined.

According to the method [5] it is possible to show, that constructed

$u_i^k, (u_i^k - u_{i-1}^k)/h, R_i, S_i, a_i$ are taken accordingly for net functions $\bar{u}_i^k, (\bar{u}_i^k - \bar{u}_{i-1}^k)/h, \bar{R}_i, \bar{S}_i, \bar{a}_i$ of a reverse task (15), (16), (17) with $O(h)$.

According to the method [5] it is also possible to prove the following theorem.

Theorem. Let for $f(t) \in C^4([0, T])$ the solution of a inverse problem (6) - (7) exist and satisfy to the condition (9) and let solution of a direct problem $u(x, t) \in C^4(\Delta(T))$. Then the approached solution constructed by finite-different method, inverse problem (15), (16), (17) are taken for the exact solution of a inverse problem (6), (7) in a class C with speed about of order $O(h)$, at some "small" T and has a place for assessment.

$$|a_i - \tilde{a}_i| \leq Ph \cdot \|u\|_{C^2(\Delta(T))},$$

where P - constant dependent from norms of known coefficients, h - step of a grid, $\|u\|_{C^2(\Delta(T))}$ - norm of a direct problem solution.

1. Apbasov S.O., Yakhno V.G. Defining the characteristics of isotropic vertically - non-uniform inconsistent thermo-elasticity of environment // Questions on a emedial tasks in mathematical physics and analysis. Novosibirsk: VS SOAN USSR, 1986. – p. 26-37.
2. Apbasov S.O. , Yakhno V.G. Inverse problem of a dynamic inconsistent thermo-elasticity // Some questions of the differential equations and discrete mathematics. Novosibirsk: NGU, 1986. -p. 63-70.
3. Kovalenko A.D. Thermo-elasticity. - Kiev: Visa school, 1975.
4. Ladyjenskya O.A. Limited problems of mathematical physics. M.: Science. -1983. - 407p.
5. Satybaev A. J. Mathematical model of a dynamic inverse problem of thermo-elasticity and its numerical solution// Problems of management and computer science / the Reports of the international conference. - Bishkek, 2000.- p. 371- 376.

ӘОЖ 534:57:61:574

Күлпаш

УЛЬТРАДЫБЫСТЫҢ БИОЛОГИЯЛЫҚ ОРТАДА ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ БЕЛГІСІЗ МАҒЛҰМАТТАР

(г. Алматы, КазНПУ имени Абая)

Биофизикалық мағынасы зор, қолдану аясы өте ауқымды ультрадыбыс толқындарының биологиялық ортада таралу заңдылықтары, негізгі көрсеткіштері, сол ортаға әсеріне байланысты туындайтын құбылыстар мен процестер нақты мысалдарды келтіре отырып, жан-жақты талдаудан өткізілген. Нәтижесінде ультрадыбыс органикалық әртүрлі құраушысы арқылы өткен кезде, сол ортаның күйі, бүліну ықтималдығы және басқа да маңызды көрсеткіштерінің өзгерісі қанның құрама бөлшектерінің қасиеттері арқылы жақсы бейнеленген.

Рассмотрены на конкретных примерах закономерности распространения в биологической среде ультразвуковых волн, имеющих большое биофизическое значение при терапевтических и диагностических процедурах, а также на конкретных примерах

оценены их важнейшие показатели в зависимости от свойств среды и условия возбуждения упругих волн. Благодаря установлению аналитической зависимости между параметрами среды и ультразвуковых волн, удалось достаточно точно оценить пределы использования ультразвуковых волн для решения конкретных задач применительно возможности разрушения таких важнейших компонентов крови – эритроцитов.

Discussed with specific examples the patterns of distribution in the biological environment of ultrasonic waves, which are of great importance in the biophysical therapeutic and diagnostic procedures, as well as specific examples of the major figures are estimated based on the properties of the medium and the condition of excitation of elastic waves. By establishing a relationship between the analytical parameters of the medium and ultrasonic waves, managed to accurately assess the limits of the use of ultrasound for the solution of specific problems with regard the possibility of destruction of these critical blood components - red blood cells.

Әрбір ортада ультрадыбыстың таралу мүмкіншілігі ортаны құраушы молекулалар мен (сұйықтар мен газдар үшін) атомдардың (қатты денелер үшін) қалыпты күйдегі ара қашықтығына тікелей байланысты. Сондықтан газды ортада 1кГц жиіліктен аспайтын тербелістерді туғызу қиын емес. Ал қатты денелерде таралу мүмкіншілігі бар тербелістердің жиілігі 10^{13} Гц шамаға дейін жетеді. Жиілігі 1ГГц-тен жоғары болатын дыбыстарды гипердыбыстар деп атайды. Кез-келген қозғалыстағы бөлшек оның қозғалу жылдамдығымен және үдеуімен бағаланады. Гармоникалық тербелістегі бөлшектің жылдамдығы да гармоникалық заңмен сипатталады. Тербелмелі жылдамдықтың максималды мәні оның *амплитудасы* (A) деп аталады $v_m = \omega A$. Сонымен қатар гармоникалық тербелістің үдеуі де бар. Үдеу деп - тербеліс жылдамдығының өзгеру жылдамдығын айтуға болады. Үдеудің амплитудасы $B = \omega^2 A$. Бөлшектердің ығысу арқылы қозғалысы сол ортада тербелістің энергиясын тасымалдауға мүмкіндік береді. Бірақ энергияның тасымалдануы заттың бөлшектерінің тасымалдануы болып табылмайды. Сұйықтар үшін дыбыстық тербелістің таралу жылдамдығы оның тығыздығына ρ және сұйықтың адиабаталық тұтқырлық коэффициентіне (β) тәуелді [1] :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\beta \rho}},$$

Сұйыққа әсер етуші қысым ΔP шамасына өзгерген кезде, оның көлемі $\frac{\Delta V}{V}$ шамасына өзгереді. Тұтқырлық коэффициенті соған байланысты салыстырмалы шама ретінде келесі өрнекпен анықталады:

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta P},$$

Бөйлық толқындардың қатты денелерде таралу жылдамдығы серпімділік модуліне және қысымға байланысты:

$$C = \frac{E}{\rho},$$

мұндағы E - ортаның серпімділік қасиетін сипаттайтын Юнг модулі, ρ - ортада туындайтын қысым.

Осы қатынастарды пайдалана отырып ультрадыбыстың газды ортада таралу жылдамдығы 333м/с, сұйықтар мен биологиялық ортада-1500 м/с, қатты денелер мен сүйектерде 3500 м/с- тан жоғары екендігін анықтауға болады. Сонымен қатар, толқынның таралу жылдамдығы оның жиілігіне байланысты емес және толқын ұзындығы мен жиілігі арасында қарапайым қатынас орындалады:

$$\lambda = c / f$$

Яғни, неғұрлым тербеліс жиілігі жоғары болса, солғұрлым тербелістің толқын ұзындығы қысқа болады. Мысалы, жиілігі 1кГц ультрадыбыстың судағы толқын ұзындығы $\lambda = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, немесе 1,5мм екен. Толқын ұзындығының мұндай қысқа болуы ультрадыбыстың орталардағы тарау процесін оптиканың заңдарына сүйене отырып суреттеуге мүмкіндік береді. Біртекті ортада ультрадыбыс жарық секілді түзу сызық бойымен тарайды. Қасиеті әртүрлі орталардың шекарасында ол жарық сияқты сынып шағылады.

Сондықтан ультрадыбыстық толқындарды арнайы сфералық айналармен шоғырландыруға да болады. Ультрадыбыстық тербелістерді акустикалық тербелістер деп те атайды. Ультрадыбыс тараған ортаның кеңістігі *акустикалық өріс* деп аталады. Акустикалық өріс толқынның кез-келген нүктедегі интенсивтілігімен және сол нүктедегі дыбыс толқыны туғызатын қысыммен бағаланады. Тербеліс айнымалы болғандықтан, оның ортада туғызатын қысымы да айнымалы. Айнымалы қысымның амплитудасы дыбыстың таралу жылдамдығына тәуелді [2]:

$$P = \rho c A \omega = \rho c v_m,$$

мұндағы v_m – тербеліс жылдамдығының амплитудасы. Оның шамасы толқынның ортада таралу жылдамдығынан әлде қайда төмен $v_m \ll c$. Тығыздықпен (ρ) дыбыстың таралу жылдамдығының (c) көбейтіндісі ρc толқынның энергиясының акустикалық өрісте шашырауын сипаттайды. Сондықтан осы шаманы ортаның акустикалық *кедергісі* деп атайды. Акустикалық кедергінің өлшем бірлігі $\text{кг}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$. Акустикалық кедергінің шамасы тербеліс туғызатын қысымға және тербелістің өзгеру жылдамдығының амплитудасына байланысты:

$$R = \frac{P}{v_m},$$

Акустикалық өріс үшін бұл теңдеу электр тізбегіне арналған Ом заңына ұқсас және P - электрлік кернеуге, ал v_m - ток күшіне балама шамалар.

Ультрадыбыстың таралу ортасындағы интенсивтілігі тербеліс тасымалдайтын энергияға байланысты және уақыт бірлігі ішінде дыбыс тарайтын кеңістіктегі бірлік аудан арқылы өтетін энергияның шамасымен анықталады:

$$I = W / S t \quad (\text{Вт}/\text{м}^2)$$

Соған байланысты синусоидалы жазық толқынның интенсивтілігін келесі түрде өрнектеуге де болады:

$$I = \frac{P^2}{2\rho c} = \frac{1}{2} \rho c \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \frac{\rho c}{\omega^2} B^2 = \frac{1}{2} \rho c v_m^2$$

Егер толқынның интенсивтілігі белгілі болса, ультрадыбыстың басқа көрсеткіштерін, яғни амплитудасы A , үдеуін B , қысымын P және тербелу жылдамдығын v анықтау қиын емес:

$$A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2I}{\rho c}}; \quad B = \omega \sqrt{\frac{2I}{\rho c}}; \quad P = \sqrt{2\rho c I}; \quad v = \sqrt{\frac{2I}{\rho c}};$$

Сол үшін толқынның интенсивтілігі I , оның жиілігі ω және ортаның акустикалық кедергісі ρc белгілі болу керек. Егер ультрадыбыстық толқынның жиілігі 1МГц, орта ретінде су немесе оған акустикалық кедергісі жақын сұйық болса, интенсивтілігі $10^4 \text{ Вт}/\text{м}^2$ ($1 \text{ Вт}/\text{см}^2$) болған жағдайда, зат бөлшегінің тербелу амплитудасы $A=0,02\text{мм}$, тербелу жылдамдығы $v_m = 0,1\text{м}/\text{с}$, үдеуі $700\text{м}/\text{с}^2$ болады екен. Басқаша айтқанда, ультрадыбыстық толқын туғызатын үдеудің шамасы дененің жерге еркін түсу үдеуінен

70 есе артық екен. Ал ультрадыбыстық толқынның акустикалық қысымының амплитудасы осындай жағдайда $1,8 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ($\sim 1,8 \text{ атм}$) шамасына жетеді.

Әзірге бұл анықталған шамалар дыбыс өрісінде орналасқан биологиялық клеткаларға әсері туралы ешқандай мағлұмат бере алмайды. Ол үшін клетканың өлшемдері мен толқын ұзындығының жартысы $\lambda/2$ арасындағы қатынасты білу керек. Өйткені, осы аралыққа ультрадыбыстық толқынның көрсеткіштерінің максималды мәні сәйкес келеді. Егер $\lambda/2$ қашықтықта бөлшектің ығысу жылдамдығының үдеуінің және толқынның қысымының мәндері сызықты түрде өзгереді деп есептесек, олардың градиенттері келесі теңдеулер арқылы табылады:

$$\frac{\Delta B}{\lambda/2} = \text{grad } B; \quad \frac{\Delta A}{\lambda/2} = \text{grad } A; \quad \frac{\Delta v}{\lambda/2} = \text{grad } v; \quad \frac{\Delta P}{\lambda/2} = \text{grad } P,$$

Мұндағы ΔA , Δv , ΔB , ΔP - ығысу жылдамдығының, үдеуінің және қысымның $\lambda/2$ аралығындағы амплитудалары.

Егер $\text{grad } A$, $\text{grad } v$, $\text{grad } B$ және $\text{grad } P$ шамаларын клетканың өлшеміне көбейтетін болсақ, сол өлшем бірлігіндегі ығысудың, жылдамдықтың және қысымның өзгерісін табуға болады. Жиілігі 1 МГц , интенсивтілігі 1 Вт/см^2 , биологиялық ортаның ығысу амплитудасы $A \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ болған жағдайда, оның градиенті $\text{grad } A \approx 8 \cdot 10^{-5}$. Клетка ретінде қанның құрамындағы эритроцитті алатын болсақ, оның өлшемі $5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$. Параметрлері жоғарыда көрсетілген ортада осы заттың $5 \cdot 10^7 \text{ см}$ мөлшеріндегі деформацияға ұшырайтындығын табуға болады. Мұндай деформация механорецепторлардың импульстық биоэлектрлік белсенділігін туғызатын ығысулардың ең төменгі мәніне сәйкес келеді. Яғни, осындай көрсеткіштері бар ультрадыбыстық толқын механорецепторлар секілді арнайы клеткаларға едәуір әсер етеді деп санауға толық негіз бар. Аталмыш жағдайды ескере отырып (1 Вт/см^2 ; 1 МГц), бөлшектің тербелмелі жылдамдығының амплитудасы $v_n = 12 \text{ см/с}$, ал $\text{grad } v = 500 \text{ с}^{-1}$ анықтауға болады. Биологиялық ортаның тұтқырлығы судың сәйкес көрсеткішінен 25 есе жоғары екендігін ескерсек, ортаның бөлшегіне әсер етуші күштің шамасы 10 Н/м^2 . Бұл шама клетканы бүлдіруге қажет шамадан әлдеқайда төмен.

Мысалы, ортаның температурасы 37°C болса, эритроцитты бұзуға арналған күштің мөлшері 40 Н/м^2 артық болу керек. Бірақ одан беріктігі төмен кейбір құрлымдардың 40 Н/м^2 –ден кіші шама кезінде бөлшектенуі ықтимал.

Жиілігі 1 МГц , интенсивтілігі 1 Вт/см^2 ультрадыбыстық толқынның айнымалы үдеуі 700 м/с^2 , ал градиенті $\text{grad } B = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$. Мұндай жағдайда өлшемі $5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ болатын клетканың қарсы полюстерінің үдеулерінің айрмашылығы $1,4 \cdot 10^4 \text{ см/с}^2$. Егер клетканың массасы тең екіге бөлініп қарама-қарсы полюстарға орналасқан десек, соның өзінде оларға әсер етуші күштердің айырымы $0,5 \cdot 10^{-13} \text{ Н}$ болады екен. Мұндай күш клеткаға көрнекі болатындай әсер ете алмайды. Дыбыс қысымының амплитудасы 1 Н/м^2 , оның градиенті $\text{grad } P \approx 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н/м}^3$ осындай жағдайда клеткаға әсер етуші күштің амплитудасы $2 \cdot 10^{-10} \text{ Н}$. Бұл шама клетканың беріктігін анықтаушы мөлшерден әлдеқайда төмен. Сондықтан клетканың құрылымына және атқаратын функциясына ешбір өзгеріс енгізе алмайды.

Биомедициналық практикада қолданылатын ультрадыбыстық тербелістердің интенсивтілігі диагностикалық аппараттар үшін 10^{-3} Вт/см^2 , ал ішкі құрылымды талқандауға арналған дыбыс өндіруші құралдардың интенсивтілігі 10^4 Вт/см^2

аралығында орналасады. Физиотерапияда қолданылатын ультрадыбыстың интенсивтілігі $(0,05-1 \text{ Вт/см}^2) \div (2-3 \text{ Вт/см}^2)$ шамасында болуы міндет. Егер интенсивтілі $0,05 \text{ Вт/см}^2$ төмен болса, мұндай ультрадыбыстың емдік әсері мүлдем жоқ деуге болады.

Қорыта келе, ультрадыбыстың биологиялық ортада таралуын және оның сол органы құраушыларға әсерін бағалау үшін келесі тұжырымдаманы ескеру қажет:

Жоғары қуатты ультра толқындар ағзаның қызуына, клеткалардың құрлымының өзгеруіне, нәтижесінде кейбір органдардың физиологиялық функциясының өшуіне әкеліп соғуы мүмкін. Диагностикалық мақсатта қолданылатын үздіксіз ультрадыбыстармен қатар импульстық тербелістер де жиі қолданылады. Үздіксіз тербелістердің интенсивтілігі төмен, импульстық тербелістердің интенсивтілігі жоғары болады, бірақ олар қысқа мерзімді және төменгі жиілікті болып келеді.

1. Применение ультразвука в медицине. Физические основы / Пер. с англ.; Под ред. К. Хилла. - М.: Мир, 1989.
2. Эльпинер И.К. Биофизика ультразвука. - М.: Наука, 1973.

