ISSN 1728-7901

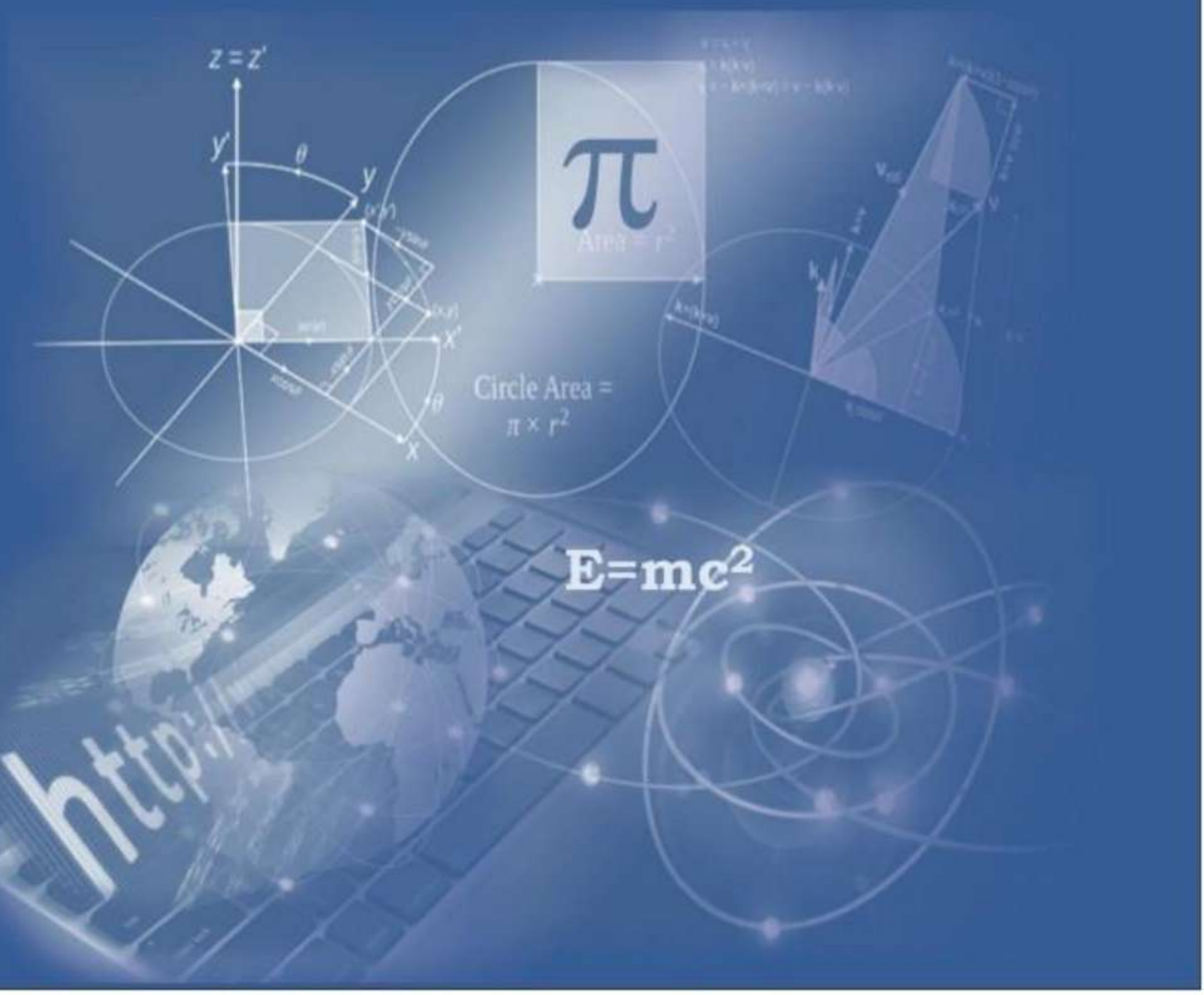
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

Казахский национальный педагогический университет имени Абая

ХАБАРШЫ
ВЕСТНИК
BULLETIN

«Физика-математика ғылымдары» сериясы

серия «Физико-математические науки»



№ 4 (68)

2019

ISSN 1728-7901

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті
Казахский национальный педагогический университет имени Абая
Abai Kazakh National Pedagogical University

ХАБАРШЫ

«Физика-математика ғылымдары» сериясы
Серия «Физико-математические науки»
Series of Physics & Mathematical Sciences
№4(68)

Алматы, 2019

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

ХАБАРШЫ
«Физика-математика ғылымдары» сериясы № 4 (68), 2019 ж.

Қазақстан Республикасының Ақпарат министрлігінде тіркелген
№ 4824 – Ж - 15.03.2004
(Журнал бір жылда 4 рет шығады)
2000 жылдан бастап шығады

Басуға 09.12.2019 ж. қол қойылды
Пішімі 60x84 1/8. Көлемі 33,6 е.б.т.
Таралымы 300 дана. Тапсырыс 252.

050010, Алматы қаласы,
Достық даңғылы, 13
Абай атындағы ҚазҰПУ-ің“Ұлағат” баспасы

М а з м ұ н ы
С о д е р ж а н и е

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Казахский национальный педагогический университет имени Абая

ВЕСТНИК
Серия «Физико-математические науки»
№ 4 (68), 2019 г.

Зарегистрирован в Министерстве информации Республики Казахстан,
№ 4824 - Ж - 15.03.2004
(периодичность – 4 номера в год)
Выходит с 2000 года

Подписано в печать 09.12.2019 г.
Формат 60х84 1/8. Об. 33,6 уч.-изд.л.
Тираж 300 экз. Заказ 252.

050010, г. Алматы, пр. Достык, 13,
Издательство «Ұлағат» КазНПУ им. Абая

ФИЗИКА. ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

ФИЗИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

ИНФОРМАТИКА. ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ. БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ ИНФОРМАТИКА, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ. ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ABAI UNIVERSITY

BULLETIN
Ser. Physics & Mathematical Sciences

№ 4 (68)
Editor-in-Chief
Dr. Sci. **Bektemesov M.A.**

Registered in the Ministry of Information of the Republic of Kazakhstan,
№ 4824 - Ж - 15.03.2004
(Periodicity: 4 issues per year)
Published since 2000

Signed to print 09.12.2019 г.
Format 60x84 1/8. Vol. 33,6 p.
Printing 300 copies. Order 252.

Publishing and Editorial:
050010, 13 Dostyk av.,
Almaty, Kazakhstan
Publisher "Ulagat"
Abai University

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

МРНТИ 27.29.17
УДК 517.926

А.Ж. Адиева [1], А.О. Байарыстанов [1]

Евразийский национальный университет им. Л.Гумилева, г.Нур-Султан, Казахстан

СИЛЬНАЯ ОСЦИЛЛЯТОРНОСТЬ И НЕОСЦИЛЛЯТОРНОСТЬ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Аннотация

Настоящая статья посвящена исследованию признаков сильной осцилляторности и неосцилляторности одного класса дифференциальных уравнений четвертого порядка с тремя коэффициентами. К вопросу осцилляционных свойств дифференциальных уравнений посвящены достаточно много статей, монографии и книг начиная с основополагающей работы Штурма 1836 года. Более сильно исследованы линейные, квазилинейные дифференциальные уравнения второго порядка различными методами. Однако, даже линейные уравнения четвертого и высшего порядка относительно мало исследованы на вопросы осцилляторности или неосцилляторности. В работе используя известный вариационный принцип неосцилляторности для линейных дифференциальных уравнений в дивергентной форме, устанавливаются признаки сильной осцилляторности и неосцилляторности для дифференциального уравнения четвертого порядка в дивергентной форме.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения четвертого порядка, сильная осцилляторность, сильная неосцилляторность, пространство функции, неравенство,свойство BD, спектральное свойство.

Аңдатпа

А.Ж. Адиева [1], А.О. Байарыстанов [1]

ТӨРТІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІҢ БІР КЛАСЫНЫҢ КҮШТІ ТЕРБЕЛІМДІЛІГІ МЕН ТЕРБЕЛІМСІЗДІГІ

[1]Л.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

Бұл мақала төртінші ретті үш коэффициентті дифференциалдық теңдеулердің бір класының күшті тербелімділігі мен тербелімсіздігі белгілерін зерттеуге арналған. Дифференциалдық теңдеулердің тербелімділік қасиеттеріне Штурмның 1836 жылғы негізгі жұмысынан бастап көптеген мақалалар, монографиялар және кітаптар арналған. Екінші ретті сызықты, квазисызықты дифференциалдық теңдеулер әртүрлі әдістермен терең зерттелген. Дегенмен, төртінші және жоғарғы ретті сызықты дифференциалдық теңдеулердің тербелімділігі мен тербелімсіздігі аз зерттелген. Бұл мақалада дивергенттік түрдегі сызықты дифференциалдық теңдеулер үшін вариациялық қағиданы пайдаланып, дивергенттік түрдегі төртінші ретті дифференциалдық теңдеулердің күшті тербелімділігі мен тербелімсіздігі белгілері алынды.

Түйін сөздер: төртінші ретті дифференциалдық теңдеулер, күшті тербелімділік, күшті тербелімсіздік, функциялар кеңістігі, теңсіздік, BD қасиеті, спектрлік қасиет.

Abstract

STRONG OSCILLATION AND NONOSCILLATION OF ONE CLASS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF FOURTH ORDER

Adiyeva A.[1], Baiarystanov A.[1]
[1]L. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

This article is devoted to research of strong oscillation and nonoscillation characteristics of a class of fourth-order differential equations with three coefficients. Sufficent a lot of articles, monographs and books have been devoted to the question of oscillation properties of differential equations, starting with the basic work of Sturm 1836. The linear, quasilinear differential equations of the second order are more thoroughly investigated by various methods. However, even linear equations of the fourth and higher order are relatively little researched for oscillation or nonoscillation problems. In this paper, using the well-known variational principle of nonoscillation for linear differential equations in a divergent form, the signs of strong oscillation and nonoscillation for a fourth-order differential equation in a divergent form are established.

Keywords: fourth-order differential equations, strong oscillation, strong nonoscillation, function space, inequality, BD property, spectral property.

Введение. Пусть $I=(0,\infty)$, $u-$ непрерывная и неотрицательная, а положительные функции v, r достаточно раз непрерывно дифференцируемые на интервале I и для любого $a>0$ функции $v^{1-p'}, r^{-1}=\frac{1}{r}$ интегрируемы на интервале $(0,a)$, где $1<p'<\infty$.

Рассмотрим дифференциальное уравнение четвертого порядка

$$D_r^2 v(t) D_r^2 y(t) - \lambda u(t) y(t) = 0,\ t\in I \tag{1}$$

где $\lambda>0, D_r^2 y(t)=\frac{d}{dt} r(t)\frac{dy(t)}{dt}$. Далее для удобства положим $D_r^1 y(t)=r(t)\frac{dy(t)}{dt}$.

Решением уравнения (1) назовем функцию $y: I\to R-$ непрерывно дифференцируемую вместе с функциями $D_r^1 y(t), vD_r^2 y$ и $r\frac{d}{dt}vD_r^2 y$ на интервале I и удовлетворяющую уравнение (1) при всех $t\in I$.

При $r=1$ уравнение (1) имеет вид

$$(v(t)y''(t))'' - \lambda u(t)y(t)=0, \quad t\in I\ . \tag{2}$$

Основной целью данной работы является исследование сильной осцилляторности или неосцилляторности уравнении (1) и (2) в более в общих ситуациях, чем в работах [1], [2], [3], [4], опубликованных в последние годы.

Уравнение (1) называется ([5], стр.69) осцилляторным, если при любом $T>0$ найдется (нетривиальное) решение этого уравнения, имеющего правее T более одного двукратного нуля. В противном случае уравнение (1) называется неосцилляторным.

Если уравнение (1) при любом $\lambda>0$ осцилляторно (неосцилляторно), то уравнение (1) называется сильно осцилляторным (неосцилляторным).

Основной целью работы является, в предположений

$$\int_T^\infty v^{-1}(t)dt=\infty, \tag{3}$$

установление необходимых и достаточных условий сильной осцилляторности или неосцилляторности уравнения (1).

Мы, осцилляционные свойства уравнения (1) исследуем на основе известного вариационного утверждения.

Лемма А. ([5], Теорема 28). Уравнение (1) при $\lambda=1$ неосцилляторно, тогда и только тогда, когда существует $T>0$ такой, что

$$\int_T^\infty \left[v(t)\left|D_r^2 f(t)\right|^2 - u(t)\left|f(t)\right|^2\right]dt \ge 0, \tag{4}$$

для всех $f\in \overset{\circ}{M}_2(T,\infty)$, где $\overset{\circ}{M}_2(T,\infty)=\left\{f\in W_2^2(T,\infty): \operatorname{supp} f\in(T,\infty)\right\}$.

Далее приведем необходимые факты и известные утверждения.

Пусть $T>0, 1<p<\infty, I_T=(T,\infty)$ и $W_{2,v}^2(r)\equiv W_{2,v}^2(r;I_T)$ пространство функции $f: I_T\to R$ локально абсолютно непрерывных на I_T вместе с функцией $D_r^1 f$ и для которых конечно норма

$$\|f\|_{W_{2,v}^2(r)} = \left\|D_r^2 f\right\|_{2,v} + \left|D_r^1 f(T)\right| + \left|f(T)\right|, \tag{5}$$

где $\|g\|_{2,v}=\left(\int_T^\infty v(t)\left|g(t)\right|^2 dt\right)^{\frac{1}{2}}$ - норма весового пространства $L_{2,v}(I)\equiv L_{2,v}$.

В силу наложенных условий на функций v и r, $\overset{\circ}{M}_2(I_T)\subset W_{2,v}^2(r)$, где $\overset{\circ}{M}_2(T,\infty)=\left\{f\in W_2^2(T,\infty): \operatorname{supp} f\in(T,\infty)\right\}$. Обозначим через $\overset{\circ}{W}{}_{2,v}^{2}(r)=\overset{\circ}{W}{}_{2,v}^{2}(r,I_T)$ замыкание множества $\overset{\circ}{M}_2$ по норме (5).

Рассмотрим неравенство

$$\int_T^\infty u(t)\left|f(t)\right|^2 dt \le C_T \int_T^\infty v(t)\left|D_r^2 f(t)\right|^2 dt,\ f \in \overset{\circ}{W}{}^2_{2,v}(r). \quad (6)$$

Поступая так же, как в работе [4] из леммы А имеем

Лемма В. Пусть $\lambda = 1.$ Тогда уравнение (1)

(i) неосцилляторно тогда и только тогда, когда существует $T > 0$ и неравенство (5) выполнено с наилучшей постоянной C_T : $0 < C_T \le 1;$

(ii) осцилляторно тогда и только тогда, когда для любого $T > 0$ наилучшая константа $C_T > 1$ в (6).

Замечание 1. Если умножим обе части неравенства (6) на $\lambda > 0$, то получим неравенство с наилучшей константой λC_T соответствующее уравнению (1) при $\lambda > 0$, где C_T − наилучшая константа в (6).

Основные результаты. Переходя от неравенства (6) к эквивалентному интегральному неравенству, на основании результатов [6], получим

Теорема А [6]. Пусть $T > 0$ и выполнено (3). Тогда неравенство (6) выполнено тогда и только тогда, когда

$$\max\{A_1(T),\ A_2(T)\} \le C_T \le \alpha \max\{A_1(T),\ A_2(T)\}, \quad (7)$$

где α некоторая постоянная не зависящая от весовых функции, а C - наилучшая постоянная в (6), где

$$A_1(T,y) = \int_y^\infty u(z)dz \int_T^y v^{-1'}(t)\left(\int_t^y r^{-1}(x)dx\right)^2 dt,$$

$$A_2(T,y) = \int_y^\infty u(z)\left(\int_y^z r^{-1}(x)dx\right)^2 dz \int_T^y v^{-1'}(t)dt,$$

$$A_1(T) = \sup_{y>T} A_1(T,y), \quad A_2(T) = \sup_{y>T} A_2(T,y).$$

На основании леммы В из теоремы А имеем

Теорема 1. Если условие (3) выполнено, тогда уравнение (1)

(i) сильно неосцилляторно тогда и только тогда, когда

$$\lim_{y\to\infty} A_1(T,y) = \lim_{y\to\infty} \int_y^\infty u(z)dz \int_0^y v^{-1}(t)\left(\int_t^y r^{-1}(x)dx\right)^2 dt = 0 \quad (8)$$

и

$$\lim_{y\to\infty} A_2(T,y) = \lim_{y\to\infty} \int_y^\infty u(z)\left(\int_y^z r^{-1}(x)dx\right)^2 dz \int_T^y v^{-1}(t)dt = 0\ ; \quad (9)$$

(ii) сильно осцилляторно тогда и только тогда, когда выполнено одно из условий

$$\lim_{y\to\infty} A_1(T,y) = \lim_{y\to\infty} \sup \int_y^\infty u(z)dz \int_0^y v^{-1}(t)\left(\int_t^y r^{-1}(x)dx\right)^2 dt = \infty \quad (10)$$

или

$$\lim_{y\to\infty} A_2(T,y) = \lim_{y\to\infty} \sup \int_y^\infty u(z)\left(\int_y^z r^{-1}(x)dx\right)^2 dz \int_T^y v^{-1}(t)dt = \infty. \quad (11)$$

Доказательство Теоремы 1. (i) Пусть уравнение (1) сильно неосцилляторно, т.е. для любого $\lambda > 0$ уравнение (1) неосцилляторно. Тогда на основании леммы А в силу замечания 1 существует $T_\lambda > 0$ и $\lambda C_{T_\lambda} \le 1$ для всех $\lambda > 0$. Откуда $\lim_{\lambda\to\infty} C_{T_\lambda} = 0.$ Но, если уравнение (1) неосцилляторно при $\lambda = \lambda_0 > 0,$

т.е. $\lambda_0 C_{T_{\lambda_0}} \le 1,$ то $\lambda C_{T_{\lambda_0}} \le 1$ при всех $0 < \lambda \le \lambda_0$. Следовательно, T_λ не убывает при возрастании $\lambda > 0$. Поэтому

$$\lim_{T\to\infty} C_T = 0. \tag{12}$$

Тогда из (7), (12) следует $\lim_{T\to\infty} \max\{A_1(T), A_2(T)\} = 0,$ т.е. для любого $\varepsilon > 0$ существует $T_\varepsilon^1 > 0$ и для всех $y \ge T_\varepsilon^1$, имеем

$$A_1(T_\varepsilon^1) = \int_y^\infty u(z)dz \int_{T_\varepsilon^1}^y v^{-1'}(t)\left(\int_t^y r^{-1}(x)dx\right)^2 dt \le \frac{\varepsilon}{2}$$

и существует $T_\varepsilon \ge T_\varepsilon^1$ и для всех $y \ge T_\varepsilon$

$$\int_y^\infty u(z)dz \int_0^{T_\varepsilon^1} v^{-1'}(t)\left(\int_t^y r^{-1}(x)dx\right)^2 dt \le \frac{\varepsilon}{2},$$

в силу $\lim_{y\to\infty} \int_y^\infty u(z)dz = 0.$

Следовательно, для всех $y \ge T_\varepsilon$

$$\lim_{y\to\infty} \sup \int_y^\infty u(z)dz \int_0^y v^{-1'}(t)\left(\int_t^y r^{-1}(x)dx\right)^2 dt \le \varepsilon,$$

что означает выполнение (8). Аналогично доказывается выполнение (9).

Обратно, пусть выполнено (8) и (9). Тогда $\lim_{T\to\infty} \max\{A_1(T), A_2(T)\} = 0$ и из правой части неравенства (7) имеем (12). Откуда, для каждого $\lambda > 0$ существует $T_\lambda \ge 0$ такой, что $\lambda C_{T_\lambda} \le 1,$ то есть уравнение (1) сильно неосцилляторно.

Теперь докажем часть (ii). Пусть уравнение (1) сильно осцилляторно. Тогда на основании леммы А в силу замечания 1 для каждого $\lambda > 0$ и для каждого $T \ge 0,$ имеем $\lambda C_T \ge 1,$ т.е. $C_T \ge \sup_{\lambda > 0} \frac{1}{\lambda} = \infty$ для каждого $T \ge 0.$

Из правой части неравенства (7) следует, что $\max\{A_1(T), A_2(T)\} = \infty$ для каждого $T \ge 0,$ то есть выполнение по крайней мере одного из условий $A_1(T) = \infty$ или $A_2(T) = \infty,$ что эквивалентно условиям (9) и (10), соответственно.

Обратно, пусть для каждого $T \ge 0$ выполнено одно из условий (9) или (10). Тогда выполняется одно из условий $A_1(T) = \infty$ или $A_2(T) = \infty,$ то есть $\max\{A_1(T), A_2(T)\} = \infty$ при любых $T \ge 0.$ Тогда из левой части неравенства (7) следует $C_T = \infty$ для любого $T \ge 0.$ Следовательно, $\lambda C_T > 1$ для любых $\lambda \ge 0$ и $T \ge 0,$ что означает на основании леммы А и замечания 1 осцилляторность уравнения (1) при любом $\lambda \ge 0$.

Теорема 1 доказана.

Отметим, что в теории осцилляции дифференциальных уравнений имеется так называемый «принцип взаимности». В более общих ситуациях принцип взаимности показан в работе [7].

Пусть функции v и u положительные на интервале I. Тогда, на основе принципа взаимности [7] уравнение (1) и взаимное уравнение

$$D_r^2 u^{-1}(t) D_r^2 y(t) - \lambda v^{-1}(t) y(t) = 0, t \in I \tag{13}$$

одновременно осцилляторно или неосцилляторно.

Теперь, применяя теорему А к уравнению (13) получим новые признаки сильной осцилляторности и неосцилляторности уравнения (1).

Аналог условия (3) для уравнения (13) является

$$\int_T^\infty u(t)dt = \infty. \tag{14}$$

Поэтому на основании теоремы А имеем

Теорема 2. Если условие (14) выполнено, тогда уравнение (1)

(i) сильно неосцилляторно тогда и только тогда, когда

$$\lim_{y\to\infty}\int_y^\infty v^{-1}(z)dz\int_0^y u(t)\left(\int_t^y r^{-1}(x)dx\right)^2 dt = 0 \tag{15}$$

и

$$\lim_{y\to\infty}\int_y^\infty v^{-1}(z)\left(\int_y^z r^{-1}(x)dx\right)^2 dz\int_T^y u(t)dt = 0; \tag{16}$$

(ii) сильно осцилляторно тогда и только тогда, когда выполнено одно из условий

$$\lim_{y\to\infty}\sup\int_y^\infty v^{-1}(z)dz\int_0^y u(t)\left(\int_t^y r^{-1}(x)dx\right)^2 dt = \infty$$

или

$$\lim_{y\to\infty}\sup\int_y^\infty v^{-1}(z)\left(\int_y^z r^{-1}(x)dx\right)^2 dz\int_T^y u(t)dt = \infty.$$

В случае $r \equiv 1$ из теоремы 1 и 2, как следствие, вытекает критерий сильной осцилляторности или неосцилляторности уравнения (2). Однако, утверждение вытекающее из теоремы 1 для уравнения (2), можно получить из результатов работы [4], поэтому мы приведем утверждение, следующей из теоремы 2.

Следствие 1. Если условие (14) выполнено, тогда уравнение (2)

(i) сильно неосцилляторно тогда и только тогда, когда

$$\lim_{y\to\infty}\int_y^\infty v^{-1}(z)dz\int_0^y u(t)(y-t)^2 dt = 0$$

и

$$\lim_{y\to\infty}\int_y^\infty v^{-1}(z)(z-y)^2 dz\int_T^y u(t)dt = 0;$$

(ii) сильно осцилляторно тогда и только тогда, когда выполнено одно из условий

$$\lim_{y\to\infty}\sup\int_y^\infty v^{-1}(z)dz\int_0^y u(t)(y-t)^2 dt = \infty$$

или

$$\lim_{y\to\infty}\sup\int_y^\infty v^{-1}(z)(z-y)^2 dz\int_T^y u(t)dt = \infty.$$

Далее мы имеем дело со спектральными свойствами дифференциального выражения

$$l(y) = \frac{1}{u(t)}D_r^2\left(v(t)D_r^2 y\right),$$

где v и u непрерывные функции и $u(t) > 0, v(t) > 0$ для $t \in [T,\infty)$.

Максимальный дифференциальный оператор $L_{\max}$, порожденный дифференциальным выражением l (т.е. $L_{\max}(y)=l(y)$) является оператором с областью определения

$$D(L_{\max})=\{y:[T,\infty)\to R: y, D_r^{'}y, v(t)D_r^2y, D_r^{'}v(t)D_r^2y\in AC^{loc}[T,\infty), \text{ и } l_y\in L_2(T,\infty)\}.$$

Минимальный оператор $L_{\min}$ определяется как сопряженный оператор для максимального оператора, т.е. $L_{\min}\equiv(L_{\max})^*$. Области каждого самосопряженного расширения L минимального оператора $L_{\min}$ удовлетворяет включениям

$$D(L_{\min})\subset D(L)\subset D(L_{\max}).$$

Известно, что все самосопряженные расширения минимального оператора имеют те же основные спектра, см. [5], [8].

Далее, мы сосредоточим наше внимание на следующих спектральных свойствах оператора L.

Определение 1. Говорят, что оператор L имеет свойство *BD*, если каждое самосопряженное расширение $L_{\min}$ имеет ограниченный и дискретный спектр.

Связь между осцилляторностью и спектральными свойствами оператора L показано в следующем утверждении.

Утверждение 1. Оператор L имеет свойство *BD* тогда и только тогда, когда уравнение $L(y)=\lambda y$ сильно неосцилляторно.

В силу Теорем 1 и 2, вытекает следующая теорема.

Теорема 3. Пусть v и u положительные и непрерывные функции на I.

(i) Если выполнено условие (3), тогда оператор L имеет свойство *BD* тогда и только тогда, когда выполняются (8) и (9);

(ii) Если выполнено условие (14), тогда оператор L имеет свойство *BD* тогда и только тогда, когда выполняются (15) и (16).

Список использованной литературы:

1 Dosly O., Ruzicka V. Nonoscillation criteria and energy functional for even-order half-linear two-term differential equations// Electronic J. Dif. Equations. -2016. -Vol.2016, №95. -P.1-17

2 Dosly O., Ruzicka V. Nonoscillation of higher order half-linear differential equations// Electron J. Qual. Theory Differ. Equ. -2015(2015). №19. -P.15

3 Dosly O. Oscillatory properties of fourth order Sturm-Liouville differential equations// Acta Univ. Palacki. Olomuc, Fac rer. nat. Mathematica. – 2002. - Vol.41. - P.55-65

4 Oinarov R., Rakhimova S. Oscillation and nonoscillation of two terms linear and half-linear equations of higher order// Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ. -2010.-Vol.2010, №49. -P.1-15

5 Глазман Н.М. Прямые методы качественного спектрального анализа сингулярных дифференциальных операторов. М.: Физматгиз. -1963. -340 с.

6 Ойнаров Р. Двусторонние оценки нормы некоторых классов интегральных операторов// Труды Математического института РАН. – 1993. -Т. 204. -С.240-250

7 Dosly O. Generalized reciprocity for self-adjoint linear differential equations// Arch.math.(Brno). -1995. -Vol.31. -P.85-96

8 Мынбаев К.Т., Отелбаев М. Весовые функциональные пространства и спектр дифференциальных операторов. М.:Наука. -1988. - 288 с.

МРНТИ 27.41.19
УДК 519.62/64

APPROXIMATE METHOD FOR CALCULATING THE COEFFICIENTS OF HEAT TRANSFER OF VARYING LEVELS OF SITES' IN THE OPEN MINE «EKIBASTUZSKY»

Akishev T. [1], Pak V. [1], Kurmanova B. [1], Kydyrbaeva A. [1]

[1]Ekibastuz engineering and technical Institute named after academician K. Satpayev, Ekibastuz, Kazakhstan

Abstract

In this paper, a method of determining the coefficient of heat transfer of the soil without destroying its structure, humidity and preserving its natural state is proposed. The method of determining the coefficient of soil heat transfer allows creating a device used in the field and has relatively high measurement accuracy and the property of non-destructive testing. An approximate method for finding the heat transfer coefficient of soil with data on the surface in contact with the environment is developed, and mathematical properties of the obtained approximate problem are studied. The limitation of the approximate value of heat transfer coefficient and stability of the functional are proved. Algorithms for calculating soil heat transfer coefficients and a software product is developed. Using the measurements data of thermophysical characteristics of the studied soil with the help of devices, the coefficients of heat transfer of the soil are determined at different sections of the Ekibastuzsky coal mine.

Keywords: heat transfer coefficient, iteration method, inverse problem.

Аннотация

Т. Акишев[1], В. Пак[1], Б. Курманова[1], А. Кыдырбаева[1]
[1]Екибастузский инженерно-технический институт им. академика К. Сатпаева, Екибастуз, Казахстан

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕПЛООТДАЧИ УЧАСТКОВ РАЗНОГО УРОВНЯ РАЗРЕЗА «ЕКИБАСТУЗСКИЙ»

В данной работе предложена методика, позволяющая определить коэффициент теплоотдачи грунта без разрушения его структуры, влажности сохраняя его естественное состояние. Методика определения коэффициента теплоотдачи грунта позволяющая создать устройство, применяемое в полевых условиях и обладающее относительно высокой точностью измерения и свойством неразрушающего контроля. Разработан приближенный метод нахождения коэффициента теплоотдачи грунта с данными на поверхности, соприкасающейся с окружающей средой, а также исследованы математические свойства полученной приближенной задачи. Доказано ограничение приближенного значения коэффициента теплоотдачи и устойчивость функционала. Разработаны алгоритмы расчета коэффициентов теплоотдачи грунта и разработан программный продукт. Используя данные измерений теплофизических характеристик изучаемого грунта с помощью приборов коэффициенты теплоотдачи грунта определены на разных участках разреза «Екибастузский».

Ключевые слова: коэффициент теплоотдачи, итерационный метод, обратная задача.

Аңдатпа

Т. Акишев[1], В. Пак[1], Б. Курманова[1], А. Кыдырбаева[1]
Академик К. Сатпаев атындағы Екібастұз инженерлік-техникалық институты, Екібастұз, Қазақстан

«ЕКІБАСТҰЗ» КЕНІШІНІҢ ӘРТҮРЛІ ДЕҢГЕЙДЕГІ ЖЕРЛЕРІНІҢ ЖЫЛУ БЕРУ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІН ЕСЕПТЕУДІҢ ЖУЫҚТЫҚ ӘДІСІ

Бұл жұмыста топырақтың құрылымын бұзбай, ылғалдылығын табиғи жай-күйінде сақтай отырып, оның жылу беру коэффициентін анықтауға мүмкіндік беретін әдістеме ұсынылған. Далалық жағдайларда қолдануға болатын, өлшеу дәлдігі жоғары және бұзбай бақылау қасиетіне ие құрылғы жасауға мүмкіндік беретін топырақтың жылу беру коэффициентін анықтау әдістемесі. Қоршаған ортамен жанасатын жер бетіндегі деректермен топырақтың жылу беру коэффициентін табудың жуықтық әдісі әзірленді,сондай-ақ алынған жуықтама есептің математикалық қасиеттері зерттелді. Жылу беру коэффициентінің жуық мәнінің шектелуі, функционалдың орнықтылығы дәлелденген. Топырақтың жылу беру коэффициенттерін есептеу алгоритмдері және бағдарламалық өнім әзірленген. Өлшеу мәліметтерін пайдалана отырып, тау жынысының жылу беру коэффициенті Екібастұз кешенінің әртүрлі учаскелерінде анықталған.

Түйін сөздер: жылу беру коэффициенті, итерациялық әдіс, кері есеп.

1. Relevance

Nowadays one of the most relevant problems is to search and elaborate energy saving actions on creation of heat and technological processes with minimum thermal losses. Prior knowledge of thermo physical characteristics of the used and developed structural, heat insulating and lining materials has a huge impact. Thermal characteristics of enclosing constructions significantly influence the thermal and air conditions of the building and the work of heating system. Problems of energy saving and decrease in heat losses significantly influences an ecological situation, technical and economic indicators and capital expenditures of structural objects. In order to solve these problems it is necessary to know thermal capacity, heat transfer, heat conductivity and heat diffusivity of materials. Some materials have passport data, but others do not. Besides actual characteristics of structural materials can change during the operation and do not correspond to their certificate or the passport. Therefore during the construction of objects of different function it is necessary to be able to define thermal characteristics of materials.

A very effective characteristic of the heat exchange process is the heat transfer coefficient h between the air flow and the surface of soil.

The heat transfer coefficient is the amount of heat per unit area per unit time at the difference of temperatures of ΔT between layers and an intermediate medium of 1 ° C [1]:

$$h = \frac{dQ}{dSdt\Delta T},$$

where dS is the area of contact between the layer and the moving medium; dt is the time interval during which the layer absorbs the amount of heat.

A lot of researches reveals the effect on the given dependence of the porosity of the material, the size of a form of the grains, and the effect of all possible physical characteristics of the material (for example, heat capacity, thermal conductivity). There is a huge amount of empirical formulas. But both the data and the formulas that form the basis for them differ sharply at various authors. There are a lot of reasons of a divergence: the influence of the internal resistance of the pieces; complex geometric structure of the layer, which changes from various factors; the porosity of the layer, and the roughness of the grains.
Consequently, it was not possible to write out the empirical formula in the final form and it will hardly be possible therefore the creation of a calculation technique that takes into account all the listed shortcomings of the existing formulas is an relevant problem. This work is aimed at solving this important for practice problem.

2. Development of calculation method

2.1 Mathematical model of the problem

In a multilayered region $Q = (0, l_1) \times (l_1, l_2) \times (l_2, L) \times (0, T)$ the mathematical model of the distribution of heat is considered [2]:

$$\gamma_0 c \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \tag{1}$$

$$k \left.\frac{\partial \theta}{\partial z}\right|_{z=H} = -h\left(\theta\big|_{z=L} - T_a(t)\right), \quad \theta(0,t) = T_1, \qquad \theta(z,0) = \theta_0(z), \tag{2}$$

$$[\theta]_{l_i} = 0, \ \left[k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{l_i} = 0. \tag{3}$$

In addition the measured value of soil temperature on the surface of the earth is set $T_q(t),\ \mathrm{t} \in (0; \mathrm{t}_{\max})$. By using the temperature of the soil on the surface $T_q(t)$ the coefficient of heat transfer h of soil is required to determine.

2.2. Iteration method

In the discrete domain $Q_N^m = \{z_i = i\Delta z,\ t_i = j\Delta t;\ \ i = 1,2,3,..., N-1;\ \ j = 0,1,2,...m-1\}$ the system is studied

$$\gamma_0 c Y_{i,\bar{t}}^{j+1} = \left(kY_{i,z}^{j+1}\right)_{\bar{z}}, \quad i = 1,2,..., N-1, \tag{5}$$

$$kY_{N,\bar{z}}^{j+1} = -h\left(Y_N^{j+1} - T_b^{j+1}\right), \qquad Y_0^{j+1} = 0, \qquad Y_i^0 = \theta_0(z_i). \tag{6}$$

The value of approximation coefficient of heat transfer is determined from the minimum of the functional

$$J(h) = \sum_{j=0}^{m-1}\left(Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}\right)^2 \Delta t\,.$$

From (5) - (6), using the technique developed in work ([3]), we derive the iteration formula

$$h_{n+1} = h_n - \beta_n \sum_j \left(Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}\right) U_N^j \Delta t\,.$$

Here U_N^j is defined from the solution of the conjugate problem:

$$\gamma_0 c U_{\bar{t}}^{j+1} + \left(\lambda U_z^{\,j}\right)_{\bar{z}} = 0, \quad i = 1,2,..., N-1;, \tag{7}$$

$$kU_{N\bar{z}}^j + hU_N^{\,j} = -2\left(Y_N^{\,j+1} - T_q^{\,j+1}\right), \; j = m-1, m-2,...,0. \;, \; U_0^{\,j} = 0 \;, \; U_i^m = 0\,. \tag{8}$$

Lemmas are proved below.

Lemma 1. If $\theta_0(z) \in L_2(0,H)$, $T_b(t) \in L_2(0,T)$, then to solve the problem (5)-(6) the evaluation $\max_j \gamma_0 c\left\|Y^{j+1}\right\|^2 + 2\sum_j \left\|\sqrt{k}Y_{i,\bar{z}}^{j+1}\right\|^2 \Delta t + h_n \sum_j \left(Y_N^{j+1}\right)^2 \Delta t \le C_1(1+h_n)$ is appropriate.

Here and further functions C_i, $\mathrm{i} = 1,2,...$ are constant, depending on input data in a continuous manner.

Lemma 2. If $\theta_0(z) \in L_2(0,H), \quad T_q, T_a(t) \in L_2(0,t_{\max}), \quad k \ge k_0 > 0$, then to solve the problem (7)-(8) the evaluation

$$\max_j \left\|U^{\,j}\right\|^2 + \sum_j \left\|\sqrt{k}U_z^{\,j}\right\|^2 \Delta t + h_n \sum_j \left(U_N^j\right)^2 \Delta t \le C_2 \frac{1+h_n}{h_n^2}$$

is appropriate.

Theorem 1. If the lemma 1 and 2 are appropriate then by assuming

$$\beta_n \frac{1+h_n}{h_n\sqrt{h_n}} = \frac{\beta}{n^{\mu}}, \quad \mu > 1$$

and managing parameter it is always possible to obtain the inequality

$$0 < C_3 \le h_{n+1} \le C_4 < \infty, \quad n = 0,1,2,...$$

Теорема 2. If the lemma 1, 2 and theory 1 are appropriate and functional gradient is nonzero, then by choosing the value β, it is possible to obtain the inequality

3. Influence of speed of wind on a heat transfer coefficient

In the field the wind speed must be taken into account. It is experimentally proved [3] that with increasing wind speed the heat transfer coefficient increases. In this case it is possible to accept $h = a + b\omega^{\tau}$. Where ω is a speed of the wind in m/s, τ is exponent ($\tau > 0$), a and b are constants. For each parameter a and b, a separate iteration scheme is constructed. At first a and b get the initial approximation a_n and b_n.

The first stage. Positive initial approximations a_n, b_n are set and the next approximation is determined by a formula

$$a_{n+1} = a_n - \frac{\beta}{n^2}\sum_j \left(a_{n+1} + b_n\omega^k\right)\left(Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}\right)U_N^j \Delta t$$
.

The second stage. Fixing a_n values b_n are defined. Next approximation b_{n+1} is determined by a formula

$$b_{n+1} = b_n - \frac{\beta}{n^2}\sum_{n=0}^{n} \omega^\tau \left(Y_N^{j+1} - T_q^{j+1}\right)U_N^j \Delta t$$

4. The numerical experiments

4.1. Object of study

The object of the study was cut open development "Ekibastuzsky." To verify the correctness of the theoretical findings the numerical calculations were conducted for the three-layered ground. The temperature of the ground was measured by using the instrument Explorer GLX. The thicknesses of each layer are 100 cm, 100 cm and 500 cm, respectively.

The characteristics of a moist ground, stony ground and quartz sand are determined in thermal physics laboratory of Ekibastuz technical institute with the instrument IT-c-400 и IT-λ-400:

Table 1. Numerical value of the measured thermo physical properties

The name of material (substance)	γ, *kg/m³*	λ, *watt/(m×degree)*	C, *kJ/(kg×degree)*
Quartz sand	*1380*	*0.48*	*0.2224*
Rocky ground	*1540*	*1.6*	*0.293846*
Moist soil	*1120*	*0.553*	*0.21128*
Coal	*984*	*0.193*	*0.272*

The experiment was conducted for 3.5 hours by measuring the temperature of the air and surface of the soil. Step by space variables dh is $0.001\mathrm{m}$, and a step by time dt is $5\,\mathrm{min}$.

4.2 The calculation of heat transfer coefficient of the soil in the different areas of «Ekibastuzsky»

The empirical formula $h = A + B\sqrt{\omega}$ is given mostly in reference books and special literatures for the calculation of heat transfer coefficient, where A and B are undefined constants. With the interval of 5 min for the certain period of time, the temperature of the air and soil on the ground in different areas was measured. The value of A and B in the formula 5 were determined by using developed program.

The section A consists of 4 layers: moist ground-rocky ground-quartz sand-coal; the section B includes 2 layers: quartz sand-coal; and the section C comprises of only one layer-coal (*Figure* 1).

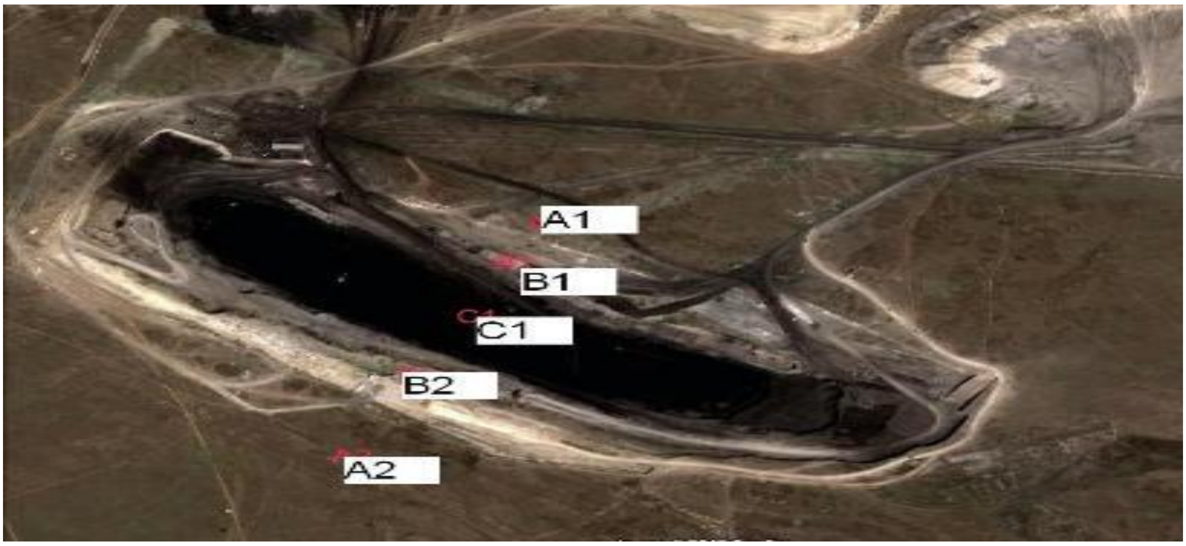


Figure 1. Ekibastuzsky (view from above).

Figures 2-4 show comparative graphs of the measured and calculated values of the soil temperature on the surface of the earth.

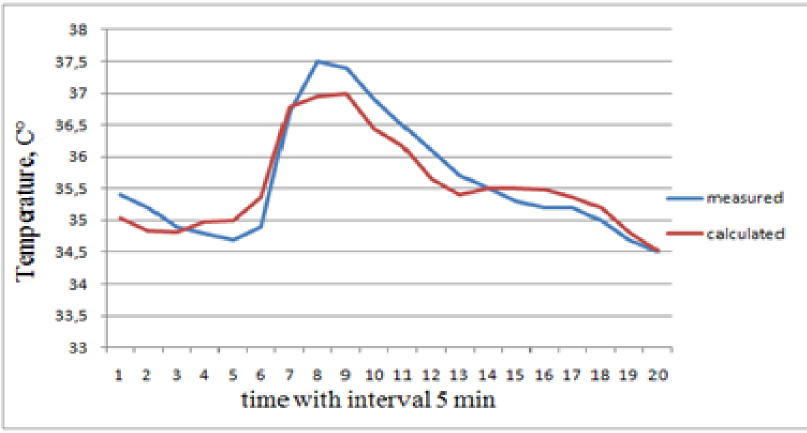


Figure 2. The surface temperature of the soil in section A_1.

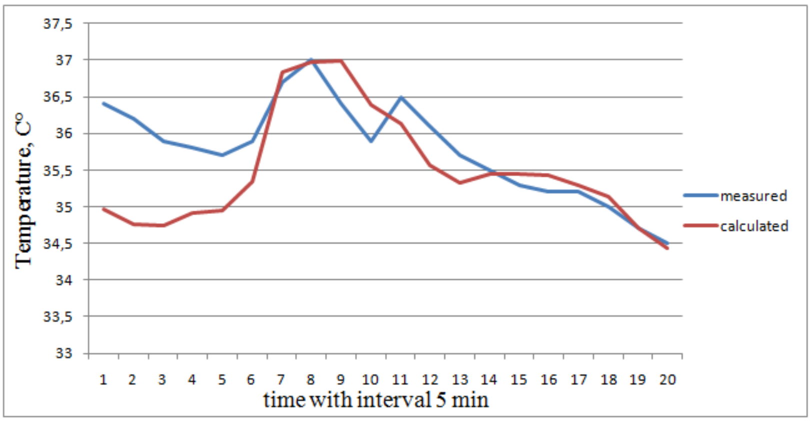


Figure 3. The surface temperature of the soil in section $B_1 - B_2$.

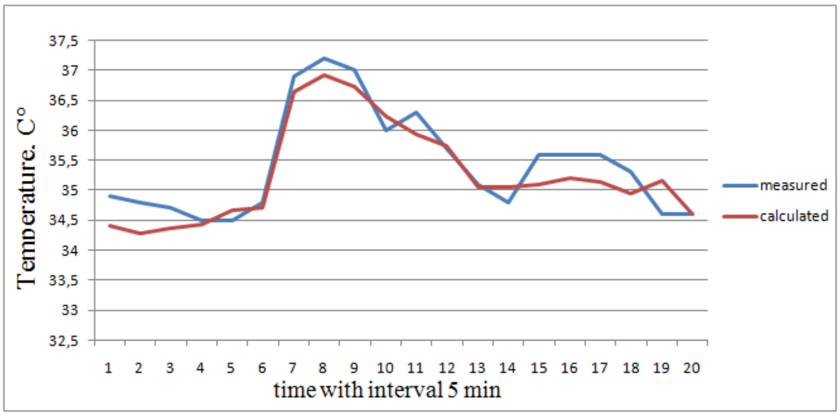


Figure 4. The surface temperature of the soil in section C1.

In all figures, first row is measured values second row is computed values of the temperature of the soil on the surface of the earth.

Table 2. The received results of the calculation.

Plots	*A*	*B*	M	σ
A1	*10,28*	*3,36*	*0,2682*	*0,1559*
B1	*7,23*	*2,61*	*0,4977*	*0,4719*
C1	*6,82*	*2,55*	*0,2871*	*0,1695*
B2	*7,23*	*2,61*	*0,4977*	*0,4719*
A2	*11,27*	*3,37*	*0,4981*	*0,3185*

Where M is the mean value of the absolute error of the deviation of the measured soil temperature on the ground from the calculated one, σ is the standard deviation of the absolute error.

5. Conclusion

The value of the heat transfer coefficient is strongly dependent on the amount, thickness and thermophysical characteristics of soil layers. In the depth of the cut, values of the heat transfer coefficient decreases. The coefficient has a significant difference at wind speed.

References

1 *Рысбайулы Б, . Акишев Т.Б. Сходимость итерационного метода для определения коэффициента теплоотдачи. Труды шестого совещания Российско-Казахстанской рабочей группы по вычислительным и информационным технологиям. КазНУ (16-19 марта 2009г.) стр.273-276.*

2 *John H.Lienhard, Heat Transfer Textbook, Third Edition, Cambridge, 2008, p.672.*

3 *Чудновский А.Ф. Теплофизика почв.1976.М.Наука. Стр.352.*

МРНТИ 27.35.45
УДК 519.63

А.С. Бердышев[1], Д.Р. Байгереев[2], Н.Б. Алимбекова[1,2]

[1]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан
[2]Восточно-Казахстанский государственный университет имени С.Аманжолова, Усть-Каменогорск

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Аннотация

В данной работе рассматривается задача Дирихле для уравнения в частных производных дробного порядка с односторонними производными, определенными в смысле Римана –Лиувилля. Данная задача имеет прикладное значение при моделировании распространения загрязняющих веществ в атмосфере, при моделировании движения жидкости в трещиноватой пористой среде с фрактальной геометрией трещин и других. Цель работы состоит в построении алгоритма численного решения задачи для одномерного уравнения дробного порядка. Построена неявная конечно-разностная схема для численного решения задачи. Проведены экспериментальные расчеты для различных значений порядка дробной производной, представлены результаты расчетов с различными значениями временного шага и шага по пространственной переменной. Результаты вычислительных экспериментов показали приемлемую точность построенной неявной разностной схемы.

Ключевые слова: уравнение в частных производных, производная дробного порядка, конечно-разностный метод, неявная схема, вычислительный эксперимент.

Аңдатпа

А.С. Бердышев[1], Д.Р. Байгереев[2], Н.Б. Алимбекова[1,2]
[1]Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[2]С.Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан мемлекеттік университеті, Өскемен қ., Қазақстан

БӨЛШЕК РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІ САНДЫҚ ШЕШУ

Бұл жұмыста Риман-Лиувилль мағынасында анықталған бір жақты бөлшек ретті туындысы бар дербес туындылы теңдеу үшін қойылған Дирихле есебі қарастырылады. Бұл есеп атмосферада ластаушы заттардың таралуын моделдеу кезінде, жарықшаларының геометриясы фракталды болып келген жарықшалы кеуекті ортада сұйықтықтың қозғалысын моделдеу кезінде қолданылады. Жұмыстың мақсаты – бір өлшемді бөлшек ретті теңдеуді сандық шешу алгоритмін құру. Есептің сандық шешу үшін айқын емес ақырлы айырымдық сұлба құрылды. Бөлшек туынды ретінің әр түрлі мәндері үшін эксперименттік есептеулер жасалды, уақыт қадамы мен кеңістіктік айнымалысы бойынша қадамының әртүрлі мәндері үшін есептеу нәтижелері келтірілді. Есептеу тәжірибелерінің нәтижелері құрылған айырымдық сұлбаның жеткілікті жоғары дәлдігін көрсетті.

Түйін сөздер: дербес туындылы теңдеу, бөлшек ретті туынды, ақырлы айырымды әдіс, айқын емес сұлба, есептеу тәжірибесі.

Abstract

NUMERICAL SOLUTION OF A FRACTIONAL DIFFERENTIAL EQUATION

Berdyshev A.S. [1], Baigereyev D.R. [2], Alimbekova N.B. [1,2]
[1]*Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty*
[2]*S. Amanzholov East Kazakhstan State University, Ust-Kamenogorsk*

In this paper, we consider the Dirichlet problem for a fractional partial differential equation with one-sided derivatives defined in the sense of Riemann – Liouville. This problem is of applied importance in modeling the distribution of pollutants in the atmosphere, in modeling the movement of fluid in a fractured porous medium with fractal geometry of cracks and others. The purpose of the work is to build an algorithm for numerical solution of the problem for a one-dimensional fractional order equation. An implicit finite difference scheme for the numerical solution of the problem is constructed. The experimental calculations for various values of the order of the fractional derivative are carried out, the results of calculations with various values of the time step and the step in the spatial variable are presented. The results of computational experiments showed acceptable accuracy of the constructed implicit difference scheme.

Keywords: partial differential equation, fractional derivative, finite difference method, implicit scheme, computational experiment.

В связи с расширением области применений дробных исчислений, значительное внимание уделяется разработке эффективных методов точного и численного решения дробных дифференциальных уравнений. Существенные результаты, связанные с задачами дробных дифференциальных уравнений получены в работах различных авторов [1-7].

В общем случае большинство дробных дифференциальных уравнений не имеют точных решений, в частности, не существует известного метода точного решения некоторых уравнений. Поэтому методы приближенного решения классических дифференциальных уравнений расширены для численного решения дифференциальных уравнений дробного порядка. Данные методы включают метод разложения Адомиана [7], метод возмущений [8], метод гомотопического анализа [9], метод вариационных итераций [10], метод экстраполяции [11] и другие.

Метод конечных разностей эффективен для численного решения дробных дифференциальных уравнений порядка α, когда $1<\alpha<2$. Этот метод представляет собой метод, с помощью которого дробные производные $y(x)$ аппроксимируются разностями значений $y(x)$ между значением независимой переменной x и малым приращением $x+h$. Для численного решения дробных дифференциальных уравнений можно заменить производные в дробном дифференциальном уравнении порядка $1<\alpha<2$ конечноразностными приближениями.

Численные методы решения задач для уравнений с дробными производными привязаны к виду выбранной производной, поэтому возникает необходимость анализа и сравнения результатов, полученных при использовании разных определений и численных методов.

В данной статье приводится метод численного решения и анализ вычислительных экспериментов, проведенных для двух модельных задач.

Постановка задачи. В области $\Omega=[x_0,X]\times[t_0,T]$ рассматривается начально-граничная задача

$$\frac{\partial u}{\partial t}=c_+(x)\frac{\partial^\alpha u}{\partial_+ x^\alpha}+c_-(x)\frac{\partial^\alpha u}{\partial_- x^\alpha}+f(x,t) \tag{1}$$

с начальным и граничными условиями

$$u(x,t_0)=\varphi(x),\ x\in[x_0,X], \tag{2}$$

$$u(x_0,t)=0,\quad u(X,t)=0,\quad t\in(t_0,T], \tag{3}$$

где $1<\alpha\le 2$, $c_+(x)>0,\quad c_-(x)>0$.

Односторонние производные определены в смысле Римана–Лиувилля:

$$\frac{\partial^\alpha u}{\partial_+ x^\alpha}=\frac{1}{\Gamma(2-\alpha)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\int_{x_0}^{x}\frac{u(\xi,t)}{(x-\xi)^{\alpha-1}}d\xi,\quad \frac{\partial^\alpha u}{\partial_- x^\alpha}=\frac{1}{\Gamma(2-\alpha)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\int_{x}^{X}\frac{u(\xi,t)}{(\xi-x)^{\alpha-1}}d\xi. \tag{4}$$

Будем предполагать, что функции $\varphi(x)$, $c_+(x)$, $c_-(x)$ и функция $f(x,t)$ таковы, что задача (1)-(3) имеет единственное решение $u(x,t)$.

Для дискретизации производных (4) в работе используются приближения, основанные на определении Летникова-Грюнвальда сдвинутых левосторонней и правосторонней производных [6]:

$$\frac{\partial^\alpha u}{\partial_+ x^\alpha}=\lim_{N_+\to\infty}\frac{1}{(\Delta x_+)^\alpha}\sum_{k=0}^{N_+}g_{\alpha,k}u(x-(k-1)\Delta x,\, t),$$

$$\frac{\partial^\alpha u}{\partial_- x^\alpha}=\lim_{N_-\to\infty}\frac{1}{(\Delta x_-)^\alpha}\sum_{k=0}^{N_-}g_{\alpha,k}u(x+(k+1)\Delta x,\, t),$$

где N_+, N_- - положительные целые числа, $\Delta x_+=(x-x_0)/N_+$, $\Delta x_-=(X-x)/N_-$; нормализованные веса Грюнвальда $g_{\alpha,k}$ определяются соотношениями $g_{\alpha,0}=1,\ g_{\alpha,k}=(-1)^k\dfrac{\alpha(\alpha-1)...(\alpha-k+1)}{k!}$ для $k=1,2,3,...$

Для численного решения задачи (1)-(3) применен метод конечных разностей. В области Ω введена равномерная конечно-разностная сетка $\omega=\omega_x\times\omega_t$, где

$$\omega_x=\left\{x_i=x_0+ih_x,\ i=\overline{0,N_x},\ x_{N_x}=X\right\},\quad \omega_t=\left\{t^n=t_0+n\cdot h_t,\ n=\overline{0,N_t},\ t^{N_t}=T\right\},$$

h_x и h_t – соответственно, шаги по пространственной переменной и времени. Обозначим через u_i^n значение сеточной функции u в узле (x_i,t^n).

Определим следующую неявную разностную схему для приближенного решения задачи (1)-(3):

$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{h_t}=\frac{1}{2h_x^\alpha}\left(c_i^+\sum_{s=0}^{i+1}g_{\alpha,s}\left(u_{i-s+1}^{n+1}+u_{i-s+1}^n\right)+c_i^-\sum_{s=0}^{N_x-i+1}g_{\alpha,s}\left(u_{i+s-1}^{n+1}+u_{i+s-1}^n\right)\right)+f_i^{n+1/2}, \tag{5}$$

$$u_i^0=\varphi(x_i),\quad u_0^n=u_{N_x}^n=0,\ n=\overline{1,N_t}, \tag{6}$$

где $u_i^{n+1/2}=u(x_i,t^{n+1/2})=0.5(u_i^n+u_i^{n+1})$, $f_i^{n+1/2}=f(x_i,t^n+0.5h_t)$, $c_i^\pm=c_\pm(x_i)$.

Для проведения экспериментальных расчетов рассмотрим две начально-граничные задачи.

Задача 1. Найти приближенное решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t}=x^\alpha\frac{\partial^\alpha u}{\partial_+ x^\alpha}+(1-x)^\alpha\frac{\partial^\alpha u}{\partial_- x^\alpha}-e^{-t}\left[x(1-x)+\frac{\alpha-4x(1-x)}{\Gamma(2-\alpha)(\alpha-2)}\right],\quad 0<x<1,$$

удовлетворяющее следующим начальным и граничным условиям:

$$u(x,1)=e^{-1}x(1-x),\quad u(0,t)=u(1,t)=0.$$

Точное решение задачи имеет вид $u(x,t)=e^{-t}x(1-x)$.

Задача 2. Найти приближенное решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t}=x^\alpha\frac{\partial^\alpha u}{\partial_+ x^\alpha}+(1-x)^\alpha\frac{\partial^\alpha u}{\partial_- x^\alpha}-e^{-t}\left[x^2(1-x)-\frac{2x^2(\alpha+3x-3)-(1-x)(\alpha^2-4x\alpha-\alpha+6x^2)}{\Gamma(2-\alpha)(\alpha-3)(\alpha-2)}\right],$$

$0<x<1$, удовлетворяющее следующим начальным и граничным условиям:

$$u(x,1)=e^{-1}x^2(1-x),\quad u(0,t)=u(1,t)=0.$$

Точное решение задачи имеет вид $u(x,t)=e^{-t}x^2(1-x)$.

Определение значений сеточной функции u на $(n+1)$-ом временном слое при известных значениях u_i^n $(i=0,1,...,N_x)$ сводится к решению следующей системы линейных алгебраических уравнений относительно u_i^{n+1}, $i=1,2,...,N_x-1$:

$$\left(\frac{1}{h_t}-\frac{\left(c_1^+ + c_1^-\right)g_{\alpha,1}}{2h_x^\alpha}\right)u_1^{n+1}-\frac{c_1^+ g_{\alpha,0}+c_1^- g_{\alpha,2}}{2h_x^\alpha}u_2^{n+1}-\frac{c_1^- g_{\alpha,3}}{2h_x^\alpha}u_3^{n+1}-\ldots-\frac{c_1^- g_{\alpha,N_x-1}}{2h_x^\alpha}u_{N_x-1}^{n+1}=$$

$$=\frac{u_1^n}{h_t}+\frac{c_1^+}{2h_x^\alpha}\sum_{j=1}^{2}g_{\alpha,2-j}u_j^n+\frac{c_1^-}{2h_x^\alpha}\sum_{j=1}^{N_x-1}g_{\alpha,j}u_j^n+f_1^{n+1/2},$$

$$-\frac{c_i^+ g_{\alpha,i+1}}{2h_x^\alpha}u_{i-N_x+2}^{n+1}-\ldots-\frac{c_i^+ g_{\alpha,3}}{2h_x^\alpha}u_{i-2}^{n+1}-\frac{c_i^+ g_{\alpha,2}+c_i^- g_{\alpha,0}}{2h_x^\alpha}u_{i-1}^{n+1}+\left(\frac{1}{h_t}-\frac{\left(c_i^+ + c_i^-\right)g_{\alpha,1}}{2h_x^\alpha}\right)u_i^{n+1}-$$

$$-\frac{c_i^+ g_{\alpha,0}+c_i^- g_{\alpha,2}}{2h_x^\alpha}u_{i+1}^{n+1}-\frac{c_i^- g_{\alpha,3}}{2h_x^\alpha}u_{i+2}^{n+1}-\ldots-\frac{c_i^- g_{\alpha,N_x-i}}{2h_x^\alpha}u_{N_x-1}^{n+1}=$$

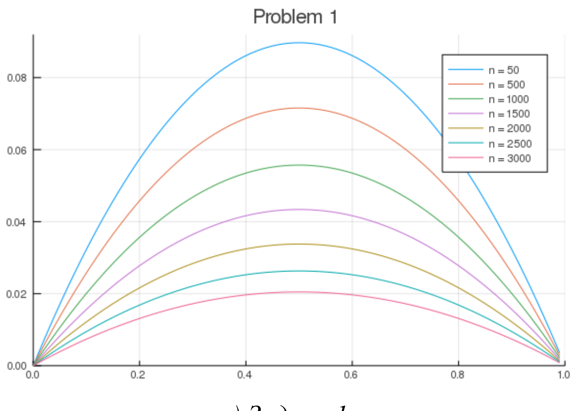
$$=\frac{u_i^n}{h_t}+\frac{c_i^+}{2h_x^\alpha}\sum_{j=1}^{i+1}g_{\alpha,i+1-j}u_j^n+\frac{c_i^-}{2h_x^\alpha}\sum_{j=i-1}^{N_x-1}g_{\alpha,j-i+1}u_j^n+f_i^{n+1/2},\quad i=2,3,\ldots,\ N_x-2,$$

$$-\frac{c_{N_x-1}^+ g_{\alpha,N_x}}{2h_x^\alpha}u_1^{n+1}-\ldots-\frac{c_{N_x-1}^+ g_{\alpha,3}}{2h_x^\alpha}u_{N_x-3}^{n+1}-\frac{c_{N_x-1}^+ g_{\alpha,2}+c_{N_x-1}^- g_{\alpha,0}}{2h_x^\alpha}u_{N_x-2}^{n+1}+\left(\frac{1}{h_t}-\frac{\left(c_{N_x-1}^+ + c_{N_x-1}^-\right)g_{\alpha,1}}{2h_x^\alpha}\right)u_{N_x-1}^{n+1}=$$

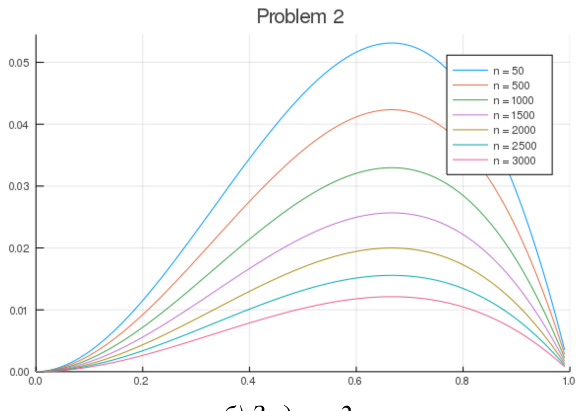
$$=\frac{u_{N_x-1}^n}{h_t}+\frac{c_{N_x-1}^+}{2h_x^\alpha}\sum_{j=1}^{N_x-1}g_{\alpha,N_x-j}u_j^n+\frac{c_{N_x-1}^-}{2h_x^\alpha}\sum_{j=N_x-2}^{N_x-1}g_{\alpha,j-N_x+2}u_j^n+f_{N_x-1}^{n+1/2}.$$

Вычисления проводились для показателей дробной производной, равных $\alpha=1,25$; 1,5 и 1,85. Шаг по пространственной переменной варьировался в диапазоне от 0,01 до 0,0001. Шаг по времени выбран фиксированным, $h_t=5\cdot10^{-4}$. Вычисления проводились до достижения временного слоя $n=8000$, что соответствует значению времени $T=5$.

На рисунках 1 (а), (б) приведены графики приближенного решения задач 1 и 2 соответственно, для различных значений временного слоя n.



а) Задача 1



б) Задача 2

Рисунок 1. Графики решения рассматриваемых задач для различных значений временного слоя n

В таблице 1 приведена зависимость погрешности решения от шага по пространственной переменной и значения порядка дробной производной задачи 1.

Таблица 1. Зависимость погрешности от шага по пространственной переменной и значения порядка дробной производной задачи 1

h_x	h_t	$\alpha=1,25$	$\alpha=1,5$	$\alpha=1,85$
0,01	$5\cdot10^{-4}$	0,00072392	0,00003801	0,00001695
0,001	$5\cdot10^{-4}$	0,00000691	0,00000811	0,00000106
0,0001	$5\cdot10^{-4}$	0,00000069	0,00000038	0,00000011

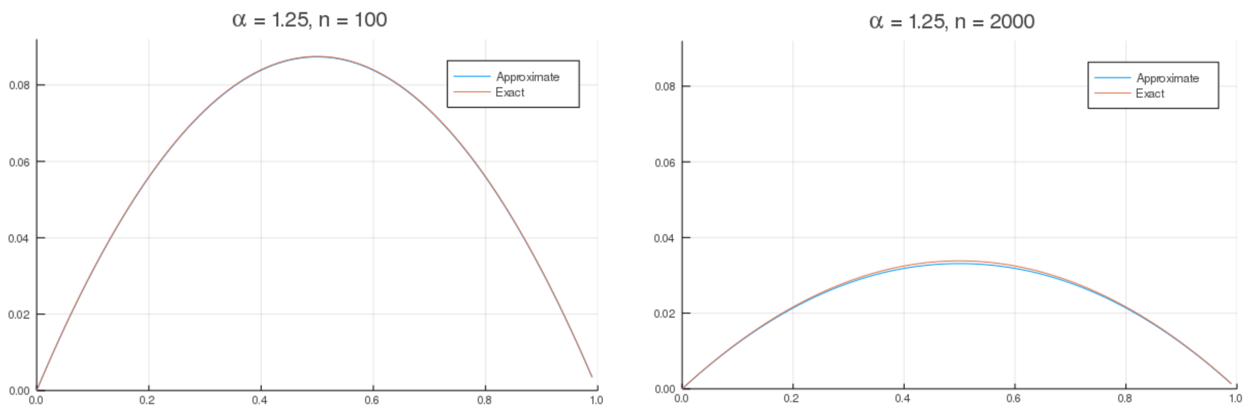
В таблице 2 приведены значения сеточной функции $u(x,t)$ в узлах сетки для временных слоев $n=100$ и $n=8000$. На рисунках 2 и 3 приведены графики точного и приближенного решений.

Таблица 2. Точное и приближенное решения задачи 1 при $h_x = 0{,}01$

x	$\alpha=1{,}25$, временной слой $n=100$			$\alpha=1{,}25$, временной слой $n=8000$		
	Точное решение	Приближенное решение	Погрешность	Точное решение	Приближенное решение	Погрешность
0,01	0,003464384	0,003448767	0,000015616	0,000066706	0,000066096	0,000000610
0,10	0,031494397	0,031378232	0,000116165	0,000606415	0,000599697	0,000006718
0,20	0,055990040	0,055855005	0,000135035	0,001078072	0,001063022	0,000015049
0,30	0,073486927	0,073351539	0,000135388	0,001414969	0,001389710	0,000025259
0,40	0,083985060	0,083849616	0,000135444	0,001617107	0,001581009	0,000036098
0,50	0,087484437	0,087348979	0,000135458	0,001684487	0,001642923	0,000041563
0,60	0,083985060	0,083849616	0,000135444	0,001617107	0,001581009	0,000036098
0,70	0,073486927	0,073351539	0,000135388	0,001414969	0,001389710	0,000025259
0,80	0,055990040	0,055855005	0,000135035	0,001078072	0,001063022	0,000015049
0,90	0,031494397	0,031378232	0,000116165	0,000606415	0,000599697	0,000006718
0,99	0,003464384	0,003448767	0,000015616	0,000066706	0,000066096	0,000000610

Таблица 2. Точное и приближенное решения задачи 1 при $h_x = 0{,}01$ *(продолжение)*

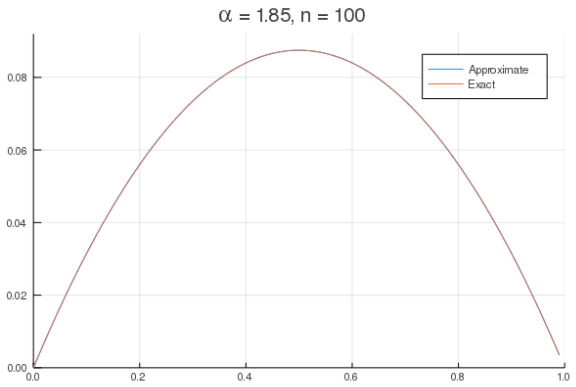
x	$\alpha=1{,}85$, временной слой $n=100$			$\alpha=1{,}85$, временной слой $n=8000$		
	Точное решение	Приближенное решение	Погрешность	Точное решение	Приближенное решение	Погрешность
0,01	0,003464384	0,003463916	0,000000468	0,000066706	0,000066678	0,000000028
0,10	0,031494397	0,031490505	0,000003893	0,000606415	0,000606148	0,000000267
0,20	0,055990040	0,055983850	0,000006190	0,001078072	0,001077570	0,000000502
0,30	0,073486927	0,073479638	0,000007289	0,001414969	0,001414279	0,000000689
0,40	0,083985060	0,083977370	0,000007690	0,001617107	0,001616295	0,000000812
0,50	0,087484437	0,087476660	0,000007777	0,001684487	0,001683632	0,000000855
0,60	0,083985060	0,083977370	0,000007690	0,001617107	0,001616295	0,000000812
0,70	0,073486927	0,073479638	0,000007289	0,001414969	0,001414279	0,000000689
0,80	0,055990040	0,055983850	0,000006190	0,001078072	0,001077570	0,000000502
0,90	0,031494397	0,031490505	0,000003893	0,000606415	0,000606148	0,000000267
0,99	0,003464384	0,003463916	0,000000468	0,000066706	0,000066678	0,000000028

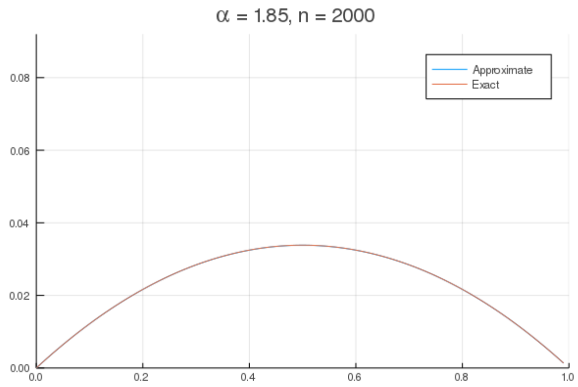


а) временной слой $n=100$ б) временной слой $n=2000$

Рисунок 2. Точное и приближенное решения задачи 1 при $\alpha=1{,}25$

Зависимость погрешности решения задачи 2 от шага по пространственной переменной и значения порядка дробной производной приведена в таблице 3.





а) временной слой $n = 100$ б) временной слой $n = 2000$

Рисунок 3. Точное и приближенное решения задачи 1 при $\alpha = 1,85$

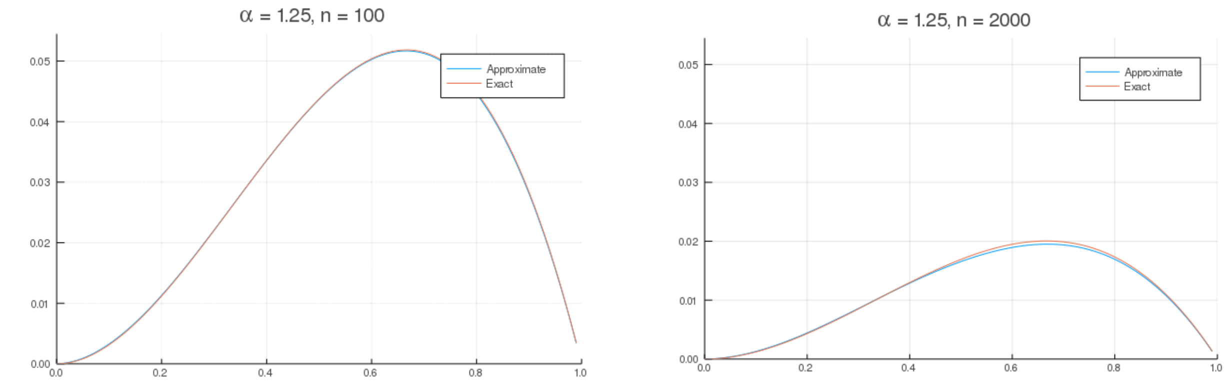
Таблица 3. Зависимость погрешности от шага по пространственной переменной и значения порядка дробной производной задачи 2

h_x	h_t	$\alpha = 1,25$	$\alpha = 1,5$	$\alpha = 1,85$
0,01	$5\cdot 10^{-4}$	0,00054068	0,00009643	0,00002429
0,001	$5\cdot 10^{-4}$	0,00001470	0,00000975	0,00000418
0,0001	$5\cdot 10^{-4}$	0,00000069	0,00000038	0,00000011

В таблице 4 приведены значения сеточной функции $u(x,t)$ в узлах сетки для временных слоев $n = 100,\ n = 8000$. На рисунках 5 и 6 приведены графики точного и приближенного решений.

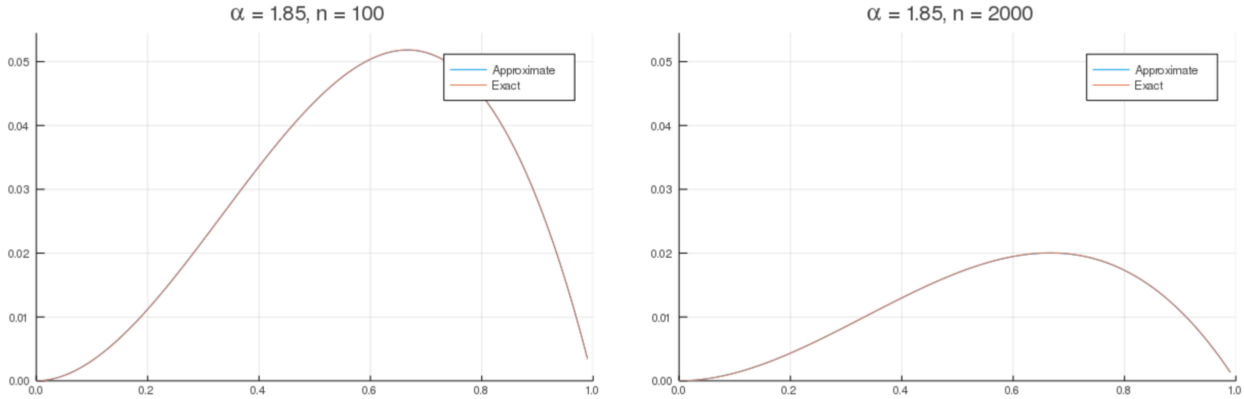
Таблица 4. Точное и приближенное решения задачи 2 при $h_x = 0,01$

x	$\alpha = 1,25$, временной слой $n = 100$			$\alpha = 1,25$, временной слой $n = 8000$		
	Точное решение	Приближенное решение	Погрешность	Точное решение	Приближенное решение	Погрешность
0,01	0,000034644	0,000055375	0,000020731	0,000000667	0,000001077	0,000000410
0,10	0,003149440	0,003281687	0,000132247	0,000060642	0,000064046	0,000003405
0,20	0,011198008	0,011301929	0,000103921	0,000215614	0,000220224	0,000004609
0,30	0,022046078	0,022093055	0,000046977	0,000424491	0,000426433	0,000001942
0,40	0,033594024	0,033583662	0,000010362	0,000646843	0,000639870	0,000006973
0,50	0,043742219	0,043674490	0,000067729	0,000842243	0,000821462	0,000020782
0,60	0,050391036	0,050265954	0,000125082	0,000970264	0,000941139	0,000029125
0,70	0,051440849	0,051258484	0,000182365	0,000990478	0,000963277	0,000027201
0,80	0,044792032	0,044553075	0,000238956	0,000862457	0,000842798	0,000019659
0,90	0,028344958	0,028096545	0,000248413	0,000545774	0,000535651	0,000010123
0,99	0,003429740	0,003393392	0,000036347	0,000066039	0,000065019	0,000001020
	$\alpha = 1,85$, временной слой $n = 100$			$\alpha = 1,85$, временной слой $n = 8000$		
	Точное решение	Приближенное решение	Погрешность	Точное решение	Приближенное решение	Погрешность
0,01	0,0000346438	0,0000376253	0,0000029815	0,0000006671	0,0000007326	0,0000000655
0,10	0,0031494397	0,0031714699	0,0000220301	0,0000606415	0,0000611481	0,0000005066
0,20	0,0111980080	0,0112263485	0,0000283405	0,0002156143	0,0002162909	0,0000006766
0,30	0,0220460782	0,0220690262	0,0000229480	0,0004244907	0,0004250149	0,0000005243
0,40	0,0335940239	0,0336048636	0,0000108396	0,0006468429	0,0006469566	0,0000001137
0,50	0,0437422186	0,0437383300	0,0000038886	0,0008422434	0,0008418158	0,0000004276
0,60	0,0503910359	0,0503725066	0,0000185292	0,0009702644	0,0009693385	0,0000009259
0,70	0,0514408491	0,0514106119	0,0000302372	0,0009904782	0,0009892644	0,0000012138
0,80	0,0447920319	0,0447575015	0,0000345303	0,0008624572	0,0008612786	0,0000011786
0,90	0,0283449577	0,0283190350	0,0000259227	0,0005457737	0,0005450000	0,0000007737
0,99	0,0034297399	0,0034262903	0,0000034496	0,0000660386	0,0000659453	0,0000000934



а) временной слой $n = 100$ б) временной слой $n = 2000$

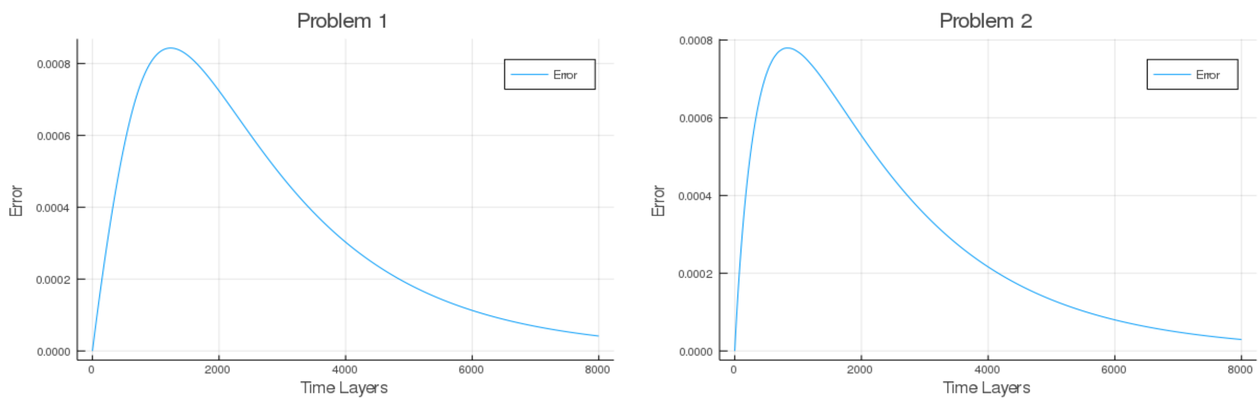
Рисунок 5. Точное и приближенное решения задачи 2 при $\alpha = 1{,}5$



а) временной слой $n = 100$ б) временной слой $n = 2000$

Рисунок 6. Точное и приближенное решения задачи 2 при $\alpha = 1{,}85$

Из рисунка 7 следует, что погрешность вычислений существенно возрастает на первых временных слоях, затем постепенно снижается.



а) Задача 1 б) Задача 2

Рисунок 7. Величина погрешности на временных слоях при $\alpha = 1{,}25$ *и* $h_x = 0{,}01$

Теоретическому исследованию устойчивости и сходимости разностной схемы (5), (6) будет посвящена отдельная работа. Однако вычисления, проведенные по данной схеме в данной работе, показывают ее приемлемую точность. Полученные результаты могут найти применение при численном решении других уравнений, содержащих дробную производную по пространственной переменной.

Список использованной литературы:

1 Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и их приложения. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.

2 Псху А.В.. Уравнения в частных производных дробного порядка. – Москва: Наука, 2005. – 199 с.

3 Бердышев А. С., Кадыркулов Б. Ж. Прямые и обратные задачи для уравнений в частных производных с операторами дробного интегро-дифференцирования. – Алматы, 2017. – 203 с.

4 Berdyshev A.S., Cabada A., Turmetov B.Kh. On solvability of some boundary value problem for polyharmonic equation with boundary operator of a fractional order // Applied Mathematical Modelling. – Elsevier BV, 2015. –4. – P. 4548-4569.

5 Головизнин В. М., Киселев В. П., Короткин И. А. Численные методы решения уравнения дробной диффузии в одномерном случае. – М.: Институт проблем безопасного развития атомной энергетики, 2002. – 35 с.