Жұмыс Абай атындағы ҚазҰПУ-нің ректорының грантының қолдауымен және профессор Қ.М. Мұқашевтың жетекшілігімен орындалды.

УДК: 539.21:536.3:536.77

М.Қ. Құлбекұлы, Ш.И. Хамраев, Е.А. Оспанбеков

ЖЫЛУЛЫҚ ҰЛҒАЮ ҮДЕРІСТЕРІН ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ ТҰРҒЫДАН ТАЛДАУ

(Алматы қ., Абай атындағы ҚазҰПУ)

Осы мақалада жылудың ұлғаюына байланысты термодинамикалық үдерістерге талдау жүргізілді. Сонымен бірге үдеріс термиялық және механикалық деформациялардың арасындағы бірнеше ұқсастықтарының есебінен қарастырылды. Термиялық ұлғаюдың үдерістері газ, сұйық және қатты денелер үшін қарастырылған. Сол сияқты қатты денелердің термиялық деформациясының термодинамикалық талдауы серпімді аймақтар үшін жүргізілген. Термиялық деформация кезіндегі изотроптық денелердің бірөлшемді және үшөлшемді есептері қарастырылған. Механикалық және қыздыру деформацияларына қатысты жасалатын жұмыстың анықтауы үшін формулаларға салыстырмалы талдау жүргізілген. Қатты денелер үшін өрнек $C_p - C_v$ термодинамикалық талдаудың нәтижелерінің негізінде алынған. Алынған коэффициентке физикалық анықтама берілген $C_a \left(\frac{Дж}{\text{моль} \cdot \text{К}^2} \right)$ немесе $C_a \left(\frac{Дж}{\text{кг} \cdot \text{К}^2} \right)$. Негізінен, алынған нәтижелер механикалық және термиялық деформацияларының аралығында кейбір ұқсастықтардың болуларын растайды. Механикалық деформацияның көмегімен термиялық деформацияларды пішіндеуге мүмкіндік береді

В работе проведен термодинамический анализ процессов, связанных с тепловыми расширениями. При этом, процесс рассмотрен с учетом некоторых аналогий между термической и механической деформациями. Процессы термического расширения рассмотрены для газа, жидкости и твердого тела. При этом термодинамический анализ термической деформации твердых тел проведен для упругой области. Рассмотрены одномерная и трехмерная задачи при термической деформации изотропных тел. Проведен сравнительный анализ формул для определения работы, совершаемой при

механической и термической деформациях. На основе результатов термодинамического анализа получено выражение для определения $C_p - C_v$ для твердых тел. При этом дано физическое определение вновь полученному коэффициенту $C_\alpha \left(\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}^2} \right)$ или $C_\alpha \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}^2} \right)$. В целом, полученные результаты подтверждают существование некоторых аналогий между механической и термической деформациями. Это позволяет, в какой то мере, термические деформации моделировать с помощью механической деформации и наоборот.

The work carries out the thermodynamic analysis of the processes connected with heating by expansions. Thus process is considered taking into account some analogy between thermal and mechanical deformations. Processes of thermal expansion are considered for gas, liquid and a firm body. Thus the thermodynamic analysis of thermal deformation of firm bodies is carried out for elastic area. One-dimensional and three-dimensional tasks are considered at thermal deformation of isotropic bodies. The comparative analysis of formulas for definition of the work made at mechanical and thermal deformations is carried out. On the basis of results of the thermodynamic analysis expression for $C_p - C_v$ definition for firm bodies is received. Physical definition is thus made of again received factor $C_\alpha \left(\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}^2} \right)$ or $C_\alpha \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}^2} \right)$. As a whole, the received results confirm about existence of some of analogy between mechanical and thermal deformations. It allows, in any measure, thermal deformations to model by means of mechanical deformation and on the contrary.

Газдардың атқаратын механикалық жұмысы жалпы жағдайда $dA = PdV$ өрнектеледі де, қысым тұрақты жағдайда $dA = RdT$ (1 моль үшін) болып, термодинамиканың бірінші бастамасынан белгілі Майер теңдеуі $C_p = C_v + R$ алынады. Бұл жағдайда іс жүзінде жұмыс газдың жылулық ұлғаюы барысында жасалады деген сөз. Осыдан серпімділік күштерінің арқасында жасалатын механикалық жұмыс пен жылулық ұлғаю (немесе суу кезінде көлемнің кемуі) кезінде термиялық күштердің әсерімен жасалатын жұмыстардың арасында айқын ұқсастықтың бар екенін байқауға болады. Осы пікірді идеал газ үшін қолдансақ, яғни ($P = \text{const}$):

$$PdV = P\beta_{\text{ид}} V_0 dT, \quad (1)$$

Мұндағы көлемдік жылулық ұлғаю коэффициенті $\beta = \frac{1}{T_0}$ екенін ескерсек (1) теңдеуден мына өрнекті аламыз:

$$PdV = RdT. \quad (2)$$

Дәл осы мәселелерді нақты газдар үшін қолдансақ, онда $P\beta_{\text{ид}} V_0 \approx R$, яғни $C_p - C_v \approx R$

Тең белгілі бір жуықтаумен ғана орындалатынына көз жеткіземіз. Бұл жағдайда көрсетілген өрнекпен белгілі нақты газ үшін әр түрлі температура мәні үшін газ тұрақтысына (R) ұқсас термиялық деформация күштерінің жұмыстық қабілетін сипаттайтын шаманың мәндерін табуға болады.

Механикалық деформация мен жылулық ұлғаю үдерістері кезінде жасалатын жұмыстар арасындағы ұқсастықты негізге ала отырып термодинамикалық талдаулар жүргізу нәтижесінде сұйықтар үшін мынадай теңдеу алуға болады [1,2]:

$$C_p - C_v = \frac{\alpha^2}{\beta T} V_0 (T - T_0) \quad (3)$$

Бұдан сұйықтар үшін $C_p - C_v \neq R$ екенін байқаймыз. Салыстырмалы санақ басы ретінде температураның $t = 0^\circ \text{C}$ ($T = T_0 = 273 \text{ K}$) мәні алынды.

Бұл мәселелер қатты денелер үшін бүгінге дейін іс жүзінде қарастырылмай отыр. Қатты денелердің механикалық және термиялық деформациялар барысында серпімділік қасиеттерін сақтайтын жағдайларды қарастырайық.

Серпімді механикалық деформация үшін Гук заңының орындалатыны белгілі [3]:

$$\varepsilon = \sigma / E, \quad (4)$$

мұндағы ε - үлгінің салыстырмалы деформациясы, σ - кернеу (күш), E - салыстырмалы модулі (Юнг модулі).

Серпімді аймақтарда механикалық деформация мен термиялық деформация арасындағы ұқсастыққа сүйене отырып, жылулық ұлғаю кезіндегі жұмыс үшін мынаны аламыз (1 моль үшін):

$$A = P\Delta V = P\beta_{\kappa}V_0t \quad (5)$$

Изотропты денелер үшін $\beta_{\kappa} = 3\alpha$ және $\alpha t = \varepsilon$ екенін, сондай-ақ серпімділік аймақтарда $\varepsilon = \frac{P}{E}$ қатынасының орындалатынын ескеріп (5) теңдеуден мынаған келеміз:

$$A_T = \frac{3}{2}V_0E\varepsilon^2 \quad (6)$$

немесе

$$A_T = \frac{3}{2}EV_0\alpha^2(T - T_0)^2 \quad (6a)$$

Ал ұзын қатты таяқша үшін термиялық деформация барысында атқарылатын жұмыс былай өрнектеледі:

$$A = \frac{1}{2}EV_0\varepsilon^2 \quad (7)$$

немесе

$$A = \frac{1}{2}EV_0\alpha^2(T - T_0)^2 \quad (7a)$$

Сонымен алынған өрнек серпімді таяқшаның механикалық деформациясы кезінде атқарылатын жұмыс өрнегімен [3] бірдей болып шықты.

Алынған (6a), (7a) өрнектерін термодинамиканың бірінші заңын сипаттайтын теңдеуге қойып түрлендірсек үш өлшемді және бір өлшемді (ұзын таяқша) жағдайлар үшін мынадай теңдеулер аламыз:

$$C_p - C_v = \frac{3}{2}EV_0\alpha^2(T - T_0); \quad (8)$$

$$C_p - C_v = \frac{1}{2}EV_0\alpha^2(T - T_0); \quad (9)$$

Енді алынған нәтижелерді пайдаланып нақты бір қатты материалдар үшін есептеу жұмыстарын жүргізіп, мысалдар қарастырып көрейік. Есептеу тәжірибелері алюминий, мыс және темір сияқты жылу физикалық қасиеттері жақсы зерттелген материалдар үшін жүргізілді.

Жоғарыда келтірілген (9) теңдеудің оң жағындағы $\frac{1}{2}EV_0\alpha^2(T - T_0) = C_{\alpha}$ деп белгілеп, оның нақты материалдар үшін белгілі температура аралықтарында жуық шамамен тұрақты болатындығын ескерсек мынаны аламыз:

$$C_p - C_v = C_{\alpha}(T - T_0). \quad (10)$$

Бұдан температура өзгерісі 1К тең болғанда $C_p - C_v = C_{\alpha}$ екендігі шығады.

Әр түрлі қатты денелер үшін C_{α} мәнін есептеп көргенімізде мынадай нәтижелер шықты:

Алюминий үшін:

$$C_{\alpha} = 1,75 * 10^{-4} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} * \text{K}^2} \left(6,46 * 10^{-3} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * \text{K}^2} \text{ немесе } 17,45 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 * \text{K}^2} \right);$$

$$\text{Мыс үшін: } C_{\alpha} = 1,04 * 10^{-4} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} * \text{K}^2} \left(1,63 * 10^{-3} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * \text{K}^2} \text{ немесе } 14,55 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 * \text{K}^2} \right);$$

$$\text{Темір үшін: } C_{\alpha} = 3,89 * 10^{-5} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} * \text{K}^2} \left(6,94 * 10^{-4} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * \text{K}^2} \text{ немесе } 5,45 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 * \text{K}^2} \right).$$

Жоғарыда келтірілген нәтижелерді талдай отырып C_{α} физикалық мағынасын былай тұжырымдауға болады. Ол үлгінің бірлік массасының температурасы бір градусқа өзгерген кездегі термиялық деформация жұмысын сипаттайды.

Сонымен алынған нәтижелер заттардың (денелердің) жылулық ұлғаю коэффициентінің, серпімділік модулінің (Юнг модулі) мәндерін қолдана отырып, кез-

келген температура жағдайында термиялық деформация жұмысын есептеп табуға мүмкіндік ашады екен.

1. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1976 г.
2. Құлбеков М.Қ. Жалпы физика курсы: Молекулалық физика және термодинамика негіздері. – Алматы: АлМУ, 1993. – 135 б.
3. Савельев И.В. Жалпы физика курсы. 1 том. – Алматы: Мектеп, 1977 ж.

УДК 02.11.91

Ш.А. Мухамедрахимова

ФИЛОСОФСКИЕ ВЗГЛЯДЫ ДЕКАРТА В ОБЛАСТИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

(г.Алматы, КазНПУ имени Абая)

XVII ғасырдың ұлы француз ғалымы – энциклопедисті Рене Декарттың философиялық көзқарасы туралы кең көлемде мағлұмат беріледі. Физика, оптика, математика, геометрия және басқа да жаратылыстану ғылымдарының бөлімдеріне Декарттың көзқарасы қаншалықты терең, әрі кең екендігі суреттеледі. Декарттың теориялық және философиялық ілімі болашақта аналитикалық геометрия мен интегралдық – дифференциалдық есептеудің дамуына айтарлықтай ықпал етті.

В работе обсуждается философские взгляды крупнейшего французского ученого – энциклопедиста XVIII в. Рене Декарта. Показаны насколько глубоки и широки взгляды Декарта по проблемам физики, оптики, математики, геометрии и другим разделам естествознания. Именно теоретические и философские воззрения Декарта позволили в будущем развитию аналитической геометрии и интегрально – дифференциального исчисления, а также природы светового излучения.

In work is discussed philosophical views of scientist XVII c. Rene Descartes. Are shown Descartes's views on problems of physics, optics, mathematics, geometry and other sections of natural sciences are how deep and wide. Descartes's theoretical and philosophical views enabled in future development of analytical geometry, and integralno – differential calculus.

ДЕКАРТ, РЕНЕ (1596–1650), французский философ, математик и естествоиспытатель, более других ответственный за идеи и методы, отделяющие эпоху Нового времени от Средневековья. Рене Декарт является одним из выдающихся мыслителей Нового времени. Во Франции в период, когда складывалось философское мышление Декарта, происходит усиление центральной власти. Французская буржуазия в то время ещё только возникала. Централизованное государство с крепкой монархической властью, с одной стороны, создавало благоприятные условия для развития внутреннего рынка. Однако, с другой стороны, абсолютизм заметно закреплял сословные деления и привилегии. Вместе с этим во французской культурной и духовной жизни окрепла позиция католицизма, под влиянием которого находились все центры образования в стране. Однако он не мог ни во Франции, ни где – либо в Европе подавить прогресс естественнонаучного познания, стимулировавшегося развитием производственных сил. Именно достижения в развитии естественных наук сильно повлияли на формирование воззрений Декарта [1].

Декарт родился 31 марта 1596 в Лаэ (ныне Лаэ-Декарт) в провинции Турень в семье мелкопоместного дворянина Иоахима Декарта, советника парламента Бретани. О детстве и юности Декарта известно немного, в основном из его сочинений, в частности, из *Рассуждения о методе*, переписки и биографии, написанной Адрианом Байе, правильность данных которой подвергалась, с одной стороны, критике, с другой – защищалась позднейшими историками. Для раннего периода жизни Декарта важно, что он учился в организованном иезуитами колледже Ла-Флеш в провинции Анжу, куда был отдан в 1604 году и где провел более восьми лет. Там он убедился, сколь мало мы знаем, хотя в математике дела в этом смысле обстоят лучше, чем в любой другой области. Он понял также, что для обнаружения истины необходимо отказаться от опоры на авторитет, принадлежащий традиции или сегодняшнему дню, и не принимать ничего на веру, пока оно не будет окончательно доказано.

Прошло немало времени, прежде чем взгляды Декарта окончательно оформились и были опубликованы. В 1616 он получил степень бакалавра права в университете города Пуатье (где занимался изучением права и медицины), хотя впоследствии никогда не занимался юридической практикой. Прослужив несколько лет в армии, он приступил к написанию своих трудов. При этом Декарт сразу же столкнулся с практической проблемой: как сделать, чтобы отрицание авторитетов и традиции не было в глазах общества отрицанием этики и религии, и каким образом не превратить самого себя во врага в глазах католической церкви. Эта проблема встала еще более остро, когда инквизиция осудила *Диалог* Галилея (1633). Декарт, живший в то время в Голландии, работал над произведением, получившим название *Мир или Трактат о свете*, в котором выражал свое согласие с учением Галилея; однако ввиду случившегося отложил работу над книгой, посчитав ее опасной. После этого Декарт стал бывать только в странах с высокой степенью интеллектуальной свободы: в Голландии, которая стала ему вторым домом, и куда он перебрался в 1628, Англии и Швеции. Но даже в протестантской Голландии он подвергся своего рода религиозному преследованию со стороны голландских гугенотов. Декарт всячески пытался убедить католическую церковь в благонамеренности своей философии и даже в том, что ее следует принять в качестве официальной доктрины церкви. Хотя его усилия в этом направлении не увенчались успехом, они, по-видимому, какое-то время сдерживали неодобрительную реакцию церкви.

Будучи своего рода затворником, Декарт посвящал время узкому кругу друзей и детальной разработке своих научных, философских и математических теорий. Его первая опубликованная работа, *Рассуждение о методе*, появилась лишь в 1637, однако благодаря ей и последующим трудам он завоевал известность в Европе.

Главной целью философии Декарта было описание природы при помощи математических законов. Основные идеи философа намечены в первой опубликованной работе «*Рассуждение о методе*», чтобы верно направлять свой разум и отыскивать истину в науках, а также в трактатах *Диоптрика*, *Метеоры* и *Геометрия*. В ней Декарт предложил метод, который, как он утверждал, позволяет решить любую проблему, поддающуюся решению с помощью человеческого разума и имеющихся в наличии фактов. К сожалению, приведенная им формулировка метода была весьма лаконичной. Притязание подкрепляется примерами результатов, полученных с помощью метода, и хотя Декарт делает несколько ошибок, следует заметить, что эти результаты были получены во многих областях и за весьма малый отрезок времени.

Тем не менее, Декарт является продолжателем великого интеллектуального наследия греков, бывшего в забвении в римскую эпоху и Средние века. Идеи греков

стали возрождаться за несколько веков до Декарта, однако именно у него они вновь обрели свой первоначальный блеск.