6 Пименов В. Г., Хенди А. С. Численные методы для дробного уравнения диффузии с наследственностью // Proceedings of the 47th International Youth School-conference "Modern Problems in Mathematics and its Applications". – Екатеринбург, 2016. – С. 276-283.

7 Daftardar-Gejji V., Jafari H., Solving a multi-order fractional differential equation using Adomian decomposition // Appl. Math. Comput., 189 (2007), 541–548.

8 Abdulaziz O., Hashim I., Momani S., Solving systems of fractional differential equations by homotopyperturbation method // Phys. Lett., 372 (2008), 451–459. 1

9 Hashim I., Abdulaziz O., Momani S., Homotopy analysis method for fractional IVPs, Commun // Nonlinear Sci. Numer. Simul., 14 (2009), P. 674–684.

10 Wu G., Lee E. W. M., Fractional variational iteration method and its application // Phys. Lett., 374 (2010), P. 2506–2509.

11 Diethelm K., Walz G., Numerical solution of fractional order differential equations by extrapolation // Numer. Algorithms., 16 (1997), P. 231–253.

МРНТИ 27.35
УДК 517.9+532.5

С.К. Джанабекова[1], Л.Д. Диярова[2], Ж.М. Жолдаскалиев[3]

[1]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан
[2]Каспийский госуниверситет технологии и инжиниринга имени Ш.Есенова, г.Актау, Казахстан
[3]Атырауский университет нефти и газа имени С. Утебаева, г. Атырау, Казахстан

О ПОСТРОЕНИИ КЛАССА ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Аннотация

В представленной работе рассмотрена классическое решение одной задачи теории фильтрации со свободной (неизвестной) границей. Рассматриваемая задача имеет большое значение при прогнозных расчетах для нефтегазовых месторождений. Полученные результаты состоят из разработанной математической модели и ее разрешимости. Рассматриваемая модель относится к задачам со свободными границами. При этом неизвестная граница определяется в процессе решения. Такие задачи все чаще применяются для определения процессов в прискважинной зоне пласта. Проблема заключается в определении математических моделей, применяющихся при разработке нефтегазовых месторождений в крупномасштабном и мелкомасштабном приближений. Кроме того, анализ математических моделей показывает, что они не всегда дают адекватные прогнозы в краткосрочных и долгосрочных прогнозах. В настоящей работе предлагаются способы определения класса точных решений одной задачи теории фильтрации, имеющих свободные (неизвестные) границы. Такие задачи относятся к задачам типа Стефана или Веригина. Если свободная граница меняется из-за градиента температуры, то мы имеем дело с задачей типа Стефана. В противном случае неизвестная граница меняется из-за градиента давления (задача типа Веригина).

Ключевые слова: изотермическая фильтрация, пористая среда, задача Стефана, задача Веригина.

Аңдатпа

С.К. Джанабекова[1], Л.Д. Диярова[2], Ж.М. Жолдасқалиев[3]
[1]Абай атындағы Қазақтың ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[2]Ш.Есенов атындағы Каспий технологиялық және инженерлік университеті, Ақтау қ., Қазақстан
[3]С. Утебаев атындағы АММГ, Атырау қ., Қазақстан

ИЗОТЕРМИЯЛЫҚ ФИЛЬТРАЦИЯ ЕСЕБІНІҢ ДӘЛ ШЕШІМІНІҢ ҚҰРЫЛЫМЫ ТУРАЛЫ

Бұл жұмыста белгісіз шекаралы фильтрация теориясының бір есебі үшін классикалық дәл шешім бойынша әдіс қарастырылған. Қарастырылған есеп мұнай мен газ кен орындарында болжамдық есептерге қажетті әдіс. Изотермиялық фильтрация теориясы есептерінің ішінде қарастырылған есептің маңызы үлкен. Алынған нәтижелер сұлбасы изотермиялық сұйықтардың қозғалысын қуыс ортада сипаттайтын математикалық моделдердің құрылымынан және олардың шешімділігінен тұрады. Қарастырылып отырған есептің ерекшелігі белгісіз шекаралы аймақта шығарылады. Белгісіз шекара есепті шығару кезінде анықталып отырады. Мұндай есептер мұнай мен газ кен орындарында ұңғы маңайында болатын сұйық қозғалысын сипаттауға жақсы мүмкіндіктер береді. Айтылған мәселенің өзектілігі қандай математикалық модель құрылуына байланысты. Ұңғы маңайында болатын сұйық қозғалысын сипаттайтын немесе алыс ортадағы ұңғы маңайындағы сипаттайтын математикалық моделдің тұрақты шешімі болуы мүмкін. Осы мақсатта екінші мәселе де бар. Ол аз немесе ұзақ уқытта сипататтайтын математикалық моделдер бар.

Түйін сөздер: изотермиялық фильтрация, қуыс орта, Стефан есебі, Веригин есебі.

Abstract

ABOUT CREATION CLASS OF EXACT SOLUTIONS PROBLEMS OF THE ISOTHERMAL FILTRATION

Janabekova S.K.[1], Diyarova L.D.[2], Joldaskaliev Zh.M.[3]
[1]Kazakh National Pedagogical University named after Abai, Almaty, Kazakhstan
[2]Caspian State University of Technology and Engineering named after Sh. Esenov, Aktau, Kazakhstan
[3]Atyrau University of Oil and Gas named after S. Utebaev, Atyrau, Kazakhstan

In the present paper, we consider the classical solution of a problem in the theory of filtration with a free (unknown) boundary. The considered problem is of great importance in forecast calculations for oil and gas fields. The results obtained consist of compiling a mathematical model and its solvability. The model under consideration refers to problems with free boundaries. In this case, an unknown boundary is determined in the process of solving. Such problems are increasingly being used to determine processes in the near-wellbore zone of a formation. The problem is to determine the mathematical models used in the development of oil and gas fields in large-scale and small-scale approximations. In addition, analysis of mathematical models shows that they do not always give adequate forecasts in short-term and long-term forecasts. In this paper, we propose methods for determining the class of exact solutions of one problem in the theory of filtration that have free (unknown) boundaries. Such tasks relate to problems such as Stefan or Verigin. If the free boundary changes due to the temperature gradient, then we are dealing with a problem as Stefan. Otherwise, the unknown boundary changes due to the pressure gradient (Verigin type problem).

Keywords: Isothermal filtration, porous medium, Stefan problem, Verigin problem.

Работа посвящена построению класса точных решений задачи двухфазной фильтрации жидкости в пористой среде. При построении математической модели решающим моментом является гипотеза Х.А. Рахматуллина: характеризующее двумерное изотермическое движение двухфазной смеси вязких несжимаемых жидкостей с общим давлением и без учета фазовых переходов. Тогда уравнения неразрывности и импульса для каждой из фаз (i=1,2) имеют вид:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + div(\rho_i \cdot \vec{v}_i) = 0, \\ \rho_i \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i \cdot \nabla)\vec{v}_i \right) = \nabla(s_i \cdot \sigma_i) + \vec{F}_i. \end{gathered} \qquad (1)$$

В системе уравнений (1) $\vec{v}_i$-скорость соответствующей фазы; ρ_i- приведенная плотность, связанная с истинной плотностью ρ_i^0 и объемной концентрацией s_i соотношением $\rho_i = s_i \cdot \rho_i^0$. Условие $s_1 + s_2 = 1$ ($s = s_1$-водонасыщенность, s_2- нефтенасыщенность) является следствием определения ρ_i. Для тензора напряжений фазы σ_i принимается аналог гипотезы Стокса: $\sigma_i = -p + \mu_i \cdot div\vec{v}_i$, где p - общее давление для фаз, $\mu_i -$коэффициент динамической вязкости фазы. Функции $\vec{F}_i$ - определяют силы и имеют вид: $\vec{F}_i = p\cdot\nabla s_i + \vec{\varphi}_i + \rho_i \cdot \vec{g}, \quad \vec{\varphi}_1 = K(\vec{v}_2 - \vec{v}_1), \quad \vec{\varphi}_2 = -\vec{\varphi}_1, \quad K$ - коэффициент взаимодействия фаз (заданная функция концентраций [1]), $\vec{g} = \vec{g}(x,y,t)$ - задано. Условие $\rho_i^0 = const > 0$ - приводит к замкнутой системе уравнений относительно искомых функций $s_i(x,y,t), \ \vec{v}_i(x,y,t)$ и $p(x,y,t)$:

$$\frac{\partial s_i}{\partial t} + div(s_i\cdot\vec{v}_i) = 0, \quad i = 1,2, \tag{2}$$

$$\rho_i\cdot\left(\frac{\partial\vec{v}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i\cdot\nabla)\vec{v}_i\right) - \nabla(\mu_i s_i\cdot div\vec{v}_i) = -\nabla(s_i\cdot p) + \vec{\varphi}_i + \rho_i\vec{g},$$

$$s_1 + s_2 = 1, \qquad \vec{\varphi}_1 = K(\vec{v}_2 - \vec{v}_1), \quad \vec{\varphi}_2 = -\vec{\varphi}_1.$$

Выражая производные от скорости $\vec{v}_i$ из первого уравнения (2) и подставляя во второе уравнение, получим:

$$\frac{\partial\vec{R}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i\cdot\nabla)\vec{R}_i = -\nabla p + \frac{\vec{\varphi}_i}{s_i} + \rho_i^0\cdot\vec{g}, \quad \vec{R}_i \equiv \rho_i^0\cdot\vec{v}_i + \frac{\mu_i}{s_i}\cdot\nabla s_i, \quad i = 1,2. \tag{3}$$

Всюду ниже рассматривается течение вытесняющей фазы, а именно определяется топологическая структура водной фазы. Тогда в (3) вязкость вытесняющей фазы $\mu = 0$ и $i = 1$. Кроме того, в стационарном случае уравнение (3) представляет уравнение Эйлера. Для замыкания модели добавим уравнение относительно насыщенности.

1. Постановка задачи. Рассматривается плоское установившееся течение однородной жидкости в пористой среде в области Ω, имеющий вид плоского канала $A_1A_2A_3A_4$ с одной криволинейной стенкой A_1A_4. Для определенности будем считать, что жидкость втекает в Ω через участок A_1A_2 и вытекает через A_3A_4. Боковые стенки A_2A_3 и A_1A_4 считаем непроницаемыми для жидкости. Пусть a - длина канала, b – ширина входа канала, т.е. длина отрезка A_1A_2; $y = f(x), \quad x\in[0,a]$ - уравнение границы A_1A_4. Такое движение жидкости в пористой среде соответствует вытесняющему агенту от нагнетательной скважины до добывающей скважине. При указанных выше предположениях уравнение (3) в стационарном случае приводится следующему виду:

$$div\vec{v} \equiv div[s\cdot\vec{v}_и + (1-s)\cdot\vec{v}_н] = 0 \tag{4}$$

где $\vec{u} \equiv (u_1,u_2) = s\cdot\vec{v}$ - приведенная скорость. Тогда, исходя из работы [2] с помощью замены $\psi = \frac{u_2}{u_1}, \ r = \ln u_1, \ (u_1 > 0)$ преобразуем (3) и (4) следующим образом:

$$\Delta\psi + 2(r_x\cdot\psi_x + r_y\cdot\psi_y) = \omega, \quad r_x + r_y\cdot\psi + \psi_y = 0,$$
$$v_1\cdot s_x + v_2\cdot s_y + s\cdot(v_{1x} + v_{2y}) = 0. \tag{5}$$

В силу условий непроницаемости функция ψ на A_2A_3 и A_1A_4, а функция s на A_1A_2 удовлетворяют условиям:

$$\psi|_{A_2A_3} = 0, \quad \psi|_{A_1A_4} = f', \ s|_{A_1A_2} = s^0(y). \tag{6}$$

Таким образом, получена задача для уравнения типа Эйлера. На A_1A_2 будем считать известным значение r, т.к. на нагнетательной скважине задается расход. Для определения единственного решения системы (5) необходимо еще задать значения ψ на A_1A_2 и A_3A_4. Указанные значения ψ не задается, а определяется из условия существования точного решения системы (5). С учетом краевых условий (6) можно положить $\psi = \Phi(y/f)f'$, где Φ - некоторая функция, определенная на промежутке [0, 1], удовлетворяющая условиям $\Phi(0)=0$, $\Phi(1)=1$. Всюду ниже считается, что Φ - является линейной функцией вида: $\Phi = \frac{y}{f}$. Таким образом, задача сведена к решений уравнений (4), причем в области течения фильтрационного канала выполняется условие:

$$\psi = \frac{y}{f} \cdot f' \equiv y \cdot (\ln f)'. \tag{7}$$

Переходя параметрической форме определения отрезка A_1A_2, имеем: x=0, y=t, где $t \in [0,b]$ - параметр. Подставляя (7) во второе уравнение (5) находим, что линии $y = \frac{t}{b} f, \quad t \in [0,b]$ - являются его характеристиками, а решение этого уравнения имеет вид:

$$r(t) = \ln\frac{b}{f} + r_0(t), \qquad t = b \cdot \frac{y}{f}, \tag{8}$$

где $r_0(t)$ - заданное значение $r(t)$ на A_1A_2. Подставляя далее (7) и (8) в первое уравнение (5), получаем для определения функций f и $r_0(t)$ уравнение:

$$y\left[(\ln f)^{///} - 2(\ln f)^{/}(\ln f)^{//}\right] = 2r_0^{/}\left[\frac{by^2 f'}{f^2}(\ln f)^{//} - \frac{b}{f}(\ln f)^{/}\right] \tag{9}$$

Уравнение (9) будет рассматриваться в двух случаях: $r_0^{/}(t) \neq 0$ и когда $r_0^{/}(t) = 0$, соответственно. В первом случае $r_0^{/}(0) = 0$. Последнее условие предполагает выполнение y=0 в уравнений (9). При $y \neq 0$ уравнение (9) можно рассматривать как систему двух уравнений

$$\begin{gathered} (\ln f)^{///} - 2(\ln f)^{/}(\ln f)^{//} = \mu(x) \\ 2r_0^{/}\left[\frac{by^2 f'}{f^2}(\ln f)^{//} - \frac{b}{f}(\ln f)^{/}\right] = \mu(x) \end{gathered} \tag{10}$$

где $\mu(x)$ - некоторая функция. Второе уравнение в (10) параметрической форме можно представить:

$$2r_0^{/}\left[(f \cdot f'' - f'^2)\cdot t - \frac{b^2}{t}\right] \cdot \frac{f'}{f^3} = \mu(x).$$

Это уравнение может выполняться только в случае, если

$$\mu = C_1 \cdot \frac{f'}{f^3} \text{ и } f \cdot f'' - f'^2 = C_2, \tag{11}$$

где C_1, C_2 - некоторые постоянные. При выполнении этих условий из первого уравнения (10) и (11) легко получаем соотношение, $C_1 = -4C_2$, при котором выполняется первое уравнение из (10). Далее, интегрируя второе уравнение из (10), записанное в параметрической форме находим, что

$$r_0(t) = \ln\frac{bC_3}{b^2 - C_2 t^2}. \tag{12}$$

Здесь $C_3 > 0$ и $C_2 (-\infty < C_2 < 1)$ - произвольные постоянные. Таким образом, в первом случае точные решения системы (5) существуют, если только f удовлетворяет (11), а $r_0(t)$ имеет вид (12). Уравнение (11) легко преобразовать более простому виду. А именно, сначала дифференцированием (11) получаем:

$f \cdot f''' - f' \cdot f'' = 0$, откуда интегрированием приходим к уравнению:

$$f'' = C \cdot f, \tag{13}$$

где С – произвольная постоянная. Во втором случае, интегрируя (9), находим:

$(\ln f)'' - \left[(\ln f)'\right]^2 = C_4$. Полагая $f = \dfrac{1}{g}$, приходим к аналогичному уравнению:

$$g'' = C \cdot g, \; (-\infty < C < \infty) \tag{14}$$

Полученные уравнения (13) и (14) хорошо изучены. Исходя из уравнений (13) и (14) получим точные решения системы (5) в первом случае, удовлетворяющих условию (7):

$$\psi = y(\ln f)', \quad r = \ln\frac{C_3 f}{f^2 - C_2 y^2}. \tag{15}$$

Во втором случае точные решения имеют вид:

$$\psi = y(\ln f)', \qquad r = \ln\frac{C_3}{f} \quad (\mathrm{C}_3 = const > 0) \tag{16}$$

Таким образом, получены следующие утверждения:

Теорема 1. Пусть функция f является решением уравнения (13), где С – произвольная постоянная, причем $f > 0$ на отрезке $[0, a]$, $f(0) = b$, $f \cdot f'' - f'^2 = C_2 < 1$. Тогда функции (15) при любой постоянной $\mathrm{C}_3 = const > 0$ являются решением системы уравнений (5).

Теорема 2. Пусть функция $g = \dfrac{1}{f}$ является решением уравнения (14), где С – произвольная постоянная, причем $f > 0$ на отрезке $[0, a]$, $f(0) = b$. Тогда функции (16) при любой постоянной $\mathrm{C}_3 = const > 0$ являются решением системы уравнений (5).

Используя эти теоремы нетрудно найти решения исходной системы (4). В первом случае из (15) легко получаем:

$$v_1 = \frac{C_3 \cdot f}{f^2 - C_2 y^2}, \quad v_2 = \frac{C_3 \cdot y \cdot f'}{f^2 - C_2 y^2}, \quad p = p_0 - \frac{C_3^2 \cdot \rho}{2 \cdot (f^2 - C_2 y^2)}, \tag{17}$$

где p_0 - некоторая постоянная. Для определения функций водонасыщенности воспользуемся третьим уравнением в (5) и в результате получим следующее представление:

$$s(x, y) = s^0(y) \cdot \exp\left\{-\int_0^x \frac{div\vec{v}}{v_1} d\xi\right\} \tag{18}$$

Теорема 3. При выполнении условий теорем 1 и 2 для решения исходной системы имеют место представления (17) и (18).

Третье соотношение из (2) позволяет определить функций нефтенасыщенности s_2. Возникает вопрос, каким образом уравнения (4) определяют искомые функций в нестационарном случае? В таком случае сначала надо провести дискретизацию по времени в системе уравнений (2), затем по предложенному методу в каждом временном слое определяются искомые функции: s, $\vec{v}_i$ -скорость соответствующей фазы и давление p.

2. Предварительные вычисления.

При решении рассматриваемой задачи были использованы следующие предварительные вычисления:

$$\begin{cases} v_1 v_{1x} + v_2 v_{1y} = -P_x \\ v_1 v_{2x} + v_2 v_{2y} = -P_y \end{cases} \qquad v_{1x} + v_{2y} = 0 \tag{1}$$

$$\rho\vec{v} \cdot \nabla\vec{v} = -\nabla P, \quad div\vec{v} = 0, \tag{1'}$$

$$\vec{v} = (v_1, v_2), \quad \varphi = \frac{v_2}{v_1}, \quad r = ln v_1, \ (v_1 > \infty)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} = -P_x, \\ \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} = -P_y \end{cases} \qquad div\vec{v} = 0 \tag{2}$$

$$div\vec{v} = 0 \ \Rightarrow \boxed{r_x + \varphi \cdot r_y + \varphi_y = 0} \tag{3}$$

На самом деле из условии несжимаемости следует следующие соотношения:

$$\left.\begin{matrix} v_{1x} = e^r r_x \Rightarrow \ v_{1xx} = e^r r_x^2 + e^r r_{xx} \\ v_{1y} = e^r r_y \Rightarrow \ v_{1yy} = e^r r_y^2 + e^r r_{yy} \end{matrix}\right\}$$

Последняя система позволяет упростить

$$\boxed{e^r \cdot \left[\Delta r + r_x^2 + r_y^2\right] = -P_x} \tag{4}$$

Дальнейшие вычисления показывают упрощенный вид уравнения (4):

$$v_2 = \varphi \cdot e^r \Rightarrow v_{2x} = \varphi_x \cdot e^r + \varphi \cdot e^r \cdot r_x \Rightarrow$$

$$v_{2xx} = \varphi_{xx} \cdot e^r + \varphi_x \cdot e^r \cdot r_x + \varphi_x \cdot e^r \cdot r_x + \varphi \cdot e^r \cdot r_x^2 + \varphi \cdot e^r \cdot r_{xx} =$$

$$= (\varphi_{xx} + \varphi \cdot r_{xx} + 2\varphi_x \cdot r_x + \varphi \cdot r_x^2)e^r$$

$$v_{2yy} = \left(\varphi_{yy} + \varphi \cdot r_{yy} + 2\varphi_y \cdot r_y + \varphi \cdot r_y^2\right)e^r$$

$$\Delta v_2 = -P_y \Rightarrow$$

$$e^r\left[\Delta\varphi + \varphi \cdot \Delta r + 2\left(\varphi_x \cdot r_x + \varphi_y \cdot r_y\right) + \varphi \cdot \left(r_x^2 + r_y^2\right)\right] = -P_y \tag{5}$$

$$e^r = -\frac{P_x}{\Delta r + r_x^2 + r_y^2} = -\frac{P_y}{\Delta\varphi - \varphi e^{-r} P_x + 2\left(\varphi_x \cdot r_x + \varphi_y \cdot r_y\right)}$$

$$\begin{cases} \varphi_x \cdot r_x + \varphi_x \cdot \varphi \cdot r_y + \varphi_x \cdot \varphi_y = 0 \\ \varphi_y \cdot r_x + \varphi_y \cdot \varphi \cdot r_y + \varphi_y^2 = 0 \end{cases}$$

Список использованной литературы:

1. Кабылхамитов Г.Т., Мухамбетжанов С.Т. Класс точных решений двумерного движения жидкости в пористой среде // Изв. НАН РК.сер. физ.-мат. 2004. №3.с.33-38.

2. Алексеев Г.В., Мокин Ю.А. Класс точных решений двумерных уравнений гидродинамики и магнитной гидродинамики идеальной жидкости. – В сб.: Динамика сплошной среды. –Новосибирск, 1972, вып. 12, с.5-13.

МРНТИ 27.31.15
УДК 517.956

Е. Казез

Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Қазақстан

КОРРЕКТНОСТЬ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ МНОГОМЕРНОГО ГИПЕРБОЛО-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Аннотация

В работе показана однозначная разрешимость и получен явный вид классичекого решения смешанной задачи для вырождающегося многомерного гиперболо-параболического уравнения. Известно, что колебания упругих мембран в пространстве по принципу Гамильтона можно моделировать вырождающихся многомерными гиперболическими уравнениями. Изучение процесса распространения тепла в среде, заполненных массой, приводит к вырождающихся многомерным параболическим уравнениям. Следовательно, исследую математическое моделирование процесса распространения тепла в колеблющихся упругих мембранах, приходим к вырождающимся многомерным гиперболо-параболическим уравнениям. При изучении этих приложении, возникает необходимость получения явного представления решений исследуемых задач. Основная смешанная задача для вырождающихся многомерных гиперболических уравнений в пространстве обобщенных функций хорошо изучены. В работах С.А. Алдашева доказана корректность этой задачи и получен явный вид классического решения. Насколько известно, эти вопросы для вырождающихся многомерных гиперболо-параболических уравнений не изучены. В данной работе приводится смешанная задача, которая однозначна разрешима и получено явное представление классического решения для вырождающегося многомерного гиперболо - параболического уравнения.

Ключевые слова: корректность, смешанная задача, вырождающегося уравнения, цилиндрическая область, функция Бесселя.

Аңдатпа

Е. Казез
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

АЗҒЫНДАЛҒАН КӨП ӨЛШЕМДІ ГИПЕРБОЛА-ПАРАБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУГЕ АРАЛАС ЕСЕПТІҢ КОРРЕКТІЛІГІ

Жұмыста азғындалған көп өлшемді гипербола-параболалық теңдеуге аралас есептің бір шешімділігі дәлелденген және классикалық шешімінің нақты түрі келтірілген. Гамильтон қағидасына сәйкес кеңістіктегі серпімді мембрана тербелістерінің азғындалған көп өлшемді гиперболалық теңдеулермен модельдеу мүмкін екендігі белгілі. Массамен толтырылған ортада жылу тарату процесін зерттеу азғындалған көп өлшемді параболалық теңдеулерге алып келеді. Сонымен серпімді мембранадағы жылу тарату процесінің математикалық модельдеуін зерттей отырып, азғындалған көп өлшемді гипербола-параболалық теңдеулерге келеміз. Осы қосымшаларды оқып үйрену кезінде зерттелген мәселелердің шешімдерін нақты түрде көрсету керектігі туындайды. Жалпыланған функциялар кеңістігіндегі азғындалған көп өлшемді гиперболалық теңдеулер үшін негізгі аралас есептер жақсы зерттелген. С.А. Алдашевтың еңбектерінде бұл есептердің дұрыстылығы дәлелденіп, есептің нақты классикалық шешімі алынған. Азғындалған көп өлшемді гипербола-параболалық теңдеулер үшін мұндай есептердің нақты шешімі табылмағандығы белгілі. Мақалада бірмәнді шешімі бар аралас есептер келтірілген және азғындалған көп өлшемді гипербола-параболалық теңдеуге нақты классикалық шешімі келтірілген.

Түйін сөздер: есептің дұрыстығы, аралас есеп, азғындалған теңдеулер, цилиндрлі аймақ, Бессель фунциясы.

Abstract

THE CORRECTNESS OF A MIXED PROBLEM FOR A DECOMPOSING MULTIDIMENSIONAL HYPERBOLO-PARABOLIC EQUATION

Kazez E.
[1]Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

In this paper, a unique solvability is shown and an explicit form of the classical solution of the mixed problem for a degenerate multidimensional hyperbolic-parabolic equation is obtained. It is known that the oscillations of elastic membranes in space according to the Hamilton principle can be modeled by degenerating multidimensional hyperbolic equations. Studying the process of heat propagation in a medium filled with mass leads to degenerate multidimensional parabolic equations. Consequently, I study mathematical modeling of the process of heat propagation in oscillating elastic membranes, we arrive at degenerate multidimensional hyperbolic-parabolic equations. When studying these applications, it is necessary to obtain an explicit representation of the solutions of the studied problems. The main mixed problem for degenerate multidimensional hyperbolic equations in the space of generalized functions is well studied. In the *S.A. Aldashev*'s works, the correctness of this problem is proved and an explicit form of the classical solution is obtained. As far as is known, these questions for degenerate multidimensional hyperbolic-parabolic equations have not been studied. This paper presents a mixed problem that is uniquely solvable and an explicit representation of the classical solution for a degenerate multidimensional hyperbolic - parabolic equation is obtained.

Keywords: correctness, mixed problem, degenerate equation, cylindrical domain, Bessel function.

п.1. Введение. Смешанная задач для многомерных гиперболических уравнений в обобщенных пространствах исследованы [1,2]. В [3] показано корректность этой задачи и получен явный вид классического решения. Насколько известно, эти вопросы для вырождающихся многомерных гиперболо-параболических уравнений не изучены.

В данной работе показана однозначная разрешимость и получено явное представление классического решения смешанной задачи для вырождающегося многомерного гиперболо-параболического уравнения.

п.2. Постановка задачи и результат. Пусть $\mathbf{\Omega}_{\alpha\beta}$ – цилиндрическая область евлкидова пространства E_{m+1} точек $(x_1,......x_m,t)$, ограниченная цилиндром $\Gamma=\{(x,t):|x|=1\}$, плоскостями $t=\alpha>0$ и $t=\beta<0$, где $|x|-$ длина вектора $x=(x_1,...,x_m)$.

Обозначим через $\mathbf{\Omega}_\alpha$ и $\mathbf{\Omega}_\beta$ части области $\mathbf{\Omega}_{\alpha\beta}$, а через Γ_α, Γ_β - части поверхности Г, лежащие в полупространствах $t>0$ и $t<0$; σ_α – верхнее, а σ_β – нижнее основание области $\mathbf{\Omega}_{\alpha\beta}$.

Пусть далее S - общая часть границ областей $\mathbf{\Omega}_\alpha$ и $\mathbf{\Omega}_\beta$, представляющее множество $\{t=0,\ 0<|x|<1\}$ в E_m.

В области $\mathbf{\Omega}_{\alpha\beta}$ рассмотрим вырождающегося многомерное гиперболо-параболическое уравнение

$$0=\begin{cases} g(t)\Delta_x u-u_t,\ t>0, \\ p(t)\Delta_x u-u_{tt},\ t<0, \end{cases} \tag{1}$$

где $g(t)>0$ при $t>0$, $g(0)=0$, $g(t)\in C([0,\alpha]),\ p(t)>0$ при $t<0$, $p(0)=0$, $p(t)\in C([\beta,0])\cap C^2((\beta,0))$, а Δ_x - оператор Лапласа по переменным $x_1,...,x_m$, $m\geq 2$.

В дальнейшем нам удобно перейти от декартовых координат $x_1,...,x_m$, t к сферическим $r,\theta_1,...,\theta_{m-1}$, t $r\geq 0, 0\leq\theta_1<2\pi$, $0\leq\theta_i\leq\pi$, $i=2,3,...,m-1$, $\theta=(\theta_1,...,\theta_{m-1})$.

Задача 1. Найти решение уравнения (1) в области $\mathbf{\Omega}_{\alpha\beta}$ при $t\neq 0$ из класса $C(\overline{\mathbf{\Omega}}_{\alpha\beta})\cap C^2(\mathbf{\Omega}_\alpha\cup\mathbf{\Omega}_\beta)$, удовлетворяющие краевым условиям

$$u\big|_{\sigma_\alpha}=\varphi(r,\theta),\ \ u\big|_{\Gamma_\alpha}=\psi_1(t,\theta), \tag{2}$$

$$u\big|_{\Gamma_\beta}=\psi_2(t,\theta), \tag{3}$$

при этом $\varphi(1,\theta)=\psi_1(\alpha,\theta),\ \psi_1(0,\theta)=\psi_2(0,\theta)$.

Пусть $\{Y_{n,m}^k(\theta)\}$ - система линейно независимых сферических функций порядка n, $1\leq k\leq k_n$, $(m-2)!n!k_n=(n+m-3)!(2n+m-2)$, $W_2^l(S)$, $l=0,1,...$ - пространства Соболева.

Имеет место ([4]).

Лемма 1. Пусть $f(r,\theta)\in W_2^l(S)$. Если $l\geq m-1$, то ряд

$$f(r,\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{k_n} f_n^k(r)Y_{n,m}^k(\theta), \tag{4}$$

а также ряды, полученные из него дифференцированием порядка $p\leq l-m+1$, сходятся абсолютно и равномерно.

Лемма 2. Для того, чтобы $f(r,\theta)\in W_2^l(S)$, необходимо и достаточно, чтобы коэфиценты разложения ряда (4) удовлетворяли неравенствам

$$\left|f_0^1(r)\right|\le c_1,\ \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{k_n} n^{2l}\left|f_n^k(r)\right|^2\le c_2,\qquad c_1,c_2=const.$$

Через $\bar{\varphi}_n^k(r),\ \psi_{1n}^k(t)$, обозначим коэффиценты разложения ряда (4), соответственно функций $\varphi(r,\theta),\ \psi_1(t,\theta)$.

Тогда справедлива

Теорема 1. Если $\varphi(r,\theta)\in W_2^l(S),\quad \psi_1(t,\theta)\in W_2^l(\Gamma_\alpha),\quad \psi_2(t,\theta)\in W_2^l(\Gamma_\beta),\ l>\dfrac{3m}{2}$ и

$$\cos\mu_{s,n}\beta'\ne 0,\ s=1,2,..., \tag{5}$$

то задача 1 однозначно разрешима, где $\mu_{s,n}$ – положительные нули функций Бесселя первого рода $J_{n+\frac{(m-3)}{2}}(z),\ \beta'=\int_\beta^0\sqrt{p(\xi)d\xi},\ n=0,1,...$.

Докозательство теоремы 1. В сферических координатах уравнения (1) в области $\mathbf{\Omega}_\alpha$ имее т вид

$$g(t)\left(u_{rr}+\frac{m-1}{r}u_r-\frac{1}{r^2}\delta u\right)-u_t=0, \tag{6}$$

$$\delta\equiv-\sum_{j=1}^{m-1}\frac{1}{g_j\sin^{m-j-1}\theta_j}\frac{\partial}{\partial\theta_j}\left(\sin^{m-j-1}\frac{\partial}{\partial\theta_j}\right),\quad g_1=1,\quad g_j=(\sin\theta_1...\sin\theta_{j-1})^2,\quad j>1.$$

Известно ([4]), что спектр оператора δ состоит из собственных чисел $\lambda_n=n(n+m-2),\quad n=0,1,....$, каждому из которых соответствует k_n ортонормированных собственных функций $Y_{n,m}^k(\theta)$.

Так как искомое решение задачи 1 в области $\mathbf{\Omega}_\alpha$ принадлежит классу $C(\overline{\mathbf{\Omega}}_\alpha)\cap C^2(\mathbf{\Omega}_\alpha)$, то его можно искать в виде

$$u(r,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{k_n}\bar{u}_n^k(r,t)Y_{n,m}^k(\theta), \tag{7}$$

где $\bar{u}_n^k(r,t)$ - функции, подлежащие определению.

Подставляя (7) в (6) , используя ортогональность сферических функций $Y_{n,m}^k(\theta)$ ([4]), будем иметь

$$g(t)\left(\bar{u}_{nrr}^k+\frac{m-1}{r}\bar{u}_{nr}^k+\frac{\lambda_n}{r^2}\right)-\bar{u}_{nt}^k=0,\ k=\overline{1,k_n},\quad n=0,1,...., \tag{8}$$

при этом краевое условие (3), с учетом леммы 1, запишется в виде

$$\bar{u}_n^k(r,\alpha)=\bar{\varphi}_n^k(r),\ \bar{u}_n^k(1,t)=\bar{\psi}_{1n}^k(t),\ k=\overline{1,k_n},\quad n=0,1,.... \tag{9}$$

В (8), (9) произведя замену $\bar{\upsilon}_n^k(r,t)=\bar{u}_n^k(r,t)-\bar{\psi}_{1n}^k(t)$ получим

$$g(t)\left(\bar{\upsilon}_{nrr}^k+\frac{m-1}{r}\bar{\upsilon}_{nr}^k-\frac{\lambda_n}{r^2}\bar{\upsilon}_n^k\right)-\bar{\upsilon}_{nt}^k=\bar{f}_n^k(r,t), \tag{10}$$

$$\bar{\upsilon}_n^k(r,\alpha)=\varphi_n^k(r),\quad \bar{\upsilon}_n^k(1,t)=0\ \ k=\overline{1,k_n},\quad n=0,1,...., \tag{11}$$

$$\bar{f}_n^k(r,t)=\psi_{1nt}^k+\frac{\lambda_n g(t)}{r^2}\psi_{1n}^k,\qquad \varphi_n^k(r)=\bar{\varphi}_n^k(r)-\psi_{1n}^k(\alpha).$$

Произведя замену переменной $\bar{\upsilon}_n^k(r,t)=r^{\frac{(1-m)}{2}}\upsilon_n^k(r,t)$ задачу (10), (11) приведем к следующей задаче

$$L\upsilon_n^k\equiv g(t)\left(\upsilon_{nrr}^k+\frac{\bar{\lambda}_n}{r^2}\upsilon_n^k\right)-\upsilon_{nt}^k=f_n^k(r,t), \tag{12}$$

$$\upsilon_n^k(r,\alpha)=\tilde{\varphi}_n^k(r),\quad \upsilon_n^k(1,t)=0, \tag{13}$$

$$\bar{\lambda}_n = \frac{((m-1)(3-m)-4\lambda_n)}{4}, \qquad f_n^k(r,t) = r^{\frac{(m-1)}{2}} \bar{f}_n^k(r,t), \;\; \tilde{\varphi}_n^k(r) = r^{\frac{(m-1)}{2}} \varphi_n^k(r).$$

Решение задачи (12), (13) ищем в виде $\upsilon_n^k(r,t) = \upsilon_{1n}^k(r,t) + \upsilon_{2n}^k(r,t)$, где $\upsilon_{1n}^k(r,t)-$ решение задачи

$$L\upsilon_{1n}^k(r,t) = f_n^k(r,t), \tag{14}$$

$$\upsilon_{1n}^k(r,\alpha) = 0, \;\; \upsilon_{1n}^k(1,t) = 0, \tag{15}$$

а $\upsilon_{2n}^k(r,t)-$ решение задачи

$$L\upsilon_{2n}^k = 0, \tag{16}$$

$$\upsilon_{2n}^k(r,\alpha) = \tilde{\varphi}_n^k(r), \;\; \upsilon_{2n}^k(1,t) = 0. \tag{17}$$

Решение выше указанных задач, рассмотрим в виде

$$\upsilon_n^k(r,t) = \sum_{s=1}^{\infty} R_s(r) T_s(t), \tag{18}$$

при этом пусть

$$f_n^k(r,t) = \sum_{s=1}^{\infty} a_{s,n}(t) R_s(r), \quad \tilde{\varphi}_n^k(r) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{s,n} R_s(r). \tag{19}$$

Подставляя (18) в (14), (15), с учетом (19), получим

$$R_{srr} + \frac{\bar{\lambda}_n}{r^2} R_s + \mu R_s = 0, \;\; 0 < r < 1, \;\; R_s(1) = 0, \;\; |R_s(0)| < \infty, \tag{20}$$

$$T_s + \mu g(t) T_s(t) = -a_{s,n}(t), \;\; 0 < t < \alpha, \tag{21}$$

$$T_s(\alpha) = 0. \tag{22}$$

Ограниченным решением задачи (20) является ([5])

$$R_s(r) = \sqrt{r} J_v(\mu_{s,n} r), \tag{23}$$

где $v = \dfrac{n+(m-2)}{2}$, $\mu = \mu_{s,n}^2$.

Решением задачи (21), (22) является

$$T_{s,n}(t) = \left(\exp\left(-\mu_{s,n}^2 \int_0^t g(\xi) d\xi \right) \right) \int_t^a a_{s,n}(\xi) \left(\exp \mu_{s,n}^2 \int_0^t g(\xi_1) d\xi_1 \right) d\xi. \tag{24}$$

Подставляя (23) в (19) получим

$$r^{-\frac{1}{2}} f_n^k(r,t) = \sum_{s=1}^{\infty} a_{s,n}(t) J_v(\mu_{s,n} r), \;\; r^{-\frac{1}{2}} \tilde{\varphi}_n^k(r) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{s,n} J_v(\mu_{s,n} r), \;\; 0 < r < 1. \tag{25}$$

Ряды (25) - разложения в ряды Фурье-Бесселя ([6]), если

$$a_{s,n}(t) = 2[J_{v+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} f_n^k(\xi,t) J_v(\mu_{s,n}\xi) d\xi, \tag{26}$$

$$b_{s,n} = 2[J_{v+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} \tilde{\varphi}_{1n}^k(\xi) J_v(\mu_{s,n}\xi) d\xi, \tag{27}$$

где $\mu_{s,n}$, $s = 1,2,...-$ положительные нули функций Басселя $J_v(z)$, расположенные в порядке возрастания их величины.

Из (18), (23), (24) получим решение задачи (14), (15)

$$\upsilon_{1n}^{k}(r,t)=\sum_{s=1}^{\infty}\sqrt{r}T_{s,n}(t)J_{\nu}(\mu_{s,n}r), \tag{28}$$

где $a_{s,n}^{k}(t)$, определяется из (26).

Далее, подставляя (18) в (16), (17), с учетом (19), будем иметь задачу

$$T_{st}+\mu_{s,n}^{2}g(t)T_{s}=0,\ 0<t<\alpha,\ T_{s}(\alpha)=b_{s,n},$$

решением которого является

$$T_{s,n}(t)=b_{s,n}\exp\left(\mu_{s,n}^{2}\int_{t}^{\alpha}g(\xi)d\xi\right). \tag{29}$$

Из (23), (29) получим

$$\upsilon_{2n}^{k}(r,t)=\sum_{s=1}^{\infty}b_{s,n}\sqrt{r}\left(\exp\mu_{s,n}^{2}\int_{t}^{\alpha}g(\xi)d\xi\right)J_{\nu}(\mu_{s,n}r), \tag{30}$$

где $b_{s,n}$ находятся из (27).

Следовательно, единственным решением задачи (1), (2) в области $\mathbf{\Omega}_{\alpha}$ является функция

$$u(r,\theta,t)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{k_n}\left\{\psi_{1n}^{k}(t)+r^{\frac{(1-m)}{2}}\left[\upsilon_{1n}^{k}(r,t)+\upsilon_{2n}^{k}(r,t)\right]\right\}Y_{n,m}^{k}(\theta), \tag{31}$$

где $\upsilon_{1n}^{k}(r,t)$, $\upsilon_{2n}^{k}(r,t)$ определяются из (28), (30).

Учитывая формулу ([6]) $2J_{\nu}'(z)=J_{\nu-1}(z)-J_{\nu+1}(z)$, оценки ([4])

$$J_{\nu}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi z}}\cos\left(z-\frac{\pi}{2}\nu-\frac{\pi}{4}\right)+0\left(\frac{1}{z^{3/2}}\right),\ \nu\geq 0,$$

$$|k_n|\leq c_1 n^{m-2},\ \left|\frac{\partial^{l}}{\partial\theta^{l}}Y_{n,m}^{k}(\theta)\right|\leq c_2 n^{\frac{m}{2}-1+l},\ \ j=\overline{1,m-1},\ l=0,1,\ldots.$$

а также леммы, ограничения на заданные функций $\psi_1(t,\theta)$, $\varphi(r,\theta)$, как в [8], можно доказать, что полученное решение(31) принадлежит классу $C(\overline{\mathbf{\Omega}}_{\alpha})\cap C^{1}(\mathbf{\Omega}_{\alpha}\cup S)\cap C^{2}(\mathbf{\Omega}_{\alpha})$.

Далее, из (28), (30), (31) $t\to +0$ при имеем

$$u(r,\theta,0)=\tau(r,\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{k_n}\tau_{n}^{k}(r)Y_{n,m}^{k}(\theta),$$

$$\tau_{n}^{k}(r)=\psi_{1n}^{k}(0)+\sum_{s=1}^{\infty}r^{\frac{(2-m)}{2}}\left[\int_{0}^{\alpha}a_{s,n}(\xi)\left(\exp\left(\mu_{s,n}^{2}\int_{0}^{\xi}g(\xi_1)d\xi_1\right)\right)d\xi+\right.$$

$$\left.+b_{s,n}\exp\left(\mu_{s,n}^{2}\int_{0}^{\xi}g(\xi)d\xi\right)\right]J_{n+\frac{(m-2)}{2}}(\mu_{s,n}r), \tag{32}$$

$$u_{t}(r,\theta,0)=\nu(r,\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{k_n}\nu_{n}^{k}(r)Y_{n,m}^{k}(\theta), \tag{33}$$

$$v_n^k(r) = \psi_{1nt}^k(0) - \sum_{s=1}^{\infty} r^{\frac{(2-m)}{2}} \left[a_{s,n}(0) + \mu_{s,n}^2 g(0) \int_0^{\alpha} a_{s,n}(\xi) + \left(\exp\left(\mu_{s,n}^2 \int_0^{\xi} g(\xi_1) d\xi_1 \right) \right) d\xi + \right.$$

$$\left. + \mu_{s,n}^2 g(0) b_{s,n} \exp\left(\mu_{s,n}^2 \int_0^{\xi} g(\xi) d\xi \right) \right] J_{n+\frac{(m-2)}{2}}(\mu_{s,n} r) \ .$$

Из (24), (26), (27), а также лемм вытекает, что $\tau(r,\theta),\ \nu(r,\theta) \in W_2^l(S),\ l > \frac{3m}{2}$.

Таким образом, учитывая краевые условия (3), (32), (33) в области $\mathbf{\Omega}_\beta$ приходим к смешанной задаче для многомерного уравнения Чаплыгина

$$g(t)\Delta_x u - u_{tt} = 0 \qquad (34)$$

с данными

$$u|_S = \tau(r,\theta),\ u_t|_S = \nu(r,\theta),\ u|_{\Gamma_\beta} = \psi_2(t,\theta). \qquad (35)$$

В [3] доказана следующая теорема

Теорема 2. Если $\tau(r,\theta),\ \nu(r,\theta) \in W_2^l(S),\ \psi_2(t,\theta) \in W_2^l(\Gamma_\beta),\ l > \frac{3m}{2}$, то задача (34), (35) имеет единственное решение, если выполняется условие (5).

Далее, используя теорему 2, приходим к справедливости теоремы 1.

Так как в [3] получен явный вид решения задачи (34), (35), то можно записать явное представление и для задачи 1.

Отметим, что в случае, когда $g(t) = t^q,\ p(t) = |t|^p,\ p,q = const,\ p > 0,\ q \geq 0$ теорема 1 получена в [9].

Список использованной литературы:

1 *Барановский Ф.Т. Смешанная задача для линейного гиперболического уравнения второго порядка, вырождающегося на начальной плоскости // Ученые записки Ленингр. пед. Института, 1958, т. 183 - с. 23-58*

2 *Краснов М.Л. Смешанные краевые задачи для вырождающихся линейных гиперболических дифференциальных уравнений второго порядка // Матем. сб., 1959, т. 49(91) - с. 29-84*

3 *Aldashev S.A. Well-posedness of the mixed problem for Degenerate multi-dimensional Hyperbolic Equations // материалы межд. конференций «Modern Problems of Mathematical Modeling, Computational Methods and Information Technologies» Киев, КНУ им. Т.Шевченко. 2018 стр 14-15.*

4 *Михлин С.Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения, М.: Физматгиз, 1962, 254с.*

5 *Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям М.: Наука, 1965, - 703 с.*

6 *Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т.2, М.: Наука, 1974, - 297 с.*

7 *Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики М.: Наука, 1966, - 724 с.*

8 *Алдашев С.А.Корректность задачи Дирихле для вырождающегося многомерного гиперболо-параболического уравнения // Владикавказский матем. журнал, 2014,т. 16, вып. 4-с. 3-8.*

9 *Казез Е. Корректность смешанной задачи для одного вырождающегося многомерного гиперболо-параболического уравнения // Вестник КазНПУ, серия «физико-математические науки, 2019, №1(65)-с. 33-38*

МРНТИ 14.35.09
УДК 378.02:37.016

Ж.Т. Қайыңбаев[1], Ә.М. Орынбасар[1]

[1] Сулейман Демирел атындағы университеті, Қаскелен, Қазақстан

ОҚУШЫЛАРДЫҢ ҚАБІЛЕТІН ЕСКЕРУДІҢ БАСТЫ ЖОЛЫ – САРАЛАП ОҚЫТУ

Аңдатпа

Мақалада өткен заман және қазіргі кездегі педагогика, психология және физиология ғылымдары үшін маңызды болып отырған «оқушы қабілеттілігі» мәселесі қарастырылған. Мақалада, қабілеттілік ұғымын қазіргі кездегі саясаттану ғылымымен байланыстыра жүйеленген. Біліктілікті артыру мәселесі, жеке тұлғаның дамуы, қабілеті туралы айтылған. Үлкен адамның да, оқушының да еске сақтау, мінез, темперамент, қабілет, дарындылық, денсаулық жағдайы әртүрлі.

Алайда бұлардың барлығын өмірде, оқу, оқыту барысында түгел ескеру мүмкін емес. Ғалымдар даралап оқыту жалпы мәселе, ал даралап оқыту барысында оқушыларды қандай да ерекшеліктері бойынша топқа бөліп, арнаулы бағдарламамен оқу және оқыту ол саралап оқыту яғни саралап оқытудан туындайды деп, кейбір ғалымдар даралап оқыту саралап оқытудың жеке жағдайы, яғни, саралап оқытудан даралап оқыту туындайды деп қарастырады. Сол сияқты, мақалада оқушының математикалық қабілеттілігі мен оны анықтау жолдары да сарапталған.

Түйін сөздер: қабілеттілік, математикалық қабілеттілік, саралап оқыту, вундеркинд, Дальтон-жоспар.

Аннотация

Ж.Т. Кайынбаев[1], А.М. Орынбасар[1]

[1] Университет имени Сулеймана Демиреля, Каскелен, Казахстан

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СПОСОБНОСТИ УЧАЩИХСЯ – ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЯ

В статье рассматривается проблема «способностей учашихся», которая важна для современной педагогики, психологии и физиологии. В статье систематизировано понятие способности. Это вопрос профессионального развития, развития личности и ее способностей. И взрослый, и ученик различаются по памяти, поведению, темпераменту, способностям, таланту и здоровью. Однако не все из них могут быть приняты во внимание в жизни, в чтении и в обучении.

Ученые предположили, что персонализированное обучение является общей проблемой, и в процессе индивидуального обучения учащиеся группируются по особым признакам и что обучение и преподавание по специальным программам основано на дифференцированном обучении, поэтому некоторые ученые считают, что индивидуальное обучение - это индивидуальное состояние дифференцированного обучения, то есть индивидуальное обучение с дифференцированным обучением. Аналогичным образом, в статье рассматриваются математические способности учащихся и способы их выявления.

Ключевые слова: способность, математические способности, дифференциальное образование, вундеркинд, план Далтона**.**

Abstract

MAIN DIRECTIONS OF SKILL OF PUPILS' - DIFFERENTIAL EDUCATION

Kayinbaev J.T.[1], Orynbassar A.M.[1]

[1] Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan

The article considers the problem of "pupil's skills", which is important for modern pedagogy, psychology and physiology. In the article, the concept of ability is systematized and connected with modern political science. This is a matter of professional development, development of personality and abilities. Both the adult and the student differ in memory, behavior, temperament, abilities, talent and health. However, not all of them can be taken into account in life, in reading, and in learning.

Scientists have suggested that personalized learning is a common problem, and in the process of individual learning, students are grouped according to special characteristics and that teaching and teaching in special programs is based on differentiated learning, so some scholars believe that individual learning is an individual state of differentiated learning, i.e. individual learning with differentiated learning. Similarly, the article discusses the mathematical abilities of students and how to identify them.

Keywords: skill, mathematical skills, differential education, wonderkind, Dalton's plan**.**

Қазіргі замандағы басты мәселелердің бірі-меритократия, яғни қадірлілер билігі деп есептелінеді. Бұл жағдайға жеткенге дейін қоғам әр түрлі жағдайларды бастан өткізді. Бір кездері қоғамда аристократия маңызды болды. Ол қазақша айтқанда «Аузы қисық болса да бай баласы сөйлесін» принципі. Демек, қоғам үшін, адамның қоғамдағы орны үшін оның шыққан тегі өте маңызды роль атқарды. Одан кейінгі кезеңдерде, қоғамға демократия принципі келді. Бұл дегеніміз қазақша айтқанда «Көпке топырақ шашпа», «Көп қорқытады, терең батырады» деген сөз. Демек демократиялық қоғамда көпшілікке азшылық бағынады, мойын ұсынады. Қоғам дамуының қазіргі кезеңінде де бұл жағдайдан алыс кеткеніміз жоқ.

Алайда, осы жағдайлардың өзінде жекелеген адамның көпшілік білмегенді білетіндігі, көпшілік көре алмаған мәселелерді жеке адамның көре алуы тарихта болып тұрды. Ал, қазіргі постиндустриялы қоғамда жеке адамның білімі мен біліктілігі тіптен де маңызды [1]. Осы жағдайларға байланысты бұл күнде жеке адам, тұлға, жеке адамның дамуы, қабілеті және т.б мәселелер өте маңызды.

Педагогикада кез келген адамның, кез келген мектеп оқушыларының танымдық қабілеттері әртүрлі екендігі белгілі [2]. Үлкен адамның да, оқушының да еске сақтау, мінез, темперамент, қабілет, дарындылық, денсаулық жағдайы әртүрлі. Алайда бұлардың барлығын өмірде, оқу, оқыту барысында түгел ескеру мүмкін емес. Дегенімен, бұлардың кейбіреуін әсіресе оқу мен оқыту барысында ескермесе тағы да болмайтыны анық. Бұл жағдай педагогика мен психология ғылымына саралап оқыту және даралап оқыту ұғымдарымен қоса, осы аттас үлкен бір бағытты алып келді.

Саралап оқыту мәселесі Қазақстан құрамында болған Ресей империясы мектептерінде XVIII ғасырдың 30-жылдарынан бастап енгізіле бастаған. Әрине, бұл кезеңдердегі саралап оқытудың негізіне оқушылардың танымдық жағдайлары, деңгейлері емес олардың шыққан тектері маңызды рөл атқарады. Атап айтқанда, жалпы білім беретін мектептер немесе сол кездің тілімен айтсақ гимназия оқушыларын ЖОО-на дайындайтын классикалық гимназиялар және оқушыларын арнаулы оқу орындарына немесе практикалық жұмысқа дайындайтын реалды гимназиялар деп екіге бөлген [3]. Классикалық гимназияларға негізінен жоғары тап өкілдерінің балалары қабылданса, реалды гимназияларға негізінен ұсақ саудагерлердің, жұмысшылардың, шаруалардың балалары қабылданды. Қазан төңкерісінен кейін де мектептердің жоғары буыны гуманитарлық, жаратылыстану-математикалық және техникалық деп үш бағытқа бөлінеді. Сол сияқты, осы кезде Кеңес мектебінде кең тараған «Дальтон-жоспары» атты оқушыларға арналған білім беру жүйесі де осы саралап оқытудың іс жүзінде асуының көрінісі еді.

1905 жылы Американың Далтон қаласының мұғалімі Елена Паркхерсттің итальян ғалымы М.Монтессоридың идеялары негізінде жасап шығарған «Далтон-жоспар» атты оқу мен оқыту жүйесінің негізгі идеясында әр оқушының «ақыл ой қабілетінің» коэффициенті анықталады және әр оқушының алған білімінің оның өз ақыл-ой коэффициентіне сәйкестігі қадағаланады.

Ал, әр оқушының «ақыл-ой қабілетінің» коэффициентін анықтайтын әдістері: мұғалімнің байқауы, оқушы ата-анасын зерделеу, оқушы ата-анасымен әңгімелесу, сарапшының пайымдауы, оқушының білім нәтижелерін сараптау, оқушының қызығушылығы, әртүрлі психологиялық, педагогикалық, аналитикалық тестер және т.б. [4]. Осы айтылғандарға мысал ретінде оқушылардың математикаға қабілеттілік деңгейін анықтауға арналған бір тест келтірейік. Бұл тест он екі жастағы және одан ересек оқушылардың математикалық қабілеттерін жобалауға арналған. Тестің өту уақыты – 15 минут. Тапсырмаларды орындаудың жүйесі мынандай: қатардағы сандар белгілі бір заңдылық бойынша орналасқан, сол заңдылықты ескере отырып, сандар қатарындағы белгісіз санды табу керек.

1) 196, 175, 154, 133, 112, 91, …, 49, 28, 7
2) 39, 24, 23, 41, 7, 58, -9, 75, -25, …
3) -31, -30, -55, -1, -79, …, -103, 57, -127, 86
4) 23, …, 57, 74, 91, 108, 125, 142, 159, 176
5) 155, …, 205, 230, 255, 280, 305, 330, 355, 380
6) 5, -4, -13, …, -31, -40, -49, -58, -67, -76
7) -15, -1, 4, -9, 8, 9, …, 17, 14, 3
8) 89, …, 73, 83, 57, 70, 41, 57, 25, 44
9) …, -28, -16, -12, -8, 4, 0, 20, 8, 36
10) 11, 18, 12, …, 9, 7, 21, 0, 2, 26
11) 0, -9, -10, -7, -17, -3, …, -25, 4, -21
12) 6, -8, 1, 1, -15, 6, …, -22, 11, -9

13) 95, 95, 112, 86, 129, …, 146, 68, 163, 59
14) 92, 105, 106, 133, 120, 161, …, 189, 148, 217
15) 6, -3, -21, 15, -48, 33, …, 51, -102, 69
16) 120, …, 62, 33, 4, -25, -54, -83, -112, -141
17) 7, 31, 55, 79, 103, 127, 151, 175, …, 223
18) -2, -13, -27, -29, …, -45, -77, -61, -102, -77
19) -19, 4, 27, 50, 73, 96, 119, 142, …, 188
20) 38, 28, 18, …, -2, -12, -22, -32, -42, -52

Әрбір тапсырмаға дұрыс жауап бергенге 1 балдан береді. Демек, бұл тапсырмаларды дұрыс орындау оқушыға барлығы 20 балл жинауға мүмкіндік береді. Оқушының жинаған балының және жасының мөлшеріне қарай оның математикаға қабілеттілігі төмендегі кестеде көрсетілгендей анықталады:

Жасы	*Төменгі деңгей*	*Орта деңгей*	*Жоғары деңгей*
12-13 жас	*0-4*	*5-9*	*10-20*
14-16 жас	*0-6*	*7-11*	*12-20*
17+ жас	*0-8*	*9-13*	*14-20*

Жалпы, «Дальтон-жоспар» оқу мен оқыту жүйесі бойынша мұғалімнің негізгі міндеті, әр оқушының өз «ақыл ой қабілетінің» деңгейінде білім алуын жүзеге асыру.

- Оқу жылының басында әр пән бойынша оқушыға жеке тапсырмалар беріледі.
- Тапсырмалар мектеп бағдарламасымен ғана шектелмейді.
- Тапсырмалар негізінен проблемалар тұрғысында құрастырылды.
- Әр оқушыға берілген тапсырмалардың орындалуы ай, апта сайын нақтыланады.
- Тапсырмалардың күрделі болуы және оның орындалу жылдамдығы әртүрлі болды.
- Тапсырмаларды орындаудың жылдамдығы, оқушының қабілетімен байланыстырады.
- Оқушылар белгілі бір уақыт өткеннен кейін тапсырмаларының орындалу деңгейі жайлы мұғалімге есеп беріп тұрады.
- Біржақты анықталған сабақ кестесі болмайды.
- Бүкіл сыныппен күніне бір-ақ сабақ болады.
- Конференциялар ұйымдастырылады.
- Оқушылардың білім алуы негізінен олардың орындаған жеке жұмыстарының негізінде болды.
- Оқушылар білімді негізінен сынып бөлмелерінде емес, шеберханаларда, лабораторияларда және арнайы жасақталған мүмкіндігінше үй жағдайына келтірілген «үйлерде», тіпті табиғат аясында алады.
- Мұғалімнің барлық сынып оқушыларына арналған сабақ түсіндіруі болмайды.
- Білім алудың негізгі қағидаларына гуманизмнің негізгі қағидалары: еркіндік, ынтымақтастық, өз бетімен жұмыс істеу қағидалары алынады.
- Еркіндік қағидасы оқушының оқимын деген пәндері, оның тарауларын, бірге жұмыс істейтін әріптесін, білім көздерін, білім алудың жылдамдығын, білім алудың әдістері мен формаларына өз бетімен таңдауы негізінде жүзеге асырылды. Алайда бұл жағдайлар оқушының білім алуын өзінің қадағалауы, басқа оқушылармен өзара бақылау, білім деңгейі үшін өзінің жауап беру сияқты мәселелерден босатпайды. Әр оқушы мұғалімге орындаған тапсырмалары жайлы жеке есеп береді.
- Ынтымақтастық қағидасы оқушының жеке, қосарланып, топпен, ата-аналармен, мұғаліммен жұмыс жасау негізінде жүзеге асады. Бұл кездегі ең басты мәселенің бірі оқушының қандай да материалды білмей қаламын-ау деп қорықпауы болып саналады. Сол сияқты, мұнда оқушыда үлкенді сыйлау, басқаға көмектесу, проблеманың шешімін бірге іздеу, әртүрлі пікірлерге төзімді болу, оларды сыйлау, өзара сенім, өзара жауапкершілік, басқа адамды тыңдай білу сияқты біліктіліктердің қалыптасуына ерекше мән беріледі.
- Өз бетімен жұмыс істеу қағидасы оқушының өз білім алу траекториясын өзінің анықтауы және таңдауына өзінің жауап беруі негізінде жүзеге асырылады.

Мұғалім бүкіл сыныппен жалпы жұмыс өте аз жүргізеді, есесіне мұғалімнің негізгі күші әр оқушымен жүргізілінетін жеке жұмысқа бағытталады. 30-жылдардың басынан бастап кеңес мектебінде саралап оқыту мәселесін практикалық-педагогикалық тұрғыдан жүзеге асыру да, ғылыми тұрғыдан зерттеу жағдайы да төмендеп кетті. Дегенімен, алпысыншы жылдардан кейін өмірлік қажеттілікке байланысты КСРО мектептерінде жаппай болмаса да саралап оқыту мәселесіне көңіл аударыла бастады. Атап айтқанда, ірі қалаларда физика мен математиканы тереңдетіп оқытатын мектептер ашыла бастады, жалпы білім беретін орта мектептің оқу жоспарларына факультативтік курстар енгізілді.

Содан бері қарай жүргізілген зерттеу жұмыстарын жүйелесек, ол мына жағдайларға келіп саяды. Саралап оқыту ұғымының мәртебесі жайлы бұрынғы кеңес педагогикасында да біржақты қабылданған шешім жоқ [5]. Және де осы мәселеге байланысты соңғы еңбектерді талдап қарасақ, ондай шешім болмайтын сияқты. Себебі, саралап оқытуды кейбір авторлар оқытудың әдісі ретінде, басқалары оқытудың формасы ретінде, ал қалғандары болса оқу мен оқытудың принципі ретінде, төртіншілері оқытудың мазмұны ретінде қарастырады. Мектепте білім беруді саралау дегеніміз бүтінді бөлікке бөлудің барысы және нәтижесі, соның негізінде оқушылардың білім алу бағытындағы әртүрлі қажеттіліктерін қанағаттандыру. Мектепте білім беруді саралаудың мақсаты әр оқушының білім алуына мүмкіндігінше жағдай жасау.

Саралап оқыту дегеніміз оқушылардың жеке типтік ерекшеліктерін ескеріп, оқыту-тәрбиелеу барысын ұйымдастыру. Даралап оқыту дегеніміз оқушының жеке қасиеттерін, оның оқуға деген қабілетінің даму деңгейін ескере отырып, оқытудың тәсілін, әдістерін, қарқынын таңдау негізінде ұйымдастырылған оқытудың барысы. Кейбір жағдайларда даралап оқыту жеке оқушыға емес, оқушылардың қандай да бір тобына қатысты болуы мүмкін. Демек, даралап оқыту бір оқу жоспарының, бір бағдарламаның негізінде жүзеге асса, саралап оқыту барысында әртүрлі оқу жоспарлары, оқу бағдарламалары, оқулықтары, оқу қарқында болуы қалыпты жағдай.

Саралап оқыту екі үлкен топқа: іштей саралап оқыту және сырттай саралап оқытуға бөлінеді. Іштей саралап оқыту дегеніміз барлық оқушылар оқу жоспарымен, бірдей оқу бағдарламасымен, бірдей оқулықпен, оқушының жеке ерекшеліктерін ескеріп, оқытудың түрлі әдістерін, формаларын қолдануы. Іштей саралап оқытуда көп жағдайда даралап оқыту деп те атайды. Сырттай саралап оқыту – оқушылардың өз ерекшеліктері, қабілеттері бейімдері негізінде топтарға бөлініп оқуы. Саралап оқыту болсын, даралап оқыту болсын олардың негізіне оқушылардың оқу мен оқыту нәтижелеріне ең көп әсер ететін жеке қасиеттер алынуға тиіс.

Ал, оқушының оқу нәтижелеріне ең көп әсер ететін жағдай не?

Даралап, саралап оқыту барысында маңызды рөл атқаратын жағдайлар:

- оқушының қабілеті;
- жоғары психикалық функциясы;
- білім алуға деген мотивациясы және қызығушылығы;
- болашақта алсам деп жобалаған кәсібі;

Оқушының қабілеті.

Білім алу мәселесінде ерекше маңызға ие мәселелердің бірі – қабілет. Әр адамның қабілеті әртүрлі. Жеке жағдайда қабілет, оқушының ақыл-ой дамуының деңгейі.

«Қабілет дегеніміз қандайда іс-әрекеттің түрін табысты орындауға негіз болатын тұлғаның психикасының қасиеті» (Н.С. Левитас).

«Қабілеттілік оқушының қысқа уақыт аралығында үлкен нәтижеге қол жеткізуі». (Д.Б. Богоявленская).

«Қабілет дегеніміз, білім алу қызметінің нәтижелі болуына тікелей әсер ететін тұлғаның ақыл-ой сапасының зияткерлік қасиеттерінің жүйесі». (З.И. Калмыкова).

Бұл жағдайларға әсер ететіндер оқушының назар аударуы, есі, темпераменті және т.б. Қабілеттілік дегеніміз көп жағдайда оқушының оқуға деген ынтасы, бейімі, қызығушылығы. Жалпы қабілет және оның пайда болуы жайлы қазіргі кезде психология ғылымында екі түрлі пікір бар. Оның біріншісі, қабілеттілік табиғатының адамға толық бере салған сыйы емес. Адамдарда тек қана қабілеттіліктің дамуына қажетті табиғи алғышарттар ғана болады. Алайда ол әлі қабілеттілік емес, ол тек қабілеттіліктің анатомиялық-физиологиялық алғышарттары. Білім берудің басты мақсаты да осыны дамыту болып табылады.

Қабілеттілік дегеніміз оқушының материалдарды есте сақтауы, логикалық операциялар жүргізе алуы және шығармашылықпен ойлай алу жағдайлары. Жеке қабілеттілік дегеніміз оқушының қандай да сала бойынша ерекше нәтижеге қол жеткізуі немесе мұны көп еңбектерде қабілетті деп те атайды.

Ю.Н. Самариннің пайымдауынша қабілеттілік үш түрге бөлінеді:

1. жалпы қабілеттілік (кез келген салада нәтижелі ақыл ой жұмысы);
2. жеке қабілеттілік (музыкаға, математикаға және т.б.);
3. практикалық (ұйымдастыру, жобалау, техникалық, педагогикалық және т.б.).

Жақсы нәтижеге қол жеткізген оқушыларды бір сыныпқа жинау жеке қабілеттілік бойынша саралап оқыту. Қабілетке әсер ететін мәселелер: эмоция, мінез, темперамент, қиялдау, шығармашылық, ерік, жігер. Бұлардың ішіндегі ерекше маңызға ие, адамның жоғары психикалық функциялары ойлау, назар аудару, ес. Назар аудару мен ес бойынша саралап оқытудың психологиялық негізі неде?

Назар аудару үш түрлі компоненттен тұрады:

1. назардың тұрақтылығы және ұзақтығы.
2. назарды бір нәрседен екінші нәрсеге аудара білу.
3. назардың айналаның әрекетіне төтеп бере алу жағдайы.

Естің төрт түрі:

1. көргенді жақсы еске сақтау.
2. естігенді жақсы еске сақтау.
3. кинестикалық еске сақтау.
4. алдыңғы жағдайлар аралас болатын еске сақтау.

Оқушының білім алуға деген мотивациясы және қызығушылығы. Саралап оқытудың негізіне алынатын мәселелердің бірі – оқушының оқуға деген мотивациясы. Мотивация танымдық, әлеуметтік болып екіге бөлінеді. Әлеуметтік мотивке қарағанда танымдық мотив маңызды рөл атқарады. Танымдық мотивтеріне қарай оқушылар төрт топқа бөлінеді:

1. аморфты қызығушылықты оқушылар;
2. кең қызығушылықты оқушылар;
3. өзекті қызығушылықты оқушылар;
4. қызығушылықтары жоқ оқушылар.

Мақала көлеміне қойылатын шектеуге байланысты қазірше осы жерде тоқтағанымызбен, болашақта біз үшін төмендегідей мәселелер маңызды болмақ:

1. оқушының жалпы қабілеті;
2. оқушының математикалық қабілеті;
3. қабілетті және вундеркинд;
4. бала қабілетті болып туа ма әлде бала қабілетті болып бірте бірте қалыптаса ма?
5. баланың қабілетті болуына әсер ететін факторлар не?
6. бала қабілеті бірте бірте жоғалып кетуі мүмкін ба?
7. IQ және қабілеттілік;
8. қабілетті баланы қалай анықтаймыз?
9. қабілетті баланы кім, қалай және оларды неге оқыту керек және т.с.с.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Аверина Н.И. Вербальный тест творческого мышления «Необычное использование»: Пособие для школьних психологов/ И.С.Аверина, Е.И.Щебланова. – М.: Соборъ, 1996

2 Бабаева Ю.Д. Психологический тренинг для выявления одаренности: Метод.пособие. – М.: Молодая гвардия, 1998. – 278 с.

3 Выготский Л.С. Воображение и творчество в детском возрасте. – М.: Просвещение, 1991. – 91 с.

4 Грановская Р.М. Творчество и преодоление стереотипов / Р.М. Грановская, Ю.С. Кржангская. – СПб.: OMS, 1994. – 192 с.

5 Сыдықов Б.Д., Хабибуллаев Ж.О., Болашақ математика мұғалімінің кіші жастағы оқушылардың логикалық ойлауын дасытуға кәсіби даярлығын қалыптастыру, Хабаршы «Физика-математика ғылымдары» сериясы. №2(58), Абай атындағы ҚазҰПУ. Алматы, 2017. – Б.100-105.

МРНТИ 27.23.23
УДК 517.52

А.А. Калыбай[1]*, Д.С. Каратаева*[2]

[1]*Университет КИМЭП, г. Алматы, Казахстан*
[2]*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан*

ОСЦИЛЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОЛУЛИНЕЙНОГО РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА СО ЗНАКА МЕНЯЮЩИМСЯ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Аннотация

В статье исследуются условия осцилляторности и неосцилляторности двухчленного полулинейного разностного уравнения второго порядка. Такое уравнение, когда коэффициент при неизвестной последовательности является неотрицательная последовательность действительных чисел достаточно хорошо исследованы различными методами. Здесь предполагается, что это коэффициент произвольная последовательность действительных чисел, т.е. члены этой последовательности могут принимать значения любого знака. Используя вариационное условие, на основании критерии выполнения трёхвесового разностного неравенства типа Харди на множестве финитных последовательностей, полученные ранее авторами, установлены необходимые, достаточные условия неосцилляторности и осцилляторности рассматриваемого полулинейного разностного уравнения второго порядка. Дается простое, удобное при применении, достаточное, необходимое условия осцилляторности уравнения. Как следствие получены новые необходимые, достаточные условия осцилляторности и неосцилляторности линейного уравнения со знака меняющимся коэффициентом. Известно, что, если коэффициент при неизвестной последовательности является отрицательная последовательность, то такое полулинейное уравнение неосцилляторно. Поэтому дан ответ на вопрос, при каком поведение положительной части этого коэффициента уравнение осцилляторно.

Ключевые слова: полулинейное разностное уравнение, линейное уравнение, осцилляторное уравнение, неосцилляторное уравнение, расширенное весовое неравенство Харди.

Аңдатпа

А.А. Қалыбай[1]*, Д.С. Қаратаева*[2]
[1]*КИМЭП Университеті, Алматы қ., Қазақстан*
[2]*Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*

КОЭФФИЦИЕНТТЕРІНІҢ ТАҢБАСЫ АУЫСПАЛЫ ЕКІНШІ РЕТТІ ЖАРТЫЛАЙ СЫЗЫҚТЫ АЙЫРЫМДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ ТЕРБЕЛІМДІЛІК ҚАСИТЕТТЕРІ

Мақалада екінші ретті екі мүшелі жартылай сызықты айырымдық теңдеудің тербелімділік және тербелімсіздік шарттары зерттелінген. Коэффициенті теріс емес нақты сандар тізбегі ретінде қабылданған теңдеулер әр түрлі әдістермен жақсы зерттелген. Ал мына теңдеуде коэффициенттері кез-келген нақты сандар тізбегі бола береді, яғни осы тізбектің мүшелері кез-келген таңбаны қабылдай береді. Вариация шартын қолдана отырып, авторлардың бұрын алынған нәтижелеріндегі финитті тізбектер жиынында үш салмақты Харди типті айырымдық теңсіздіктің орындалу критерийі негізінде, екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеудің тербелімсіздіктің, тербелімділіктің қажетті, жеткілікті шарттары алынған. Қарапайым және қолдануға ыңғайлы түрде теңдеудің тербелімділігінің қажетті және жеткілікті шарты берілген. Нәтижесінде коэффициенттерінің таңбасы ауыспалы сызықтық теңдеудің тербелімділіктің және тербелімсіздіктің жаңа қажетті, жеткілікті шарттары алынды. Егер белгісіз тізбектің коэффициенттері теріс тізбек болса, онда мұндай жартылай сызықты теңдеу тербелімсіз болады. Сондықтан, осы коэффициенттің оң бөлігінің әрекеті қандай болғанда теңдеуіміз тербелімді болады деген сұрақтарға жауап берілген.

Түйін сөздер: жартылай сызықты айырымдық теңдеу, сызықтық теңдеу, тербелімді теңдеу, тербелімсіз теңдеу, кеңейтілген салмақты Харди теңсіздігі.

Abstract

OSCILLATORY PROPERTIES OF A SECOND ORDER HALF-LINEAR DIFFERENCE EQUATION OF THE WITH A SIGN OF A CHANGING COEFFICIENT

Kalybay A.A.[1]*, Karatayeva D.S.*[2]
[1]*KIMEP University, Almaty, Kazakhstan*
[2]*L.N. Gumilyov Eurasian National University, Almaty, Kazakhstan*

The article explores the conditions of oscillation and non-oscillation of two membered second order half-linear difference equations of the. Such an equation, when the coefficient for an unknown sequence is a non-negative sequence of real numbers is fairly well researched with various methods. Here, it is ssumed that this coefficient is an arbitrary sequence of real numbers, i.e. members of this sequence can take values of any sign. Using the variational condition, on the basis of the criterion for the fulfillment of a three-weight difference Hardy type inequality on the set of compactly supported sequences obtained earlier by the author, the necessary, sufficient conditions for the non-oscillatory and oscillatory nature of the second-order half-linear difference equation are considered. A simple, convenient in application, sufficient, necessary condition for the oscillation of the equation is given. As a result, new necessary, sufficient conditions for the oscillation and non-oscillation of a linear equation with a sign with a changing coefficient are obtained.

It is known that if the coefficient for an unknown sequence is a negative sequence, then such a half-linear equation is non-oscillatory. Therefore, the answer to the question is under what behavior of the positive part of this coefficient the equation is oscillatory.

Keywords: half-linear difference equation, linear equation, oscillator equation, non-oscillator equation, extended Hardy weighted inequality.

1. Введение

Рассмотрим полулинейное разностное уравнение второго порядка:

$$\Delta\left(\rho_i|\Delta y_i|^{p-2}\Delta y_i\right)+\upsilon_i|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1}=0,\ i=0,1,2,.... \tag{1}$$

где $\Delta y_i = y_{i+1}-y_i$. Здесь и далее $1<p<\infty$. Относительно коэффициентов уравнения (1) полагаем, что $\upsilon=\{\upsilon_i\}$ и $\rho=\{\rho_i\}$ являются последовательностями действительных чисел. Более того, пусть $\rho_i>0$ для всех $i=0,1,2,....$

Приведем необходимые для настоящей работы определения и утверждения. Пусть $m\geq 0$ и $n\geq 0$ - целые числа. Для краткости будем писать «интервал», подразумевая «дискретный интервал».

- Говорят что интервал $(m,m+1]$ содержит обобщённый нуль нетривиального решения $y=\{y_i\}$ уравнения (1), если $y_m\neq 0$ и $y_m y_{m+1}\neq 0$.

- Нетривиальное решение уравнения (1) называется осцилляторным, если оно имеет бесконечное число обобщённых нулей, в противном случае оно называется неосцилляторным.

- Уравнение (1) называется осцилляторным, если все его нетривиальные решения являются осцилляторными, в противном случае оно называется неосцилляторным.

Изучению осцилляционных свойств уравнения (1) посвящено большое количество работ (см., например, [1, 2, 3, 4, 5, 6] и приведенные там ссылки). Эта проблема первоначально изучалась для случая $p=2$, т.е. когда уравнение (1) имеет вид

$$\Delta\left(\rho_i\Delta y_i\right)+\upsilon_i y_{i+1}=0,\ i=0,1,2,.... \tag{2}$$

которое часто в работах записывается следующим образом

$\rho_{n-1}y_{n-1}+\rho_n y_{n+1}+u_n y_n=0,\ u_n=\upsilon_n-\rho_n-\rho_{n-1},\ n=1,2,3,....$

Уравнения (1) и (2) соответственно являются дискретными аналогами следующих полулинейных дифференциальных уравнений второго порядка

$$(\rho(t)|y'(t)|^{p-2}y'(t))'+\upsilon(t)|y(t)|^{p-2}y(t)=0,\quad t>0, \tag{3}$$

$$(\rho(t)|y'(t)|)'+\upsilon(t)y(t)=0,\quad t>0.$$

Последнее уравнение является хорошо известным уравнением Штурма-Лиувилля, изучение которого началось в 1836 в работе [7] и продолжается по сегодняшний день. Исследование уравнение вида (3) начали в семидесятых годах прошлого века (см., например, [8], [9]).

Нетривиальную числовую последовательность $y=\{y_i\}_{i=0}^{\infty}$ назовем финитной, если конечное число её членов отлично от нуля, а множество $\operatorname{supp} y:=\{i\geq 0: y_i\neq 0\}$ назовем её носителем. Обозначим через $\overset{\circ}{Y}(m,n)$ совокупность всех финитных последовательностей y, у которых $\operatorname{supp} y\subset[m+1,n]$, $n<\infty$. При $n=\infty$ мы полагаем, что для любого y найдётся целое число $k=k(y): m<k<\infty$ такое, что $\operatorname{supp} y\subset[m+1,k]$.

Исследование уравнения (1) опирается на следующее утверждение, приведённое в работе [1].

Теорема A$^+$ *Уравнение (1) является неосцилляторным тогда и только тогда, когда существует m>1 и выполняется неравенство*

$$\sum_{i=m}^{\infty}(\rho_i|\Delta y_i|^p - \upsilon_i|y_{i+1}|^p) \ge 0 \tag{4}$$

для всех нетривиальных $y \in \overset{\circ}{Y}(m,n)$.

Теорема A.Уравнение (1) является осцилляторным тогда и только тогда, когда для любого $m>1$ неравенство (4) не выполняется, т.е. для любого $m>1$ существует $\hat{y} \in \overset{\circ}{Y}(m,\infty)$ такой, что

$$\sum_{i=m}^{\infty}(\rho_i|\Delta \hat{y}_i|^p - \upsilon_i|\hat{y}_{i+1}|^p) < 0$$

Здесь нам понадобится утверждение, эквивалентное теореме A$^-$, доказательство которого приведено в работе [3].

Теорема B. *Пусть* $0 \le m < n < \infty$. *Уравнение (1) является неосцилляторным тогда и только тогда, когда существует* $m>1$ *и выполняется неравенство*

$$\sum_{i=m}^{\infty}\lambda\upsilon_{i-1}|y_i|^p \le \sum_{i=m}^{\infty}\rho_i|\Delta y_i|^p, \quad y \in \overset{\circ}{Y}(m,\infty), \tag{5}$$

где $\upsilon_{-1}=0$.

Если $\upsilon_i \ge 0, \forall i \ge 1,$ то это неравенство является дискретным неравенством Харди с наилучшей постоянной меньше или равной единице. Поэтому в работах [2], [3], [4], [5], [6], [10] получены различные условия осцилляторности и неосцилляторности уравнения в вида (1) для неотрицательной последовательности υ. В нашем случае члены последовательности υ может принимать значения с разными знаками, что затрудняет исследованию.

Положим $\upsilon_i^+ = \max(0;\upsilon_i)$ и $\upsilon_i^- = \max(0;-\upsilon_i)$. Тогда $\upsilon_i = \upsilon_i^+ - \upsilon_i^-$ для всех $i=0,1,2,...,$ и уравнение (1), а также соотношение (5), соответственно, будут имеет вид

$$\Delta\left(\rho_i|\Delta y_i|^{p-2}\Delta y_i\right) - \upsilon_i^-|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1} + \upsilon_i^+|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1} = 0,\ i=0,1,2,..., \tag{6}$$

$$\sum_{i=m}^{\infty}\upsilon_{i-1}^+|y_i|^p \le \sum_{i=m}^{\infty}\left(\rho_i|\Delta y_i|^p + \upsilon_i^-|y_{i+1}|^p\right)$$

Чтобы исследовать в более общих ситуациях, рассмотрим следующее разностное уравнение

$$\Delta\left(\rho_i|\Delta y_i|^{p-2}\Delta y_i\right) + \omega_i|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1} - r_i|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1} = 0,\ i=0,1,2,..., \tag{7}$$

где $r=\{r_i\}$, как и $\omega=\{\omega_i\}$, - последовательность неотрицательных действительных чисел. Если положим $\omega_i=\upsilon_i^+$ и $r_i=\upsilon_i^-$ для всех $i=0,1,2,...,$ тогда уравнение (7) переходит к уравнению (13), т.е. уравнение (1) является частным случаем уравнения (7). Для уравнения (7), неравенство (5) эквивалентно неравенству

$$\sum_{i=m}^{\infty}\omega_{i-1}|y_i|^p \le \sum_{i=m}^{\infty}\left(\rho_i|\Delta y_i|^p + r_{i-1}|y_i|^p\right), \quad y \in \overset{\circ}{Y}(m,\infty). \tag{8}$$

Из теоремы B и последнего неравенства следует

Теорема 1. *Уравнение (7) является неосцилляторным тогда и только тогда, когда для некоторого* $m>1$ *выполняется неравенство (8).*

Рассмотрим расширенного весового неравенства Харди в разностной форме

$$\sum_{i=m}^{\infty}\omega_{i-1}|y_i|^p \le C_m\sum_{i=m}^{\infty}\left(\rho_i|\Delta y_i|^p + r_{i-1}|y_i|^p\right), \quad y \in \overset{\circ}{Y}(m,\infty). \tag{9}$$

Отметим, что подобная задача для дифференциального уравнения (3) была рассмотрена в работе [12].

Связь между неравенством (9) и уравнением (7) дается в следующей лемме.

Лемма 1. *Пусть* C_m *– наилучшей константа в (9). Тогда уравнение (7)*

(i) неосцилляторно тогда и только тогда, когда существует $m > 1$ *и выполнено* $0 < C_m \le 1$;

(ii) осцилляторно тогда и только тогда, когда для любого $m > 1$ *выполнено* $C_m > 1$.

Доказательство леммы 1. Так как утверждение (ii) является отрицанием утверждения (i), то достаточно доказать утверждение (i). Пусть уравнение (7) неосцилляторно. Тогда, в силу теоремы 1, существует $m > 1$ и выполняется неравенство (8) для всех $y \in \overset{\circ}{Y}(m,\infty)$. Это означает, что $0 < C_m \le 1$.

Обратно, пусть существует $m > 1$ и выполнено $0 < C_m \le 1$. Тогда для $m > 1$ выполнено (8) для всех $y \in \overset{\circ}{Y}(m,\infty)$. Поэтому на основании теоремы 1 уравнение (7) неосцилляторно. Лемма 1 доказана.

Таким образом, основной целью данной статьи является изучение осцилляционных свойств уравнения (7), которые в силу леммы 1 зависят от выполнения расширенного неравенства Харди (9). Далее, с учётом того, что уравнение (1) является частным случаем уравнения (7), полученные результаты применяются к изучению осцилляционных свойств уравнения (1).

2. Характеризация неравенства (9) и оценка его константы C

Для представления основного результата по неравенству (9) нам понадобится следующая лемма, доказанная в работе [11]. Пусть $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=1$

Лемма 2. *Пусть* $1 < p < \infty$. *Пусть функция* g *определена следующим образом* $g(\lambda)=\frac{\lambda^p}{\lambda^p-1}-\frac{1}{(\lambda-1)^p}$ *на* $(1,\infty)\subset R$. *Тогда существует число* $\lambda_0 := \lambda_0(p)$ *такое, что* $1<\lambda_0<2$ *и* $\frac{1}{(\lambda_0-1)^p}=\frac{\lambda_0^p}{\lambda_0^p-1}$, *для которого выполняется* $g(\lambda)>0$ *при* $\lambda>\lambda_0$ *и* $g(\lambda)<0$ *при* $1<\lambda<\lambda_0$.

Положим

$$\varphi_r^-(m,d)=\inf_{m<c\le d}\left\{\left(\sum_{i=c}^{d}\rho_i^{1-p'}\right)^{1-p}+\sum_{i=c}^{d-1}r_i\right\},$$

$$\varphi_r^+(d,n)=\inf_{d\le c<n}\left\{\left(\sum_{i=d}^{c}\rho_i^{1-p'}\right)^{1-p}+\sum_{i=d}^{c-1}r_i\right\},$$

$$B_{r,\omega}:=B_{r,\omega}(m)=\sup_{m<t\le s<\infty}\left(\sum_{i=t}^{s-1}\omega_i\right)\left(\varphi_r^-(m,t)+\sum_{i=t}^{s-1}r_i+\varphi_r^+(s,n)\right)^{-1}.$$

Теорема 2. *Пусть величины* λ_0 *и* λ *определены как в лемме 2. Пусть* $0\le m<\infty$. *Неравенство (9) выполняется тогда и только тогда, когда* $B_{r,\omega}(m)<\infty$. *Более того, для наименьшей константы в (9) выполняется*

$$B_{r,\omega}(m)\le C_m\le 2\gamma_p B_{r,\omega}(m), \tag{10}$$

где $\gamma_p=\inf\limits_{1<\lambda<\lambda_0}\frac{\lambda^p(\lambda^p-1)}{(\lambda-1)^p}$.

Доказательство теоремы 2 можно найти в работе [12]. Поэтому в данной работе мы ограничимся тем, что представим только её формулировку. Отметим также, что неравенство (9) было ранее изучено в работе [13], но в работе [12] найдена более точная оценка константы C.

При $r_i=0,\ i=1,2,...,$ неравенства (9) имеет вид

$$\sum_{i=m}^{\infty}\omega_{i-1}|y_i|^p\le C_m\sum_{i=m}^{\infty}\rho_i|\Delta y_i|^p,\quad y\in\overset{\circ}{Y}(m,\infty). \tag{11}$$

Из теоремы 2 как следствие получим следующую теорему полученной в [10].

Теорема 3. *Пусть* $0 \le m < \infty$. *Неравенство (11) выполняется тогда и только тогда, когда* $B_\omega(m) < \infty$. *Более того, для наименьшей константы в (11) выполняется*

$$B_\omega \le C_m \le 2\tilde{\gamma}_p B_\omega, \tag{12}$$

где

$$B_\omega(m) = \sup_{m<t\le s<n}\left(\sum_{i=t}^{s-1}\omega_i\right)\left(\left(\sum_{i=m}^{t}\rho_i^{1-p'}\right)^{1-p} + \left(\sum_{i=s}^{n}\rho_i^{1-p'}\right)^{1-p}\right)^{-1}$$

и

$$\tilde{\gamma}_p = \inf_{1<\lambda}\frac{\lambda^p(\lambda^p - 1)}{(\lambda - 1)^p}.$$

3. Основные результаты.

Этот раздел посвящён изучению осцилляционных свойств уравнения (7), которые следуют из теорем 2 и леммы 1.

Применяя теорем 2 и леммы 1 к проблеме неосцилляторности и осцилляторности уравнение (7) получим следующую теорему.

Теорема 4.

(i) Для того, чтобы уравнение (7) было неосцилляторным, выполнение условия $B_{r,\omega}(m) \le 1$ *необходимо, а выполнение условия* $2\gamma_p B_{r,\omega}(m) \le 1$ *достаточно для некоторого* $m \ge 0$;

(ii) Для того, чтобы уравнение (7) было осцилляторным, выполнение условия $2\gamma_p \limsup_{m\to\infty} B_{r,\omega}(m) > 1$ *необходимо, а выполнение условия* $\limsup_{m\to\infty} B_{r,\omega}(m) > 1$ *достаточно.*

Доказательство. Утверждение пункта (i) данной теоремы напрямую следует из утверждения пункта (ii) теоремы 4. Поэтому докажем только пункт (ii).

Пусть уравнение (7) осцилляторно. Тогда по лемме 1 $C_m > 1$ из (10) следует $2\gamma_p B_{r,\omega}(m) > 1$ для любого $m > 1$. Следовательно, $2\gamma_p \limsup_{m\to\infty} B_{r,\omega}(m) > 1$.

Обратно, пусть $\limsup_{m\to\infty} B_{r,\omega}(m) > 1$. Тогда существует возрастающая последовательность натуральных чисел $\{m_k\}_{k=1}^{\infty}$ такая, что $m_k \to \infty$ для $k \to \infty$ и $B_{r,\omega}(m_k) > 1$ для всех $k \ge 1$.Так как выражение $B_{r,\omega}(m)$ не возрастает по m, то $B_{r,\omega}(m) > 1$ для всех $m > 1$. Тогда из (10) имеем $C_m > 1$ для всех $m > 1$ следовательно по лемме 1 уравнение (7) осцилляторно. Доказательство теоремы 4 завершено.

Из теоремы 4 мы имеем следующее.

Следствие 1.

(i) Если существуют последовательности целых чисел m_k, t_k *и* $s_k, k \ge 1$, *, таких, что* $0 < m_k \le t_k < s_k$, $m_k \to \infty$ *для* $k \to \infty$ *и выполняется*

$$\sum_{i=t_k}^{s_k-1}\omega_i > \varphi_r^-(m_k, t_k) + \sum_{i=t_k}^{s_k-1} r_i + \varphi_r^+(s_k, \infty)$$

для достаточно больших k *тогда уравнение (7) является осцилляторным;*

(ii) Если уравнение (7) является осцилляторным, тогда существуют последовательности целых чисел m_k, t_k *и* $s_k, k \ge 1$, *таких, что* $0 < m_k \le t_k < s_k$, $m_k \to \infty$ *для* $k \to \infty$ *и выполняется*

$$\sum_{i=t_k}^{s_k-1}\omega_i > \frac{1}{2\gamma_p}\left(\varphi_r^-(m_k, t_k) + \sum_{i=t_k}^{s_k-1} r_i + \varphi_r^+(s_k, \infty)\right).$$

При условие $r_i = 0, \forall i \ge 1$ *уравнение (7) имеет вид*

$$\Delta\left(\rho_i|\Delta y_i|^{p-2}\Delta y_i\right) + \omega_i|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1} = 0,\ i = 0, 1, 2, \dots, \tag{13}$$

где ω *неотрицательная последовательность действительных чисел.*

Из теоремы 4 как следствие получаем условия осцилляторности и неосцилляторности уравнение (7), полученный ранее в работе [10].

Следствие 2.

(i) Для того, чтобы уравнение (13) было неосцилляторным, выполнение условия $B_{r,\omega}(m) \le 1$ *необходимо, а выполнение условия* $2\tilde{\gamma}_p B_\omega(m) \le 1$ *достаточно для некоторого* $m \ge 0$;

(ii) Для того, чтобы уравнение (13) было осцилляторным, выполнение условия $2\tilde{\gamma}_p \lim_{m\to\infty}\sup B_\omega(m) > 1$ *необходимо, а выполнение условия* $\lim_{m\to\infty}\sup B_\omega(m) > 1$ *достаточно.*

Перейдем к уравнению (1). Напомним, что уравнение (1) является частным случаем уравнения (7). Заменив ω на υ^+ и r на υ^-, мы получим следующие теоремы и следствия.

Теорема 5.

(i) Для того, чтобы уравнение (1) было неосцилляторным, выполнение условия $B_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m) \le 1$ *необходимо, а выполнение условия* $2\gamma_p B_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m) \le 1$ *достаточно для некоторого* $m \ge 0$;

(ii) Для того, чтобы уравнение (1) было осцилляторным, выполнение условия $2\gamma_p \lim_{m\to\infty}\sup B_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m) > 1$ *необходимо, а выполнение условия* $\lim_{m\to\infty}\sup B_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m) > 1$ *достаточно.*

Следствие 3.

(i) Если существуют последовательности целых чисел m_k, t_k *и* $s_k, k \ge 1,$ *таких, что* $0 < m_k \le t_k < s_k$, $m_k \to \infty$ *для* $k \to \infty$ *и выполняется*

$$\sum_{i=t_k}^{s_k-1} \upsilon_i > \varphi^-_{\upsilon^-}(m_k, t_k) + \varphi^+_{\upsilon^+}(s_k, \infty)$$

для достаточно болших k *тогда уравнение (7) является осцилляторным;*

(ii) Если уравнение (7) является осцилляторным, тогда существуют последовательности целых чисел m_k, t_k *и* $s_k, k \ge 1,$ *таких, что* $0 < m_k \le t_k < s_k$, $m_k \to \infty$ *для* $k \to \infty$ *и выполняется*

$$\sum_{i=t_k}^{s_k-1} \upsilon_i^+ > \frac{1}{2\gamma_p}\left(\varphi^-_{\upsilon^-}(m_k, t_k) + \sum_{i=t_k}^{s_k-1} \upsilon_i^- + \varphi^+_{\upsilon^-}(s_k, \infty)\right).$$

Если начиная с некоторого номера $n > 1, \upsilon_i^+ = 0, \forall i \ge n,$ то уравнение (1) неосцилляторно. Так как в этом случае из (8) при $m > n$ следует

$$0 \le \sum_{i=m}^{n}\left(\rho_i |\Delta y_i|^p + r_{i-1}|y_i|^p\right), \quad y \in \mathring{Y}(m, \infty).$$

и по теореме 1 уравнение (1) неосцилляторно.

Поэтому чтобы уравнение был осцилляторным, необходимо для каждого натурального $n > 1$ существовал индекс $i_n > n$ такой, что $\upsilon^+_{i_n} \ne 0$. Теперь, возникает вопрос о влиянии положительной части последовательности υ на осцилляторность уравнения (1). Так как $\operatorname{supp}\upsilon^+ \cap \operatorname{supp}\upsilon^- = \varnothing$, то из следствие 3 имеем утверждение отвечающее на это вопрос .

Следствие 4.

Пусть $\upsilon^+_{n_i} \ne 0, i = 1, 2, 3, \ldots, \lim_{i\to\infty} n_i = \infty.$ *Если* $\lim_{i\to\infty}\sup \dfrac{\upsilon^+_{n_i}}{\rho_{n_i} + \varphi^+_{\upsilon^-} - (n_i + 1, \infty)} > 1$ *то уравнение (1) осцилляторно.*

Утверждение **следствие 4** следует из первого утверждение **следствие 4** при $m_k = t_k = n_i, s_k = t_k + 1$.

Из теоремы 5 имеем условия неосцилляторности и осцилляторности линейного уравнения (2). Выражения $\varphi^-_{\upsilon^-}(m,d), \varphi^+_{\upsilon^+}(d,n)$ и $B_{r,\omega}(m,n)$ при $p = 2$ сответственно обазначем $\varphi^-_{\upsilon^-,2}(m,d), \varphi^+_{\upsilon^+,2}(d,n)$ и $\overline{B}_{r,\omega}(m,n)$ т.е.

$$\varphi^{-}_{\upsilon^{-},2}(m,d)=\inf_{m<c\le d}\left\{\left(\sum_{i=c}^{d}\rho_i^{-1}\right)^{-1}+\sum_{i=c}^{d-1}\upsilon_i^{-}\right\},$$

$$\varphi^{+}_{\upsilon^{-},2}(d,n)=\inf_{d\le c<n}\left\{\left(\sum_{i=d}^{c}\rho_i^{-1}\right)^{-1}+\sum_{i=d}^{c-1}\upsilon_i^{-}\right\},$$

$$\overline{B}_{\upsilon^{-},\upsilon^{+}}(m)=\sup_{m<t\le s<\infty}(\sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i^{+})\left(\varphi^{-}_{\upsilon^{-},2}(m,t)+\sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i^{-}+\varphi^{+}_{\upsilon^{-},2}(s,n)\right)^{-1}.$$

Кроме того

$$\gamma_2=\inf_{1<\lambda<\lambda_0}\frac{\lambda^2(\lambda+1)}{\lambda-1}$$

и

$$\frac{1}{\lambda_0-1}=\frac{\lambda_0^2}{\lambda_0+1}.$$

Следствие 5.

(i) для осцилляторности уравнения (2) выполнение условия $\overline{B}_{\upsilon^{-},\upsilon^{+}}(m)\le 1$ *необходимо, а выполнение условия* $2\gamma_2\overline{B}_{\upsilon^{-},\upsilon^{+}}(m)\le 1$ *достаточно для некоторого* $m\ge 0$; *;*

(ii) для осцилляторности уравнения (2) выполнение условия $2\gamma_2\lim_{m\to\infty}\sup\overline{B}_{\upsilon^{-},\upsilon^{+}}(m)>1$ *необходимо, а выполнение условия* $\lim_{m\to\infty}\sup\overline{B}_{\upsilon^{-},\upsilon^{+}}(m)>1$ *достаточно.*

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования проектов Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант № AP05130975, 2018-2020 годы).

Список использованной литературы:

1 Rehak P. Oscillatory properties of second order half-linear difference equations // Czech. Math. J. - 2001. - V. 51, no. 126. - 303–321.

2 Алимагамбетова А.З., Ойнаров Р. Критерии осцилляторности и неосцилляторности полулинейного разностного уравнения второго порядка // Математический журнал. - 2007. - Т. 7, № 1(23). - С. 15–24.

3 Алимагамбетова А.З., Ойнаров Р. Двухсторонние оценки для решений одного класса нелинейных разностных уравнений второго порядка // Математический журнал. - 2008. - Т. 8, № 3(29). - С. 12–21.

4 Dosly O., Rehak P. Nonoscillation criteries for half-linear second-order difference equations // Computers and Math. Appl. - 2001. - V. 42. - P. 453–464.

5 Jiang J., Tang X. Oscillation of second order half-linear difference equations (I) // Applied Math. Sciences. - 2014. - V. 8, no. 40. - P. 1957–1968.

6 Rehak P. Hartman-Winter type lemma, oscillation, and conjugacy criteria for half-linear difference equations // J. Math. Analysis. Appl. - 2000. - V. 252. - P. 813–827.

7 Sturm C. Sur les equations differentielles lineares du second ordre // J. Math.Pures. Appl. - 1836. - no. 1. - P. 106–186.

8 Bihari, An oscillation theorem concerning the half–linear differential equation of the second order, Publ. Math. Ins. Hunger. Acad. Sci. A 8 (1964), pp. 275–280.

9 Elbert, A half–linear second order differential equations, Colloq. Math. Soc., Janos Bolyai, 30(1979), pp. 158–180.

10 Kalybay A., Karatayeva D., Oinarov R., Temirkhanova A. Oscillation of a second order half-linear difference equation and the discrete Hardy inequality // Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ. - 2017. - no. 43. - P. 1–16. - doi: http://dx.doi.org/10.14232/ejqtde.2017.1.43.

11 Oinarov R., Ramazanova K., Tiryaki A. An extension of the weighted Hardy inequalities and its application to half-linear equations // Taiwanese J. Math. - 2015. - V. 19, no. 6. - P. 1693–1711. - doi: http://dx.doi.org/10.11650/tjm.19.2015.5764

12 Kalybay A., Karatayeva D., An extended discrete weighted Hardy inequality in the difference form // AIP Conference Proceedings. - 2017. - V. 1880, 030012. - doi: http://dx.doi.org/110.1063/1.5000611

13 Ойнаров Р., Стихарный А.П. Критерии ограниченности и компактности одного разностного вложения // Мат. заметки. - 1991. - Т. 50, № 5. - С. 1130–1135.

МРНТИ 27.23.23
УДК 517.52

А.А. Калыбай[1], Д.С. Каратаева[2]

[1]Университет КИМЭП, г. Алматы, Казахстан
[2]Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

СОПРЯЖЕННОСТЬ И БЕЗСОПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛУЛИНЕЙНОГО РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ЗАДАННОМ ИНТЕРВАЛЕ

Аннотация

В статье рассматривается полулинейное разностное уравнение второго порядка, которое является квазилинейным обобщением дискретного уравнения Штурма-Лиувиля. Его непрерывный аналог, т.е. полулинейное дифференциальное уравнение второго порядка связно с уравнением, так называемый p–Лапласианом, которое имеет важное значение в физике плазмы. Если в уравнение p–Лапласиан все коэффициенты зависят только от радиального переменного, то переходя к радиальной переменной в уравнение p–Лапласиан, получим полулинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Кроме того, это класс уравнений имеют многочисленные приложения в различных областях анализа. Поэтому исследуются различные свойства полулинейных разностных и дифференциальных уравнений второго порядка. Здесь изучается некоторое локальное поведение решения рассматриваемого полулинейного разностного уравнения второго порядка, а именно сопряженность и безсопряженность полулинейного разностного уравнения второго порядка на заданном дискретном интервале. Эти свойства уравнения доказываются на основе выполнения некоторого весового дискретного неравенства Харди.

Ключевые слова: полулинейное разностное уравнение, дискретное уравнение Штурма-Лиувиля, безсопряженность, сопряженность, дискретное неравенство Харди.

Аңдатпа

А.А. Қалыбай[1], Д.С. Қаратаева[2]
[1]КИМЭП Университеті, Алматы қ., Қазақстан
[2]Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

БЕРІЛГЕН АРАЛЫҚТА ЕКІНШІ РЕТТІ ЖАРТЫЛАЙ СЫЗЫҚТЫ АЙЫРЫМДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ ТҮЙІНДЕСТІГІ ЖӘНЕ ТҮЙІНДЕССІЗДІГІ

Мақалада екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеу қарастырылған, ол дискретті Штурм-Лиувиля теңдеуінің квазисызықты жалпылауы болып табылады. Оның үздіксіз аналогы, яғни екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық теңдеу плазмалық физикада маңызды мағынасы бар, p–Лапласиан деп аталатын теңдеумен байланысты. Егер p–Лапласиан теңдеуінде барлық коэффициенттері радиалды айнымалыдан тәуелді болса, p–Лапласиан теңдеуіндегі радиалды айнымалыға аусықанда екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық теңдеуді аламыз. Сонымен қатар, бұл теңдеулер класының анализдің әртүрлі салаларында көптеген сандық қосымшалары бар. Сондықтан екінші ретті жартылай сызықты айырымдық және дифференциалдық теңдеулердің әртүрлі қасиеттері жақсы зерттелуде. Мұнда, қарастырылып отырған екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеуді шешудің кейбір локальді әрекеттерін зерттейміз, атап айтқанда берілген дискретті аралықта екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеудің түйіндестігі және түйіндессіздігі. Теңдеудің бұл қасиеттері қандай да бір дискретті салмақты Харди теңсіздігінің орындалуы негізінде дәлелденеді.

Түйін сөздер: жартылай сызықты айырымдық теңдеу, дискретті Штурм-Лиувил теңдеуі, түйіндессіздік, түйіндестік, дискретті Харди теңсіздігі.

Abstract

CONJUGATION AND DISCONJUGATE SECOND ORDER HALF-LINEAR DIFFERENCE EQUATION AT A SPECIFIED INTERVAL

Kalybay A.A.[1], Karatayeva D.S.[2]
[1]KIMEP University, Almaty, Kazakhstan
[2]L.N. Gumilyov Eurasian National University, Almaty, Kazakhstan

The article considers a second order half-linear difference equation, which is a quasilinear generalization of the discrete Sturm-Liouville equation. Its continuous counterpart, i.e. the second-order half-linear differential equation is connected with the equation, the so-called p – Laplacian, which is important in plasma physics. If in the p – Laplacian equation all the coefficients depend only on the radial variable, then passing to the radial variable in the p – Laplacian equation, we obtain a second-order half-linear differential equation. In addition, this class of equations have many numerical applications in various fields of analysis. Therefore, the various properties of half-linear difference and differential equations of the second order are well studied. Here we study some local behavior of the solution of the considered second-order half-linear difference equation, namely, the conjugacy and disconjugate of the second-order half-linear difference equation in a given discrete interval. These properties of the equation are proved on the basis of the fulfillment of some weighted discrete Hardy inequality.

Keywords: Half-linear difference equation, discrete Sturm-Liouville equation, disconjugate, conjugation, discrete Hardy inequality.

1. Введение

Рассмотрим полулинейное разностное уравнение второго порядка:

$$\Delta\left(\rho_i|\Delta y_i|^{p-2}\Delta y_i\right)+\upsilon_i|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1}=0,\ i=0,1,2,.... \tag{1}$$

где $1<p<\infty$ и $\Delta y_i = y_{i+1}-y_i$. Пусть $\upsilon=\{\upsilon_i\}$ и $\rho=\{\rho_i\}$ - последовательности действительных чисел. Более того, пусть $\rho_i>0$ для всех $i=0,1,2,....$

Приведем необходимые для настоящей работы определения и утверждения. Пусть $m\geq 0$ и $n\geq 0$ - целые числа. Для краткости будем писать «интервал», подразумевая «дискретный интервал».

- Говорят что интервал $(m,m+1]$ содержит обобщённый нуль нетривиального решения $y=\{y_i\}$ уравнения (1), если $y_m\neq 0$ и $y_m y_{m+1}\neq 0$.

- Уравнение (1) называется безсопряжённым на интервале, $[m,n], 0\leq m<n$, если каждое его решение имеет не более одного нуля на интервале $(m,n+1]$, и его нетривиальное решение $\tilde{y}$ с начальным условием $\tilde{y}_m=0$ не имеет обобщённого нуля на интервале $(m,n+1]$, в противном случае оно называется сопряжённым на интервале $[m,n]$.

- Уравнение (1) называется безсопряжённым на интервале $[m,\infty)$, если для любого $n>m$ оно безсопряжённое на интервале $[m,n]$.

Изучению сопряженность и безсопряженность уравнения (1) на заданном интервале $[m,n]$ посвящено большое количество работ (см., например, [1-12]). Эта проблема первоначально изучалась для случая $p=2$, т.е. когда уравнение (1) имеет вид

$$\Delta\left(\rho_i\Delta y_i\right)+\upsilon_i y_{i+1}=0,\ i=0,1,2,.... \tag{2}$$

Уравнения (1) и (2) соответственно являются дискретными аналогами следующих полулинейных дифференциальных уравнений второго порядка

$$(\rho(t)|y'(t)|^{p-2}y'(t))'+\upsilon(t)|y(t)|^{p-2}y(t)=0,\quad t>0, \tag{3}$$

$$(\rho(t)|y'(t)|)'+\upsilon(t)y(t)=0,\quad t>0.$$

Исследование уравнения (1) опирается на следующее утверждение, приведённое в работе [6].

Теорема А. *Пусть* $0\leq m<n<\infty$. *Уравнение (1) является безсопряженным на интервале* $[m,n]$ *тогда и только тогда, когда выполняется неравенство*

$$\sum_{i=m}^{n}\left(\rho_i|\Delta y_i|^p-\upsilon_i|y_{i+1}|^p\right)\geq 0 \tag{4}$$

для всех нетривиальных $y=\{y_i\}_{i=m}^{n+1}$, $y_m=0$ *и* $y_{n+1}=0$.

Здесь нам понадобится утверждение, эквивалентное теореме А, доказательство которого приведено в работе [7]. Для этого эквивалентного утверждения дадим определение множества $\overset{\circ}{Y}(m,n)$ для $0\leq m<n<\infty$. Нетривиальную числовую последовательность $y=\{y_i\}_{i=0}^{\infty}$ назовем финитной, если конечное число её членов отлично от нуля, а множество $supp\, y:=\{i\geq 0: y_i\neq 0\}$ назовем её носителем. Обозначим через $\overset{\circ}{Y}(m,n)$ совокупность всех финитных последовательностей y, у которых $supp\ y\subset[m+1,n],\ n<\infty$. При $n=\infty$ мы полагаем, что для любого y найдётся целое число $k=k(y): m<k<\infty$ такое, что $supp\ y\subset[m+1,k]$.

Теорема B. *Пусть* $0 \le m < n < \infty$. *Уравнение (1) является безсопряженным на интервале* $[m,n]$ $([m,n]=[m,\infty)$ *при* $n=\infty)$ *тогда и только тогда, когда выполняется неравенство*

$$\sum_{i=m}^{n} \upsilon_{i-1}|y_i|^p \le \sum_{i=m}^{n} \rho_i |\Delta y_i|^p, \; y \in \overset{\circ}{Y}(m,n), \tag{5}$$

где $\upsilon_{-1}=0$.

Пусть $\omega=\{\omega_i\}$ – фиксированная последовательность неотрицательных действительных чисел. Пусть $\rho=\{\rho_i\}$, как и ранее, - фиксированная последовательность положительных действительных чисел. Для произвольной последовательности $a=\{a_i\}$ рассмотрим неравенство

$$\left(\sum_{i=1}^{\infty} \omega_i \left|\sum_{j=1}^{i} a_j\right|^q\right)^{\frac{1}{q}} \le C\left(\sum_{i=1}^{\infty} \rho_i |a_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}, \tag{6}$$

которое является хорошо известным весовым дискретным неравенством Харди, критерии выполнения которого найдены для всех соотношений между p и q.

При $y_{i+1}=\sum_{j=1}^{i} a_j$ и $\Delta y_i = y_{i+1}-y_i$, $i=1,2,...,$ неравенство (6) можно представить в разностной форме

$$\left(\sum_{i=1}^{\infty} \omega_i |y_{i+1}|^q\right)^{\frac{1}{q}} \le C\left(\sum_{i=1}^{\infty} \rho_i |\Delta y_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}, \tag{7}$$

где $y=\{y_i\}$– произвольная последовательность действительных чисел, у которой $y_1=0$.

В силу теоремы B очевидна связь между разностным уравнением

$$\Delta\left(\rho_i |\Delta y_i|^{p-2} \Delta y_i\right) + \omega_i |y_{i+1}|^{p-2} y_{i+1} = 0, \; i=0,1,2,... \tag{8}$$

и неравенством Харди (7) для последовательности y из множества $\overset{\circ}{Y}(m,n)$ записанном в виде:

$$\left(\sum_{i=m}^{n} \omega_{i-1} |y_i|^p\right)^{\frac{1}{p}} \le C\left(\sum_{i=m}^{n} \rho_i |\Delta y_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}, \;\; y \in \overset{\circ}{Y}(m,n). \tag{9}$$

Действительно, в работе [13] найден критерий выполнения неравенства (9) вместе с оценкой его константы C, далее на основе теоремы B исследованы осцилляционные свойства уравнения (8).

Главное отличие между уравнениями (1) и (8) – это то, что в (8) последовательность ω состоит из неотрицательных действительных чисел, а в (1) последовательность υ состоит из любых действительных чисел. Если в (1) последовательность υ состоит из отрицательных действительных чисел, то, легко видеть, что (4) выполняется для всех $0 \le m < n < \infty$, следовательно, уравнение (1) безсопряженно на интервале $[m,n]$. Естественным образом возникает вопрос о влиянии положительной части последовательности на сопряженность уравнения (1) на интервале $[m,n]$.

Положим $\upsilon_i^+ = \max(0;\upsilon_i)$ и $\upsilon_i^- = \max(0;-\upsilon_i)$. Тогда $\upsilon_i = \upsilon_i^+ - \upsilon_i^-$ для всех $i=0,1,2,...,$ и уравнение (1) , а также соотношение (4), соответственно, будут иметь вид

$$\Delta\left(\rho_i |\Delta y_i|^{p-2} \Delta y_i\right) - \upsilon_i^- |y_{i+1}|^{p-2} y_{i+1} + \upsilon_i^+ |y_{i+1}|^{p-2} y_{i+1} = 0, \; i=0,1,2,..., \tag{10}$$

$$\sum_{i=m}^{n}\left(\rho_i |\Delta y_i|^p + \upsilon_i^- |y_{i+1}|^p - \upsilon_i^+ |y_{i+1}|^p\right) \ge 0,$$

т.е. положительную часть $\{\upsilon_i^+\}$ последовательности $\{\upsilon_i\}$ можно рассмотреть как возмущение безсопряженного на интервале [m,n] уравнения

$$\Delta\left(\rho_i |\Delta y_i|^{p-2} \Delta y_i\right) - \upsilon_i^- |y_{i+1}|^{p-2} y_{i+1} = 0, \; i=0,1,2,...$$

Чтобы исследовать вопрос в более общих ситуациях, рассмотрим следующее разностное уравнение

$$\Delta\left(\rho_i|\Delta y_i|^{p-2}\Delta y_i\right)+\omega_i|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1}-r_i|y_{i+1}|^{p-2}y_{i+1}=0,\ i=0,1,2,..., \tag{11}$$

где $r=\{r_i\}$, как и $\omega=\{\omega_i\}$, - последовательность неотрицательных действительных чисел. Если положим $\omega_i=\upsilon_i^+$ и $r_i=\upsilon_i^-$ для всех $i=0,1,2,...$, тогда уравнение (11) переходит в уравнение (10), т.е. уравнение (1) является частным случаем уравнения (11). Для уравнения (11), неравенство (5) эквивалентно неравенству

$$\sum_{i=m}^{n}\omega_{i-1}|y_i|^p\le\sum_{i=m}^{n}\left(\rho_i|\Delta y_i|^p+r_{i-1}|y_i|^p\right),\ \ y\in\overset{\circ}{Y}(m,n). \tag{12}$$

Из теоремы В и последнего неравенства следует

Теорема 1. *Пусть* $0\le m<n\le\infty$. *Уравнение (1) является безсопряженным на интервале* $[m,n]$ ($[m,n]=[m,\infty)$ *при* $n=\infty$) *тогда и только тогда, когда выполняется неравенство (12).*

Таким образом, основной целью данной статьи является изучение свойств сопряженности уравнения (11) на заднем интервале $[m,n]$, которые в силу теоремы 1 зависят от выполнения расширенного неравенства Харди

$$\sum_{i=m}^{n}\omega_{i-1}|y_i|^p\le C\sum_{i=m}^{n}\left(\rho_i|\Delta y_i|^p+r_{i-1}|y_i|^p\right),\ \ y\in\overset{\circ}{Y}(m,n), \tag{13}$$

и оценки его константы C. Далее, с учетом того, что уравнение (1) является частным случаем уравнения (11), полученные результаты применяются к изучению свойств сопряженности уравнения (1) на заднем интервале $[m,n]$. Отметим, что подобная задача для дифференциального уравнения (3) была рассмотрена в работе [14].

2. Характеризация неравенства (13) и оценка его константы C

Для представления основного результата для неравенства (13) нам понадобится следующая лемма, доказанная в работе [14].

Лемма 1. *Пусть* $1<p<\infty$. *Пусть функция* g *определена следующим образом* $g(\lambda)=\dfrac{\lambda^p}{\lambda^p-1}-\dfrac{1}{(\lambda-1)^p}$ *на* $(1,\infty)\subset R$. *Тогда существует число* $\lambda_0:=\lambda_0(p)$ *такое, что* $1<\lambda_0<2$ *и* $\dfrac{1}{(\lambda_0-1)^p}=\dfrac{\lambda_0^p}{\lambda_0^p-1}$, *для которого выполняется* $g(\lambda)>0$ *при* $\lambda>\lambda_0$ *и* $g(\lambda)<0$ *при* $1<\lambda<\lambda_0$.

Пусть $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{p'}=1$.

Положим

$$\varphi_r^-(m,d)=\inf_{m<c\le d}\left\{\left(\sum_{i=c}^{d}\rho_i^{1-p'}\right)^{1-p}+\sum_{i=c}^{d-1}r_i\right\},$$

$$\varphi_r^+(d,n)=\inf_{d\le c<n}\left\{\left(\sum_{i=d}^{c}\rho_i^{1-p'}\right)^{1-p}+\sum_{i=d}^{c-1}r_i\right\},$$

$$B_{r,\omega}:=B_{r,\omega}(m,n)=\sup_{m<t\le s<n}\left(\sum_{i=t}^{s-1}\omega_i\right)\left(\varphi_r^-(m,t)+\sum_{i=t}^{s-1}r_i+\varphi_r^+(s,n)\right)^{-1}.$$

Теорема 2. *Пусть величины* λ_0 *и* λ *определены как в лемме 1. Пусть* $0 \le m < n \le \infty$ *и* $1 < p < \infty$. *Неравенство (13) выполняется тогда и только тогда, когда* $B_{r,\omega}(m,n) < \infty$. *Более того, для наименьшей константы в (13) выполняется*

$$B_{r,\omega}(m,n) \le C \le 2\gamma_p B_{r,\omega}, \tag{14}$$

где $\gamma_p = \inf\limits_{1<\lambda<\lambda_0} \dfrac{\lambda^p(\lambda^p - 1)}{(\lambda - 1)^p}$.

Доказательство теоремы 2 можно найти в работе [15]. Поэтому в данной работе мы ограничимся тем, что представим только её формулировку.

Так как неравенство (9) является частным случаем неравенства (13) при $r_i = 0,\ i = 1, 2, ...,$ из теоремы 2 получим следующую теорему

Теорема 3. *Пусть* $0 \le m < n \le \infty$ *и* $1 < p < \infty$. *Неравенство (9) выполняется тогда и только тогда, когда* $B_\omega(m,n) < \infty$. *Более того, для наименьшей константы в (9) выполняется*

$$B_\omega \le C \le 2\tilde{\gamma}_p B_\omega, \tag{15}$$

где $B_\omega := B_\omega(m,n) = \sup\limits_{m<t\le s<n} \left(\sum\limits_{i=t}^{s-1} \omega_i\right) \left(\left(\sum\limits_{i=m}^{t} \rho_i^{1-p'} \right)^{1-p} + \left(\sum\limits_{i=s}^{n} \rho_i^{1-p'} \right)^{1-p} \right)^{-1}$ *и* $\tilde{\gamma}_p = \inf\limits_{1<\lambda} \dfrac{\lambda^p(\lambda^p - 1)}{(\lambda - 1)^p}$.

3. Основные результаты.

Этот раздел посвящён свойствам сопряженности и безсопряженности уравнения (11) на заданном интервале $[m,n]$, которые следуют из теорем 2 и 1. Очевидно, что из соотношения (14) мы можем записать следующее утверждение.

Следствие 1. *Пусть* $0 \le m < n \le \infty$ *и* $1 < p < \infty$. *Если (12) выполняется, тогда имеет место соотношение* $B_{r,\omega} \le 1$; *а если имеет место соотношение* $2\gamma_p B_{r,\omega} \le 1$, *тогда (12) выполняется.*

Применяя следствие 1 и теорему 1 к проблеме безсопряжённости и сопряжённости уравнения (11) на интервале $[m,n]$, получим следующую теорему.

Теорема 4. *Пусть* $0 \le m < n \le \infty$ *и* $1 < p < \infty$. *Тогда*

(i) для безсопряжённости уравнения (11) на интервале $[m,n]$ *выполнение условия* $B_{r,\omega} \le 1$ *необходимо, а выполнение условия* $2\gamma_p B_{r,\omega} \le 1$ *достаточно;*

(ii) для сопряжённости уравнения (11) на интервале $[m,n]$ *выполнение условия* $2\gamma_p B_{r,\omega} > 1$ *необходимо, а выполнение условия* $B_{r,\omega} > 1$ *достаточно.*

Доказательство. Утверждения (i) и (ii) эквивалентны. Поэтому докажем только утверждение (i).

Если уравнение (11) является безсопряжённым на интервале $[m,n]$, тогда по теореме 1 выполняется неравенство (12). Следовательно, в силу следствия 1 имеем $B_{r,\omega} \le 1$.

Обратно, если $2\gamma_p B_{r,\omega} \ge 1$, тогда в силу следствия 1 выполняется неравенство (12). Следовательно, по теореме 1 уравнение (11) является безсопряжённым на интервале $[m,n]$. Доказательство пункта (i) завершено, что завершает доказательство самой теоремы 4.

Следствие 2. *Пусть* $0 \le m < n \le \infty$ *и* $1 < p < \infty$. *Тогда*

(i) если существуют целые числа $t, s : m \le t < s \le n$ *такие, что выполняется*

$$\sum_{i=t}^{s-1} \omega_i > \varphi_r^-(m,t) + \sum_{i=t}^{s-1} r_i + \varphi_r^+(s,n),$$

тогда уравнение (11) является сопряжённым на интервале $[m,n]$;

(ii) если уравнение (11) является сопряжённым на интервале $[m,n]$, *тогда существуют целые числа* $t, s : m \le t < s \le n$ *такие, что выполняется*

$$\sum_{i=t}^{s-1}\omega_i > \frac{1}{2\gamma_p}\left[\varphi_r^-(m,t)+\sum_{i=t}^{s-1}r_i+\varphi_r^+(s,n)\right];$$

(iii) если уравнение (11) является безсопряжённым на интервале $[m,n]$, *тогда существуют целые числа* $t,s: m\le t<s\le n$ *такие, что выполняется*

$$\sum_{i=t}^{s-1}\omega_i < \varphi_r^-(m,t)+\sum_{i=t}^{s-1}r_i+\varphi_r^+(s,n).$$

Перейдем к уравнению (1). Напомним, что уравнение (1) является частным случаем уравнения (11). Заменив ω на υ^+ и r на υ^-, мы получим следующие теоремы и следствия.

Теорема 5. *Пусть* $0\le m<n\le\infty$ *и* $1<p<\infty$. *Тогда*

(i) для безсопряжённости уравнения (1) на интервале $[m,n]$ *выполнение условия* $B_{\upsilon^-,\upsilon^+}\le 1$ *необходимо, а выполнение условия* $2\gamma_p B_{\upsilon^-,\upsilon^+}\le 1$ *достаточно;*

(ii) для сопряжённости уравнения (11) на интервале $[m,n]$ *выполнение условия* $2\gamma_p B_{\upsilon^-,\upsilon^+}>1$ *необходимо, а выполнение условия* $B_{\upsilon^-,\upsilon^+}>1$ *достаточно.*

Следствие 3. *Пусть* $0\le m<n\le\infty$ *и* $1<p<\infty$. *Тогда*

(i) если существуют целые числа $t,s: m\le t<s\le n$ *такие, что выполняется* $\sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i^+ > \varphi_{\upsilon^-}^-(m,t)+\sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i^- +\varphi_{\upsilon^-}^+(s,n)$ *или* $\sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i > \varphi_{\upsilon^-}^-(m,t)+\varphi_{\upsilon^-}^+(s,n)$ *тогда уравнение (1) является сопряжённым на интервале* $[m,n]$;

(ii) если уравнение (1) является сопряжённым на интервале $[m,n]$, *тогда существуют целые числа* $t,s: m\le t<s\le n$ *такие, что выполняется* $\sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i^+ > \frac{1}{2\gamma_p}\left[\varphi_{\upsilon^-}^-(m,t)+\sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i^- +\varphi_{\upsilon^-}^+(s,n)\right]$;

(iii) если уравнение (1) является безсопряжённым на интервале $[m,n]$, *тогда существуют целые числа* $t,s: m\le t<s\le n$ *такие, что выполняется* $\sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i \le \varphi_{\upsilon^-}^-(m,t)+\varphi_{\upsilon^-}^+(s,n)$.

Из теоремы 3, 4 и 5 мы можем выписать следующие результаты для уравнения (8). При этом величины B_ω и $\tilde{\gamma}_p$, используемые ниже, определены в теореме 3.

Теорема 6. *Пусть* $0\le m<n\le\infty$ *и* $1<p<\infty$. *Тогда*

(i) для безсопряжённости уравнения (1) на интервале $[m,n]$ *выполнение условия* $B_\omega\le 1$ *необходимо, а выполнение условия* $2\tilde{\gamma}_p B_\omega\le 1$ *достаточно;*

(ii) для сопряжённости уравнения (8) на интервале $[m,n]$ *выполнение условия* $2\tilde{\gamma}_p B_\omega>1$ *необходимо, а выполнение условия* $B_\omega>1$ *достаточно.*

Из теоремы 5 имеем условия безсопряженности и сопряженности уравнение (2).

Выражения $\varphi_{\upsilon^-}^-(m,d)$. $\varphi_{\upsilon^+}^+(d,n)$ и $B_{r,\omega}(m,n)$ при $p=2$ соответственно положим $\varphi_{\upsilon^-,2}^-(m,d)$, $\varphi_{\upsilon^-,2}^+(d,n)$ и $\overline{B}_{r,\omega}(m,n)$ т.е.

$$\varphi_{\upsilon^-,2}^-(m,d)=\inf_{m<c\le d}\left\{\left(\sum_{i=c}^{d}\rho_i^{-1}\right)^{-1}+\sum_{i=c}^{d-1}\upsilon_i^-\right\},$$

$$\varphi_{\upsilon^-,2}^+(d,n)=\inf_{d\le c<n}\left\{\left(\sum_{i=d}^{c}\rho_i^{-1}\right)^{-1}+\sum_{i=d}^{c-1}\upsilon_i^-\right\},$$

$$\overline{B}_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m,n) = \sup_{m<t\le s<n} \left(\sum_{i=t}^{s-1} \upsilon_i^+\right)\left(\varphi^-_{\upsilon^-,2}(m,t) + \sum_{i=t}^{s-1}\upsilon_i^- + \varphi^+_{\upsilon^-,2}(s,n)\right)^{-1}.$$

Кроме того

$$\gamma_2 = \inf_{1<\lambda<\lambda_0} \frac{\lambda^2(\lambda+1)}{\lambda-1} \quad \text{и} \quad \frac{1}{\lambda_0-1} = \frac{\lambda_0^2}{\lambda_0+1}.$$

Следствие 4. *Пусть* $0 \le m < n \le \infty$. *Тогда*

(i) для безсопряжённости уравнения (2) на интервале $[m,n]$ *выполнение условия* $\overline{B}_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m,n) \le 1$ *необходимо, а выполнение условия* $2\gamma_2\overline{B}_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m,n) \le 1$ *достаточно;*

(ii) для сопряжённости уравнения (2) на интервале $[m,n]$ *выполнение условия* $2\gamma_2\overline{B}_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m,n) > 1$ *необходимо, а выполнение условия* $\overline{B}_{\upsilon^-,\upsilon^+}(m,n) > 1$ *достаточно.*

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования проектов Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант № AP05130975, 2018-2020 годы).

Список использованной литературы:

1 Coppel W.A., Disconjugacy, Lectures Notes in Math., Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 220 (1971).

2 Dos'y O. and Rehak P., Half--linear differential equations, Math. Studies, North-Holland, 202 (2005).

3 Ya Derr V., The theory of disconjugacy for a second order linear differential equation, arXiv: 0811.4636v1 [math. CA] 2008.

4 Ya Derr V., Discongugacy of second order linear differential equation and periodic solutions, arXiv: 1005.5646v1 [math. CA] 2010.

5 Pena S., Conjugacy criteria for half--linear differential equations, Arch. Math. (Brno) 35 (1999), pp. 1--11.

6 Rehak P. Oscillatory properties of second order half-linear difference equations // Czech. Math. J. – 2001. – V. 51, no. 126. – P. 303-321.

7 Алимагамбетова А. З., Ойнаров Р. Двухсторонние оценки для решений одного класса нелинейных разностных уравнений второго порядка // Математический журнал. – 2008. – Т.8, №3(29). – С.12-21.

8 Dosly O., Rehak P. Nonoscillation criteries for half-linear second-order difference equations // Computers and Math. Appl. - 2001. – V. 42. – P. 453-464.

9 El-Morshedy H. A. Oscillation and nonoscillation criteria for half-linear second order difference equations // Dynamic systems and applications. – 2006. – V. 15. – P. 429-450.

10 Jiang J., Tang X. Oscillation of second order half-linear difference equations (II) // Applied Math. Letters. – 2011. – V. 24. – P. 1495-1501.

11 Jiang J., Tang X. Oscillation of second order half-linear difference equations (I) // Applied Math. Sciences. – 2014. – V. 8, no. 40. – P. 1957-1968.

12 Thandapani E., Rarc K., Graef J. R. Oscillation and comparison theorems for half-linear second order difference equations // Computers Math. Appl. – 2001. – V. 42. – P. 953-910.

13 Kalybay A., Karatayeva D., Oinarov R., Temirkhanova A. Oscillation of a second order halflinear difference equation and the discrete Hardy inequality // Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ. – 2017. – no. 43. – P. 1-16. - doi: http://dx.doi.org/10.14232/ejqtde.2017.1.43.

14 Oinarov R., Ramazanova K., Tiryaki A. An extension of the weighted Hardy inequalities and its application to half-linear equations // Taiwanese J. Math. – 2015. – V. 19, no. 6. – P. 1693-1711.

15 Kalybay A., Karatayeva D., An extended discrete weighted Hardy inequality in the difference form // AIP Conference Proceedings. – 2017. – V. 1880, 030012. – doi: http://dx.doi.org/110.1063/1.5000611.

МРНТИ 14.25.09
УДК 37.026

Б.М. Қосанов[1], Ж.М. Ахмедова[1]

[1]Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

ЖАҢАРТЫЛҒАН БІЛІМ МАЗМҰНЫ ЖАҒДАЙЫНДА МАТЕМАТИКАЛЫҚ КЕШТІҢ РӨЛІ

Аңдатпа

Мақалада математикадан өткізілетін сыныптан тыс жұмыстардың ішінде математикалық кештерді зерттеудің нәтижелері берілген. Математикалық кештің мақсат, міндеттері мен қатар басқа сыныптан тыс жұмыстардың түрлерінен айырмашылығы қарастырылды. Өткізілген зеттеулерге қарағанда мектептерде математикалық кештер соңғы кезде аз өткізіледі. Бұның бірден бір себебі математикалық кешті ұйымдастыру барысында педагогикалық біліктілікті, шығармашылық қабілеттерді, әртістік, режиссерлік шеберлікті ұштастыра білуді талап ететіндігінде. Сонымен қатар, жаңартылған білім мазмұны жағдайында математикалық кештің рөлі мен кешті өткізу барысындағы әдіс-тәсілдер берілген. Бұл мақаладан мұғалімдер математикалық кешті кеңінен түсінуіне алады. Соның негізінде оқушылар арасында математикалық кештерді ұйымдастыру қиындық туғыза қоймайды. Математикалық кеш оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырумен қатар, математикалық ой-өрісін, шығармашылық қабілеттерін дамытуға, өзіндік жұмыс жасау дағдыларын қалыптастыруға математикалық білімінің сапасын жоғары деңгейге көтеруге септігін тигізеді.

Түйін сөздер: сыныптан тыс жұмыс, математикалық кеш, көрме кештер, аукцион кештер, көңілді тапқырлар клубы, дөңгелек үстел кештері, шығармашылық есеп шешу кештер.

Аннотация

Б.М. Косанов[1] , Ж.М. Ахмедова[1]
[1]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ВЕЧЕРА В УСЛОВИЯХ ОБНОВЛЕННОГО СОДЕРЖАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

В статье представлены результаты исследования математических вечеров среди внеклассных работ по математике. Наряду с целями и задачами математического вечера рассматривается его отличия от других видов внеклассных работ. Основываясь на проведенные исследования, математические вечера в школах в последнее время проводятся реже. Одной из причин этого является то, что при организации математических вечеров требуется умение сочетать педагогическую квалификацию, творческие способности, артистическое, режиссерское мастерство. Кроме того, в условиях обновленного содержания образования представлена роль математического вечера и методы проведения вечера. Из этой статьи учителя могут широко понять математический вечер. На этой основе организация математических вечеров среди учащихся не вызовет затруднений. Математический вечер способствует повышению интереса учащихся к предмету, развитию математического кругозора, творческих способностей, формированию навыков самостоятельной работы, повышению качества математических знаний на высоком уровне.

Ключевые слова: внеклассная работа, математический вечер, показательные вечера, аукционные вечеринки, конвенционные вечера, клуб весёлых и находчивых, круглые столы, решение творческих задач.

Abstract

THE ROLE OF THE MATHEMATICAL EVENING IN THE UPDATED CONTENT OF EDUCATION

Kosanov B.M.[1], Akhmedov Zh.M.[1]
[1]Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The article presents the results of mathematical events’ study among extracurricular activities in mathematics. Along with the goals and objectives of the mathematical event, we consider its differences from other types of extracurricular activities. Based on research, math events in schools have been held less frequently last times. One of the reasons for this is that the organization of mathematical events requires the ability to combine pedagogical qualifications, creative abilities, artistic and directing skills. In addition, the updated content of education presents the role of the mathematical evening and methods of conducting the evening. From this article, teachers can broadly understand math evening. On this basis, the organization of math evenings among students will not cause difficulties. Mathematical evening helps to increase students' interest in the subject, develop their mathematical horizons, creativity, develop independent work skills, and improve the quality of mathematical knowledge at a high level.

Keywords: extracurricular activities, math evening, demonstration evenings, auction parties, fun and resourceful club, round tables, solving creative problems.

Мектепте сыныптан тыс жүргізілетін жұмыстардың бірі – математикалық кешті ұйымдастыру. Сабақ кезінде уақыттың аздығынан кең түрде көңіл бөлінбеген мәселелерге мұнда толық тоқталуға болады. Оқушылармен көңілді дем алу олардың сабаққа деген ынтасын оятады. Кеште математиканың өмірде пайдаланылуын жан-жақты көрсете алсақ, оқушылардың математикаға деген қызығушылығы артады. Олардың сабақ үлгерімі жақсарып, білімі кеңейеді. Кеш оқушыларға әсерлі болуы үшін ойланып, жоспарлы түрде дайындық жасау керек. Оқушылардың кешке белсене қатысуы үшін кештің тақырыбын таңдап, мазмұнын анықтап, көпшілікке көркемдеп жеткізудің маңызы зор. Математикалық кеш – сыныптан тыс жұмыстардың барлық түрі қамтылуға қолайлы, жоспарлы түрде өткізілетін мектепішілік іс-шаралардың бірі [1].

Математикалық кештің мақсаты – оқушылардың алған білімдерін одан әрмен кеңейте түсу, оқушылардың жаңа ғылыми және техникалық идеялар әлеміне енуіне жол ашу, олардың практикада, өмірде кең түрде қолданылуына көзжеткізу, өз ойын дұрыс жеткізе білуге үйрету. Бұл кештердің білім беру, үйрету бағытымен қоса тәрбиелік мәні болуы тиіс, яғни оқушылардың ғылыми көзқарастарын қалыптастыруға, еңбек сүйгіштікке баулуға әсер етуі керек. Кешке арнап күні бұрын шақыру билеттері шығарылып, газеттер, ребустар, викториналар, сөз жұмбақтар даярланып ілінеді. Кеш көрнекілігін қамтамасыз ету, кеш жабдықтарын даярлау кештің көңілдегідей өтуіне себебін тигізеді. Кешті дайындауға мүмкіндігінше көп адамдарды қатыстыру керек. Кеш жабдықтарының эстетикалық әсерлі өрнектелуі оқушылардың талғамын арттырып, тапқырлыққа тәрбиелейді. Математикалық кешті өткізуде мектептердің ішкі мүмкіндіктерін барынша пайдалану керек. Мектеп оқушыларының математикалық мазмұндағы өлең-жырларын, интермедияларын, құрастырған есептерін, сөзжұмбақтарын, викториналарын т.б. туындыларын кештерде, қабырға газаттерінде және тағы сол сияқты жерлерде пайдалану, олардың өз жолдастары арасында беделдерін көтереді. Оны оқушылар алдын ала оқып, біліп талдауы маңызды. Және де кешке арнап оқушылар арасында эстетикалық талғамына сай газеттер сайысын ұйымдастыруға болады, сонымен қатар оқушылардың қолдан жасалған математикалық фигураларын, сондай-ақ қызықты математикалық кітаптардан көрмелер ұйымдастыруға болады. Кештерді көп жағдайда эстафеталық түрде қызықты әрі тартысты, жарыс түрінде өткізген жөн. Параллель сыныптардың, не жарысқа қатысушы топтардың өздерінің ұрандары, ұстанымдары, өзіндік ерекшеліктері, татулықтары, құпиясы болуы керек. Кештің жоспары мен өткізілу барысы кеш тақырыбына сай болған жөн. Математикалық кештерде қысқа тарихи фактілер молынан пайдаланылады. (Кітаптар арасында математикалық әдеби шығармаларда баршылық.

Мысалы, Д. Досжановтың «Фараби», Ө. Тұрманжановтың «Отырар туралы ой», С. Бобровтың «Архимедово лето», Н.Е. Кобринский мен В.Д. Пекелистің «Быстрее мысли» т.б. сияқты шығармалары. Оларда оқушыларға ой салады деген ойдамыз.) Мұндай тарихи фактілер С. Елубаев, Н. Шәкуовтың «Математикалық кеш» кітапшасында «Сен білесің бе?» деген тақырыпшамен берілген.

Бұл тарихи фактілерді пайдалана отырып, оқушылардың өздері, мұғалімнің көмегімен математикалық интермедиялар, монтаждар жасап, викториналар құрастыра алады. Кітапшада берілген терминологиялық сұрақтарды математикалық кештерді өткізуде қажетінше пайдалануға болады. Кеште «Біліміңді тексер!», «Ауызша есептеп үйрен!», «Сен білесің бе?!», «Бірден сызып шық», т.б. тақырыптарда газеттер, викториналар ілінеді. Кештің қызықты мазмұнды өтуіне көбірек көңіл бөлу керек. Қызықты математика кештері әсіресе, V-IX сынып оқушылардың қызығушылығын арттырумен бірге, ғылыми мәліметтерді даярлауға, жариялауға ықпал еткені жөн. Қызықты математика кештерінің бағдарламасы әдетте көркемделген, әр алуан айшықты материалдарды қамтиды және мұнда қысқаша хабарламалар, викториналар, математикалық жұмбақтарға зор мән беріледі.

Математикалық кештің басқа да сыныптан тыс жұмыс түрлерінен артықшылығы:

- Оқушылардың кең қамтылуымен қатар, олардың шығармашылық инициативасын, тапқырлығын, дербестігін көрсетуіне мүмкіндік туғызуында;
- Құрамында бірнеше сыныптан тыс жұмыстар болуында;
- Музыкалық қайырымдардың болуында;
- Өткізілу уақытының ұзақтығы мен кешкі уақытта екенінде және т.б.

Математикалық кештерді міндетті түрде кешкі уақытта өткізіле бермейді. Оқушылардың ыңғайына қарай басқа мезгілде өткізуге де болады. Жалпы сыныптан тыс жұмыс формаларының арасына қатаң шекара қоюға болмайды. Дегенмен, математикалық кештер осы формалардың бірнешеуін қамтитын болғандықтан, бұны сол формаларда өткізілген жұмыстардың қорытындысы деуге де болады.

Математикалық кештерін дайындау және өткізу барысында математика мұғалімдерінің біліктілігі көтеріледі [2].

Соңғы кездегі зерттеулер нәтижесін қарастыру барысында мектеп оқушыларының көпшілігінің математика пәніне деген қызығушылықтары өте төмен. Олар математиканы күрделі, түсініксіз, қиын пән ретінде қарастырады. Ғылымдар патшасы деп аталған ғылымға деген мұндай көзқарасты өзгерту, оқушылардың арасында бұл пәннің беделін өсіру, бүгінгі күнгі педагогиканың көкей кесті проблемалардың бірі болып отыр.

Адамды шығармашылыққа үйретудің бір жолы – оны шығармашылық процесстерге үйрету, яғни, шығармашылық әрекеттің мәнін құрайтын құрылымдарға үйрету. Басқалардың бәрі көбінесе, көмекші роль атқарады.

Жаңартылған білім мазмұны жағдайында шығармашылық дамудың шешуші қағидасы баланың табиғи инстинктін ескере отырып, интеллектін дамыту болып табылады.

Сыныптан тыс жұмыстардың арқасында оқушыларының шығармашылық қабілеттерін дамытуға бірден-бір жол ашады. Сыныптан тыс жұмыстардың ішінде оқушылар көбірек ұнататын, олардың қызығушылық белсенділігін арттыратын, ұжымдық, адамгершілік, ұйымдастырушылық, тәрбелік т.б. талаптарын дамытатын түрі – математикалық кештер болып табылады.

Математикалық кештерді әр түрлі формаларда өткізуге болады. Мысалы, креативтік, яғни шығармашылық, ерекшеленген типтегі кештер: есептер құрастыру және шешу кештері: диалог – кештер (дискуссиялар, диспут, эвристикалық әңгіме, дөңгелек стол, дебаттар т.б.); парадокс – кештер (мысалы, “ішi-сырты жоқ көйлек” – мёбус парағы, Евклит геометриясының проблемалары т.б.); фантазия кештері (“ішi-сырты жоқ құмыра” – Клейн бөтелкесі); өнертапқыштық кештер (мысалы, жете алмайтын ара қашықтықтарды өлшеу үшін қолда бар кітапша, күнқағар т.б. заттарды пайдалану т.б.); символдар кеші (мысалы, Леонардо да Винчи шығармаларындағы математикалық символдар, Алтын қима, Фибоначчи сандарының құпиясы т.б.); рольдік ойындар (мысалы,”Математикалық фигуралар айтысы”; “Математикалық ертегі” т.б.); саяхат кеші (мысалы, Пеано аксиомаларына және Гилберт бойынша акисомалар жүйесі мен (анықталмайтын) негізгі түсініктерге саяхат); эвристикалық ситуация кеші; кері сабақ кеші (оқушы мұғалім ролінде); болашақ мектептегі математикалық кеш; шешімі жоқ есептерді шешудің жаңа технологиялары (мысалы сағат циферблатының көмегімен бұрыштың трисекциясын салу т.б.) [3].

Коммуникативтік типтегі кештер: көрме кештер; аукцион кештер; конверенция кештер; көңілді тапқырлар клубы; спектакль кештер; дөңгелек стол кештері; шығармашылық есеп шешу кештері т.б.; ғалымдармен кездесу; көрмелер; коллекциялар ұйымдастыру, ойындар; кроссвордтардан, қызықты математикадан жарыстар, конкурстар; математикалық тақырыптық кештер; ғалымдардың өмірі мен қызметіне арналған кештер; белгілі бір проблемаларға арналған кештер (мысалы, «$\pi\pi$ саны», «Таза математика», «Қолданбалы математика» т.б.); жас ерешеліктерге байланысты төменгі сынып оқушыларына арналған, жоғары сынып оқушыларына арналған кештер т.б.

Мектептегі параллель сынып оқушыларымен немесе көбінесе V мен VII және VIII мен X сынып оқушыларымен математикалық кештер өткізіледі [4].

Математикалық кешті даярлау және өткізу өте қиын жұмыс, сондықтан жас мұғалім жақсы даярлықпен жыл бойы математикалық бір кеш өткізсе, сол жеткілікті болады.

Кештің барлық даярлық жұмысын жүргізу үшін математика мұғалімінен және 4-5 оқушыдан топ құрылады. Бұл топ математикалық кеште жүргізілетін шараларды, оларды кімдер қашан даярлауы керек екендігін көрсетіп жоспар жасайды. Бұл белгіленген шаралардың сапалы болып даярлануын және орындалуын оқушылар өздері басқарып, тексеріп отырады. Бірақ жалпы жауапкершілік мұғалімде болады.

Математикалық кештердің бағдарламалары және мазмұндары әр түрлі болуы мүмкін, бірақ V мен VII сыныптар арасында оқушыларға арнап математикалық кештер даярлағанда, олардың көз тартатын әртүрлі әшекейлерге, жұмбақтарға т.с.с. үйір болатыны есте болу керек.

Математикалық кешке арнап математикалық газет, фотомонтаж шығаруға болады. Математикалық кеш өткізілетін залға (сыныпқа) математикалық портреттері, математикалық мазмұнды плакаттар ілінеді. Плакаттарға математика турасында айтылғандар, қызықты есептер, софизмдер, геометриялық сызбалар т.б. жазылуы мүмкін. Бұл плакаттарға эпидиаскоппен оқушылардың көңілін аудорарлықтай қызықты суреттер салуға (мұндай суреттер Перельманның кітаптарынан т.б. алуға) болады. Оқушылардың сабақ процесі кезінде уақыттың тығыздығынан кең түрде көңіл бөлінбеген мәселелерге мұнда толығырақ тоқталуға болады, шығармашылық жұмыстармен айналысып, логикалық ойлауды, танымдық әрекетті дамытатын қызықты есептер шығарып, бас қатырулар, кроссвордтар шешіп, ойындар ойнауға және өздігінен есептер, ойындар құрастыруына мүмкіндік туады.

Кештерді өткізу нәтижесінде оқушылардың білімге құштарлығы оянады; ұлттық дәстүрлі ойындар негізінде оқушының ақыл-ой тәрбиесі болып табылатын адамгершілікті, отан сүйгіштік, елге деген махаббаты күшейеді; әдебиеттерді оқу, ізденгіштік және зерттеушілік іскерліктері мен машықтарын шыңдауға зор ықпал етеді. Кештің өтілу барысында газетте жарияланған конкурстық есептердің қорытындысын жариялап, оқушылардың еңбектеріне қарай марапаттаулар жасауға болады. Және де тақырыпқа байланысты әр түрлі әзілдер айтуға, сахналық көріністер көрсету тиімді [5].

Математикалық кешімізді аяқтай келе тақырыпқа байланысты өлең, жыр, күй орындап жарысты қызықты, әрі әсерлі аяқтауға болады. Бұл оқушыларды оқу процесі кезінде алған эмоционалдық кернеуін төмендетуге көмегін тигізеді. Математикалық кешті қорытындылай келе қазылар алқасының шешімі тыңдалып, жеңіске жеткен топты, жеке оқушыларды, жетекшілерді марапаттап болған соң, қазылар алқасының төрағасы сөз сөйлеп осы кешті аяқтайды. Кешті өткізу мұғалімнің өзіндік сараптама-талдау жасауымен аяқталады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 *Қаңдыбаев Қ.И., Сатыбалдиев О.С., Джанабердиева С.А. Математиканы оқыту әдістемесі: оқулық – Алматы. Дәуір, 2013. – 368 бет*

2 *Абылкасымова А.Е., Рыжаков М.В., Шишов С.Е. и др.; Современные тенденции развития непрерывного педагогического образования // Центр развития пед. образования. – Алматы: Атамұра, 2016. – 272 с.*

3 *Әбілқасымова А.Е. Қазіргі заманғы сабақ. Алматы: Комплекс, 2004 . - 218 бет*

4 *Елубаев С., Шәкуов Н. Математикалық кеш. – Алматы: Мектеп - 1971. – 103 бет*

5 *Гусев В. А., Орлов А. И., Розенталь Внеклассная работа по математике в 6 - 8 классах: книга для учителя /– М.: Просвещение, 1984. - 285* с.

МРНТИ 27.01.45
УДК 372.851

Б.М. Қосанов

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

«ӘБЖӘД ЕСЕБІ» – ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МӘДЕНИЕТІНІҢ АЛТЫН ҚАЗЫНАСЫ

Аңдатпа

Қай халықты алмасақ та, оның тәжірибелік математиканы оқытудың дәстүрлі түрде ұрпақтан ұрпаққа беріліп отырған өзіндік әдіс-тәсілдері бар. Бұл әдіс-тәсілдердің жиынтығы сол халықтың ұлттық математикалық мәдениетін құрайды. Алайда, әлі күнге дейін Қазақстандағы мұсылмандық мектептерде математиканы оқытудың аса бай материалдары толығымен зерттеліп, жүйеге түсіріле қойған жоқ. Қазіргі күні бұған деген мұқтаждық артып отыр десек, артық айтпаған болар едік. Сондықтан «әбжад есебі» атты оқу материалына тыңғылықты талдау жасалған бұл мақала математикалық білім беру ісіне қатысы бар барлық адамдардың қызығушылығын тудырары сөзсіз. Сонымен қатар мақалада біздің ата-бабаларымыздың осы математикалық білімдерді жұмбақ-айтыстар мен тарихи оқиғалардың мерзімін белгілеуде қалай шеберлікпен қолдана білгендігі туралы нақты дәлелдер келтірілген.

Түйін сөздер: математика, математикалық сауаттылық, математикалық білім беру, әбжад есебі, «бабди-бажуан» кестесі, әбжәд есебінің қолданылуы, жұмбақ-айтыс.

Аннотация

Б.М. Қосанов
Казахский педагогический университет имени Абая, г.Алматы, Казахстан

«ХИСАБ АБДЖАД» – ЗОЛОТОЕ СОКРОВИЩЕ КАЗАХСКОЙ НАЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ

У всех народов существовали свои приемы и способы обучения практической арифметике, которые по традиции переходили от поколения к поколению. Совокупность этих приемов и способов обучения составляет национальную математическую культуру этого народа. Однако до настоящего времени никто еще серьезно не задавался целью систематизировать и подробно исследовать богатейшие материалы практики обучения арифметике в мусульманских мектебах Казахстана, между тем в этом чувствовалась сильная необходимость. Поэтому предлагаемая статья, содержащая подробный анализ учебного материала «хисаб абджад» должна представлять значительный интерес для всех лиц, имеющих отношение к математическому образованию. А также в статье приводятся конкретные доказательства о том, что как умело примененяли наши предки эти математические знания в загадках-состязаниях и в хронологии.

Ключевые слова: математика, математическая грамотность, математическое образование, хисаб абджад, таблица «бабди-бажуан», применение хисаб абджад, загадки-состязания.

Abstract

«HISAB ABJAD» - THE GOLDEN TREASURE OF THE KAZAKH NATIONAL MATHEMATICAL CULTURE

Kossanov B.M.
Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

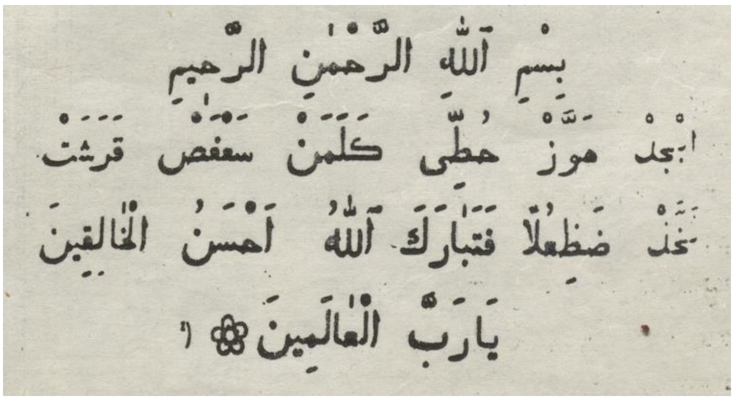
All peoples had their own methods and methods of teaching practical arithmetic, which traditionally passed from generation to generation. The combination of these methods and methods of teaching is the national mathematical culture of this people. However, until now, no one has seriously set out to systematize and study in detail the rich materials of the practice of teaching arithmetic in the Muslim mektebs of Kazakhstan, meanwhile, there was a strong need for this. Therefore, the proposed article containing a detailed analysis of the educational material "hisab abjad" should be of significant interest to all persons related to mathematical education. The article also provides concrete evidence that our ancestors skillfully applied this mathematical knowledge in riddles-competitions and in chronology.

Keywords: mathematics, mathematical literacy, mathematical education, hisab abjad, table babdi-baguan, application of hisab abjad, riddles-competitions.

Қазіргі заманғы математика ғылымының көптеген жаңалықтары мұсылман елдерінде ашылды деуге болады (қазіргі заманғы арифметика, ондық бөлшектер, теңдеулер, алгебра, тригонометрия, т.с.с.). Бұл білімдер кейіннен Еуропаға жетіп, бүкіл дүние жүзіне белгілі болды және әлемдік математика ғылымында «цифр», «алгебра», «алгоритм», «түбір», «синус» сияқты қазіргі заманғы математикалық терминдердің қалыптасып, орнығуына жол ашты. Жалпы алғанда, мұсылман елдері математикасында натурал сандарды таңбалаудың мынадай екі түрі қолданылған: 1) үнді цифрлары (аркам әл-Хинд); 2) әріптік нумерация (Абжад хисаб).

Алғашқыда үнділіктерден шыққан қазіргі цифрлармен еуропалықтар мұсылман математиктерінің еңбектері арқылы танысқандықтан, олар кейіннен араб цифрлары деп аталып кетті. Мұсылман әлемінде бұл цифрларға дейін сандарды әріптер арқылы таңбалау кеңінен таралды, ол қазақтар арасында «Әбжәд есебі» деп аталады. Оған жас балалардың санасына мұсылмандық дүниетанымды енгізудің аса маңызды құралы ретінде ерекше мән беріліп, мұсылмандық мектептерде жүйелі түрде оқытылды.

Мұсылмандық мектептерде шәкірттер сауат ашуды араб алфавитінің 28 әрпін алфавиттік реті бойынша жаттаудан бастаған. Мұны «Әліп-би» деп атаған. «Әліп-биді» толық меңгергеннен кейін шәкірт «Әбжәд есебін» оқуға көшетін болған. «Әбжәд есебі» дегеніміз - арабтың алфавиттік нумерациясына негізделген сандар математикасы. Мұнда дауыссыз дыбысқа сәйкес келетін араб әріптерінің әрқайсысының сан бойынша ұстайтын өзіндік орындары болады (1-сурет)және әріптер оқушылардың жаттауына ыңғайлы болу үшін төмендегідей сегіз сөзге топтастырылады [1].



Сурет 1. Дауыссыз дыбысқа сәйкес келетін араб әріптері.

Мұны қазіргі әріптер мен цифрлар арқылы жазсақ, мынадай болады:

а б ж д һ у з х т и к л м н с ғ ф с
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30 40 50 60 70 80 90
қ р ш т с х з з з ғ
100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000

Мұнда бірліктер, ондықтар, жүздіктер және мың саны сегіз сөзге жайдан-жай топтастырылып алына салмаған. Ерекше назар аударарлық мәселе, алғашқы төрт әріптен тұратын «Абжд» сөзіндегі әрбір әріптердің сандық мағынасы - 1,2,3 және 4. Біздіңше, ол «төрт тек» ұғымымен байланысты алынған, мұнда дүниені құраушы негізгі тектер - жер, су, жел және от (дененің қатты, сұйық, газ және плазма күйлері) қамтылған. Сонымен қатар ол төрткіл дүниені де (солтүстік, оңтүстік, шығыс және батыс) меңзейді. «Абжд» сөзіне сәйкес келетін сандардың қосындысын қарастырсақ:

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10.$$

Бұдан «Абжд» сөзінің терең математикалық мағынасы келіп шығады, ол бүкіл математиканың негізі болып саналатын ондық санау жүйесін білдіреді. Тағы бір байқайтынымыз, егер осы төрт санды барлық мүмкін болатын жолдармен қоссақ, 10-ға дейінгі барлық сандарды шығарып алуға болады:

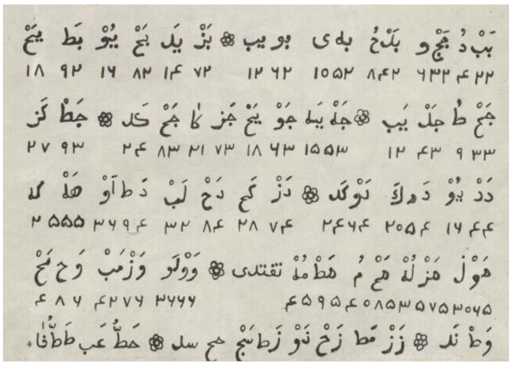
$$1 + 4 = 2 + 3 = 5;\ 1 + 2 + 3 = 6;\ 1 + 2 + 4 = 7;\ 1 + 3 + 4 = 8;\ 2 + 3 + 4 = 9.$$

Қорыта айтқанда, «Әбжәд есебінің» негізін құрайтын алғашқы сөзге әріптер кездейсоқ жинақталмаған, осы сөздің әріптеріне сәйкес келетін алғашқы төрт натурал сан басқа барлық сандардың кілті, есеп-қисап жүргізудің негізі деп саналған. Тағы бір көңіл аударарлық жайт, «Әбжәд есебі» бойынша әріптер жинағы ретінде топтастырылған сөздерде көбіне дауыссыз дыбыстар қатар келеді. Мысалы, «абжд», «қлмн», т.с.с. Ыңғайлылық үшін осы сөздерді айтқанда әріптік дыбысты харекелеу, яғни демеу үшін олардың арасына дауысты дыбыстар қосылып айтылады. Мысалы, «абж(а)д», «к(а)л(а)м(а)н», т.с.с. Мұндағы жақша ішіндегі әріптер сандық мәндерді білдірмейді, олар осы сөздерді айтқанда әріптік дыбысты харекелеу үшін ғана қолданылады.

Сандарды «Әбжад есебі» бойынша таңбалау мұсылман халықтары арасында «жұмал» немесе «арками жұмал» деп те аталады. «Жұмал» сөзі қосынды, ал «арками жұмал» сөзі жұмал цифрлары деген мағынаны білдіреді. Бұл атаулар көп таңбалы сандардың аддитивтік тәсіл бойынша таңбаланатындығын көрсетеді. Мұнда кез келген санды «жұмал цифрлары» арқылы былайша таңбалауға болады: алдымен қажетті санның жоғарғы разряд бірлігіне сәйкес келетін әріп, одан кейін ретімен келесі кіші разряд бірліктеріне сәйкес әріптер оңнан солға қарай тізіліп жазылады. Мысалы, 1229 санын қазіргі әріптерді пайдаланып, «ТКРҒ» сөзі түрінде жазуға болады (біз жазылу ретін араб жазуындағы сияқты, солдан оңға қарай келтірдік). Сонда бұл сөздің әбжәдтық мағынасы былай болып шығады:

$$1229 = 9 + 20 + 200 + 1000 = Қ + Т + Р + Ғ$$

Бұл жерден «Әбжәд есебінің» неліктен кейде «Жұмал» деп аталатындығы байқалады. «Әбжәд есебі» бойынша қосу мен азайту амалдарын орындау аса қиындық келтірмейді. Мұнда көбейту амалын орындау үшін алдымен тақпақ түрінде құрастырылған көбейту кестесін жатқа білу талап етіледі. Қазақтар арасында ол «Бабди бажуан» деген атаумен белгілі болған. «Бабди бажуан» кестесі дегеніміз-әбжәд әріптерінен топтастырылған 30 сөзден тұратын кесте (2-сурет). Қазақ даласындағы мұсылмандық мектептерде кеңінен қолданылған «Хуласати ал-масаил» («Мәселелердің мән-мағынасы») атты оқу құралында «Бабди бажуан» кестесінің төмендегідей нұсқасы келтірілген [2].



Сурет2. «Бабди бажуан» кестесінің нұсқасы.

Егер оны қазіргі әріптермен жазып шықсақ, мынадай болар еді:

Б(А)БД(О) 2 2 4	Ж(А)ЖТ(О) 3 3 9	Д(А)ДИ(А)У 4 410 6	Һ(А)ҺК(А)Һ(И) 5 5 20 5
Б(О)ЖУ(ЕН) 2 3 6	Ж(А)ДИ(А)Б(И) 3 410 2	Д(А)Һ(ИН)К(А) 4 5 20	Һ(А)УЛ(О) 5 6 30
Б(А)ДХ(О) 2 4 8	Ж(А)ҺИ(А)Һ(ЕН) 3 510 5	Д(А)УК(А)Д(И) 4 6 20 4	Һ(А)ЗЛ(А)Һ(ИН) 5 7 30 5
Б(А)Һ(А)И(ИН) 2 5 10	Ж(А)УИ(А)Х 3 6 10 8	Д(А)ЗК(А)Х(ИН) 4 7 20 8	Һ(А)ХМ(О) 5 8 40
Б(А)УИ(А)Б(И) 2 6 10 2	Ж(А)З(ИА)КА 3 7 20 1	Д(А)ХЛ(А)Б 4 8 30 2	Һ(А)ТМ(А) Һ(ИН) 5 9 40 5
Б(А)ЗИ(А)Д(ЕН) 2 7 10 4	Ж(А)ХК(А)Д(И) 3 8 20 4	Д(А)Т(ИН)Л(А)У 4 9 30 6	
Б(А)ХИ(А)У 2 8 10 6	Ж(А)ТК(А)З(ИН) 3 9 20 7		
Б(А)ТИ(А)Х 2 9 10 8			
У(А)УЛ(А)У(ИН) 6 6 30 6	З(А)ЗМ(А)Т(ИН) 7 7 40 9	Х(А)ХС(А)Д(И) 8 8 60 4	Т(А)ТФА(ЕН) 9 9 80 1
У(А)ЗМ(А)Б 6 7 40 2	З(А)ХН(А)У 7 8 50 6	Х(А)ТҒ(И)Б 8 9 70 2	
У(А)Х(ИН)М(А)Х 6 8 40 8	З(А)Т(ИН)С(А)Ж 7 9 60 3		
У(А)ТН(А)Д(И) 6 9 50 4			

Кестенің алғашқы екі сөзі «б(а)бд(о)» мен «б(о)жу(ен)» көбейту кестесінің атауын білдіреді. Әр сөздегі алғашқы екі әріп көбейткіштердің сандық мәндерін, ал соңғы әріп (немесе әріптер) көбейтіндінің сандық мәнін сипаттайды. Мысалы, әбжәд есебі бойынша «б(а)бд(о)» сөзіндегі «б» әрпі 2-ге, «д» әрпі 4-ке сәйкес келеді, сондықтан бұл сөз «екі жердегі екі-төрт» деген мағынаны береді. Келесі «б(о)жу(ен)» сөзіндегі «б» мен «ж» әріптері сәйкесінше, 2 мен 3 сандарын, ал соңғы «у» әрпі олардың көбейтіндісінің мәнін, яғни 6 санын анықтайды, демек, ол «екі жердегі үш - алты» дегенді білдіреді. Осы сияқты кестедегі «х(а)хс(а)д(и)» сөзін алайық. Мұндағы «х» және «х» әріптері «8·8» өрнегін анықтайды, ал соңғы «с» мен «д» әріптерінен құралған «сд» конструкциясы «64» санына сәйкес келеді. Ендеше, бұдан «х(а)хс(а)д(и)» сөзі «8·8 = 64» дегенді білдіретіндігі келіп шығады [3].

Енді әбжәд есебі бойынша кез келген екі таңбалы сандарды көбейту тәсілін қарастырайық. Ол үшін көбейткіштері әбжәд есебі арқылы берілген 25×14 көбейтіндісін алып көрейік.