В самом *Рассуждении* центральная проблема метафизики – отношение сознания и материи – получила решение, которое, истинно оно или ложно, остается самой влиятельной доктриной Нового времени. В *Рассуждении* также рассмотрен вопрос о кровообращении; Декарт принимает теорию Уильяма Гарвея, но ошибочно заключает, что причиной сокращения сердца является теплота, которая концентрируется в сердце и по кровеносным сосудам сообщается всем частям тела, а также само движение крови. В *Диоптрике* он формулирует закон преломления света, объясняет, как функционируют нормальный глаз и глаз, имеющий дефекты, как действуют линзы, зрительные трубы (телескопы и микроскопы), и развивает теорию оптических поверхностей. Декарт формулирует идеи «волновой» теории света и делает попытку «векторного» анализа движения (свет, по Декарту, есть «стремление к движению»). Он развивает теорию сферической аберрации – искажения изображения, вызванного сферической формой линзы, – и указывает, каким образом ее можно исправить; объясняет, как установить световую силу телескопа, открывает принципы работы того, что в будущем назовут ирисовой диафрагмой, а также искателя для телескопа, гиперболической поверхности с определенным параметром для повышения яркости изображения (впоследствии названной «зеркалом Либеркюна»), конденсора (плоско-выпуклой линзы) и конструкций, позволявших осуществлять тонкие движения микроскопа.

В следующем приложении, *Метеорах*, Декарт отвергает понятие теплоты как жидкости (т. н. «калорической» жидкости) и формулирует по сути кинетическую теорию теплоты; он также выдвигает идею специфической теплоты, согласно которой у каждого вещества своя мера получения и сохранения тепла, и предлагает формулировку закона соотношения объема и температуры газа (впоследствии названного законом Шарля). Декарт излагает первую современную теорию ветров, облаков и осадков; дает верное и детальное описание и объяснение явления радуги. В *Геометрии* он разрабатывает новую область математики – аналитическую геометрию, соединяя ранее существовавшие отдельно дисциплины алгебры и геометрии и решая за счет этого проблемы той и другой области. Из его идей впоследствии возникает главное достижение математики Нового времени – дифференциальное и интегральное исчисления, которые были изобретены Годфридом Лейбницем и Исааком Ньютоном и стали математической основой классической физики.

Если эти достижения действительно были продуктом нового метода, то Декарту удалось самым убедительным образом доказать его эффективность; однако в *Рассуждении* содержится совсем немного информации о методе, если не считать советов, не принимать ничего за истину, пока это не доказано, разделять всякую проблему на столько частей, на сколько возможно, располагать мысли в определенном порядке, начиная с простого и переходя к сложному, и делать всюду перечни настолько полные и обзоры столь всеохватывающие, чтобы быть уверенным, что ничего не пропущено. Гораздо более подробное описание метода Декарт собирался дать в трактате *Правила для руководства ума*, который остался наполовину незаконченным (Декарт работал над ним в 1628–1629) и был опубликован только после смерти философа [2].

Философия Декарта, называемая обычно картезианством, кратко изложена в *Рассуждении*, в более полном виде – в *Размышлениях о первой философии*. Скептицизм, конечно, существовал и до Декарта, и эти аргументы были известны еще грекам. Существовали и различные ответы на скептические возражения. Однако Декарт первым предложил использовать скептицизм в качестве инструмента

исследования. Его скептицизм – не учение, а метод. После Декарта среди философов, ученых и историков получило распространение настороженное отношение к недостаточно обоснованным идеям, какой бы источник они ни имели: традицию, авторитет или личные особенности высказывающего их человека. Методологический скептицизм, таким образом, образует только первую ступень. Декарт полагал, что если бы мы знали абсолютно достоверные первые принципы, то могли бы вывести из них все остальное знание. Поэтому поиск достоверного знания составляет вторую ступень его философии. Достоверность Декарт обнаруживает только в знании о своем собственном существовании: *cogito, ergo sum* («я мыслю, следовательно, я существую»). Декарт рассуждает: у меня нет достоверного знания о существовании моего тела, ибо я мог бы быть животным или покинувшим тело духом, которому снится, что он человек; однако мой разум, мой опыт существуют несомненно и достоверно. Содержание мыслей или убеждений может быть ложным и даже абсурдным; однако сам факт мышления и верования достоверен. Если же я сомневаюсь в том, что мыслю, то по крайней мере достоверно то, что я сомневаюсь.

Тезис Декарта о том, что мы обладаем абсолютно достоверным знанием о существовании собственного сознания, признавался всеми мыслителями Нового времени. Однако возникал трудный вопрос: можно ли быть уверенным, что все остальное, с чем мы очевидно сталкиваемся, не является простым порождением нашего ума? Порочный круг солипсизма («Я» может знать только само себя) был логически неизбежен, и мы сталкиваемся с т.н. проблемой эгоцентризма. Эта проблема становится все более значимой по мере развития философии эмпиризма и достигает кульминационного пункта в философии Канта [3]. В 1649 Декарт переехал в Стокгольм, чтобы наставить в принципах картезианства королеву Швеции Кристину по ее просьбе. Имея привычку проводить утренние часы в постели, Декарт был вынужден вставать зимой посреди ночи и добираться до королевского дворца, преодолевая значительное расстояние. Возвращаясь как-то с уроков, назначенных на пять утра, он простудился и умер от пневмонии на девятый день болезни 11 февраля 1650. Спустя шестнадцать лет останки Декарта были перенесены во Францию, и ныне прах его покоится в церкви Сент-Жермен-де-Пре в Париже.

1. История философии в кратком изложении/пер. с чешского И.И. Богута – М.: Мысль, 1991.
2. Блинников Л.В. Краткий словарь философских персоналий. – М.: Мысль. 1981.
3. Лосев А.Ф. История философии в конспективном изложении. – М.: Мысль, 1989.

Работа выполнена под руководством профессора Мукашева К.М. и поддержана грантом Ректора КазНПУ имени Абая.

ОБЪЕКТИГЕ БАҒЫТТАЛҒАН DELPHI ПРОГРАММАЛАУ ТІЛІНДЕ ҚҰРЫЛЫМ ЭЛЕМЕНТТЕГІ ЖЫЛУ ӨРІСІН АНАЛИТИКАЛЫҚ ЖОЛМЕН АНЫҚТАУДЫҢ АҚПАРАТТЫҚ ЖҮЙЕСІН ҚҰРУ

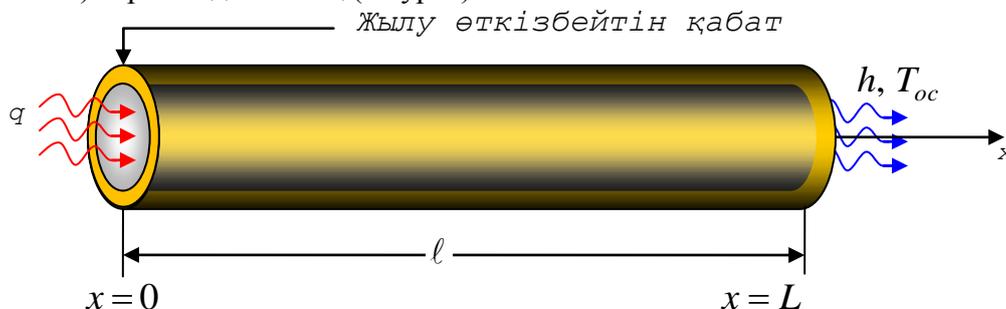
(Алматы қ., ¹Қ.И.Сәтбаев ат. ҚазҰТУ, Астана қ., ²Л.Н.Гумилев ат. ЕҰУ,
Алматы қ., ³ҚазМҚТУ, *- PhD докторант)

Бұл ғылыми жұмыста бүйір беті ұзына бойы жылу өткізбейтін қабатпен қапталған шекті ұзындықтағы горизонталь стерженнің ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығын анықтайтын ақпараттық жүйесінің есептеу алгоритмы қаралады. Мұнда стерженнің сол шетіндегі көлденең қыймасына жылу ағыны түсіп, ал оң шетіндегі ауданы арқылы сыртқы ортамен жылу алмасады. Бұл жүйе энергияның сақталу заңымен аппроксимациялаушы сплайн функцияларын біркелікте қолдану негізінде DELPHI объектілі бағытталған бағдарлама тілінде жазылған.

Данная научная работа посвящена разработке вычислительного алгоритма информационной системы позволяющего определить поле распределения температуры по длине горизонтального стержня ограниченной длины. При этом боковая поверхность стержня теплоизолирована. На площади поперечного сечения левого конца подводится тепловой поток, а в правом конце происходит теплообмен с окружающей средой. Это система разработана на объектно-ориентированном языке программирования DELPHI. При этом используется фундаментальный закон сохранения энергии в сочетании аппроксимационных сплайн функции.

This research work is devoted to the development of a computational algorithm of the information system which allows determining the field of temperature distribution along the length of the horizontal rod of finite length. In this case the lateral surface of the rod insulated. On cross-sectional area of the left end of the supplied heat flux and the right end of the heat exchange takes place with the environment. This system is designed for object-oriented programming language DELPHI It uses the fundamental law of conservation of energy, in combination approximating spline functions.

Бұл мақалада стратегиялық конструкцияның негізгі құрылым элементінің ұзындығы бойынша жылу таралу өрісін аналитикалық жолмен анықтайық. Ол үшін бүйір беті жылу өткізбейтін қабатпен қапталған шекті ұзындықтағы көлбеу (горизонталь) стерженді алайық (1 сурет).



1 сурет – Мәселенің есептеу схемасы

Оның көлденең қима ауданы ұзындығы бойынша тұрақты болсын. Ox осін стерженнің осі бойынша солдан оңға қарай бағыттайық, онда стерженнің сол шетіндегі ($x=0$) көлденең қима ауданына q жылу ағыны түсіп тұрсын. Ал оң шетіндегі көлденең

қима ауданы арқылы $x=L$ оны орап тұрған сыртқы ортамен жылу алмасым. Мұнда жылу алмасу коэффициенті h , ал сыртқы ортаның температурасын T_{co} деп белгілейік [1].

Біздің құрған ақпараттық жүйе берілген стержендегі жылу көздеріне орай шешім қабылдайды. Стерженнің бүйір беті ұзына бойы жылу өткізбейтін қабатпен қапталған. Оның ішінде ешқандай нүктелі жылу көзі жоқ. Ал сол шетіндегі көлденең қима ауданында тек қана бір жылу ағыны берілген болып, екінші шетіндегі көлденең қима ауданы арқылы оны орап тұрған сыртқы ортамен тек қана жылу алмасады. Осындай жағдайларға орай берілген шекті ұзындықтағы стерженді ақпараттық жүйе бір дискрет элемент деп таниды. Онда ол осы стерженнің толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалды құрады. Берілген стержень үшін ол функционалдық интеграл көрінісі мынадай болады.

$$I = \int_{F(x=0)} qT dS + \int_V \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV + \int_{F(x=L)} \frac{h}{2} (T - T_{co})^2 dS \quad (1)$$

Мұнда $F(x=0)=F(x=L)=F$ – көлденең қима ауданы; V – стерженнің көлемі; K_{xx} – стержень материалының жылу өткізгіштік коэффициенті. Мұнда I – функционалдың 1-ші мүшесін бөлек қарап оны интегралдаймыз.

$$I_1 = \int_{F(x=0)} qT dS = FqT_i \quad (2)$$

Мұнда $T_i = T(x=0)$.

Енді I – функционалдың 2-ші мүшесін бөлек қарастырып оны интегралдаймыз.

$$I_2 = \int_V \frac{K_{xx}}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV = \frac{FK_{xx}}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3)$$

Мұнда $\frac{\partial T}{\partial x}$ -тің өрнегін анықтаймыз

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} T_i + \frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} T_j + \frac{\partial \varphi_k(x)}{\partial x} T_k = \frac{4x-3L}{L^2} T_i + \frac{4(L-2x)}{L^2} T_j + \frac{4x-L}{L^2} T_k \quad (4)$$

Мұнда $0 \leq x \leq L$; L – стерженнің ұзындығы; $T_j = T(x=L/2)$; $T_k = T(x=L)$. Онда (4) өрнекті (3)-ке қойып мынадай өрнекке келеміз

$$I_2 = \frac{FK_{xx}}{2} \int_0^L \left[\frac{4x-3L}{L^2} T_i + \frac{4(L-2x)}{L^2} T_j + \frac{4x-L}{L^2} T_k \right]^2 dx = \frac{FK_{xx}}{6L} (7T_i^2 - 16T_i T_j + 2T_i T_k - 16T_j T_k + 16T_j^2 + 7T_k^2) \quad (5)$$

Енді I -дің өрнегіндегі 3-ші мүшені бөлек есептейік.

$$I_3 = \int_{F(x=L)} \frac{h}{2} (T - T_{co})^2 dS = \frac{Fh}{2} (T_k - T_{co})^2 \quad (6)$$

Сонымен (2), (5), (6)-лардан пайдаланып (1) өрнекпен өрнектелген I функционалдың интегралданған формасы анықталады [2].

$$I = Fq \cdot T_i + \frac{FK_{xx}}{6L} (7T_i^2 - 16T_i \cdot T_j + 2T_i \cdot T_k - 16T_j \cdot T_k + 16T_j^2 + 7T_k^2) + \frac{Fh}{2} (T_k - T_{co})^2 \quad (7)$$

Мұнда қатысатын параметрдің өлшем бірліктері мынадай болады. Стержень ұзындығы – $L(см)$, көлденең қима ауданы – $F(см^2)$, жылу ағыны – $q(Вт/см^2)$, жылу

алмасу коэффициенті – $h (Bm/(cm^2 \cdot ^\circ C))$ жылу өткізгіштік коэффициенті – $K_{xx} (Bm/(cm \cdot ^\circ C))$ температуралар – $T_i, T_j, T_k, T_{co} (^\circ C)$.

Ақпараттық жүйе (7) функционалды құрып болған соң, оның мәндері әзірге белгісіз түйін қималардағы температуралардың мәндері бойынша (T_i, T_j, T_k) минилизациялап мынадай негізгі шешуші теңдеулер жүйесін құрады.

$$\left. \begin{aligned} 1) \frac{\partial I}{\partial T_i} = 0; &\Rightarrow Fq + \frac{FK_{xx}}{6L}(14T_i - 16T_j + 2T_k) = 0 \\ 2) \frac{\partial I}{\partial T_j} = 0; &\Rightarrow \frac{FK_{xx}}{6L}(-16T_i + 32T_j - 16T_k) = 0 \\ 3) \frac{\partial I}{\partial T_k} = 0; &\Rightarrow \frac{FK_{xx}}{6L}(2T_i - 16T_j + 14T_k) + FhT_k - FhT_{co} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Мұндағы негізгі айнымалылар T_i, T_j және T_k . Әрі қарай ақпараттық жүйе (8) негізгі теңдеулер жүйесін шешеді. Мысалы бұл жүйедегі теңдеулерді ықшамдап былай етіп жазуға болады.

$$\left. \begin{aligned} 7T_i - 8T_j + T_k &= -\frac{3qL}{K_{xx}} \\ T_i - 2T_j + T_k &= 0 \\ T_i - 8T_j + \left(\frac{7K_{xx} + 3hL}{K_{xx}}\right)T_k &= \frac{3hLT_{co}}{K_{xx}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Бұл жүйенің 2-ші жүйесінен T_i анықталады

$$T_i = 2T_j - T_k \quad (10)$$

Анықталған T_i -дің мәнін (9) жүйенің 1-ші теңдеуіне қойып мынадай өрнек алынады

$$7(2T_j - T_k) - 8T_j + T_k = -\frac{3qL}{K_{xx}}$$

немесе

$$6T_j - 6T_k = -\frac{3qL}{K_{xx}}$$

немесе

$$T_j - T_k = -\frac{qL}{2K_{xx}} \quad (11)$$

Бұл өрнектен T_j -ді T_k арқылы өрнектеуге болады[3].

$$T_j = T_k - \frac{qL}{2K_{xx}} \quad (12)$$

Сондай-ақ (10)-ды (9) жүйенің 3-ші теңдеуіне қойып мынадай теңдеуді алуға болады.

$$2T_j - T_k - 8T_j + 7T_k + \frac{3hL}{K_{xx}}T_k = \frac{3hLT_{co}}{K_{xx}}$$

немесе

$$-6T_j + 6T_k + \frac{3hL}{K_{xx}}T_k = \frac{3hLT_{co}}{K_{xx}} \quad (13)$$

Мұнда T_j -дың (12) өрнегінен анықталған өрнегін алып келіп қойсақ, мынадай теңдеу

аламыз.

$$-6\left(T_k - \frac{qL}{2K_{xx}}\right) + 6T_k + \frac{3hL}{K_{xx}}T_k = \frac{3hLT_{co}}{K_{xx}} \text{ немесе } -6T_k + 6T_k + \frac{3hL}{K_{xx}}T_k = \frac{3hLT_{co}}{K_{xx}} - \frac{3qL}{K_{xx}}$$

бұдан

$$\frac{3hL}{K_{xx}}T_k = \frac{3hLT_{co}}{K_{xx}} - \frac{3qL}{K_{xx}}$$

бұл теңдеуден T_k -ның мәні анықталады.

$$T_k = T_{co} - \frac{q}{h} \quad (14)$$

Онда (12), (14)-ден пайдаланып T_j -дің мәні анықталады

$$T_j = T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{2K_{xx}} \quad (15)$$

Сондай-ақ (14)-(15)-ті (10)-ға қойып T_i -дің мәні анықталады.

$$T_i = T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \quad (16)$$

Енді (14)-(16)-шы өрнектерді (10)-ға қойып стержень ұзындығы бойынша $T=T(x)$, $0 \leq x \leq L$ жылу таралу заңдылығы анықталады.

$$\begin{aligned} T = T(x) &= \varphi_i(x)T_i + \varphi_j(x)T_j + \varphi_k(x)T_k = \frac{2x^2 - 3Lx + L^2}{L^2}T_i + \frac{4Lx - 4x^2}{L^2}T_j + \\ &+ \frac{2x^2 - Lx}{L^2}T_k = \frac{2x^2 - 3Lx + L^2}{L^2} \cdot \left(T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}}\right) + \frac{4Lx - 4x^2}{L^2} \cdot \left(T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{2K_{xx}}\right) + \\ &+ \frac{2x^2 - Lx}{L^2} \cdot \left(T_{co} - \frac{q}{h}\right) = \boxed{\left(T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}}\right) + \frac{q}{K_{xx}}x} \quad 0 \leq x \leq L \quad (17) \end{aligned}$$

немесе бұны былайша етіп жазуға да болады[4].

$$T(x) = a + bx, \quad 0 \leq x \leq L, \quad a = const = T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}}, \quad b = \frac{q}{K_{xx}} \quad (18)$$

Онда (17)-(18)-лардан көрініп тұрғандай зерттеліп жатқан стерженнің ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығы (17) формуламен өрнектелетін түзу сызықпен өрнектеледі екен. Мұнда бұл жылу өрісінің таралу заңы 6 берілген параметрлердің мәндеріне тәуелді болады екен, яғни $T(x, h, T_{co}, q, L, K_{xx})$.