Әбжәд бойынша 25 санына «ХК», ал 14 санына «ДИ» конструкциялары сәйкес келеді (мұнда қазіргі әріптер пайдаланылғанымен, жазу араб тіліндегі сияқты, оңнан солға қарайғы ретпен жүзеге асырылған, мәселен, «К» әрпі 20-ны, ал «Х» әрпі 5-ті сипаттайды). Сонда «25×14» өрнегі «ДИ×ХК» ретінде түсініледі. Берілген сандарды көбейтуді орындау барысындағы ойлау реті төмендегідей болады:

$$«\text{Д} \times \text{ХК} + \text{И} \times \text{ХК} = (\text{Д} + \text{И}) \times \text{ХК} = \text{ДИ} \times \text{ХК}»$$

Сонда:

$$«\text{Һ} + \text{Р} = \text{И} \times \text{Х} + \text{И} \times \text{К} = \text{И} \times (\text{Х} + \text{К}) = \text{И} \times \text{ХК}»$$

Бұл жердегі

$$«\text{Р} = \text{И} \times \text{К}», \text{ ал } «\text{Һ} = \text{И} \times \text{Х}»$$

Сол сияқты

$$«\text{К} + \text{Ф} = \text{Д} \times \text{Х} + \text{Д} \times \text{К} = \text{Д} \times (\text{Х} + \text{К}) = \text{Д} \times \text{ХК}»,$$

Мұндағы

$$«\text{Ф} = \text{Д} \times \text{К}», \text{ ал } «\text{К} = \text{Д} \times \text{Х}»$$

Сонымен,

$$«\text{НШ} = \text{Һ} + \text{Ш} = \text{Һ} + (\text{Р} + \text{К}) = (\text{К} + \text{Ф}) + (\text{Һ} + \text{Р}) = «\text{ДИ} \times \text{ХК}»$$

Нәтижеде алынған «НШ» конструкциясы әбжәд бойынша - 350, демек,

$$25 \times 14 = 350.$$

Қазіргі күні қазақ арасында араб алфавиті қолданылмайтындықтан, «Бабди бажуан» кестесінің ешқандай тәжірибелік мағынасы жоқ екендігі түсінікті. Бірақ өз кезеңінде, әсіресе, қазақ арасында мұсылмандық мектептер кеңінен таралған XVIII – XIX ғасырларда бұл кесте балаларды мұсылмандық математикаға оқытуда қолайлы рөл атқарған. Біріншіден, «Бабди бажуан» кестесі тақпақ түрінде құрастырылғандықтан, тез жатталады және жеңіл есте сақталады. Екіншіден, ырғақты сипаты арқылы сандармен жеңіл сәйкестендіріледі.Үшіншіден, ол уақытты үнемдеу принципі бойынша құрастырылған, мұнда оқушылар көбейту кестесінің бір жағдайына сәйкес ұзақ сөйлемді айтып жатпай, оның орнына бір немесе екі ғана сөзді айтады, мәселен, «екі жерде сегіз он алты» деген сөйлем орнына «Б(А)ХИ(А)У» («Б×Х=ИУ») деп айтады.

«Әбжад есебі» мұсылмандық мектептерде жалаң түрде ғана оқытылмаған. Бұл мектептерде білім алып, әлемдік өркениетке өзіндік үлес қосқан мұсылман ғалымдары оның терең сырларын меңгеру үшін ондаған жылдық өмірлерін сарп еткен. Осылайша олар әбжәдтың құпияларын ғылыми тілмен түсіндіру арқылы адамзаттың бүкіл әлем, жаратылыс туралы білім-түсініктерін кеңейтуге, тереңдете түсуге тырысқан. Мұсылман ғұламалары оны жалпы дүниені танудың кілті деп түсінген және әбжәд туралы білімдерін философияда, геометрияда және тағы басқа ғылым салаларында аса шеберлікпен қолданып отырған. «Әбжәд есебі» әсіресе, тарихи оқиғалардың мерзімін белгілеуде кеңінен қолданылған. Мысал ретінде XVI ғасырда өмір сүрген бұқаралық тарихшы Хафиз Таныштың «Шараф-наме-их Шахи» атты кітабын алайық. Кітап атауының қазіргі әріптер арқылы жазылуы мынадай болады: «ШРФНАМХ ШАХИ». Осы екі сөздегі әріптердің әбжәдтық мәнін анықтап көрелік.

Әріптер	Ш	Р	Ф	Н	А	М	Х	Ш	А	Х	И
Сандық мәндері	300	200	80	50	1	40	5	300	1	5	10

Осы кестедегі сандардың жұмалдық мәндерін, яғни қосындыларын анықтайық:

$$300 + 200 + 80 + 50 + 1 + 40 + 5 + 300 + 1 + 5 + 10 = 992.$$

Сонда кітап атауының өзі оның хижраның 992 жылы жазылғандығын көрсетеді. Қазіргі жыл санау бойынша, ол 1584 жылға сәйкес келеді [1].

Енді әлемдік ғылымның дамуына өлшеусіз үлес қосқан ортаазиялық ғұлама Әбу Ғали ибн Сина туралы айтылатын мына бір өлең шумағын алайық.

«Әбу Ғали ибн Сина келді ақиқат,
Жоқ еді, жомарт берді «шажағ» жылында.
Көзіне «шаса» ғылымның шыңты шыңына,
Қолын созды жаһанға, кетті қайтып «тәказ»-да».

Мұндағы «шажағ», «шаса» және «тәказ» сөздері сәйкесінше, ШЖҒ, ШСА және ТКЗ түрінде жазылады және олардың әбжәдтық мәндері сәйкесінше, мынадай болады: Ш=300, Ж=3, Ғ=70, жиындысы: 373; Ш=300, С=90, А=1, жиындысы: 391; Т=400, К=20, З=7, жиындысы: 423.

Бұл өлең шумағындағы қарастырылып отырған сөздердің хижра жыл санауы бойынша, 373-інші, 391-інші және 423-інші жылдар екендігін көрсетеді. Олар қазіргі жыл санау бойынша, 983-інші, 1001-інші және 1036-інші жылдарға сәйкес келеді. Демек, жоғарыдағы өлең шумағы ибн Синаның 983 жылы туып, 1001 ж. ғылым шыңына шыққандығын және 1036 ж. дүниеден қайтқандығын анықтайды [4].

«Әбжәд есебі» негізіндегі математикалық білімдер қазақ ауыз әдебиетінің үлкен саласының бірі-айтыстың бір түрі жұмбақ айтыстарда асқан шеберлікпен қолданылған. Мұнда жұмбақтың негізгі нысаны сан мен есеп болып келеді. Мәселен, «Шәкей сал мен алты ақынның» айтысында Кете Жүсіп Ешниязұлы деген ақын қарсыласына өз аты-жөнін былайша жұмбақтап келтіреді:

«...Басы - он, ортасы - алпыс, соңы - сексен,
Бұл нұсқау хабар берер біздің аттан...» [5].

Егер бұл жұмбақтағы сандардың «Әбжәд есебіне» сәйкес әріптік мәндерін табатын болсақ, онда 10 санына «И», 60 санына «С», ал 80 санына «Ф» әріптері сәйкес келетіндіктен, араб әріптерімен жазылған «ИСФ» сөзі шығады. Қазақшалағанда, ол осы өлең шумағын айтып отырған ақынның есімінің Жүсіп екендігін білдіреді.

Мұндай мысалдарды көптеп келтіруге болады. Мысалы, Керейіт Даңмұрын мен Қаңлы Жүсіптің айтысынан үзінді келтірелік.

Керейіт Даңмұрынның жұмбағы:

«Келеді жұмбағымның басы былай:
Үш басты, - деп айтады, - бір хайуанат.

Әз екен алты аяқты ауыр дене,
Тәні алпыс,екі жағында алты қанат.
Бітімі екі тарақ құйрық екен,
Бір мақұлық қасиетті зор хабардат...».

Қаңлы Жүсіптің шешуі:

«...Жасымда қылған екен маған енші,
Ата - анам осы түрлі хайуанатын.
Сол мақұлық сонан бері біздің қолда,
Еткенсін ием лайық қызметін.
«Сұрайтын сұраушыдан білем» десе,
Әбжәдтән есеп қылсын Жүсіп атын.
Сол кезде анық байқап, көзі көрер,
Мақұлықтың жұмбақ қылған түр - сипатын...» [5].

Мұнда «Үш басты», «Алты аяқты ауыр дене», «Екі жағында алты қанат», «Бітімі екі тарақ құйрық» деп Жүсіп есімінің арабша жазылуы, ал «Тәні алпыс» деп Жүсіп есімінің осы арабша жазылуындағы дәл ортадағы «С» әрпінің әбжәд есебі бойынша ұстайтын сандық мәні жұмбақталынып отыр. Сонда бұл жерде Қаңлы Жүсіптің жауабынан оның жұмбақты дұрыс шешкені көрініп тұр.

Енді қазақ арасында кеңінен таралған «Қыз бен жігіт айтыстарынан» тағы екі мысал келтірейік.

1) *«Жігіт:*

Сары көлдің бар екен алпыс қазы.
Сол қаздардың екі жүз балапаны,
Тоғыз үйрек, дәл елу қасқалдағы,
Артық - кемсіз айтқаным - әбжәд саны.

Қыз:

Бір қызға жеті жігіт зар болады,
Екі жаман қосылса,сор болады.
Жасымды артық - кемсіз, мен айтайын,
«Зәл» - ге «Дәл» - ді қоссаңыз, сол болады» [6].

Алдымен жігіт тарапынан айтылған өлең шумағына назар аударайық. Әбжәд бойынша, 60 саны «С», 200 – «Р», 9 – «Т», 50 – «Н» әріптерін білдіреді, бұдан «СРТН» сөзі келіп шығады. Демек, жігіт өзінің саратан айында туғанын жұмбақтап отыр (ол байырғы қазақ календары бойынша, маусым айына сәйкес келеді). Ал қыз тарапынан айтылған шумақтардағы «Зәл» әрпінің әбжадтық саны - 7, «Дәлдікі» - 4 және 7 + 4 = 11. Бұл жерден қыздың өзінің 11 жаста екендігін жұмбақтап отырғанын байқаймыз.

2) *«Қыз:*

Цифр бар «Жиырмасыншы» сөз басында,
«Отыз» бен «Сегіз жүз» тұр қасында.
Және тағы «Жетпіс» пенен «Сексен» де бар,
Осы сөз білесің бе қай фасылда?

Жігіт:

Цифрдан жиырмасыншы «Каф» шығады,
Отыз – «лям», сегіз жүзден «Зат» шығады,
Жетпістен шығатұғын «Ғайын» қарпі,
Сексеннен «Фи» таңбалы хат шығады.
Жиылтып бес қаріпті оқығанда,
Ішінен «Күлзағифа» ат шығады» [3].

Әбжәд бойынша, қыздың айтқан жұмбағындағы сандардың әріптік мәндерін табайық: 20-«К», 30-«Л», 800-«З», 70-«Ғ», ал 80-«Ф». Осы әріптерді біріктірсек, «КЛЗҒФ» сөзі шығады. Жігіттің жауабынан оның жұмбақты дұрыс шешкенін байқаймыз. Шынында да жігіттің айтқанына сәйкес, осы бес әріпті жинақтап оқысақ, қыздың атының Күлзағифа екендігін көреміз.

Сонымен қорыта айтқанда, мұсылмандық дүниетанымның қайнар бұлағы, әрі қазақ халқының байырғы математикалық мәдениетінің куәсі болып табылатын «Әбжәд есебі» - адамзаттың сан ғасырлар бойы жинақтаған түрлі білімдері негізінде шебер құрастырылған, терең философиялық және математикалық ойдың жемісі. Ол - қазіргі заманғы цифрлар ойлап табылғанға дейінгі (IX ғ.) кезеңде мұсылман халықтары арасында кеңінен таралған және алфавиттік нумерацияға негізделген сандар арифметикасы.

Қазақ арасында мұсылмандық мектептерде «Әбжәд есебіне» негізделген сандар математикасынан заман талабына сай жүйелі мағлұмат берілген. Мұны мұсылмандық мектептерде білім алып, тәрбиеленген қазақ ақындарының «Әбжәд есебі» туралы білімдерін айтыс жанрының аса қиын саласы – «жұмбақ айтыстарда» асқан шеберлікпен қолдана білгендігінен аңғаруға болады.

Пайдаланылған әдебиет тізімі:

1 Нурсултанов К. Арифметика в казахско-татарских школах дореволюционного Казахстана. // Математика и механика (сб. ст. соискателей и аспирантов). Вып. 4, 1969, с. 90-106.

2 Қосанов Б.М. Ана тіліндегі алғашқы математика оқулықтары. -А.,2015, 500 с.

3 Ақпанбек Ғ. Абжад есебі. «Шипагерлік баян» газеті, №9, 2005, 4 б.

4 Айтыс.Екінші том. - А.,1965, 567 б.

5 Қырық қазына (қазақ халқының ауызша есептері). - А.,1987, 80 б.

МРНТИ 27.33.19
УДК 517.968.7

М.Д. Кошанова[1], М.А. Муратбекова[1], Б.Х. Турметов[1]

[1]Қ.А.Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА

Аннотация

В настоящей работе в классе гладких функций изучены свойства оператора преобразования с ортогональной матрицей. Для таких операторов преобразований находится обратный оператор. В классе гладких функций в шаре приведены свойства интегро-дифференциальных операторов дробного порядка в смысле Адамара. С помощью ортогональной матрицы в пространстве R^n рассматривается нелокальное уравнение Пуассона. Нелокальное уравнение имеет некоторые общие свойства с классическим уравнением Пуассона. Основное различие между нелокальным и классическим уравнением Пуассона состоит в том, что нелокальное уравнение выполняется различных точках области. В качестве приложений введенных операторов исследуются вопросы разрешимости одной краевой задачи для нелокального уравнения Пуассона. В качестве граничного оператора рассматривается дробная производная в смысле Адамара. Доказаны теоремы о существовании и единственности решения исследуемой задачи.

Ключевые слова: нелокальное уравнение, уравнение Пуассона, дробная производная, оператор Адамара, задача Дирихле,задача Неймана, функция Грина.

Аңдатпа

М.Д. Кошанова[1], М.А. Муратбекова[1], Б.Х. Турметов[1]

[1]Қ.А.Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан

ЛОКАЛЬДЫ ЕМЕС ПУАССОН ТЕҢДЕУЛЕРІ ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕБІНІҢ ШЕШІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

Бұл жұмыста тегіс функциялар класында ортогоналды матрицасы бар түрлендіру операторының қасиеттері зерттелген. Мұндай түрлендіру операторлары үшін кері оператор бар. Шардағы тегіс функциялар класында Адамар мағынасында бөлшек ретті интегро-дифференциалдық операторлардың қасиеттері келтірілген. Ортогональды матрицаның көмегімен кеңістікте Пуассонның сызықты емес теңдеуі қарастырылады. Сызықты емес теңдеу Пуассонның классикалық теңдеуімен кейбір жалпы қасиеттерге ие болады. Пуассонның сызықты емес және классикалық теңдеуі арасындағы негізгі айырмашылық-бұл сызықты емес теңдеу аймақтың әр түрлі нүктелерінде орындалады. Енгізілген операторлардың қосымшасы ретінде Пуассонның локальды емес теңдеуі үшін бір шеттік есептің шешілу сұрақтары зерттеледі. Шекаралық оператор ретінде Адамар мағынасында бөлшек туынды қарастырылады. Зерттелетін есептің бар болуы мен шешуінің біртұтастығы туралы теоремалар дәлелденді.

Түйін сөздер: локальды емес теңдеу, Пуассон теңдеуі, бөлшек ретті туынды, Адамар операторы, Дирихле есебі, Нейман есебі, Грин функциясы.

Abstract

ON SOLVABILITY OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE NONLOCAL POISSON EQUATION

KoshanovaM. [1], Muratbekova M. [1], Turmetov B. [1]
[1]A.Yasaui International Kazakh-Turkish University, Turkestan,Kazakhstan

In this paper, we studied the properties of a transformation operator with an orthogonal matrix in the class of smooth functions. The inverse operator is found for such transformation operators. In the class of smooth functions in a ball, properties of integro-differential operators of fractional order in the sense of Hadamard are given. We consider the nonlocal Poisson equation with the orthogonal matrix in space. The nonlocal equation has some general properties with the classical Poisson equation. The main difference between the non-local and classical Poisson equation is the non-local equation is satisfied at different points in the domain. The solvability of a single boundary value problem for the nonlocal Poisson equation is investigated as applications of the introduced operators. The fractional derivative in the sense of Hadamard is considered as a boundary operator. The theorems on the existence and uniqueness of the problem solution under investigation are proved.

Keywords: nonlocal equation, Poisson's equation, fractional derivative, Hadamard operator, Dirichlet problem, Neumann problem, Green function.

1. Введение

Пусть $\Omega = \{x \in R^n : |x| < 1\}$ - единичный шар, $n \ge 2, \partial\Omega$ - единичная сфера, - оператор Дирака, где $r\frac{d}{dr} = \sum_{j=1}^{n} x_j \frac{\partial}{\partial x_j}$. Пусть далее $u(x)$ гладкая функция в области $\bar{\Omega}$.

Для любого $\alpha > 0$ выражение

$$J^{\alpha}[u](x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^r \left(\ln\frac{r}{\tau}\right)^{\alpha-1} u(\tau\theta)\frac{d\tau}{\tau}$$

называется интегралом порядка α в смысле Адамара [1].

Пусть $\mu \ge 0$. Введем операторы

$$J_\mu^\alpha[u](x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^1 \left(\ln\frac{1}{\tau}\right)^{\alpha-1} \tau^{\mu-1} u(\tau x)d\tau, D_\mu^\alpha[u](x) = r^{-\mu} J^{m-\alpha}\left[\delta^m\left[\tau^\mu \cdot u\right]\right](x), m-1 < \alpha \le m.$$

В дальнейшем будем считать $D_0^\alpha = D, J^0[u](x) = D^0 u(x) = u(x)$.

Пусть S – действительная, ортогональная матрица $S \cdot S^T = E$. Предположим также, что существует такое натуральное число $l \ge 2$ что $S^l = E.$.

Пусть $0 < \alpha \le 1,\ a \in R$. Рассмотрим в области Ω следующую задачу

$$-\Delta u(x) - a\Delta u(sx) = f(x), x \in \Omega, \tag{1}$$

$$D^\alpha u(x) = g(x), x \in \partial\Omega. \tag{2}$$

Решением задачи (1),(2) назовём функцию $u(x) \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$, для которой функция $D^\alpha u(x) \in C(\bar{\Omega})$, удовлетворяющую уравнению (1) и граничному условию (2) в классическом смысле.

Отметим, что в случае $a = 0$ уравнение (1) совпадает с классическим уравнением Пуассона. Этот случай ранее исследовались в работах [2-4].

2. Вспомогательные утверждения.

В этом пункте приведем некоторые свойства отображения S. Сначала заметим, что если $x \in \Omega$, или $x \in \partial\Omega$, то $Sx \in \Omega$, или $Sx \in \partial\Omega$. Это так, поскольку преобразование пространства R^n с матрицей S сохраняет норму $|Sx|^2 = (Sx, Sx) = (S^T \cdot Sx, x) = (x, x) = |x|^2$.

Примерами таких отображений являются:

1) $S = -E$. Для этого отображения имеем $S \cdot S^T = (-E)\cdot(-E) = E$ и $l = 2$.

2) В случае $n=2$ считая, $\phi=\dfrac{2\pi}{l}, l\ge 2$ рассмотрим преобразование

$$S=\begin{pmatrix}\cos\phi & \sin\phi\\ -\sin\phi & \cos\phi\end{pmatrix},$$

Тогда

$$S^T=\begin{pmatrix}\cos\phi & -\sin\phi\\ \sin\phi & \cos\phi\end{pmatrix}$$

и $S\cdot S^T=E, S^l=E$.

Введем оператор $I_S u(x)=u(Sx)$.

Лемма 1. Пусть $u(x)\in C^2(\Omega)$. Тогда

$$\Delta I_S u(x)=I_S\Delta u(x), x\in\Omega \tag{3}$$

Доказательство. Пусть S_{ij} элементы матрицы S. Тогда

$$\frac{\partial}{\partial x_j}I_S u(x)=\frac{\partial}{\partial x_j}u(Sx)=\frac{\partial}{\partial x_j}u\left(\left(S^1_{row}x\right),...,\left(S^n_{row}x\right)\right)=\sum_{j=1}^{n}S_{ij}I_S u_{x_j}(x)=$$

$$\left(S^i_{col}, I_S\nabla u(x)\right)=I_S\left(S^i_{col},\nabla\right)u(x)$$

Отсюда

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}I_S u(x)=\frac{\partial}{\partial x_i}I_S\left(S^i_{col},\nabla\right)u(x)$$

и значит

$$\Delta I_S u(x)=\sum_{i=1}^{n}I_S\left(S^i_{col},\nabla\right)^2 u(x)=I_S\left|\left(S^1_{col},\nabla\right),...,\left(S^n_{col},\nabla\right)\right|^2 u(x)=I_S\left|S^T\nabla\right|^2 u(x)=$$

$$=I_S\left|S^T\nabla, S^T\nabla\right|u(x)=I_S\left(S\cdot S^T\nabla,\nabla\right)u(x)=I_S\Delta u(x).$$

Лемма доказана.

Лемма 2. Оператор $1+aI_S$ при $(-a)^l\ne 1$ обратим и оператор

$$G_a=\frac{1}{1-(-a)^l}\sum_{k=0}^{l-1}(-a)^k I_S^k \tag{4}$$

обратный к нему.

Доказательство. Нетрудно видеть,

$$\left(\sum_{k=0}^{l-1}(-a)^k I_S^k\right)(1+aI_S)u(x)=\left(\sum_{k=0}^{l-1}(-a)^k I_S^k-\sum_{k=0}^{l-1}(-a)^{k+1}I_S^{k+1}\right)u(x)=$$

$$=\left(\sum_{k=0}^{l-1}(-a)^k I_S^k-\sum_{k=1}^{l}(-a)^k I_S^k\right)u(x)=\left(I_S^0-(-a)^l I_S^l\right)u(x)=\left(1-(-a)^l\right)u(x).$$

Следовательно,

$$u(x)=\frac{1}{1-(-a)^l}\left(\sum_{k=0}^{l-1}(-a)^k I_S^k\right)(1+aI_S)u(x)=G_a\cdot(1+aI_S)u(x),$$

т.е. G_a является обратнымк $1+aI_S$ при $(-a)^l\ne 1$. Лемма доказана.

3. Свойства операторов D^α_μ и J^α_μ

В этом пункте мы приведем некоторые свойства операторов D^α_μ и J^α_μ.

В работе [3] доказаны следующие утверждения.

Лемма 3. Пусть $\alpha > 0, \mu \ge 0, 0 < \lambda < 1$ и $u(x) \in C^{\lambda+p}(\bar{\Omega}), p = 0,1,\ldots$. Тогда

1) если $\mu > 0$, то $J_\mu^\alpha[u](x) \in C^{\lambda+p}(\bar{\Omega})$;

2) если $\mu = 0$, то при выполнении условия функция $J_0^\alpha[u](x)$ также принадлежит классу $C^{\lambda+p}(\bar{\Omega})$ и выполняется равенство $J_0^\alpha[u](x) = 0$.

Лемма 4. Пусть $\mu \ge 0, p-1 < \alpha \le p, p = 1,2,\ldots, 0 < \lambda < 1,$ и $u(x) \in C^{\lambda+q}(\bar{\Omega}), q \ge p$. Тогда функция $D_\mu^\alpha[u](x)$ принадлежит классу $C^{\lambda+q-p}(\bar{\Omega})$ и выполняется равенство $D_0^\alpha[u](a) = 0$.

Лемма 5. Пусть $\mu \ge 0, p-1 < \alpha \le p, p = 1,2,\ldots, 0 < \lambda < 1$ и $u(x) \in C^{\lambda+q}(\bar{\Omega}), q \ge l$. Тогда для любого $x \in \bar{\Omega}$ справедливо равенство

$$J_\mu^\alpha\left[D_\mu^\alpha[u]\right](x) = \begin{cases} u(x), \mu > 0 \\ u(x) - u(0), \mu = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Лемма 6. Пусть $\mu \ge 0, p-1 < \alpha \le p, p = 1,2,\ldots, 0 < \lambda < 1$ и $u(x) \in C^{\lambda+q}(\bar{\Omega}), q \ge p$. Тогда для любого $x \in \bar{\Omega}$ в случае $\mu > 0$ справедливо равенство

$$D_\mu^\alpha\left[J_\mu^\alpha[u]\right](x) = u(x), \tag{6}$$

в случае $\mu = 0$ равенство (6) справедливо при дополнительном условии $u(0) = 0$.

Лемма 7. Пусть $\mu \ge 0, p-1 < \alpha \le p, p = 1,2,\ldots,$ $f(x)$ - гладкая функция в области $\bar{\Omega}$ и $-\Delta u(x) = f(x), x \in \Omega$. Тогда справедливо равенство

$$-\Delta D_\mu^\alpha[u](x) = F(x), x \in \Omega, \tag{7}$$

где

$$F(x) = D_{\mu+2}^\alpha[f](x). \tag{8}$$

Лемма 8. Если $\mu = 0, 0 < \alpha \le 1$, то для функции $F(x)$ из равенства (8) имеет место представление

$$F(x) = \left(r\frac{d}{dr} + 2\right) f_{1-\alpha}(x), \tag{9}$$

где

$$f_{1-\alpha}(x) = J_2^{1-\alpha}[f](x). \tag{10}$$

4. Исследование задачи Дирихле

В этом пункте мы исследуем задачу (1),(2) в случае $\alpha = 0$, т.е. рассмотрим следующую задачу Дирихле

$$\begin{cases} -\Delta v(x) - a\Delta v(Sx) = F(x), x \in \Omega, \\ v(x) = g(x), x \in \partial\Omega. \end{cases} \tag{11}$$

Решением задачи (11) назовём функцию $v(x) \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$ удовлетворяющую уравнению (1) и граничному условию (2) в классическом смысле. Пусть $G_D(x,y)$ - функция Грина, а $P(x,y)$ - ядро Пуассона задачи Дирихле для уравнения Лапласа [5]. Справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть $0 < \lambda < 1, F(x) \in C^\lambda(\bar{\Omega}), g(x) \in C^{\lambda+2}(\partial\Omega)$.

Тогда, если выполняется условие $(-a)^l \ne 1$, то решение задачи (11) существует, единственно, принадлежит классу $C^{\lambda+2}(\bar{\Omega})$ и представляется в виде

$$v(x) = \int_\Omega G_S(x,y)F(y)dy + \int_{\partial\Omega} P_S(x,y)g(y)dS_y, \tag{12}$$

где

$$G_S(x,y) = \sum_{k=0}^{l-1} \frac{(-a)^k}{1-(-a)^l} G(S^k x, y), \tag{13}$$

$$P_S(x,y)=\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l}\left[P\left(S^k,y\right)+aP\left(S^k x,S^T y\right)\right]. \tag{14}$$

Доказательство. Пусть $v(x)$- решение задачи (11) существует. Рассмотрим функцию $w(x)=v(x)+av(Sx)$. Тогда $w(x)$ является решением следующей задачи Дирихле

$$-\Delta w(x)=F(x), x\in\Omega; w(x)=g(x)+ag(Sx), x\in\partial\Omega. \tag{15}$$

Если $g(x)\in C^{\lambda+2}(\partial\Omega)$, то очевидно, что $g(Sx)\in C^{\lambda+2}(\partial\Omega)$. Тогда [6], решение задачи (15) существует, единственно, принадлежит классу $C^{\lambda+2}(\bar{\Omega})$ и представляется в виде

$$w(x)=\int_\Omega G(x,y)F(y)dy+\int_{\partial\Omega}P(x,y)\left[g(y)+ag(Sy)\right]dS_y.$$

Из правила замены переменных в кратном интеграле следует, что

$$\int_{\partial\Omega}P(x,y)g(Sy)dS_y=\int_{\partial\Omega}P\left(x,S^T y\right)g(y)dS_y.$$

Следовательно, $w(x)$ можно представить в виде

$$w(x)=\int_\Omega G(x,y)F(y)dy+\int_{\partial\Omega}\left[P(x,y)+aP\left(x,S^T y\right)\right]g(y)dS_y. \tag{16}$$

Считая, что $(-a)^l\neq 1$ и применяя кравенству, $v(x)+av(Sx)=w(x)$ оператор получаем $v(x)=G_a(1+aI_S)v(x)=G_a w(x)$.Покажем, что функция $v(x)=G_a w(x)$ удовлетворяет всем условиям задачи (11). Действительно, $-\Delta v(x)=G_a(-\Delta w)=G_a F(x), -a\Delta v(Sx)=aG_a(-\Delta w)=aG_a F(Sx)$.Отсюда

$$-\Delta v(x)-a\Delta v(Sx)=G_aF(x)+aG_aF(Sx)=\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l}F\left(S^k x\right)+\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l}F\left(S^{k+1}x\right)=$$

$$=\frac{F(x)}{1-(-a)^l}-\frac{(-a)^l}{1-(-a)^l}F(x)=F(x).$$

Далее, для $x\in\partial\Omega$ имеем

$$v(x)\big|_{\partial\Omega}=G_a w(x)\big|_{\partial\Omega}=\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l}g\left(S^k x\right)+\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l}g\left(S^{k+1}x\right)=g(x).$$

Следовательно, условия задачи (11) выполняются. И наконец подставляя представление (16) в правую часть равенства $v(x)=G_a w(x)$ с учетом равенств (13) и (14) получаем

$$v(x)=\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l}w\left(S^k x\right)=\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l}\int_\Omega G\left(S^k x,y\right)F(y)dy+$$

$$\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l}\int_{\partial\Omega}\left[P\left(S^k x,y\right)+aP\left(S^k x,S^T y\right)\right]g(y)dS_y=\int_\Omega G_S(x,y)F(y)dy+\int_{\partial\Omega}P_S(x,y)g(y)dS_y,$$

т.е. верно представление (12).Теорема доказана.

5. Исследование основной задачи

В этом пункте мы исследуем задачу (1), (2) для случая $0<\alpha\leq 1$. Справедливо следующее утверждение.

Теорема 4. Пусть $0<\alpha\leq 1, 0<\lambda<1, f(x)\in C^{\lambda+1}(\bar{\Omega}), g(x)\in C^{\lambda+2}(\partial\Omega)$ и выполняется условие $(-a)^l\neq 1$.

Тогда для разрешимости задачи (1), (2) необходимо и достаточно выполнения условия

$$\int_{\Omega} f_{1-\alpha}(x)dx + (1+\alpha)\int_{\partial\Omega} g(x)dS_x \qquad (17)$$

где $f_{1-\alpha}(x)$ определятся равенством (10).

Если решение задачи существует, то оно единственно с точностью до постоянного слагаемого и представляется в виде

$$u(x) = J_0^{\alpha}[v](x), \qquad (18)$$

где $v(x)$ решение задачи (11) с функцией $F(x) = D_2^{\alpha}(f)$ и удовлетворяющее условию $v(0) = 0$.

Доказательство. Рассмотрим функцию $v(x) = D_0^{\alpha}[u](x)$. Тогда функция $v(x)$ удовлетворяет условием задачи (11) и дополнительно удовлетворяет равенству $v(0) = D_0^{\alpha}[u](0) = 0$ (см. лемму 4). При выполнении условии теоремы решение задачи (11) существует и единственно. Представим это решение в виде (12). Находим условие, при котором выполняется равенство $v(0) = 0$. Из представление (12) следует

$$0 = v(0) = \int_{\Omega} G_S(0,y)F(y)dy + \int_{\partial\Omega} P_S(0,y)g(y)dS_y .$$

Далее, при $n > 2$ имеем

$$G_S(0,y) = G(0,y)\sum_{k=0}^{l-1}\frac{(-a)^k}{1-(-a)^l} = C_1\left[|y|^{2-n} - 1\right], C_1 = \frac{1}{(n-2)\omega_n}\cdot\frac{1}{1+a}.$$

Аналогично,

$$P_S(0,y) = \left[P(0,y) + aP(0,S^T y)\right]\cdot\frac{1}{1+a} = \frac{(1+a)}{\omega_n}\frac{1}{1+a} = 1.$$

Далее, так как функция $F(y)$ имеет вид $F(y) = D_{\mu+2}^{\alpha}[f](y)$, то по утверждении леммы 8 её можно представить в виде (9), т.е. $F(y) = \left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho} + p\right)f_{1-\alpha}(y)$,где $f_{1-\alpha}(y)$ определяется равенством (10). Легко показать, что

$$\int_{\Omega} G_S(0,y)F(y)dy = \int_{\Omega} G_S(0,y)\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\frac{\partial}{\partial y_j} + 2\right)f_{1-\alpha}(y)dy = \frac{1}{(1+a)\omega_n}\int_{\Omega} f_{1-\alpha}(y)dy.$$

С другой стороны

$$\int_{\partial\Omega} P_S(0,y)g(y)dS_y = \frac{1}{\omega_n}\int_{\partial\Omega} g(y)dS_y .$$

Следовательно, для выполнения условия $v(0) = 0$ необходимо выполнения условия

$$\int_{\Omega} f_{1-\alpha}(y)dy + (1+a)\int_{\partial\Omega} g(y)dS_y = 0 .$$

Таким образом, необходимость выполнения условия (17) для существования решения задачи (1), (2) доказана. Покажем, что выполнение условия (17) является и достаточным для существования решения задачи (1), (2).Пусть $v(x)$ - решение задачи (11) с функцией $F(x) = D_0^{\alpha}[f](x)$.

Если выполняется условие (17), то выполняется равенство $v(0) = 0$. Тогда можно рассмотреть функцию $u(x) = J_0^{\alpha}[v](x) + C$ которая удовлетворяет всем условием задачи (1), (2).

Действительно, если $f(x)\in C^{\lambda+1}(\bar{\Omega})$, то $F(x)=D_0^{\alpha}[f](x)\in C^{\lambda}(\bar{\Omega})$ и следовательно для функции $g(x)\in C^{\lambda+2}(\bar{\Omega})$ решение задачи (11) принадлежит классу $C^{\lambda+2}(\bar{\Omega})$. Тогда по утверждению леммы 3 при выполнении условии $v(0)=0$ функция $u(x)=J_0^{\alpha}[v](x)$ принадлежит классу $C^{\lambda+2}(\bar{\Omega})$. Выполнение условий (1) и (2) проверятся также как в случае теоремы 1. Теорема доказана.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования КН МОН РК, грант № AP05131268.

Список использованной литературы:

1 *Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations / A.A.Kilbas, North-Holland. Mathematics studies, 2006. – 539 p.*

2 *Koshanova M., TurmetovB.Kh.,Usmanov K. About solvability of some boundary value problems for Poisson equation in the ball conditions // Filomat . – 2018. –V. 32, No.3. – P. 939-946.*

3 *TurmetovB.Kh. On the solvability of some boundary value problems for the inhomogeneous polyharmonic equation with boundary operators of the Hadamard type // Differential Equations. – 2017. – V. 53, № 3. P. 333–344.*

4 *Turmetov B. Kh., Koshanova M.D., Usmanov K.I. About solvability of some boundary value problems for Poisson equation with Hadamard type boundary operator // Electronic Journal of Differential Equations. – 2016. –V.2016, №. 161. – P. 1–12.*

5 *Бицадзе А.В. Уравнения математической физики, Москва: Наука. 1982. – 336 с.*

6 *Гилбарг Д.,Трудингер Н. Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. Москва: Наука. 1989.– 465 с.*

МРНТИ 27.27.15
УДК 517.53

Ф.Ф. Майер[1], А.А. Шалагина[1]

[1]Костанайский государственный университет им. А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан

ТОЧНЫЕ ОЦЕНКИ ГАРМОНИЧЕСКИХ И ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Аннотация

Оценки гармонических и периодических функций в том или ином ракурсе изучаются в работах многих математиков. В систематическом виде вопросы нахождения точных оценок аналитических и гармонических функций и их приложения в теории обратных краевых задач изложены в [1] и [2]. При этом часто оценки аналитических и гармонических функций, а также условия однолистности обратных краевых задач находятся в виде ограничения на коэффициент в условии Липшица или в более простом случае на ограниченное колебание дляграничного значения гармонических в единичном круге функций. В настоящей статье средствами комплексного анализа найдены точные оценки интегральных средних гармонических функций и рассмотрены некоторые их приложения для вещественных периодических функций и в условиях однолистности аналитических функций.

Ключевые слова: гармонические функции, периодические функции, оценки ограниченных гармонических и периодических функций, интегральные оценки, условия однолистности.

Аңдатпа

Ф.Ф. Майер[1], А.А. Шалагина[1]

[1]А. Байтурсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университет, Қостанай қ., Қазақстан

ГАРМОНИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ПЕРИОДТЫҚ ФУНКЦИЯЛАРДЫ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ КЕЙБІР ҚОЛДАНБАЛАРЫН ДӘЛ БАҒАЛАУ

Гармоникалық және периодтық функцияларды бір бұрыштан немесе басқа жағынан бағалау көптеген математиктердің еңбектерінде зерттелген. Жүйелік түрде аналитикалық және гармоникалық функциялардың нақты бағаларын табу және кері шекаралық есептер теориясында оларды қолдану мәселелері [1] және [2] -де келтірілген. Сонымен қатар, көбінесе аналитикалық және гармоникалық функцияларды бағалау, сондай-ақ кері

шекаралық есептердің бір ізділік шарттары Липшиц жағдайындағы коэффициентті шектеу түрінде болады немесе қарапайым жағдайда блок шеңберіндегі гармоникалық функциялардың шекаралық мәні үшін шектеулітер беліс түрінде болады. Бұл мақалада кешенді талдау арқылы интегралдық орташа гармоникалық функциялардың нақты бағалары табылған және олардың нақты периодтық функцияларды және аналитикалық функциялардың бірдейленбеуі жағдайында кейбір қолданылуы қарастырылған.

Түйін сөздер: гармоникалық функциялар, периодтық функциялар, шектелген гармоникалық және периодтық функциялардың бағалары, интегралдық бағалаулар, бірегейленбеу шарттары.

Abstract

ACCURATE ESTIMATES OF HARMONIC AND PERIODIC FUNCTIONS AND SOME OF THEIR APPLICATIONS

F.F. Mayer[1], A.A. Shalagina[1]

[1] Kostanay State University named after A. Baitursynov, Kostanay, Kazakhstan

Estimates of harmonic and periodic functions from one angle or another are studied in the works of many mathematicians. In a systematic form, the questions of finding exact estimates of analytic and harmonic functions and their applications in the theory of inverse boundary value problems are presented in [1] and [2]. Moreover, often estimates of analytic and harmonic functions, as well as the univalence conditions of inverse boundary value problems, are in the form of a constraint on the coefficient in the Lipschitz condition or, in the simpler case, on a limited oscillation for the boundary value of functions that are harmonic in the unit circle. In this article, by means of complex analysis, exact estimates of integral mean harmonic functions are found and some of their applications for real periodic functions and under the univalence of analytic functions are considered.

Keywords: harmonic functions, periodic functions, estimates of bounded harmonic and periodic functions, integral estimates, univalence conditions.

1. Оценки гармонических в круге функций

Теорема 1. Пусть функция $S(z) = c_1 z + c_2 z^2 + \dots$ является аналитической в круге $E = \{z : |z| < 1\}$ и удовлетворяет условию

$$-a \le \operatorname{Re} S(z) \le b, \; z \in E \; (a \ge 0, \; b \ge 0). \tag{1}$$

Тогда для всех r, $0 < r < 1$, и для любой выпуклой вниз на $[a; b]$ функции $\Phi = \Phi(u)$ имеет место точная оценка

$$\int_0^{2\pi} \Phi\left[\operatorname{Re} S(re^{i\theta})\right] d\theta \le 2\pi \frac{a\Phi(b) + b\Phi(-a)}{a+b} \tag{2}$$

Доказательство. Поскольку отображение круга E на полосу $\{w : -a < w < b\}$ с нормировкой $w(0) = 0$ имеет вид

$$S_0 z) = i\frac{a+b}{\pi} \ln \frac{1+\varepsilon z}{1-\bar{\varepsilon} z}, \text{ где } \varepsilon = e^{i\theta_0}, \; \theta_0 = \frac{\pi}{2}\frac{a-b}{a+b},$$

то условие (1) в терминах подчиненности аналитических функций [3] можно записать в виде: $S(z) \prec S_0(z)$.

Поэтому в силу подчиненности на основании неравенства (напр., [4], с.92) имеем

$$\int_0^{2\pi} \Phi\left[\operatorname{Re} S(re^{i\theta})\right] d\theta \le \int_0^{2\pi} \Phi\left[\operatorname{Re} S_0(re^{i\theta})\right] d\theta \le \lim_{r\to 1} \int_0^{2\pi} \Phi\left[\operatorname{Re} S_0(re^{i\theta})\right] d\theta$$

Поэтому

$$\int_0^{2\pi} \Phi\left[\operatorname{Re} S(re^{i\theta})\right] d\theta \le \int_0^{2\pi} \Phi\left[\operatorname{Re} S_0(re^{i\theta})\right] d\theta, \; \forall r, \; 0 < r < 1 \tag{3}$$

Нетрудно установить, что для функции $S_0(z)$

$$\operatorname{Re} S_0(e^{i\theta}) = \begin{cases} -a & \delta < \theta < 2\pi - \delta \\ b & -\delta < \theta < \delta \end{cases}, \tag{4}$$

где $\delta = \arg\{i\varepsilon\} = \dfrac{\pi}{2} + \arg\varepsilon = \pi\dfrac{a}{a+b}$

Поэтому

$$\int_0^{2\pi}\Phi\left[\operatorname{Re}S_0(re^{i\theta})\right]d\theta = \int_{-\delta}^{\delta}\Phi(b)d\theta + \int_{\delta}^{2\pi-\delta}\Phi(-a)d\theta = 2\delta\Phi(b) + (2\pi - 2\delta)\Phi(-a) =$$

$$= \Phi(b)2\pi\frac{a}{a+b} + \Phi(-a)\left(2\pi - 2\pi\frac{a}{a+b}\right) = \Phi(b)2\pi\frac{a}{a+b} + \Phi(-a)2\pi\frac{b}{a+b} = 2\pi\frac{a\Phi(b)+b\Phi(-a)}{a+b}.$$

Подставляя полученное выражение в неравенство (3), получим требуемую оценку (2). Точность оценок очевидна, так как в случае $S(z) = S_0(e^{i\tau}z),\ \ \tau\in R$, неравенство (1) при $r\to 1$ превращается в точное равенство и, следовательно, правая часть в (1) не может быть уменьшена.

При $a\to\infty$ или $b\to\infty$ из теоремы 1 вытекают следующие следствия.

Следствие 1. Пусть функция $S(z) = c_1 z + c_2 z^2 + \ldots$ аналитична в $|z|<1$ и удовлетворяет условию

$$\operatorname{Re}S(z) \ge -a.$$

Тогда для любой выпуклой вниз на $[-a;\infty)$ функции $\Phi(u)$ такой, что существует конечный предел $\lim\limits_{u\to\infty}\dfrac{\Phi(u)}{u}$, имеет место оценка

$$\int_0^{2\pi}\Phi(\operatorname{Re}S(\theta))d\theta \le 2\pi\left(a\lim_{b\to\infty}\frac{\Phi(b)}{b} + \Phi(-a)\right).$$

Следствие 2. Если функция $S(z) = c_1 z + c_2 z^2 + \ldots$ является аналитической в $|z|<1$ и удовлетворяет условию

$$\operatorname{Re}S(z) \le b$$

то для любой выпуклой вниз на $(-\infty;b]$ функции $\Phi(u)$ такой, что существует конечный предел $\lim\limits_{u\to\infty}\dfrac{\Phi(-u)}{u}$, имеет место точная оценка

$$\int_0^{2\pi}\Phi(\operatorname{Re}S(\theta))d\theta \le 2\pi\left(\Phi(b) + b\lim_{a\to\infty}\frac{\Phi(-a)}{a}\right).$$

2. Оценки вещественных 2π-периодических ограниченных функций

Введем в рассмотрение класс $U(a;b)$ вещественных 2π-периодических кусочно-непрерывных функций $u(\theta),\ -\infty<\theta<\infty$, удовлетворяющих условиям:

1. $-a \le u(\theta) \le b\ \ \forall\theta\in R\ \ (a>0,\ \ b>0)$
2. $\displaystyle\int_0^{2\pi}u(\theta)d\theta = 0$

При выполнении указанных условий функция $u(\theta)$ будет предельным значением действительной части некоторой аналитической в круге E функции $S(z),\ S(0)=0$, удовлетворяющей условию

$$-a \le \operatorname{Re}S(z) \le b,\ \ z\in E,$$

то есть $u(\theta) = \lim\limits_{r\to 1}\operatorname{Re}S(re^{i\theta})$.

Поэтому непосредственным следствием теоремы 1 является следующая

Теорема 2. Если функция $u(\theta)\in U(a;b)$, то для любой выпуклой вниз на $[a;b]$ функции $\Phi=\Phi(u)$ имеет место оценка

$$\int_0^{2\pi} \Phi(u(\theta))d\theta \le 2\pi \frac{a\Phi(b) + b\Phi(-a)}{a+b} \qquad (5)$$

Оценка точная и достигается для функции $u(\theta) = \operatorname{Re} S_0(e^{i\theta})$, где функция $S_0(e^{i\theta})$ определяется по формуле (4).

Наиболее употребительными частными случаями выбора выпуклой функции $\Phi = \Phi(u)$ являются следующие функции:

1. $\Phi(u) = |u|^k, \quad k \ge 1$
2. $\Phi(u) = e^{ku}, \quad k > 0$
3. $\Phi(u) = \max(u;0)$
4. $\Phi(u) = \max(0;-u)$
5. $\Phi(u) = |a_1 + b_1 u|^k + c_1$, $a_1,\ b_1,\ c_1 \in R$, $k \ge 1$
6. $\Phi(u) = \dfrac{1}{u+c}$, где $c > a$

Конкретизация выбора функции $\Phi(u)$ позволяет получить серию разнообразных точных оценок.

Обозначим через $\|u\|_{L^p_{[0;2\pi]}} = \left[\int_0^{2\pi} |u(\theta)|^p\, d\theta\right]^{\frac{1}{p}}$ норму пространства $L^p_{[0;2\pi]}$.

Тогда при $\Phi(u) = |u|^p$, из теоремы 2 вытекает

Теорема 3. Для любой функции $u(\theta) \in U(a;b)$ в пространстве $L^p_{[0;2\pi]}$

$$\sup_{u \in U(a;b)} \|u\|_{L^p_{[0,2\pi]}} = \left[2\pi \frac{ab^p + ba^p}{a+b}\right]^{\frac{1}{p}} \qquad (6)$$

Рассмотрим предельный случай (6) при $p \to \infty$. Пусть $a > b$. Тогда

$$\lim_{p\to\infty} \left[2\pi \frac{ab^p + ba^p}{a+b}\right]^{\frac{1}{p}} = \lim_{p\to\infty} a\left[2\pi \frac{a\left(\frac{b}{a}\right)^p + b}{a+b}\right]^{\frac{1}{p}} = a$$

Если же $a < b$, то

$$\lim_{p\to\infty} \left[2\pi \frac{ab^p + ba^p}{a+b}\right]^{\frac{1}{p}} = \lim_{p\to\infty} b\left[2\pi \frac{a + b\left(\frac{a}{b}\right)^p}{a+b}\right]^{\frac{1}{p}} = b$$

Известно, что для любой измеримой функции $u(\theta)$ при $p \to \infty$ норма $\|u\|_{L^p_{[0;2\pi]}}$ преобразуется в норму $\|u\|_{C[a;b]} = \max_\theta |u(\theta)|$. В силу этогополучаем очевидное соотношение

$$\sup_{u \in U(a;b)} \|u\|_{C(a;b)} = \max(a;b).$$

В качестве примера приведем еще одно следствие, которое получается при $\Phi(u) = \dfrac{1}{u+c}$, $c > a$.

Следствие 3. Для любой функции $u(\theta)\in U(a;b)$ при любом $c>a$ имеет место точная оценка

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{u(\theta)+c}\le 2\pi\frac{b-a+c}{(c-a)(b+c)} \tag{7}$$

Действительно, в силу неравенства (5)

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{u(\theta)+c}\le\frac{2\pi}{a+b}\left[\frac{a}{b+c}+\frac{b}{-a+c}\right]=\frac{2\pi}{a+b}\frac{-a^2+ac+b^2+bc}{(b+c)(-a+c)}=$$
$$=\frac{2\pi}{a+b}\frac{(b^2-a^2)+c(a+b)}{(b+c)(-a+c)}=2\pi\frac{b-a+c}{(c-a)(b+c)}$$

Аналогично следствию 1 из теоремы 2 при $\Phi(u)=e^u$ получаем следующее

Следствие 4. Для любой функции $u(\theta)$ класса $U(a;b)$ справедлива точная оценка

$$\int_0^{2\pi}\exp[u(\theta)]d\theta\le\frac{ae^{a+b}+b}{(a+b)e^b} \tag{8}$$

3. Достаточные условия однолистности

Продемонстрируем применение теоремы 1 к выводу достаточных условий однолистности аналитических функций [1].

Обозначим

$$B(z;f)=z\frac{f''(z)}{f'(z)}+(\alpha-1+i\beta)z\frac{f'(z)}{f(z)}$$

Теорема 3. Пусть функция $f(z)=z+a_2z^2+\dots$ аналитична в $|z|<1$, $z\dfrac{f'(z)}{f(z)}\ne 0$ для всех z из круга $|z|<1$ и удовлетворяет условию

$$-a\le\operatorname{Re}B(z;f)\le b,\ a>1,\ |z|<1 \tag{9}$$

Тогда функция $f(z)$ является однолистной и спирально достижимой в круге $|z|<1$, если

$$\frac{2ab+a-b}{a+b}\le\alpha+1 \tag{10}$$

Доказательство. Известно, что функция $f(z)$ будет однолистной и спирально достижимой в $|z|<1$, , т.е. $f(z)\in B_{\alpha,\beta}$ – класс И.Е.Базилевича[5], если выполняется условие ([1], с.31)

$$\int_0^{2\pi}|1+\operatorname{Re}B(z;f)|d\theta\le 2\pi(\alpha+1) \tag{11}$$

Пусть функция $S(z)=B(z;f)=c_1z+c_2z^2+\dots$, тогда в силу (9) $S(z)$ удовлетворяет неравенству (1). Поэтому в силу теоремы 1 с выпуклой функцией $\Phi(u)=|1+u|$ и с учетом условия (10) получаем

$$\int_0^{2\pi}|1+\operatorname{Re}B(z;f)|d\theta=\int_0^{2\pi}|1+\operatorname{Re}S(z)|d\theta\le 2\pi\frac{a|1+b|+b|1-a|}{a+b}=2\pi\frac{a(1+b)+b(a-1)}{a+b}=$$
$$=2\pi\frac{2ab+a-b}{a+b}\le 2\pi(a+1).$$

Следовательно, $f(z)$ однолистна и спирально достижима в круге $|z|<1$ на основании условия (11).

Заметим, что при α=1 и β=0 класс спирально достижимых функций совпадает с классом почти выпуклых функций и условия (9)-(10) дают ранее известное условие почти выпуклости, полученное в работах [6],[7]:

$$-a \le \operatorname{Re} z\frac{f''(z)}{f'(z)} \le b\,, \quad \frac{2ab+a-b}{a+b} \le a+1\,, \quad a>1, \ |z|<1\,.$$

Заметим, что при $b \to \infty$ из (10) получаем $a \le \frac{\alpha}{2}+1$, а при $a \to \infty$ из (10) следует $b \le \frac{\alpha}{2}$. То есть верны частные признаки однолистности

$$\operatorname{Re} B(z;\, f) \ge -\frac{\alpha}{2} - 1 \text{ и } \operatorname{Re} B(z;\, f) \le \frac{\alpha}{2}\,.$$

Кроме того, при $a=b$ получаем условие однолистности $\left|\operatorname{Re} B(z;\, f)\right| \le \alpha + 1$.

Список использованной литературы:

1 Авхадиев Ф. Г., Аксентьев Л. А., Основные результаты в достаточных условиях однолистности аналитических функций, УМН – 1975, – Т.30, выпуск 4(184), – С. 3–60.

2 Авхадиев Ф.Г. Конформные отображения и краевые задачи. ISBN: 5-900975-03-7. Издательство: Казань, Казанский Фонд "Математика". Серия: Монографии по математике, вып.2, – 1996. – С. 218.

3 Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. – М: Наука, – 1965. – С. 628.

4 ХейманУ., Кеннеди П. Субгармонические функции. – М: Мир, 1980. – С. 304.

5 Базилевич И. Е. Обобщение одной интегральной формулы для подкласса однолистных функций. Мат. сб. 64:4, – 1964, –С. 628-630.

6 Ozaki S. On the theory of multivalent functios.Sci. Rep.Tokyo Bunrika Daigaku, sec. A 2:40, 1935, –С. 167-188.

7 Umedzawa T. On the theory of univalent functios.TokyoMath.J. 5:3, – 1955, – С. 218-228.

МРНТИ 27.29.17
УДК 519 624

К.Ж. Назарова[1], Б.Ж. Алиханова[1]

[1]Международный казахско-турецкий университет имени А.Ясави, г Туркестан, Казахстан

О КОРРЕКТНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ДВУХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМ НАГРУЖЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Аннотация

Рассматривается двухточечная краевая задача с импульсными воздействиями для систем нагруженных дифференциальных уравнений. Метод параметризации применяется к рассматриваемой задаче, т.е. неизвестные параметры вводятся как значения решения в начальных точках интервалов разбиения заданного отрезка. Путем введения дополнительных параметров в точках нагружения исходная задача сведется к эквивалентной краевой задаче с параметром. Решение эквивалентной краевой задачи с параметром определяется как предел последовательности систем пар, состоящий из введенного дополнительного параметра и неизвестной функций. Параметр находится из систем линейных уравнений, составленный из краевых условий и из матриц систем диференциальных уравнений. Для определения неизвестной функций решаем задачу Коши для систем нагруженных дифференциальных уравнений при найденных значениях параметра. Введения дополнительного параметра обеспечивает корректную разрешимость рассматриваемой краевой задачи в терминах исходных данных. Предлогается алгоритм нахождения решения краевой задачи с импульсными воздействиями для систем нагруженных дифференциальных уравнений с параметром. Предложенный алгоритм характеризуется примером для однозначной разрешимости краевой задачи второго порядка для систем нагруженных дифференциальных уравнений. Получены необходимые и достаточные условия корректной разрешимости рассматриваемой задачи.

Ключевые слова: двухточечные краевые задачи, нагруженные дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения с импульсными воздействиями, метод параметризации, однозначная разрешимость, корректная разрешимость.

Аңдатпа

К.Ж. Назарова[1], Б.Ж. Алиханова[1]
[1]А. Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан

ИМПУЛЬС ӘСЕРІ БАР ЖҮКТЕЛГЕН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ ҮШІН ЕКІ НҮКТЕЛІ ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ КОРРЕКТІЛІ ШЕШІЛІМДІЛІГІ

Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін импульстік әсеріі бар екі нүктелік шеттік есеп қарастырылады. Параметрлеу әдісі қарастырылып отырған есепке қатысты қолданылады, яғни. белгісіз параметрлер шешімнің мәні ретінде кесінді бөліктерінің бастапқы нүктелерінде енгізіледі. Жүктеу нүктелерінде қосымша параметрлер енгізу арқылы бастапқы есеп баламалы параметрлі шеттік есепке келтіріледі. Параметрлі шеттік есептің шешімі енгізілген қосымша параметр мен белгісіз функциялардан тұратын жұп жүйелерінің тізбегінің шегі ретінде анықталады. Белгісіз параметрді шеттік шарттардан және дифференциалдық теңдеулер жүйелерінің матрицаларынан құрылған сызықтық теңдеулер жүйесінен табамыз. Белгісіз функцияларды анықтау үшін параметрдің табылған мәндерінде жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін Коши есебін шығарамыз. Қосымша параметрді енгізу қарастырылған шеттік есептің корректілі шешілімділігін бастапқы берілімдер терминдерінде қамтамасыз етеді. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін импульс әсері бар екі нуктелі шеттік есептің шешімін табудың алгоритмі ұсынылған. Ұсынылған алгоритм екінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесінің бірмәнді шешілімділігі үшін мысалмен сипатталган. Қарастырылған есептің корректілі шешілімділігінің қажетті және жеткілікті шарттары алынған.

Түйін сөздер: екі нүктелі шеттік есеп, жүктелген дифференциалдық теңдеулер, импульс әсері бар дифференциалдық теңдеулер, параметрлеу әдісі, бірмәнді шешілімділік, корректілі шешілімділік.

Abstract

ON THE CORRECT SOLVABILITY OF A TWO-POINTBOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR A SYSTEM OF LOADED DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH IMPULSE EFFECTS

Nazarova K.Zh. [1], Alikhanova B.Zh. [1]
[1]A. Yasaui International Kazakh - Turkish University, Turkestan, Kazakhstan

A two-point boundary-value problem with impulse actions for systems of loaded differential equations is considered. The parameterization method is applied to the problem under consideration, i.e. unknown parameters are introduced as the values of the solution at the initial points of the intervals of the partition of a given segment. By introducing additional parameters at the loading points, the original problem is reduced to an equivalent boundary value problem with a parameter. The solution of an equivalent boundary value problem with a parameter is defined as the limit of the sequence of systems of pairs, consisting of the introduced additional parameter and unknown functions. The parameter is found from systems of linear equations, composed of boundary conditions and from matrices of systems of differential equations. To determine the unknown functions, we solve the Cauchy problem for systems of loaded differential equations for the found values of the parameter. The introduction of an additional parameter ensures the correct solvability of the considered boundary value problem in terms of the initial data. An algorithm is proposed for finding a solution to a boundary value problem with impulse actions for systems of loaded differential equations with a parameter. The proposed algorithm is characterized by an example for the unique solvability of a second-order boundary value problem for systems of loaded differential equations. The necessary and sufficient conditions for the correct solvability of the problem under consideration are obtained.

Keywords: boundary value problem,loaded differential equation, loaded differential equationswithimpulse effects, method of parameterization, unique solvability, correct solvability.

Краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений, для дифференциальных уравнений с импульсным воздействием возникают при математическом моделировании процессов механики, биологии и химии. Нагруженные дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения с импульсным воздействием и краевые задачи для таких уравнений рассмотрены во многих работах [1]-[3]. В работе Д.С. Джумабаева [4] предложен метод параметризации исследования и решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, позволяющий получить условия разрешимости в терминах исходных данных задачи и построить алгоритмы нахождения ее решения. В работе А.Б. Тлеулесовой [5]получены необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости линейной краевой задачи с импульсными воздействиями. В работах Э.А. Бакировой, Д.С. Джумабаева [6]-[8] краевые задачи для интегро-дифференциальных уравнений, для нагруженных дифференциальных уравнений исследовались методом параметризации. Получены необходимые и достаточные условия в терминах исходных данных.В работе Н.Б. Искаковой [9] метод параметризации применен к краевой задаче для интегро-дифференциальных уравнений с импульсными воздействиями, а в работах Э.А. Бакировой [10] и Ж.М. Қадырбаевой [11] данный метод распространяется на многоточечные краевые задачи для нагруженных дифференциальных уравнений. В работах [12,13] рассмотрена краевая задача для нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием и установлены достаточные признаки однозначной разрешимости этой задачи. В данной статье метод параметризации применяется к краевой задаче для нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием. Устанавливается некоторые признаки корректной разрешимости рассматриваемой задачи.

На отрезке $[0,T]$ рассматривается двухточечная краевая задача для систем нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \sum_{j=1}^{m} K_j(t)x(\theta_j) + f(t), \tag{1}$$

$$t \in [0,T] \setminus \beta, \quad K_2(t) = 0, \quad \theta_2 = \beta, \quad 0 < \theta_1 < \ldots < \theta_m < T, \qquad t \in R^2 \tag{1'}$$

$$Bx(0) + Cx(T) = d \tag{2}$$

$$x(\beta - 0) - x(\beta + 0) = \mu, \quad \mu \in R^2, \tag{3}$$

где матрица $A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ q_2(t) & q_1(t) \end{pmatrix}$, $K_j(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k_j(t) & 0 \end{pmatrix}$ -квадратные матрицы, $K_2(t) = 0$, $F(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ f(t) \end{pmatrix}$ вектор функция непрерывны на $[0,T]$. B,C - постоянные матрицы , $\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}$, $d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ - заданные вектора.

$$\|x\| = \max_i |x_i|, \qquad \|A(t)\| = \max_i \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}(t)| \le \alpha, \quad \alpha - const,\ i = 1,2,\ldots,n$$

$$\|K_m(t)\| = \max_i \sum_{j=1}^{n} |k_{ij}^m(t)| \le k, \quad k - const,\ i = 1,2,\ldots,n$$

Через $C([0,T], R^2)$ обозначим пространство непрерывных на $[0,T]$ функций $x:[0,T] \to R^2$ с нормой $\|x\|_1 = \max_{t\in[0,T]} \|x(t)\|$.

Возьмем число $l \in N$ и по нему произведем разбиение $[0,T) = \bigcup_{r=1}^{(m+1)l} [t_{r-1}, t_r)$,

где $t_0 = \theta_0 = 0$, $t_{il} = \theta_i$, $i = \overline{1,m}$, $t_{(m+1)l} = T$, $h_i = \dfrac{\theta_i - \theta_{i-1}}{l}$, $i = \overline{1,m}$, $h_{m+1} = \dfrac{T - \theta_m}{l}$.

Обозначим сужение функций $x(t)$ на r - й интервал $[t_{r-1}, t_r)$ через $x_r(t)$.
Значение функции $x_r(t)$ в точке $t = t_{r-1}$ обозначим через λ_r и на каждом интервале $t \in [t_{r-1}, t_r)$, $r = \overline{1,(m+1)l}$ сделаем замену $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$. Тогда получим многоточечную краевую задачу с параметром:

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)u_r(t) + A(t)\lambda_r + \sum_{j=1}^{m} K_j(t)\lambda_{jl+1} + f(t), \tag{4}$$

$$t \in [t_{r-1}, t_r), \quad u_r[t_{r-1}] = 0, \quad r = \overline{1,(m+1)l}, \quad j \ne 2 \tag{4'}$$

$$B\lambda_1 + C \lim_{t \to T-0} u_{(m+1)l}(t) + C\lambda_{(m+1)l} = d, \quad d \in R^n \tag{5}$$

$$\lim_{t \to \beta - 0} u_{(m-1)l}(t) + \lambda_{(m-1)l} = \lambda_{(m-1)l+1} + \mu \tag{6}$$

$$\lim_{t \to t_s - 0} u_s(t) + \lambda_s = \lambda_{s+1}, \quad s = \overline{1,(m+1)l - 1} \setminus \{(m-1)l\}, \tag{7}$$

В задаче (4)-(7), появились начальные условия $u_r[t_{r-1}] = 0$, которые позволяют определить $u_r(t)$ из интегральных уравнений

$$u_r(t)=\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)[u_r(\tau)+\lambda_r]d\tau+\int_{t_{r-1}}^{t}\sum_{j=1}^{m}K_j(\tau)\lambda_{jl+1}d\tau+\int_{t_{r-1}}^{t}f(\tau)d\tau,\quad t\in[t_{r-1},t_r),\quad r=\overline{1,(m+1)l},\ j\neq 2 \qquad (8)$$

В уравнений (8) вместо $u_r(\tau)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$ подставляя соответствующую правую часть и повторив этот процесс ν ($\nu=1,2,...$) раз, получим представление функции $u_r(t)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$ вида:

$$u_r(t)=D_{\nu r}(t)\lambda_r+K^j_{\nu r}(t)\lambda_{jl+1}+F_{\nu r}(t)+G_{\nu r}(u,t),\quad t\in[t_{r-1},t_r),\ r=\overline{1,(m+1)l},\ j\neq 2, \qquad (9)$$

$$D_{\nu r}(t)=\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)d\tau+\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)\int_{t_{r-1}}^{\tau}A(\tau_1)d\tau_1d\tau+...+\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)...\int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-1}}A(\tau_\nu)d\tau_\nu..d\tau,$$

$$K^j_{\nu r}(t)=\int_{t_{r-1}}^{t}\sum_{j=1}^{m}K_j(\tau)d\tau+\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)\int_{t_{r-1}}^{\tau}\sum_{j=1}^{m}K_j(\tau_1)d\tau_1d\tau+...$$

$$+\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)...\int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-1}}\sum_{j=1}^{m}K_j(\tau_\nu)d\tau_\nu..d\tau,$$

$$F_{\nu r}(t)=\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)d\tau+\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)\int_{t_{r-1}}^{\tau}F(\tau_1)d\tau_1d\tau+...+\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)...\int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-1}}F(\tau_\nu)d\tau_\nu..d\tau,$$

$$G_{\nu r}(u,t)=\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)\int_{t_{r-1}}^{\tau}A(\tau_1)...\int_{t_{r-1}}^{\tau_{\nu-1}}A(\tau_\nu)d\tau_\nu..d\tau_1d\tau.$$

Переходя в правой части (9) к пределу при $t\to\theta_r-0$ и подставив соответствующие им выражения в условия (5) - (7) и умножив (5) на h_{m+1} получим систему уравнений относительно неизвестных параметров λ_r, $r=\overline{1,(m+1)l}$:

$$h_{m+1}B\lambda_1+h_{m+1}C[I+D_{\nu,(m+1)l}(T)]\lambda_{(m+1)l}+h_{m+1}CK^j_{\nu(m+1)l}(T)\lambda_{jl+1}=$$

$$=h_{m+1}d-h_{m+1}CF_{\nu,(m+1)l}(T)-h_{m+1}CG_{\nu(m+1)l}(u,T), \qquad (10)$$

$$[I+D_{\nu,s}(t_s)]\lambda_s+K^j_{\nu s}(t_s)\lambda_{jl+1}-\lambda_{s+1}=-F_{\nu s}(t_s)-G_{\nu s}(u,t_s),$$

$$s=\overline{1,(m+1)l-1},\qquad s\neq(m-1)l, \qquad (11)$$

$$[I+D_{\nu,(m-1)l}(\beta)]\lambda_{(m-1)l}+K^j_{\nu(m-1)l}(\beta)\lambda_{jl+1}-\lambda_{(m-1)l+1}=\mu-F_{\nu(m-1)l}(\beta)-G_{\nu(m-1)l}(u,\beta), \qquad (12)$$

где $I-$ единичная матрица. Обозначив через $Q_\nu(l)$ матрицу соответствующей левой части (10)- (12) запишем в виде:

$$Q_\nu(l)\lambda=-F_\nu(l)-G_\nu(u,l),\quad \lambda\in R^{n(m+1)l} \qquad (13)$$

где $F_\nu(l)=\left(-h_{m+1}d+h_{m+1}CF_{\nu,(m+1)l}(T),\ F_{\nu 1}(t_1),\ F_{\nu 2}(t_2),...,-\mu+F_{\nu(m-1)l}(t_{(m-1)l}),\ ...,F_{\nu,(m+1)l-1}(t_{(m+1)l-1})\right)$,

$G_\nu(u,l)=\left(h_{m+1}CG_{\nu,(m+1)l}(u_{(m+1)l},T),\ \ G_{\nu 1}(u_1,t_1),\ G_{\nu 2}(u_2,t_2),...,\ G_{\nu,(m+1)l-1}(u_{(m+1)l-1},t_{(m+1)l-1})\right)$.

Таким образом, нахождения неизвестных пар $(\lambda,u[t])$-решение задачи (4) - (7), находится как предел последовательности $(\lambda^{(k)},u^{(k)}[t])$, $k=0,1,2,...$определяемой по следующему алгоритму:

0-шаг: а) Предпологая, что при выбранных $l\in N$, $\nu\in N$ матрица $Q_\nu(l)$ обратима, начальное приближение по параметру $\lambda^{(0)}=\left(\lambda^{(0)}_1,\lambda^{(0)}_2,...,\lambda^{(0)}_{(m+1)l}\right)$ определим из уравнения $Q_\nu(l)\lambda=-F_\nu(l)$, т.е.

$$\lambda^{(0)}=-[Q_\nu(l)]^{-1}F_\nu(l). \qquad (14)$$

б) Используя компоненты вектора $\lambda^{(0)}\in R^{n(m+1)l}$ и решая задачи Коши (4), (4′) при $\lambda_r=\lambda^{(0)}_r$, $r=\overline{1,(m+1)l}$ на интервалах $t\in[t_{r-1},t_r)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$ находим функции $u^{(0)}_r(t)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$.

1-шаг: а) Подставляя найденные $u^{(0)}_r(t)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$ в правую часть (14) из уравнения $Q_\nu(l)\lambda=-F_\nu(l)-G_\nu(u^{(0)},l)$ определим $\lambda^{(1)}=\left(\lambda^{(1)}_1,\lambda^{(1)}_2,...,\lambda^{(1)}_{(m+1)l}\right)\in R^{n(m+1)l}$. б) На отрезках $t\in[t_{r-1},t_r)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$ решая задачу Коши (4), (4′) при $\lambda_r=\lambda^{(1)}_r$, $r=\overline{1,(m+1)l}$ находим функции

$u_r^{(1)}(t)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$. И.т.д. Продолжая процесс, на k-м шаге получаем систему пар $\left(\lambda^{(k)}, u^{(k)}[t]\right)$, $k=0,1,2,\ldots$. Отметим, что в пункте б) при фиксированных значениях параметра λ_r, $r=\overline{1,(m+1)l}$ решение задачи Коши находится отдельно на каждом интервале $t\in[t_{r-1},t_r)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$.

Достаточные условия сходимости алгоритма, существования единственного решения задачи (4)-(7) дает следующая теорема:

Теорема1. *Пусть при некоторых* $l\in N$ *и* $\nu\in N$ *матрица* $Q_\nu(l)$: $R^{2(m+1)l}\to R^{2(m+1)l}$ *обратима и выполняются неравенства:*

а) $\left\|\left[Q_\nu(l)\right]^{-1}\right\|\le\gamma_\nu(l)$

b) $q_\nu(l)=\gamma_\nu(l)\max\left(1,h_{m+1}\|C\|\right)\max\limits_{s=\overline{1,m+1}}\left\{e^{\alpha h_s}-\sum\limits_{j=0}^{\nu}\frac{(\alpha h_s)^j}{j!}+\sum\limits_{i=0}^{m}\overline{\beta}_i h_s\left[e^{\alpha h_s}-\sum\limits_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_s)^j}{j!}\right]\right\}<1$

Тогда двухточечная краевая задача (1)- (3) имеет единственное решение $x^*(t)$ *и для него справедлива оценка:*

$$\left\|x^*\right\|\le M_\nu(l)\max\left(\|f\|,\|d\|,\|\mu\|\right) \tag{15}$$

где
$$M_\nu(l)=\max_{s=\overline{1,m+1}}\left\{\gamma_\nu(l)\left(e^{\alpha h_s}-1+e^{\alpha h_s}\sum_{i=0}^{m}\overline{\beta}_i h_s\right)\times\max\left(1+h_s\|C\|\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_{m+1})^j}{j!},\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_{m+1})^j}{j!},\right.\right.$$
$$\left.1+\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_{(m-1)l})^j}{j!}\right)+e^{\alpha h_s}h_s\times\left\{\gamma_\nu(l)\left(e^{\alpha h_s}-1+e^{\alpha h_s}\sum_{i=0}^{m}\overline{\beta}_i h_s\right)\times\max\left(1,h_{m+1}\|C\|\right)\times\right.$$
$$\left.\times\frac{1}{1-q_\nu(l)}\frac{(\alpha h_s)^\nu}{\nu!}+1\right\}+\gamma_\nu(l)\max\left\{1+h_{m+1}\|C\|\times\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_{m+1})^j}{j!},\right.$$
$$\left.\left.\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_{m+1})^j}{j!},1+\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_{(m-1)l})^j}{j!}\right\}\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_{m+1})^j}{j!}\right\}h_s$$

Доказательство. Существование и единственность пары $\left(\lambda^*,u^*[t]\right)$-решение многоточечной краевой задачи с параметром (4)-(7) следует из теоремы 1[13]. Из эквивалентности задач (1)-(3) и (4)-(7) вытекает, что краевая задача (1)-(3) имеет единственное решение $x^*(t)$ определяемое равенствами

$$x(t)=\lambda^*+u^*[t],\quad t\in\left[t_{r-1},t_r\right),\quad r=\overline{1,(m+1)l},\qquad x^*(T)=\lambda_{(m+1)l}+\lim_{t\to T-0}u^*_{(m+1)l}(t)$$

Из неравенств

$$\left\|\lambda^*\right\|\le\left\|\lambda^*-\lambda^{(0)}\right\|+\left\|\lambda^{(0)}\right\|,\qquad \left\|u^*[\cdot]\right\|_2\le\left\|u^*[\cdot]-u^{(0)}[\cdot]\right\|_2+\left\|u^{(0)}[\cdot]\right\|_2,$$

и в силу оценок из [13] получаем справедливость формулы (15).Теорема 1 доказана.

Лемма1. *Если* $x^*(t)$ *решение краевой задачи (1)-(3), тогда вектор* $\lambda^*=\left(\lambda_1^*,\lambda_2^*\ldots,\lambda_{(m+1)l}^*\right)\in R^{2(m+1)l}$ *с элементами* $\lambda_r^*=x^*(t_{r-1})$, *удовлетворяет уравнению*

$$\widetilde{\Phi}^{-1}Q_*(l)\lambda^*=-F(A,B,C,f,d,l,\mu),\quad \lambda^*\in R^{2(m+1)l}, \tag{16}$$

где $\widetilde{\Phi}=diag\{h_{m+1}I,I,\ldots,I\}$ - *матрица размерностью* $(2(m+1)l\times2(m+1)l)$, $Q_*(l)=\lim\limits_{\nu\to\infty}Q_\nu(l)$, $F_*(h)=\widetilde{\Phi}^{-1}\lim\limits_{\nu\to\infty}F_\nu(h)=0$. *И наоборот, если* $\widetilde{\lambda}=\left(\widetilde{\lambda}_1,\widetilde{\lambda}_2,\ldots,\widetilde{\lambda}_{(m+1)l}\right)$- *есть решение уравнения (16), тогда функция* $\widetilde{x}(t)$ *определяемые равенствами* $\widetilde{x}(t)=\widetilde{\lambda}_r+\widetilde{u}_r(t)$, $t\in\left[t_{r-1},t_r\right)$, $r=\overline{1,(m+1)l}$, $\widetilde{x}(T)=\widetilde{\lambda}_{(m+1)l}+\lim\limits_{t\to T-0}\widetilde{u}_{(m+1)l}(t)$, *где функция* $\widetilde{u}_r(t)$ *решение задачи Коши при* $\lambda=\widetilde{\lambda}_r$ $r=\overline{1,(m+1)l}$, *будет решением задачи (4)-(7)* .

Лемма 2. [4] *На отрезке* $\left[0,h\right]$ *задана матрица* $A(t)$*-непрерывная, размерностью* $n\times n$ *и* $\left\|A(t)\right\|\le\alpha$. *Тогда для всех значений* $b\in R^n$ *найдется функция* $f_b(t)\in C([0,h],R^n)$ *удовлетворяющим неравенству*

$$\frac{1}{\alpha h}\left[e^{\alpha h}-1-\alpha h\right]\le\frac{\varepsilon}{2\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)\left(1+\varepsilon\right)}$$

при любых $\varepsilon>0$, $h>0$ *и обладающую свойствами:*

1. $f_b(0)=0,\qquad f_b(h)=0,$
2. $\max\limits_{t\in[0,h]} f_b(t)\le(1+\varepsilon)\left\|b\right\|,$
3. $F(A,f_b)\equiv\frac{1}{h}\int\limits_0^h f_b(t)dt+\frac{1}{h}\int\limits_0^h A(t)\int\limits_0^t f_b(\tau)d\tau dt+\frac{1}{h}\int\limits_0^h A(t)\int\limits_0^t A(\tau)\int\limits_0^\tau f_b(\tau_1)d\tau_1 d\tau\, dt+...=b$

Теорема 2. *Краевая задача (1)- (3) корректно разрешима тогда и только тогда, когда для любого* $\nu\in N$ *найдется* $l=l(\nu)$ *при которых матрица* $Q_\nu(l):R^{2(m+1)l}\to R^{2(m+1)l}$ *обратима и выполняются условия теоремы 1.*

Доказательство. Корректная разрешимость краевой задачи(1)- (3) следует из теоремы 1. Докажем необходимость. Пусть краевая задача (1)- (3) корректно разрешима с константой K.

Тогда по теореме 4 для любого $l\in\mathrm{N}$ матрица $Q_*(l)$ обратима и $\left\|\left[Q_*(l)\right]^{-1}\right\|\le\gamma_*(l)$. Покажем, что существует l_0 удовлетворяющим неравенству

$$\left\|\left[\tilde{\Phi}^{-1}Q_*(l)\right]^{-1}\right\|\le\gamma\,, \tag{17}$$

где γ - независимая от l - константа, при всех $l>l_0$. Для этого рассмотрим уравнение

$$\tilde{\Phi}^{-1}Q_*(l)\lambda=c,\qquad \lambda,c\in R^{2(m+1)l} \tag{18}$$

Задавая $\varepsilon>0$ выберем число $l_0=l_0(\varepsilon)$ удовлетворяющим неравенству

$$\frac{l_0}{\alpha\tilde{h}}\left(e^{\frac{\alpha\tilde{h}}{l_0}}-1-\frac{\alpha\tilde{h}}{l_0}\right)\le\frac{2\varepsilon}{(4+\varepsilon)(2+\varepsilon)}.$$

Тогда по лемме 2 для любых $l>l_0$ и $c=\left(c_1,c_2,...,c_{(m+1)l}\right)\in R^{2(m+1)l}$ построим вектор функцию $f_c(t)$ непрерывный на отрезке $[0,T]$. Для этого по c_{s+1}, $s=\overline{1,(m+1)l-1}$, используя лемму 2 , следует построить непрерывные на $\left[t_{s-1},t_s\right)$, $s=\overline{1,(m+1)l-1}$ функции $f_{s+1}(t)$, удовлетворяющие условиям:

$$f_{s+1}(t_{s-1})=f_{s+1}(t_s)=0\,,\quad \max_{t\in[t_{s-1},t_s]} f_{s+1}(t)\le\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)\left\|c_{s+1}\right\|,$$

$$\frac{1}{t_s-t_{s-1}}F_{*s}(f_c,t_s)\equiv\frac{1}{t_s-t_{s-1}}\int\limits_{t_{s-1}}^{t_s} f_c(t)dt+\frac{1}{t_s-t_{s-1}}\int\limits_{t_{s-1}}^{t_s}A(t)\int\limits_{t_{s-1}}^{t_s} f_c(\tau)d\tau dt+$$

$$+\frac{1}{t_s-t_{s-1}}\int\limits_{t_{s-1}}^{t_s}A(t)\int\limits_{t_{s-1}}^{t}A(\tau)\int\limits_{t_{s-1}}^{\tau} f_c(\tau_1)d\tau_1 d\tau dt+...=-c_{s+1},\quad s=\overline{1,(m+1)l-1}$$

$$\left\|f_c\right\|_1\le\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)\left\|c\right\|.$$

Функция $f_c(t)$ определяется равенствами

$$f_c(t)=f_{s+1}(t),\quad t\in\left[t_{s-1},t_s\right],\quad s=\overline{1,(m+1)l}-1\,,$$
$$f_c(t)=0,\quad t\in\left[T-(t_{(m+1)l-1}),\,T\right].$$

Если взять $d_c = -c_1$ $p_c = -c_l$, то $-F_*(f_c, d_c, l, p) = c$. Тогда по лемме 1 вектор $\lambda_c = (\lambda_1^c,\ \lambda_2^c, \lambda_3^c, ..., \lambda_{(m+1)l}^c)$, где $\lambda_r^c = x_c(t_{r-1})$, $r = \overline{1,(m+1)l}$, а $x_c(t)$ -решение краевой задачи (1)- (3) при $f(t) = f_c(t)$, $d = d_c$, $p = p_c$, есть решение систем уравнений (16) и справедлива неравенства:

$$\left\| \left[\tilde{\Phi}^{-1} Q_*(l) \right]^{-1} F_*(d_c, f_c, l, p) \right\| = \|\lambda_c\| = \max_{r=1,(m+1)l} \|x_c(t_{r-1})\| \le \|x_c\|_1 \le K \max(\|f_c\|, \|d_c\|, \|p_c\|) \tag{19}$$

В последнем неравенстве используем корректную разрешимость задачи (1)- (3). Так как по выбору d_c, p_c и по построению $f_c(t)$ имеет место неравенство $\max(\|f_c\|_1, \|d_c\|, \|p_c\|) \le \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)\|c\|$, то из (19) получим оценку $\left\| \left[\tilde{\Phi}^{-1} Q_*(l) \right]^{-1} c \right\| \le K\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)\|c\|$.Отсюда ввиду произвольности $c \in R$, для всех $l \ge l_0(\varepsilon)$ следует, что

$$\left\| \left[\tilde{\Phi}^{-1} Q_*(l) \right]^{-1} \right\| \le K\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right), \tag{20}$$

где K - коэффициент корректной разрешимости задачи (1)- (3) и не зависит от l, т.е. оценка (17) спрведлива с $\gamma = \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)K$. Зная,что

$$\left\| \tilde{\Phi}^{-1} Q_*(l) - \tilde{\Phi}^{-1} Q_\nu(l) \right\| \le \left\| \tilde{\Phi}^{-1} \right\| \cdot \left\| Q_*(l) - Q_\nu(l) \right\| \le \frac{l}{h} \max\left(1, \frac{h_{m+1}}{l}\|C\|\right) \times$$
$$\times \max_{s=1,m+1} \left\{ e^{\alpha h_s} - \sum_{j=0}^{\nu} \frac{(\alpha h_s)^j}{j!} + \sum_{i=0}^{m} \overline{\beta}_i h_s \left[e^{\alpha h_s} - \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_s)^j}{j!} \right] \right\}. \tag{21}$$

выбираем $l_1 \ge l_0$ удовлетворяющим неравенству

$$\frac{K\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{h} \max\left(1, \frac{h_{m+1}}{l}\|C\|\right) \times \max_{s=1,m+1} \left\{ e^{\alpha h_s} - \sum_{j=0}^{\nu} \frac{(\alpha h_s)^j}{j!} + \sum_{i=0}^{m} \overline{\beta}_i h_s \times \right. \tag{22}$$
$$\left. \times \left[e^{\alpha h_s} - \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_s)^j}{j!} \right] \right\} < \frac{\varepsilon}{2(1+\varepsilon)},$$

тогда по теореме о малых возмущениях ограниченно обратимых операторов [15] получим, что матрица $Q_\nu(l)$ обратима при всех $l \ge l_1$ и для ее обратной справедлива оценка

$$\left\| \left[\tilde{\Phi}^{-1} Q_\nu(l) \right]^{-1} \right\| \le K(1+\varepsilon),$$

$$q_\nu(l) = \frac{K(1+\varepsilon)l}{h} \max\left(1, \frac{h_{m+1}}{l}\|C\|\right) \times \max_{s=1,m+1} \left\{ e^{\alpha h_s} - \sum_{j=0}^{\nu} \frac{(\alpha h_s)^j}{j!} + \sum_{i=0}^{m} \overline{\beta}_i h_s \times \right.$$
$$\left. \times \left[e^{\alpha h_s} - \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(\alpha h_s)^j}{j!} \right] \right\} < \frac{\varepsilon}{2+\varepsilon} < 1$$

Таким образом, используя соотношения

$$\left\| [Q_\nu(l)]^{-1} \right\| = \left\| \left[\tilde{\Phi}^{-1} Q_\nu(l) \right]^{-1} \tilde{\Phi}^{-1} \right\| \le \left\| \left[\tilde{\Phi}^{-1} Q_\nu(l) \right]^{-1} \right\| \cdot \left\| \tilde{\Phi}^{-1} \right\|$$

получим обратимость матрицыи справедливость неравенств

$$\left\| [Q_\nu(l)]^{-1} \right\| \le \frac{1}{h} K(1+\varepsilon) = \gamma_\nu(l), \qquad q_\nu(l) < 1.$$

Теорема 2 доказана.

Определение . *Если для любого* $f(t)$, d, μ *краевая задача (1)-(3) имеет единственное решение и для него выполняется неравенства*

$$\left\|x^*\right\| = \max_{t\in[0,T]}\left\|x^*(t)\right\| \le K\left(\|f\|,\|d\|,\|\mu\|\right) \ , \tag{23}$$

тогда задача (1)-(3) называется корректно разрешимой. K *- коэффициент корректной разрешимости.*

Теорема 3. *Если краевая задача (1)- (3) корректно разрешима с константой* K *, то для любого* $\varepsilon > 0$, $\nu \in \mathrm{N}$ *найдется* $l_1 = l_1(\varepsilon,\nu)$, *при которых матрица* $Q_\nu(l)$ *обратима и справедлива*

$$\left\|\left[\tilde{\Phi}^{-1}Q_\nu(l)\right]^{-1}\right\| \le (1+\varepsilon)K \tag{24}$$

Доказательство. Пусть краевая задача (1)- (3) корректно разрешима с константой K. В доказательстве теоремы 2 установлено, что для любого $\varepsilon > 0$ существует $l_0 = l_0(\varepsilon,\nu)$, такое что при всех $l \ge l_0(\varepsilon)$ матрица $Q_*(l)$ обратима и $\left\|\left[\tilde{\Phi}^{-1}Q_*(l)\right]^{-1}\right\| \le K\left(1+\dfrac{\varepsilon}{2}\right)$. Для заданного $\nu \in \mathrm{N}$ используя снова неравенство (22) и выбирая $l_1 = l_1(\varepsilon,\nu)$ удовлетворяющим неравенству

$$\frac{K\left(1+\dfrac{\varepsilon}{2}\right)}{h}\max\left(1,\frac{h_{m+1}}{l}\|C\|\right)\times\max_{s=\overline{1,m+1}}\left\{e^{\alpha h_s}-\sum_{j=0}^{\nu}\frac{(\alpha h_s)^j}{j!}+\sum_{i=0}^{m}\overline{\beta}_i h_s\times\right.$$
$$\left.\times\left[e^{\alpha h_s}-\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_s)^j}{j!}\right]\right\}<\frac{\varepsilon}{2(1+\varepsilon)},$$

По теореме о малых возмущениях ограниченно обратимых операторов [15] получим обратимость матрицы $\tilde{\Phi}^{-1}Q_\nu(l)$ при всех $l \ge l_1(\varepsilon,\nu)$ и справедливость оценки (1.17) с $\gamma = (1+\varepsilon)K$. Теорема 3 доказана.

Теорема 4. *Пусть для некоторого* $\nu \in \mathrm{N}$ *существует* $l_0 = l_0(\nu)$ *такое, что при всех* $l \ge l_0(\nu)$ *матрица* $Q_\nu(l)$ *обратима и ее обратная удовлетворяет оценке*

$$\left\|\left[\tilde{\Phi}^{-1}Q_\nu(l)\right]^{-1}\right\| \le \gamma, \tag{25}$$

где $\gamma -$ *независимая постоянная от* l. *Тогда краевая задача для систем дифференциальных уравнений с импульсными воздействиями (1)- (3) корректно разрешима с константой* $K = \gamma$.

Доказательство. Возьмем $\nu \in \mathrm{N}$ и соответствующее $l_0 = l_0(\nu)$. Так как $Q_\nu(l) = \tilde{\Phi}\cdot\tilde{\Phi}^{-1}\cdot Q_\nu(l)$, то по неравенству (25) получим $\left\|\tilde{\Phi}^{-1}\right\| \le \dfrac{\sigma l}{h}$ и для всех $l \ge l_0(\nu)$ выполняется неравенство: $\left\|\left[Q_\nu(l)\right]^{-1}\right\| \le \left\|\left[\tilde{\Phi}^{-1}Q_\nu(l)\right]^{-1}\right\|\cdot\left\|\tilde{\Phi}^{-1}\right\| \le \gamma\dfrac{1}{h}$. Учитывая

$$q_\nu(l) = \gamma_\nu(l)\cdot\max(1,h_{m+1}\|C\|)\times$$
$$\times\max_{s=\overline{1,m+1}}\left\{e^{\alpha h_s}-\sum_{j=0}^{\nu}\frac{(\alpha h_s)^j}{j!}+\sum_{i=0}^{m}\overline{\beta}_i h_s\left[e^{\alpha h_s}-\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha h_s)^j}{j!}\right]\right\}=O\left[\left(\frac{1}{l}\right)^{\nu}\right]$$

и выбирая $l \ge l_0(\nu)$ удовлетворяющее неравенство $q_\nu(l) < 1$, получим, что условие теоремы 1 выполняются при любом $l \ge l_1$. Поэтому задача (1) - (3) имеет единственное решение и для $l \ge l_1$ эквивалентная многоточечная краевая задача с параметром (4) - (7) также имеет единственное решение $\left(\lambda^*, u^*[t]\right)$, $\lambda^* = \left(\lambda_1^*,\lambda_2^*,...,\lambda_{(m+1)l}^*\right)$, $\lambda_r^* = x^*(t_{r-1})$ $u^*[t] = \left(u_1^*(t),u_2^*(t),...,u_{(m+1)l}^*(t)\right)$, $u_r^*(t) = x^*(t) - x^*(t_{r-1})$. При этом для системы пар $\left(\lambda_r^*, u_r^*[t]\right)$ $r = \overline{1,(m+1)l}$ имеют место равенства

$$\tilde{\Phi}^{-1}Q_\nu(l)\lambda^* = -\tilde{\Phi}^{-1}F_\nu(l) - \tilde{\Phi}^{-1}G_\nu\left(u^*,l\right), \tag{26}$$

$$u_r^*(t)=\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)u_r^*(\tau)d\tau+\int_{t_{r-1}}^{t}A(\tau)\lambda_r^*d\tau+\int_{t_{r-1}}^{t}\sum_{j=0}^{m}K_j(\tau)\lambda_{jl+1}^*d\tau+$$

$$+\int_{t_{r-1}}^{t}f(\tau)d\tau,\quad t\in[t_{r-1},t_r),\quad r=\overline{1,(m+1)l} \tag{27}$$

В силу непрерывности $x^*(t)$ на $[0,T]$ существует число M и $\|x^*\|_1\le M$. Так как $\|\lambda^*\|\le\|x^*\|_1$, то $\|\lambda^*\|\le M$ для любых $l\ge l_1$. Применяя неравенство Гронуолла-Беллмана[14] к (27) получим

$$u_r^*(t)\le\left(e^{\alpha(t-t_{r-1})}-1\right)\|\lambda_r^*\|+e^{\alpha(t-t_{r-1})}\times$$

$$\times\sup_{t\in[t_{r-1},t_r)}\int_{t_{r-1}}^{t}\left[\sum_{j=0}^{m}\|K_j(\tau)\|\|\lambda_{jl+1}^*\|+\|f(\tau)\|\right]d\tau,\quad t\in[t_{r-1},t_r)$$

Отсюда

$$\|u^*[\cdot]\|_2=\max_{r=\overline{1,(m+1)l}}\sup_{t\in[t_{r-1},t_r)}\|u_r^*(t)\|\le\max_{s=\overline{1,m+1}}\left[\left(e^{\alpha h_s}-1+e^{\alpha h_s}h_s\sum_{j=0}^{m}\beta_j\right)\|\lambda^*\|+e^{\alpha h_s}h_s\|f\|_1\right]$$

Используя неравенство $e^{\alpha h_s}-1\le\alpha h_s e^{\alpha h_s}$, $\|\lambda^*\|\le M$, $e^{\frac{\alpha h_s}{l}}\le e^{\frac{\alpha h_s}{l_0}}$ при $l\ge l_0$ и обозначив через $\widetilde{M}$ число $\widetilde{M}=\max_{s=\overline{1,m+1}}\left[\left(\alpha h_s e^{\frac{\alpha h_s}{l_0}}+h_s e^{\frac{\alpha h_s}{l_0}}\sum_{j=0}^{m}\beta_j\right)M+e^{\frac{\alpha h_s}{l_0}}\|f\|_1 h_s\right]$ имеем оценку:

$$\|u^*[\cdot]\|_2\le\frac{\widetilde{M}}{l}. \tag{28}$$

Из (26), в силу (25) следует оценка

$$\|\lambda^*\|\le\gamma\left[\|\widetilde{\Phi}^{-1}F_\nu(l)\|+\|\widetilde{\Phi}^{-1}G_\nu(u^*,l)\|\right]. \tag{29}$$

Учитывая неравенства

$$\|\widetilde{\Phi}^{-1}F_\nu(l)\|\le\max\left(\|d\|+h_{m+1}\|C\|\sum_{j=0}^{\nu-1}\left(\frac{\alpha h_s}{j!}\right)^j\|f\|_1,\right.$$

$$\max_{s=\overline{1,m+1}}\frac{l}{h_s}\sum_{j=0}^{\nu-1}\left(\frac{\alpha h_s}{l}\right)^j\frac{1}{j!}\|f\|_1\frac{h_s}{l}\Bigg)\le\max\left(1+\frac{h_{m+1}}{l}\|C\|\sum_{j=0}^{\nu-1}\left(\frac{\alpha h_{m+1}}{l}\right)^j\frac{1}{j!},\right.$$

$$\left.\max_{s=\overline{1,m+1}}\sum_{j=0}^{\nu-1}\left(\frac{\alpha h_s}{l}\right)^j\frac{1}{j!}\right)\max(\|f\|_1,\|d\|),$$

$$\|\widetilde{\Phi}^{-1}G_\nu(u^*,l)\|\le\max(1,h_{m+1}\|C\|)\max_{s=\overline{1,m+1}}\frac{l}{h_s}\left(\frac{\alpha h_s}{l}\right)^\nu\frac{1}{\nu!}\|u^*[\cdot]\|_2$$

и используя (28), (29) имеем

$$\|x^*\|_1\le\|\lambda^*\|+\|u^*[\cdot]\|_2\le$$

$$\le\gamma\max\left\{1+\frac{h_{m+1}}{l}\|C\|\sum_{j=0}^{\nu-1}\left(\frac{\alpha h_{m+1}}{l}\right)^j\frac{1}{j!},\max_{s=\overline{1,m+1}}\sum_{j=0}^{\nu-1}\left(\frac{\alpha h_s}{l}\right)^j\frac{1}{j!}\right\}\max(\|f\|_1,\|d\|,\|\mu\|)+$$

$$+\gamma\max\left(1,\frac{h_{m+1}}{l}\|C\|\right)\max_{s=\overline{1,m+1}}\frac{1}{h_s}\left(\frac{\alpha h_s}{l}\right)^\nu\frac{1}{\nu!}\widetilde{M}_1+\frac{\widetilde{M}_1}{l}.$$

Отсюда переходя к пределу при $l \to \infty$ установим оценку

$$\|x^*\|_1 \le \gamma \max\left(\|f\|_1, \|d\|, \|\mu\|\right).$$

т.е. задача (1)-(3) корректно разрешима с константой $K = \gamma$. Теорема 4 доказана.

Пример. На отрезке [0,1] рассмотрим двухточечную краевую задачу для нагруженных дифференциальных уравнений с импульсными воздействиями:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & t \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(\theta_1) + \begin{pmatrix} -3t/2 \\ (1/2)-t \end{pmatrix}, \qquad t \in [0,1] \setminus \{\theta_2\} \tag{30}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(0) + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(1) = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{31}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \lim_{t \to \theta_2 - 0} x(t) - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \lim_{t \to \theta_2 + 0} x(t) = p \tag{32}$$

Применяя метод параметризации к задаче (30)-(32) построим матрицу $Q(l)$ и установим справедливость оценок

1) $\|Q\| \le 5.28$
2) $q = 5.28 \cdot \max\left(1, 0.25 \cdot 1\right)\left\{e - 1 - 2 \cdot 0.25 + 1 \cdot 0.25(e - 1)\right\} < 1$

Таким образом задача (30)-(32) однозначно разрешима.

Список использованной литературы:

1 Нахушев А.М. Краевые задачи для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений гиперболического типа и некоторые их приложения к прогнозу почвенной влаги //Дифференц.уравн. 1979. Т. 15. №1, С. 96-105.

2 Нахушев А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги грунтовых вод// Дифференциальные уравнения, 1982.-Т.18, № 1. –С.72-81.

3 Samoilenko A.M., Perestyuk N.A. Impulsive Differential equations.-Singapore:World Scientific, 1995.- 462p.

4 Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. -1989. - Т.29, №1. С.50-66.

5 Тлеулесова А.Б. Об однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи с импульсным воздействием// Математический журнал. 2004.-Т.4, №4.-С.93-102.

6 Бакирова Э.А. О признаке однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений// Известия НАН РК, Сер.физ.-матем. - 2005. №1. С. 95-102.

7 Dzhumabaev D.S. A method for solving the linear boundary value problem for an integro-differential equation// Computational mathematics and mathematical physics. -2010.-Vol.50.No. 7. pp. 1150-1161. -

8 Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A. Criteria for the well-posedness of a linear two-point boundary value problem for systems of integro-differential equations// Differential Equations, -2010. Vol. 46.No.4.pp. 553-567.

9 Искакова Н.Б., Рысбек А. Однозначная разрешимость краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения с импульсным воздействием// Вестник КазНПУ им. Абая. Серия Физико-математические науки.- Алматы, 2017. № 1(57).-С.19-23.

10 Бакирова Э.А., Қадырбаева Ж.М., Момынжанова Қ.Р., Кенжебаева К.П. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесіне арналған көп нүктелі шеттік есепті шығарудың сандық жүзеге асырылуы// Вестник КазНПУ им. Абая. Серия Физико-математические науки.- Алматы, 2017. № 1(57).-С.8-14.

11 Қадырбаева Ж.М., Момынжанова Қ.Р. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін сызықты екі нүктелі шеттік есептің бірмәнді шешілімділігі.// Вестник КазНПУ им. Абая. Серия Физико-математические науки.-Алматы, 2015. № 4(52).-С.19-26.

12 Назарова К.Ж., Алиханова Б.Ж., Еркишева Ж.С. Сызықты дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шартты шеттік есептің бірмәнді шешілуі және оның шешімін табудың алгоритмі// Вестник КазНПУ им. Абая. Серия Физико-математические науки.-Алматы, 2018. № 1(61).-С.88-97.

13 Назарова К.Ж., Абдурахман Я.О признаке однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи для систем нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием// Қ.А.Ясауи атындағы ХҚТУ Хабарлары, № 2, 2017, 48-57бет.

14 Филатов А.Н., Шарова Л.В. Интегральные неравенства и теория нелинейных колебаний. М.: Наука. -152 с.

15 Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.

МРНТИ 27.21
УДК 378. 01

Д.Н.Нургабыл[1], К. С. Нурпеисов[1]

[1]*Жетысуский государственный университет им. И.Жансугурова, г.Талдыкорган, Казахстан*

ПОСТРОЕНИЕ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ МЕТОДОМ СЛЕДОВ

Аннотация

В статье обосновано, что при решении задач на построение сечений многогранников студенты и учащиеся не только выполняют построения, применяют аксиомы, свойства планиметрии и стереометрии, но и обучаются алгоритмическому мышлению, умению логически рассуждать, делать правильные аргументации и умозаключения. Установлено, что решение задач на построение сечений многогранников занимает особое место в процессе формирования пространственного представления и в развитии математического мышления, как студентов, так и школьников. Исходя из определения следа секущей плоскости, сформулированы правила построения сечений многогранника методом следов. Разработаны задачи на построения сечений многогранников в случае, когда: сечение призмы задается следом l, который расположен на плоскости основания призмы и не имеет общих точек с основанием данной призмы и точкой K, принадлежащей некоторому боковому ребру; секущая плоскость определена следом и некоторой точкой M, принадлежащей боковому ребру пирамиды; сечение пирамиды определяется точками M, N, K, двое из них расположены на различных ребрах, а третья является внутренней точкой грани данной пирамиды.

Ключевые слова: секущая плоскость, сечение многогранника, метод следов, алгоритмическое мышление, пространственное представление.

Аңдатпа

Д.Н. Нұрғабыл[1], Қ. С. Нұрпеисов[1]

[1]*І. Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., Қазақстан*

КӨПЖАҚТАРДЫҢ ҚИМАСЫН ІЗДЕР ӘДІСІМЕН САЛУ

Бұл мақалада студенттер мен оқушылар копжақтар қимасын салу барысында планиметрия мен стреометрияның аксиомалары мен қасиеттерін ғана пайдаланып қоймайтыны, сонымен қатар алгоритмдік ойлауға, логикалық ой тұжырымдауға, дұрыс ой қорытуға және дәлелдеме келтіруге үйренетіні негізделген. Студенттер мен оқушылардың математикалық ойлау қабілетін дамытуда және кеңістікті бейнелей алуын қалыптастыруда көпжақтардың қимасын салу есептері ерекше орын алатыны тұжырымдалған. Қима жазықтықтың анықтамасы негізінде қопжақтардың қимасын іздер әдісі бойынша салу ережесі тұжырымдалды. Көпжақтардың қимасын салуға есептер: призманың қимасы призманың табан жазықтығында жататын l ізімен және призманың бүйір қырында орналасқан K нүктесімен анықталатын; пирамиданың қимасы берілген l ізімен және пирамиданың бүйір қырында орналасқан нүктемен анықталатын; пирамиданың қимасы екі нүктесі пирамиданың әртүрлі бүйір қырларында орналасқан, ал үшіншісі пирамиданың бүйір жағының ішінде орналасқан M, N, K нүктелерімен анықталатын жағдайлар үшін құрастырылды.

Түйін сөздер: қиушы жазықтық, көпжақтар қимасы, іздер әдісі, алгоритмдік ойлау, кеңістікті бейнелеу

Abstract

CONSTRUCTION OF SECTIONS OF POLYHEDRON METHOD OF TRACES

Nurgabyl D.N.[1], Nurpeissov K.S.[1]
Zhetysu State University named after I.Zhansugurova, Taldykorgan, Kazakhstan

In this article it is proved that in solving problems on the construction of sections of polyhedra, students not only perform constructions, they also apply axioms, properties of planimetry and stereometry, but also learn algorithmic thinking, the ability to reason logically, make correct arguments and conclusions. It is established that the solution of problems on the construction of sections of polyhedra occupies a special place in the process of forming a spatial representation and in the development of mathematical thinking, both students and schoolchildren. Based on the definition of the trace of the secant plane, the rules for constructing sections of the polyhedron by the traces method are formulated. Problems on construction of sections of polyhedra are developed in the case when:: the section of the prism is given by the trace l, which is located on the plane of the base of the prism and does not have common points with the base of this prism and by point K, belonging to some side rib; the secant plane is defined by the trace l and some point M, belonging to the side rib of the pyramid; the section of the pyramid is determined by points M, N, K, two of them are located on different ribs, and the third is the internal point of the face of this pyramid.

Keywords: secant plane, section of polyhedron, method of traces, algorithmic thinking, spatial representation.

Введение

При обучении будущих учителей математики задачи на построение занимает особое место в развитии мышления студентов. При решении задач на построение, как у студентов, так и у школьников формируется алгоритмический, логистический стиль мышления. Эффективность задач на построения в развитии логического мышления в большей мере зависит от степени познавательной и исследовательской активности студентов и школьников при их решении. Иначе говоря, одним из целей решения задач на построение является активизация мыслительной деятельности школьников и студентов на занятиях. При решении задач на построения студенты и учащиеся не только выполняют построения, применяют аксиомы, свойства планиметрии и стереометрии, но и обучаются алгоритмическому мышлению, умению логически рассуждать, делать правильные аргументации и умозаключения [1].

В связи с этим, необходимо выделить такие задачи и упражнения на построения, которые эффективно активизировали бы мыслительную деятельность студентов и школьников. Это: задачи, рассчитанные на воспроизведение изученного учебного материала, при решении которых у студентов формируется знание; задачи, при решении которых формируется понимание, при этом возникают некоторые новые мысли; задачи носящий исследовательский характер. Из указанных задач, только последние два активизирует мыслительную деятельность студентов [2].

Решение задач на построение включает в себя следующие этапы: анализ, построение, доказательство и исследование. В связи с этим решение задач на построение сечений многогранников занимает особое место в процессе формирования пространственного представления и в развитии математического мышления как студентов, так и школьников.

Определение. Пусть плоскость π пересекается с плоскостью основания многогранника по некоторой прямой l, то прямая l называется следом секущей плоскости π в плоскости основания данного многогранника [3].

Из этого определения заключаем, что след задается двумя точками, расположенные одновременно в секущей плоскости и в плоскости некоторой грани рассматриваемого многогранника, или задается как произвольная прямая, расположенная в секущей плоскости и в плоскости основания многогранника, не имеющих общих точек с основанием данного многогранника. Заметим, что в каждой точке данного следа пересекаются прямые, расположенные в секущей плоскости и прямые расположенные в плоскости основания.

Таким образом, мы можем сформулировать следующие правила построения сечений многогранника методом следа:

- Если заданы две точки секущей плоскости на одной той же грани многогранника и другая точка некоторого ребра другой грани многогранника, то следом сечения секущей плоскости является прямая, проходящая через две точки, расположенные на одной грани многогранника. И после этого следует определить точки пересечения построенного следа с той гранью, в котором расположена данная третья точка многогранника.
- Если определен след на основании многогранника как прямая пересечения плоскости сечения с основанием многогранника и дана некоторая точка, принадлежащая некоторой грани, то следует определить точки пересечения этого следа с данной гранью рассматриваемого многогранника.

Таким образом, суть метода следа заключается в определении прямой(следа), которая является пересечением секущей плоскости с плоскостью некоторой грани многогранника. Используя построенный след, можно будет построить стороны искомого сечения, расположенные на гранях многогранника.

Решение задач на построение сечений многогранников

Известно, что плоскость определяется тремя заданными точками, или прямой и точкой, заданной вне этой прямой. В связи с этим, вначале можно было бы предложить задачу на построение сечения данного многогранника плоскостью, которая определяется тремя заданными точками, лежащие на различных ребрах многогранника. Такие задачи были рассмотрены в работах [4,5]. В этой работе сначала мы сконструируем задачи на построение сечения данного многогранника плоскостью, которая определяется заданным следом, который расположен на плоскости основания многогранника и не имеет общих точек с основанием данного многогранника, и точкой расположенная на поверхности данного многогранника.

Таким образом, сконструируем задачи на построения сечения многогранников.

Задача 1. Построить сечение пятиугольной прямой призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ секущей плоскостью π. Плоскость π задана следом l, который расположен на плоскости основания $ABCDE$ и не имеет общих точек с основанием данной призмы и точкой K, принадлежащей боковому ребру CC_1, но имеет общую точку пересечения с продолжением каждого ребра основания этой призмы.

Анализ. Допустим, что многоугольник $KMNPR$ – искомое сечение (рис. 1). Для построения искомого сечения $KMNPR$ достаточно построить его вершины M, N, P, R, которые являются точками пересечения секущей плоскости π с соответствующими ребрами DD_1, EE_1, AA_1, BB_1, призмы $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$.

Для построения точки $M = \pi \cap DD_1$ достаточно построить прямую, которая, получается, от пересечения данной секущей плоскости π с плоскостью грани DCC_1D_1.

Для этого, в свою очередь, достаточно построить в плоскости этой грани еще одну точку, принадлежащую секущей плоскости π. Как найти изображение такой точки?

Так как прямая l лежит в плоскости основания призмы, то она может пересекать плоскость грани CDD_1C_1 лишь в точке, которая принадлежит прямой CD, т.е. в точке $X = CD \cap l$. Точки K и X принадлежат к одной той же плоскости. Отсюда определяем точку $M = KX \cap DD_1$. Для построения других вершин, достаточно построить точки Y, Q, Z принадлежащие прямой l и соответствующим граням ABB_1A_1, DEE_1D_1, AEE_1A_1.

Таким образом, задача о построении сечения данного многогранника разрешима.

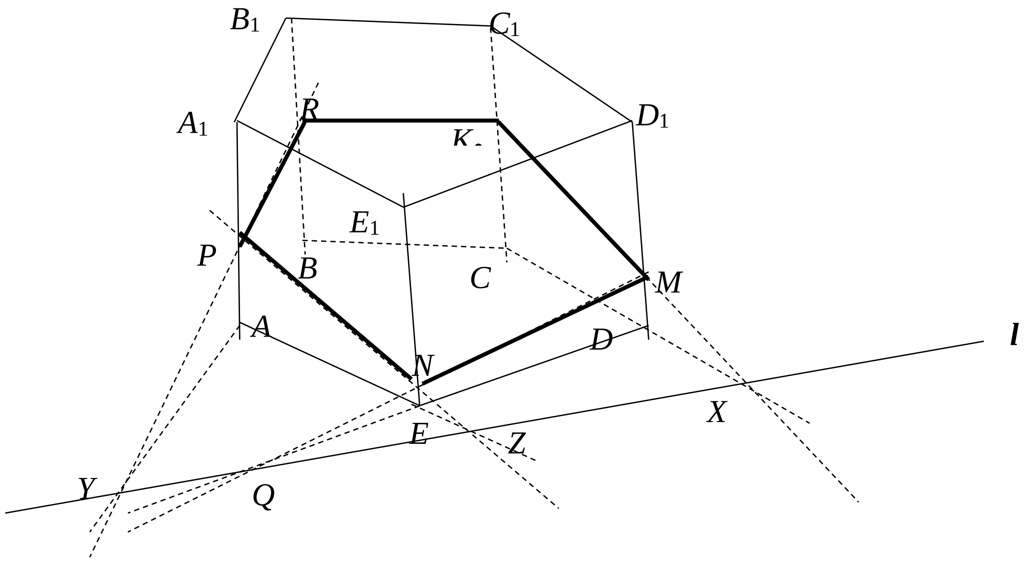


Рисунок 1.

Построение:

1) Как уже было замечено, данный след l и прямая CD лежат на плоскости основания призмы. Тогда мы можем определить точку пересечения следа l и прямой CD. Обозначим эту точку через $X = l \cap CD$, где $X \in \pi$;

2) Так как точки X и K принадлежат одной той же плоскости грани DCC_1D_1, то мы можем провести прямую XK, принадлежащая секущей плоскости π. Прямая XK пересекает ребро DD_1 в некоторой точке $M = \pi \cap DD_1$;

3) След l и прямая ED лежат на плоскости основания призмы. Тогда мы можем определить точку пересечения следа l и прямой ED. Обозначим эту точку через $Q = l \cap ED$, которая принадлежит секущей плоскости π;

4) Так как точки Q и M принадлежат одной той же плоскости грани DEE_1D_1, то мы можем провести прямую QM, принадлежащая секущей плоскости π. Прямая QM пересекает ребро EE_1 в некоторой точке $N = \pi \cap EE_1$, где $N \in \pi$;

5) Данный след l и прямая AE лежат на плоскости основания призмы. Тогда мы можем определить точку пересечения следа l и прямой AE. Обозначим эту точку через $Z = l \cap AE$, которая принадлежит секущей плоскости π;

6) Точки Z и N принадлежат одной той же плоскости грани AEE_1A_1, и принадлежат секущей плоскости π, то мы можем провести прямую ZN, принадлежащая секущей плоскости π. Прямая ZN пересекает ребро AA_1 в точке $P = \pi \cap AA_1$;

7) След l и прямая AB лежат на плоскости основания призмы. Тогда мы можем определить точку пересечения следа l и прямой AB. Обозначим эту точку через $Y = l \cap AB$, которая принадлежит секущей плоскости π;

8) Точки P и Y принадлежат одной той же плоскости грани ABB_1A_1, и принадлежат секущей плоскости π, то мы можем провести прямую PY, принадлежащая секущей плоскости π. Прямая PY пересекает ребро BB_1 в точке $R = \pi \cap BB_1$, которая принадлежат секущей плоскости π;

9) Соединяя точки K и M, M и N, N и P, P и R, R и K, получим геометрическую фигуру $KMNPR$.

Доказательство. В силу того, что след l и прямые BA, CD, DE, AE принадлежать плоскости основания данной призмы, можно однозначно определить точки $Y = l \cap BA,\ X = l \cap CD,\ Q = l \cap DE,\ Z = l \cap AE$.

Тогда, последовательно получаем:

1. $K \in \pi$, $X \in \pi \Rightarrow KX \in \pi$. Следовательно $KX \cap DD_1 = M \in \pi$. Отсюда имеем, что $KM \in \pi$.

2. $M \in \pi$, $Q \in \pi \Rightarrow QM \in \pi$. Отсюда находим, что $MQ \cap EE_1 = N \in \pi$. Тогда $MN \in \pi$.

3. $N \in \pi$, $Z \in \pi \Rightarrow NZ \in \pi$, а так же NZ принадлежит плоскости грани AEE_1A_1. Следовательно $NZ \cap AA_1 = P \in \pi$. Отсюда имеем, что $PN \in \pi$.

4. $P \in \pi$, $Y \in \pi \Rightarrow PY \in \pi$. Кроме того, прямая PY принадлежит и плоскости грани ABB_1A_1. Отсюда вытекает, что $PY \cap BB_1 = R \in \pi$. Тогда $RP \in \pi$.

5. Следовательно, $KMNPR$ – искомое сечение.

Исследование. След l искомой секущей плоскости расположен на плоскости основания данной призмы, однако не имеет общих точек с основанием этой призмы. Кроме того, данная точка K принадлежит секущей плоскости π и боковому ребру CC_1 призмы. Тогда секущая плоскость, определяемая точкой K и следом l пересекает боковые ребра (или их продолжения) в точках K, M, N, P, R рассматриваемой призмы. Таким образом, точки пресечения секущей плоскости с данной призмы существуют. С другой стороны $K \notin l$. Тогда точка K и след l однозначно определяет секущую плоскость π. Следовательно, рассматриваемая задача имеет единственное решение.

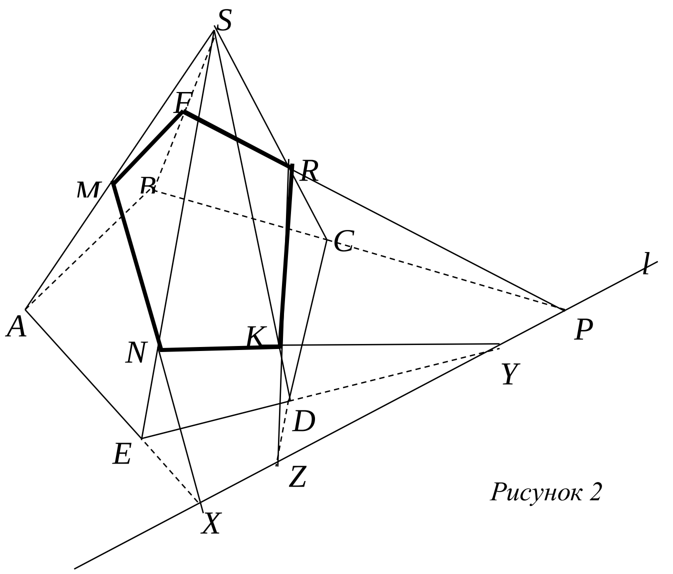


Рисунок 2

Задача 2. Дана пирамида $SABCDE$. Основанием пирамиды является пятиугольник $ABCDE$, продолжение каждого ребра основания пирамиды имеет общую точку пересечения следом l, который расположен на плоскости основания $ABCDE$, но не имеет общих точек с основанием данной пирамиды и точкой M, являющиеся внутренней точкой ребра AS. Требуется построить сечение этой пирамиды секущей плоскостью π. Плоскость π определена следом l и точкой M (Рис.2).

Анализ. Выясним сначала, разрешима ли это задача. Пусть $SABCDE$ с точкой $M \in (A,S)$ является изображением данной пирамиды.

Точкой $M \in (A,S)$ и прямой l однозначно определяется секущая плоскость π. Для построения искомого сечения $MNKRF$ достаточно построить его вершины N,K,R,F, которые являются точками пересечения секущей плоскости π с соответствующими ребрами $SE,\ SD,SC$, SB пирамиды $SABCDE$.

Для построения точки $N = \pi \cap SE$ достаточно построить прямую, которая, получается, от пересечения данной секущей плоскости π с плоскостью грани SAE. Так как прямая l лежит в плоскости основания пирамиды, то секущая плоскость π может пересекать плоскость грани SAE лишь в точке, которая принадлежит прямой AE, т.е. в точке $X = AE \cap l$. Точки M и X принадлежат к одной той же плоскости. Отсюда определяем точку $N = MX \cap SE$. Для построения других вершин, достаточно построить точки Z,Y,P принадлежащие прямой l и соответствующим граням $SED,\ SDC,SCB$. Таким образом, задача о построении сечения данной пирамиды разрешима.

Построение: Ниже второй и третий этапы построения сечения - построение и доказательство - проведем совместно.

1) Как уже было замечено, данный след l и прямая AE лежат на плоскости основания пирамиды. Тогда мы можем определить точку пересечения следа l и прямой AE. Обозначим эту точку через $X = l \cap AE$, которая принадлежит секущей плоскости π.

Так как точки X и M принадлежат одной той же плоскости грани SAE и секущей плоскости π, то мы можем провести прямую XM, принадлежащая секущей плоскости π. Прямая XM пересекает ребро SE в некоторой точке $N = \pi \cap SE$;

2) След l и прямая ED лежат на плоскости основания пирамиды. Тогда мы можем определить точку пересечения следа l и прямой ED. Обозначим эту точку через $Y = l \cap ED$, которая принадлежит секущей плоскости π.

Так как точки Y и N принадлежат одной той же плоскости грани SED, то мы можем провести прямую NY, принадлежащая секущей плоскости π. Прямая NY пересекает ребро SD в некоторой точке $K = \pi \cap SD$, которая принадлежит секущей плоскости π;

3) Данный след l и прямая DC лежат на плоскости прирамиды. Тогда мы можем определить точку пересечения следа l и прямой DC. Обозначим эту точку через $Z = l \cap DC$, которая принадлежит секущей плоскости π.

Точки Z и K принадлежат одной той же плоскости грани SDC, и принадлежат секущей плоскости π, то мы можем провести прямую ZK, принадлежащая секущей плоскости π. Прямая ZK пересекает ребро SC в точке $R = \pi \cap SC$, которая принадлежит секущей плоскости π.

4) След l и прямая BC лежат на плоскости основания пирамиды. Тогда мы можем определить точку пересечения следа l и прямой BC. Обозначим эту точку через $P = l \cap BC$, которая принадлежит секущей плоскости π.

Точки P и R принадлежат одной той же плоскости грани SCB, и принадлежат секущей плоскости π, то мы можем провести прямую PR, принадлежащая секущей плоскости π. Прямая PR пересекает ребро SB в точке $F = \pi \cap SB$, которая принадлежат секущей плоскости π;

5) Соединяя точки M и N, N и K, K и R, R и F, F и M, получим искомое сечение $MNKRF$.

Исследование. След l искомой секущей плоскости расположен на плоскости основания данной пирамиды, однако не имеет общих точек с основанием этой пирамиды. Кроме того, данная точка M принадлежит секущей плоскости π и боковому ребру SA пирамиды. Тогда секущая плоскость, определяемая точкой M и следом l пересекает боковые ребра (или их продолжения) в точках M, N, K, R, F рассматриваемой пирамиды. Следовательно, точки пресечения секущей плоскости с рассматриваемой пирамидой существуют. С другой стороны $M \notin l$. Тогда точка M и след l однозначно определяет секущую плоскость π. Следовательно, рассматриваемая задача имеет единственное решение.

Теперь сконструируем задачу на построение сечения пирамиды в случае, когда секущая плоскость задается двумя точками расположенные на ребрах пирамиды и точкой расположенная внутри грани данной пирамиды.

Задача 3. Дана пирамида $ABCDS$. Основанием пирамиды является четырехугольник $ABCD$. Требуется построить сечение пирамиды $ABCDS$ плоскостью, проходящей через данные точки M, N, K (рис.3). Точки N и M расположены на ребрах BS и CS грани BSC. Точка K расположена внутри грани ASD.

Построение.

1) Проведем прямую MN до пересечения с прямой BC. Прямая MN пересекает прямую BC в точке X. Точка X является общей точкой секущей плоскости и плоскости основания.

2) Проведем прямую SK до пересечения с ребром AD. Точку пересечения обозначим через K_1. Точки N и K расположены на данной секущей плоскости MNK. Найдем точку Y, в которой пересекаются прямые NK и CK_1. Так как точка Y лежит на прямой NK, а прямая NK лежит в секущей плоскости MNK, то и точка Y лежит в плоскости MNK.

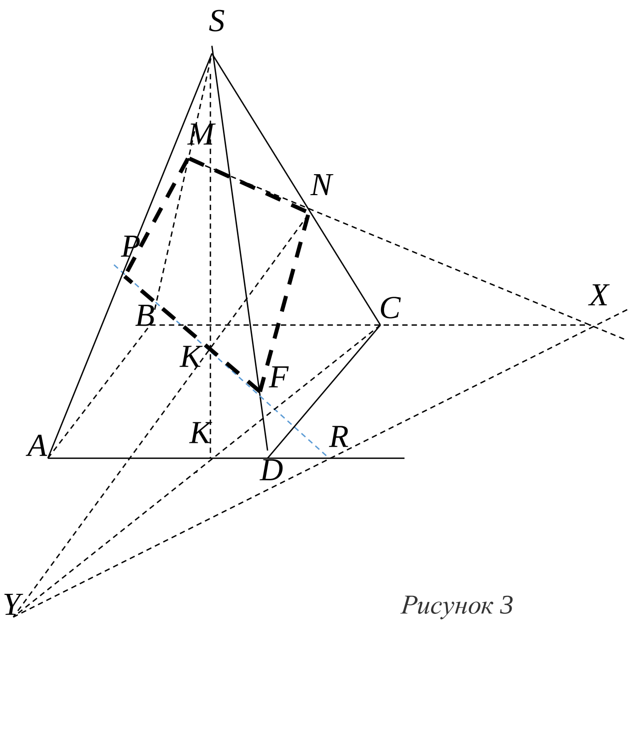


Рисунок 3

Аналогично, так как точка Y лежит на прямой CK_1, расположенная на плоскости основания ADC, то и точка Y лежит в плоскости основания ADC. Таким образом, Y - общая точка плоскости основания и секущей плоскости.

3) Строим прямую XY, по которой пересекаются секущая плоскость MNK и плоскость основания ADC. Следовательно, XY - след секущей плоскости.

4) Определим точку $R = XY \cap AD$. Точки R и K -точки секущей плоскости, расположенные на плоскости одной той же грани ADS. Тогда прямая KR лежит в секущей плоскости MNK и пересекает ребро DS в точке F, а ребро AS в точке P. Точки F и P расположены в секущей плоскости.

5) Соединяя точки M и N, N и F, F и P, P и M, получим искомое сечение $MNFP$.

Выводы

Сконструированы задачи на построение сечения данного многогранника плоскостью, которая определяется следом и некоторой точкой *K*, расположенная на поверхности данного многогранника. Для предложенных задач построение сечения выполнены соблюдением основных этапов решения задач: анализа, построения, доказательства, исследования. Опыт показывает, что предлагаемый алгоритмический метод решения задач на построение позволяет добиться формирования пространственного представления и алгоритмического мышления будущих учителей математики.

Список использованной литературы:

1 *Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика: Учебное пособие для студентов педагогических институтов. /Сост. В.И. Мишин. М.: Просвещение, 1987. – 416 с.*

2 *Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. / Сост.: Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985. —387 с.*

3 *Далингер В.А. Методика обучения учащихся стереометрии посредством решения задач: Учебное пособие. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. -365 с.*

4 *Бутырина В.И. Обучение построению сечений как средство развития пространственного представления на уроках стереометрии // Наука и школа,-2012,-№3.-С.86-89*

5 *Нургабыл Д.Н., Нурпеисов К.С. Алгоритмический метод построения сечения многогранников // Вестник ЖГУ,-2019, -№2.-38-43*

МРНТИ 27.31.44
УДК 517.956

А.Р. Рыскан

Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Аннотация

В настоящей работе исследуется краевая задача Дирихле для четырехмерного вырождающегося эллиптического уравненият Геллерстедта. Так как обобщенное уравнение Геллерстедта имеет четыре гиперповерхности вырождения типа уравнения, соответственно было построено шестнадцать фундаментальных решений.

Было установлено, что полученные фундаментальные решения обладают особенностью порядка $\frac{1}{r^2}$, при $r \to 0$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + t^2}$. Каждое из фундаментальных решений выражается через гипергеометрические функции Лауричелла от четырех переменных. Решение данной краевой задачи строится с помощью фундаментального решения g_{16}. Для доказательства единственности решения задачи Дирихле используется метод интеграла энергии. В ходе доказательства существования решения применяются формулы дифференцирования и разложения, некоторые формулы смежных соотношений, формула автотрансформации гипергеометрических функций. Для записи решения задачи в явном виде используется формула Гаусса-Остроградского.

Ключевые слова: Краевая задача Дирихле; Вырождающееся четырехмерное эллиптическое уравнение; Формула Гаусса-Остроградского; Фундаментальные решения; Гипергеометрическая функция Лауричелла.

Аңдатпа

А.Р. Рысқан

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университет, Алматы қ., Қазақстан

ЕКІНШІ РЕТТІ АЗҒЫНДАЛҒАН ЭЛЛИПТИКАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ДИРИХЛЕ ЕСЕБІН ШЕШУ

Осы мақалада төрт өлшемді азғындалған эллиптикалық Геллерстедт теңдеуі үшін Дирихле шеттік есебі зерттеліп отыр. Жалпыланған Геллерстедт теңдеуінде теңдеудің типін өзгешелейтін төрт гиперқабаты болғандықтан, сәйкесінше он алты фундаменталды шешімі құрылды.

Алынған фундаменталды шешімдері $r \to 0$ жағдайында $\frac{1}{r^2}$ ерекшелігіне ие екендігі анықталды, мұнда $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + t^2}$. Фундаменталды шешімдердің әрқайсысы төрт айнымалыдан тәуелді Лауричелла гипергеометриялық функциялары арқылы бейнеленеді. Осы шеттік есептің шешімі g_{16} фундаменталды шешімнің көмегімен құрылады. Дирихле есебінің бірегейлігі энергия интегралы әдісі арқылы дәлелденеді. Шешімнің бар екендігін дәлелдеу барысында дифференциалдау және ыдырау формулалары, туыстық қатынастардың кейбір формулалары және гипергеометриялық функциялардың автотрансформациялық формулаласы пайдаланылады. Мәселенің шешімін айқын түрде жазу үшін Гаусс-Остроградский формуласы қолданылады.

Түйін сөздер: Дирихле шеттік есебі; Төрт өлшемді азғындалған эллиптикалық теңдеу; Гаусс-Остроградский формуласы; Фундаменталды шешімдер; Лауричелла гипергеометриялық функциясы.

Abstract

SOLVING THE DIRICHLET PROBLEM FOR SECOND ORDER DEGENERATE ELLIPTIC EQUATION

Ryskan A.R.
Abai Kazakh national pedagogical university, Almaty, Kazakhstan

In the present paper, we study the Dirichlet boundary value problem for the four-dimensional degenerate elliptic Hellerstedt equation. Since the generalized Gellerstedt equation has four hypersurfaces of degeneracy of the equation type, sixteen fundamental solutions were constructed accordingly.

It was found that the obtained fundamental solutions have a singularity of order $\frac{1}{r^2}$, at $r \to 0$ where $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + t^2}$. Each of the fundamental solutions is expressed in terms of the Lauricella hypergeometric functions of four variables. The solution to this boundary value problem is constructed using a fundamental solution g_{16}. To prove the uniqueness of the solution of the Dirichlet problem, the energy integral method is used. In the course of proving the existence of the solution, differentiation formulas, decomposition formulas, some formulas of related relations, and the autotransformation formula of hypergeometric functions are applied. To record the solution of the problem in explicit form, the Gauss-Ostrogradsky formula is used.

Keywords: Dirichlet boundary value problem; Degenerate four-dimensional elliptic equation; Gauss-Ostrogradsky formula; Fundamental solutions; Lauricella hypergeometric function.

1. Введение

Большое разнообразие прикладных задач, относящихся к важнейшим разделам математической физики, связано с применением специальных функций. Многие функции, используемые в астрономии, раскладываются в ряды гипергеометрических функций. Многомерные гипергеометрические функции применяются в теории суперструн [1]. Для изучения задач аналитического продолжения интегралов типа Меллина-Барнса [2, 3] применяются гипергеометрические функции многих комплексных переменных. Более того, многомерные гипергеометрические ряды используются в научно-исследовательских разработках аэрокосмических систем [4]. В работе [5] гипергеометрические функции Аппеля используются для построения теории двойного потенциала. Для двумерного и трехмерного эллиптических уравнений с сингулярными коэффициентами были построены фундаментальные решения, которые применялись при изучении разрешимости различных задач [6-9].

Нами рассматривается четырехмерное вырождающееся эллиптическое уравнение Геллерстедта

$$y^m z^k t^l u_{xx} + x^n z^k t^l u_{yy} + x^n y^m t^l u_{zz} + x^n y^m z^k u_{tt} = 0,\ m,n,k,l > 0,\ m,n,k,l \equiv const$$

в области $R_+^4 = \{(x,y,z,t): x>0, y>0, z>0, t>0\}$. Фундаментальные решения для рассматриваемого уравнения были построены в работе [10]. Полученные фундаментальные решения выражаются через гипергеометрические функции Лауричелла [11].

2. Постановка задачи

Рассмотрим обобщенное уравнение Геллерстедта

$$H(u) = y^m z^k t^l u_{xx} + x^n z^k t^l u_{yy} + x^n y^m t^l u_{zz} + x^n y^m z^k u_{tt} = 0,\ m,n,k,l > 0 \tag{2.1}$$

Введем следующие обозначения:

$D=\{(x,y,z,t): x>0, y>0, z>0, t>0\}$,

$S_1=\{(0,y,z,t): x=0, y>0, z>0, t>0\}$,

$S_2=\{(x,0,z,t): x>0, y=0, z>0, t>0\}$,

$S_3=\{(x,y,0,t): x>0, y>0, z=0, t>0\}$,

$S_4=\{(x,y,z,0): x>0, y>0, z>0, t=0\}$,

$R^2=\frac{4}{(n+2)^2}x^{n+2}+\frac{4}{(m+2)^2}y^{m+2}+\frac{4}{(k+2)^2}z^{k+2}+\frac{4}{(l+2)^2}t^{l+2}$.

Задача Дирихле. Найти регулярное решение $u(x,y,z,t)$ уравнения (2.1) из класса $C(\overline{D})\cap C^2(D)$, удовлетворяющее условиям:

$$u(x,y,z,t)\big|_{x=0}=\tau_1(y,z,t),\ (y,z,t)\in\overline{S_1}, \tag{2.2}$$

$$u(x,y,z,t)\big|_{y=0}=\tau_2(x,z,t),\ (x,z,t)\in\overline{S_2}, \tag{2.3}$$

$$u(x,y,z,t)\big|_{z=0}=\tau_3(x,y,t),\ (x,y,t)\in\overline{S_3}, \tag{2.4}$$

$$u(x,y,z,t)\big|_{t=0}=\tau_4(x,y,z),\ (x,y,z)\in\overline{S_4}, \tag{2.5}$$

$$\lim_{R\to\infty}u(x,y,z,t)=0, \tag{2.6}$$

где $\tau_1(y,z,t),\tau_2(x,z,t),\tau_3(x,y,t),\tau_4(x,y,z)\in\square$ – заданные непрерывные функции, причем при достаточно больших значениях R выполняются неравенства

$$\left|\tau_1(y,z,t)\right|\le\frac{c_5}{\left[1+\frac{4}{(m+2)^2}y^{m+2}+\frac{4}{(k+2)^2}z^{k+2}+\frac{4}{(l+2)^2}t^{l+2}\right]^{\varepsilon_5}} \tag{2.7}$$

$$\left|\tau_2(x,z,t)\right|\le\frac{c_6}{\left[1+\frac{4}{(n+2)^2}x^{n+2}+\frac{4}{(k+2)^2}z^{k+2}+\frac{4}{(l+2)^2}t^{l+2}\right]^{\varepsilon_6}} \tag{2.8}$$

$$\left|\tau_3(x,y,t)\right|\le\frac{c_7}{\left[1+\frac{4}{(n+2)^2}x^{n+2}+\frac{4}{(m+2)^2}y^{m+2}+\frac{4}{(l+2)^2}t^{l+2}\right]^{\varepsilon_7}} \tag{2.9}$$

$$\left|\tau_4(x,y,z)\right|\le\frac{c_8}{\left[1+\frac{4}{(n+2)^2}x^{n+2}+\frac{4}{(m+2)^2}y^{m+2}+\frac{4}{(k+2)^2}z^{k+2}\right]^{\varepsilon_8}} \tag{2.10}$$

где $c_5,c_6,c_7,c_8>0$ и $\varepsilon_5,\varepsilon_6,\varepsilon_7,\varepsilon_8$ достаточно малые положительные числа.

Теорема 1. Задача Дирихле имеет не более одного решения.

Существование решения задачи Дирихле.

Решение задачи Дирихле имеет вид

$$\begin{aligned}
u(x_0,y_0,z_0,t_0) = &\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty y^m z^k t^l \tau_1(y,z,t)\frac{\partial}{\partial x} g_{16}(x,y,z,t;x_0,y_0,z_0,t_0)\Big|_{x=0} dydzdt + \\
&+\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty x^n z^k t^l \tau_2(x,z,t)\frac{\partial}{\partial y} g_{16}(x,y,z,t;x_0,y_0,z_0,t_0)\Big|_{y=0} dxdzdt + \\
&+\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty x^n y^m t^l \tau_3(x,y,t)\frac{\partial}{\partial z} g_{16}(x,y,z,t;x_0,y_0,z_0,t_0)\Big|_{z=0} dxdydt + \\
&+\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty x^n y^m z^k \tau_4(x,y,z)\frac{\partial}{\partial t} g_{16}(x,y,z,t;x_0,y_0,z_0,t_0)\Big|_{t=0} dxdydz,
\end{aligned} \tag{2.11}$$

где

$$g_{16}(x,y,z,t;x_0,y_0,z_0,t_0) = k_{16}\xi^{1-2\alpha}\eta^{1-2\beta}\zeta^{1-2\gamma}\varsigma^{1-2\delta}\times$$
$$\times\frac{F_A^{(4)}(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta;1-\alpha,1-\beta,1-\gamma,1-\delta;2-2\alpha,2-2\beta,2-2\gamma,2-2\delta;\xi,\eta,\zeta,\varsigma)}{(r^2)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta+1}}$$

одно из фундаментальных решений уравнения (2.1). Здесь

$$\begin{aligned}
k_{16} = \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{4}{n+2}\right)^{2\alpha}\left(\frac{4}{m+2}\right)^{2\beta}\left(\frac{4}{k+2}\right)^{2\gamma}\left(\frac{4}{l+2}\right)^{2\delta}\times \\
\times\frac{\Gamma(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta)\Gamma(1-\alpha)\Gamma(1-\beta)\Gamma(1-\gamma)\Gamma(1-\delta)}{\Gamma(2-2\alpha)\Gamma(2-2\beta)\Gamma(2-2\gamma)\Gamma(2-2\delta)}.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Так как функция g_{16} является фундаментальным решением уравнения (2.1), то очевидно, что решение задачи (2.11) удовлетворяет уравнению (2.1).

Докажем, что функция (2.11) удовлетворяет условиям (2.2) – (2.5) задачи Дирихле. Представим решение (2.11) в следующем виде

$$u(x_0,y_0,z_0,t_0) = I_1^{(2)}(x_0,y_0,z_0,t_0) + I_2^{(2)}(x_0,y_0,z_0,t_0) + I_3^{(2)}(x_0,y_0,z_0,t_0) + I_4^{(2)}(x_0,y_0,z_0,t_0), \tag{2.13}$$

где $S_4 = \{(x,y,z,0): x>0, y>0, z>0, t=0\}$,

$$I_1^{(2)}(x_0,y_0,z_0,t_0) = k_{16}\left(\frac{4}{n+2}\right)^{\frac{4}{2+n}}\left(\frac{4}{m+2}\right)^{\frac{4}{2+m}}\left(\frac{4}{k+2}\right)^{\frac{4}{2+k}}\left(\frac{4}{l+2}\right)^{\frac{4}{2+l}} x_0y_0z_0t_0\times$$
$$\times\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty y^{m+1}z^{k+1}t^{l+1}\tau_1(y,z,t)(r^2)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta-5}\times$$
$$\times F_A^{(3)}(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta;1-\beta,1-\gamma,1-\delta;2-2\beta,2-2\gamma,2-2\delta;\eta,\zeta,\varsigma)\Big|_{x=0} dydzdt,$$

$$I_2^{(2)}(x_0,y_0,z_0,t_0) = k_{16}\left(\frac{4}{n+2}\right)^{\frac{4}{2+n}}\left(\frac{4}{m+2}\right)^{\frac{4}{2+m}}\left(\frac{4}{k+2}\right)^{\frac{4}{2+k}}\left(\frac{4}{l+2}\right)^{\frac{4}{2+l}} x_0y_0z_0t_0\times$$
$$\times\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty x^{n+1}z^{k+1}t^{l+1}\tau_2(x,z,t)(r^2)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta-5}\times$$
$$\times F_A^{(3)}(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta;1-\alpha,1-\gamma,1-\delta;2-2\alpha,2-2\gamma,2-2\delta;\xi,\zeta,\varsigma)\Big|_{y=0} dxdzdt,$$

$$I_3^{(2)}(x_0,y_0,z_0,t_0) = k_{16}\left(\frac{4}{n+2}\right)^{\frac{4}{2+n}}\left(\frac{4}{m+2}\right)^{\frac{4}{2+m}}\left(\frac{4}{k+2}\right)^{\frac{4}{2+k}}\left(\frac{4}{l+2}\right)^{\frac{4}{2+l}} x_0y_0z_0t_0\times$$
$$\times\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty x^{n+1}y^{m+1}t^{l+1}\tau_3(x,y,t)(r^2)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta-5}\times$$
$$\times F_A^{(3)}(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta;1-\alpha,1-\beta,1-\delta;2-2\alpha,2-2\beta,2-2\delta;\xi,\eta,\varsigma)\Big|_{z=0} dxdydt,$$

$$I_4^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)=k_{16}\left(\frac{4}{n+2}\right)^{\frac{4}{2+n}}\left(\frac{4}{m+2}\right)^{\frac{4}{2+m}}\left(\frac{4}{k+2}\right)^{\frac{4}{2+k}}\left(\frac{4}{l+2}\right)^{\frac{4}{2+l}}x_0y_0z_0t_0\times$$
$$\times\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty x^{n+1}y^{m+1}z^{k+1}\tau_4\left(x,y,z\right)\left(r^2\right)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta-5}\times$$
$$\times F_A^{(3)}\left(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta;1-\alpha,1-\beta,1-\gamma;2-2\alpha,2-2\beta,2-2\gamma;\xi,\eta,\zeta\right)\Big|_{t=0}dxdydz.$$

Рассмотрим первый интеграл. Воспользуемся формулой разложения [12, стр. 118, (14)], тогда:

$$I_1^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)=k_{16}\left(\frac{4}{n+2}\right)^{\frac{4}{2+n}}\left(\frac{4}{m+2}\right)^{\frac{4}{2+m}}\left(\frac{4}{k+2}\right)^{\frac{4}{2+k}}\left(\frac{4}{l+2}\right)^{\frac{4}{2+l}}x_0y_0z_0t_0\times$$
$$\times\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty y^{m+1}z^{k+1}t^{l+1}\tau_1\left(y,z,t\right)\left(r^2\right)^{\alpha-2}\left(r_2^2\right)^{\beta-1}\left(r_3^2\right)^{\gamma-1}\left(r_4^2\right)^{\delta-1}P_1^{(2)}\left(0,y,z,t;x_0,y_0,z_0,t_0\right)\Big|_{x=0}dydzdt, \tag{2.14}$$

где

$$P_1^{(2)}\left(0,y,z,t;x_0,y_0,z_0,t_0\right)=\sum_{i,j,k=0}^{\infty}\frac{\left(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta\right)_{i+j+k}\left(1-\beta\right)_{i+j}\left(1-\gamma\right)_{i+k}\left(1-\delta\right)_{j+k}}{\left(2-2\beta\right)_{i+j}\left(2-2\gamma\right)_{i+k}\left(2-2\delta\right)_{j+k}i!\,j!k!}\times$$
$$\left(\frac{r_2^2-r^2}{r_2^2}\right)^{i+j}\left(\frac{r_3^2-r^2}{r_3^2}\right)^{i+k}\left(\frac{r_4^2-r^2}{r_4^2}\right)^{j+k}F\left(-3+\alpha-\beta+\gamma+\delta,1-\beta+i+j;2-2\beta+i+j;\frac{r_2^2-r^2}{r_2^2}\right)\times$$
$$F\left(-3+\alpha+\beta-\gamma+\delta-j,1-\gamma+i+k;2-2\gamma+i+k;\frac{r_3^2-r^2}{r_3^2}\right)\times$$
$$F\left(-3+\alpha+\beta+\gamma-\delta-i,1-\delta+j+k;2-2\delta+j+k;\frac{r_4^2-r^2}{r_4^2}\right).$$

Используем следующую замену переменных:

$$\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}=\frac{2}{m+2}y_0^{\frac{m+2}{2}}+\frac{2}{n+2}x_0^{\frac{n+2}{2}}s_1,\ \ \frac{2}{k+2}z^{\frac{k+2}{2}}=\frac{2}{k+2}z_0^{\frac{k+2}{2}}+\frac{2}{n+2}x_0^{\frac{n+2}{2}}s_2,$$
$$\frac{2}{l+2}t^{\frac{l+2}{2}}=\frac{2}{l+2}t_0^{\frac{l+2}{2}}+\frac{2}{n+2}x_0^{\frac{n+2}{2}}s_3,$$

тогда из (2.14) при $x_0\to 0$ имеем

$$\lim_{x_0\to0}I_1^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)=k_{16}\left(\frac{2}{n+2}\right)^{2\alpha-1}\left(\frac{4}{n+2}\right)^{\frac{4}{2+n}}\left(\frac{4}{m+2}\right)^{-\frac{m}{m+2}}\left(\frac{4}{k+2}\right)^{-\frac{k}{k+2}}\left(\frac{4}{l+2}\right)^{-\frac{l}{l+2}}\times$$
$$\times\tau_1\left(y_0,z_0,t_0\right)\frac{\Gamma\left(2-\alpha\right)\Gamma\left(2-2\beta\right)\Gamma\left(2-2\gamma\right)\Gamma\left(2-2\delta\right)}{\Gamma\left(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta\right)\Gamma\left(1-\beta\right)\Gamma\left(1-\gamma\right)\Gamma\left(1-\delta\right)}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{ds_1ds_2ds_3}{\left(1+s_1^2+s_2^2+s_3^2\right)^{2-\alpha}}. \tag{2.15}$$

В силу формул [13, стр. 637(4.638-3)] и [14, стр 19, (15)] из (2.15) получаем:

$$\lim_{x_0\to0}I_1^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)=4k_{16}\pi^2\left(\frac{4}{n+2}\right)^{-2\alpha}\left(\frac{4}{m+2}\right)^{-2\beta}\left(\frac{4}{k+2}\right)^{-2\gamma}\left(\frac{4}{l+2}\right)^{-2\delta}\times$$
$$\times\frac{\Gamma\left(2-2\alpha\right)\Gamma\left(2-2\beta\right)\Gamma\left(2-2\gamma\right)\Gamma\left(2-2\delta\right)}{\Gamma\left(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta\right)\Gamma\left(1-\alpha\right)\Gamma\left(1-\beta\right)\Gamma\left(1-\gamma\right)\Gamma\left(1-\delta\right)}\tau_1\left(y_0,z_0,t_0\right). \tag{2.16}$$

Учитывая определение (2.12) k_{16} из (2.16) имеем $\lim\limits_{x_0\to0}I_1^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)=\tau_1\left(y_0,z_0,t_0\right)$. Нетрудно показать, что $\lim\limits_{x_0\to0}I_2^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)=0,\ \lim\limits_{x_0\to0}I_3^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)=0,\ \lim\limits_{x_0\to0}I_4^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)=0.$ Следовательно,

$\lim\limits_{x_0 \to 0} u(x_0, y_0, z_0, t_0) = \tau_1(y_0, z_0, t_0)$, значит функция (2.11) удовлетворяет условию (2.2) задачи Дирихле. Аналогично нетрудно доказать, что функция (2.11) удовлетворяет условиям (2.3) – (2.5) задачи Дирихле.

Покажем, что если заданные функции при достаточно больших значениях аргумента удовлетворяют неравенствам (2.7) – (2.10), то решение (2.11) задачи Дирихле также удовлетворяет условию (2.6).

Действительно, пусть справедливы неравенства (2.7) – (2.10), сделаем следующую замену переменных:

$$\xi_1 = \frac{1}{R_0}\frac{2}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}},\ \eta_1 = \frac{1}{R_0}\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}},\ \zeta_1 = \frac{1}{R_0}\frac{2}{k+2}z^{\frac{k+2}{2}},\ \varsigma_1 = \frac{1}{R_0}\frac{2}{l+2}t^{\frac{l+2}{2}},$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{R_0}\frac{2}{n+2}x_0^{\frac{n+2}{2}},\ \sigma_2 = \frac{1}{R_0}\frac{2}{m+2}y_0^{\frac{m+2}{2}},\ \sigma_3 = \frac{1}{R_0}\frac{2}{k+2}z_0^{\frac{k+2}{2}},\ \sigma_4 = \frac{1}{R_0}\frac{2}{l+2}t_0^{\frac{l+2}{2}},$$

где $R_0^{\ 2} = \frac{4}{(n+2)^2}x_0^{n+2} + \frac{4}{(m+2)^2}y_0^{m+2} + \frac{4}{(k+2)^2}z_0^{k+2} + \frac{4}{(l+2)^2}t_0^{l+2}.$

Тогда при $R_0 \to \infty$ из (2.7) – (2.10) получим следующие неравенства

$$\begin{gathered}\left|I_1^{(2)}(x_0, y_0, z_0, t_0)\right| \le \frac{k_{16}c_5}{R_0^{\ 2\varepsilon_5}} 4^{\frac{2}{2+n}+\frac{2}{2+m}+\frac{2}{2+k}+\frac{2}{2+l}} \left(\frac{2}{n+2}\right)^{\frac{2}{n+2}} \left(\frac{2}{m+2}\right)^{-2\beta} \left(\frac{2}{k+2}\right)^{-2\gamma} \left(\frac{2}{l+2}\right)^{-2\delta} \\ \times \sigma_1^{\frac{2}{n+2}} \sigma_2^{\frac{2}{m+2}} \sigma_3^{\frac{2}{k+2}} \sigma_4^{\frac{2}{l+2}} \int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\eta_1\zeta_1\varsigma_1 d\eta_1 d\zeta_1 d\varsigma_1}{\left(1+\eta_1^{\ 2}+\zeta_1^{\ 2}+\varsigma_1^{\ 2}\right)^{-(\alpha+\beta+\gamma+\delta-5)}\left(\eta_1^{\ 2}+\zeta_1^{\ 2}+\varsigma_1^{\ 2}\right)^{\varepsilon_5}},\end{gathered} \tag{2.17}$$

$$\begin{gathered}\left|I_2^{(2)}(x_0, y_0, z_0, t_0)\right| \le \frac{k_{16}c_6}{R_0^{\ 2\varepsilon_6}} 4^{\frac{2}{2+n}+\frac{2}{2+m}+\frac{2}{2+k}+\frac{2}{2+l}} \left(\frac{2}{n+2}\right)^{-2\alpha} \left(\frac{2}{m+2}\right)^{\frac{2}{m+2}} \left(\frac{2}{k+2}\right)^{-2\gamma} \left(\frac{2}{l+2}\right)^{-2\delta} \\ \times \sigma_1^{\frac{2}{n+2}} \sigma_2^{\frac{2}{m+2}} \sigma_3^{\frac{2}{k+2}} \sigma_4^{\frac{2}{l+2}} \int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\xi_1\zeta_1\varsigma_1 d\xi_1 d\zeta_1 d\varsigma_1}{\left(1+\xi_1^{\ 2}+\eta_1^{\ 2}+\zeta_1^{\ 2}+\varsigma_1^{\ 2}\right)^{-(\alpha+\beta+\gamma+\delta-5)}\left(\xi_1^{\ 2}+\zeta_1^{\ 2}+\varsigma_1^{\ 2}\right)^{\varepsilon_6}},\end{gathered} \tag{2.18}$$

$$\begin{gathered}\left|I_3^{(2)}(x_0, y_0, z_0, t_0)\right| \le \frac{k_{16}c_7}{R_0^{\ 2\varepsilon_7}} 4^{\frac{2}{2+n}+\frac{2}{2+m}+\frac{2}{2+k}+\frac{2}{2+l}} \left(\frac{2}{n+2}\right)^{-2\alpha} \left(\frac{2}{m+2}\right)^{-2\beta} \left(\frac{2}{k+2}\right)^{\frac{2}{k+2}} \left(\frac{2}{l+2}\right)^{-2\delta} \\ \times \sigma_1^{\frac{2}{n+2}} \sigma_2^{\frac{2}{m+2}} \sigma_3^{\frac{2}{k+2}} \sigma_4^{\frac{2}{l+2}} \int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\xi_1\eta_1\varsigma_1 d\xi_1 d\eta_1 d\varsigma_1}{\left(1+\xi_1^{\ 2}+\eta_1^{\ 2}+\zeta_1^{\ 2}+\varsigma_1^{\ 2}\right)^{-(\alpha+\beta+\gamma+\delta-5)}\left(\xi_1^{\ 2}+\eta_1^{\ 2}+\varsigma_1^{\ 2}\right)^{\varepsilon_7}},\end{gathered} \tag{2.19}$$

$$\begin{gathered}\left|I_4^{(2)}(x_0, y_0, z_0, t_0)\right| \le \frac{k_{16}c_8}{R_0^{\ 2\varepsilon_8}} 4^{\frac{2}{2+n}+\frac{2}{2+m}+\frac{2}{2+k}+\frac{2}{2+l}} \left(\frac{2}{n+2}\right)^{-2\alpha} \left(\frac{2}{m+2}\right)^{-2\beta} \left(\frac{2}{k+2}\right)^{-2\gamma} \left(\frac{2}{l+2}\right)^{\frac{2}{l+2}} \\ \times \sigma_1^{\frac{2}{n+2}} \sigma_2^{\frac{2}{m+2}} \sigma_3^{\frac{2}{k+2}} \sigma_4^{\frac{2}{l+2}} \int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\xi_1\eta_1\zeta_1 d\xi_1 d\eta_1 d\zeta_1}{\left(1+\xi_1^{\ 2}+\eta_1^{\ 2}+\zeta_1^{\ 2}+\varsigma_1^{\ 2}\right)^{-(\alpha+\beta+\gamma+\delta-5)}\left(\xi_1^{\ 2}+\eta_1^{\ 2}+\zeta_1^{\ 2}\right)^{\varepsilon_8}}.\end{gathered} \tag{2.20}$$

Покажем, что тройные интегралы, входящие в неравенства (2.17) – (2.20), ограничены. Для неравенств (2.17) – (2.20) справедливо тождество

$$\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{xyzdxdydz}{\left(1+x^2+y^2+z^2\right)^{-(a+b+c+d-5)}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\varepsilon}} = \frac{1}{16}\frac{\Gamma(3-\varepsilon)\Gamma(2+\varepsilon-a-b-c-d)}{\Gamma(5-a-b-c-d)}, \tag{2.21}$$

где $a+b+c+d-2<\varepsilon<3$

Таким образом, из неравенств (2.17) – (2.20) в силу значения интеграла (2.21) следуют оценки

$$\left|I_1^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)\right|\le\frac{\overline{c}_5}{R_0^{2\varepsilon_5}},\ \left|I_2^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)\right|\le\frac{\overline{c}_6}{R_0^{2\varepsilon_6}},$$
$$\left|I_3^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)\right|\le\frac{\overline{c}_7}{R_0^{2\varepsilon_7}},\ \left|I_4^{(2)}\left(x_0,y_0,z_0,t_0\right)\right|\le\frac{\overline{c}_8}{R_0^{2\varepsilon_8}},\tag{2.22}$$

где $\overline{c}_5,\ \overline{c}_6,\ \overline{c}_7,\ \overline{c}_8$.

Неравенства (2.22) показывают, что решение (2.11) при $R_0\to\infty$ обращается в ноль. Таким образом, выполняется условие (2.6) задачи Дирихле. Следовательно, решение (2.11) удовлетворяет всем условиям задачи Дирихле.

Теорема 2. Пусть выполнены условия (2.7) – (2.10), тогда регулярное решение задачи Дирихле (2.1), (2.2) – (2.6), существует и выражается формулой (2.11).

Список использованной литературы:

1 Candelas P., de la Ossa X., Greene P., Parkes L. A pair of Calabi-Yau manifolds as an exactly soluble super conformal theory // Nucl. Phys. – 1991. – V. B539. – P. 21-74

2 Passare M., Tsikh A., Zhdanov O. A multidimensional Jordan residue lemma with an application to Mellin-Barnes integrals // Aspects Math. – 1994. – V. E. №26. – P. 233-241

3 Пассаре М., Цих А.К., Чешель А.А. Кратные интегралы Меллина-Барнса как периоды многообразий Калаби-Яу с несколькими модулями // Теор. и матем. физика. – 1996. – Т. 109. №3. – С. 381-394

4 Виноградов Ю.И., Константинов М.В. Расчет сферического бака при локальном воздействии // Изв. РАН. МТТ. – 2016. – № 2. – С. 109-120

5 Berdyshev A.S., Hasanov A., Ergashev T. Double-layer potentials for a generalized bi-axially symmetric Helmholtz equation II // ComplexVar. EllipticEqu. – 2019. DOI: https://doi.org/10.1080/174769.

6 Salakhitdinov M.S., Hasanov A. A solution of the Neumann–Dirichlet boundary-value problem for generalized bi-axially symmetric Helmholtz equation, ComplexVar. EllipticEqu. – 2008. – V.53. №4. – P. 355–364

7 Hasanov A., Karimov E.T. Fundamental solutions for a class of three-dimensional elliptic equations with singular coefficients // Appl. Math. Letters – 2009. – №22. – P. 1828–1832

8 Karimov E. T. On a boundary problem with Neumann's condition for 3D singular elliptic equations // Appl. Math. Lett. – 2010. – №23. – P. 517–522

9 Agarwal P., Karimov E., Mamchuev M., Ruzhansky M. On boundary-value problems for a partial differential equation with Caputo and Bessel operators, in Recent applications of harmonic analysis to function spaces, differential equations, and data science // Appl. Numer. Harmon. Anal. – 2017. – P. 707-718

10 Hasanov A., Berdyshev A. S., Ryskan A. R. Fundamental solutions for a class of four-dimensional degenerate elliptic equation // ComplexVar. EllipticEqu. – 2019. DOI: https://doi.org/10.1080/17476933.2019.1606803.

11 Appell P., Kampe de Feriet J. Fonctions hypergeometriques et hyperspheriques. Polynomes d'Hermite / Paris: Gauthier – Villars, 1926. - 434 p.

12 Hasanov A., Srivastava H.M. Some decomposition formulas associated with the Lauricella function $F_A^{(r)}$ and other multiple hypergeometric functions // Appl. Math. Lett. – 2006. – V. 19. №2. – P. 113–121

13 Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. 4-е изд. / М.: Физматгиз, 1963. - 1100 с.

14 Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции / М.: Наука, 1973. - 296 с.

МРНТИ 50.05.19
УДК 004.942:531.3:611.711

А.М. Сатымбеков[1], Л.Н. Темірбекова[1], Ә.А. Сұлтанғазин[2]

[1]Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[2]әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

БИОМЕХАНИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІН ЕСКЕРЕ ОТЫРЫП, ОМЫРТҚА ЖОТАСЫНЫҢ ЭКСПЕРИМЕНТАЛДЫҚ ДЕРЕКТЕРІН САНДЫҚ ӨҢДЕУ

Аңдатпа

Омыртқа-адам денесінің басты тірек құрылымы, ал биомеханика жас ғылым. Ол механика тұрғысынан биологиялық жүйелердің модельдерін құрумен айналысады. Омыртқа биомеханикасының негізгі міндеттерінің бірі омыртқа тұрақсыздығын тұрақтандыру әдістерін жасау болып табылады. Омыртқа тұрақсыздығының көптеген себептері бар әрі кез келген жаста кездесе береді. Бұл мақалада биомеханика саласында жасалған жұмыстар мен жарияланған мақалаларды негізге ала отырып, омыртқа жотасының құрылымы мен бөліктері, негізгі түсініктері мен атаулары ашып қарастырылды. Мақаланы омыртқа биомеханикасына кіріспе деп қарастыруға да болады. Омыртқа жотасының жиі кездесетін ауыруларына шолу жасалып, алдын алу шаралары туралы мағлұматтар берілді. Әзір потологиясы жоқ омыртқа жотасын болжауға арналған математикалық модель алынып, оның сандық шешу жолымен қоса қарастырылды. Жалпы адам анатомиясын зерттеуде когнитивті шешім қажеттілігі баяндалды.

Түйін сөздер: омыртқа жотасы, математикалық модельдеу, деформация, ең кіші квадраттар әдісі.

Аннотация

А.М. Сатымбеков[1], Л.Н. Темирбекова[1], Ә.А. Сұлтанғазин[2]
[1]Казахский национальный педагогический университетимени Абая, г.Алматы, Казахстан
[2]Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г.Алматы, Казахстан

ЧИСЛЕННАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПОЗВОНОЧНИКА С УЧЕТОМ ЕГО БИОМЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Позвоночник – главная опорная структура тела человека, а биомеханика молодая наука. Она занимается построением моделей биологических систем с позиции механики. Одной из основных задач биомеханики позвоночника является разработка методов стабилизации нестабильности позвоночника. Нестабильность позвоночного столба – это проблема, которая имеет достаточно много причин и может встречаться в любом возрасте. Данная статья основываясь на исследования в области биомеханики и опубликованные статьи, более раскрыто описывает структуру и части позвоночника, а также основные понятия и наименования. Статью можно рассматривать как введение в биомеханику позвоночника. Произведен обзор наиболее распространенных заболеваний позвоночника и даны сведения о мерах их профилактики. Взята математическая модель для прогнозирования позвоночника без каких либо патологии и численный способ ее решения. В целом была изложена необходимость когнитивного решения в исследовании анатомии человека.

Ключевые слова: позвоночник, математическое моделирование, деформация, метод наименьших квадратов.

Abstract

NUMERICAL PROCESSING OF THE EXPERIMENTAL DATA OF THE SPINE WITH REGARD TO ITS BIOMECHANICAL PROPERTIES

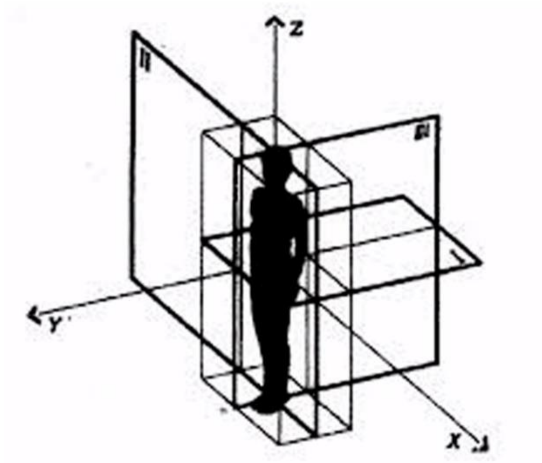
Satymbekov A.[1], Temirbekova L.[1], Sultangazin A.[2]
[1] Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,
[2]al-Farabi Kazakh national University, Almaty, Kazakhstan

The spine is the main supporting structure of the human body, and biomechanics is a young science. It is engaged in the construction of models of biological systems from the standpoint of mechanics. One of the main tasks of spine biomechanics is to develop methods to stabilize the instability of the spine. Spinal column instability is a problem that has many causes and can occur at any age. Based on research in the field of biomechanics and published articles, the structure and parts of the spine, as well as the basic concepts and names, are described in more detail. The article can be considered as an introduction to the biomechanics of the spine. An overview of the most common diseases of the spine and given information about the measures of their prevention. A mathematical model is taken to predict the spine without any pathology and a numerical way to solve it. In General, the need for a cognitive solution in the study of human anatomy was stated.

Keywords: spine, mathematical modelling, deformation, least square method.

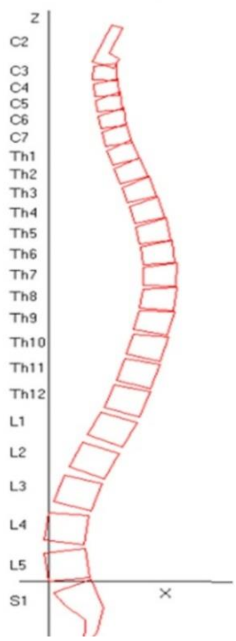
Адам ағзасы, оның физикалық денесі аса күрделі құрылым. Дене органдары бір жағынан алып қарағанда, тым нәзік болғанымен, екінші жағынан ерекше мықты, әрі шыдамды. Ерте заманнан адам өз денесіне маңызды мән беріп, оны күтуді, дамытуды, онымен «санасуды» бастады. Дененің әрбір бөлігі маңызды, әрқайсысының атқаратын функциясы бар. Дегенмен қазіргі уақытта адам денесінің функционалдығына ешқандай әсері жоқ, керісінше қосымша қиындықтар туғызатын органдар да жоқ емес. Атап айтқанда: аппендикс, ақыл тіс, құйымшақ омыртқа т.с.с. [1].