Жоғарыда (17) өрнек – шекті ұзындықтағы стерженнің бойымен жылудың таралу өрісін аналитикалық жолмен анықтаудың математикалық моделі деп аталады. Онда осы моделдің алгоритімін жазайық. Оны Delphi-де паскаль тілімен жазамыз:

```
x:=0;
for i:=1 to m do begin
  Tx:=(Toc-(q/h)-(q*L/Kxx))+(q/Kxx)*x;
  x:=x+0,1;
end;
```

Бұл жерде m – бөлшек элементтің саны, T_x – x ($0 \leq x \leq L$) координаталарындағы белгісіз температураның мәндері, T_{oc} – сыртқы ортаның температурасы, q – жылу ағынның мөлшері, h – сыртқы ортамен жылу алмасу ортасы, L – стерженнің ұзындығы, K_{xx} – материалдың жылу өткізгіштік коэффициенті. Бұл айнымалылардың мәндері компьютерге ендіріледі.

Температураның таралу өрісі табылған соң кернеу және деформация

компоненттерін анықтауға болады. Ол төмендегі алгоритм бойынша анықталады. Оны Delphi-де паскал тілімен жазамыз:

for i:=1 to m do begin

EpsT:=-Alfa*Tx;

$$\varepsilon_T(x) = -\alpha \cdot T(x)$$

SigT:=E*EpsT;

$$\sigma_T(x) = E \cdot \varepsilon_T(x)$$

Sigx:=Sig-SigT;

$$\sigma_x(x) = \sigma \cdot \varepsilon_T(x), \sigma = R/S$$

Epsx:=Sigx/E;

$$\varepsilon_x(x) = \sigma_x(x)/E$$

Eps:=Epsx+ EpsT;

$$\varepsilon = \varepsilon_x(x) + \varepsilon_T(x)$$

end;

мұндағы $\varepsilon_T(x)$ - температуралық деформация, $\varepsilon_x(x)$ - серпімділік деформация, $\sigma_x(x)$ - серпімділік кернеу, $\sigma_T(x)$ - температуралық кернеу, ε - ақиқат деформация, σ - ақиқат кернеу, R – сығушы күштің мәні, S – стерженнің көлденең қима ауданы, E – қатаңдық коэффициенті $E = const$, α - материалдың жылудан ұлғаю коэффициенті $\alpha = const$.

Жоғарыдағы алгоритмдерді Delphi-де жазып, сол бағдарламаның көмегімен есептер шығарайық (2 сурет). Ол бағдарлама төменде көрсетілген.

Form1

$T(x) = \left(T_{oc} - \frac{q}{h} - \frac{q\ell}{K_{xx}} \right) + \frac{q}{K_{xx}} x$

Айналым саны [dx=1] 30 Модуль упруг [E] 2000000
 Айналым (баған) саны [Kxx,q,h,Toc,L] 5 Радиус [R] 1

Выбор
 Теплопроводности Тепловой поток Теплообмен Температура Длина стержня Тепло расширения

Kxx0	q0	h0	Toc0	L0	Alfa0
75	-500	10	30	30	0,0000125
KxxN	qN	hN	TocN	LN	AlfaN
75	-500	5	30	30	0,0000125
dKxx	dq	dh	dToc	dL	dAlfa
1	1	1	1	1	1

Температура T(x) | Деформация и напряжения | Удлинение стержня под влиянием температуры

	h=10	h=9	h=8	h=7	h=6
T(x=0)	280,00000	285,55556	292,50000	301,42857	313,33333
T(x=1)	273,33333	278,88889	285,83333	294,76190	306,66667
T(x=2)	266,66667	272,22222	279,16667	288,09524	300,00000
T(x=3)	260,00000	265,55556	272,50000	281,42857	293,33333
T(x=4)	253,33333	258,88889	265,83333	274,76190	286,66667
T(x=5)	246,66667	252,22222	259,16667	268,09524	280,00000
T(x=6)	240,00000	245,55556	252,50000	261,42857	273,33333
T(x=7)	233,33333	238,88889	245,83333	254,76190	266,66667
T(x=8)	226,66667	232,22222	239,16667	248,09524	260,00000
T(x=9)	220,00000	225,55556	232,50000	241,42857	253,33333

Пуск Save Save All Exit

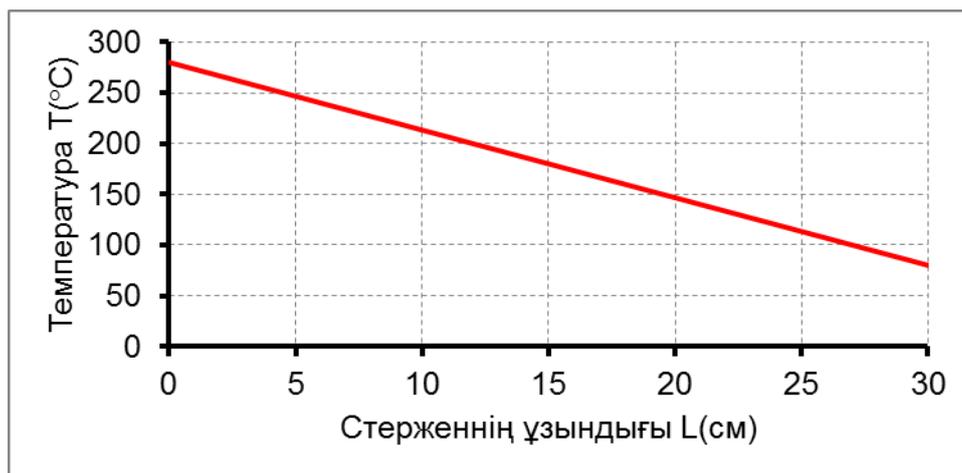
2 сурет – Аналитикалық жолмен температураның таралу өрісін анықтайтын ақпараттық жүйе

Енді осы тәуелділікті терең тексеру үшін бұл параметрлердің тұрақты мәндерін берейік:

$$0 \leq x \leq L, \quad q = -500 \text{ (Bm/cm}^2\text{)}; \quad h = 10 \text{ (Bm/(cm}^2 \cdot \text{C))}; \quad T_{oc} = 30 \text{ (}^\circ\text{C)}; \quad L = 30 \text{ (cm)}; \\ K_{xx} = 75 \text{ (Bm/(cm} \cdot \text{C))}.$$

Онда берілген параметрлердің қабылданған мәндерінде бұндай стержень ұзындығы бойынша жылу таралу заңы мынадай түзу сызықпен өрнектеледі

$$T(x) = 280 - \frac{20}{3} x \quad (19)$$



3 сурет – Стержень ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығы

Мұнда $T(x=0) = 280^{\circ}\text{C}$; $T(x=5\text{см}) = 246,67^{\circ}\text{C}$; $T(x=10\text{см}) = 213,33^{\circ}\text{C}$; $T(x=15\text{см}) = 180^{\circ}\text{C}$; $T(x=30\text{см}) = 80^{\circ}\text{C}$ болады.

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. -392с.
2. Ноздрев В.Ф. Курс термодинамики. - М.: Мир, 1967. - 247с.
3. И.А.Биргер, Я.Г.Пановко. Прочность. Устойчивость. Колебания. Том1.// М.: Машиностроение, 1968. -356с.
4. Lishirong, Yangjingning.Accurate model of post bucking of elastic rod with Mirabel cross sections [J].Gansu University of Science1999(01):98-102.
5. Biyong. Development of gravity heat pipe sucker rod and analysis on its heat transfer characteristics [D].China Daqing Petroleum Institute, 2008.

УДК 519.71

К.А. Садыков*

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ АНАЛИЗАТОР ДЛЯ СИНТАКСИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ОДНОГО КЛАССА КС - ЯЗЫКОВ

*(г.Алматы, КазНУ имени аль-Фараби, *-магистрант)*

Бұл жұмыста детерминделген талдау құрылысының алгоритмы контекстік-еркін тілдің бір классты синтаксистік талдау үшін ұсынылады. Бұл алгоритм алдын ала болжау түсінігіне негізделген, ал тілдер классы алдын алу грамматикасынан туындайды. Осы алгоритм жылжу-орамдалу классына жатады және финиттік сипаттауы бар. Оған қоса осы анализ алгоритмінің компьютерлік іске асырылуы салыстырмалы түрде жоғарғы тиімділік көрсетеді.

В работе предлагается алгоритм построения детерминированного анализатора для синтаксического анализа одного класса контекстно-свободных языков. Этот алгоритм основан на понятии предшествования, а сам класс языков порождается грамматикой предшествования. Данный алгоритм относится к классу: сдвиг-свертка и имеет финитное описание. Кроме того компьютерная реализация данного алгоритма анализа показывает сравнительно высокую эффективность.

In my work creation of determined analyzer algorithm for the parse of one class of context-free languages is offered. This algorithm is based on concepts of precedence and this

class of languages is generated by precedence grammar. This algorithm is classified as shift-reduce and has a finite description. Besides computer implementation of this algorithm analysis shows a relatively high efficiency.

Формальные грамматики, являясь порождающим инструментом, точнее, порождая цепочки языка, не вполне удобны для целей анализа самих цепочек. В связи, с чем представляет интерес такой формальный инструмент как автоматы [1],[2]. Вспомним, что как и грамматики автоматы разбиты на классы в зависимости от того какой тип языка подвергается анализу. В данной публикации рассматриваются особенности эффективного детерминированного автомата, осуществляющего анализ снизу-вверх, на основе схемы предшествования. В процессе анализа входной цепочки анализатор использует правила вывода и отношения предшествования между парами символов грамматики. Причём для каждой пары символов (α_1, α_2) из $V_T \cup V_A$ могут выполняться отношения предшествования лишь трёх типов $< \cdot$ – читается как «раньше», $\cdot >$ – читается как «позже», $=$ – читается как «вместе». При этом, если между парой символов, образованной из крайне левого символа входной ленты и крайне правым символом (вершиной стека) выполняется отношение $< \cdot$, то символ входной ленты записывается в стек, а знак отношения $< \cdot$ помещается в стек между этими символами. Если же между парой символов выполняется отношение, то крайне левый символ входной ленты записывается в стек без символа $=$. Такие действия автомата идентифицируются как «сдвиг». В противоположность, если для пары (α_1, α_2) выполнено отношение $\cdot >$, то дальнейшие действия автомата идентифицируются как «свёртка».

Сформированная в стеке правая часть правила грамматики вместе с ближайшим слева символом $< \cdot$ заменяется на символ левой части этого правила. При этом, если между символом, оказавшимся в вершине стека и символом из левой части правила имеет место отношение $< \cdot$, то символ $< \cdot$ записывается в стек первым и лишь затем символ из левой части правила. Если же имеет место отношение $=$, то символ левой части правила записывается сразу в новую вершину стека. И далее процесс повторяется для новой пары символов – крайне левого символа входной цепочки и символа в вершине стека. Процесс успешно завершается, если входная цепочка содержит лишь граничный маркер #, а в стеке находится цепочка #I.

Пусть $G = \langle V_T, V_A, I, P \rangle$ это КС-грамматика. Пусть (α_1, α_2) – это произвольная упорядоченная пара символов из $\{V_T \cup V_A\}$.

Определение. 1) Будем говорить, что для пары (α_1, α_2) в грамматике G выполняется отношение $=$, если среди множества правил грамматики P содержится правило вывода вида $A \rightarrow \xi' \alpha_1 \alpha_2 \xi''$, что обозначается так $\alpha_1 = \alpha_2$. В противном случае – отношение $=$ для данной пары (α_1, α_2) не выполняется. 2) Будем говорить, что для пары (α_1, α_2) в грамматике G выполняется отношение $< \cdot$ («раньше») если в P найдётся правило вида $A \rightarrow \xi' \alpha_1 B \xi''$ и из нетерминального символа B выводима цепочка, начинающаяся с символа α_2 : $B \Rightarrow \alpha_2 \eta$, что обозначается $\alpha_1 < \cdot \alpha_2$.

В противном случае считается, что отношение $< \cdot$ для данной пары не имеет места.

3) Будем говорить, что для пары (α_1, α_2) в грамматике G выполняется отношение $\cdot >$ («позже»), если справедливо хотя бы одно из следующих утверждений:

а) в множестве P найдётся правило вывода вида $A \rightarrow \xi' B \alpha_2 \xi''$ и из нетерминального

символа B выводится цепочка, заканчивающаяся символом α_1 т.е. $B \Rightarrow^* \eta \alpha_1$,
 $\eta \in \{V_T \cup V_A\}^*$

б) в множестве P найдётся правило вида $A \rightarrow \xi'BC\xi''$, такое что $B \Rightarrow^* \eta \alpha_1$ и $C \Rightarrow^* \alpha_2 \xi$,
 где $B, C \in V_A$; $\eta, \xi \in \{V_T \cup V_A\}^*$.

В противном случае, отношение $\bullet >$ для пары (α_1, α_2) считается не выполненным.

Обратим внимание на то, что существуют КС-грамматики, для некоторых пар символов которых выполняются два или, более того, все три отношения предшествования.

Пример 1. Пусть G грамматика с правилами вида:

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1) $I \rightarrow ab$ | 4) $A \rightarrow Ca$ | 7) $D \rightarrow d$ |
| 2) $I \rightarrow aB$ | 5) $B \rightarrow bD$ | |
| 3) $I \rightarrow AB$ | 6) $C \rightarrow c$ | |

Очевидно, что для пары (a, b) выполнены: $a = b$, $a < \bullet b$, $a \bullet > b$.

Для того чтобы отделить такие случаи, подобные рассмотренному выше, вводится

Определение 2: КС-грамматика G называется грамматикой предшествования, если для каждой упорядоченной пары её символов выполняется не более одного отношения предшествования.

Для языков, порождённых грамматиками предшествования без правил вывода с одинаковыми правыми частями, применим детерминированный анализатор на основе предшествования.

Напомним, что, сдвигая на каждом такте входную цепочку на один символ влево и определяя на каждом такте отношение предшествования для пары: крайне левый символ входной ленты и символ в вершине стека, анализатор последовательно находит подцепочки, являющиеся правыми частями правил грамматики, и заменяет их соответствующими левыми частями этих же правил. Если исходная цепочка входит в язык, порождаемый грамматикой предшествования, то анализатор, в конце концов, свернёт исходную цепочку к начальному символу грамматики.