Адамның жүріп тұруына, белгілі бір салмақ көтеруіне, бұралуына негізгі жағынан жауап беретін омыртқа жотасы. Жалпы омыртқалардың саны 37-38. Олар бір-бірімен омыртқа аралықдиск арқылы байланысқан. Денені үш өлшемді етіп қарастыру үшін үш жазықтық пайдаланылады. Олар фронтальды, саггитальды және трансверсальды жазықтықтар (1-2 суреттер).



Сурет 1. I–трансверсальды жазықтық,II - фронтальды жазықтық, III- саггитальды жазықтық, x *- фронтальды ось,* y *- бойлық ось*

Сурет 2. Арқа омыртқасы



Сурет 3. Омыртқалардың медициналық терминологияда белгіленуі

Омыртқа жотасын зерттеу, оны түрлі патологиялардан сақтау(омыртқа аралық дискінің жарығы, остеохондроз, сколиоз, спондилоартроз, анкилоздаушы гиперостоз, спондилолистез, омыртқа арнасының стенозы, омыртқаның қабыну аурулары мен ісіктері, кеуде клеткасының ұйықтектес және киль тектес деформациясы (воронкообразные и килевидные деформации грудной клетки) жолдарын ғылыми түрде қарастыра басталғанына шамамен 100 жылдай ғана уақыт болды. Омыртқа жотасы 3-суретте көрсетілгендей негізгі үш бөліктен тұрады: мойын лордозы (C_1-C_7, C-лат. cervix - мойын), кеуде кифозы (Th_1-Th_{12}, Th - лат. thorax - кеуде) және бел лордозы (L_1-L_5, L - лат. Lumbalis - бел) [2,3]. Арқа ауыруларының себептері өте көп, дегенмен олардың дені омыртқа жотасының дегенеративті өзгеруімен тозуына байланысты.

Арқа ауырулары көбіне аяқтардың ауыруымен қоса жүреді. Осы тұрғыдан көпзвенолы адам омыртқа жотасының құрылымын 25 шарнирлі (C_1 омыртқаның бассүйекпен қосылуын есептегенде) кинематикалық шынжыр, яғни механикалық жүйе ретінде қарастыруға болады [4]. Оның үстіне омыртқа жотасы жұлын миы мен негізгі перифериялық нервтерді механикалық зақымданудан қорғайды.Көпзвенолы адам омыртқа жотасы тізбегінің иілмелі элементтері – омыртқааралық дискілер оның жалпы ұзындығының кемінде 20-30% құрайтын болғандықтан өте жоғары ұтқырлықты қамтамасыз етеді. Бастың шеткі "физиологиялық рұқсат етілген" жағдайының арасындағы бұрыштары (жамбас белдеуі белгілі бір қалыптағы жағдайда) саггитальды жазықтықта 140-160°, көлденең жазықтықта 150-160° және фронтальды жазықтықта 70-90° (A. Patwardhan et. al., 1979) жетеді [4].Дегенмен адам денесі күрделі құбылыс, біржақты қарастыруға ешбір келмейді. Оның физикасы, химиясы, механикасы, биологиясы, медицинасы жеке-жеке қарастырылғанмен толық қанды шешімге әкеле қоймайды. Сол себепті соңғы кездері жаңа ғылымдар: биофизика, биомеханика, биохимия, биоинформатика т.с.с. пайда болды, яғни ғылымдардың жанасуы. Адамның омыртқа жотасын таза механикалық жүйе деп қарастыру мүмкін емес. Қатты денелер, гидро, деформацияланатын қатты денелер механикасы және т.с.с. механиканың ешбір саласына дәлме-дәл келмейді. Сондықтан адам денесінің моделін қарастырғанда биомеханика тұрғысынан қарастыру керек. Механикалық жүйе ретінде қарастыра алмайтын себебіміз ескеретін факторлардың тым көптігінде. Атап айтқанда адамның жасы, бойы, салмағы, дене бітімі, генетикасы, тіпті өмір сүру салты мен психологиялық аспектілеріне дейін ескеруге тура келеді.

Жалпы ғалымдардың адам сүйек-тірек аппаратының негізгі мүшесі болып табылатын омыртқа жотасын зерттегенде басым бөлігі экстремалдық жағдайларды қарастырады, атап айтқанда жол-көлік оқиғасы болған жағдайдағы қауіпіздік белбеуінің немесе қауіпсіздік жастығының әсері, ұшақ немесе тікұшақтың апаты кезінде парашутпен секіргендегі (катапульттауы) алатын соққысы және т.с.с. Қалыпты өмірдегі адамның жүріс-тұрысы, отырғанда дұрыс отырмауы, физикалық жаттығу кезінде жіберетін қателіктері мүлде қарастырылмайды. Дегенмен адам омыртқа жотасының тұрмыста алатын жарақаты әлдеқайда жиі кездеседі.

Адам баласы омыртқа жотасының алғашқы жарақатын туылған кезде алады. Босанатын әйел нәрестені жатып босанатындықтан ең бірінші C_1 омыртқасы (екінші омыртқамен дискісіз байланысқан) өзінің анатомиялық орнынан ауытқиды, яғни босанарда күшенгендіктен омыртқа шығып кетеді. Нәрестені Кесар қимасы арқылы алған жағдайда баланы басынан ұстап шығарып алады. Бұл жағдайда да бірінші омыртқа ауытқиды. C_1 омыртқасын атлант деп те атайды. Шығып кеткен атлантқа басқа омыртқалар бейімделеді. Атланттың маңызы өте зор, ол бас сүйегін ұстап тұрады. Бүгінгі таңда батыс вертебрологтары (вертебри – латынша омыртқа жотасы дегенді білдіреді) нәрестені жатып емес, вертикальды тұрып босанғанда, яғни бала өз салмақ күшімен дүниеге келгенде омыртқа жотасына ешқандай зиян келмейтіндігін алға тартуда. Бұл үдеріс 1987 жылдан бастау алды. Швейцариялық «Атлант профилакс» компаниясы 1- ші омыртқаның мәселесімен соңғы 31 жыл айналысып келеді. Омыртқа жотасын түзетудің негізін қалаушы Швейцариялық ғалым Рене – Клаудиус Шумперли [5].

Рентгенологиялық туа біткен сколиоз болмайды. Көбіне алған инфекциялардың әсерінен бұлшық ет – байланыстырғыш аппараты жетілмеген және бұлшық еті әлсіз балаларда зиянды статикалық моменттер орын алғанда көпшілікке тән сколиоз дамиды. Олар көбіне мектеп жасындағы балаларда пайда болады және рахит ауруларынан айырмашылығы, біркелкі қисаюмен сипатталады. Ұзақ отыру (мысалы партада, пианинода) бұлшық ет әлсіздігінің әсерінен және омыртқа бағанынына түсетін жүк ауырлығы тепе-теңдігінің сақталмағандығының статикалық моменті болып табылады. Бұлшық еттердің әлсіздігінен баланың денесін дұрыс ұстауы қиынға соғады. Оған бір жаққа қисайып отырған ыңғайлы. Бұл жағдайда кеуде және бел омыртқаларына жүктеме біркелкі түспейді. Осылайша денені дұрыс ұстамау әдетке айналып, сколиоздың дамуына әкеліп соғады. Бұрын мұндай деформацияны "мектеп сколиозы" деп атаған, алайда бұл термин қазіргі уақытта пайдаланылмайды, өйткені тексеру кезінде балалар омыртқа жотасының қисықтығы мектепке келгенге дейін пайда болатындығын анықтаған. Омбредан: «Біз балалардың денесін дұрыс ұстамауын омыртқа жотасының бұған дейін қисық болғандығынан деп ойлаймыз» деп айтқан (1925). Баланың өсуіне сәйкес келмейтін парталар, портфельді ылғи да бір қолда ұстау омыртқа жотасының қисаюы бар немесе бұлшық еттерінің әлсіздігінен қисаюға бейім баладағы сколиоздың дамуына ықпал етеді. Сондықтан да мектеп дәрігерлері осындай балалардың өсуі мен дамуын мұқият бақылап отыруы тиіс: сабақ кезінде олардың денесін дұрыс ұстауы және бойы мен парта өлшемінің сәйкес келуі. Мұндай балалардың әдеттегі денесін дұрыс ұстамай отырудың алдын алу үшін жұмыс орнына жарықтың түсуі мен тақтаға қарау бағытын өзгертіп, яғни басқа парталарға ауыстырып отырғызу қажет. Портфелін дұрыс ұстауын да қадағалаған жөн.

Ересек адамдарда да отырып жұмыс істейтін адамдардың саны ұлғаюда. Олардың дені компьютермен жұмыс атқарады. 4-ші суретте компьютер алдында отырып жұмыс істейтін адамдардың қателіктері көрсетілген[6].

Сурет 4. Компьютер алдында дұрыс отырмау және дұрыс отыру мысалдары

Жұмыстағы экспериментальдық мәліметтерін өңдеу. Жұмыста 20 – 22 жас арасындағы омыртқаларына еш шағымы жоқ волонтерлардың тексеруден өткен деректерін алып, деректердің статистикалық анықталған орташа мәндері арқылы кесте құрды[2]. Осы кестелердегі мәндерді алып, жаңа кесте құрып, графигін тұрғызатын болсақ (бұл жерде тек мойын лордозының ғана графигі келтірілген), онда келесі графикті көре аламыз:

alfa_grad	***a***	***alfa_rad***	***x***	***y***	***xlen***	***ylen***	***diff***
21,4	66	0,37350046	12,04093387	30,72484193	6,70948932	104,6206364	0
23,8	7,3	0,415388362	1,47294033	3,339602788	-5,33144455	73,89579447	0,6
2,5	23,9	0,043633231	0,521251678	11,93862625	-6,20438488	70,55619168	0
17,7	7,9	0,308923277	1,200930589	3,763012851	6,725636558	58,61756544	0,6
-1,9	22,2	0,033161256	-0,36802248	11,0938974	7,326567148	54,85455258	0
14,9	6,9	0,260054058	0,887108135	3,333997474	6,958544668	43,76065519	1,6
-5,3	19,9	-0,09250245	0,919087344	9,907460747	6,245652804	40,42665771	0
7,2	7,6	0,125663706	0,476266287	3,770035865	5,326565459	30,51919697	1,4
-6,9	21,3	0,120427718	1,279457332	10,57286569	4,402831746	26,7491611	0
5,1	7,8	0,089011792	0,346687757	3,884560155	3,123374414	16,17629541	0,7
-12,7	25,2	0,221656815	2,770062172	12,29173525	2,770062172	12,29173525	0

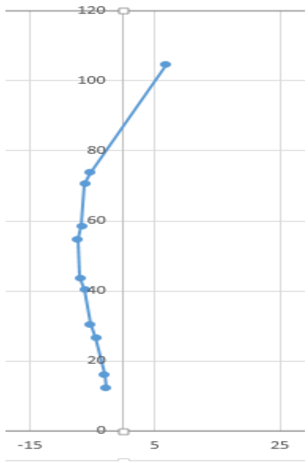
Мұндағы ***alfa_grad*** – омыртқа денесі мен дискінің вертикальға көлбеу бұрышы, ***a*** – омыртқа денесінің вертикаль өлшемі мен дискінің биіктігі, ***alfa_rad*** - омыртқа денесі мен дискінің вертикальға көлбеу бұрышының радиандық шамасы, ***x*** – омыртқа ұзындығының x өсіне проекциясы, ***y*** – омыртқа ұзындығының y өсіне проекциясы, ***xlen*** – омыртқа ұзындықтарының x өсіне проекцияларының қосындысы, ***ylen*** - омыртқа ұзындықтарының ***y*** өсіне проекцияларының қосындысы, ***diff*** – дискінің өз жазықтығындағы сызықтық ығысуы. Бұл графиктен еш потологиясы жоқ, сау мойын лордозының кескінін көре аламыз (5 - сурет).

Жұмыстағы математикалық модель. Есептеу жүйесі ретінде 1-ші және 4-ші ширектердегі бұрыштық шамалардың өзгеруі теріс, ал 2-ші және 3-ші ширектерде оң мән болатындай тік бұрышты координаталар алынған [2]. Координаталар жүйесінің басы L_5 омыртқа денесінің каудовенттік нүктесінде бекітілген. Sagittal жазықтығы XZ – сагиттальды жазықтық, ал YZ – фронтальды жазықтық. Омыртқалар шеткі нүктелерінің координаттары бойынша салынған және өзара тізбектеп байланысқан төртбұрыштар түрінде берілген.

Патология деңгейінен жоғары омыртқа координаттарын анықтау радиус-вектордың α бұрышқа бұрылуымен Δ_x және Δ_y көлденең және тік орын ауыстыруларына келтірілетін мәселе:

$$\begin{cases} x' = xcos\alpha - \mathrm{y}\sin\alpha + \Delta_{\mathrm{x}}{}' \\ y' = xsin\alpha - \mathrm{y}\cos\alpha + \Delta_{\mathrm{y}}, \end{cases}$$

мұндағы, (x, y) – нүктенің ескі координаттары; (x', y') –жаңа координаттар; α–патология деңгейінен жоғары орналасқандағы хордасының көлбеу бұрышы X және Y- омыртқа денесінің көлденең және тік орын ауыстыруы.



Сурет 5. Мойын лордозы

Сонымен қатар, модельдің есептелінетін параметрлері- омыртқаның әртүрлі сегменттерін аппроксимациялайтын центрлері мен шеңберлер радиустары. Омыртқалардың $(x_i,\ y_i)$ белгілі координаттары бойынша бұл параметрлер ең кіші квадраттар әдісімен анықталынған.

Шеңбердің жалпы теңдеуінен:

$$x^2 + Ax + y^2 + By + C = 0$$

Шеңбердің радиусы: $R = \sqrt{A^2 + B^2 - 4C}$, шеңбердің центрі:

$$(X_0, Y_0) = \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right).$$

Осылайша шеңбердің параметрлерін анықтау есебі A, B, C мәндерін анықтауға алып келеді.Шеңбердің $(X_0,\ Y_0)$центрінен кез-келген $(x_i,\ y_i)$нүктесіне дейінгі қашықтық:

$$R_i' = \sqrt{(x_i - X_0)^2 + (y_i - Y_0)^2}.$$

Келесі түрде аппроксимациялық доғаның тиімділік критерийін таңдап аламыз:

$$\sum_i \left(R_i^2 - R^2\right)^2 \to min$$

немесе

$$\sum_i \left(x_i^2 + Ax_i + y_i^2 + By_i + C\right) \to min.$$

A, B, Cпараметрлерін анықтау үшін экстремумның бар болуының қажетті шартын пайдаланып, қалыпты сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\begin{cases} N \cdot C + A \cdot \sum_i x_i + B \cdot \sum_i y_i = -\sum_i \left(x_i^2 + y_i^2\right), \\ \sum_i x_i \cdot C + A \cdot \sum_i x_i^2 + B \cdot \sum_i x_i y_i = -\sum_i x_i\left(x_i^2 + y_i^2\right), \\ \sum_i y_i \cdot C + A \cdot \sum_i x_i y_i + B \cdot \sum_i y_i^2 = -\sum_i y_i\left(x_i^2 + y_i^2\right), \end{cases}$$

Оны матрицалық түрде былай жазуға болады

$$W^T \cdot W \cdot U = W^T \cdot V\,,$$

мұндағы

$$U = \begin{pmatrix} C \\ A \\ B \end{pmatrix},\ W = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & x_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_N & y_N \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} -x_1^2 & -y_1^2 \\ -x_2^2 & -y_2^2 \\ & \cdots & \\ -x_N^2 & -y_N^2 \end{pmatrix}.$$

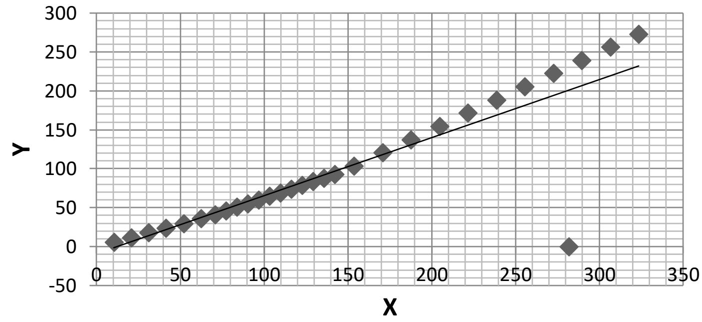
Онда оның шешімін келесі қатынастан табуға болады:

$$U = (W^T \cdot W)^{-1} \cdot (W^T \cdot V).$$

Есептің сандық шешмі алынған.

Жұмыста адам омыртқасының үш өлшемді моделін құру үшін математикалық апараттың жаңа бағытын қолданған [8]. Бұл жұмыста адам омыртқасын үш доға хордаларымен, яғыни бел, кеуде және мойынмен сипатталады. Әр үш звеноға жалпы координаталарды енгізуге болады. Осы координаталардың өзара теңдігінің шарттары:

$$\begin{cases} x_i + L_i \cos\varphi_i = x_{i+1} - L_{i+1}\cos\varphi_{i+1}, \\ y_i + L_i \sin\varphi_i = y_{i+1} - L_{i+1}\sin\varphi_{i+1}, \\ x_{i+1} + L_{i+1}\cos\varphi_{i+1} = x_{i+2} - L_{i+2}\cos\varphi_{i+2}, \\ y_{i+1} + L_{i+1}\sin\varphi_{i+1} = y_{i+1} - L_{i+2}\cos\varphi_{i+2}, \end{cases}$$

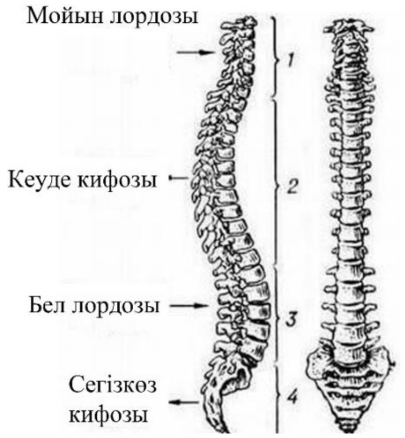


Сурет 6. Кеуде кифозы

Мұндағы L_i - хорда ұзындықтары, φ_i - OX осіне байланысты омыртқаның иілу бұрышы, x_i, y_i - звенолардың интерция центірінің координаталары [7], жұмыстың негізінде адам омыртқасының құрылымы жайлы ақпаратты біле отырып, 6- шы суреттегі график алынды.

Қорытынды. Омыртқа бағанының математикасының айқын түрі алынған теңдеулер жүйесінде де көрініп тұр. Омыртқа жотасы бөліктерін шеңбер доғасы ретінде қарастырып, тікбұрышты координаталар жүйесінің координаталар басын L5 омыртқасының каудовентральды нүктесіне қойып, аппроксимациялық доғаның тиімділік критерийін таңдап алып, экстремумның бар болу шартының қажеттілігін пайдаланып, қалыпты сызықты алгебралық теңдеулер жүйесі алынған. Одан әрі теңдеулер жүйесін матрицалық түрде сипаттап, шешімінің қандай түрде болатыны жазылған. Осыдан омыртқа жотасының математикасы айқын көрініс табады. Жүйені шешу Delphi интеграцияланған программалау ортасында жүзеге асырылып, ең кіші квадраттар әдісі пайдаланылған. Омыртқа қозғалысын бағдарламалаудың кейбір мәселелері осылай аталатын мақалады тереңірек қарастырылған[8]. Демек, мұндай математикалық теңдеулер жүйесін шешу үшін информатика пайдаланылады. Бұл мақалада омыртқа жотасы кешенді түрде бірнеше ғылымдар тарапынан қарастырылатын күрделі жүйе екендігі қарастырылып, сонымен қатар бұған дейін пайдаланылған белгілі зерттеулердегі мәліметтер алынып, деректердің статистикалық анықталған орташа мәндері арқылы кесте құрылды, әрі оның мойын лордозы үшін графигі тұрғызылды.Адам омыртқасы мен омыртқа жотасының құрылымы 5-ші және 6-шы суреттерде көрсетілген.

Сурет 7. Адам омыртқасы құрылымы



Сурет 8. Адам омыртқа жотасының құрылымы

Омыртқа жотасы – адам денесінің тірегі. 7-суретте адам омыртқасының құрылымы, ал 8-суретте толығымен адам омыртқа жотасының құрылымы көрсетілген. Сансыз ауырулардың пайда болуы омыртқа жотасы функциясының бұзылуынан екендігі, оны бір жақты қарастыруға келмейтіндігі анық. Осы туралы жоғарыда жазылып кетті. Модель арқылы түрлі ғылымдарды кешенді түрде пайдалана отырып шешілетін мәселе екендігі көрсетілді. Адам омыртқа жотасы көп жағдайда дүниеге келе сала зақым алатын болғандықтан, әрі жыныстық даму кезінде сколиоздың асқыну үдерісі ұлғаятындықтан, есейгенге дейін ешқандай хирургиясыз түзету жолдарын пайдаланған жөн. Жоғарыда жазылғандай түрлі физикалық жаттығулар жасау және/немесе Шено корсетін кию арқылы. Дене балалық шақтан бастап қартайғанға дейін дұрыс күтім мен салауатты өмір салтын ұстауды қажет етеді. Қарастырылған мәселені әрі қарай дамыта отырып максималды иілу мен жазылудың қалыпты жағдайдан шығуын зерттеу жоспарлануда.

Пайдаланылған әдебиет тізімі:

1 Бондарь Ю. Есть ли у человека «лишние» органы? https://medportal.ru/mednovosti/news/2017/09/05/875rudiment/

2 Гладков А.В., Комиссаров В.В. Прогностическая кинематическая модель позвоночника // Международный научный журнал «Инновации в жизнь», 2016, стр. 63-76.

3 Николаев Н.С. Анатомия и физиология человека http://www.orthoscheb.com/therapy/anatomiya-i-fiziologiya-pozvonochnika/

4 Образцов И.Ф. и др. «Проблемы прочности в био/механике», Москва «Высшая школа», 1988, стр.192-193.

5 Подольнев Я.О. Почему именно первый позвонок? https://www.atlasprof.ru/fakty/

6 Гладков А.В., Сивец Ю.В., Авдеева К.Ю. Новый подход в использовании математического аппарата в построении трехмерной модели позвоночника // Научно-практический журнал «Хирургия позвоночника», 1/2005, стр. 100-104.

7 Гладков А.В., Сивец Ю.В., Авдеев К.Ю. Новый подход в использовании математического аппарата в построении трехмерной модели позвоночника // Хирургия позвоночника, №1, 2005 г. С.100-104.

8 Бектемесов М.А., Касенов С.Е. , Сұлтанғазин Ә.А., Омыртқа қозғалысын бағдарламалаудың кейбір мәселелері, Вестник КазНПУ им.Абая. - Серия «Физико- математические науки». 2019. №2(66). С.25-30

МРНТИ 27.01.45
УДК 51:37.016

З.Т. Сейлова[1], Л.У. Жадраева[2], Э.У. Уразмаганбетова[1]

[1]С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан,
[2]Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУДАҒЫ ЗАМАНАУИ ТЕХНОЛОГИЯЛАР

Аңдатпа

Мақала математиканы оқытуда заманауи технологияларды қолдану мәселесіне арналған. Бұл қазіргі әдістеме ғылымындағы өзекті мәселенің бірі болып табылады. Сонымен қатар «Функция туындысы» тақырыбын оқытуда заманауи технологияларды қолданудың жолдары көрсетілген. Мақалада студенттердің математика пәні бойынша білімді өз бетімен меңгеруге бағытталған оқытудың жаңа инновациялық технологиялары туралы баяндалады. Сондай-ақ, инновациялық әдістердің дәстүрлі оқытуда қолданыстарының мүмкіншіліктері туралы айтылады. Іскерлік және рөлдік ойындар, ми шабуылы, кейс-әдіс, онлайн-тренингтер, дөңгелек үстелдер, пікірталастар және басқалардың студенттердің танымдық қызметін дамыту үшін қолданыстары баяндалды. Инновациялық әдістер технологиясын барлық дидактикалық есептерді шешудегі мүмкіндіктерінің өте ауқымды екендігін көрсететін мысалдар қарастырылған.

Түйін сөздер*:* оқыту, математика, кәсіптік, техникалық, инновациялық, технологиялар, студенттер, әдістер, смарт.

Аннотация

З.Т. Сейлова[1], Л.У. Жадраева[2], Э.У. Уразмаганбетова[1]
[1] Казахский агротехнический университет имени С.Сейфуллина, г. Нур-Султан, Казахстан,
[2] Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г.Алматы, Казахстан

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Статья посвящена применению современных технологий при преподавании математики. Это является одним из ключевых вопросов современной методической науки. Вместе с тем рассмотрены способы применения современных технологий при обучении теме «Производная функции». В статье описаны новые инновационные технологии обучения, направленные на самостоятельное изучение студентами математики. Также рассмотрены возможности использования инновационных методов при традиционном обучении. Обращено внимание на деловые и ролевые игры, мозговой штурм, кейс-метод, онлайн-тренинги, круглые столы, дебаты и другие мероприятия, направленные на развитие познавательной деятельности студентов. Рассмотрены примеры, раскрывающие широкие возможности разрешения всех дидактических проблем с помощью технологий инновационных методов.

Ключевые слова: обучение, математика, профессиональные, технические, инновационные, технологии, студенты, методы, смарт.

Abstract

MODERN TECHNOLOGIES IN TEACHING MATHEMATICS

Seylova Z.T.[1], Zhadrayeva L.U.[2], Urazmaganbetova E.U.[1]
[1]Saken Seifullin Kazakh Agrotechnical university; Nur-Sultan,
[2]Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The article is devoted to the use of modern technologies in the teaching of mathematics. This is one of the key issues of modern methodological science. At the same time, the ways of applying modern technologies in teaching the topic "Derivative function" are considered. The article describes new innovative teaching technologies aimed at students studying mathematics independently. The possibilities of using innovative methods in traditional learning are also considered. Attention is drawn to business and role-playing games, brainstorming, case method, online trainings, round tables, debates and other events aimed at developing cognitive activity of students. Examples are examined that reveal the wide possibilities of resolving all didactic problems using innovative methods technologies.

Keywords: Teaching, mathematics, professional, technical, innovative, technologies, students, methods, smart.

Елбасы Н.Ә. Назарбаев: «Болашақтың іргесін бірге қалаймыз» атты Жолдауында «Өмір бойы білім алу» әрбір қазақстандықтың жеке кредосына айналуы тиіс. Біз кәсіптік және техникалық білім берудің мазмұнын толық жаңартпақ ниеттеміз»,- деп атап көрсеткені баршаға мәлім [1].

Қазіргі кезде білім саласында еңбек етіп жүрген оқытушылар білім алушыларға сапалы білім беру мақсатында түрлі белсенді инновациялық әдістерді қолдануда. Өйткені оқытушының мақсаты әрбір болашақ маман иесіне сапалы білім беру, оның жан- жақты дамуына мүмкіншілік жасау, білім алуға деген қызығушылығын арттыру. Осы уақытқа дейін, білім саласында қалыптасқан, білім алушыға «тықпыштап» оқыту дағдысынан арылуымыз керек. Өзіміздің көп білгіштігімізді, дәріс мазмұнын жақсы білетіндігімізді көрсеткіміз келеді. Осы дағдыдан бас тарту қазір оңай емес. Біз тілдік деңгейде студенттерге білгенімізді толық айтып беруге даярмыз.

Ендігі жерде біз, ең алдымен, студенттерге білгенімізді бірден көрсеткіміз келетін ынтамыздан бас тартуымыз керек. Керісінше, студенттердің сол білімді өз бетінше меңгеруіне жағдай туғызу. Біздің пікірімізше, студент бізден бірдеңе туралы сұраса, ең қауіпті жағдаят – ол біздің сұраққа байланысты білетінімізді студентке толығымен айтып беру жағдайына байқамай өтіп кететіндігіміз. Біз сұрақты білетін адамның (мақтаныштық эйфория) жағдайына көшетіндігіміз. Біз өз білімімізбен мақтануға студенттен рұқсат хат (карт-бланш) алғандай боламыз. Дәл осы бізді күтетін қауіпті жағдаят. Сіз: егер студент сұрақ қойса, онда не істеуіміз керек? деп сұрауыңыз мүмкін. Біріншіден, студенттің өз сұрағына жауап іздеп көрді ме; соны анықтау қажет. Егер ізденбесе, онда оның өзі өзінің қойған сұрағы туралы не ойлайды екен? деп сұрау қажет.

Оның не айтқандығына өте мұқият болу керек. Оған бағыттаушы сұрақтар қою керек. Яғни бағыттаушы сұрақтардың көмегімен студенттің өзі қойған сұрақтың жауабын дұрыс табуына бағыттау. Сонда сұқбаттың соңында студент өзінің сұрағының мағынасын өзі біліп қана қоймайды, бойында сенімділікпен, білімге құштарлық оянады. Және де сұқбат барысында ол сұрақтың жауабын қайдан, қалай іздеуі және қалай түсінуі қажет екендігіне бағыт-бағдар беруі керек.

Егер ол сұрақтың жауабы туралы алаңсыз ештеңе де білмейтін болса, онда оған сұрақ жауабын қайдан табу қажеттігін айту қажет. Ондай жауаптардың ең жақын көзі – ол ЖОО-ның сайтына қойылған оқу-әдістемелік кешеннің глоссариі болып табылады. Бұл студентті сайттағы кафедра материалдарымен жұмыс істеуді үйретеді.

Екіншіден, ізденістер студентке өткен сабақтардың мазмұнын қайталауға қалыптастырады.

Үшіншіден, ізденістер студенттің бойында жүйеленген білімні қалыптасуына жол ашады. Сонда студенттің өз ойында өзі қойған сұрақ туралы өзінің түсінігі қалыптасады. Белгілі бір сұрақ туралы студенттерді осылай ойлауға үйрету олардың ойлау қабілетін қалыптастырудың ең ұтымды жолы.

Қарастырылған жағдайлардың барлығында студенттерде білімге құштарлық дағдысының қалыптасуына жағдай туғызу керек. Сұрақ қойған немесе білгілі бір сұрақ туралы жауап бере алмаған студентті «алаңсыз білмейтін» студенттің жағдайына келтірмеуіміз керек.

Төртіншіден, студент қойған сұрақтың мазмұны маңызды болса, онда ол сұрақтың жауабына, дұрыс пікір қалыптасуы үшін оқытушы өзі тікелей көмекке келген абзал.

Егер оқытушы студенттің қойған бір сұрағын оның семестрдегі аралық немесе қорытынды бағасын алуға мүмкіндік беретін рефератқа немесе жобалық жұмысқа айналатын болса, онда ол сұрақ студент үшін тағдырлық мәні бар мәселенің тақырыбына айналады. Мұндай жағдаяттың түзілуінде оқытушы басты рөл атқарады.

Егер біз студенттің алғаш рет қойған сұрағына бірден даяр жауап берген болсақ, онда студенттің өзіндік дамуына кедергі болады.

Бұл мақалада студенттерді математика пәні бойынша оқытуда инновациялық технологиялар мен интерактивті оқыту әдістері қарастырылады. Оқытудың жаңа ақпараттық-коммуникациялық технологияларын меңгеру-қазіргі заман талабы. XXI ғасыр–ақпараттық технология ғасыры. Білім беруді ақпараттандыру және пәндерді ғылыми–технологиялық негізде оқыту мақсаттары алға қойылуда. Ақпараттандыру технологиясының дамуы кезеңінде осы заманға сай білімді, әрі білікті жұмысшы мамандарын даярлау оқытушының басты міндеті болып табылады.

Инновация дегеніміз – жаңа мазмұнды ұйымдастыру, жаңалық енгізу, жаңа үлгілердің бағытындағы нақты әрекет, нақтыланған мөлшердің шегінен шығатын кәсіптік іс-әрекеттің жаңа сапалы деңгейге көтерілуі, жаңа нәтижені қамтамасыз ететін жаңа теориялық, технологиялық және педагогикалық іс-әрекеттің біртұтас бағдарламасы [2].

Инновациялық білім беру – іскерліктің жаңа түрі. Инновациялық қызмет оқу ісін дамытуға, пәндердің мәнін тереңдетуге, студенттің кәсіптік шеберлігін арттыруға басқа жаңа технологияларды енгізуге, пайдалануға және шығармашылық жұмыстар жүргізуге бағытталған. Мұндай технологияларды қолдануда – біріншіден, оқытушы ұтады, яғни ол сабақты тиімді ұйымдастыруға көмектеседі, студенттің пәнге деген қызығушылығы артады, екіншіден, студенттің тақырып бойынша танымы кеңейеді. Осылайша білім берудің қалыптасқан әдістемесіне оқытудың жаңа технологиясы тұрғысынан өзгерістер енгізілсе, білім сапасы да арта түспек.

Инновациялық әдістер дәстүрлі түрде оқытуда, сондай-ақ, электронды мультимедиялық оқулықтар мен оқу құралдарын пайдаланып, қашықтан оқыту технологиясына қолданыла отырып, іске асырылуы мүмкін. Озық технологиялар бойынша студенттердің танымдық қызметін жандандыру үшін электрондық оқыту құралдары, олардың арасында іскерлік және рөлдік ойындар, ми шабуылы, кейс-әдіс, онлайн-тренингтер, дөңгелек үстелдер, пікірталастар және басқалар пайдаланылады.

Инновациялық әдістер технологиясы бойынша оқыту дерлік барлық дидактикалық есептерді шешуге мүмкіндік береді. Компьютерлер белгілі бір ақпараттарды береді, оны студенттер түсінді ме және қандай дәрежеде меңгергенін тексереді, тиісті теориялық және практикалық білім мен білік қалыптастырады, электронды кітапханаларға, негізгі отандық және халықаралық деректер базасына кіруге мүмкіндік ашады. Кейбір компьютерлік бағдарламалар студенттің берілген материалды қабылдау мүмкіндігіне қарай оқу материалдарын сараптап, түсінуіне бейімдеп, реттеп береді.

Білім берудің қазіргі заманғы технологиясының нұсқауы, төмендегі принциптердің қатысуымен жасалуы тиістігі анықталған:

- дидактикалық жүйені көрсететін технологияның бүтіндік принципі;
- қойылған мақсатқа жету үшін нақты педагогикалық ортада технологияларды қайта өндіру принципі;
- сәйкес келетін педагогикалық жүйелердің өзін-өзі дайындау механизміне әсер ететін факторлардың приоритеті және педагогикалық құрылымдарының сызықтық емес принципі;

- білім алушының жеке тұлға ретінде қалыптасуына және оның танымдық қабілеттілігіне оқыту процесінің бейімделу принципі;

- біріктірілген білімдерді құру үшін оптимальді жағдай жасайтын оқу ақпараттарының потенциалды көп болу (артық болу) принципі.

Педагогикалық технологияның міндеттері:

- әр түрлі қызмет саласындағы іскерлік пен дағдылардың шыңдау, білімнің тереңдігін, беріктігін арттыру;
- мінез – құлықтағы әлеуметтік құнды әдеттер мен формаларды нығайту және арттыру;
- технологиялық құралмен жұмыс істеуге үйрету;
- технологиялық ойлау дағдыларын дамыту;
- оқу міндеттері мен қоғамдық пайдалы еңбек ұйымдастыруда технологиялық тәртіпке сай нақты әдеттерді тәрбиелеу.

Педагогикалық технология әр түрлі жағдайлардағы нақты өзара іс-қимылдарды, жүйеленген, бағдарланған, оқыту және тәрбиелеу стандарттарына сай тәсілдер негізінде компьютер мен техникалық құралдар қолдану арқылы да ұйымдастырылады. Бүгінгі таңда білім беру жүйесінің құрылымдарында оқытудың айқындалған көптеген технологияларын пайдаланып жатқандығы белгілі. Болашақ маманға тәжірибе беруде ақпаратпен жұмыс істеу әдістеріне, жаңа білімдерді құру әдістеріне, ең маңыздысы - әлемнің дамуы туралы білімдердің қажетті деңгейін қалыптастыратын әдістерге үйрету. Сондықтан әрбір оқытушыға және білім алушыға оқыту мен үйрену процестерін игеру үшін үш тілді меңгеруі қажет: ана тілін, ғылым тілін және технология тілін. Сонымен технология көмегімен білімдерді, іскерлікті, дағдыларды игеру процесінде тұлғалық қасиеттің дамуында нәтижелі шешімге жету мүмкіндігі қамтамасыз етіледі. Педагогикалық технология оның ішінде оқыту технологиясы ұғымын анықтауда, басым көпшілік мамандар оларды үш маңызды жағдайлармен біріктіреді:

- іс-әрекетінің жиынтығы түріндегі қажет ететін үлгіні дәл анықтау негізінде оқытуды жоспарлау;

- оқытуды талап ететін әрекетті қалыптастыруды іріктеген қатаң тізбекті әрекеті түріндегі оқытудың барлық процесін бағдарламалау;

- алғашқы белгіленген эталонмен оқытудың нәтижесін салыстыру.

М.Чошанов оқыту технологиясы негізінен педагогикалық процестегі «Қалай нәтижелі етіп оқыту керек?» мәселесін шешуге бағытталатынын айтады. Оқыту технологиясы жөніндегі ой-пікірлерді саралай келе, біздер оны: біріншіден, оқытудың мақсатқа сәйкес нәтижесіне қол жеткізудегі нақты қадамдарды және олардың үйлесімділігін зерделейтін ғылым саласы; екіншіден, оқытудың нақты жағдайда нәтижелі жүзеге асырылуын белгілейтін жобалау немесе модельдеу; нақты оқыту процесін нәтижелі етіп оқытудағы процес деп білеміз [3].

Дәріс оқуда жаңа ақпараттық техногогияларды қолдану дегеніміз оқу процесінде оқу материалдарын белгілі бір техникалық құралдардың (компьютер, интерактифті тақта) сүйемелдеуімен өткізу. Студентерге өз бетімен және оқытушымен бірге шығармашылық жұмыс жасауға дағдыландырады, сонымен бірге оқытудың мазмұнын, әдістері мен ұйымдық түрлерін сапалы өзгертуге мүмкіндік береді [4].

Мысалға, Математика сабағында «Функция туындысы» тақырыбын оқытқанда компьютер көмегімен слайд арқылы дәріс оқу барысында студенттерге дәрістің мақсаты:

Студенттерге (SMART негізінде) бір айнымалы функцияның туындысы туралы мәліметтерді беріп және өз бетінше есеп шығаруға дағдыландырып, туындының басқа (физика, биология, техника, механика, экономика және т.б.) салаларда қолданылуын үйрету (2 апта, 2 дәріс, 4 тәжірибелік сабақ, 3 СӨЖ).

Сабақтың міндеті: студенттерде функцияның туындысы, біржақты туындылар, функцияны дифференциалдау туралы түсінік қалыптастыру, күрделі функциялардың туындыларын табу жолдарын үйрету.

Әдісі: іс-әрекет арқылы оқыту.

Тәсілі: ұжымдық жұмыс, топтық жұмыс, жеке жұмыс.

Пәнаралық байланыс: туындының физикада, химияда, экономикада, тағы басқа салаларда қолданылуын көрсету.

Қолданылған көрнекі құралдар: интерактивті тақта, үлестірмелі карточкалар, компьютер, үнтаспа.

Сабақтың барысы:

Дәріс мазмұны:
- Функция туындысының анықтамасы.
- Туындының геометриялық және механикалық мағынасы.
- Дифференциалдаудың негізгі ережелері.
- Негізгі элементар функциялардың туындылары.
- Логарифмдік туындылау.
- Айқын емес және параметрлік түрде берілген функция туындылары.
- Туындының басқа салаларда қолданылуы.

Сапалы маман қазіргі ақпарат ағымының көшінде үнемі өзі ізденіп, кәсіби және рухани өсу үстінде бола білуі қажет. Ол негізге болашақ маман жоғары оқу орнының қабырғасында жүргенде ие болуы керек. Сонымен, бүгінгі күнде жоғары оқу орнының алдында тұрған басты міндет - өзіндік айтар ой-пікірі бар, жоғары саналы, белсенді азамат, білікті маман тәрбиелеп шығару болып табылады. Жастардың ойлау әрекетін дамыту, ой-пікірінің дербестігі мен еркіндігін кеңейту, олардың өз бетімен білім алуға деген ынтасын арттыру, оны өз тәжірибелерінде жаңа жағдайларға байланысты қолдана алу, яғни біліктіліктерін қалыптастыру және дамыту – маңызды және күрделі мәселелер болып отыр.

Математиканың жалпы білім берудегі құндылығы, оның ғылыми-теориялық ізденістерімен бірге практикалық қолданыстарының да ауқымының кеңдігінен-ақ белгілі. Математика тек білімнің өркендеу құралы емес, ол бүкіл адамзаттың өркендеу құралы екенінде ешбір күмән жоқ. Себебі, математика барлық мамандық иесінің логикалық ойлау қабілетін дамытады.

Пайдаланылған әдебиет тізімі:

1 *Қазақстан Республикасының Президенті Н.Ә. Назарбаевтың «Болашақтың іргесін бірге қалаймыз» атты жолдауы // Материалдар жинағы, Астана, 2011.*

2 *Тулькибаев Н.Н., Трубайчук Л.В., Большакова З.М., Бормотова М.М.. Инновационные процессы в обучении. – М.: «Восток», 2002. –528 с.*

3 *Чошанов М.А. Инженерия обучающих технологий : научно-популярное издание / М.А. Чошанов. – 3-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 242 с.*

4 *Мелешина А.М., Гарунов М.Г., Семанова А.Г. Как изучать физико-математические дисциплины в ВУЗе. – Воронеж, 1988. –152 с.*

МРНТИ 27.31
УДК 517.958

М.А. Султанов

Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави,
г. Туркестан, Казахстан

ТЕОРЕМА УСТОЙЧИВОСТИ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Аннотация

Исследованы вопросы устойчивости обратной задачи в нестационароной постановке. Искомая функция сводится к определению правой части уравнения. В силу отсутствия условий на эту правую часть, она исключается и посредством действия коммутаторов операторов задача сводится к задаче Коши для системы уравнений. Находя явно решение одной их этих задач, вторая задача сводится к некорректной задаче. Устойчивость задачи базируется на получении априорных оценок для главной части оператора задачи. Получены оценки для решения некорректной задачи и его векторного варианта. Производные решения, присутствующие в стабилизирующем функционале, оцениваются через решения прямой задачи с помощью интерполяционных неравенств. Обоснование сходимости решения прямой задачи в виде ряда Фурье проводится стандартными методами теории рядов Фурье. Из полученного результата можно легко вывести оценку устойчивости решения обратной задачи в спектральной постановке.

Ключевые слова: обратная задача, устойчивость, коммутатор операторов, априорная оценка, интерполяционные неравества.

Аңдатпа

М.А.Султанов

БЕЙСТАЦИОНАР ҚОЙЫЛЫМДАҒЫ КОЭФФИЦИЕНТТІК КЕРІ ЕСЕПТІҢ ОРНЫҚТЫЛЫҚ ТЕОРЕМАСЫ

Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан

Бейстационар қойылымдағы кері есептің орнықтылық мәселелері зерттелген. Ізделінді функция теңдеудің оң жағын анықтауға келтіріледі. Осы оң жаққа шарттардың болмауына байланысты ол жойылады және операторлардың коммутаторлары әсерінде есеп теңдеулер жүйесі үшін Коши есебіне келтіріледі. Осы есептердің біреуінің шешімін айқын түрде таба отырып, екінші есеп қисынсыз есепке келтіріледі. Есептің орнықтылығы есеп операторының бас бөлігі үшін априорлық бағалауларды алуға негізделген. Қисынсыз есеп және оның векторлық нұсқасының шешімі үшін бағалаулар алынған. Стабилизациялаушы функционалдағы шешімнің туындылары интерполяциялық теңсіздіктер көмегімен тура есептің шешімі арқылы бағаланады. Тура есептің Фурье қатары түріндегі шешімінің жинақтылығы Фурье қатарлары теориясының стандартты әдістерімен негізделеді. Алынған нәтижеден спектральдік қойылымдағы кері есеп шешімінің орнықтылығы бағалауын оңай келтіріп шығаруға болады.

Түйін сөздер: кері есеп, орнықтылық, операторлар коммутаторы, априорлық бағалау, интерполяциялық теңсіздіктер

Abstract

THE STABILITY THEOREM OF THE COEFFICIENT INVERSE PROBLEM IN NONSTATIONARY STATMENT

Sultanov M.A.

Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan, Kazakhstan

The stability issues of the inverse problem in a non-stationary formulation are investigated. The desired function is reduced to determining the right side of the equation. Due to the absence of conditions on this right-hand side, it is eliminated and, through the action of commutators of operators, the problem reduces to the Cauchy problem for a system of equations. Finding clearly the solution to one of these problems, the second task is reduced to an incorrect task. The stability of the problem is based on obtaining a priori estimates for the main part of the task operator. Estimates are obtained for solving an incorrect problem and its vector version. Derivative solutions present in the stabilizing functional are estimated through solutions of the direct problem using interpolation inequalities. The convergence of the solution of the direct problem in the form of a Fourier series is justified by standard methods of the theory of Fourier series. From the result obtained, it is easy to derive an estimate of the stability of the solution of the inverse problem in the spectral setting.

Keywords: inverse problem, stability, commutator of operators, a priori estimate, interpolation inequalities.

Введение

Пусть $u(x,t)-$ решение задачи:

$$iu_t + u_{xx} - a(x)u = 0, \quad 0 < x < r, \quad t \in R, \; i^2 = -1, \tag{1}$$

$$u(x,0) = f(x), \quad x \in [0,r], \tag{2}$$

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(r,t) = 0, t \in R. \tag{3}$$

Условия, налагаемые на данные исследуемой задачи следующие: функция $a(x)$ вещественнозначная, $f(x)$ может принимать комплексные зачения. Исследуемая нами обратная задача состоит в определении функции $a(x)$ по дополнительной информации следующего вида:

$$u(0,t) = g(x,t), \quad t \in [-T,T], \tag{4}$$

В работе доказывается теорема устойчивости обратной задачи (1)-(4) в нестационарной постановке на основе карлемановских оценок с весом. Применение априорных оценок с весом к доказательству теорем единственности берет начало с работы Т. Карлемана [1] и в дальнейшем исследовались многими авторами [2], [3], [4], [5], [6] и др. Теоремы единственности обратной задачи (1)-(4) получены А.Л. Бухгеймом в работе [7]. Численным аспектам реализации метода весовых априорных оценок посвящены работы [8], [9] .

Устойчивость обратной задачи

Основной результат нашей работы формулируется следующей теоремой.

Теорема. Будем считать, что $a_1(x), a_2(x)-$ решения задачи (1)-(4), которые соответствует $(f_i, g_i),\ i=1,2.$

Также потребуем, что $a_j, f_j \in W_2^8(0,r)$, W_2^8-пространство Соболева, $f_2(x)\neq 0$, $\forall$ $x\in[0,\ r]$, $d^k a_j/dx^k=0$, $d^k f_j/d^k x^k=0$ при $x=0$ и $x=r$, $j=1,2$, $k=1,2,...,7$. Тогда $\exists\ \varepsilon_0>0$, что $\forall\ \varepsilon\in(0,\varepsilon)$ справедлива оценка устойчивости

$$\begin{gathered}\|a_1-a_2\|^2_{L_{2(0,r)}}\leq \varepsilon^2(\|a_1-a_2\|^2_{W_2^8(0,\,r)})+\|f_1-f_2\|^2_{W_2^8(0,\,r)})+\\+c^2(\varepsilon)(\|f_1-f_2\|^2_{W_2^3(0,\,r)})++\|g_1-g_2\|^2_{W_2^3(-T,T)}),\end{gathered}\tag{5}$$

$c\ (\varepsilon)\leq c\cdot\exp(const/\varepsilon^2).$

Изложим кратко схему доказательство теоремы. Пусть $(u_1,a_1)\to(f_1,g_1)$, $(u_2,a_2)\to(f_2,g_2)$. Обозначая $u_1-u_2=u$, $a_1-a_2=a$, $f_1-f_2=f$, $g_1-g_2=g$, нетрудно вывести соотношния

$$Pu\equiv iu_t+u_{xx}-a_1(x)u=a(x)u_2(x,t)\equiv h,\tag{6}$$

$$u(x,0)=f(x),\ u(0,t)=g(t),\ u_x(0,t)=0,\quad u_x(r,t)=0.\tag{7}$$

Воздействуя на правую часть (6) оператором $Q=\partial_t-b(x,t)$, $b(x,t)=(\partial_t u_2)/u_2$, можно избавится от h. Коммутация Q с оператором P дает результат $PQ=[P,Q]u$. Если ввести новую неизвестную функцию, положив $v=Qu$, получается задачи Коши для системы:

$$\begin{gathered}Pv=[P,Q]u,\\Qu=v.\end{gathered}\tag{8}$$

С помощью первого условия (7) можно явно определить решение $u(x,t)$:

$$u(x,t)=Q^{-1}v=u_2(x,t)f(x)/\ f_2(x)+\int_0^t K(x,t,\tau)v(x,\tau)d\tau,\tag{9}$$

$K(x,t,\tau)=u_2(x,t)/u_2(x,\tau)$. Несложно подсчитать, что $[PQ]=b_1\partial+b_0$, $b_1=-2b_x$, $b_0=-ib_t-b_{xx}$, $\partial=\partial/\partial x$, а из (8) вытекает

$$\begin{gathered}iv_t+v_{xx}=a_1v+(b_1\partial+b_0)(u_2(x,t)f(x)/\ f_2(x))+\\+\int_0^t\{(b_1K_x^1+b_0K)v(x,\tau)+b_1Kv_x(x,\tau)\}d\tau.\end{gathered}\tag{10}$$

Далее считаем, что область задается так:

$$\begin{gathered}\Omega=\{x,t\in R\,|\,\varphi(x,t)>0,x>0\},\quad \varphi(x,t)=\exp(\lambda\psi(x+\delta,t))-1,\\ \psi(x+\delta,t)=1-\left(\frac{x+\delta}{r+\delta}\right)^2-\left(\frac{t}{T}\right)^2.\end{gathered}\tag{1.1.10}$$

где $\lambda\square\ 0$, $\delta>0$, $T>0$, $u_2(x,t)\neq 0$ Ω. При этом на начальные данные налагается условие: $f_2(x)\neq 0,\ \forall x\in[0,\ r]$.

Всюду далее считаем, что φ и Ω определены соотношением (10). Тогда для $v=Qu$ нетрудно вывести неравенство

$$|iv_t+v_{xx}|\leq c(|v|+|J|v||+|J|v_x||+|f|+|f'|),\tag{11}$$

$$v(0,t)=g'(t)-g(t)/g_2(t),v_x(0,t)=0,\ v_x(r,t)=0.\tag{12}$$

$$(Jv)(x,t)=\int_0^t v(x,\tau)d\tau.$$

Из уравнения (9) легко можно вывести следуюшие неравенства

$$\begin{gathered}|u|\leq C\big(|J|v||+|f|\big),\ |u_t|\leq C\big(|v|+|J|v||+|f|\big),\\ |u_{xx}|\leq C\big(|J|v||+|J|v_x||+|J|v_{xx}||+|f|+|f'|+|f''|\big).\end{gathered}$$

Принимая во внимание это, из (6) получаем

$$|a(x)| \le C\left(\left|J|v|\right| + \left|J|v_x|\right| + \left|J|v_{xx}|\right| + |f| + |f'| + |f''|\right). \qquad (13)$$

Пусть

$$\|v\|_s^2 = \int_\Omega e^{2s\varphi(x,t)} |v(x,t)|^2 \, dxdt\,, \quad s \ge 0\,.$$

Нам необходимо оценки для $(Ju)(t) = \int_0^t u(\tau)d\tau$ в норме $\|u\|_s^2 = \int_0^T e^{2s\varphi(t)} |u(t)|^2 \, dt, s \ge 0$. Они имеют следующий вид

$$\|Ju\|_s^2 \le T\|u\|_s^2, \qquad s\|Ju\|_s^2 \le C\|u\|_s^2. \qquad (14)$$

Легко можно убедится, что

$$-\varphi_x \ge 1,\ \varphi_{xx} \ge 1, \quad \forall (x,t) \in \bar{\Omega}.$$

Из (13) с применением неравенства Коши-Буняковского, получим

$$\int_\Omega e^{2s\varphi} |a(x)|\, dxdt \le \int_\Omega e^{2s\varphi} (|v|^2 + |J|v|\|^2 + |J|v_x|\|^2 + |J|v_{xx}|\|^2 + |f|^2 + |f'|^2 + |f''|^2) dxdt.$$

Применение к $|J|v|\|^2, |J|v_x|\|^2$, $|J|v_{xx}|\|^2$ по t оценку в (14) дает

$$C\int_\Omega e^{2s\varphi} (|v|^2 + |v_x|^2 + |v_{xx}|^2 + |f|^2 + |f'|^2 + |f''|^2) dxdt\,.$$

Таким образом,

$$\|a(x)\|_s^2 \le C(\|v\|_s^2 + \|v_x\|_s^2 + \|v_{xx}\|_s^2 + \|f\|_s^2 + \|f'\|_s^2 + \|f''\|_s^2). \qquad (15)$$

Чтобы получить оценку устойчивости обратной задачи (1)-(4), нужно оценить решение $v(x,t)$ задачи Коши $PQ = [P,Q]u$ и ее производных v_x, v_{xx} в (15).

Справедлива следующая

Лемма 1. Предположим, что выполнены условия (11), (12) для $v \in C^\infty(\bar{\Omega})$ и $|\varphi_x| \ge 1,\ \varphi_{xx} \ge 1$ *в* $\bar{\Omega}$. В этих условиях при $a(x) \in L_\infty(0,r)$ $\forall\, \varepsilon_0 > 0$, что $\forall$ $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$ справедливо оценка

$$\|v\|_s^2 \le \varepsilon^2 l^2(v) + c^2(\varepsilon)\left(\|f\|_{W_2^1}^2 + \|g\|_{W_2^2(-T,T)}^2\right). \qquad (16)$$

$$\varepsilon^2 = C/s,\ l^2(v) = \int_\Gamma (|v|^2 + |v_x|^2 + |v_t|^2)\, d\sigma,$$

$$\Gamma = \partial\Omega \setminus [-T,T],\ m = \max_{\bar{\Omega}} \varphi, \quad c^2(\varepsilon) = \max(C s^{-3} e^{2sm},\ C s^{-1} e^{2sm}).$$

Доказательство леммы основано на оценке снизу нормы $\|P'v\|_s^2$, где $P' = i\partial_t + \partial^2$, $\partial_t = \partial / \partial t$, $\partial^2 = \partial^2 / \partial x^2$, применении формулы интегрирования по частям, интерполяционных неравенств и оценки граничных интегралов. Продолжим доказательства теоремы. Поясним, как оцениваются v_x, v_{xx}. Сначала дифференцируем уравнение (10) по переменной x и обозначая $p = v_x$, получим для нее оценку вида (11). Далее, то же самое сделаем для продифференцированного по x уравнения (10) (при этом мы полагаем $\rho = v_{xx}$) и получим также оценку вида (11) для функции $\rho = v_{xx}$. Краевые условия для этих оценок вытекает из условий (12). В итоге получаем векторный вариант задачи (10) - (11):

$$\begin{aligned} &|i\vec{v}_t + \vec{v}_{xx}|^2 \le c(|\vec{v}|^2 + |\vec{w}_1|^2 + |\vec{w}_2|^2 + |\vec{w}_3|^2), \\ &\vec{v}(0,t) = \vec{v}_0(t),\ \vec{v}_x(0,t) = \vec{v}_1(t). \end{aligned} \qquad (17)$$

Здесь

$$\vec{v} = (v, p, \rho), \quad \vec{w} = (J|v|, J|p|, J|\rho|),\ \vec{w}_1 = (J|\rho_x|, 0, 0),$$
$$\vec{w}_2 = (f, f', f''),\ \vec{w}_3 = (f''', 0, 0),\ \vec{v}_0(t) = (v(0,t), p(0,t), \rho(0,t)),$$
$$\vec{v}_1(t) = (v_x(0,t), p_x(0,t), \rho_x(0,t)).$$

Справедлива следующая векторная форма леммы 1.

Лемма 2. Допустим, что для $\vec{v} \in C^{\infty}(\bar{\Omega})$ выполняются условия (17) и $\|\varphi_x\| \geq 1, \ \ \varphi_{xx} \geq 1$ в $\bar{\Omega}$. При $a \in C^2[0,r]$, тогда $\forall\ \varepsilon_0 > 0$, $\exists\ \varepsilon \in (0,\varepsilon_0)$, что выполнена оценка

$$\|\vec{v}\|_s^2 \leq \varepsilon l^2(v) + c^2(\varepsilon)\left[\|f\|^2_{W^3_{2(0,r)}} + \|g\|^2_{W^3_{2(-T,T)}}\right], \tag{18}$$

$$\varepsilon^2 = C/s, \quad c^2(\varepsilon) = \frac{C}{s}e^{2sm},$$

$$l^2(v) = \int_{\Gamma}(|v|^2 + |v_x|^2 + |v_{xx}|^2 + +|v_{xx}|^2 + |v_t|^2 + |v_{xt}|^2 + |v_{xxt}|^2)$$

Принимая во внимание (17) и неравенства $\|f\|_s^2 \leq 2Te^{2sm}\|f\|^2_{L_{2(0,r)}}$, $\|a\|_s^2 \leq \|a\|^2_{L_{2(\Omega)}} = C\|a\|^2_{L_{2(0,r)}}$, из (15) имеем

$$C\|a\|^2_{L_{2(0,r)}} \leq C\{\varepsilon^2 l^2(v) + c^2(\varepsilon)[\|f\|^2_{W^3_{2(0,r)}} + +\|g\|^2_{W^3_{2(-T,T)}}] + 2Te^{2sm}\|f\|^2_{W^2_{2(0,r)}}\}. \tag{19}$$

Покажем, как оценить

$$l^2(v) = \int_{\Gamma}(|v|^2 + |v_x|^2 + |v_{xx}|^2 + |v_{xxx}|^2 + |v_t|^2 + |v_{xt}|^2 + |v_{xxt}|^2)d\sigma.$$

Для этого $v(x,t)$ представляется в виде $v(x,t) = \int_0^x v_{\xi}(\xi,t)d\xi + v(0,t),$ отсюда

$$|v|^2 \leq C(\int_0^x |v_{\xi}|^2 d\xi + |v(0,t)|^2), \quad C = 2\cdot \max(1,r)\ .$$

Интегрирование этого неравенство по $\Gamma = \partial\Omega$, с учетом условий (12), дает $\int_{\Gamma}|v|^2 d\sigma \leq c(\|v_x\|^2 + \|g\|^2_{W^1_{2(-T,T)}})$, $\|v_x\| = \|v_x\|_{L_{2(\Omega)}}$. Все граничные интегралы в $l^2(v)$ оцениваются подобным образом. С учетом (12), и того, что $v = Qu = u_t - b(x,t)u$, имеем

$$\begin{aligned} l^2(v) \leq C(&\|u_{xxxtt}\|^2 + \|u_{xxxxt}\|^2 + \|u_{xxxt}\|^2 + \|u_{xxtt}\|^2 + \|u_{xxxx}\|^2 + \\ &+\|u_{xxt}\|^2 + +\|u_{xxx}\|^2 + \|u_{xtt}\|^2 + \|u_{xt}\|^2 + \|u_{xx}\|^2 + \|u_t\|^2 + \|u_x\|^2 + \|u\|^2) + C\|g\|^2_{W^3_{2(-T,T)}} \end{aligned} \tag{20}$$

при этом $\|u\|_{L_{2(\Omega)}} \leq \|u\|_{L_{2(\Pi)}}$, $\Pi = \{x,t\,|\,0 \leq x \leq r, -T \leq t \leq T\}$. В (20) и далее, $\|\cdot\|$ норма в $L_2(\Pi)$.

Для завершение осталось оценить решение $u(x,t)$ прямой задачи (6) - (8) и её производные в (20), через начальные данные задачи (1) - (3). Для этого используется решение задачи (1) - (3)

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty}T_k(t)u_k(x) = \sum_{k=1}^{\infty}\{\beta_k e^{-i\lambda_k t} - i\int_0^t e^{-i\lambda_k(t-r)}f_k(\tau)d\tau\}u_k(x). \tag{21}$$

Здесь $\beta_k = (f,u_k)$, $f_k(t) = (au_2,u_k)$, $(\cdot\,,\cdot)$ – скалярное произведение в $L_2(0,r)$, λ_k, u_k – собственные значения и собственные функции оператора $L = -\partial_x^2 + a_1(x)$ с краевым условиями Неймана $u'(0) = 0,\ u'(r) = 0$. Известно [10], что λ_k, u_k вещественны, а u_k образуют ортонормированный базис в $L_2(0,r)$. Все производные $u(x,t)$ в (20), оцениваются с помощью представления этих производных через оператор $L = -\partial_x^2 + a_1(x)$ и его некоторой степени (до 2-го порядка) с применением интерполяционных неравеств. В силу этого, для $l^2(v)$ получаем оценку

$$l^2(v) \leq C(\|a\|^2_{W^8_{2(0,r)}} + \|f\|^2_{W^8_{2(0,r)}}) + c\|g\|^2_{W^3_{2(-T,T)}}.$$

В итоге, из (19) имеем

$$C\|a\|^2_{L_{2(0,r)}} \leq C\{c\cdot\varepsilon^2(\|a\|^2_{W^8_{2(0,r)}} + \|f\|^2_{W^8_{2(0,r)}}) + C\cdot\varepsilon^2\|g\|^2_{W^3_{2(-T,T)}} + c^2(\varepsilon)[\|f\|^2_{W^3_{2(0,r)}} + \|g\|^2_{W^3_{2(-T,T)}}] + 2Te^{2sm}\|f\|^2_{W^2_{2(0,r)}}\}.$$

Отсюда получаем оценку (5).

Теорема доказана.

Заключение

Доказана теорема устойчивости обратной задачи. Исходная задача сводится сначала к задаче определения правой части уравнения. В силу отсутствий условий на эту правую часть, она исключается, вводя новую переменную посредством действий коммутаторов операторов задачи задача сводится к системе уравнений. Доказанная теорема получена с применением метода карлемановских оценок и оценки решения прямой задачи и ее производных с использованием интерполяционных неравенств.

Список использованной литературы:

1 Carleman T. Sur un probléme d'unicité pour les systémes d'équations aux derivées partielles á deux variables independents // Ark. Mat. Astr.Fys., 2B (1939), 1-9.

2 Avdonin S., Mikhaylov V. and Ramadi K. Reconstructing the potential for the one-dimensional Schrodinger equation from boundary measurements // IMA Journal of Mathematical Control and Information, (2014), 31, no. 1, 137–150.

3 Baudouin L. and Puel J. P. Uniqueness and stability in an inverse problem for the Schrödinger equation // Inverse Problems, 18 (2002), 1537-1554.

4 Gao P. A new global Carleman estimate for Cahn-Hilliard type equation and its applications // J. Differential Equations, 260 (2016), 427-444

5 Isakov V. Inverse problems for partial differential equations. Berlin: Springer-Verlag; 2006

6 Yamamoto M. Carleman estimates for parabolic equations and applications // Inverse Probl. 2009, 25:123013.

7 Bukhgeim A.L. Introduction to the theory of inverse problems, De Gruyter, 2012.

8 Klibanov M.V. and Timonov A. Carleman Estimates for Coefficient Inverse Problems and Numerical Applications. VSP, Utrecht, The Netherlands, 2004.

9 Klibanov M.V., Koshev N.A., Li J. and Yagola A. G. Numerical solution of an ill-posed Cauchy problem for a quasilinear parabolic equation using a Carleman weight function // J. Inverse Ill-Posed Probl. 2016.

10 Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. - М.: Наука, 1983.

МРНТИ 27.25.19
УДК 517.51

А.Б. Утесов[1], Г.И. Утесова[1]

Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова, г. Актобе, Казахстан

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ ФУНКЦИЙ ИЗ АНИЗОТРОПНОГО КЛАССА СОБОЛЕВА ПО ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В ЛЕБЕГОВОЙ МЕТРИКЕ

Аннотация

Оптимальное восстановление функций из заданного функционального класса F по числовой информации $l^{(N)}$ объема N в метрике нормированного пространства Y заключается в нахождении точного порядка погрешности оптимального восстановления функций из F вычислительными агрегатами, построенными по конечной числовой информации объема N о восстанавливаемой функции в метрике нормированного пространства Y и в указании конкретного вычислительного агрегата, реализующего точного порядка погрешности оптимального восстановления. Конкретизируя функциональный класс F, числовую информацию $l^{(N)}$ объема N о восстанавливаемой функции, нормированное пространство Y получаем различные задачи оптимального восстановления. В данной работе изучена следующая конкретизация: в качестве функционального класса F выступает анизотропный класс Соболева, в качестве числовой информации о восстанавливаемой функции выступают значения линейных функционалов, определенных на анизотропном классе Соболева, а качестве нормированного пространства Y выступает пространство Лебега $L^q, 1 \le q \le \infty$.

Ключевые слова: вычислительный агрегат, числовая информация, анизотропный класс Соболева, класс функций, линейный функционал, точный порядок.

Аңдатпа

Ә.Б. Өтесов [1], Г.І. Өтесова [1]

Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік Ақтөбе қ., Қазақстан

АНИЗОТРОПТЫ СОБОЛЕВ КЛАСЫ ФУНКЦИЯЛАРЫН САНДЫҚ МӘЛІМЕТТЕР БОЙЫНША ЛЕБЕГТІК МЕТРИКАДА ОПТИМАЛДЫ ҚАЛЫПТАСТЫРУ ТУРАЛЫ

Алдын - ала берілген функционалдық F класы функцияларын олардан алынған N көлемді $l^{(N)}$ сандық мәліметтер бойынша Y кеңістігі метрикасында оптималды қалыптастыру есебінде F класы функцияларын ақырлы сандық мәліметтер бойынша құрылған есептеу агрегатымен жуықтауда пайда болатын қалыптастыру қателігінің дәл реті нормаланған Y кеңістігі метрикасында табылуы және сол дәл ретті қамтамасыз ететін, қалыптастырылатын функциядан алынған N көлемді сандық мәліметтер бойынша құрылған қандай да бір жуықтау агрегаты көрсетілуі тиіс. Функционалдық F класын, қалыптастырылатын функциядан алынатын N көлемді $l^{(N)}$ сандық мәліметтерді, нормаланған Y кеңістігін нақтылай отырып, әртүрлі оптималды қалыптастыру есептерін аламыз. Бұл жұмыста функционалдық F класы ретінде анизотропты Соболев класы, қалыптастырылатын функциядан алынған сандық мәліметтер ретінде анизотропты Соболев класында анықталған сызықтық фунционалдардың мәндері, ал нормаланған Y кеңістігі ретінде Лебегтің $L^q, 1 \le q \le \infty$ кеңістігі қарастырылып, оптималды қалыптастыру есебі шешілген.

Түйін сөздер: есептеу агрегаты, сандық мәлімет, анизотропты Соболев класы, функциялар класы, сызықтық функционал, дәл рет.

Abstract

ABOUT THE OPTIMAL RECOVERY OF FUNCTIONS FROM ANISOTROPIC SOBOLEV CLASS ON NUMERICAL INFORMATION IN THE LEBESGUE METRIC

Utessov A.B. [1], Utessova G.I. [1]

Aktobe Regional State University named after K. Zhubanov, Aktobe, Kazakhstan

Optimal recovery of functions from a given functional class by the numerical information $l^{(N)}$ of the volume N in the metric of the normalized space Y consists in finding the exact error order of the optimal recovery of functions from F with computing units, constructed from the finite numerical information of the volume N about the restored function in the metric of the normalized space Y and in specifying a specific computing unit that implements the exact order of the error of the optimal recovery. Concretizing the functional class F, the numerical information $l^{(N)}$ of the volume N about the function being restored, the normalized space Y we obtain various optimal recovery problems. The following concretization is studied in this paper: the function class F is the anisotropic Sobolev class, the values of linear functionals defined on the anisotropic Sobolev class act as numerical information on the function being restored, and the Lebesgue space $L^q, 1 \le q \le \infty$ acts as a normalized space Y.

Keywords: computing unit, numerical information, anisotropic Sobolev class, the function class, linear functional, exact order.

§1. Постановка задачи

Пусть F есть класс функций, заданных на Ω_F, а Y - нормированное пространство функций,заданных на Ω_Y.

Для каждого целого $N \ge 1$ через $\left\{\left(l^{(N)}, \varphi_N\right)\right\}$ обозначим множество всевозможных пар $\left(l^{(N)}, \varphi_N\right)$, где $l^{(N)} \equiv l^{(N)}(f) = \left(l_N^{(1)}(f),..., l_N^{(N)}(f)\right)$ есть числовая информация о функции f из класса F, полученная от функционалов $l_N^{(1)}: F \mapsto C,..., l_N^{(N)}: F \mapsto C$, а φ_N есть функция $\varphi_N(z_1,..., z_N; y): C^N \times \Omega_Y \mapsto C$ – алгоритм переработки информации, которая при всяком фиксированном $(z_1,..., z_N) \in C^N$ как функция от переменной y принадлежит пространству Y.

Пусть заданы класс F и пространство Y. Тогда для множества $D_N \subset \left\{\left(l^{(N)}, \varphi_N\right)\right\}$ положим

$$\delta_N(D_N; F)_Y = \inf_{\left(l^{(N)}, \varphi_N\right) \in D_N} \delta_N\left(\left(l^{(N)}, \varphi_N\right); F\right)_Y, \tag{1.1}$$

где $\delta_N\left(\left(l^{(N)}, \varphi_N\right); F\right) = \sup_{f \in F} \left\| f(\cdot) - \varphi_N\left(l_N^{(1)}(f), ..., l_N^{(N)}(f); \cdot\right) \right\|_Y$.

Всюду ниже, для положительных последовательностей $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ запись $b_n \underset{\alpha,\beta,...}{<<} a_n$ будет означать существование постоянной $c(\alpha, \beta, ...) > 0$, зависящей лишь от указанных в скобках параметров, такой, что $b_n \le c(\alpha, \beta, ...) a_n$ для всех n. А запись $b_n \underset{\alpha,\beta,...}{\asymp} a_n$ будет означать одновременное выполнение соотношений $b_n \underset{\alpha,\beta,...}{<<} a_n$ и $b_n \underset{\alpha,\beta,...}{>>} a_n$.

Задача оптимального восстановления функций f из функциональногокласса F по числовой информации $l^{(N)} \equiv l^{(N)}(f) = \left(l_N^{(1)}(f), ..., l_N^{(N)}(f)\right)$ в метрике пространства Y заключается в установлении точногопорядка величины (1.1) (т.е. в нахождении положительной последовательности $\{\psi_N\}_{N \ge 1}$, удовлетворяющей соотношению $\delta_N(D_N; F)_Y \asymp \psi_N$) и указании вычислительного агрегата $(\tilde{l}^{(N)}, \tilde{\varphi}_N)$ такого, что $\delta_N((\tilde{l}^{(N)}, \tilde{\varphi}_N); F)_Y \asymp \psi_N$ (в этом случаевычислительный агрегат $(\tilde{l}^{(N)}, \tilde{\varphi}_N) \equiv \tilde{\varphi}_N\left(\tilde{l}_N^{(1)}(f), ..., \tilde{l}_N^{(N)}(f); \cdot\right)$ называется оптимальным).

Конкретизируя в (1.1) класс F, пространство Y, множество D_N получаем различные задачи восстановления функций (см., напр.,[1, §7] и имеющуюся в ней библиографию).

Здесь при конкретизациях $F = W_2^{r_1,...,r_s}[0,1]^s$ – анизотропный класс Соболева (определение класса дано ниже), $Y = L^q[0,1]^s, D_N = L^{(N)} \times \{\varphi_N\}$, где $q \in [1, +\infty]$, $L^{\infty}[0,1]^s = C[0,1]^s, L^{(N)}$ есть множество всех числовых информаций $l^{(N)} \equiv l^{(N)}(f)$, полученных от линейных функционалов $l_N^{(1)} : W_2^r \mapsto C, ..., l_N^{(N)} : W_2^r \mapsto C$, доказана следующая

Теорема. Пусть даны числа $s (s = 2,3,...), r_1 > 0, ..., r_s > 0, q \ge 1$ и пусть

$\lambda \equiv \lambda(r_1, ..., r_s) = (1/r_1 + ... + 1/r_s)^{-1} > \frac{1}{2} - \frac{1}{q}$. Тогда для любого

$$N \equiv N(K) = \prod_{i=1}^{s}(2[N_i] + 1), N_i \equiv N_i(K) = \frac{1}{2}\left(K^{\lambda/r_i} - 1\right), K = 1,2,...$$

справедливы соотношения

$$\delta_N\left(L^{(N)} \times \{\varphi_N\}; W_2^r\right)_{L^q} \underset{s,r,q}{\asymp} \delta_N\left(\left(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N\right); W_2^r\right)_{L^q} \underset{s,r,q}{\asymp} \frac{N^{1/2 - 1/q}}{N^{\lambda}}, \tag{1.2}$$

где пара $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$ состоит из функционалов $\bar{l}_N^{(1)}(f)=\hat{f}\left(\overline{m}^{(1)}\right),...,\bar{l}_N^{(N)}(f)=\hat{f}\left(\overline{m}^{(N)}\right)$ и функции $\bar{\varphi}_N(z_1,...,z_N;x)=\sum\limits_{\tau=1}^{N} z_\tau e^{2\pi i(m^{(\tau)},x)}$, а s – мерные целочисленные векторы $\overline{m}^{(1)},...,\overline{m}^{(N)}$ такие, что

$$\overline{m}^{(i)}\neq\overline{m}^{(j)} \text{ при } i\neq j \text{ и } \bigcup_{\tau=1}^{N}\left\{\overline{m}^{(\tau)}\right\}=A_K,\ A_K=\{m\in Z^s:|m_1|\le N_1,...,|m_s|\le N_s\}.$$

§2. Доказательство теоремы

Сначала условимся об используемых обозначениях. Для конечного множества E через $|E|$ обозначим количество его элементов. Как обычно, $[a]$ есть целая часть числа a. Всюду $m=(m_1,...,m_s)\in Z^s$. Ради краткости записи $\|f\|_{L^q}$, $\underset{s,r_1,...,r_s,q}{>>}$ и $\underset{s,r_1,...,r_s,q}{<<}$ заменим соответственно на $\|f\|_q$, $\underset{s,r,q}{>>}$ и $\underset{s,r,q}{<<}$.

Пусть $s=2,3,...$ и $r=(r_1,...,r_s)$ – вектор с положительными компонентами. Анизотропный класс Соболева $W_2^r[0,1]^s\equiv W_2^{r_1,...,r_s}[0,1]^s$ есть, по определению, множество всех суммируемых 1–периодических по каждой переменной функций $f(x)=f(x_1,...,x_s)$, тригонометрические коэффициенты Фурье – Лебега $\hat{f}(m), m\in Z^s$ которых удовлетворяют условию

$$\sum_{m\in Z^s}|\hat{f}(m)|^2\left((\max\{1,|m_1|\})^{2r_1}+...+(\max\{1,|m_s|\})^{2r_s}\right)\le 1.$$

Нам понадобится следующая лемма из работы [2]:

Лемма. Пусть дано целое число $s\ge 1$. Тогда для каждого целого $N\ge 1$ выполнено следующее утверждение: для любого множества $G\equiv\{m^{(1)},...,m^{(N')}\}\subset Z^s$ такого, что $N'=|G|\ge 2N$ и $|G|\succ\prec N$, и для произвольных линейных функционалов $l_1,...,l_N$ определенных, по крайней мере, на множестве всех тригонометрических полиномов со спектром в G найдутся комплексные числа $\{c_k\}_{k=1}^{N'}$, удовлетворяющие условий $\sum\limits_{k=1}^{N'}|c_k|\ge N$, $\sum\limits_{k=1}^{N'}|c_k|^2=N$, причем если $\chi(x)=\sum\limits_{k=1}^{N'}c_k e^{2\pi i(m^{(k)},x)}$, то

$$l_1(\chi)=0,...,l_N(\chi)=0 \text{ и } \|\chi\|_\infty\ge N, \|\chi\|_2=\sqrt{N}.$$

Пользуясь этой леммой оценим снизу величину $\delta_N\left(L^{(N)}\times\{\varphi_N\};W_2^r\right)_{L^q}$.

Пусть заданы линейные функционалы $l_N^{(1)}:W_2^r\mapsto C,...,l_N^{(N)}:W_2^r\mapsto C$ и функция $\varphi_N(z_1,...,z_N;y):C^N\times[0,1]^s\mapsto C.$ Так как для множества

$$G_N=\left\{m\in Z^s:|m_1|\le\left[N^{\lambda/r_1}\right],...,|m_s|\le\left[N^{\lambda/r_s}\right]\right\}$$

справедливо неравенство $\left|G_N\right| \geq 2N$ и соотношение $\left|G_N\right| \succ\prec N,$ то в силу леммы для линейных функционалов $l_N^{(1)},...,l_N^{(N)}$ найдутся комплексные числа $c_m, m \in G_N$ такие, что

$$\sum_{m \in G_N} |c_m| \geq N, \quad \sum_{m \in G_N} |c_m|^2 = N, \tag{2.1}$$

причем если $P_N(x) = \sum_{m \in G_N} c_m e^{2\pi i(m,x)}$, то $l_N^{(1)}(P_N) = 0,..., l_N^{(N)}(P_N) = 0$ и $\left\|P_N\right\|_\infty \geq N, \left\|P_N\right\|_2 \geq \sqrt{N}$.

Функция $f_N(x) = \frac{1}{N^\lambda \sqrt{N}} P_N(x)$ принадлежит классу W_2^r. Действительно,учитывая (2.1), получим

$$\sum_{m \in G_N} |\hat{f}_N(m)|^2 \left((\max\{1,|m_1|\})^{2r_1} + ... + (\max\{1,|m_s|\})^{2r_s} \right) =$$

$$= \sum_{m \in G_N} \frac{|c_m|^2}{N^{2\lambda} N} \left((\max\{1,|m_1|\})^{2r_1} + ... + (\max\{1,|m_s|\})^{2r_s} \right) =$$

$$= \frac{1}{N^{2\lambda} N} \sum_{m \in G_N} |c_m|^2 \left((\max\{1,|m_1|\})^{2r_1} + ... + (\max\{1,|m_s|\})^{2r_s} \right) \underset{s}{<<} \frac{1}{N} \sum_{m \in G_N} |c_m|^2 \leq 1.$$

Поскольку $\prod_{i=1}^{s} \left[N^{\lambda / r_i} \right] \underset{s}{\succ\prec} N$ и $\left\|f_N\right\|_\infty = \frac{1}{N^\lambda \sqrt{N}} \left\|P_N\right\|_\infty \geq \frac{\sqrt{N}}{N^\lambda}$, то в силу неравенства разных метрик С.М. Никольского (см. [3, стр.256]) имеем

$$\left\|f_N\right\|_q \underset{s,r,q}{>>} \frac{N^{1/2 - 1/q}}{N^\lambda}. \tag{2.2}$$

Так как $f_N \in W_2^r$ и $l_N^{(1)}(f_N) = 0,..., l_N^{(N)}(f_N) = 0,$ то имеет место следующая цепочка неравенств: $\sup_{f \in W_2^r} \left\| f(\cdot) - \varphi_N \left(l_N^{(1)}(f),...,l_N^{(N)}(f);\cdot \right) \right\|_q \geq$

$$\geq \frac{1}{2} \left(\left\| f_N(\cdot) - \varphi_N(0,...,0;\cdot) \right\|_q + \left\| (-f_N)(\cdot) - \varphi_N(0,...,0;\cdot) \right\|_q \right) \geq \left\| f_N \right\|_q.$$

Отсюда, принимая во внимание (2.2), получим

$$\delta_N \left(L^{(N)} \times \{\varphi_N\}; W_2^r \right)_{L^q} \underset{s,r,q}{>>} \frac{N^{1/2 - 1/q}}{N^\lambda}. \tag{2.3}$$

Теперь оценим сверху величину $\delta_N \left(\left(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N \right); W_2^r \right)_{L^q}$. В работе [4] установлены следующие соотношения:

$$\inf_{\{u_i\}_{i=1}^N} \sup_{f \in F} \left\| f(x) - \sum_{i=1}^{N} (f, u_i) u_i(x) \right\|_q \succ\prec \sup_{f \in F} \left\| f(x) - \sum_{m \in A_K} \hat{f}(m) e^{2\pi i(m,x)} \right\|_q \succ\prec \frac{N^{1/p - 1/q}}{N^\lambda},$$

где $1 \le p, q \le \infty, (p,q) \ne (1,1), (\infty,\infty)$, $F = W_p^{r_1,\dots,r_s}$ – анизотропный класс Соболева, $\{u_i\}_{i=1}^N$ есть ортонормированная система ограниченных функций $u_1(x),\dots,u_N(x)$.

Следовательно, в силу равенства $\bar{\varphi}_N\left(\bar{l}_N^{(1)}(f),\dots,\bar{l}_N^{(N)}(f);x\right) = \sum\limits_{m\in A_K} \hat{f}(m)e^{2\pi i(m,x)}$ при $p=2$

имеем $\delta_N\left(\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right);W_2^r\right)_{L^q} =$

$$= \sup_{f\in W_2^r}\left\| f(\cdot) - \bar{\varphi}_N\left(\bar{l}_N^{(1)}(f),\dots,\bar{l}_N^{(N)}(f);\cdot\right)\right\|_q \ll_{s,r,q} \frac{N^{1/2-1/q}}{N^{\lambda}}. \qquad (2.4)$$

Наконец, учитывая неравенство

$$\delta_N\left(L^{(N)}\times\{\varphi_N\};W_2^r\right)_{L^q} \le \delta_N\left(\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right);W_2^r\right)_{L^q},$$

из (2.3) и (2.4) получим соотношения (1.2).

Теорема доказана.

Список использованной литературы:

1 Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник. Алгебраическая теория чисел и гармонический анализ в задачах восстановления (метод квази-Монте Карло). Теория вложений и приближений. Ряды Фурье. Спец. выпуск, посвященный научным достижениям математиков ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. Вестник ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, 2010. С.1-194.

2 Ажгалиев Ш. О дискретизации решений уравнения теплопроводности. Матем. заметки, 2007, Том 82, выпуск 2, стр. 177 – 182.

3 Никольский С.М. Неравенства для целых функций конечной степени и их применение в теории дифференцируемых функций многих переменных. Труды МИАН СССР, 1951, т.38, с. 244 - 278.

4 Темляков В.Н. О приближении элементами конечномерного подпространства функций из различных классов Соболева или Никольского // Матем. заметки. Т.43. №6 (1988). С. 770 - 785.

ФИЗИКА, ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
ФИЗИКА, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

МРНТИ 29.15.03
УДК 539.1.01

О.С. Баяхметов[1], С.К. Сахиев[1,2]

[1] Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан
[2] Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

ОСОБЕННОСТИ КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ЯДРА ^{6}Li И ЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ПРИ ПРОЦЕССАХ ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА

Аннотация

Данная научная работа посвящена исследованию кластерной структуры ядра ^{6}Li в двухчастичной $\alpha+d$-модели и ее значению для современных научных достижений и технологий в области управляемого термоядерного синтеза (УТС).

Подробно изучено основное состояние $J^{\pi}=1^{+}$ ядра ^{6}Li. Посчитаны основные статические наблюдаемые и потенциал взаимодействия ядра ^{6}Li с α-частицами.

Ключевые слова: управляемый термоядерный синтез, кластерная структура, $\alpha+d$-модель, уравнение Шредингера, волновая функция относительного движения, статические наблюдаемые, фолдинг потенциал.

Аңдатпа

О.С. Баяхметов[1], С.К. Сахиев[1,2]
[1] Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан
[2] Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

^{6}Li ЯДРОСЫНЫҢ КЛАСТЕРЛІК ҚҰРЫЛЫМЫНЫҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ ЖӘНЕ ОНЫҢ ТЕРМОЯДРОЛЫҚ СИНТЕЗ ҮДЕРІСТЕРІНДЕГІ МАҢЫЗДЫЛЫҒЫ

Бұл ғылыми жұмыс ^{6}Li ядросының кластерлік құрылымын екібөлшектік $\alpha+d$-моделі бойынша зерттеуге және басқарылмалы термоядролық синтез (БТС) саласындағы заманауи ғылыми жетістіктер мен технологиялар үшін маңыздылығына арналған. ^{6}Li ядросының $J^{\pi}=1^{+}$ бастапқы күйі жете қарастырылған. Негізгі статикалық бақыланатындар мен ^{6}Li ядросының α-бөлшектермен әрекеттесу потенциалы есептелінді.

Түйін сөздер: басқарылмалы термоядролық синтез, кластерлік құрылым, $\alpha+d$-моделі, Шредингер теңдеуі, салыстырмалы қозғалысының толқындық функция, статикалық бақыланатындар, фолдинг потенциалы.

Abstract

PECULIARITIES OF THE CLUSTER STRUCTURE OF THE ^{6}Li NUCLEUS AND ITS SIGNIFICANCE DURING THERMONUCLEAR FUSION PROCESSES

Bayakhmetov O.S.[1], Sakhiyev S.K.[1,2]
[1] L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan
[2] Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

This scientific work is devoted to the study of the cluster structure of the ^{6}Li nucleus in the two-body $\alpha+d$-model and its significance for modern scientific achievements and technologies in the field of controlled thermonuclear fusion (CTF). The ground state $J^{\pi}=1^{+}$ of the ^{6}Li nucleus is considered in detail.

The main static observables and the potential for α^{6}Li interaction were calculated.

Keywords: controlled thermonuclear fusion, cluster structure, $\alpha+d$-model, Schrodinger equation, wave function of relative motion, static observables, folding potential.

Введение

Проблема управляемого термоядерного синтеза представляет собой труднейшую задачу текущего столетия, для решения которой особенно важным аспектом является подробное исследование свойств и структуры легких ядер, в частности изучение особенностей структуры ядра ^{6}Li. Данное ядро, как и многие другие легкие ядра, участвующие в термоядерном синтезе, является слабо связанным (относительно распада в α+d-канал $\varepsilon_{\alpha d}=1.475\,МэВ$ [1]) и обладает ярко выраженной кластерной структурой. Ядро ^{6}Li в основном применяется в качестве источника трития и изотопов гелия, а также при взаимодействии с нуклонами, дейтронами и α-частицами используется в термоядерной энергетике:

$$p+{}^6Li\to{}^4He+{}^3He+4.0\ МэВ, \tag{1}$$

$$n+{}^6Li\to{}^4He+T+4.8\ МэВ, \tag{2}$$

$$\mathrm{D}+{}^6Li\to{}^4He+{}^4He+22.4\ МэВ, \tag{3}$$

$$\alpha+{}^6Li\to\gamma+{}^{10}B+4.46\ МэВ. \tag{4}$$

В перечисленных выше реакциях (1)-(4) взаимодействия ^{6}Li с ядрами 1s-оболочки важен учет двухчастичной α+d-структуры ядра ^{6}Li, влияющей на механизмы взаимодействий. Так, например, дейтрон, захватывая нуклон, преобразуется в ядро ^{3}He либо в тритий, а при поглощении другого дейтрона – в α-частицу.

Прикладные исследования ^{6}Li для решения проблемы УТС в настоящее время приобретают большую значимость. Так, например, в работе [2] отмечается актуальность разновидностей термоядерного топлива на основе протонов. В частности, автором подчеркивается значимость p-^6Li топлива и реакции $^6Li\left(p,{}^3He\right){}^4He$, ввиду малого электрического заряда сталкивающихся ядер. Также, не менее важным является d-^6Li топливо с различными продуктами реакций. В работе [3] показано, что способность замедления заряженных частиц в d-^6Li плазме не уступает d-d плазме. Дополнительно стоит отметить значимость более ранних исследований, в частности, фундаментальное и прикладное значение реакции $^6Li\left(\alpha,\gamma\right){}^{10}B$ [4]. Данная реакция используется в целях диагностики удержания быстрых α-частиц в плазме токамаков [5].

В настоящей работе приведено исследование кластерной структуры ядра ^{6}Li в двухтельной α+d-модели, а также рассмотрены основные статические наблюдаемые и потенциал взаимодействия ядра ^{6}Li с α-частицами.

Кластерная модель ядра ^{6}Li

Для исследования свойств и характеристик ядра ^{6}Li нами была использована двухчастичная кластерная α+d-модель с использованием феноменологических потенциалов гауссоидной формы [6]. Уравнение Шредингера для относительного движения кластеров в ядре было решено при помощи вариационного метода, хорошо зарекомендовавшего себя для исследования свойств и наблюдаемых легких ядер в двух- и трехчастичных кластерных моделях.

Гамильтониан системы α+d выглядит следующим образом:

$$H=H_0+V_{\alpha d}\left(r\right), \tag{5}$$

где H_0 – оператор суммарной кинетической энергии системы α+d, $V_{\alpha d}\left(r\right)$ – потенциал взаимодействия α-частицы и дейтрона (потенциал подробно приведен в следующем разделе).

На рисунке 1 приведена схема двухчастичной модели ядра ^{6}Li в системе α+d.

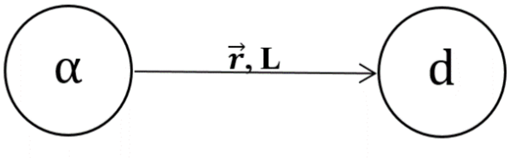


Рисунок 1. Двухчастичная модель ядра ^{6}Li

Волновая функция ядра ^{6}Li в основном состоянии $J^{\pi}=1^{+}$ в канале $\alpha+d$ выглядит следующим образом:

$$\Psi^{^6Li}_{1M_J}\left(\vec{r},\vec{\xi}_i\right)=\Phi_{\alpha}\left(\vec{\xi}_1,\ldots\vec{\xi}_4\right)\Phi_d\left(\vec{\xi}_1,\vec{\xi}_2\right)\Psi^{^6Li}_{\alpha d}\left(\vec{r}\right), \tag{6}$$

где $\Phi_{\alpha}\left(\vec{\xi}_1,\ldots\vec{\xi}_4\right)$ – внутренняя волновая функция α-частицы, $\Phi_d\left(\vec{\xi}_1,\vec{\xi}_2\right)$ – внутренняя волновая функция дейтрона, $\Psi^{^6Li}_{\alpha d}\left(\vec{r}\right)$ – волновая функция относительного движения α-частицы и дейтрона в ядре ^{6}Li.

Волновая функция относительного движения ядра ^{6}Li (см. рисунок 2), в свою очередь, выглядит как:

$$\Psi^{^6Li}_{\alpha d}\left(\vec{r}\right)=\sum_{i,L}C_i\,N_i\,r^L\exp\left(-\alpha_i r^2\right)\sum_{M_L,M_S}\left\langle LM_L 1M_S\left|1M_J\right.\right\rangle Y_{LM_L}\left(\hat{r}\right)\chi_{1M_S}. \tag{7}$$

Здесь C_i и α_i – параметры разложения гауссоид, N_i – нормировочная константа, L – относительный орбитальный момент пары $\alpha + d$, M_L, M_S, M_J – проекции орбитального, спинового и полного угловых моментов. Нами рассмотрены состояния с относительным орбитальным моментом $L=0,2$, т.е S- и D-состояния ядра ^{6}Li. Параметры разложения гауссоид приведены в приложении.

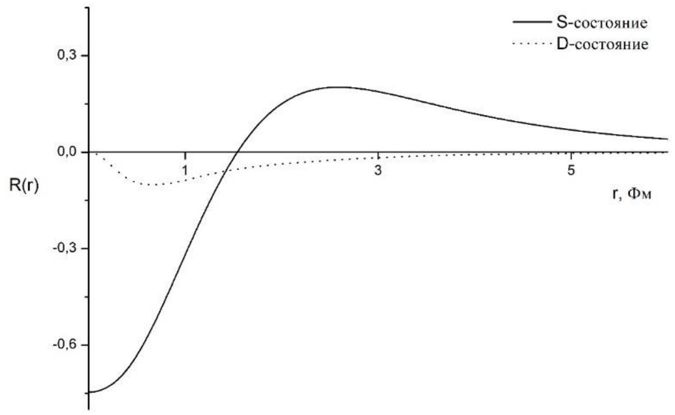


Рисунок 2. Радиальная волновая функция относительного движения ядра ^{6}Li

Потенциал *α-d*-взаимодействия

В качестве потенциала *α-d*-взаимодействия был использован потенциал гауссовой формы с учетом тензорной компоненты взаимодействия кластеров ядра, подробно описанный в работе Кукулина В.И. и соавторов [6]. Учитывая кулоновское отталкивание кластеров, данный потенциал можно записать в следующем виде:

$$V_{\alpha d}\left(r\right)=V_c\left(r\right)+V_t\left(r\right)S_{12}+V_{coul}\left(r\right), \tag{8}$$

где $V_c\left(r\right)$ – центральная часть потенциала, $V_t\left(r\right)$ – тензорная компонента, $V_{coul}\left(r\right)$ – кулоновский потенциал, S_{12} – тензорный оператор перехода из S-состояния в D-состояние (и для D-S-перехода, соответственно). Кулоновский потенциал определен стандартным образом. Центральная и тензорная часть потенциала имеют гауссову форму и выглядят в следующем виде:

$$V_c\left(r\right)=V_0\exp\left(-\eta r^2\right), \tag{9}$$

$$V_t\left(r\right)=V_{t0}\exp\left(-\gamma r^2\right). \tag{10}$$

Параметры потенциалов выбраны следующим образом:

$$V_0 = -71.979\,МэВ,\;\; \eta = 0.2\,Фм^{-2}, \tag{11}$$

$$V_{t0} = -27\,МэВ,\;\; \gamma = 1.12\,Фм^{-2}. \tag{12}$$

Статические наблюдаемые ядра ^{6}Li

В добавление к рассчитанному уравнению Шредингера и волновым функциям относительного движения α-частицы и дейтрона в ядре ^{6}Li нами рассчитаны статические характеристики данного ядра в основном состоянии $J^{\pi} = 1^{+}$.

Благодаря учету тензорной компоненты потенциала, было исследовано D-состояние ^{6}Li. В частности, данный учет позволил рассчитать квадрупольный момент ядра, значение которого хорошо согласуется с экспериментальными данными [1].

Результаты наблюдаемых представлены в таблице 1:

Таблица 1. Наблюдаемые ядра ^{6}Li в системе α+d

Наблюдаемая	*Результаты*	*Эксперимент [1]*
$E_{g.s}, МэВ$	-1.47105	-1.4743
$\langle r_{ch}^2 \rangle^{1/2}$, *Фм*	2.60	2.56(5)
Q, $Фм^2$	-0.065	-0.0644(5)
P_d, %	1.59334	

Стоит отметить аномальную слабосвязанность ядра ^{6}Li в системе α+d, что очень важно для процессов термоядерного синтеза. В частности, при относительно небольших энергиях $E \approx 1.47\,МэВ$ возможно получение пучков дейтронов и α-частиц.

В целом, статические наблюдаемые определены с минимальными погрешностями и их значения практически соответствуют экспериментальным данным.

Потенциал взаимодействия α-частиц с ядром ^{6}Li

Для дальнейшей проверки рассчитанных волновых функций перейдем к исследованию динамического процесса – ядерной реакции. В качестве исследуемой физической величины возьмем фолдинговый потенциал взаимодействия α-частиц с ядром ^{6}Li, необходимый для расчета дифференциальных сечений упругих и неупругих процессов в данном входном канале (например, для реакции $^6Li(\alpha,\gamma)^{10}B$). Как было отмечено выше, взаимодействие быстрых α-частиц с ядром ^{6}Li необходимо для диагностики их удержания в плазме с целью дальнейшего преобразования и использования в термоядерной энергетике.

Фолдинг потенциал взаимодействия α-частиц с ядром ^{6}Li представляет собой следующую величину:

$$V_{\alpha\,^6Li}\left(\vec{R}\right) = \left\langle \Psi_{\alpha d}^{^6Li}\left(\vec{r}\right)\varphi_\alpha \middle| V_{\alpha\,^6Li}\left(\vec{r},\vec{R}\right) \middle| \Psi_{\alpha d}^{^6Li}\left(\vec{r}\right)\varphi_\alpha \right\rangle, \tag{13}$$

где $\vec{R}$ – радиус-вектор, соединяющий центры масс налетающей α-частицы и ядра ^{6}Li, φ_α – волновая функция α-частицы. Учитывая α+d-структуру ядра ^{6}Li, данный потенциал представим в виде суммы α-α и α-d потенциалов.

В качестве α-d-взаимодействия нами выбран ядерный потенциал (9), использованный и для расчета уравнения Шредингера для относительного движения кластеров в ядре ^{6}Li.

Таким образом, расчет потенциала взаимодействия α-частиц и ядра ^{6}Li самосогласован. В свою очередь, для расчета α-α-взаимодействия был использован глубокий потенциал Бака [7] с запрещенными состояниями 0S, 2S, 2D:

$$V_{\alpha\alpha}\left(r_{\alpha\alpha}\right) = V_0 \exp\left(-\eta r_{\alpha\alpha}^2\right). \tag{14}$$

Параметры данного потенциала выбраны следующим образом:

$$V_0 = -122.6 \text{ МэВ}, \ \eta = 0.22 \text{ фм}^{-2} \tag{15}$$

Результаты полученного самосогласованного фолдинг потенциала $V_{\alpha^6Li}(\vec{R})$, а также результаты работы [8] представлены на рисунке 3:

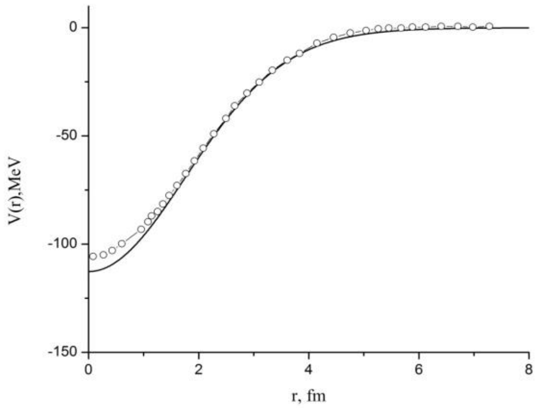


Рисунок 3. Фолдинг потенциал взаимодействия α-частиц с ядром ^{6}Li. Сплошная линия соответствует результатам настоящей работы, сплошная линия с кругами – результатам работы [8]

Значения полученного нами потенциала с глубиной $V_0 = -112 \text{ МэВ}$ достаточно хорошо согласуются с результатом потенциала [8], который был посчитан на основе анализа данных по рассеянию альфа-частиц на ядре ^{6}Li в широком спектре энергий с учетом различных ядерных эффектов (например, кластерный обмен, учет различных механизмов реакций, учет спин-орбитального взаимодействия и т.д.).

Заключение

В данной работе представлены результаты исследований особенностей кластерной структуры ядра ^{6}Li, а также приведены современные прикладные исследования с использованием данного ядра в области УТС.

В представленной двухчастичной $\alpha+d$-модели учет тензорной компоненты потенциала взаимодействия кластеров позволил четко определить среднеквадратичный зарядовый радиус, а также квадрупольный момент ядра ^{6}Li. Расчитанный нами фолдинговый потенциал взаимодействия α-частиц с ядром ^{6}Li хорошо согласуется с результатами работы [8], в которой потенциал был определен на основе экспериментальных данных по упругому рассеянию α-частиц на ядре ^{6}Li. В целом, модель аккуратно описывает как статические, так и динамические наблюдаемые в канале $\alpha+d$.

Несмотря на незначительный вес D-волны (около 1.59 %) основного состояния ядра ^{6}Li, ее роль является значительной при расчете наблюдаемых ядра. Во-первых, увеличивается точность решения двухтельного уравнения Шредингера в системе $\alpha+d$.

При этом стоит отметить тот факт, что не наблюдается запрещенных состояний в собственных значениях системы, как в случае с учетом только одного S-состояния. Во-вторых, ее учет позволил определить квадрупольный момент, соответствующий кулоновскому C2-переходу (переходу 2 ранга), характерному для конфигураций с ненулевым орбитальным моментом системы.

В итоге, рассмотренная нами модель также может быть в дальнейшем использована для расчета других потенциалов взаимодействия и дифференциальных сечений реакций ядра ^{6}Li с легкими ядрами, представляющих большой интерес для исследований процессов термоядерного синтеза.

Приложение

Приведем параметры разложения гауссоид (см. таблицу 2) для полученных нами радиальных волновых функций относительного движения ядра ^{6}Li в двухтельной $\alpha+d$-модели.

Таблица 2. Параметры разложения гауссоид в основном состоянии ядра ^{6}Li

S-состояние (L = 0)		*D-состояние (L = 2)*	
Коэффициенты C_i	*Коэффициенты* α_i	*Коэффициенты* C_i	*Коэффициенты* α_i
0.0313	0.00288	-0.0003	0.00288
0.4258	0.02601	-0.0037	0.02601
0.4356	0.0728	-0.0188	0.0728
0.4599	0.14427	0.0018	0.14427
-0.131	0.24208	-0.1174	0.24208
0.1356	0.36852	0.3035	0.36852
-1.2591	0.52668	-0.9997	0.52668
0.7629	0.72061	2.4109	0.72061
0.0545	0.95553	-4.8024	0.95553
-2.0596	1.23817	7.5064	1.23817
4.0443	1.57721	-9.1186	1.57721
-4.5218	1.9839	8.2381	1.9839
3.1781	2.47294	-5.2959	2.47294
-1.322	3.06373	2.1585	3.06373
0.2565	3.78227	-0.4368	3.78227

Для вычисления коэффициентов α_i использовались соотношения для параметров чебышевской сетки, подробно описанные в работе [9]:

$$\alpha_i = \alpha_0 \cdot tg^2\left(\frac{2i-1}{2N}\right), \tag{16}$$

где $N = 15,\ \alpha_0 = 4.2\ Фм^{-2},\ i = 1, 2, ..., N.$ Параметр α_0 варьируется таким образом, что его значение должно давать минимальное собственное значение системы уравнений Шредингера, представляющее собой энергию основного состояния рассматриваемого ядра.

Список использованной литературы:

1 Tilley D.R. et al. Energy levels of light nuclei A=5, 6, 7 // Nuclear Physics A. – 2002. – Vol. 708. – №1-2. – pp. 3–163.

2 Bahmani J. The Influence of Low-Z Impurities on the Ignition Parameters in p^{6}Li Inertial Fusion Plasma // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2019. – Vol. 47. – №9. – pp. 4396-4401.

3 Cortez R.J., Cassibry J.T. Stopping power in D^{6}Li plasmas for target ignition studies // Nuclear Fusion. – 2018. – Vol. 58. – №2 – 026009 (7 pp).

4 Burkova N.A. et al. A potential description of α-particle elastic scattering by the ^{6}Li and ^{7}Li nuclei // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics. – 2012. – Vol. 76. – №10. – pp. 1066-1069.

5 Cecil F.E. et al. A method for determining fast alpha particle confinement in tokamak plasmas using resonant nuclear reactions // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. – 1986. – Vol. 245. – №2-3. – pp. 547-552.

6 Kukulin V.I. et al. Improved d+^{4}He potentials by inversion: The tensor force and validity of the double folding model // Physical Review C. – 1998. – Vol. 57. – №5. – pp. 2462-2473.

7 Buck B. et al. Local potential models for the scattering of complex nuclei // Nuclear Physics A. – 1977. – Vol. 245. – №1. – pp. 246-268.

8 Mackintosh R.S. et al. Determination of ^{6}Li-^{4}He interaction from multi-energy scattering data // Nuclear Physics A. – 1999. – Vol. 645. – №3. – pp. 399-409.

9 Kukulin V.I. et al. Detailed study of the cluster structure of light nuclei in a three-body model: (I). Ground state of ^{6}Li // Nuclear Physics A. – 1984. – Vol. 417. – №1. – pp. 128-156.

МРНТИ 30.15.27
УДК 531+539.376

К. Бисембаев[1,2], А. Сманов[1]

[1] Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан
[2]Институт механики и машиноведения им. акад. У.А.Джолдасбекова, г. Алматы, Казахстан

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ С ТЯЖЕЛЫМ ОСНОВАНИЕМ НА ВИБРООПОРАХ

Аннотация

В этой работе исследованы вынужденные колебания упругой конструкций переменного сечения с тяжелым основанием на виброопорах со спрямленными поверхностями. Колебательного движения упругой конструкции с переменными сечениями исследованы по вариационному методу Ритца. Решения уравнения движения представлены в виде разложения в ряд по фундаментальным функциям. Метод Ритца оказывается весьма эффективным при определениях пространственных и временных форм колебательных движений упругой конструкции переменного сечения. Исследованы резонансных режимов изгибных колебаний упругих конструкций, имеющих стержнеобразные, клинообразные, пирамида-образные и конусообразные формы с тяжелым основанием. Установлено, что амплитуды пирамида образной упругой конструкции много раз меньше амплитуды других видов упругой конструкции. Собственные частоты упругой конструкции переменного сечения (клинообразной, пирамида образной и конусообразной упругой конструкции) находится вне, а стержнеобразной упругой конструкции в резонансной зоне колебательного движения основания.

Ключевые слова: виброзащита, виброопора, метод Ритца, собственные формы, упругие конструкции переменного сечения**.**

Аңдатпа

К. Бисембаев[1,2], А. Сманов[1]
[1] Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті Алматы қ., Қазахстан
[2]акад. У.А.Джолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы қ., Қазахстан

ДІРІЛТІРЕГІНЕ ОРНАТЫЛҒАН АУЫР ТАБАНДЫ КӨЛДЕНЕҢ ҚИМАСЫ АЙНЫМАЛЫ СЕРПІМДІ ҚҰРЫЛҒЫНЫҢ МӘЖБҮР ТЕРБЕЛІСІН ЗЕРТТЕУ

Теңселмелі тіректі пайдаланатын дірілден қорғау қондырғысын жасау, казіргі кезеңде транспорттық техникада және ғимараттарды сейсмоқорғауда кеңінен таралған. Бұл жұмыста түзетілетін беттермен шектелген дірілтірегіне орнатылған ауыр табанды көлденең қимасы айнымалы серпімді құрылғылардың мәжбүр тербелісі зерттеледі.Көлденең қимасы айнымалы серпімді құрылғының тербелмелі қозғалысы Ритцтің вриациялық әдісі бойынша зерттелген. Қозғалыс теңдеуінің шешімі фундаментальды функциялар бойынша қатарға жіктеу түрінде ұсынылады. Ритц әдісі көлденең қимасы айнымалы серпімді құрылғының кеңістіктік және уақыттық формасын анықтауда өте тиімді және салыстрмалы түрде аз уақыт аралығында керемет нәтиже береді. Ауыр табанды сырықтәрізді, сынатәрізді, пирамидатәрізді және конустәрізді серпімді құрылғының иілу тербелісінің резонанстық режимдері зерттелен. Пирамида тәрізді серпімді құрылғының амплитудасы серпімді құрылғының басқа түрлерінің амплитудасына қарағанда көп есе кіші болатындығы тағайындалды. Көлденең қимасы айнымалы серпімді құрылғының (сынатәрізді, пирамидатәрізді және конустәрізді серпімді құрылғы) меншікті жиелігі табанның тербелмелі қозғалыының резонанстық зонасының сыртында , ал сырықтәрізді құрылғы резонанстық зонада болады.

Түйін сөздер: дірілденқорғау, дірілтірек, Ритц әдісі, меншікті форма, көлденең қимасы айнымалы серпімді құрылғы.

Abstract

FORCED OSCILLATIONS INVESTIGATION OF ELASTIC DESIGNS OF VARIABLE CROSS-SECTION WITH HEAVY BASE ON VIBRATION SUPPORTS

Bisembaev K. [1,2], Smanov A [1]
[1] Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan
[2] Institute of mechanics and machine science at Academy named after U. A. Dzholdasbekov, Almaty, Kazakhstan

The creation of vibration protection devices using rolling bearings is now widespread in transport equipment and seismic protection of structures. The forced oscillations of an elastic structure of variable cross-section with a heavy base on vibration supports with straightened surfaces are investigated in this work. The vibrational motion of an elastic structure with variable cross-sections is investigated by the Ritz variational method. The solutions of the equation of motion are presented in the form of expansion in a series of fundamental functions. The Ritz method is also very effective at relatively low cost of time leads to remarkably accurate results in determining the spatial and temporal forms of vibrational movements of an elastic structure of variable cross-section. Resonance modes of bending vibrations of elastic structures with rod-shaped, wedge-shaped, pyramid-shaped and cone-shaped forms with a heavy base are investigated. It is established that the amplitude of the pyramid-shaped elastic structure is many times smaller than the amplitude of other types of elastic structure. The natural frequencies of the elastic structure of variable cross-section (wedge-shaped, pyramid-shaped and cone-shaped elastic structure) are outside, and the rod-shaped elastic structure is in the resonant zone of oscillatory motion of the base.

Keywords: vibration protection, vibration support, Ritz method, own shapes, elastic structures of variable cross-section.

1. Введение

Наиболее приемлемым и перспективным с инженерной точки зрения, является новейший класс сейсмоизолирующих устройств – класс опорных кинематических фундаментов, выгодно отличающихся от сейсмоамортизаторов других типов экономичностью и простотой технического решения.

Принцип работы кинематических фундаментов заключается в установке между нижним перекрытием сооружения и фундаментом подвижных опорных элементов, обеспечивающих подвижность сооружения относительно фундамента. Общей основой, на которой построен принцип работы кинематических фундаментов, является колебательная система, образованная твердым телом большой массы (сооружением), которое совершает движение, опираясь на подвижные элементы, в свою очередь перекатывающиеся по некоторой поверхности.

В работе [1] нами дан обзор, классификация и сравнение устройств, предназначенных для снижения сейсмической нагрузки на здания и являющихся составной частью их фундаментов. Выделены два класса сейсмоизолирующих устройств, являющих собой пример прямого перенесения принципов виброизоляции в строительство

К исследованию динамических свойств виброзащитных опор качения со спрямленными поверхнотями, а также опор, элементы которых деформируются реологический во времени и приобретает конечные площадки касания, была сделана Бисембаевым К. [2,3].

Многие конструкции, применяемые в технике и строительстве, характеризуются переменными геометрическими и физическими параметрами. Типичным случаем является коническая балка.

Изучение динамики конструкций в настоящее время становится все более важным для инженеров-строителей, поскольку многоэтажные сооружения становятся относительно более гибкими. Такая тенденция в строительстве, как правило, приводит к увеличению амплитуд колебаний зданий. Поэтому в некоторых случаях необходимо рассчитать динамические характеристики высотных конструкций уже на этапе проектирования. В работе [4–9] исследованы поперечных колебаний балки с круглым, прямоугольным поперечным сечением и постоянной шириной и толщиной.

Бранч [10] изменив формы сечения и момент инерции по длине оптимизировал основную частоту поперечных колебаний стержней с переменным поперечным сечением. С целью максимизировать разницу между двумя соседними собственными частотами Ольхоф и Парбери [11] использовали функцию площади поперечного сечения в качестве проектного параметра. Гупта [12] численно нашел собственные частоты и формы колебаний сужающихся балок с использованием метода конечных элементов.

В статье [13] рассматривается об оценке вибрации однородной упругой конструкции на опорах качения ограниченных поверхностями вращения высокого порядка при воздействии горизонтальной сейсмической нагрузки с учетом трения качения на релаксирующих грунтах.

Целью настоящей работы является исследование вынужденных колебаний упругих конструкций переменного сечения на виброопорах со спрямленными поверхностями с учетом наличии трения качения на релаксирующих грунтах и содержатся результаты по оценке влияние параметров упругих конструкций переменного сечения на амплитудную характеристику виброзащитных устройств.

2. Постановка задачи

Модель кинематического фундамента показана на рис.1. Опора качения ограничена снизу и сверху поверхностями, описанными уравнениями, соответственно:

$$y_1 = a_1 x_1^{\,n} \text{ и } y_2 = a_2 x_2^{\,m}$$

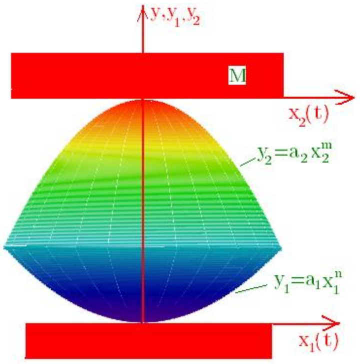


Рис.1. Схема опоры качения с опорными поверхностями высокого порядка

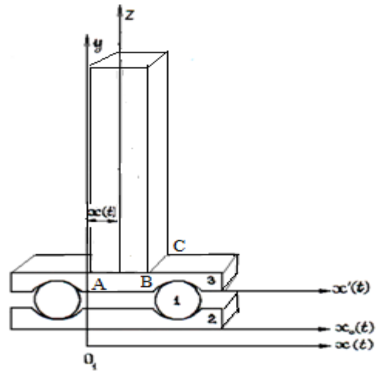


Рис.2, а) Схема стержнеобразной конструкции на подвижном основании

Горизонтальное смещение нижнего и верхнего оснований кинематического фундамента обозначим, соответственно $x_0(t)$ и $x(t)$. Рассмотрим плоские колебания упругой конструкции с переменными сечениями, опирающейся на подвижное основание с опорами качения (см. рис. 2а- рис 2г), $H-$высота опоры.

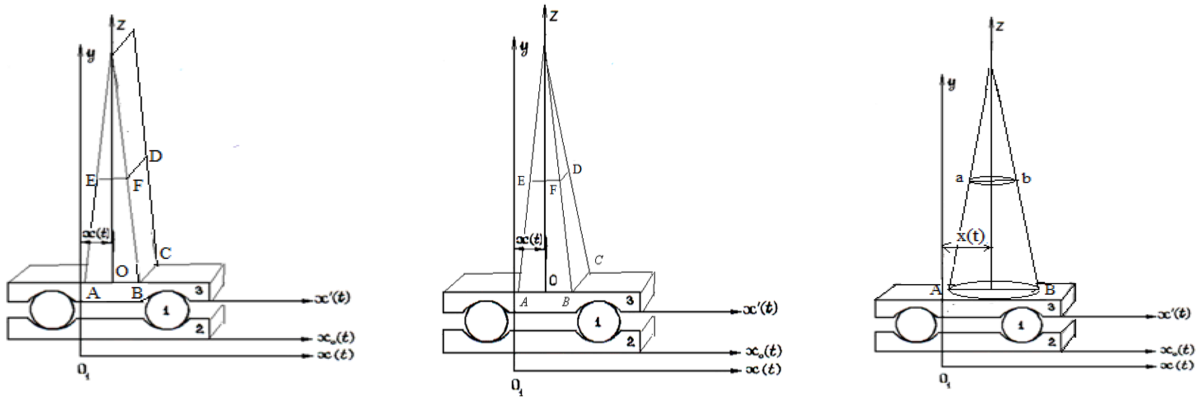


Рис.2. Схемы клинообразной (2б), пирамидаобразной (2в), конусообразной (2г) конструкции на подвижном основании

Горизонтальное смещение точки виброзащищаемого тела относительно неподвижных систем координат xO_1y описываются функцией $u(z,t)$, а относительно подвижных систем координат xOz, связанных с верхним основанием - $u_1(z,t)$. Горизонтальное смещение каждой точки виброзащищаемого тела относительно неподвижных систем координат имеет вид

$$u(z,t)=x(t)+u_1(z,t) \tag{1}$$

3. Материал и методы

Рассмотрим изгибные колебания упругой конструкции с переменными сечениями на опорах качения ограниченных поверхностями вращения высокого порядка при горизонтальном гармоническом смещении нижнего основания.

Обозначим через $m(z)$ массу единицы длины стержня, через $EJ-$жесткость на прогиб, $E-$ модуль упругости, $J-$момент инерции поперечного сечения упругих конструкций с переменными сечениями относительно нейтральной оси сечения, перпендикулярной к плоскости колебаний.

Кинетическая и потенциальная энергия системы имеет вид:

$$T=\frac{1}{2}\int_0^l m(z)\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dz+\frac{1}{2}[M+m(z)l]\dot{x}^2, \tag{2}$$

$$\Pi=\frac{1}{2}\int_0^l EJ\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2}\right)^2 dz+\frac{1}{2}\int_0^l m(z)\left[g+\ddot{y}_0(t)\right]\left(\frac{\partial u_1}{\partial z}\right)^2 dz+\left[M+m(z)l\right]\left[g+\ddot{y}_0(t)\right]\Delta y; \tag{3}$$

где

$$\Delta y=y(t)-y_0(t)=-\frac{1}{2H}(x-x_0)^2+\frac{(n-1)}{nH}N_n(x-x_0)^{\frac{n}{n-1}},\quad N_n=\frac{1}{(nH)^{\frac{1}{n-1}}}\left(\frac{1}{\sqrt[n-1]{a_1}}+\frac{1}{\sqrt[n-1]{a_2}}\right) \tag{4}$$

Функционал S Остроградского-Гамильтона для упругой конструкции с переменными сечениями имеет здесь вид

$$S=\frac{1}{2}\int_0^l\int_0^t\{m(z)\left(\frac{du_1}{dt}\right)^2+m(z)\dot{x}^2+\frac{M}{l}\dot{x}^2-EI\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2}\right)^2+m(z)\left[g+\ddot{y}_0(t)\right]\left(\frac{\partial u_1}{\partial z}\right)^2-$$
$$-2m(z)\left[g+\ddot{y}_0(t)\right]\Delta y-\frac{2M}{l}\left[g+\ddot{y}_0(t)\right]\Delta y\}dzdt \tag{5}$$

Мы применим к исследование колебательных движений упругих конструкции с переменными сечениями на виброопорах со спрямленными поверхностями метода Ритца [14].

Рассмотрим колебания тела при гармоническом горизонтальном смещении нижнего основания

$$x_0=Q\sin(\mathrm{pt}),\ \ \ddot{y}_0(t)=0 \tag{6}$$

Предполагая, что для случая гармонического колебания, в котором составляющая основной частоты, имеющая период $2\pi/p$, преобладает над более высшими гармониками, колебательного движении верхнего оснований и упругой конструкции с переменными сечениями представим в виде ряда

$$x(t)=\sum_{k=1}^{\nu}A_{2k-1}\sin(2k-1)pt \tag{7}$$

$$u_1(z,t)=\sum_{k=1}^{\nu}\varphi_{2k-1}(z)\sin(2k-1)pt \tag{8}$$

Предположим, что $A_1\le A_3\le A_5\le\ldots\le A_{2k-1}$

Учитывая этого условия и (6), (7), преобразуем выражений (4) в вид

$$\Delta y=-\frac{1}{2H}\left[\sum_{k=1}^{\nu}C_{2k-1}\sin(2k-1)pt\right]^2+\frac{(n-1)}{nH}N_nC_1^{\frac{n}{n-1}}\sin^{\frac{n}{n-1}}pt+\frac{N_n}{H}C_1^{\frac{1}{n-1}}\sin^{\frac{1}{n-1}}pt\sum_{k=3}^{\nu}C_{2k-1}\sin(2k-1)pt$$

(9)

где

$$C_1=A_1-Q,C_3=A_3,C_5=A_5,\ldots C_{2k-1}=A_{2k-1}$$

подставим в функционал (5) выражении (6), (7), (8) и (9) и после интегрирования по t в пределах периода $\frac{2\pi}{p}$ получим

$$S=\frac{\pi}{2}\int_0^h\Bigg\{pm(z)\sum_{k=1}^{\nu}(2k-1)^2\varphi_{2k-1}^2(z)-2pm(z)\sum_{k=1}^{\nu}(2k-1)^2\varphi_{2k-1}(z)A_{2k-1}-\frac{1}{p}EJ(z)\sum_{2k-1}^{\nu}\left(\varphi''_{2k-1}\right)^2+$$
$$+\frac{1}{p}gm(z)\sum_{2k-1}^{\nu}\left(\varphi'_{2k-1}\right)^2+p\left(m(z)+\frac{M}{h}\right)\sum_{2k-1}^{\nu}(2k-1)^2A_{2k-1}^2+\frac{1}{p}\omega_0^2\left(m(z)+\frac{M}{h}\right)\sum_{k=1}^{\nu}C_{2k-1}^2- \tag{10}$$
$$-2\frac{1}{p}\left(m(z)+\frac{M}{h}\right)g\frac{(n-1)}{nH}N_n\sigma_nC_1^{\frac{n}{n-1}}-2\frac{1}{p}\left(m(z)+\frac{M}{h}\right)g\frac{1}{H}N_nC_1^{\frac{1}{n-1}}\sum_{k=1}^{\nu}\delta_{2k-1}C_{2k-1}\Bigg\}dz$$

где

$$\int_0^{2\pi/p} \sin^2(2k-1)ptdt = \frac{\pi}{p}; \int_0^{2\pi/p} \cos^2(2k-1)ptdt = \frac{\pi}{p}; \int_0^{2\pi/p} \sin(2i-1)pt\cdot\sin(2j-1)ptdt = 0,\ j\neq i$$

$$\int_0^{2\pi/p} \cos(2i-1)pt\cdot\cos(2j-1)ptdt = 0,\ j\neq i$$

$$\sigma_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi/p} \sin^{\frac{n}{n-1}} ptdt; \delta_{2k-1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi/p} \sin^{\frac{1}{n-1}} pt\cdot\sin(2k-1)ptdt, k=3,5,...2k-1$$

По Ритцу значения функционала (5) рассматриваются на совокупности выражений вида

$$\varphi_{2k-1}(z) = \sum_{i=1}^{\nu}\alpha_{2k-1,i}\psi_i(z),\ k=1,2,...\nu; i=1,2,...\nu \tag{11}$$

где $\alpha_{2k-1,i}$ – параметры, варьируя которые мы получаем нужный класс допустимых функций, а $\psi_i(z)$ – так называемые базисные или координатные функции специально выбираемые или задаваемые известным функции, удовлетворяющие по крайней мере геометрическим краевым условиям рассматриваемой задачи. На совокупности функции (7) и (11) соответствующий функционал обращается в функцию $\nu(\nu+1)$ неизвестных переменных $A_{2k-1}, \alpha_{2k-1,i}, (k,i=1,2,3......\nu)$

$$S(\varphi) = S(\alpha_{1,1}, \alpha_{1,2}, ..., \alpha_{2k-1,\nu}, A_1, A_3, ..., A_{2k-1})$$

и его первая вариация

$$\delta S(\varphi) = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial S}{\partial\alpha_{2k-1,i}}\delta\alpha_{2k-1,i},\ \delta S(\varphi) = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial S}{\partial A_{2k-1}}\delta A_{2k-1}$$

Найдем значения параметров $\alpha_{2k-1,i}$ и A_{2k-1} из уравнений

$$\frac{\partial S}{\partial\alpha_{2k-1,i}} = 0,\quad \frac{\partial S}{\partial A_{2k-1}} = 0,\ (k,i=1,2....\nu) \tag{12}$$

Так как функционалы, соответствующие дифференциальным уравнениям малых колебаний упругих конструкции, являются квадратичными относительно $\psi_i(z)$, то уравнения (12) линейны относительно $\alpha_1, \alpha_2, ...\alpha_\nu$, нелинейны относительно $A_1, A_3, ..., A_{2k-1}$. Они имеют вид аналогичный уравнениям малых колебаний систем с конечным числом степеней свободы. Из системы (12), мы получим уравнение, из которого найдутся приближенные значения $\alpha_1, \alpha_2, ...\alpha_\nu$ и $A_1, A_3, ..., A_{2k-1}$.

Для определения параметров $\alpha_1, \alpha_2, ...\alpha_\nu$ и $A_1, A_3, ..., A_{2k-1}$, подставив минимизирующую форму (7) в (8), в S и получи

$$\begin{aligned}
&S(\alpha_{1,1}, \alpha_{1,2}, \alpha_{1,3}, ..., \alpha_{1,\nu}, \alpha_{3,1}, \alpha_{5,1}, \alpha_{7,1}, ..., \alpha_{2k-1,1}, A_1, A_3, A_5, ..., A_{2k-1}) = \\
&= \frac{\pi}{2p}\left\{\sum_{k=1}^{\nu}(2k-1)^2p^2\left(\sum_{i,j=1}^{\nu}T_{ij}\alpha_{2k-1,i}\alpha_{2k-1,j} - 2A_{2k-1}\sum_{i=1}^{\nu}E_i\alpha_{2k-1,i}\right) - E\sum_{k=1}^{\nu}\sum_{i=1}^{\nu}U_{ij}\alpha_{2k-1,i}\alpha_{2k-1,j} + \right. \\
&+ g\sum_{k=1}^{\nu}\sum_{i=1}^{\nu}K_{ij}\alpha_{2k-1,i}\alpha_{2k-1,j} + (M_z+M)\left[\sum_{k=1}^{\nu}\left[(2k-1)^2p^2A_{2k-1}^2 + \omega_0^2C_{2k-1}^2\right] - 2\omega_0^2\frac{(n-1)}{n}N_n\sigma_nC_1^{\frac{n}{n-1}} - \right. \\
&\left.\left. -2\omega_0^2N_nC_1^{\frac{1}{n-1}}\sum_{k=3}^{\nu}\delta_{2k-1}C_{2k-1}\right]\right\}
\end{aligned} \tag{13}$$

где

$$T_{ik}=\int_0^h m(z)\psi_i\psi_k dz,\ U_{ik}=\int_0^h I(z)\psi_i''\psi_k''dz,\ \ K_{ik}=\int_0^h m(z)\psi_i'\psi_k'dz,\ \ E_i=\int_0^h m(z)\psi_i dz\,,$$

$$M_z=\int_0^h m(z)dz\ ,\ \omega_0^2=\frac{g}{H} \tag{14}$$

Уравнения (12) будут иметь вид

$$\sum_{i=1}^{\nu}\left[(2k-1)^2p^2T_{ji}-EU_{ji}+gK_{ji}\right]\alpha_{2k-1,i}=(2k-1)^2p^2E_jA_{2k-1}$$

$$\left[p^2+\omega_0^2\right]A_1=\omega_0^2Q+\omega_0^2N_n\sigma_n(A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}}\left[1+\frac{1}{(n-1)\sigma_n(A_1-Q)}\sum_{k=3}^{\nu}\delta_{2k-1}A_{2k-1}\right]+\frac{p^2}{M_z+M}\sum_i^{\nu}E_i\alpha_{1,i}$$

$$A_{2k-1}=\frac{\delta_{2k-1}}{(2k-1)^2p^2+\omega_0^2}\omega_0^2N_n(A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}}+\frac{1}{(M_z+M)}\frac{(2k-1)^2p^2}{\left[(2k-1)^2p^2+\omega_0^2\right]}\sum_{i=1}^{\nu}E_i\alpha_{2k-1,i} \tag{15}$$

$$\left(k,i,j=1,2,3...,\nu\right)$$

При условии $M_z \ll M$ (масса M_z упругой конструкции переменного сечения много раз меньше от массы M оснований), уравнения (15) примет вид

$$\sum_{i=1}^{\nu}\left[(2k-1)^2p^2T_{ji}-EU_{ji}+gK_{ji}\right]\alpha_{2k-1,i}=(2k-1)^2p^2E_jA_{2k-1}$$

$$\left[p^2+\omega_0^2\right]A_1=\omega_0^2Q+\omega_0^2N_n\sigma_n(A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}}\left[1+\frac{1}{(n-1)\sigma_n(A_1-Q)}\sum_{k=3}^{\nu}\delta_{2k-1}A_{2k-1}\right]$$

$$A_{2k-1}=\frac{\delta_{2k-1}}{(2k-1)^2p^2+\omega_0^2}\omega_0^2N_n(A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}} \tag{16}$$

$$\left(k,i,j=1,2,3...,\nu\right)$$

Ограничимся тремя членам ($k,i,j=1,2,3$) и напишем системы уравнения (15) относительно $\alpha_{1,1},\alpha_{1,2},\alpha_{1,3},\alpha_{3,1},\alpha_{3,2},\alpha_{3,3},\alpha_{5,1},\alpha_{5,2},\alpha_{5,3},A_1,A_3,A_5$

$$\begin{aligned}
&\left(p^2T_{11}-EU_{11}+gK_{11}\right)\alpha_{1,1}+\left(p^2T_{12}-EU_{12}+gK_{12}\right)\alpha_{1,2}+\left(p^2T_{13}-EU_{13}+gK_{13}\right)\alpha_{1,3}=p^2E_1A_1\\
&\left(p^2T_{21}-EU_{21}+gK_{21}\right)\alpha_{1,1}+\left(p^2T_{22}-EU_{22}+gK_{22}\right)\alpha_{1,2}+\left(p^2T_{23}-EU_{23}+gK_{23}\right)\alpha_{1,3}=p^2E_2A_1\\
&\left(p^2T_{31}-EU_{31}+gK_{31}\right)\alpha_{1,1}+\left(p^2T_{32}-EU_{32}+gK_{32}\right)\alpha_{1,2}+\left(p^2T_{33}-EU_{33}+gK_{33}\right)\alpha_{1,3}=p^2E_3A_1
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
&\left(9p^2T_{11}-EU_{11}+gK_{11}\right)\alpha_{3,1}+\left(9p^2T_{12}-EU_{12}+gK_{12}\right)\alpha_{3,2}+\left(9p^2T_{13}-EU_{13}+gK_{13}\right)\alpha_{3,3}=9p^2E_1A_3\\
&\left(9p^2T_{21}-EU_{21}+gK_{21}\right)\alpha_{3,1}+\left(9p^2T_{22}-EU_{22}+gK_{22}\right)\alpha_{3,2}+\left(9p^2T_{23}-EU_{23}+gK_{23}\right)\alpha_{3,3}=9p^2E_2A_3\\
&\left(9p^2T_{31}-EU_{31}+gK_{31}\right)\alpha_{3,1}+\left(9p^2T_{32}-EU_{32}+gK_{32}\right)\alpha_{3,2}+\left(9p^2T_{33}-EU_{33}+gK_{33}\right)\alpha_{3,3}=9p^2E_3A_3
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
&\left(25p^2T_{11}-EU_{11}+gK_{11}\right)\alpha_{5,1}+\left(25p^2T_{12}-EU_{12}+gK_{12}\right)\alpha_{5,2}+\left(25p^2T_{13}-EU_{13}+gK_{13}\right)\alpha_{5,3}=25p^2E_1A_5\\
&\left(25p^2T_{21}-EU_{21}+gK_{21}\right)\alpha_{5,1}+\left(25p^2T_{22}-EU_{22}+gK_{22}\right)\alpha_{5,2}+\left(25p^2T_{23}-EU_{23}+gK_{23}\right)\alpha_{5,3}=25p^2E_2A_5\\
&\left(25p^2T_{31}-EU_{31}+gK_{31}\right)\alpha_{5,1}+\left(25p^2T_{32}-EU_{32}+gK_{32}\right)\alpha_{5,2}+\left(25p^2T_{33}-EU_{33}+gK_{33}\right)\alpha_{5,3}=25p^2E_3A_5
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\left[p^2+\omega_0^2\right]A_1=\omega_0^2Q+\omega_0^2N_n\sigma_n(A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}}\left[1+\frac{1}{(n-1)\sigma_n(A_1-Q)}(\delta_3A_3+\delta_5A_5)\right] \tag{20}$$

$$A_3=\frac{\delta_3}{9p^2+\omega_0^2}\omega_0^2N_n(A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}} \tag{21}$$

$$A_5 = \frac{\delta_5}{(25p^2+\omega_0^2}\omega_0^2 N_n (A_1 - Q)^{\frac{1}{n-1}} \tag{22}$$

(17-22) является система уравнение определяющее параметров $\alpha_{1,1}, \alpha_{1,2}, \alpha_{1,3}, \alpha_{3,1}, \alpha_{3,2}, \alpha_{3,3}, \alpha_{5,1}, \alpha_{5,2}, \alpha_{5,3}, A_1, A_3, A_5$.

Решение систем алгебраических уравнения (17-19) имеет вид:

$$\alpha_{1,1} = \frac{\Delta_{1,1}}{\Delta_1} p^2 A_1, \alpha_{1,2} = \frac{\Delta_{1,2}}{\Delta_1} p^2 A_1, \alpha_{1,3} = \frac{\Delta_{1,3}}{\Delta_1} p^2 A_1$$
$$\alpha_{3,1} = \frac{\Delta_{3,1}}{\Delta_3} 9p^2 A_3, \alpha_{3,2} = \frac{\Delta_{3,2}}{\Delta_3} 9p^2 A_3, \alpha_{3,3} = \frac{\Delta_{3,3}}{\Delta_3} 9p^2 A_3 \tag{23}$$
$$\alpha_{5,1} = \frac{\Delta_{5,1}}{\Delta_5} 25p^2 A_5, \alpha_{5,2} = \frac{\Delta_{5,2}}{\Delta_5} 25p^2 A_5, \alpha_{5,3} = \frac{\Delta_{5,3}}{\Delta_5} 25p^2 A_5$$

где

$$\Delta_1 = \begin{Vmatrix} \left(p^2T_{11} - EU_{11} + gK_{11}\right)\left(p^2T_{12} - EU_{12} + gK_{12}\right)\left(p^2T_{13} - EU_{13} + gK_{13}\right) \\ \left(p^2T_{21} - EU_{21} + gK_{21}\right)\left(p^2T_{22} - EU_{22} + gK_{22}\right)\left(p^2T_{23} - EU_{23} + gK_{23}\right) \\ \left(p^2T_{31} - EU_{31} + gK_{31}\right)\left(p^2T_{32} - EU_{32} + gK_{32}\right)\left(p^2T_{33} - EU_{33} + gK_{33}\right) \end{Vmatrix}$$

$$\Delta_{1,1} = \begin{Vmatrix} E_1\left(p^2T_{12} - EU_{12} + gK_{12}\right)\left(p^2T_{13} - EU_{13} + gK_{13}\right) \\ E_2\left(p^2T_{22} - EU_{22} + gK_{22}\right)\left(p^2T_{23} - EU_{23} + gK_{23}\right) \\ E_3\left(p^2T_{32} - EU_{32} + gK_{32}\right)\left(p^2T_{33} - EU_{33} + gK_{33}\right) \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{1,2} = \begin{Vmatrix} \left(p^2T_{11} - EU_{11} + gK_{11}\right)E_1\left(p^2T_{13} - EU_{13} + gK_{13}\right) \\ \left(p^2T_{21} - EU_{21} + gK_{21}\right)E_2\left(p^2T_{23} - EU_{23} + gK_{23}\right) \\ \left(p^2T_{31} - EU_{31} + gK_{31}\right)E_3\left(p^2T_{33} - EU_{33} + gK_{33}\right) \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{1,3} = \begin{Vmatrix} \left(p^2T_{11} - EU_{11} + gK_{11}\right)\left(p^2T_{12} - EU_{12} + gK_{12}\right)E_1 \\ \left(p^2T_{21} - EU_{21} + gK_{21}\right)\left(p^2T_{22} - EU_{22} + gK_{22}\right)E_2 \\ \left(p^2T_{31} - EU_{31} + gK_{31}\right)\left(p^2T_{32} - EU_{32} + gK_{32}\right)E_3 \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \begin{Vmatrix} \left(9p^2T_{11} - EU_{11} + gK_{11}\right)\left(9p^2T_{12} - EU_{12} + gK_{12}\right)\left(9p^2T_{13} - EU_{13} + gK_{13}\right) \\ \left(9p^2T_{21} - EU_{21} + gK_{21}\right)\left(9p^2T_{22} - EU_{22} + gK_{22}\right)\left(9p^2T_{23} - EU_{23} + gK_{23}\right) \\ \left(9p^2T_{31} - EU_{31} + gK_{31}\right)\left(9p^2T_{32} - EU_{32} + gK_{32}\right)\left(9p^2T_{33} - EU_{33} + gK_{33}\right) \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{3,1} = \begin{Vmatrix} E_1\left(9p^2T_{12} - EU_{12} + gK_{12}\right)\left(9p^2T_{13} - EU_{13} + gK_{13}\right) \\ E_2\left(9p^2T_{22} - EU_{22} + gK_{22}\right)\left(9p^2T_{23} - EU_{23} + gK_{23}\right) \\ E_3\left(9p^2T_{32} - EU_{32} + gK_{32}\right)\left(9p^2T_{33} - EU_{33} + gK_{33}\right) \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{3,2}=\begin{Vmatrix}\left(9p^2T_{11}-EU_{11}+gK_{11}\right)E_1\left(9p^2T_{13}-EU_{13}+gK_{13}\right)\\ \left(9p^2T_{21}-EU_{21}+gK_{21}\right)E_2\left(9p^2T_{23}-EU_{23}+gK_{23}\right)\\ \left(9p^2T_{31}-EU_{31}+gK_{31}\right)E_3\left(9p^2T_{33}-EU_{33}+gK_{33}\right)\end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{3,3}=\begin{Vmatrix}\left(9p^2T_{11}-EU_{11}+gK_{11}\right)\left(9p^2T_{12}-EU_{12}+gK_{12}\right)E_1\\ \left(9p^2T_{21}-EU_{21}+gK_{21}\right)\left(9p^2T_{22}-EU_{22}+gK_{22}\right)E_2\\ \left(9p^2T_{31}-EU_{31}+gK_{31}\right)\left(9p^2T_{32}-EU_{32}+gK_{32}\right)E_3\end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{5}=\begin{Vmatrix}\left(25p^2T_{11}-EU_{11}+gK_{11}\right)\left(25p^2T_{12}-EU_{12}+gK_{12}\right)\left(25p^2T_{13}-EU_{13}+gK_{13}\right)\\ \left(25p^2T_{21}-EU_{21}+gK_{21}\right)\left(25p^2T_{22}-EU_{22}+gK_{22}\right)\left(25p^2T_{23}-EU_{23}+gK_{23}\right)\\ \left(25p^2T_{31}-EU_{31}+gK_{31}\right)\left(25p^2T_{32}-EU_{32}+gK_{32}\right)\left(25p^2T_{33}-EU_{33}+gK_{33}\right)\end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{5,1}=\begin{Vmatrix}E_1\left(25p^2T_{12}-EU_{12}+gK_{12}\right)\left(25p^2T_{13}-EU_{13}+gK_{13}\right)\\ E_2\left(25p^2T_{22}-EU_{22}+gK_{22}\right)\left(25p^2T_{23}-EU_{23}+gK_{23}\right)\\ E_3\left(25p^2T_{32}-EU_{32}+gK_{32}\right)\left(25p^2T_{33}-EU_{33}+gK_{33}\right)\end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{5,2}=\begin{Vmatrix}\left(25p^2T_{11}-EU_{11}+gK_{11}\right)E_1\left(25p^2T_{13}-EU_{13}+gK_{13}\right)\\ \left(25p^2T_{21}-EU_{21}+gK_{21}\right)E_2\left(25p^2T_{23}-EU_{23}+gK_{23}\right)\\ \left(25p^2T_{31}-EU_{31}+gK_{31}\right)E_3\left(25p^2T_{33}-EU_{33}+gK_{33}\right)\end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{5,3}=\begin{Vmatrix}\left(25p^2T_{11}-EU_{11}+gK_{11}\right)\left(25p^2T_{12}-EU_{12}+gK_{12}\right)E_1\\ \left(25p^2T_{21}-EU_{21}+gK_{21}\right)\left(25p^2T_{22}-EU_{22}+gK_{22}\right)E_2\\ \left(25p^2T_{31}-EU_{31}+gK_{31}\right)\left(25p^2T_{32}-EU_{32}+gK_{32}\right)E_3\end{Vmatrix}$$

Краевые условия при

$$z=0 \qquad \varphi''(0)=0, \quad \varphi'''(0)=0$$

при

$$z=l \qquad \varphi(h)=0, \quad \varphi'(h)=0 \tag{24}$$

4. Результаты и обсуждение

Базисные функции, удовлетворяющие геометрические условия (24), имеют вид

$$\psi_1(z)=\left(1-\frac{z}{h}\right)^2, \quad \psi_2(z)=\left(1-\frac{z}{h}\right)^2\frac{z}{h}, \quad \psi_3(z)=\left(1-\frac{z}{h}\right)^2\frac{z^2}{h^2}. \tag{25}$$

Минимизирующая форма, составленная из таких функций, будет иметь вид

$$\begin{gathered}\varphi_1(z)=(\alpha_{1,1}\psi_1+\alpha_{1,2}\psi_2+\alpha_{1,3}\psi_3),\varphi_3(z)=(\alpha_{3,1}\psi_1+\alpha_{3,2}\psi_2+\alpha_{3,3}\psi_3),\\ \varphi_5(z)=(\alpha_{5,1}\psi_1+\alpha_{5,2}\psi_2+\alpha_{5,3}\psi_3)\end{gathered} \tag{26}$$

Величины T_{ij},U_{ij},K_{ij} и E_i определяются по формулам (14).

Для первого приближения полагая, что $A_1\neq 0, A_3=0, A_5=0$ преобразуем уравнений (20) и (26) к виду

$$\left[p^2+\omega_0^2\right]A_1=\omega_0^2Q+\omega_0^2N_n\sigma_n(A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}} \tag{27}$$

$$\varphi_1(z)=\left(\frac{\Delta_{1,1}}{\Delta_1}+\frac{\Delta_{1,2}}{\Delta_1}\frac{z}{h}+\frac{\Delta_{1,3}}{\Delta_1}\frac{z^2}{h^2}\right)\left(1-\frac{z}{h}\right)^2 p^2 A_1 \tag{28}$$

$$u_1(z,t)=\left(\frac{\Delta_{1,1}}{\Delta_1}+\frac{\Delta_{1,2}}{\Delta_1}\frac{z}{h}+\frac{\Delta_{1,3}}{\Delta_1}\frac{z^2}{h^2}\right)\left(1-\frac{z}{h}\right)^2 p^2 A_1 \sin pt \tag{29}$$

Для определение более точных решения предполагаем, что $A_1 \neq 0, A_3 \neq 0, A_5 = 0$

$$\left[p^2+\omega_0^2\right]A_1=\omega_0^2 Q+\omega_0^2 N_n \sigma_n (A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}}\left[1+\frac{1}{(n-1)\sigma_n (A_1-Q)}(\delta_3 A_3)\right] \tag{30}$$

$$A_3=\frac{\delta_3}{9p^2+\omega_0^2}\omega_0^2 N_n (A_1-Q)^{\frac{1}{n-1}} \tag{31}$$

$$\varphi_3(z)=\left(\frac{\Delta_{3,1}}{\Delta_3}+\frac{\Delta_{3,2}}{\Delta_3}\frac{z}{h}+\frac{\Delta_{3,3}}{\Delta_3}\frac{z^2}{h^2}\right)\left(1-\frac{z}{h}\right)^2 9p^2 A_3 \tag{32}$$

$$u_1(z,t)=\left(\frac{\Delta_{1,1}}{\Delta_1}+\frac{\Delta_{1,2}}{\Delta_1}\frac{z}{h}+\frac{\Delta_{1,3}}{\Delta_1}\frac{z^2}{h^2}\right)\left(1-\frac{z}{h}\right)^2 p^2 A_1 \sin pt+\left(\frac{\Delta_{3,1}}{\Delta_3}+\frac{\Delta_{3,2}}{\Delta_3}\frac{z}{h}+\frac{\Delta_{3,3}}{\Delta_3}\frac{z^2}{h^2}\right)\left(1-\frac{z}{h}\right)^2 9p^2 A_3 \sin 3pt \tag{33}$$

При следующих значениях параметров системы $a=10м, b=10м, \mathrm{h}=60м$,

$$E=21.6\cdot 10^{10}\,\frac{н}{м^2},\ \rho=7.7\cdot 10^3\,\frac{кг.}{м^3},$$

Проведен расчет для построение резонансных кривых и амплитудные характеристики для колебательного движения стержнеобразной, клинообразной, пирамидаобразной и конусообразной упругой конструкции по формуле (27) - (32).

Момент инерции поперечного сечения и масса единицы длины стержнеобразной, клинообразной, пирамидаобразной и конусообразной упругой конструкции определяется формулой соответственно

$$J_c=\frac{ba^3}{12},\ m_c=\rho ab\,;\ J_{кл}(z)=\frac{ba^3}{12}\frac{z^3}{h^3},m_{кл}(z)=\frac{\rho ba}{2}\frac{z}{h}\,;\ J_n(z)=\frac{ba^3}{12}\frac{z^4}{h^4},m_n(z)=\frac{\rho ab}{3}\frac{z^2}{h^2}\,;$$

$$J_{кон}(z)=\frac{\pi R^4}{4}\frac{z^4}{h^4},m_{кон}(z)=\frac{\pi\rho R^2}{3}\frac{z^2}{h^2}$$

Резонансные кривые и формы упругих конструкций переменного сечения с тежелым основанием (т.е. при условий $M \gg M_z$) показано в рисунке 3-8.

На рисунке 3 показаны резонансные кривые для колебательного движение оснований клинообразной упругой конструкции. На этом рисунке линия 1-построена на оснований первого приближения, а кривая 2- второго прилижения. Близость кривых дает представление о быстроте сходимости итерационных процесов. Резонансные кривые клинообразной упругой конструкций при $z=20$ показано на рисунке 4. На рисунке 5-6 показоно резонансные кривые упругой конструкций переменного сечения имеющих различных формы.

В этом рисунке линия 1- построена для клинообразного, линия 2- косунс образного и линия 3- пирамидаобразного упругой конструкций соответственно. На рисунке 6 показано резонансные кривые для стерженообразной конструкций. Из графиков (рисунки 5-6) видно, что амплитуды пирамида образной упругой конструкции много раз меньше амплитуды клиновидной и конусовидной упругой конструкции.

Формы колебаний упругой конструкций переменного сечения приведена на рисунках 7-8. Линия 1 на рисунке 7 построена на основания первого приближения, линия 2 – второго приближения.

5. Вывод

Разработана аналитическая методика исследования стационарного режима вынужденных колебаний упругой конструкции с переменными сечениями на опорах качения со спрямленными поверхностями. Колебательного движения упругой конструкции с переменными сечениями исследованы по вариационному методу Ритца. Решения уравнения движения представлены в виде разложения в ряд по фундаментальным функциям.

Исследованы колебательные движения упругой конструкции с переменными сечениями на опорах качения со спрямленными поверхностями при гармоническом горизонтальном возмущении.

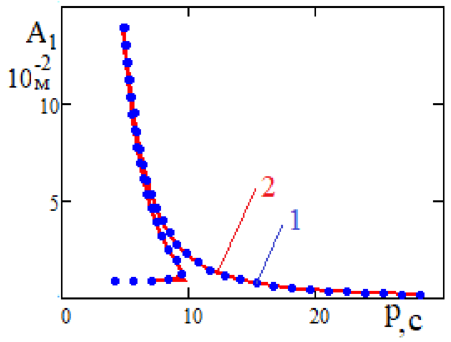


Рисунок 3. Резонансная кривая оснований клинообразной упругой конструкции

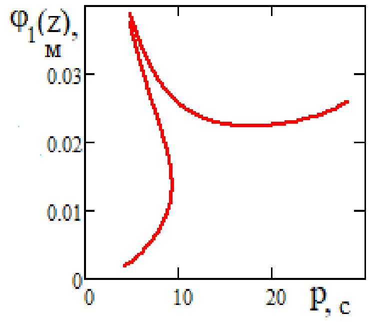


Рисунок 4. Резонансная кривая клинообразной упругой конструкции

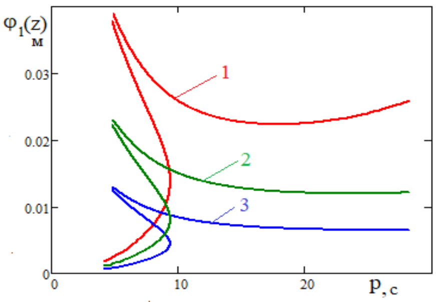


Рисунок 5. Резонансная кривая для различных формы упругой конструкции переменного сечения

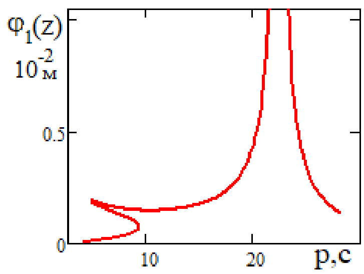


Рисунок 6. Резонансная кривая стержнеобразной упругой конструкции

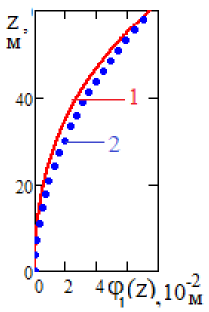


Рисунок 7. I форма колебаний

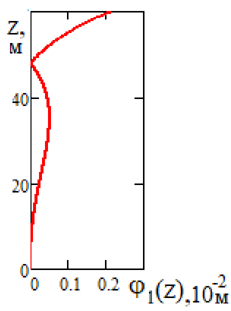


Рисунок 8. II форма колебаний

В результате проведенных исследований установлено: при изгибных колебаний упругой конструкции с переменными сечениями наблюдается явление резонанс; в зависимости от значений коэффициента упругости, в зоне резонансных частот оснований появляются резонансные колебания нескольких форм упругой конструкции.

Установлено, что при условий $M_z \ll M$ (масса M_z упругой конструкции переменного сечения много раз меньше от массы M оснований), собственные частоты упругой конструкции переменного сечения (клинообразной, пирамида образной и конусообразной упругой конструкции) находится вне, а стержнеобразной упругой конструкции в резонансной зоне колебательного движения основания. Горизонтальное смещение пирамидавидной упругой конструкции много раз меньше смешений от других видов упругой конструкции переменного сечения.

Список использованной литературы:

1 Зелинский Г.А., Шевляков Ю.А. Сейсмоизоляция зданий // Основания, фундаменты и механика грунтов. - 1976. - №4. - С.19-21.

2 Бисембаев К. О колебаниях тела качения с учетом образования конечной площадки опирания вследствие необратимой деформации во времени // Механические колебания и устойчивость / - Киев: Деп. в УкрНИИНТИ 29.06.87, 1987. - УК87. – №1757. - С.33 -40.

3 Бисембаев К. Колебания тела на опорах со спрямленными поверхностями // Изв. АН КазССР. Серия физ.-мат. наук. – Алматы,1988. - №3(142) - С.65-69

4 Conway H.D., Dubil J.F. Vibration frequencies of truncated wedge and cone beam // Journal of Applied Mechanics. – 1965. - V. 32. - № 4. - P. 932- 935.

5 Goel R.P. Transverse vibration of tapered beams // Journal of Sound and Vibration. – 1976. - V. 47. - № 1. - P. 1-7.

6 Sanger D.J. Transverse vibration of a class of non-uniform beams // Journal of Mechanical Engineering Science. - 1968. - V. 16. - P. 111-120.

7 Rosa M.A. De, Auciello N.M. Free vibrations of tapered beams with flexible ends //computers & Structures. - 1996. - V. 60. - № 2. - P. 197-202.

8 Naguleswaran S. Vibration in the two principal planes of a nonuniform beam of rectangular cross-section, one side of which varies as the square root of the axial co-ordinate // Journal of Sound and Vibration. 1994. V. 172, № 3. pp. 305-319.

9 Guleswaran S. A direct solution for the transverse vibration of Euler- Bernoulli wedge and cone beams // Journal of Sound and Vibration. - 1994. - V. 172. - № 3. - P. 289-304.

10 Chaudhari T.D., Maiti S.K. Modelling of transverse vibration of beam of linearly variable depth with edge crack // Engineering Fracture Mechanics. - 1999. - V. 63. – P. 425-445.

11 Branch R.M. On the extremal fundamental frequencies of vibrating beams // Journal of Sound and Vibration. - 1968. - №. 4. - P. 667-674.

12 Olhoff N., Parbery R. Designing vibrating beams and rotating shafts for maximum difference between adjacent natural frequencies // International Journal of Solids and Structures. - 1984. - V. 20. - P. 63-75.

13 Gupta A. Vibration of tapered beams // Journal of Structural Engineering. -1985. -V. 111. -№ 1. - P. 19-36.

14 Bissembayev K., Omyrzhanova O., Sultanova K., Oscillations specific for the homogeneous rod like elastic structure on the kinematic absorber basis with rolling bearers having straightened surfaces, Mechanisms and Machine Science, 2019, 68, pp.187-195.

15 Бабаков И.М. Теория колебания. М.: «Наука» 1965г.- 560с.

МРНТИ 14.35.09
УДК 378.02:37.016

Д. Джумамухамбетов[1], А.М. Казыбеков [1]

[1-]*Атырауский государственный университет имени Х. Досмухамедова, г.Атырау, Казахстан*

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ «ARDUINO» НА УРОКАХ ФИЗИКИ

Аннотация

Объяснение различных физических законов и явлений с применением сконструированных приборов на базе «Arduino» повышает интерес учащихся к программированию, а также способствует более глубокому осмыслению принципа действия этих устройств. Показано, что использование навыков программирования в физике носит обучающий характер. Подробно описаны специальные инструменты, использующиеся в физических опытах, предоставлен принцип их работы, опирающийся на написанный программный код. Дано объяснение работы определенных приборов, представляющие комплекс из различных устройств «Arduino». Собственноручно создана программа приборов и механизмов, также было уделено достаточно времени на осмысление физических законов. Показано, что при составлении кода важно знать наизусть синтаксис используемых функций и уметь правильно составлять план действий программы, алгоритм. Изучение языка программирования приводит к улучшению логики мышления. В кодах программы, являющихся алгоритмом для физических приборов, нужно использовать физические формулы и законы. Применение технологий «Arduino» на уроках физики повышает интерес учащихся к физике, а также к конструированию приборов.

Ключевые слова: устройства, программирование, Arduino, микроконтроллер, ультразвуковой дальномер, дисплей.

Аңдатпа

Д. Джумамухамбетов [1], А.М. Казыбеков [1]

[1-]*Х. Досмухамедов атындағы Атырау мемлекеттік университеті, Атырау қ., Қазақстан*

"ARDUINO" ТЕХНОЛОГИЯЛАРЫН ФИЗИКА САБАҚТАРЫНДА ҚОЛДАНУ

“Arduino" негізінде құрастырылған аспаптарды қолдана отырып әртүрлі физикалық құбылыстар мен заңдылықтарды түсіндіру оқушылардың бағдарламалауға деген қызығушылығын арттырады, сонымен қатар осы құрылғылардың жұмыс істеу принципін одан да терең түсінуге ықпал етеді. Физикада бағдарламалау дағдыларын пайдалану оқыту сипаты болатыны көрсетілген. Физикалық тәжірибелерде пайдаланылатын егжей-тегжейлі сипатталған арнайы құралдар берілген және олардың жұмыс істеу принципі жазылған бағдарламалық кодқа негізделгені көрсетілген. "Arduino" әр түрлі құрылғылар кешені болып табылатын белгілі бір аспаптардың жұмысына түсініктеме берілген. Өз қолымен аспаптар мен механизмдердің бағдарламасы құрылды, сондай-ақ жеке заңдар ұғынуға жеткілікті уақыт аударылды. Кодын құрастырған кезде пайдаланылатын функциялар синтаксисін жатқа білу маңызды және бағдарламаның іс-қимыл жоспарын, алгоритмін дұрыс құрастырып білу керек екендігі көрсетілген. Бағдарламалау тілін оқу ойлау қабілетін жақсартуға алып келеді. Физикалық аспаптардың алгоритмі болатын бағдарламалау кодында физикалық формулалар мен заңдылықтарды пайдалану қажет. Физика сабақтарында "Arduino" технологияларын қолдану оқушылардың физикаға және аспаптар құрастыруға қызығушылығын арттырады.

Түйін сөздер: құрылғы, программалау,Arduino, микроконтроллер, ультрадыбыстық қашықты өлшегіш, дисплей.

Abstract

APPLICATION OF "ARDUINO" TECHNOLOGIES IN PHYSICS LESSONS

Dzhumamuhambetov J.[1], ·Kazybekov A.M.[1]

[1]*Kh. Dosmukhamedov Atyrau State University, Atyrau, Kazakhstan*

The explanation of various physical laws and phenomena with the use of designed Arduino-based instruments increases students 'interest in programming, as well as contributes to a deeper understanding of the principle of operation of these devices. It has been shown that the use of programming skills in physics is of a learning nature. Special tools used in physical experiments are described in detail, the principle of their operation, based on written program code, is provided. An explanation is given of the operation of certain instruments representing a complex of different "Arduino" devices. A program of instruments and mechanisms was created by hand, and sufficient time was devoted to the reflection of physical laws. It is shown that when compiling code it is important to know by heart the syntax of the functions used and to be able to correctly draw up the program action plan, algorithm. Learning the programming language leads to better thinking logic. In program codes, which are an algorithm for physical devices, it is necessary to use physical formulas and laws. The application of "Arduino" technologies in physics lessons increases students 'interest in physics as well as instrument design.

Keywords: devices, programming, Arduino, microcontroller, ultrasonic range-finder, display.

Введение

Актуальность данной темы исследования состоит в том, что конструирование приборов, находящих свое применение во время объяснения различных физических законов и явлений, не только повышает интерес учеников к программированию, но и способствует более глубокому осмысливанию принципа действия этих устройств. Программа под названием «Arduino» представляет собой приложение, позволяющее написать и компилировать код, который в свою очередь используется для программирования построенных устройств. Понятие «Arduino» не ограничивается лишь языком программирования, как например довольно широко использующийся «С++», и подразумевает под собой целую торговую марку, так как в мире выпускается много различных элементов, являющихся неотъемлемой частью при сборке механизмов [1]. Так называемым «стержнем» любых систем автоматики и робототехники в среде «Arduino» можно привести *печатную плату* (рис. 1) [2].

Печатная плата подключается к компьютеру через USB кабель, что необходимо для загрузки написанного кода и дальнейшего назначения функций тому или иному собранному объекту. Питание механизма осуществляется за счет вышеупомянутого подключения к компьютеру или батареи. Отверстия на плате называются *выводами* (англ. - pin). Всего существует два вида: *аналоговые* и *цифровые*. Цифровые выводы используются в целях подключения тех устройств, параметры которых являются цифровыми значениями.

В информатике таких значений всего два – «1» и «0». Соответственно, «1» означает, что прибор включен и напряжение действительно, а «0» дает информацию о том, что напряжения нет и прибор выключен. При написании программы используют слова «*HIGH*» (рус. -высокий) для «1» и «*LOW*» (рус. - низкий) для «0». В отличие от цифровых, аналоговые выводы предназначены для считывания данных с широким диапазоном. То есть, при выполнении этой функции пользователь получает не два обобщенных значения, как «1» или «0», а практически целое множество всевозможных значений, например, температуры, зависящих от предмета назначения датчика. Существуют также и *специальные выводы*. Самые главные из них: выводы «*5v*» и «GND» (GROUND). Вывод «5v» используется в качестве дополнительного источника напряжения, равного 5 вольтам. Вывод «GND» означает заземление, что говорит об его применении в целях снижения уровня напряжения и замыкания электрической цепи [3].

Программа «Arduino» предоставляет большое количество разных функций, необходимых для настройки тех или иных механизмов. Для непосредственного программирования аппаратов была создана специальная программная оболочка – *IDE* (Интегрированная среда разработки) [1].

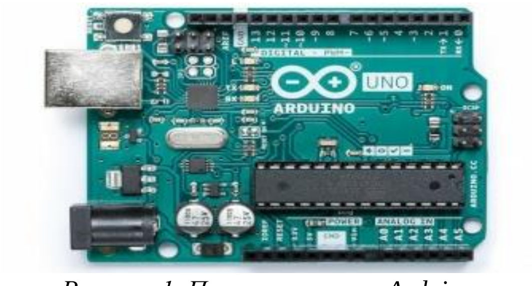


Рисунок 1. Печатная плата Arduino

Функция под названием *«voidsetup()»* нужна для инициализации системы. Благодаря ей, пользователь способен задать такие команды, которые выполняются платой, а точнее *микроконтроллером*, всего лишь один раз в момент загрузки кода в платформу. Прямо противоположная ей по свойствам функция «*voidloop()*» необходима для выполнения команд бесконечное количество раз. То есть, когда плата считает все команды, написанные в этом блоке, она вернется в самое начало и продолжит совершать их заново. Эти две функции являются фундаментальными и ни один код без них не обходится [4].

Цель данного исследования – подробно описать устройства, которые применяются для показательной части объяснения физических законов и экспериментов. От обычных они отличаются как внешними, так и внутренними характеристиками и по сути представляют примеры автоматики, полностью собранных из деталей «Arduino».

Таким образом, исследование не только носит обучающий и ознакомительный характер, но и демонстрирует использование навыков программирования в школьном курсе физики средней школы.

Исследовательская часть

Дальномер (рис.2) – устройство, с помощью которого определяют расстояние до интересующего объекта. Метод нахождения дистанции сравнительно прост (рис.3): посылая звуковой или световой сигнал, испытатель в состоянии узнать расстояние, путем умножения времени, затраченного сигналом на преодоление промежутка и его обратное возвращение, на скорость звука или света [5].