Далее проиллюстрируем работу анализатора на одном простом примере. В качестве грамматики возьмём грамматику с правилами вывода:

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1) $I \rightarrow a$ | 4) $T \rightarrow b$ |
| 2) $I \rightarrow aT$ | 5) $T \rightarrow bT$ |
| 3) $I \rightarrow (I)$ | |

Очевидно, что данная грамматика является грамматикой предшествования, а матрица предшествования выглядит следующим образом:

	I	T	a	b	()
I						$\dot{=}$
T						$\bullet >$
a		$\dot{=}$		$< \bullet$		$\bullet >$
b		$\dot{=}$		$< \bullet$		$\bullet >$
($\dot{=}$		$< \bullet$		$< \bullet$	
)						$\bullet >$

Совместим визуально входную ленту и магазин и проиллюстрируем работу анализатора на примере цепочки (abbb), при этом стрелка \rightarrow будет означать «сдвиг», а стрелка \leftarrow означат «свёртку».

$$\begin{aligned} & [\#, (abbb)\#] \rightarrow [\# < \cdot (, abbb)\#] \rightarrow [\# < \cdot (< \cdot a, bbb)\#] \rightarrow \\ & [\# < \cdot (< \cdot a < \cdot b, bb)\#] \rightarrow [\# < \cdot (< \cdot a < \cdot b < \cdot b, b)\#] \rightarrow \\ & [\# < \cdot (< \cdot a < \cdot b < \cdot b < \cdot b,)\#] \leftarrow [\# < \cdot (< \cdot a < \cdot b < \cdot bT,)\#] \leftarrow \\ & \leftarrow [\# < \cdot (< \cdot a < \cdot bT,)\#] \leftarrow [\# < \cdot (< \cdot aT,)\#] \leftarrow [\# < \cdot (I,)\#] \rightarrow \\ & \rightarrow [\# < \cdot (I,)\#] \leftarrow [\#I,)\#] , \end{aligned}$$

откуда следует, что входная цепочка (abbb) допущена и является правильной цепочкой языка, порождённого исходной грамматикой предшествования.

Рассмотренный выше пример имел одну особенность, а именно, при свертке, несмотря на различие правил, отношение между символом в вершине стека и символом из левой части сворачиваемого правила, во всех случаях, было $\dot{=}$. И в этом смысле более интересной оказывается грамматика с правилами

$$1) I \rightarrow (A \quad 2) I \rightarrow a \quad 3) A \rightarrow Ia)$$

осуществим вывод цепочки (((aa)a)a)a

$$I \xrightarrow{1} (A \xrightarrow{3} (Ia) \xrightarrow{1} ((Aa) \xrightarrow{3} ((Ia)a) \xrightarrow{1} (((Aa)a) \xrightarrow{3} (((Ia)a)a) \xrightarrow{1} (((Aa)a)a) \xrightarrow{3} (((Ia)a)a) \xrightarrow{2} (((aa)a)a) \xrightarrow{1} (((aa)a)a)a)$$

Вычислим отношения между символами и заполним таблицу

	I	A	a	()	#
I			$\dot{=}$			$\cdot >$
A			$\cdot >$			$\cdot >$
a			$\cdot >$		$\dot{=}$	$\cdot >$
($< \cdot$	$\dot{=}$	$< \cdot$	$< \cdot$		$\cdot >$
)			$\cdot >$			$\cdot >$
#	$< \cdot$	$< \cdot$	$< \cdot$	$< \cdot$	$< \cdot$	

детерминированный процесс анализа приводит к следующей последовательности изменений конструкции стек - входная лента:

$$\begin{aligned} & [\#, (((aa)a)a)a\#] \rightarrow [\# < \cdot (, (((aa)a)a)a\#] \rightarrow [\# < \cdot (< \cdot (, ((aa)a)a)a\#] \\ & \rightarrow [\# < \cdot (< \cdot (< \cdot (, (aa)a)a)a\#] \rightarrow [\# < \cdot (< \cdot (< \cdot (< \cdot (, aa)a)a)a\#] \rightarrow \end{aligned}$$

$$[\# < \cdot (, A\#] \xleftarrow{3} [\# < \cdot (A, \#] \xleftrightarrow{1} [\# , I\#] \xleftarrow{1} [\# < \cdot I, \#] , \text{ цепочка допущена.}$$

Таким образом, синтаксический анализ на основе предшествования является достаточно привлекательной процедурой имеющей свои специфические особенности[3]. Одной из важнейших из них является автоматическое построение таблиц предшествования. Заметим, что такая таблица может быть построена на основе двух отношений.

1. А. Ахо, Дж. Ульман. Теория синтаксического анализа компиляции и перевода. Т.1., М: Мир, 1983
2. Т. Прат, М. Зелковиц. Языки программирования. Разработка и реализация. 4-е издание. Питер., 2002г.
3. Дюсембаев А.Е.. Архитектура компьютеров. Computer Architecture. Tempus-Tacis Project, Contract#CD_JEP-22077-2001, 2-nd Edition, 2010

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ОДНОМЕРНОЙ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕРМОУПРУГОСТИ С МГНОВЕННЫМ ИСТОЧНИКОМ

(г.Ош, Ошский технологический университет¹,
Ошский государственный университет², Кыргызстан)

Макалада термосерпінді жылдам коректі бірөлшемді тура есепті характеристикадағы деректермен берілген есепке келтірілген және ақырлы-айырымдық әдістермен сандық есептеу жұмыстары жүргізілген.

В данной статье одномерная прямая задача термоупругости с мгновенным источником приведена к задаче с данными на характеристиках и проведены численные расчеты конечно-разностным методом.

In this article, a direct one-dimensional problem of thermoelasticity with instantaneous source is given the problem with the data on the characteristics and the numerical calculations of finite-difference method.

Обратные задачи термоупругости в теоретическом плане исследованы В.Я. Козловым и др. [1].

Численное решение или численная реализация одномерной прямой и обратной задачи термоупругости рассмотрены в [2] с различными начальными и граничными условиями, а в нашем случае, рассмотрено граничное условие, представлено в виде мгновенного источника, т.е. на границе задается $\delta(t)$ - дельта функция Дирака.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу

$$\rho(z)U_{tt} = (\lambda(z) + \mu(z))U_{tt} + (\lambda(z) + \mu(z))'_z * U'_z - ((3\lambda(z) + 2\mu(z)) * R(\theta(z, t)))'_z, \\ z \in R_+, t \in R_+; \quad (1)$$

$$u(z, t)|_{t>0} \equiv 0, \quad U_{z|z=0} = -\frac{1}{2}\delta(t), \quad (2)$$

$$U(z, t)|_{z=0} = f(t), \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

где $F(x, t) = R(\theta(z, t)) = \int_0^{\theta(z, t)} \alpha(y) dy$, $\alpha(y)$ - тепловое расширение, $\lambda(z)$, $\mu(z)$ - коэффициенты Ламэ, $\rho(z)$ - плотность среды.

Прямая задача заключается в определении функции $U(z, t)$ - возмущения среды из задачи (1) - (2) при известных коэффициентах $\rho(z)$, $\lambda(z)$, $\mu(z)$, $\alpha(z)$.

Обратная задача заключается в определении функции $\alpha(z)$ - тепловое расширение из задачи при известных коэффициентах $\rho(z)$, $\lambda(z)$, $\mu(z)$, а также при известной дополнительной информации $f(t)$.

Пусть относительно коэффициентов уравнения (1) выполнены условия

$$\rho(z), \lambda(z), \mu(z) \in \{C^6(o, d)\}, \text{supp}\{\rho(z), \lambda(z), \mu(z)\} \in (o, d), \alpha = \|\cdot\|_{C^2(o, d)},$$

а относительно

$$\alpha(z) \in C^5(o, d). \quad (*)$$

Численное решение. Используя все выкладки [3] из задачи (1) - (3) получим задачу с данными на характеристиках

$$V_{tt}(x,t) = V_{xx}(x,t) + q(x)V(x,t) - C(x)c(o)[\phi(x,t)Z(x,t)]_x, \quad t \in [0,1] \quad (4)$$

$$V(x,t)|_{t=x} = \rho(x), \quad x \in [t, T-t], \quad (5)$$

$$V(x,t) = f(t), \quad t \in [0, t]. \quad (6)$$

Здесь прямая задача заключается в определении функции $V(x,t)$ из (4) - (5), а обратная задача в определении пары функций $V(x,t)$ и $F(x,t)$ из задачи (4) - (6), $\Phi([x,t) = (3\lambda(x) + 2\mu(x)), \quad Z(x,t) = R(\theta(x,t))$.

Связь задачи (4)-(6) с задачей (1) - (3) и их функций даны в [2].

Отметим, что здесь

$$P(x) = -\frac{c(o)}{2} - \frac{1}{2} \int_0^x \sqrt{c(o)c(\xi)} F'_\xi(\xi, \xi) d\xi. \quad (7)$$

Прямую и обратную задачу будем решать конечно – разностным методом, для этого введем равномерную сеточную область, при этом отбрасывая малые члены порядка $O(\tau^2, h^2)$ получим разностную задачу:

$$V_{tt} = V_{xx} + LV_i^k, \quad \{ih, \tau k\} \in \Omega_i^k; \quad (8)$$

$$V_{\pm i}^i = P^{|i|}, \quad i = -\overline{N}, N; \quad (9)$$

$$V_o^k = f^k, \quad k = 0, \dots, 2N; \quad (10)$$

где $LV_i^k = q_i V_i^k - \sqrt{c_i c_o} * [F(x_i, t_k)]_x$.

Определяя сеточные функции V_i^k и P_i^o в обратной задаче (8) - (10) можем найти сеточную функцию F_i^k по формуле (7).

Численная реализация. В начале при известных значениях функций $\rho(z)$, $\lambda(z)$, $\mu(z)$, $\alpha(z)$, вернее при их сеточных значениях вычисляется сеточная функция V_i^k - решения прямой задачи (8) - (9), затем при $f^k = V_o^k$ - вычисляются значения V_i^k , P_i и одновременно F_i^k , т.е. решение обратной задачи термоупругости (8)-(9).

В качестве модельной функции прямой задачи были взяты следующие функции $\rho(z) = \lambda(z) = \mu(z) = 1$, тогда

$$c(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad S(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad g(x) = 0; \quad \Phi(x,t) = \alpha(\theta(x(z), t));$$

$$Z(x,t) = 5\theta'_x(x(z), t); \quad V_{tt} = V_{xx} - \frac{5}{\sqrt{2}} R'(\theta(x,t)) * \alpha(\theta(x,t));$$

$$P(x) = -\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{5}{\sqrt{8}} R(\theta(\tilde{o}, t)) = -\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{5}{\sqrt{8}} \int_o^x \alpha(\xi) d\xi,$$

получим прямую (11) - (12) и обратную (11) - (13) задачу

$$V_{tt} = V_{xx} - \frac{5}{\sqrt{2}} \alpha(\theta(x,t)) \theta'_x(x,t) \left[\int_o^{\theta'_x(x,t)} \alpha(y) dy \right]_x \quad t \in [o, T] \quad (11)$$

$$V(x,t)|_{x=t} = P(x), \quad (12)$$

$$V(x,t)|_{x=0} = f(t), \quad (13)$$

где

$$P(x) = -\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{5}{\sqrt{8}} \int_0^x \alpha(y) dy, \quad (14)$$

$\theta(x, t)$ - известная функция. Здесь неизвестной функцией будет $\alpha(x)$.

В качестве модельной функции $\alpha(x)$ - заданы следующие:

1. $\alpha(x) = 2.1 - \cos^2(2\pi x)$ (рис. 3);
2. $\alpha(x) = 3 - 0.2 * \cos^2(6\pi x)$ (рис. 4);
3. $\alpha(x)$ - ступенчатая функция начерченной на графике (рис. 5);
4. $\alpha(x)$ - импульсная функция начерченной на графике (рис. 6).

На всех четырех рисунках сплошная зеленая линия $\alpha_T(x)$ - точное решение, $\alpha_{\Pi}(x)$ - приближенное решение – пунктирная синяя линия, красная сплошная линия - $f(t)$ - дополнительная информация для обратной задачи. Последняя получена решением прямой задачи, затем по ней решена обратная задача, в котором определялась функция $\alpha_{\Pi}(x)$.

В рисунке 3 функция $C_T(z)$ задавалась в виде двух горбов, а в рис. 4 дана 6 горбовая. Как видно из этих рисунков приближенно – вычисленное решение $C_{\Pi}(x)$ - последовательно идет за точным решением и у приближенной функции $C_{\Pi}(x)$ периодичность последовательно смещается вправо.

Таким образом, в модельных задачах типа волновой (рис. 3, 4) с увеличением переменной x приближенное решение обратной задачи ухудшается, т.е. ошибки приближения накапливаются и $C_{\Pi}(x)$ ухудшается.

В задачах землетрясений обычно функции бывают ступенчатыми или мгновенными, поэтому в качестве $\alpha(x)$ мы задали в виде ступенчатой и мгновенной (рис. 5, 6).

Как видно из этих рисунков приближенное решение обратной задачи $C_{\Pi}(x)$ последовательно идут за точными решениями, что означает построенный алгоритм можно использовать и для слоистой среды. Отметим, что здесь на точках разрыва «склеивание» не проводились.

Для анализа в первом и во втором случае (рис. 3, рис. 4) обратную задачу вычислим в разных шагах равномерной сетки, и соответствующие точки проверялись численно и в этом абсолютная погрешность очень мала.

В первом и во втором случае $\alpha(x) = a + b \cdot \cos^2(cx)$ свободные постоянные числа ($a = 2 \cdot 1, a = 3 \cdot 0$) последовательно приблизили к функции $b \cdot \cos^2(cx)$, тогда восстановления $\alpha(x)$ ухудшаются.

Если в двух примерах (рис. 3, рис. 4) приближенное решение хорошо почти совпадает с точным решением, то в других двух примерах (рис. 5, рис. 6) приближенное решение последовательно уходит от точного решения.

Отметим, что увеличивая шаги сетки, мы можем увеличивать глубины вычисления. С увеличением горбов погрешность вычисления обратной задачи также увеличивается.

Для проверки устойчивости алгоритма был увеличен шаг сетки $h_z = 0 \cdot 1, h_z = 0 \cdot 2, h_z = 0 \cdot 3$ и в этом относительная погрешность почти одинакова, что означает, алгоритм устойчив.

Устойчивость алгоритма решения задачи проверялись:

- Во-первых, измельчением шагов дискретизации и проверкой в соответствующих точках;

- Малым изменением в дополнительной информации.

Проведена также полученная теоретическая оценка

$$\max_{i=0,N} |\alpha_i - \alpha_i| \leq \frac{h_z}{2} \|U\|_{C^4(\Delta(T))}, \text{ с изменениями шагов дискретизации и нормы}$$

решения прямой задачи, т.е. последовательно изменяли шаги и решения прямой задачи.

Алгоритм решения одномерной прямой задачи термоупругости

Одномерная прямая задача термоупругости (11) - (12) вычислена в области указанной в рис. 1, т.е. в области ограниченной характеристики уравнений (11),

$$\Delta_h(t) = \{t_i \in (0, T), h = T/N, x_i = ih, t_k = kh, ih < kh_i < T - ih\}$$

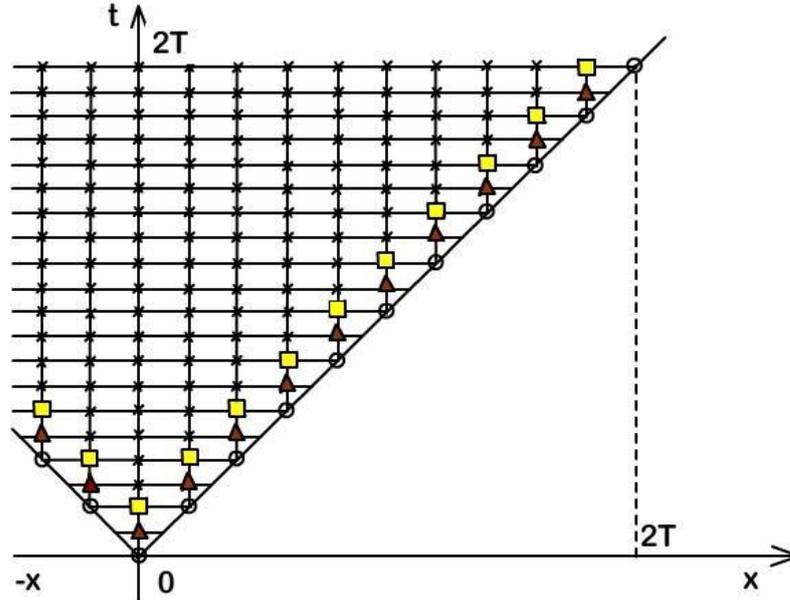


Рис. 1.

Прямая задача вычислена при $T = 2$, $N = 200$, $h = 2T/N$, $h_t = T/N$; а также при различных значениях T и N . **Алгоритм.**

1. В начале вычислена функция $F(x, t) = \int_0^{\theta(x, t)} \alpha(y) dy$, методом трапеций, при заданных значениях $\theta(x, t)$, $\alpha(y)$.

2. Затем вычислена $\rho(t) = -\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{5}{\sqrt{8}} \int_0^t \alpha(y) dy$, т.е. данные на характеристиках.

3. Вычислена $V_{\pm k}^k = P_k$, $k = \overline{0, 2N}$, т.е. $V_{\pm k}^k$ присвоены значения P_k , а на рисунке 1 всем точкам обозначенной о присвоили эти значения.

4. Вычислена $V_{\pm k}^{k+1} = (P_k + (P_{k+1} - P_k)/\sqrt{2})$, боковым характеристическим первым точкам присвоены эти значения, на рис. 1 точки Δ .

5. Вычислена $V_{\pm k}^{k+2} = (P_k + (P_{k+2} - P_k)/\sqrt{2})$ боковым характеристическим вторым точкам присвоены эти значения, на рисунке 1 точки \square .

Примечание. Пункты 4 и 5 получены по формуле треугольников.

6. Внутренние точки (на рисунке 1 точки *) вычисляются по формуле $V_i^{k+1} = V_{i+1}^k + V_{i-1}^k - V_i^{k-1} - 5 * F_i^k / \sqrt{2}$, $k = \overline{0, N}$; $i = -k + 2, k - 2$.

7. Найдена дополнительная информация для одномерной обратной задачи, т.е. $f^k = V_o^k, k = \overline{0, N}$.

Алгоритм одномерной обратной задачи термоупругости

Область вычисления одномерной обратной задачи термоупругости является $\Delta_h = \{x_i \in (0, T), x_i < t_i < 2T - x_i, x_i = ih, t_k = kh, i = \overline{0, N}; k = i, 2N - i; ih < kh < T - ih\}$, т.е. в области указанной на рис.2.

1. $V_o^k = f^k, k = \overline{0, N}$; к первому слою присваиваются значения f^k , (на рис.2 обозначены через \circ).

2. $V_i^k = (f^{k+1} + f^{k-1})/2, k = 1, \dots, N-1$; ко второму слою присваиваются значения $(f^{k+1} + f^{k-1})/2$, (на рис.2. точки Δ).

Здесь отметим, что т.к. все функции входящие в уравнении (11) являются четными, для экономии памяти машин вычисление производилось $i = \overline{0, N}$, а значениям на точках $i = -1$ присвоили последовательно значения точки $i = +1$.

3. $V_o^k = f^k, k = \overline{0, N}$; к первому слою присваиваются значения f^k , (на рис.2 обозначены через \circ).

4. $V_i^k = (f^{k+1} + f^{k-1})/2, k = 1, \dots, N-1$; ко второму слою присваиваются значения $(f^{k+1} + f^{k-1})/2$, (на рис.2. точки Δ).

Здесь отметим, что т.к. все функции входящие в уравнении (11) являются четными, для экономии памяти машин вычисление производилось $i = \overline{0, N}$, а значениям на точках $i = -1$ присвоили последовательно значения точки $i = +1$.

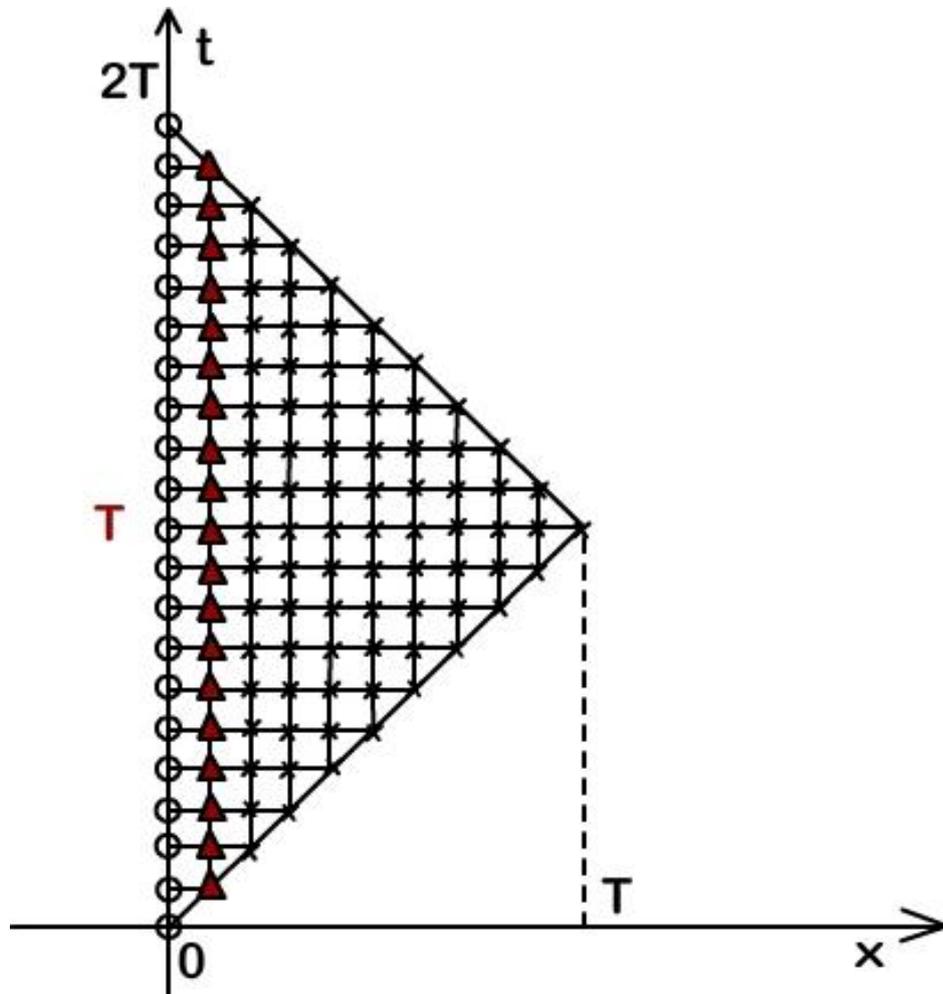


Рис. 2.

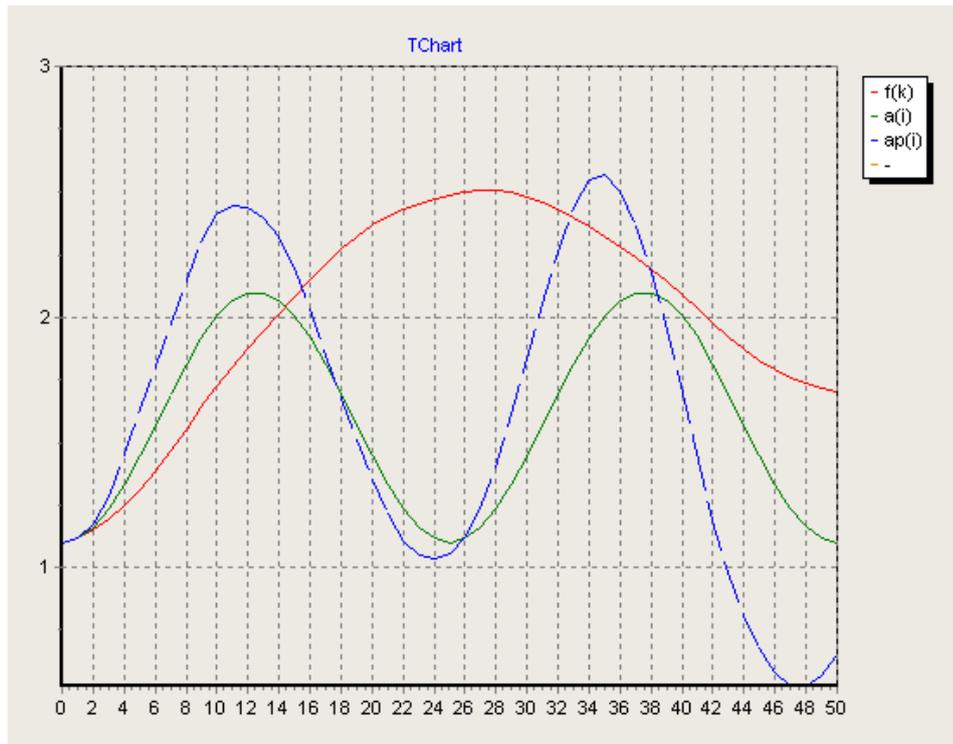


Рис. 3.

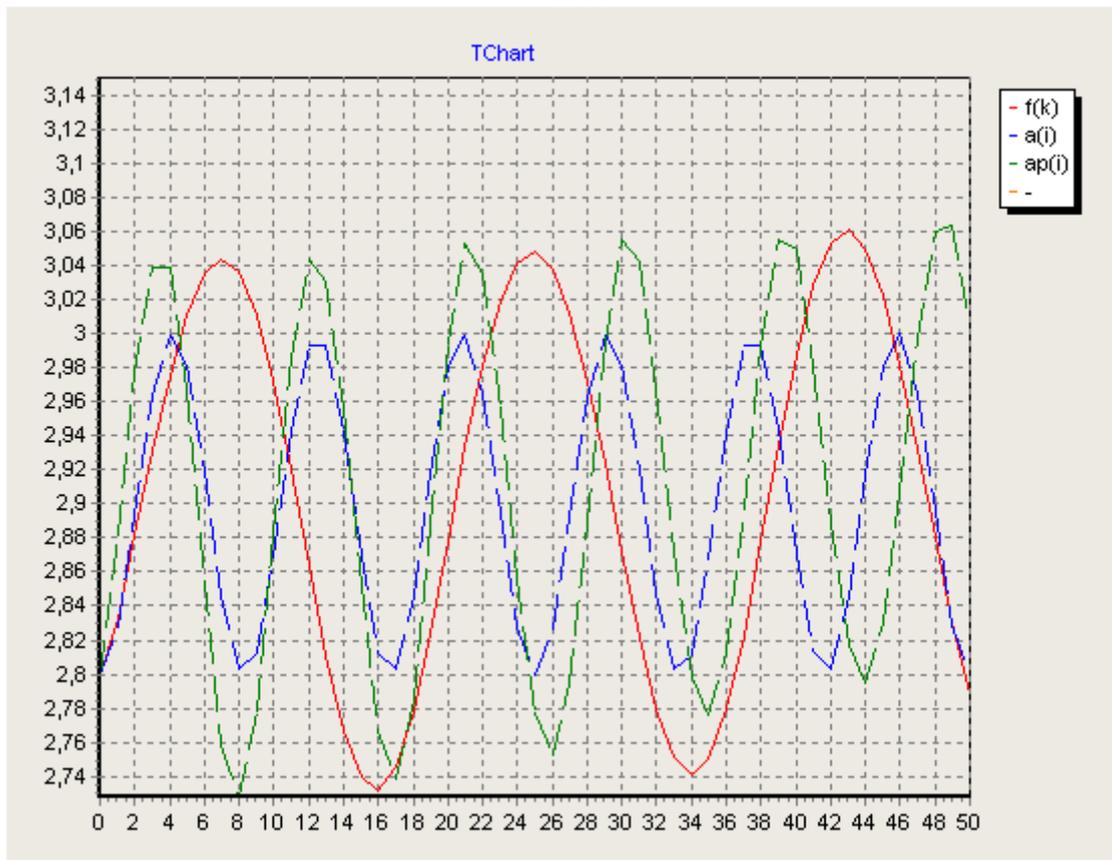


Рис. 4.

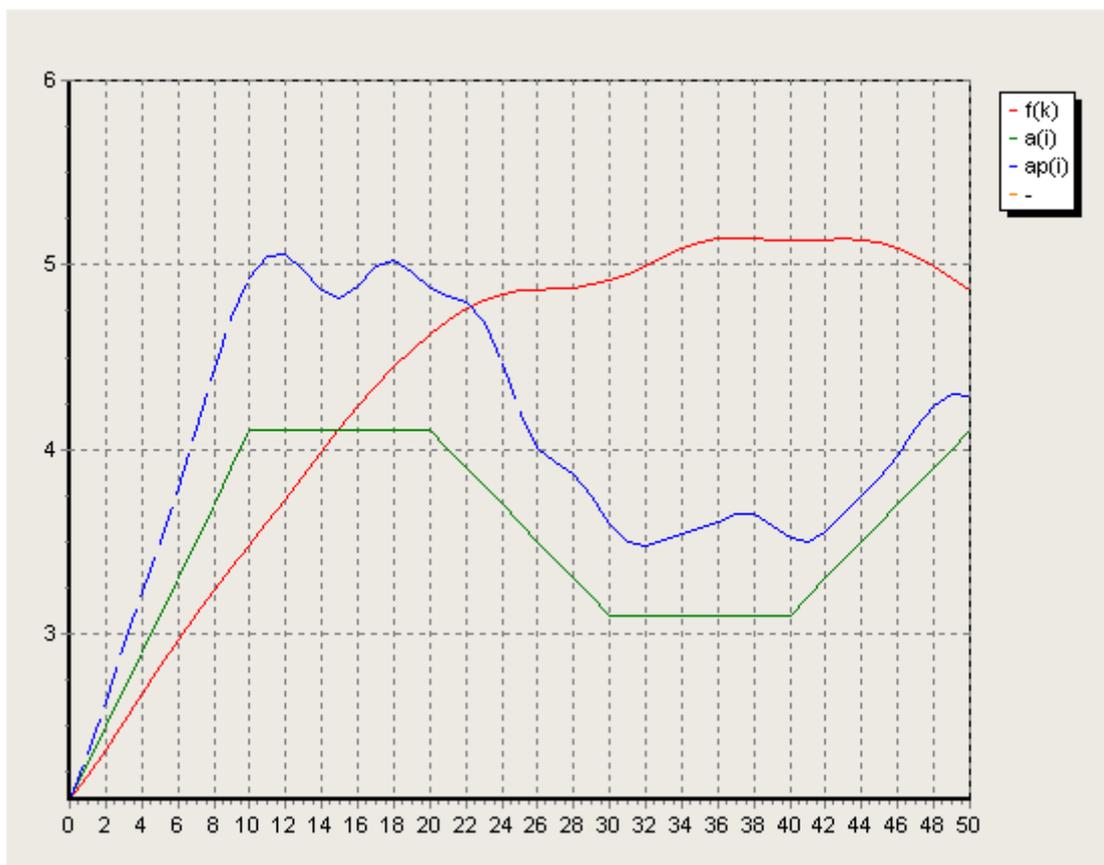


Рис. 5.

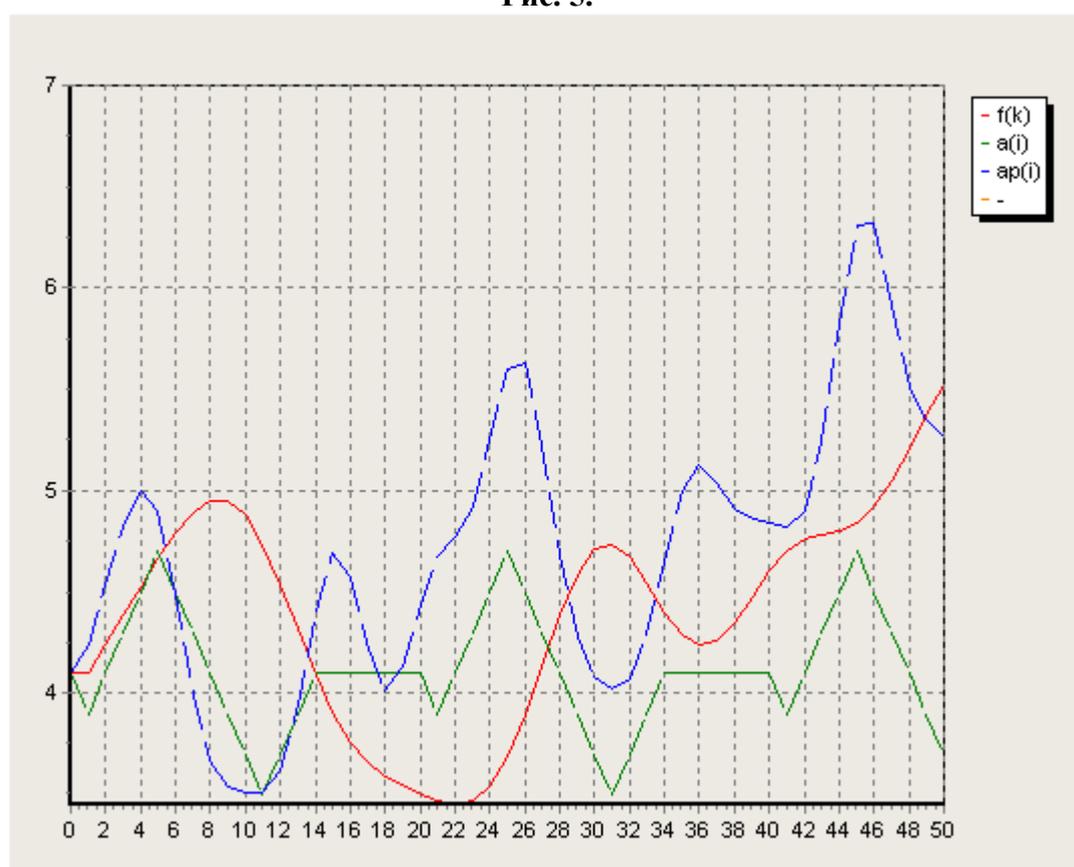


Рис. 6.

Примечание. Значение пункта 2 найдено по формуле Тейлора:

$$V(t,1) = V(t,0) + \frac{V'_x(t,0)}{1!} h + \frac{V''_{xx}(t,0)}{2!} h^2 + O(h^3) + \dots \left| V'_x(t,0) = 0 \right| = \\ = V(t,0) + [V''_{tt} - F(t,0)] * h / 2 = \left| F(t,0) = \int_0^0 \alpha(y) dy = 0 \right| = V(t,0) + \frac{V''_{tt} * h}{2} ;$$

$$\text{Отсюда } V_1^k = f^k + \frac{f^{k+1} - 2f^k + f^{k-1}}{2} = (f^{k+1} + f^{k-1}) / 2.$$

3. Внутренние точки (на рис.2 обозначены через *) вычисляются по формуле $V_{i+1}^k = V_i^{k+1} + V_i^{k-1} - V_{i-1}^k + 5 * F_i^k / \sqrt{2}$, $i = \overline{2, N/2}$; $k = \overline{i, T-i}$;

4. Каждый раз, после вычисления каждого слоя вычисляем $P_{i+1} = V_{i+1}^{i+1}$ и поставляем ее при вычислении значения V следующего слоя.

5. Из формулы (14) следует, что

$$\alpha(x) = \frac{\sqrt{8}}{5} P'_x \quad (15)$$

Таким образом, вычислив P_i , $i = \overline{0, N}$, из формулы (15) определяем $\alpha_i = \sqrt{8}(P_i - P_{i-1}) / 5$, т.е. находим значений α_i , $i = \overline{0, N}$.

6. Сравниваем $\tilde{\alpha}_i$ - приближенное решение с α_i - точным решением обратной задачи.

7. Проводим анализы, т.е. находим погрешности: абсолютные и относительные, достоверности решений.

1. Козлов В.А., Мазья В.Г., Фомин А.В. Обратная задача термоупругости. - Ленинград. ЛИМАШ. Препринт №5. 1989. - 15 с.
2. Албасов С.О., Яхно В.Г., Обратная задача динамической несвязной термоупругости //Некоторые вопросы дифференциальных уравнений и дискретной математики. - Новосибирск: НГУ, 1986. -С.63-70.
3. Сатыбаев А.Дж., Калдыбаева Г.А. Об одной динамической одномерной обратной задаче термоупругости. Наука и новые технологии, №5.-Бишкек. 2010. С.3-7.

УДК 373.1:371.8

А.А. Темербекова, Л.А. Соловьева

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА ШКОЛЬНИКОВ К ПОСТУПЛЕНИЮ В ВУЗ

(г. Горно-Алтайск, Россия, Горно-Алтайский государственный университет)

Макалада Горно-Алтайск мемлекеттік университетінің физика-математика факультетінің жарнама-үгіттеу қызметінің негізгі жолдары, оның тиімді жұмысының бағыты мен жағдайлары ұсынылған.

В работе представлены основные пути рекламно-профориентационной деятельности физико-математического факультета Горно-Алтайского государственного университета, направления и условия ее эффективной работы.

The paper presents the main ways of advertising and Career Guidance of the Physico-

Mathematical Faculty of Gorno-Altai State University, directions and conditions for its effective operation.

Ключевые слова: образование, математика, профориентация, мастер-класс.

Существующие подходы к системе ориентации школьника на будущую профессиональную деятельность требуют кардинальных изменений. Наряду с организационными проектами, реализуемыми в школе в ходе учебно-воспитательного процесса, существуют наиболее действенный, на наш взгляд, путь формирования профессиональной направленности школьников – личностный. В этой связи роль школы должна сводиться к предоставлению школьнику свободы неограниченного школьными профилями выбора и нацеленности не на выбор какой-то конкретной профессии, а на формирование неких универсальных качеств у учащихся – компетенций, позволяющих осуществлять сознательный самостоятельный профессиональный выбор, позволяющий им в будущем быть профессионально мобильными.

Рассмотрение происхождения понятия «профориентация». Профессия (от лат. «professio» означает официально указанное занятие, специальность), иначе – род трудовой деятельности, занятий, требующих определённой подготовки и являющихся источником существования человека. Ориентация означает умение разобраться в окружающей обстановке или направление деятельности в определённую сторону.

Опираясь на педагогическую терминологию, получим, что в широком смысле слова профориентация – система общественного и педагогического воздействия на молодёжь с целью её подготовки к сознательному выбору профессии, система государственных мероприятий, обеспечивающая научно обоснованный выбор профессии, а в узком – целенаправленная деятельность по формированию у учащихся внутренней потребности и готовности к сознательному выбору профессии.

Следует отметить, что система профориентации в школах является определяющей. Особенно это касается старшей школы – 8-11 классы, так как для благополучия общества необходимо, чтобы каждый выпускник школы смог более полно применить свои интересы и склонности в будущем. На деле же, неверно определяемая направленность личности в старшей школе ведет к напрасной потере времени, сил и энергии. Именно поэтому чрезвычайно значим личностный смысл профориентации, направленный на усвоение учащимися необходимого объёма знаний не только предметного характера, но и знаний о социально-экономических и психофизических характеристиках будущей профессии.

Система профориентационной работы, имеющая комплексный и многоступенчатый характер, должна осуществляться на разных базах. Основной базой профориентационной подготовки личности является школа. Сюда относится работа школ профориентации школьников, помощь в выборе профиля обучения, будущей профессии учителями и педагогами школы.

Второй базовой площадкой являются вузы, ссузы, которые включают работу приемных комиссий, помощь в выборе специализации, Центров карьеры, службу занятости и другие образовательные объединения, сопровождающие человека, начиная с момента выбора профессии и заканчивая этапом трудоустройства. При заинтересованности вуза внедрении ряда информационных и рекламных мероприятий повышает интерес к ней в среде школьников и студентов. Вместе с тем, снижается страх неопределенности будущего выпускника и повышается его доверие к образовательной услуге.

К проведению организационной работы на базе вуза могут существовать различные подходы, такие как компетентностный, консультационный,

информационный, деятельностный, средовый и т.д. В комплексе все они дают максимальный эффект. Наиболее действенными из них можно выделить, на наш взгляд, первые три методологических подхода.

Компетентностный подход состоит в том, что старшеклассники должны владеть не только комплексом необходимых компетенций, но и обладать личностными качествами, которые бы позволили им реализовать себя в профессиональном плане.

Консультационный подход включает в себя проведение в ходе профориентационной работы предметного тестирования и консультации по полученным результатам. Основной целью является выявление профессиональной направленности на основе объективных тестовых данных, после чего в процессе предметной консультации можно решить все проблемы по профориентационной направленности старшеклассника.

Информационный подход состоит в проведении различных информационных мероприятий, таких как лекции по перспективам поступления в регионе, презентации организаций, информирование о тенденциях на рынке труда, ярмарки вакансий и т.п.).

Опираясь на изложенные выше подходы, физико-математический факультет горно-алтайского государственного университета разработал для выпускников школ города – наших будущих потенциальных абитуриентов – план рекламно-профориентационной деятельности (рпд), реализация которого предусматривала следующие цели:

1. обеспечение абитуриентов сведениями о факультете, направлениях обучения, правилах и условиях приема на физико-математический факультет горно-алтайского государственного университета.

2. координация научно-обоснованной системы мер на факультете и привлечение профессорско-преподавательского состава, кафедр, студентов к активному участию в рпд.

Основными задачами реализации этого плана выступили:

– организация и осуществление взаимодействия с образовательными учреждениями среднего общего образования, органами управления образованием республики, районными отделами образования г. горно-алтайска и республики алтай.

– обеспечение формирования контингента студентов на направлениях довузовской подготовки университета.

– оказание помощи приемной комиссии в качественном отборе абитуриентов университета.

– изучение и прогнозирование перспектив формирования студенческого контингента факультета.

– установление и укрепление постоянных контактов с педагогическими коллективами школ, средних профессиональных учебных заведений, других образовательных учреждений с целью профориентационной деятельности среди обучающихся.

– популяризация физико-математических знаний среди школьников и студентов.

– информирование об уровне образовательной деятельности вуза.

Программа предусматривала проведение следующих мероприятий:

1. Тематические мастер-классы по математике для учащихся 11 классов школ города – потенциальных абитуриентов физмата. Цель: обобщение школьного курса математики и проведение знаний в систему, устранение пробелов в знаниях по математике и успешная подготовка к ЕГЭ по математике (ТМ-КМ).

2. Тематические мастер-классы по физике для учащихся 11 классов школ города – потенциальных абитуриентов физмата. Цель: обобщение школьного курса физики и приведение знаний в систему, устранение пробелов в знаниях по физике и успешная

подготовка к ЕГЭ по физике (ТМ-КФ).

3. Повышение квалификации для учителей математики, физики, информатики школ города по программе «Научно-исследовательская деятельность учащихся: содержание и организация». Цель: познакомить учителей с теорией и практикой организации научно-исследовательской работы учащихся школ, способствующей творческому развитию их как начинающих исследователей.

4. Дистанционная физико-математическая школа (ДФМШ) для учащихся 8-9 классов школ республики. Цели: выявление и развитие математических способностей, формирование математической культуры; реализация программ дополнительного образования школьников по предметам физико-математического цикла; подготовка к предметным олимпиадам.

5. IV Международная научно-практическая конференция «Информация и образование: границы коммуникаций» INFO'12 для педагогов, учителей математики, физики, информатики, психологов и др. Цель: обсуждение актуальных проблем современного образования, фундаментальных и прикладных достижений ведущих ученых, аспирантов, магистрантов и студентов в области использования информационно-коммуникативных технологий и формирования единого образовательного пространства.

Важное место в этой работе занимают тематические мастер-классы по математике (ТМ-КМ) с целью подготовки к ЕГЭ по математике.

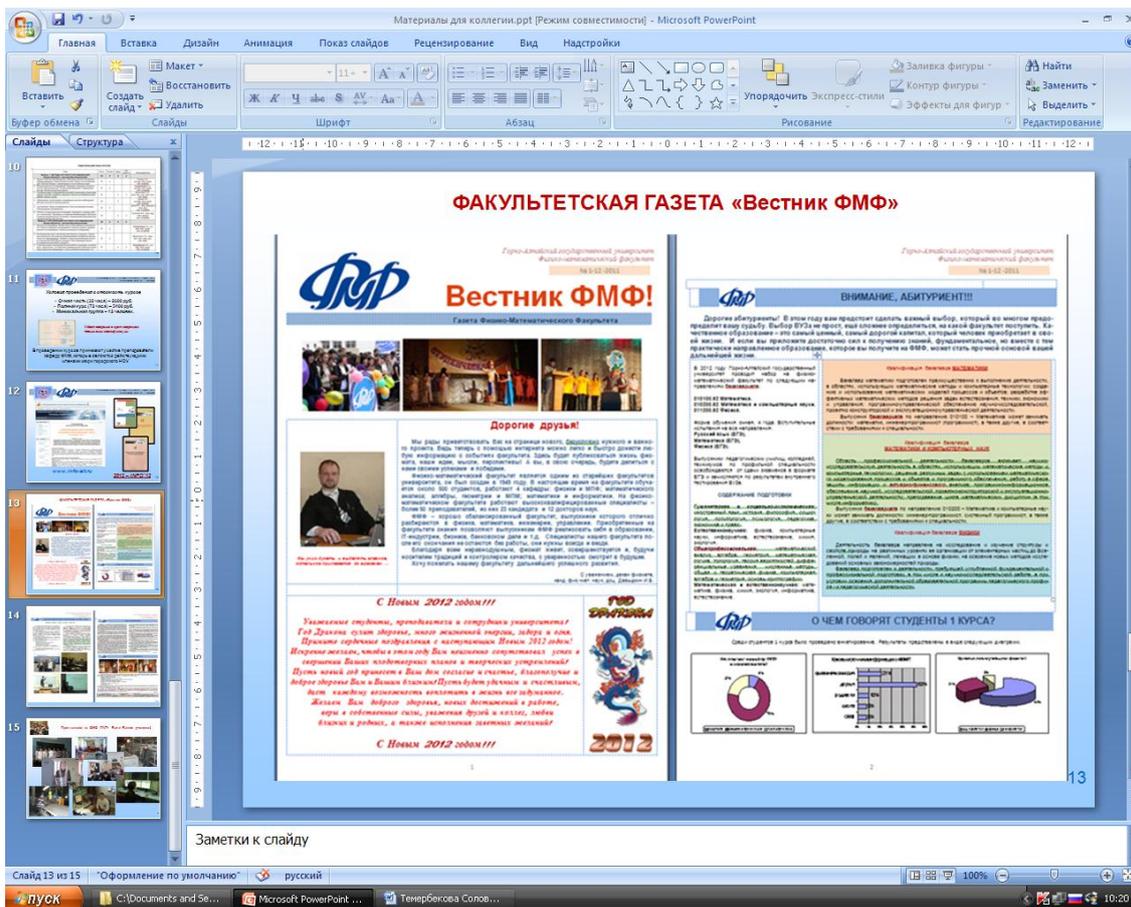
Определимся, прежде всего, что мы понимаем под мастер-классами как формой работы с обучающимися. Мастер-класс – это интерактивная форма обучения и обмена опытом, объединяющая формат тренинга и конференции. Мастер-класс (от английского masterclass: master – лучший в какой-либо области + class – занятие, урок) действительно является семинаром, который проводит эксперт в определенной дисциплине, для тех, кто хочет улучшить свои практические достижения в этом предмете. Придя в русский язык, слово «мастер-класс» получило самое широкое значение. Теперь так называют практически любой семинар, проводимый компетентным человеком.

Мастер-класс – современная форма проведения обучающего занятия для отработки практических навыков, способ взаимодействия учителя и учеников, который обеспечивает передачу ученикам опыта математической деятельности.

Характеризуя методики проведения мастер-классов, следует отметить, что она не имеет каких-то строгих и единых норм. В большинстве своем она основывается как на интуиции ведущего специалиста, так как она базируется на основном принципе мастер-класса: «Я знаю, как это делать. Я научу вас».

Перед началом работы мастер-классов в ГАГУ абитуриенты и их родители приняли участие в организационном собрании по вопросам подготовки к ЕГЭ по математике, на котором организаторы проекта провели обзор КИМ за 2012 год, указали, какие учебные темы по математике следует готовить и как эффективно использовать оставшееся время, а также проанализировали результаты ЕГЭ за прошлый год.

Целью работы мастер-класса по математике является обобщение школьного курса математики и проведение знаний в систему, устранение пробелов в знаниях по математике и успешная подготовка к ЕГЭ по математике. В работе тематических мастер-классов по математике принимают участие высококвалифицированные преподаватели вуза, доктора и кандидаты наук, которые проводят занятия по программе, ориентированной на последние требования к организации и проведению ЕГЭ по математике.



Работа в интерактивном режиме с будущими потенциальными абитуриентами показала, что такая форма деятельности представляет собой двусторонний процесс, и отношения «преподаватель – слушатель» являются абсолютно необходимыми, так как, в отличие от всех остальных форм и методов обучения математике здесь присутствует непрерывный контакт, практически индивидуальный подход к каждому.

Занятие в мастер-классах обладает логической завершенностью, быть результативным, содержать набор оптимальных средств решения задач занятия. Приведем далее тематики мастер-класса по математике.

Тема: Числа, корни, степени. арифметические преобразования выражений, включающих арифметические операции, операцию возведения в степень, корни натуральной степени. формируемые компетенции: уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. задания егэ: в1, в4.

Тема: Основные элементарные функции. графики функций, их преобразования. элементарное исследование функций. формируемые компетенции: уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. задания егэ: в2, в8.

Тема: Квадратные уравнения и неравенства. метод интервалов. рациональные уравнения и неравенства. уравнения и неравенства с модулем. формируемые компетенции: уметь решать рациональные уравнения и неравенства. задания егэ: в5, в12, в13.

Тема: Иррациональные уравнения и неравенства. формируемые компетенции: уметь решать иррациональные уравнения и неравенства. задания егэ: в5, в12.

Тема: Преобразования тригонометрических выражений. тригонометрические уравнения и неравенства. формируемые компетенции: уметь решать

тригонометрические уравнения и неравенства, уметь выполнять вычисления и преобразования тригонометрических выражений. задания егэ: в5, в7, в12.

Тема: Показательные уравнения и неравенства. формируемые компетенции: уметь решать показательные уравнения и неравенства. задания егэ: в5, в12.

Тема: преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования. логарифмические уравнения и неравенства. формируемые компетенции: уметь решать логарифмические уравнения и неравенства, уметь выполнять вычисления и преобразования логарифмических выражений. задания егэ: в5, в12.

Тема: Уравнения и неравенства с параметрами. формируемые компетенции: уметь решать уравнения и неравенства с параметрами. задания егэ: с6.

Тема: Системы уравнений и неравенств. использование свойств и графиков функций при решении уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств. формируемые компетенции: уметь решать системы уравнений и неравенств. задания егэ: в5, в12.

Тема: Текстовые задачи. формируемые компетенции: уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. задания егэ: в4, в13.

Тема: Производная, первообразная, интеграл. исследование функций. формируемые компетенции: уметь выполнять действия с функциями. задания егэ: в8, в14.

Тема: Планиметрия. площади плоских фигур. формируемые компетенции: уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. задания егэ: в3, в6.

Тема: Многогранники. формируемые компетенции: уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. задания егэ: в9.

Тема: Тела и поверхности вращения. формируемые компетенции: уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. задания егэ: в11.

Тема: Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятности. Формируемые компетенции: уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Задания ЕГЭ: В10.

Тема: Решение задач высокого уровня сложности. Формируемые компетенции: уметь решать уравнения и неравенства. Задания ЕГЭ: С1, С3.

Тема: Решение задач высокого уровня сложности. Формируемые компетенции: уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Задания ЕГЭ: С2, С4.

Тема: Решение задач высокого уровня сложности. Формируемые компетенции: уметь решать уравнения и неравенства. Задания ЕГЭ: С5.

Тема: Решение задач высокого уровня сложности. Формируемые компетенции: уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Задания ЕГЭ: С6.

Тема: Итоговое занятие. Формируемые компетенции: обобщенные компетенции по всей школьной программе по математике.

Таким образом, основные пути рекламно-профориентационной деятельности физико-математического факультета Горно-Алтайского государственного университета, на наш взгляд, будут способствовать формированию будущего контингента студентов, обладающих высоким уровнем математической культуры.

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИБОРОВ С УДАЛЕННЫМ ДОСТУПОМ И ВИРТУАЛЬНЫХ ПРИБОРОВ В РАМКАХ ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ

*(г.Алматы, КазНПУ имени Абая, *-PhD-докторант)*

Виртуальды құрал-жабдықтарға және қашықтан оқыту құралдарына негізделген зертханалар оқыту үдерісін дәстүрлі ұйымдасту формасының бір түрі емес, жаңа замани талаптарға сай жабдықталған және жаңа ақпараттық технологияларға негізделген оқыту үдерісін ұйымдастырудың инновациялық формасы болып табылады.

Осы жаңа жүйелерді физиканы оқытуда қолданып елеулі жетістікке жету үшін республикамызда физиканы жаңа ақпараттық құралдарды пайдаланып оқытуға оқытушыларды дайындау жүйесі құрылып және ол физиканы оқытудың әдістемелік жүйесі аталған құралдар мен әдістерге негізделіп жасалуы керек екенін түсіну өте маңызды.

Лаборатории, выстраиваемые на базе виртуальных приборов и приборов с удаленным доступом, являются не разновидностью обычной организационной формы обучения, а оснащенной современным оборудованием в совокупности с новыми информационными технологиями инновационной формой организационной учебной деятельности обучаемых.

При этом важно понимать, что использование таких новых для системы обучения физике средств даст ощутимый эффект только в том случае, если в республике будет выстроена система подготовки педагогов к обучению физике с применением подобных средств информатизации образования, а сама методическая система обучения физике будет предусматривать наличие в ней необходимых методов и средств, в которых имеется явная потребность.

Laboratories built on the basis of virtual devices and with removed available, are note a version of usual organizational from of education, and equipped with the modern equipment in aggregate with new information technologies an innovative from of organizational educational activity of trainees.

It is thus important to understand that use such new to training system will give to physics of means effect only in that case if in the republic there will be a system of preparation of teachers to training to physics with application of similar means of information of education, and the methodical system of training to physics will provide existence in it necessary methods and means in which there is an obvious requirement.

Современный образовательный процесс практически невозможно представить без повсеместного использования новейших средств информатизации образования [1]. При этом в школах республики наметилось два основных направления использования информационных технологий в образовании. В рамках первого из них компьютер и связанные с ним технологии используются для повышения наглядности обучения, повышения интереса к нему. При таком подходе неиспользование средств информатизации, как правило, не влечет за собой кардинального изменения эффективности обучения. В рамках второго направления применение компьютерной техники расширяет содержание и методику обучения, позволяет изучать на принципиально новом уровне то, что раньше изучить было невозможно или достаточно сложно. Так, например, компьютерная техника может существенно упростить знакомство школьников с такими понятиями как невесомость или бесконечность, объяснить которые без использования специального оборудования, как правило,

является существенной проблемой.

Очевидно, что одной из дисциплин, нуждающихся в обеспечении средствами информатизации по второму направлению, является физика. Соответствующими технологиями и средствами должны в совершенстве владеть преподаватели физики. С учетом этого система их подготовки в республиканских педагогических вузах должна быть ориентирована на знакомство с передовыми информационными технологиями, направленными на повышение эффективности обучения физике.

В настоящее время будущему учителю физики предоставляется широкий выбор средств информатизации, в числе которых электронные энциклопедии, справочники, электронные учебники и, конечно же, тренажеры, программы имитационного моделирования, виртуальные физические приборы и средства доступа к реальным физическим установкам, стендам, оборудованию. Многие из таких средств в настоящее время имеют интерфейс на казахском языке, часть из них размещена в казахстанском сегменте сети Интернет. Особое значение при разработке таких средств уделяется применению технологии мультимедиа, которая в значительной степени способствует повышению наглядности ресурсов и эффективности их использования в учебном процессе.

Важно понимать, что знакомство педагогов с такими технологиями составляет предмет изучения информатики, в то время, как применение средств информатизации в обучении школьников физике является элементом информатизации образования.

Как уже отмечалось, значимым фактором такой информатизации является применение в обучении физике компьютерных приборов, позволяющих моделировать объекты и процессы окружающего мира, а также организовывать телекоммуникационный доступ к реальному физическому лабораторному оборудованию.

Использование виртуальных приборов и приборов с удаленным доступом в обучении физике позволяет, с одной стороны, предоставить возможность обучающемуся провести эксперименты с оборудованием и материалом, отсутствующим в реальном школьном кабинете физики, получить реальный навык проведения автоматизированных экспериментов, ознакомиться с концепцией виртуального прибора, более детально изучить компьютерные модели уникального дорогостоящего оборудования.

При этом приобретенные знания по информатике в области применения средств информатизации в педагогической практике позволят будущим учителям физики организовать функционирование виртуального лабораторного оборудования и приборов, способствуя, тем самым, переводу традиционной физической лаборатории на новый уровень педагогических технологий, соответствующей сегодняшним инновационным требованиям, являющимся прерогативой поступательного развития науки и техники в Казахстане.

Существенную роль в решении подобных задач сыграла бы специальная подготовка учителя в области использования средств информатизации, учитывающая необходимость нахождения путей и методов интенсификации лабораторных занятий в области информатики за счет внедрения в педагогическую практику индивидуальных комплексных заданий, содержащих как расчетные, так и экспериментальные компоненты. Необходима также разработка вариантов методической поддержки использования специализированной материально-технической базы, содержащей в себе, в том числе и виртуальные приборы.

М.Н. Краснянский предложил значимую классификацию подобных средств обучения [2]. Виртуальные приборы, лабораторное оборудование и виртуальные лаборатории условно разделяются по существенным признакам, что особенно

актуально при соответствующей подготовке учителей физики:

1. По способу доставки содержания (на компакт-дисках, размещаемые в локальной сети или сети Интернет).
2. По используемому лабораторному оборудованию (на базе имитационных математических моделей, на базе реального лабораторного оборудования, к которому осуществляется дистанционный доступ, на базе промышленных объектов).
3. По способам визуализации (используются двухмерная графика, трехмерная графика, анимация, видео, используются встроенные плееры).
4. По степени ограниченности проводимых экспериментов (предметная область представлена ограниченным набором заранее запрограммированных опытов, применение моделей возможно без ограничения заранее возможных подготовленных результатов опытов).

Неотъемлемой частью многих виртуальных приборов и содержащих их образовательных электронных ресурсов является наличие различных сопроводительных графических иллюстраций, блок-схем, чертежей, направленных на облегчение усвоения материала в области физики. При их разработке необходимо, с одной стороны, стараться обеспечить максимальную наглядность представляемого материала, а с другой стороны, необходимо учитывать, что перенасыщение страницы графикой приводит к значительному увеличению ее размера и, следовательно, времени ее загрузки (что важно при дистанционном использовании при обучении физике). Поэтому при размещении графической информации часто используются изображения небольшого размера, отражающие лишь общее назначение того или иного прибора или физического процесса.

Важную роль при использовании виртуальных приборов при обучении физике играет представление различной конструкторской документации (схема установки, блок-схема устройства и т.п.). Ее основу составляют изображения различных форматов. Их сканированные изображения, как правило, имеют либо очень большой размер, либо низкое качество. Поэтому целесообразно использовать специальные плееры для просмотра электронных версий чертежей (например, изготовленные в среде AutoCAD). Это значительно повышает удобство их размещения в электронных ресурсах и облегчает просмотр при обучении физике.

Современные технологии позволяют активно использовать при создании виртуальных учебных приборов анимацию, видео и звук. Однако, неоправданное использование мультимедийных эффектов, как правило, только усложняет работу учителям физики. В этой связи необходимо отметить, что все дополнительные эффекты, сопровождающие основное информационное наполнение электронного ресурса, содержащего прибор, должны использоваться лишь в той степени, в какой они помогают в усвоении получаемых знаний. Излишние эффекты только затрудняют познавательный процесс и повышают утомляемость. При этом их использование в нужном месте может в значительной степени помочь обучающемуся разобраться в протекании физического процесса.

Для достижения этой цели в рамках виртуальных приборов и других физических установок используются следующие средства и технологии.

1. Анимация, позволяющая продемонстрировать процесс или объект в динамике на базе разработанной модели. Целесообразно использовать анимацию при необходимости демонстрации переходных физических процессов, а также различных изменений, возникающих с течением времени.
2. Видео, применяемое для демонстрации реальных процессов или объектов в динамике, например, для виртуальных приборов и удаленного доступа к

оборудованию с применением потокового или загружаемого видео.

3. Звук, используемый для передачи различных голосовых комментариев или специфических звуков, направленных на усвоение материала, комментариев, сопровождающих протекание физического процесса, а также для озвучивания текста.
4. Трехмерная графика, позволяющая размещать трехмерные модели реальных объектов и физических приборов. Обучающийся получает возможность в интерактивном режиме ознакомиться с конструкцией прибора так, как если бы он держал перед собой сам прибор. Для просмотра объемных объектов, как правило, требуется установка на компьютере обучающегося дополнительного программного обеспечения. При размещении мультимедийных эффектов в электронных ресурсах, содержащих виртуальные приборы, необходимо учитывать возможность их использования обучающимися с ограниченными физическими возможностями.

Отличительной особенностью виртуальных приборов и приборов с удаленным доступом от других электронных образовательных ресурсов при обучении физике является наличие специализированного программного обеспечения, позволяющего обучающемуся провести физический эксперимент, наблюдать ход его протекания и получить необходимый набор данных для последующей обработки эксперимента в соответствии с полученным заданием. Виртуальный эксперимент при обучении физике может быть организован следующим образом.

1. На базе математической модели исследуемого физического процесса в ходе эксперимента происходит имитация работы реального лабораторного оборудования. У обучающегося складывается впечатление, что он работает с реальными приборами и оборудованием (или с их макетами).
2. На базе реального лабораторного или промышленного оборудования с возможностью удаленного доступа к исследуемому объекту, например, по каналам сети Интернет. В данном случае эксперимент проводится в реальном режиме времени на лабораторной установке. Обучающийся получает возможность устанавливать режимные характеристики, включать или отключать соответствующие механизмы, снимать данные с контролируемых приборов и сохранять их у себя на компьютере для последующей обработки.

Виртуальные физические приборы могут быть предназначены, как для локального использования, так и поставляться в сетевом варианте. Одним из важнейших вопросов разработки соответствующих электронных ресурсов, используемых учителями при обучении физике, является создание удобной для обучающегося навигационной системы. Она должна обеспечить три основных показателя. Первый – ориентация обучающегося с однозначной идентификацией того места, куда он попал. Второй – особое отражение тех приборов и разделов ресурса, в которых обучающийся уже был. Для этого, как правило, применяется выделение посещенных ссылок другим цветом. Третий – обеспечение возможности обучающемуся посетить те места электронного ресурса, где он еще не был (с использованием находящихся там виртуальных приборов). Для обеспечения данного показателя навигации очень важным является четкое и адекватное представление общей структуры всего электронного ресурса. Изошренное представление систем навигации с избыточной графикой и метафорами зачастую только усложняет процесс перехода обучающегося к интересующим его страницам и средствам.

Наиболее распространены три навигационные стратегии: в ширину (отображение верхних уровней структуры), в глубину (отображение полного пути к

данной странице или прибору по структуре электронного ресурса) и смешанная. Организация хорошей навигации в среде виртуальных приборов и приборов с удаленным доступом при обучении физике может быть обеспечена только при построении четкой информационной архитектуры. Как правило, она носит иерархический характер. При разработке информационной архитектуры определяющую роль должна играть проблема обеспечения удобства обучающегося при работе с данной системой виртуальных физических приборов.

Разработка электронных ресурсов, имитирующих работу физических приборов и другого лабораторного оборудования, требует создания средств общения, которые позволили бы участникам процесса обучения передавать выполненные задания, получать объяснения непонятых разделов, проводить интерактивные опросы в реальном режиме времени, а также общаться между собой.

При проектировании виртуальных средств обучения необходимо предусматривать страницы, на которых обучающиеся могли бы высказывать свои соображения по интересующим их проблемам. Необходимо предусматривать наличие обратной связи при оценке обучающимися удобства проведения виртуальных физических экспериментов, поиска информации и др. Реализация возможности общения обучающихся между собой, а также с преподавателем почти в любое удобное для них время является неоспоримым преимуществом применения электронных ресурсов и виртуальных средств обучения.

Важная роль отводится возможности поиска, что значительно упрощает навигацию обучающегося при попытке отыскать необходимую информацию или прибор. Функция поиска должна четко определять область, в которой осуществляется поиск информации, а также быть легко доступной на любой странице электронного ресурса, содержащего виртуальное физическое оборудование. Необходимо предусматривать возможность расширенного поиска по другим физическим лабораториям, сайтам или известным информационно-поисковым системам. Результаты поиска должны быть упорядочены по степени соответствия данному запросу, причем наиболее точные должны располагаться в верхней части списка.

В своих публикациях К.С. Гамбург отмечает, что практика использования виртуальных лабораторных стендов показала, что виртуальные приборы и построенные на их основе лаборатории выступают богатой инновационной формой, интегрирующей разноплановые межпредметные знания и множество видов учебной работы [3]. Виртуальные лабораторные стенды моделируют вероятностные ситуации будущей профессиональной деятельности, анализируя которые, обучаемые должны принимать конкретные практические решения на основе оперативно поступающей информации. Важнейшую роль в этом случае играет временной фактор: возникающие проблемы решаются учащимися не в статике, а в динамике, задаваемой автоматизированными технологическими процессами и обслуживающими их информационными технологиями. Все это требует мыслительного и личностного включения в предметную область физики.

Становится очевидным, что лаборатории, выстраиваемые на базе виртуальных приборов и приборов с удаленным доступом, являются не разновидностью обычной организационной формы обучения, а оснащенной современным оборудованием в совокупности с новыми информационными технологиями инновационной формой организационной учебной деятельности обучаемых.

При этом важно понимать, что использование таких новых для системы обучения физике средств, каковыми являются виртуальные приборы и приборы с удаленным доступом, даст ощутимый эффект только в том случае, если в республике будет выстроена система подготовки педагогов к обучению физике с применением

подобных средств информатизации образования, а сама методическая система обучения физике будет предусматривать наличие в ней необходимых методов и средств, в которых имеется явная потребность.

1. Пралиев С.Ж., Бидайбеков Е.Ы., Гриншкун В.В. Теоретико-методологические основы (концепция) формирования информационной образовательной среды КазНПУ им. Абая. // Монография. / Алматы: КазНПУ – 2010. 140 с.
2. Краснянский М.Н. Разработка школьных виртуальных лабораторий на базе среды программирования: Учебно-методическое пособие. / Тамбов: ТГТУ, Педагогический Интернет-клуб, – 2007. 18 с.
3. Гамбург К.С. Виртуальные стендовые лабораторные работы как инновационная форма контекстного обучения. // Дисс... канд. пед. наук. / М., – 2006. 186 с.