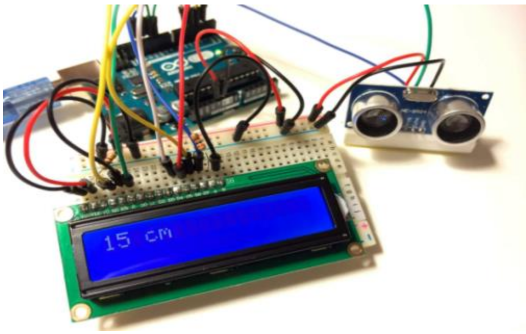


Рисунок 2. Дальномер

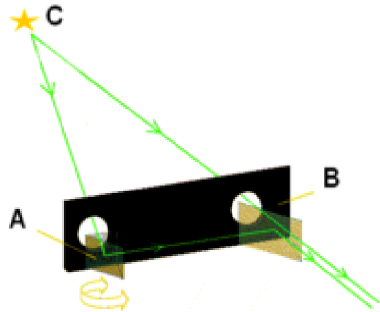


Рисунок 3. Схема оптического дальномера.
С - объект, А и В – объективы дальномера

Для этого устройства был использован специфический прибор – *ультразвуковой датчик измерения расстояния*, или же *ультразвуковой дальномер* (На изображении справа). Принцип его работы практически не отличается от других, свойственных обыкновенным дальномерам. В самом начале прибор посылает ультразвуковой сигнал и начинает отсчет времени, заканчивая процесс после получения отраженного звука от объекта, то есть эха. Как можно догадаться, расстояние составляется схожим методом.

Датчик оснащен 4 электрическими контактами (Рис. 4): контактом заземления, контактом для подачи сигнала – «*Trig*», для его получения - «*Echo*», контактом для подключения напряжения. Также есть две встроенные колонки, которые как раз и питаются электричеством за счет контактов «Trig» и «Echo». Так, колонка, находящаяся со стороны выхода «Trig», излучает сигнал, а противоположная, то есть со стороны «Echo», наоборот, принимает его (рис.3). Стоит отметить, что некая погрешность в результатах все же существует, так как датчик не в состоянии изменить метод вычисления, опираясь на скорость распространения звука в определенной среде, и поэтому прибегает к усредненным значениям [6].

Чтобы выводить расстояние, не прибегая к помощи монитора компьютера, было использовано еще одно специальное устройство – *жидкокристаллический дисплей* (на изображении внизу). Этот прибор обладает 16 контактами, из-за такого большого количества была использована *макетная плата* (рис.4**)**.

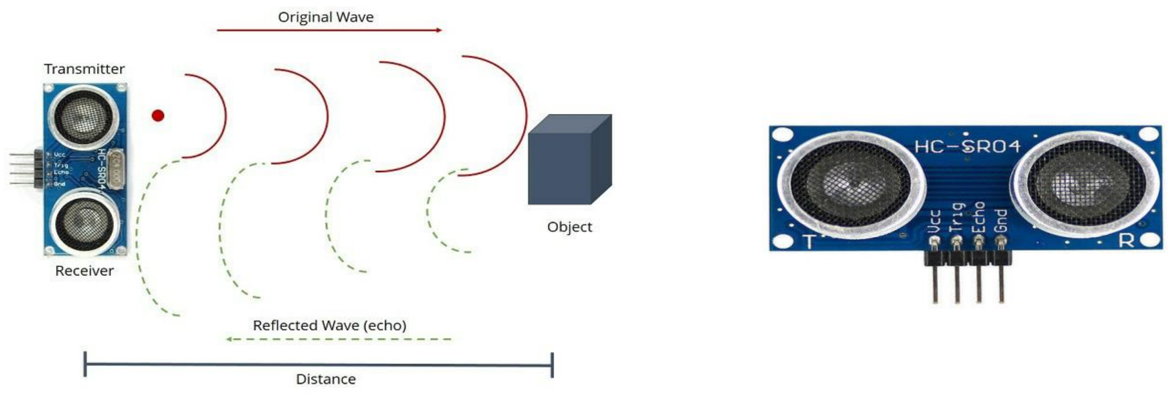


Рисунок 4. Принцип работы датчика и его внешний вид

Она используется для создания электрических цепей, посредством соединения отдельных объектов и резисторов проводами [7]. Существуют две секции, маркированные 5 буквами и числами от 1 до 30. Каждое число отвечает за ряд, состоящий из 5 выводов, которые, в свою очередь, являются связанными между собой.

Это значит, что ток будет беспрепятственно протекать от одного вывода к другому. Таким образом, для построения цепи нужно убедиться, что провода подключены к одним и тем же рядам. Существуют также специальные ряды выводов, обозначенные знаками «+» и «–». Красная и синяя полосы указывают на их длину – такие ряды преимущественно содержат в себе целых 25 выводов и в то же время также дают возможность соединения элементов цепи при недостаточности длины проводов.

Почти всегда эти ряды на макетной плате используются для дополнительного напряжения и заземления цепи (рис.5) [8]. Во многих случаях электрические цепи содержат в себе *резисторы* (рис.6) для поддержания безопасного уровня напряжения.

Каждый тип имеет определенную расцветку, которая отвечает за способности этого типа к сопротивлению. Элементы «Arduino», о которых говорилось ранее, почти всегда находят свое применение во время создания устройств [9]. То есть, при необходимости использования приборов разного назначения, как, например, ранее упомянутого жидкокристаллического дисплея, резисторы и макетная плата пригодятся в любом случае.

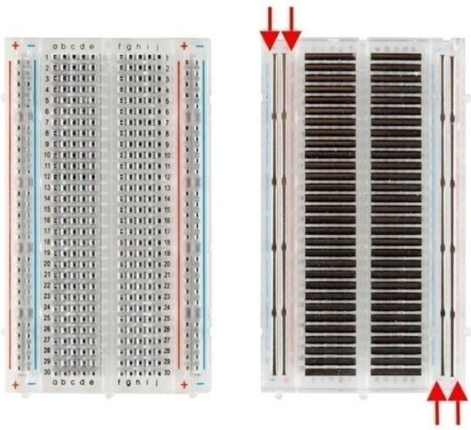


Рисунок 5. Макетная плата. Вид сверху и вид снизу

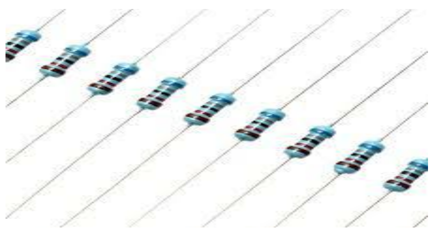


Рисунок 6. Резисторы

Жидкокристаллический дисплей (рис.7)– небольшой прибор, обладающий экраном, способным к отображению различных символов, чисел и букв. Как и в случае с ультразвуковым дальномером, потребуется подключение к дополнительному напряжению (5V) и выводу заземления. Одновременно с этим дисплей необходимо подсоединить к цифровым выводам.

Это делается из-за того, что в случае с дисплеем необходимость получения различных данных отсутствует.

Рисунок 7. Жидкокристаллический дисплей

Для работы устройства достаточно задать параметры необходимого отображения информации, принимаемой от ультразвукового дальномера (рис.8).

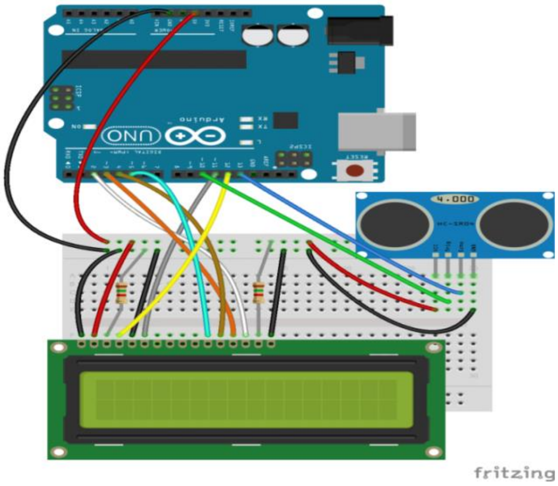


Рисунок 8. Схема ультразвукового дальномера

Дисплей содержит 2 ряда с 16 ячейками в каждом. После обрабатывания и считывания написанной программы, на экране будет отображаться постоянный текст, уточняющий вид информации, например, «Расстояние:», после которого следует некая переменная информация, изменяющаяся в зависимости работы дальномера. Соответственно, первая часть текста является *вводимой (input)* информацией и представляет собой настройку пользователя, а вторая непостоянная информация является *выводимой* информацией (*output*) – данными, которые пользователь получает в итоге.

Пример кода дальномера:

```
#include<LiquidCrystal.h>
#definetrigPin 10
#defineechoPin 13
LiquidCrystallcd(12, 11, 5, 4, 3, 2);
voidsetup() {
pinMode(trigPin, OUTPUT);
pinMode(echoPin, INPUT);
}
voidloop() {
floatduration, distance;
digitalWrite(trigPin, LOW);
delayMicroseconds(2);
digitalWrite(trigPin, HIGH);
delayMicroseconds(10);
digitalWrite(trigPin, LOW);
duration = pulseIn(echoPin, HIGH);
distance = (duration / 2) * 0.0344;
if (distance>= 400 || distance<= 2){
lcd.print("Out of range");
delay(500);
}
else {
lcd.print(distance);

lcd.print(" cm");
delay(500);
}
delay(500);
lcd.clear();
}
```

В программной оболочке «Arduino» иногда является нужным использования *библиотек.* Библиотеки помогают расширить функциональность кода, так как зачастую содержат в себе большое количество полезных функций. Из-за разных направленности и узкой специализации библиотеки нужно загружать из специальных сайтов.

Существует несколько видов библиотек и одна из них – библиотека для работы с жидкокристаллическим дисплеем.

Первая строка – «*#include<LiquidCrystal.h>*» – нужна для подключения библиотеки и ее дальнейшего использования программой.

Вторая и третья строки с функцией «*#define*» указывают на расположение контактов «trig» и «echo» ультразвукового относительно цифровых выводов. То есть, контакт «trig» подключен к выводу под номером 10, в то время как контакт «echo» подключен к выводу под номером 13 [10].

Четвертая строка используется для определения кодом выводов, подключенных к дисплею. Шестая и седьмая строки несут в себе цель описать принцип действия посредством функции «*pinMode*».

Как было сказано ранее, слово «output» означает выводимую информацию, в данном случае сигнал, отправляемый колонкой «trig», а слово «input» - вводимый сигнал, который после преодоления пути уже не посылается, а, наоборот, считывается дальномером. В синтаксисе языков программирования, в том числе и «Arduino», необходимо задать параметр определения применяемых чисел. Английское слово «*float*», что переводится как плавающий, в этом контексте применяется к запятой и означает десятичное число. В десятой строке подразумевается, что количество времени, потраченного сигналом на расстояние, а также это самое расстояние не обязательно будет строго целым числом и потому, не должно быть округлено программой. В одиннадцатой, тринадцатой и пятнадцатой строках функция под названием «*digitalWrite*» отвечает за подачу напряжения, равного 5 вольтам, в зависимости от параметров пользователя. Если в одиннадцатой строке «LOW» означает отказ от подачи, то в тринадцатой слово «HIGH» говорит о требовании подключения напряжения [11]. Функция «*delay*» (англ. – задержка) нужна для временной приостановки совершения команд платформой.

То есть команда – «*delayMicroseconds(2)*» – дает программе указание остановить выполнение кода на 2 микросекунды. Получается, что когда микроконтроллер будет считывать строки с 11 по 15, то сначала напряжения контакту «trig» он подавать не будет. Через 2 микросекунды микроконтроллер подаст напряжение и будет делать это следующие 10 микросекунд, а потом отключит подачу.

Слово «pulse» можно перевести как сигнал, а функция «*pulseIn(echopin, HIGH)*», расположенная в строке 16, сначала дожидается момента, когда указанный вывод («echopin») перейдет во введенное состояние «HIGH», отсчитывает время и заканчивает отсчет в момент остановки подачи напряжения к выводу «echo».

Фактически, зафиксированное время – это время работы колонки, принимающей сигнал. Поэтому такое время можно трактовать как некий промежуток времени (*duration*), за которое посланный сигнал проходит расстояние (*distance*). В семнадцатой строке число 0.0344 является постоянной скоростью, и, чтобы задать параметры нахождения дистанции до объекта, нужно разделить время на 2, в противном случае полученное расстояние будет равняться двум искомым. Функция «*if*» в строке 18 дает объяснение программе относительно действий, выполняемых при определенном условии. В данном коде указывается, что если расстояние будет больше 4 метров или же меньше 2 сантиметров (distance>= 400 || distance<= 2), то вместо значения, дисплей будет отображать слово «Outofrange» (рус. – вне диапазона).

Такая функция будет считываться при соблюдении условия, и по причине того, что эта функция сама по себе представляет некоторый алгоритм действий, этот алгоритм будет заключен в фигурные скобки, как и во многих языках программирования. Функция «*else*» (рус. - иначе) означает команду, которую необходимо выполнить в случае несовпадения условий в функции «if». Тогда, если найденное расстояние находится во множестве от 2 сантиметров до 4 метров, то дисплей выводит на экран это переменное значение, а затем единицу, сантиметр, которая задается пользователем и является постоянным текстом.

Последняя функция, «lcd.clear()», очищает экран дисплея, чтобы освободить место для дальнейших значений [12]. На рисунке 9 показан дальномер собранный своими руками.

Методическая часть

Аппробацию созданного дальномера мы использовали в 7-м и 10-м классах при объяснении темы: «Определение расстояния до объекта». Ультразвуковой датчик посылает звуковые волны и измеряет расстояние до объекта.

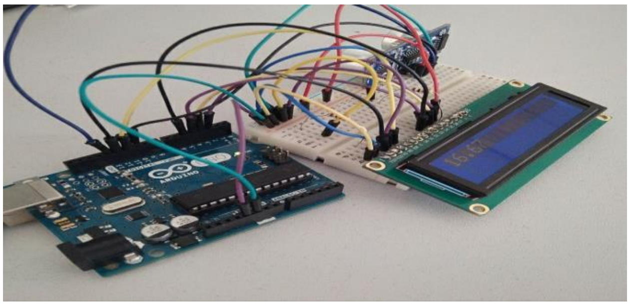
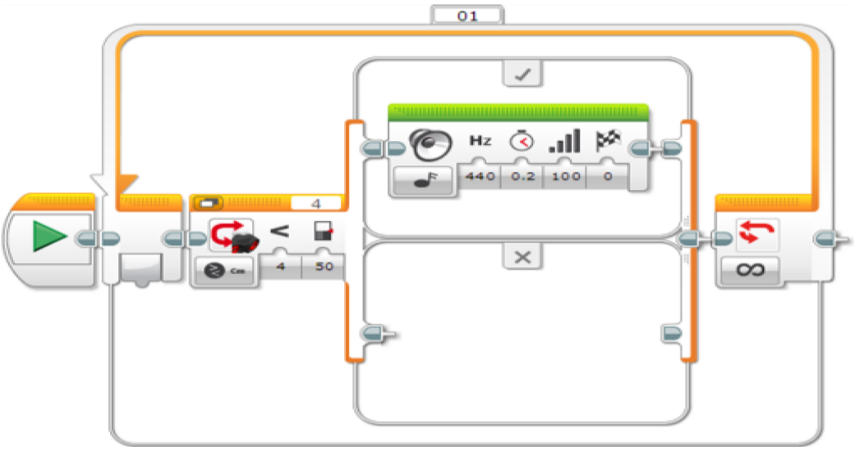


Рисунок 9. Пример собственного дальномера

Пример 1. Остановиться на определенном расстоянии перед стеной.

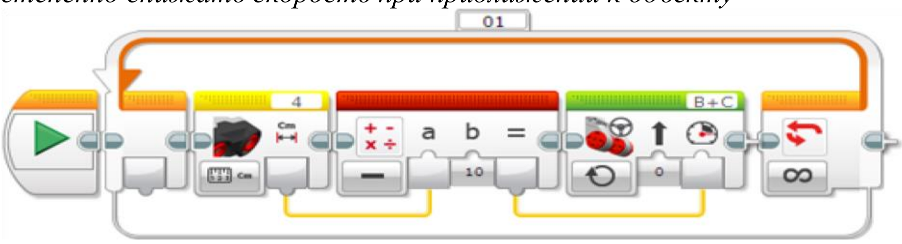
Эта программа заставляет робота перемещаться вперед до тех пор, пока ультразвуковой датчик не обнаружит что-либо на расстоянии ближе 10 дюймов, затем робот останавливается. Программа использует блок *ожидания* в режиме «Ультразвуковой датчик – Сравнение– Расстояние в дюймах» и ждет, пока расстояние обнаружения не составит менее 10 дюймов. Если ультразвуковой датчик обращен вперед, робот остановится примерно за 10 дюймов до стены.

Пример 2. Подать сигнал тревоги, когда поблизости обнаружен объект.



Эта программа заставляет робота подавать сигнал всякий раз, когда ультразвуковой датчик обнаруживает объект на расстоянии ближе 50 сантиметров. Программа использует блок *«Если ... то»* в режиме «Ультразвуковой датчик – Сравнение – Расстояние в сантиметрах», чтобы проверить, что определенное расстояние составляет менее 50 сантиметров. Если это так, блок «*Если ... то*» подает сигнал. Блок «*Если ... то*» работает циклически, и проверка происходит постоянно.

Пример 3: Постепенно снижать скорость при приближении к объекту



Эта программа заставляет робота постепенно снижать скорость и затем остановиться примерно в 10 см от какого-либо объекта, обнаруженного перед ним. Чем ближе он подходит к объекту, тем медленнее он будет двигаться.

Программа использует блок ультразвукового датчика в режиме «Измерение – Расстояние в сантиментах», для того чтобы измерить расстояние и получить численный результат через шину данных. Затем блок математики вычитает 10 из значения расстояния, и результат передается на ввод «Мощность» блока «Рулевое управление». Более короткое расстояние приводит к меньшей мощности, когда расстояние достигает 10 см, мощность будет равна нулю, и робот остановится. Процесс повторяется циклически, и мощность мотора постоянно корректируется на основании новых показаний датчика.

Выводы

Программа "Arduino" широко связана с физической темой, электричеством, так как всегда используется при создании электрических цепей. Среди деталей "Arduino" присутствует множество датчиков и модулей, позволяющих улавливать те явления, что в большинстве случаев описываются с точки зрения физических наук.

Например, существуют сенсоры давления, влажности, температуры, освещенности. Из них, а также из более специфических деталей возможно собрать самые разные устройства, а в некоторых случаях - изобрести их. Хоть "Arduino" и представляет собой обособленную торговую марку, компоненты плат не отличаются столь узкой специализацией, а потому могут быть приобретены в большинстве магазинов страны.

При составлении кода важно знать наизусть синтаксис используемых функций и уметь правильно составлять план действий программы, алгоритм. Поэтому изучение языка программирования улучшает логику.

В кодах программы, являющихся алгоритмом для физических приборов, нужно использовать физические формулы и законы, поэтому можно сказать, что пользователи будут дополнять свои знания в естествознании. Само по себе исследование нуждается в дальнейшем углублении в тему, так как количество датчиков и сенсоров не только велико, но и сами компоненты позволяют комбинировать их в собранных приборах, порождая тем самым множество устройств с большим количеством выполняемых задач.

Список использованной литературы:

1. *Richard G. T., "Employing Physical Computing in Education: How Teachers and Students Utilized Physical Computing to Develop Embodied and Tangible Learning Objects," The International Journal of Technology, Knowledge and Society, 2010.*
2. *Resnick M. et al., "Digital manipulatives: new toys to think with," in Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems, 1998, pp. 281–287.*
3. *Святошинский «Программирование для Borland C++», 2018, Киев.*
4. *Кетков Ю.Л,, Кетков А.Ю,, Шульц М. «MATLAB 7. Программирование, чиленные методы», С.-Петербург, 2005.*
5. *Джеремми Блум «Изучаем Arduino. Инструменты и методы технического мастерства», BHV, 2020*
6. *Петин В. «Проекты с использованием контроллера Arduino», С.-Петербург, 2015.*
7. *Улли Соммер «Программирование микроконтроллерных плат Arduino/Freeduino», БХВ-Петербург, 2012.*
8. *Ревич Ю. «Занимательная электроника», БХВ-Петербург, 2015.*
9. *Теро Карвинен, Киммо Карвинен, Вилле Валтокари «Делаем сенсоры. Проекты сенсорных устройств на базе Arduino и Raspberry Pi», Вильямс, 2015.*
10. *Francis Perea «Arduino Essentials», Packt Publishing, 2015.*
11. *Петин В. А., Биняковский А. А. Практическая энциклопедия Arduino 2017.*
12. *Марк Геддес «25 крутых проектов с Arduino» 2019.*

МРНТИ 30.19.00
УДК 539.3

Г.У. Маматова[1], Р.Д. Омарова[2], Л.З. Закирова[2], А.К. Сугирбекова[2]

[1] Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан,
[2]Академия гражданской авиации, г. Алматы, Казахстан,

ИЗГИБ КРУГЛОЙ ГИБКОЙ ПЛАСТИНЫ С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ

Аннотация

В данной статье получены аналитическое решение задачи об изгибе круглой пластины с начальной кривизной. Круглая пластина с начальной кривизной в качестве конструктивного элемента находит широкое применение, к расчету которой приводят многие вопросы, связанные с проектированием круглых фундаментных плит, турбинных дисков, гибких соединений валов и др.

Нелинейная теория круглых гибких пластин дает ключ к объяснению процесса потери устойчивости, которая приводит нередко к полному разрушению конструкции. Поэтому высока потребность в аналитических методах решения задач о расчетах напряженно-деформированного состояния круглых гибких пластин с учетом начальной кривизны. Указанные задачи математически сводятся к дифференциальным уравнениям с переменными коэффициентами, точное решение которых, как правило, не существует. Поэтому построение аналитических решений названных задач является весьма актуальной.

Ключевые слова: Изгиб пластины, напряженно-деформированное состояние, нелинейные дифференциальные уравнения, метод частичной дискретизации, класс обобщенных функций.

Аңдатпа

Г.Ө. Маматова[1], Р.Д. Омарова[2], Л.З. Зәкірова[2], А.К. Сүгірбекова[2]

БАСТАПҚЫ ҚИСЫҚТЫҒЫ ЕСКЕРІЛГЕН ДӨҢГЕЛЕК ИІЛГІШ ПЛАСТИНАНЫҢ ИІЛУІ

[1] әл-Фараби атындығы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ, Қазақстан
[2]Азаматтық авиация академиясы, Алматы қ, Қазақстан

Бұл мақалада бастапқы қисықтығы ескерілген дөңгелек пластинаның иілуі туралы есептің аналитикалық шешімі алынған. Бастапқы қисықтығы бар дөңгелек пластина конструктивтік элемент ретінде кеңінен қолданылады, оны есептеуге дөңгелек іргетас плиталарды, турбиналық дискілерді, біліктердің икемді қосылыстарын жобалаумен байланысты көптеген сұрақтар әкеледі.

Дөңгелек иілгіш пластиналардың сызықты емес теориясы конструкцияның толық бұзылуына жиі әкелетін тұрақтылықты жоғалту процесін түсіндіруге кілт береді. Сондықтан бастапқы қисықтықты ескере отырып, дөңгелек иілгіш пластиналардың кернеулі-деформацияланған күйін есептеу туралы есептерді шешудің аналитикалық әдістеріне қажеттілік жоғары. Көрсетілген есептер математикалық түрде коэффициенттері айнымалы дифференциалдық теңдеулермен сипатталады, олардың нақты шешімі, әдетте, жоқ. Сондықтан аталған міндеттердің аналитикалық шешімдерін құру өте өзекті болып табылады.

Түйін сөздер: Пластинаның иілуі, кернеулі-деформацияланған күй, сызықты емес дифференциалдық теңдеулер, ішінара дискретизация әдісі, жалпыланған функциялар класы.

Abstract

BENDING OF A CIRCULAR FLEXIBLE PLATE TAKING INTO ACCOUNT THE INITIAL CURVATURE

Mamatova G.U.[1], Omarova R.D.[2], Zakirova L.Z.[2], Sugirbekova A.K.[2]
[1]Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
[2]Academy of Civil aviation, Almaty, Kazakhstan

In this article, an analytical solution of the problem of bending a round plate with an initial curvature is obtained. A round plate with an initial curvature as a structural element is widely used, the calculation of which leads to many questions related to the design of round Foundation plates, turbine disks, flexible shaft connections and other.

The nonlinear theory of round flexible plates provides the key to explaining the process of loss of stability, which often leads to complete destruction of the structure. Therefore, there is a high need for analytical methods for solving problems of calculating the stress-strain state of round flexible plates, taking into account the initial curvature.These problems are mathematically reduced to differential equations with variable coefficients, the exact solution of which, as a rule, does not exist. Therefore, the construction of analytical solutions to these problems is very relevant.

Keywords: The bending of the plate, stress-strain state, nonlinear differential equations, partial discretization method, class of generalized functions.

Рассмотрим круглую пластину, известным образом закрепленную по контуру. Будем считать, что пластина является кольцеобразным с внешним и внутренним радиусами r_b, r_a соответственно, и толщиной h (рисунок 1).

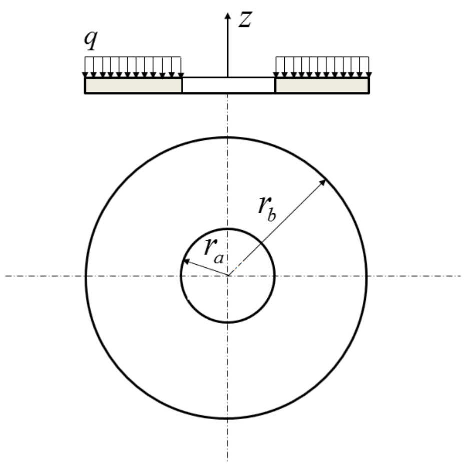


Рисунок 1. Основные обозначения при рассмотрении круглой пластины

Рассмотрим случай, когда прогибы симметричны относительно оси z. При этом прогиб, а также все остальные величины, характеризующие напряженное и деформированное состояние, будут функциями только r. При построении решений разрешающих уравнений привлекается метод частичной дискретизации, с помощью которого удается построить аналитическое решение задачи изгиба круглой гибкой пластины с начальным прогибом, закрепленную по контуру и подвергающуюся действию равномерно распределенной поперечной нагрузки интенсивности q. При этом прогиб, а также все остальные величины, характеризующие напряженное и деформированное состояние, будут функциями только r.

Основная система дифференциальных уравнений теории гибкой круглой пластины с начальным прогибом имеет следующий вид [1]

$$\left.\begin{aligned} D\frac{d}{dr}\left(\nabla^2\omega\right)=\psi+\frac{h}{r}\frac{d\Phi}{dr}\left(\frac{d\omega}{dr}+\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}\right) \\ \frac{d}{dr}\left(\nabla^2\Phi\right)=-\frac{E}{r}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}\frac{d\omega}{dr}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где ψ – функция нагрузки, равная

$$\psi=\frac{1}{r}\int_0^r qrdr,$$

Φ – функция напряжения, введенная по формулам:

$$\sigma_r=\frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dr}, \qquad \sigma_\varphi=\frac{d^2\Phi}{dr^2},$$

E – модуль упругости, ω – прогиб, σ_r, σ_φ – радиальная и тангенциальная напряжений.

Пользуясь методом частичной дискретизации дифференциальных уравнений [2], второе уравнение системы (1) запишем в следующем виде

$$\frac{d^3\Phi}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2\Phi}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{d\Phi}{dr}=-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(r_k+r_{k+1})\left(\frac{E}{r_k}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_k}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_k}}{dr}\frac{d\omega_k}{dr}\right)\delta(r-r_k)-\right.$$
$$\left.-\frac{E}{r_{k+1}}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_{k+1}}}{dr}\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)\delta(r-r_{k+1})\right). \quad (2)$$

Общее решение уравнения (2) будет

$$\frac{d\Phi}{dr}=C_1r+C_2\frac{1}{r}-\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{n}(r_k+r_{k+1})\left(\frac{E}{r_k}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_k}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_k}}{dr}\frac{d\omega_k}{dr}\right)\left(r-\frac{r_k^2}{r}\right)H(r-r_k)-\right.$$
$$\left.-\frac{E}{r_{k+1}}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_{k+1}}}{dr}\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)\left(r-\frac{r_{k+1}^2}{r}\right)H(r-r_{k+1})\right).$$

Обратимся к случаю, когда пластина шарнирно оперта по внешнему контуру (рисунок 1). Тогда граничные условия будут [3]:

$$\left.\frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dr}\right|_{r=r_a}=0, \quad (3)$$

$$M_r\big|_{r=r_b}=D\left(\frac{d^2\omega}{dr^2}+\frac{\mu}{r}\frac{d\omega}{dr}\right)_{r=r_b}=0, \quad (4)$$

$$\omega\big|_{r=r_b}=0. \quad (5)$$

Вследствие того, что на r_a не накладывается ограничение о малости, произвольную постоянную C_2 примем, равной нулю. В силу условии (3) решение задачи (2) – (3) будет

$$\frac{d\Phi}{dr}=-\frac{E}{4}\sum_{k=1}^{n}(r_k+r_{k+1})\left(\frac{1}{r_k}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_k}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_k}}{dr}\frac{d\omega_k}{dr}\right)\left(r-\frac{r_k^2}{r}\right)H(r-r_k)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{r_{k+1}}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_{k+1}}}{dr}\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)\left(r-\frac{r_{k+1}^2}{r}\right)H(r-r_{k+1})\right). \quad (6)$$

Подставим полученное выражение в первое уравнение системы (1) и выполним далее дискретизацию множителя $\frac{d\omega}{dr}$ в правой части этого уравнения. Тогда первое уравнение системы (1) примет вид

$$\frac{d^3\omega}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2\omega}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{d\omega}{dr}=\frac{\psi}{D}-\frac{E}{4}\frac{h}{D\cdot r}\cdot\sum_{k=1}^{n}(r_k+r_{k+1})\left(\frac{1}{r_k}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_k}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_k}}{dr}\frac{d\omega_k}{dr}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(r-\frac{r_k^2}{r}\right)H(r-r_k)-\left(\frac{1}{r_{k+1}}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_{k+1}}}{dr}\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)\left(r-\frac{r_{k+1}^2}{r}\right)H(r-r_{k+1})\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}-\right.$$
$$\frac{E}{8}\frac{h}{D\cdot r}\frac{d\omega}{dr}\sum_{k=1}^{n}(r_k+r_{k+1})\left(\frac{1}{r_k}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_k}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_k}}{dr}\frac{d\omega_k}{dr}\right)\left(r-\frac{r_k^2}{r}\right)H(r-r_k)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{r_{k+1}}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_{k+1}}}{dr}\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)\left(r-\frac{r_{k+1}^2}{r}\right)H(r-r_{k+1})\right)\cdot\sum_{k=1}^{n}(r_k+r_{k+1})(\delta(r-r_k)-\delta(r-r_{k+1})). \quad (7)$$

После соответствующих преобразований с учетом свойств обобщенных функций и условий (4) получим

$$\frac{d\omega}{dr}=\frac{r}{2D}\int\psi dr-\frac{1}{2Dr}\int r^2\psi dr-\frac{r}{2D}\left[\int\limits_{r=r_b}\psi dr+\frac{1-\mu}{1+\mu}\cdot\frac{1}{r_b^2}\int\limits_{r=r_b}r^2\psi dr\right]+\frac{Ehr}{8D}\sum_{k=1}^{n}\left(r_k+r_{k+1}\right)\times$$

$$\times\left[\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_k}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_k}}{dr}\frac{d\omega_k}{dr}\right)\left(\frac{1}{r^2}\int\left(\frac{r^2}{r_k}-r_k\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}H(r-r_k)dr-\int\left(\frac{1}{r_k}-\frac{r_k}{r^2}\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}H(r-r_k)dr-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{\mu-1}{r_b^2(1+\mu)}\int\limits_{r=r_b}\left(\frac{r^2}{r_k}-r_k\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}H(r-r_k)dr+\int\limits_{r=r_b}\left(\frac{1}{r_k}-\frac{r_k}{r^2}\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}H(r-r_k)dr\right)-\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)^2+\right.$$

$$\left.+\frac{d\omega_{нч_{k+1}}}{dr}\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\right)\left(\frac{1}{r^2}\int\left(\frac{r^2}{r_{k+1}}-r_{k+1}\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}H(r-r_{k+1})dr--\int\left(\frac{1}{r_{k+1}}-\frac{r_{k+1}}{r^2}\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}H(r-r_{k+1})dr\right.$$

$$\left.\left.-\frac{\mu-1}{r_b^2(1+\mu)}\int\limits_{r=r_b}\left(\frac{r^2}{r_{k+1}}-r_{k+1}\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}H(r-r_{k+1})dr+\int\limits_{r=r_b}\left(\frac{1}{r_{k+1}}-\frac{r_{k+1}}{r^2}\right)\frac{d\omega_{нч}}{dr}H(r-r_{k+1})dr\right)\right]+ \tag{8}$$

$$+\frac{Ehr}{16D(1+\mu)}\sum_{k=2}^{n}\left(r_{k+1}-r_{k-1}\right)\left(1+\frac{r_k^2}{r_b^2}+\mu\left(1-\frac{r_k^2}{r_b^2}\right)-(1+\mu)\left(1-\frac{r_k^2}{r^2}\right)H(r-r_k)\right)\times$$

$$\times\left(\sum_{i=1}^{k-1}\left(r_i+r_{i+1}\right)\left(\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_i}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_i}}{dr}\frac{d\omega_i}{dr}\right)\left(\frac{1}{r_i}-\frac{r_i}{r_k^2}\right)-\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_{i+1}}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_{i+1}}}{dr}\frac{d\omega_{i+1}}{dr}\right)\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(\frac{1}{r_{i+1}}-\frac{r_{i+1}}{r_k^2}\right)\right)\right)\frac{d\omega_k}{dr}-\frac{Ehr}{16D(1+\mu)}\left(r_n-r_{n+1}\right)\left(1+\frac{r_{n+1}^2}{r_b^2}+\mu\left(1-\frac{r_{n+1}^2}{r_b^2}\right)-(1+\mu)\left(1-\frac{r_{n+1}^2}{r^2}\right)H(r-r_{n+1})\right)\times$$

$$\times\left(\sum_{i=1}^{n}\left(r_i+r_{i+1}\right)\left(\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_i}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_i}}{dr}\frac{d\omega_i}{dr}\right)\left(\frac{1}{r_i}-\frac{r_i}{r_{n+1}^2}\right)-\left(\frac{1}{2}\left(\frac{d\omega_{i+1}}{dr}\right)^2+\frac{d\omega_{нч_{i+1}}}{dr}\frac{d\omega_{i+1}}{dr}\right)\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(\frac{1}{r_{i+1}}-\frac{r_{i+1}}{r_{n+1}^2}\right)\right)\right)\frac{d\omega_{n+1}}{dr}.$$

При этом аналитическое выражение угла поворота в точках r_k для $q=const$ имеет выражение

$$\frac{d\omega_1}{dr}=\frac{qr_1^3}{16D}-\frac{qc^2(3+\mu)r_1}{16D(1+\mu)};$$

для $j=\overline{2,n}$

$$\frac{d\omega_j}{dr}=\left\langle\frac{qr_j}{16D}\left(r_j^2-\frac{c^2(3+\mu)}{1+\mu}\right)+\frac{Ehr_j}{32D(1+\mu)}\left\{\sum_{k=2}^{j-1}\left(r_{k+1}-r_{k-1}\right)\left[1+\frac{r_k^2}{c^2}+\mu\left(1-\frac{r_k^2}{c^2}\right)-\right.\right.\right.$$

$$\left.-(1+\mu)\left(1-\frac{r_k^2}{r_j^2}\right)\right]\sum_{i=1}^{k-1}\left(r_i+r_{i+1}\right)\left[\left(\frac{d\omega_i}{dr}\right)^2\left(\frac{1}{r_i}-\frac{r_i}{r_k^2}\right)-\left(\frac{d\omega_{i+1}}{dr}\right)^2\left(\frac{1}{r_{i+1}}-\right.\right.$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{r_{i+1}}{r_k^2}\Bigg)\Bigg]\frac{d\omega_k}{dr}\Bigg\}\Bigg\rangle \Bigg/ \Bigg[1-\frac{Ehr_j}{32D(1+\mu)}\big(r_{j+1}-r_{j-1}\big)\Bigg[1+\frac{r_j^2}{c^2}+\mu\Bigg(1-\frac{r_j^2}{c^2}\Bigg)\Bigg]\times\\
&\times\sum_{i=1}^{j-1}\big(r_i+r_{i+1}\big)\Bigg[\Bigg(\frac{d\omega_i}{dr}\Bigg)^2\Bigg(\frac{1}{r_i}-\frac{r_i}{r_j^2}\Bigg)-\Bigg(\frac{d\omega_{i+1}}{dr}\Bigg)^2\Bigg(\frac{1}{r_{i+1}}-\frac{r_{i+1}}{r_j^2}\Bigg)\Bigg]\Bigg]\Bigg].
\end{aligned}
$$

Интегрируя (8) и учитывая условие (5) решение первого дифференциального уравнения системы (1) запишем в виде

$$
\begin{aligned}
\omega=&\frac{q}{64D}\big(r^4-r_b^4\big)+\frac{qr_b^2(3+\mu)}{32D(1+\mu)}\big(r_b^2-r^2\big)+\frac{Eh}{8D}\sum_{k=1}^{n}\big(r_k+r_{k+1}\big)\Bigg[\Bigg(\frac{1}{2}\Bigg(\frac{d\omega_k}{dr}\Bigg)^2+\\
&+\frac{d\omega_{\text{нч}_k}}{dr}\frac{d\omega_k}{dr}\Bigg)\Bigg(\int\Bigg(\frac{1}{r}\int\Bigg(\frac{r^2}{r_k}-r_k\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_k)dr-r\int\Bigg(\frac{1}{r_k}-\frac{r_k}{r^2}\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_k)dr\Bigg)dr-\\
&-\int\limits_{r=r_b}\Bigg(\frac{1}{r}\int\Bigg(\frac{r^2}{r_k}-r_k\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_k)dr-r\int\Bigg(\frac{1}{r_k}-\frac{r_k}{r^2}\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_k)dr\Bigg)dr+\\
&+\frac{1-\mu}{2(1+\mu)}\Bigg(\frac{r^2}{r_b^2}-1\Bigg)\int\limits_{r=r_b}\Bigg(\frac{r^2}{r_k}-r_k\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_k)dr+\Bigg(\frac{r^2}{2}-\frac{r_b^2}{2}\Bigg)\int\limits_{r=r_b}\Bigg(\frac{1}{r_k}-\frac{r_k}{r^2}\Bigg)\times\\
&\times\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_k)dr\Bigg)-\Bigg(\frac{1}{2}\Bigg(\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\Bigg)^2+\frac{d\omega_{\text{нч}_{k+1}}}{dr}\frac{d\omega_{k+1}}{dr}\Bigg)\Bigg(\int\Bigg(\frac{1}{r}\int\Bigg(\frac{r^2}{r_{k+1}}-r_{k+1}\Bigg)\times\\
&\times\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_{k+1})dr-r\int\Bigg(\frac{1}{r_{k+1}}-\frac{r_{k+1}}{r^2}\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_{k+1})dr\Bigg)dr-\int\limits_{r=r_b}\Bigg(\frac{1}{r}\int\Bigg(\frac{r^2}{r_{k+1}}-r_{k+1}\Bigg)\times\\
&\times\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_{k+1})dr-r\int\Bigg(\frac{1}{r_{k+1}}-\frac{r_{k+1}}{r^2}\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_{k+1})dr\Bigg)dr+\frac{1-\mu}{2(1+\mu)}\Bigg(\frac{r^2}{r_b^2}-1\Bigg)\times\\
&\times\int\limits_{r=r_b}\Bigg(\frac{r^2}{r_{k+1}}-r_{k+1}\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_{k+1})dr+\Bigg(\frac{r^2}{2}-\frac{r_b^2}{2}\Bigg)\int\limits_{r=r_b}\Bigg(\frac{1}{r_{k+1}}-\frac{r_{k+1}}{r^2}\Bigg)\frac{d\omega_{\text{нч}}}{dr}H(r-r_{k+1})dr\Bigg)\Bigg]+\\
&+\frac{Eh}{16D}\sum_{k=2}^{n}\Bigg\{\big(r_{k+1}-r_{k-1}\big)\Bigg[\Bigg(1+\frac{1-\mu}{1+\mu}\cdot\frac{r_k^2}{c^2}\Bigg)\frac{r^2}{2}-\frac{r_k^2}{1+\mu}-1+\frac{r_k^2}{c^2}-\Bigg(\frac{r^2}{2}-1\Bigg)\Bigg(1-\frac{r_k^2}{r^2}\Bigg)H(r-r_k)\Bigg]\times\\
&\times\Bigg\{\sum_{i=1}^{k-1}\big(r_i+r_{i+1}\big)\Bigg[\Bigg(\frac{1}{2}\Bigg(\frac{d\omega_i}{dr}\Bigg)^2+\frac{d\omega_{\text{нч}_i}}{dr}\frac{d\omega_i}{dr}\Bigg)\Bigg(\frac{1}{r_i}-\frac{r_i}{r_k^2}\Bigg)-\Bigg(\frac{1}{2}\Bigg(\frac{d\omega_{i+1}}{dr}\Bigg)^2+\frac{d\omega_{\text{нч}_{i+1}}}{dr}\frac{d\omega_{i+1}}{dr}\Bigg)\Bigg(\frac{1}{r_{i+1}}-\frac{r_{i+1}}{r_k^2}\Bigg)\Bigg]\Bigg\}\frac{d\omega_n}{dr}\Bigg\}
\end{aligned}
$$

Построим графики изменения прогиба для гибкой круглой пластины с различными начальными прогибами (рисунок 2).

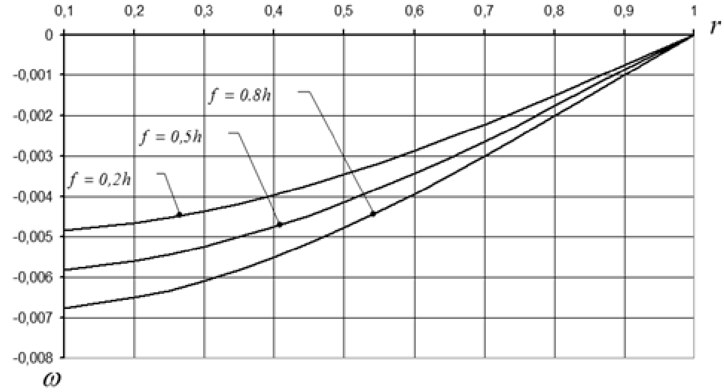


Рисунок 2. Кривые изменения прогиба для $f_{нч} = 0{,}2\text{h};\ f_{нч} = 0{,}5\text{h};$
$f_{нч} = 0{,}8\text{h};\ h = 0{,}02\text{м},\ q = 10^4\,\text{Н/м}^2;\ E = 2\cdot 10^{11}\,\text{Н/м}^2;\ \mu = 0{,}3.$

На приведенном рисунке показан график изгиба гибкой пластины для $\omega_{нч} = \text{f}_{\text{нч}}\left(1-\text{r}^2/r_b^2\right)^2$ при отдельных начальных значениях стрелы прогиба $f_{нч}$.

Список использованной литературы:

1 *Вольмир А.С, Гибкие пластинки и оболочки. М. Гос –Техиздат, 1956. -419 с.*

2 *Тюреходжаев А.Н., Маматова Г.У., Рыстыгулова В.Б. Сложный изгиб упругой неоднородной пластины в неравномерном температурном поле // Вестник Карагандинского университета. -2014. - №2(74). -С.135-140*

3 *Тюреходжаев А.Н., Маматова Г.У., Калжанова Г.К. Изгиб неоднородных и нелинейных пластин и оболочек // LAP LAMBERT Academic Publishing is a trademark of: OmniScriptum GmbH & Co, 2015y, Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121, Saarbrucken, Germany. 2015. -263 с.*

МРНТИ 29.01.05
УДК 530.1

А.А.Мейрманова[1], *Н.С.Серикбаев*[1]

[1]*Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, г.Нур-Султан, Казахстан*

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ НЕКОТОРЫХ ИНТЕГРИРУЕМЫХ УРАВНЕНИЙ

Аннотация

В работе рассмотрено (1+1)-мерное нелинейное уравнение Шредингера и его (2+1)-мерное обобщение, уравнение Дэви-Стюартсона, которые являются интегрируемыми. Интегрируемые системы обладают интересными геометрическими и калибровочно-инвариантными свойствами и имеют важное применение в прикладном магнетизме и нанофизике. Нелинейные уравнения интегрируются с помощью метода обратной задачи рассеяния посредством линейной системы.

Для каждого интегрируемого нелинейного уравнения, как известно, существует пара Лакса из двух линейных уравнений, условием совместности то есть условием нулевой кривизны, которых служит данное уравнение. Пару Лакса можно задать в операторной и матричной форме. В этой статье были изучены пары Лакса НУШ и УДС в матричной форме, а также калибровочно эквивалентные аналоги уравнений НУШ и УДС - уравнения ферромагнетика Гейзенберга и модель Ишимори соответственно.

Ключевые слова: солитон, калибровочная эквивалентность, модель Гейзенберга, уравнение Дэви-Стюартсона, модель Ишимори, условие нулевой кривизны.

Аңдатпа

А.А. Мейрманова[1], Н.С. Серикбаев[1]
[1] Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан,

КЕЙБІР ИНТЕГРАЛДАНАТЫН ТЕҢДЕУЛЕРДІҢ ЭКВИВАЛЕНТТІЛІГІ ТУРАЛЫ

Бұл жұмыста (1+1)-өлшемдегі сызықты емес Шредингер теңдеуі және оның жалпыланған (2+1)- өлшемдік теңдеуі, сондай–ақ Дэви-Стюартсон теңдеулері қарастырылған. Интегралданатын жүйелер қызықты геометриялық және калибрлі-инвариантты қасиеттерге ие, онымен қоса қолданбалы магнетизмде, нанофизикада маңызды рөл атқарады. Сызықты емес теңдеулер сызықты жүйе арқылы шашыраудың кері есебі әдісі арқылы интегралданады.

Әрбір интегралданатын сызықты емес теңдеу үшін, белгілі болғандай екі сызықты теңдеуден тұратын Лакс жұбы бар. Осы екі сызықтық теңдеудің үйлесімділік шарты яғни нөлдік қисықтық шарты бастапқы сызықты емес теңдеуді береді. Лакс жұптарын операторлық және матрицалық формада жазуға болады. Мұнда сызықты емес Шредингер және Дэви-Стюартсон теңдеулерінің Лакс жұптарының матрицалық формасы, сонымен қатар осы теңдеулердің калибрлі эквивалентті аналогы Гейзенберг ферромагнетигінің теңдеуі және Ишимори моделі зерттелген.

Түйін сөздер: солитон, калибрлі эквиваленттілік, Дэви-Стюартсон теңдеуі, Ишимори моделі, нөлдік қисықтық шарты.

Abstract

ON THE EQUIVALENCE OF SOME INTEGRABLE EQUATIONS

Meirmanova A.A. [1], Serikbayev N.S. [1]
[1] L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

In this paper, we consider the (1+1)-dimensional nonlinear Schrodinger equation and its (2+1)-dimensional generalization, the Davey-Stewartson equations which are integrable. Integrable systems have interesting geometric and gauge-invariant properties and have important applications in applied magnetism and nanophysics.

The nonlinear equations are integrated using the inverse scattering problem method by means of a linear system. For each integrable nonlinear equation, as is known, there is a Lax pair of two linear equations, a compatibility condition, that is, a condition of zero curvature, which this equation serves. The Lax pair can be specified in the operator and matrix form. In this article, Lax pairs of NSE and DSE in matrix form were studied, as well as gauge equivalent analogues of the NSE and DS equations - the Heisenberg ferromagnet equations and the Ishimori model, respectively.

Keywords: soliton, calibration equivalence, Heisenberg model, the equations of Davey-Stewartson, model Ishimori, the condition of zero curvature/

Введение

В последние годы активно развиваются исследования интегрируемых систем. Как известно, одним из известных физически значимых интегрируемых уравнений является (НУШ), которое можно решить с помощью МОЗР. Впервые это уравнение было предложено в 1926 году австрийским физиком Э.Шредингером для анализа фундаментальных свойств квантовых систем, и первоначально с его помощью описывались процессы взаимодействия внутриатомных частиц. НУШ и его обобщения описывают целую совокупность явлений в физике волновых процессов. НУШ широко распространено при описании волн в различных областях физики, в частности, в волновых явлениях в нелинейной оптике, физике плазмы и т.д. [1-3]. Далее более подробно остановимся на (1+1) и (2+1)-мерных уравнениях НУШ.

Скалярное НУШ (1+1) размерности имеет следующий вид

$$iu_t + u_{xx} + 2\varkappa \; |u|^2 \; u = 0, \tag{1}$$

где $u = u(t, x)$ – комплекснозначная функция, $|u|^2 = u\bar{u}$, где черта означает комплексное сопряжение, $\varkappa$ – константа связи, x пробегает всю вещественную ось $-\infty < x, t < \infty$.

Уравнение (1) в работе А.Дэвида и К.Стюартсона [4] было обобщено на (2+1) и в настоящее время носит название уравнение ДС. И записывается как

$$iu_t + \frac{1}{2}(\sigma^2 u_{xx} + u_{yy}) = (v - |u|^2)u, \tag{2a}$$

$$-i\bar{u}_t + \frac{1}{2}(\sigma^2 \bar{u}_{xx} + \bar{u}_{yy}) = (v - |u|^2)\bar{u}, \tag{2b}$$

$$v_{xx} - \sigma^2 v_{yy} = 2(|u|^2)_{xx}, \tag{2c}$$

при $\sigma^2 = 1$ система уравнений (2) называется уравнением ДС I типа (ДСI), а при $\sigma^2 = -1$ уравнением ДС II типа (ДСII).

Представления Лакса

Оба уравнения являются точно решаемыми, т.е. интегрируемыми. Как известно, интегрируемые уравнения допускают представления нулевой кривизны. Понятие представления нулевой кривизны появилось впервые на языке дифференциальных операторов в работе Лакса [5], для случая уравнения КдФ, а матричная формулировка, введена Захаровым и Шабатом [7-8].

Другими словами, интегрируемые уравнения представляют собой условия совместности переопределенной системы линейных дифференциальных уравнений

$$\Phi_x = U_j(x,t,\lambda)\Phi, \tag{3}$$

$$\Phi_t = V_j(x,t,\lambda)\Phi, \tag{4}$$

где $\Phi \in GL(n,C)$-двухкомпонентный вектор-столбец, зависящий от x, t и некоторого произвольного комплексного числа λ получившего название "спектральный параметр", $U_j, V_j \in M(n,C)$, *(j=1-4),* матрицы 2×2, $\lambda \in C$ – произвольный комплексный параметр.

Условия совместности системы (3)-(4) имеет вид

$$U_{jt} - V_{jx} + [U_j, V_j] = 0 \tag{5}$$

и должно выполняться при всех λ. Здесь левая часть уравнения представляет собой полином третьей степени по λ, коэффициенты λ, λ^2 и λ^3 исчезают тождественно в силу специального выбора матрицы U_j и V_j. Исчезновение постоянного члена эквивалентно уравнениям (1) и (2) соответственно.

С геометрической точки зрения U_j, V_j можно интерпретировать как коэффициенты связности в расслоении с базой R^2 и слоем $GL(n,C)$, последнее уравнение означает, что кривизна этой связности равна нулю, т.е. связность плоская.

Приведем коэффициенты связности для уравнений НУШ и ДС [9-12]

$$U_1 = A_0 + \lambda A_1, \tag{6a}$$

$$V_1 = B_0 + \lambda B_1 + \lambda^2 B_2, \tag{6b}$$

и

$$U_2 = (\sigma_3 \partial_x + A_0)\psi, \tag{7a}$$

$$V_2 = (2i\sigma_3 \partial_x^2 + 2iA_0 \partial_x + iB_3)\psi, \tag{7b}$$

соответственно.

Здесь

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & u \\ -\bar{u} & 0 \end{pmatrix}, \qquad A_1 = i\sigma_3,$$

$$B_0 = \frac{1}{i}\begin{pmatrix} |\bar{u}|^2 & \bar{u}_x \\ u_x & -|\bar{u}|^2 \end{pmatrix}, \quad B_1 = 2A_0, \quad B_2 = 2A_1, \tag{8}$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} |u|^2 + 2v_1 & u_x + u_y \\ -\bar{u}_x + \bar{u}_y & -|u|^2 - 2v_2 \end{pmatrix} \tag{9}$$

и

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

матрицы Паули.

Таким образом, основными критериями интегрируемости кроме наличия достаточного количества законов сохранения или первых интегралов, наличие симметрий является и представимость нелинейного уравнения в форме Лакса.

Калибровочная эквивалентность

Интегрируемые системы обладают геометрически и калибровочно-инвариантными свойствами и имеют важное применение в прикладном магнетизме и нанофизике. Нелинейные уравнения интегрируются с помощью МОЗР посредством линейной системы (3)-(4). Две системы нелинейных уравнений, интегрируемые с помощью МОЗР, называются калибровочно-эквивалентными, если соответствующие плоские связности U_j, V_j определены в одном расслоении и получаются друг из друга калибровочным преобразованием, не зависящим от λ, т. е. если

$$U_1 = gU_2g^{-1} + g_xg^{-1}, \tag{10}$$

$$V_1 = gV_2g^{-1} + g_tg^{-1}, \tag{11}$$

где $g(x,t) \in GL(n,C)$. Ясно, что при этом в соответствующих системах линейных дифференциальных уравнений получится [5]

$$\Phi_1 = g\Phi_2. \tag{12}$$

Впервые калибровочная эквивалентность была введена в работах [13] и была установлена калибровочная эквивалентность между НУШ и УФГ, который в векторном виде имеет вид

$$\vec{S}_t = \vec{S}_x(\vec{S} \times \vec{S}_{xx}), \tag{13}$$

а матричном виде:

$$S_t = \frac{1}{2i}[S, S_{xx}], \tag{14}$$

где $S = (\vec{S}, \vec{\sigma})$-трехмерный вектор намагничности, $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, $S = (S_1, S_2, S_3)$, $S^2 = S_3^2 - S_2^2 - S_1^2 = 1$,

$$S = \begin{pmatrix} S_3 & S^- \\ S^+ & -S_3 \end{pmatrix}, \; S^{\pm} = S_1 \pm iS_2.$$

Коэффициенты связности для уравнения (13) имеет вид

$$U_3 = i\lambda S, \tag{15}$$

$$V_3 = \lambda SS_x + 2i\lambda^2 S. \tag{16}$$

Теперь проиллюстрируем выше сказанное. Пусть g(x,t) – на (2×2) матричная функция (**λ**=0) решение НУШ, тогда g(x,t) из (3) (4) получим $g_x = U_1g$, $g_t = V_1g$. Далее применяя математический аппарат сведем НУШ (1) к УФГ (14). Так как (12) обратимо, то

$$\Phi_2 = g^{-1}\Phi_1. \tag{17}$$

Далее от (17) берем производную по *x*:

$$\begin{aligned} &\Phi_{2x} = g^{-1}\Phi_{1x} - g^{-1}g_x g^{-1}\Phi_1 = \\ &= g^{-1}U_1\Phi_1 - g^{-1}A_0 g g^{-1}\Phi_1 = \\ &= g^{-}[A_0 + \lambda A_1 - A_0]\Phi_1 = \\ &= \lambda g^{-1}A_1\Phi_1 = \\ &\qquad = i\lambda g^{-1}\sigma_3 g\Phi_2. \end{aligned} \tag{18}$$

Из определения калибровочной эквивалентности известно, что

$$S = g^{-1}\sigma_3 g,$$

тогда из (18) получим:

$$\Phi_{2x} = i\lambda S\Phi_2. \tag{19}$$

Теперь возьмем производную по t от (17)

$$\begin{aligned} &\Phi_{2t} = g_t^{-1}\Phi_1 + g^{-1}\Phi_{1t} = \\ &=(-g^{-1}B_0 g g^{-1})\Phi_1 + g^{-1}\Phi_{1t} = \\ &= -g^{-1}B_0\Phi_1 + (g^{-3}B_0 + g^{-1}\lambda B_1 + g^{-1}\lambda^2 B_2)\Phi_1 = \\ &= \lambda g^{-1}B_1\Phi_1 + \lambda^2 g^{-1}B_2\Phi_1 \\ &= 2\lambda g^{-1}A_0\Phi_1 + 2i\lambda^2 g^{-1}\sigma_3\Phi_1 = \\ &= 2\lambda g^{-1}g_x\Phi_2 + 2i\lambda^2 g^{-1}\sigma_3 g\Phi_2. \end{aligned} \tag{20}$$

Из последнго уравнения необходимо определить $g^{-1}g_x$, для этого мы вычислим SS_x

$$SS_x = -g^{-1}\sigma_3 A_0\sigma_3 g + g^{-1}g_x.$$

Учитывая $\sigma_3 A_0\sigma_3 = -A_0$ и $g_x = A_0 g$ перепишем SS_x

$$SS_x = 2g^{-1}g_x.$$

Подставим полученное в (20), перепишем Φ_{2t}:

$$\Phi_{2t} = (SS_x + 2i\lambda^2 S)\Phi_2. \tag{21}$$

Как видно, что (19) и (21) являются парой Лакса УФГ, т.е. мы свели НУШ к УФГ. Тем самым установлена калибровочная эквивалентность между НУШ и УФГ.

В работе [13] понятие калибровочной эквивалентности было обобщено, т.е. установлена калибровочная эквивалентность между уравнениями ДС и точно решаемой (2+1)-мерной обобщением УГФ, введенной в [6], [8], модели Ишимори. Модель Ишимори имеет вид

$$\vec{S}_t = \vec{S}_x\left(\vec{S}_{xx} + \alpha^2\vec{S}_{yy}\right) + f_x\vec{S}_y + f_y\vec{S}_x, \tag{22}$$

$$f f_{xx} - \alpha^2 f_{yy} = 2\alpha^2(\vec{S}\cdot\vec{S}_x\times\vec{S}_y), \tag{23}$$

где $f = f(t,x,y)$ - вспомогательное вещественное поле, $\alpha^2 = \pm 1$. При $\alpha^2 = 1$ называется МИ I типа (МИ-I), а при $\alpha^2 = -1$ МИ-II типа (МИ-II) [13-15].

Заключение

В заключении отметим, что калибровочная эквивалентность интегрируемых систем означает, что имеется взаимнооднозначное соответствие между решениями УФГ и НУШ, т.е. каждому решению (1) соответствует решение (2) и наоборот.

В дальнейшем будут исследовано двухкомпонентное уравнение ДС и найдены его калибровочно эквивалентные системы, а также дискретизация.

Список использованной литературы:

1 Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М.:Мир,1987.-479с.

2 Тахтаджян Л.А., Фадеев Л.Д. Гамильтонов подход в теории солитонов. Москва. 1986.-528с.

3 Ablowitz M.A., Clarkson P.A. Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering, London Mathematical Society Lecture Note Series Book, 149, 516p (2003).

4 Davey A., Stewartson K. On three-dimensional packets of surface waves, Proceedings of the Royal Society of London Series A, 338, 101-110 (1974).

5 Lax P.D. Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves. // Comm. Pure Appl. Math. 21 (1968) 467–490.

6 Ishimori Yu. II Viogs. Theor. Phys.– 1986. V. 72, № 1.– P. 33–37.

7 Захаров В. Е., Тахтаджян Л. А. Эквивалентность нелинейного уравнения Шредингера и уравнения ферромагнетика Гейзенберга // Теоретическая и математическая физика. – 1979. – Т.38, №1. – Р. 26-35.

8 Гутшабаш Е.Ш. Замечания о модели магнетика Ишимори. // Общероссийский математический портал. – 2002. – Т. 291, – Р. 155-168.

9 Serikbayev N, Nugmanova G, Myrzakulov R. On the two-component generalization of the (2+1)-dimensional Davey-Stewartson I equation // Journal of Physics: Conference Series. 1391 (2019) 012160[doi:10.1088/1742-6596/1391/1/012160].

10 Мырзакулов Р., Нугманова Г.Н. Интегрируемые обобщения уравнения Ландау – Лифшица. Астана 2013.-83с.

11 Serikbayev N.S., Shaikhova G.N., Yesmakhanova K.R., Myrzakulov R. Traveling wave solutions for the (3+1)-dimensional Davey-Stewartson equations // Journal of Physics: Conference Series. 1391 (2019) 012166 [doi:10.1088/1742-6596/1391/1/012166].

12 Махкамова Ж.З., Серикбаев Н.С. Преобразование Дарбу и уравнение Дэви-Стюартсона // Сборник материалов XIV Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2019». Нур-Султан. 12 апрель 2019, -С. 292-295.

13 Захаров В. Е., Тахтаджян Л. А. Эквивалентность нелинейного уравнения Шредингера и уравнения ферромагнетика Гейзенберга // Теоретическая и математическая физика. – 1979. – Т.38, №1. – Р. 26-35.

МРНТИ 30.15.19
УДК 531.36

Е.М. Молдабеков[1], М. Айбатқызы[1], А.Н. Әшім[1], М.М. Жәнелі[1]

[1]Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

ЖАЛПЫЛАНҒАН КООРДИНАТА БОЙЫНША МЕХАНИКАЛЫҚ ЖҮЙЕНІҢ ТЕРБЕЛІСІ

Аңдатпа

Бұл мақалада еркіндік дәрежелі голономды механикалық жүйенің орны кез келген уақыт жалпыланған координаталары арқылы анықталады. Бұл жағдайда, еркіндік дәрежелі жүйе үшін, Лагранж теңдеуінің екінші түрі осы координата бойынша келтіруші, потенциалы бар күшке сәйкес келетін жалпыланған күш бойынша анықталады. Лагранж теңдеуінің екінші түрін құру үшін, алдымен жүйенің аз тербелісінің кинетикалық және потенциалдық энергиясының өрнегін білу қажет. Жүйенің тепе-теңдік орынының маңындағы аз тербелісі деп жүйенің қозғалысын айтады, жүйенің орнықты тепе – теңдік орнынан бастап есептегендегі орнын анықтайын жалпыланған координатасы және жалпыланған жылдамдығы кез келген уақыт мезетінде өте аз шама болғандықтан, оны бірінші реттік аз шама деп қарастыруға мүмкіндік береді.

Жүйенің тепе-теңдік маңынан өте аз шамаға ауытқуы қарастырылып жатқандықтан, теңдіктегі бірінші тұрақты мүшемен шектелеміз. Бірінші реттегі еркіндік дәрежелі жүйе үшін алынған потенциалдық энергияның өрнегін тепе-теңдік орнының маңындағы аз тербеліс жасайтын жүйенің потенциалдық энергиясын есептеуге қолдануға болады, ал инерция коэффициенттерін және қатаңдыцық коэффициенттерін тікелей T және Π өрнектерінен анықталынады. Жүйе қозғалысының дифференциалдық теңдеуін алу үшін Лагранж теңдеуінің екінші түрін қолданамыз.

Түйін сөздер: жалпыланған координаталар, жалпыланған күш, кинетикалық энергия, потенциалдық энергия, қозғалыс теңдеулері, тербелістер.

Аннотация

Е.М. Молдабеков[1], М. Айбаткызы[1], А.Н. Ашым[1], М.М. Жанели[1]
[1]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

КОЛЕБАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТАХ

В статье рассматривается положение свободной голономной механической системы с помощью обобщенных координат для произвольного момента времени. В этом случае, для свободных механических систем, при составлении уравнения Лагранжа второго рода необходимо определить обобщенную силу, которая бы соответствовала потенциальной силе. Для этого также нужно знать значения кинетической и потенциальной энергии при малых колебаниях. Малейшее колебание вокруг положения равновесия системы есть движение системы, поскольку значение обобщенной координаты и обобщенной скорости системы, которые определяют положение системы около положения равновесия очень малы, то это позволяет нам считать их малыми величинами первого порядка. Поскольку мы рассматриваем малейшее отклонение системы от положения равновесия, мы ограничиваемся первым постоянным членом в равенстве.

Выражение потенциальной энергии для систем с одной степенью свободы можно использовать для расчета потенциальной энергии системы при малых колебаниях около положения равновесия, а коэффициенты инерции и коэффициенты жесткости можно определять непосредственно из выражения T и Π энергий. Для получения дифференциального уравнения движения системы мы используем уравнение Лагранжа второго рода.

Ключевые слова: обобщенные координаты, обобщенная сила, кинетическая энергия, потенциальная энергия, уравнения движения, колебания.

Abstract

OSCILLATION OF MECHANICAL SYSTEMS IN GENERALIZED COORDINATES

Moldabekov E.M.[1], Aibatkyzy M.[1], Ashim A.N.[1], Zhaneli M.M.[1]
[1]Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The article discusses the position of a free holonomic mechanical system using generalized coordinates for an arbitrary point in time. In this case, for free mechanical systems, when drawing up the Lagrange equation of the second kind, it is necessary to determine the generalized force, which would correspond to the potential force. For this, one also needs to know the kinetic and potential energy values at small vibrations. The slightest fluctuation around the equilibrium position of the system is the movement of the system, since the value of the generalized coordinate and generalized velocity of the system, which determine the position of the system near the equilibrium position, is very small, this allows us to consider them to be small first-order quantities. Since we consider the slightest deviation of the system from the equilibrium position, we restrict ourselves to the first constant term in equality.

The expression of potential energy for systems with one degree of freedom can be used to calculate the potential energy of the system at small fluctuations near the equilibrium position, and the inertia coefficients and stiffness coefficients can be determined directly from the expression and energies. To obtain the differential equation of motion of the system, we use the Lagrange equation of the second kind.

Keywords: generalized coordinates, generalized force, kinetic energy, potential energy, equations of motion, oscillations.

Егер орнықты тепе-теңдік күйдегі механикалық жүйенің нүктелеріне аз орын ауыстыру және аз бастапқы жылдамдық берілсе, онда жүйе орнықты тепе-теңдік орнының маңында еркін тербеліс жасайды. S еркіндік дәрежелі голономды жүйенің орны кез келген уақыт мезетінде s жалпыланған q_j координаталары арқылы анықталады. Тепе-теңдік орында жалпыланған координаталар нөлге тең деп есептейміз,

$$q_{j_0} = 0.$$

Еркін тербеліс кезінде жүйенің материалдық нүктелеріне қалпына келтіруші P_i және R_i кедергі күші әсер етеді.

Бұл жағдайда s еркіндік дәрежелі жүйе үшін Лагранж теңдеуінің екінші түрі мынадай түрде болады

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_{jP} + Q_{jR}, \quad (j = 1,2,..., s.)$$

мұндағы $Q_{jP} - P_i$ қалпына келтіруші күшке сәйкес келетін жалпыланған күш, $Q_{jR} - R_i$ кедергі күшіне сәйкес келетін жалпыланған күш.

Бұл теңдеудің қорытылып шығарылуы теориялық механика курсында бар. Қалпына келтіруші, потенциалы бар P_i күшке сәйкес келетін жалпыланған күш мына формула бойынша анықталады:

$$Q_{jP} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}, \quad (j = 1,2,..., s).$$

Лагранж теңдеуінің екінші түрін құру үшін, алдымен жүйенің кіші тербелісінің кинетикалық және потенциалдық энергиясының өрнегін білу қажет.

Жүйенің тепе-теңдік орынының маңындағы кіші тербелісі деп жүйенің мынандай қозғалысын айтады:

жүйенің орнықты тепе – теңдік орнынан бастап есептегендегі орнын анықтайын q_j жалпыланған координатасы және $\dot{q}_j$ жалпыланған жылдамдығы кез келген уақыт мезетінде өте аз шама болғандықтан, оны бірінші реттік аз деп қарастыруға мүмкіндік береді.

s еркіндік дәрежелі, стационар байланысы бар голономды механикалық жүйе үшін, жүйенің кез келген нүктесінің $\vec{r}_i$ – радиус-векторы, осы жүйенің жалпыланған координатасының функциясы болады.

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i(q_1, q_2,..., q_s).$$

Демек, жүйенің әрбір нүктесінің жылдамдығы

$$\vec{\upsilon}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_2}\dot{q}_2 + ... + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_s}\dot{q}_s.$$

Жылдамдық векторының осы мәнін жүйенің T кинетикалық энергиясының өрнегіне қойсақ,

$$T = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \upsilon_i^2}{2} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i \cdot \vec{\upsilon}_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i \left[\left(\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1}\right)^2 \dot{q}_1^2 + \left(\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_2}\right)^2 \dot{q}_2^2 + ...\right.$$

$$\left. ... + \left(\frac{\partial \vec{r}}{\partial q_s}\right)^2 \dot{q}_s^2 + 2\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1}\cdot\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_2}\dot{q}_1\dot{q}_2 + ... + 2\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_{s-1}}\cdot\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_s}\dot{q}_{s-1}\dot{q}_s\right]$$

Бұл өрнектерден байқалатыны, жүйенің T кинетикалық энергиясы $\dot{q}_1, \dot{q}_2,..., \dot{q}_s$ жалпыланған жылдамдықтардың біртекті квадраттық функциясы, ал коэффициенттері жалпыланған координаттардың функциясы болады [1]:

$$T = \frac{1}{2}\left[A_{11}\dot{q}_1^2 + A_{22}\dot{q}_2^2 + ... + A_{ss}\dot{q}_s^2 + \right.$$
$$\left. + 2A_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + .. + 2A_{s-1}\dot{q}_{s-1}\dot{q}_s\right],$$

мұндағы

$$A_{11} = \sum_{i=1}^{n} m_i \left(\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1}\right)^2; \quad A_{22} = \sum_{i=1}^{n} m_i \left(\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_2}\right)^2,.$$

$$A_{ss} = \sum_{i=1}^{n} m_i \left(\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_s}\right)^2,$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1}\cdot\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_2},..., A_{s-1,s} = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_{s-1}}\cdot\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_s}.$$

Сонымен бірге $A_{ij} = A_{ji}$.

Осы коэффициенттердің әрбіреуін Маклорен қатарына жалпыланған координатаның дәрежесі бойынша жіктеп мынаны аламыз.

$$A_{ij}(q_1, q_2,..., q_s) = \left(A_{ij}\right)_0 + \sum_{j=1}^{s}\left(\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_j}\right)_0 q_j + ... \tag{1}$$

0 индексі тепе-теңдік орынға сәйкес функцияның мәнін көрсетеді. Жүйенің тепе-теңдік маңынан өте аз шамаға ауытқуы қарастырылып жатқандықтан, (1) теңдіктегі бірінші тұрақты мүшемен шектелеміз.

$$\left(A_{ij}\right)_0 = A_{ij}(0,0,...,0).$$

Бұл тұрақтыларды a_{ij} деп белгілейік, онда кинетикалық энергияның өрнегі мына түрде жазылады,

$$T = \frac{1}{2}\left(a_{11}\dot{q}_1^2 + a_{22}\dot{q}_2^2 + ... + a_{ss}\dot{q}_s^2 + 2a_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + ... + 2a_{s-1,s}\dot{q}_{s-1}\dot{q}_s\right) \quad (2)$$

немесе,

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} a_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j. \quad (3)$$

a_{ij} – тұрақтысы инерция коэффициенттері деп аталады [2].

Бірінші дағы, s еркіндік дәрежелі жүйе үшін алынған потенциалдық энергияның өрнегін тепе-теңдік орнының маңындағы кіші тербеліс жасайтын жүйенің потенциалдық энергиясын есептеуге қолдануға болады. a_{ij} инерция коэффициенттерін және c_{ij} – қатаңдық коэффициенттерін тікелей T және Π өрнектерінен анықтайды.

Жүйе қозғалысының дифференциалдық теңдеуін алу үшін Лагранж теңдеуінің екінші түрін қолданамыз.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}, ...,(j = 1,2,...,s).$$

q_j және $\dot{q}_j$ бойынша дифференциалдағанда аздықтың реті бірге төмендейтінін ескерсек онда T және Π мәнін екінші ретті аз шамаға дейінгі дәлдікпен есептеу керек. Жоғарғы дәрежелі аз шамаларды ескермеу, нәтижені алу кезінде бір шама қателіктер жіберуге мүмкіндік береді, бірақ бұл қателік тербелістер теориясын едәуір ықшамдаумен өтеледі. Бұл жағдайда жүйе қозғалысы сызықты дифференциялдық теңдеумен анықталады. Еркін тербеліс нақты жағдайда кедергі күшінің әсерінен өшеді. Жүйенің жеке бөліктеріне әсер ететін $\vec{R}_i$ кедергі күші, олардың жылдамдықтарына пропорционал деп қарастырайық

$$\vec{R}_i = -\nu_i\vec{\upsilon}_i,$$

Мұнда ν_i – пропорционалдық коэффициент. Кедергі күшінің болуы салдарынан жалпы механикалық энергияның ыдырауы жүреді. Голономды жүйенің жалпылаған координатасы q_j үшін жалпыланған кедергі күші келесі формула бойынша анықталады.

$$Q_{1R} = \sum_{i=1}^{n}\vec{R}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1}, ..., Q_{sR} = \sum_{i-1}^{n}\vec{R}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_s}.$$

Олай болса

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_1}\dot{q}_1 + ... + \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_s}\dot{q}_s,$$

және

$$\frac{\partial \vec{\upsilon}_i}{\partial \dot{q}_j} = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}.$$

Бұл мәндерді жалпыланған кедергі күштердің өрнегіне қоямыз,

$$Q_{1R} = -\sum_{i=1}^{n}\nu_i\vec{\upsilon}_i \cdot \frac{\partial \vec{\upsilon}_i}{\partial \dot{q}_1} = -\frac{\partial}{\partial \dot{q}_1}\sum_{i=1}^{n}\frac{\nu_i\vec{\upsilon}_i \cdot \vec{\upsilon}_i}{2} = -\frac{\partial}{\partial \dot{q}_1}\sum_{i=1}^{n}\frac{\nu_i\upsilon_i^2}{2};$$

$$Q_{2R} = -\frac{\partial}{\partial \dot{q}_2}\sum_{i=I}^{n}\frac{\nu_i\upsilon_i^2}{2}, ..., Q_{sR} = -\frac{\partial}{\partial \dot{q}_s}\sum_{i=I}^{n}\frac{\nu_i\upsilon_i^2}{2}.$$

Кинетикалық энергия өрнегінің формуласындай болатын диссипативтік функцияны немесе ыдырау функциясын енгізейік $(m_i \text{ орнына } \nu_i)$

$$\Phi = \sum_{i=I}^{n} \frac{\nu_i \upsilon_i^2}{2}.$$

Онда жалпыланған кедергі күші келесі формуламен анықталады:

$$Q_{1R} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_1},\ Q_{2R} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_2},...,Q_{sR} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s}. \tag{4}$$

Стационарлық байланыс жағдайында диссипативтік функцияны (2) теңдеуі арқылы жалпыланған жылдамдықтың біртекті оң квадраттық функциясы түрінде бейнелеуге болады.

$$\Phi = \frac{1}{2}(b_{11}\dot{q}_1^2 + b_{22}\dot{q}_2^2 + ... + b_{ss}\dot{q}_s^2 + 2b_{12}\dot{q}_1\dot{q}_2 + ... + 2b_{s-1,s}\dot{q}_{s-1}\dot{q}_s), \tag{5}$$

немесе

$$\Phi = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} b_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j, \tag{6}$$

Мұндағы b_{ij} – тұрақты коэффициенті диссипативтік коэффициент деп аталады. Релейдің диссипативтік Φ функциясының мәнін түсіндірейік, ол үшін Лагранж теңдеуін қолданамыз

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_{jP} + Q_{jR} \ \ (j = 1,2,..., s).$$

мұндағы,

$$Q_{jP} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j},\ \text{ал}\ Q_{jR} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_j},$$

тең болуы себепті,

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_j},\ \ (j = 1,2,..., s).$$

Барлық теңдеулерді $\dot{q}_j$ көбейтіп және бір-біріне қосатын болсақ,

$$\sum_{j=I}^{s}[\dot{q}_j \frac{d}{dt}(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}) - \frac{\partial T}{\partial q_j}\dot{q}_j] = -\sum_{j=I}^{s}\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}\dot{q}_j - \sum_{j=I}^{s}\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s}\dot{q}_j. \tag{7}$$

Өйткені,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\dot{q}_j\right) = \dot{q}_j\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\ddot{q}_j,$$

онда

$$\dot{q}_j\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\dot{q}_j\right) - \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\ddot{q}_j.$$

Бұл өрнекті (7) теңдеуіне қойып,

$$\sum_{j=I}^{s}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\dot{q}_j\right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q_j}\dot{q}_j + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\ddot{q}_j\right)\right] =$$

$$= -\sum_{j=I}^{s}\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}\dot{q}_j - \sum_{j=I}^{s}\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_j}\dot{q}_j. \tag{8}$$

аламыз [3]. T және Φ жалпыланған $\dot{q}_j$ жылдамдықтың біртекті квадраттық функциясы болғандықтан Эйлер теоремасы бойынша

$$\sum_{j=1}^{s}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\dot{q}_j = 2T$$

және

$$\sum_{j=1}^{s} \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_j} \dot{q}_j = 2\Phi ,$$

$$\sum_{j=1}^{s} \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} \dot{q}_j = \frac{d\Pi}{dt} ,$$

демек,

$$\sum_{j=1}^{s} \left(\frac{\partial T}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \ddot{q}_j \right) = \frac{dT}{dt} .$$

Бұл мәндерді (8) теңдеуіне қойып,

$$2\frac{dT}{dt} - \frac{dT}{dt} = -\frac{d\Pi}{dt} - 2\Phi ,$$

аламыз, және

$$\frac{d(T+\Pi)}{dt} = -2\Phi. \tag{9}$$

Бұл теңдіктен байқайтынымыз 2Φ шамасы жүйенің $(T+\Pi)$ энергиясының бірлік уақытта кемуін сипаттайды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. *Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: учеб. для вузов / Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. Изд.3, доп. URSS. 2017. - 416 с*
2. *Бабаков И.М. Теория колебаний: учеб. для вузов / Бабаков И.М. Теория колебаний. 4-изд., испр. –М.: Дрофа, 2004. -591с*
3. *Бисембаев К., Өміржанова Ж.М., Уәлиев З.Ғ. Классикалық механика. Сызықты тербелістер теориясы: оқу құралы / К.Бисембаев, Ж.М.Өміржанова, Уәлиев З.Ғ. Классикалық механика. Сызықты тербелістер теориясы. Алматы: Абай атындағы ҚазҰПУ, «Ұлағат» баспасы, 2019. -284 б*

МРНТИ 41.29.15; 41.29.17; 41.29.25; 41.29.33
УДК 524.4; 524.82; 524.83; 524.85

Ш.Р. Мырзақұл[1,2,3], Е.М. Мырзакулов[1], М. Иманқұл[2], К. Турдахан[1]

[1] Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан
[2]Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[3]Назарбаев Университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

БІРТЕКТІ ЕМЕС ТҰТҚЫР СҰЙЫҚТЫҒЫ БАР F-ЭССЕНЦИЯ КОСМОЛОГИЯСЫ

Аңдатпа

1998-1999 жылдары аса жаңа Ia түрдегі жұлдыздарды бақылау нәтижелерін талдағанда, біздің Әлемнің үдемелі ұлғайып жатқаны анықталды. Сондықтан, Әлем эволюциясының стандартты гравитациялық моделін қайта қарастыруға тура келді. Осыған орай көптеген жаңа моделдер пайда болды. Олардың басым бөлігі идеал сұйықтықпен сипатталады, бірақ табиғатта ондай жағдай аса үлкен масштабтарда ғана орын алады. Бұл жұмыста біз Фридман-Робертсон-Уокер жазық Әлеміндегі тұтқыр f -эссенция сұйықтықтың динамикасын зерттейміз. f -эссенция – фермион өрістерінің жалпыланған түрі. Тұтқыр сұйықтықтардың екі түрі талданып, Әлемнің қазіргі уақыттағы үдемелі ұлғаю мүмкіндігі зерттелген. Әлем эволюциясын сипаттайтын қажетті космологиялық параметрлер анықталды. Нәтижесінде Әлемнің үдемелі ұлғаюын, өзара әрекеттеспейтін, идеал сұйықтықпен сипатталатын көптеген заманауи модельдер сияқты, шынайы тұтқырлы фермион сұйықтығымен де сипаттауға болатындығы көрсетілген.

Түйін сөздер: Әлем, үдемелі ұлғаю, космология, f -эссенция, фермионды өріс, Фридман-Робертсон-Уокер метрикасы.

Аннотация

Ш.Р. Мырзақұл [1,2,3], Е.М. Мырзакулов[1], М. Иманқұл[2], К. Турдахан[1]
[1]Евразийский университет имени Л.Н. Гумилева, г.Нур-Султан, Казахстан
[2]Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г.Алматы, Казахстан
[3]Назарбаев университет, г.Нур-Султан, Казахстан

F-ЭССЕНЦИЯ КОСМОЛОГИЯ С НЕОДНОРОДНОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Проанализировав результаты наблюдений сверхновых звезд типа Ia в 1998-1999 годах, выяснилось, что наша Вселенная расширяется с ускорением. Поэтому появилось необходимость пересмотреть стандартную гравитационную модель Вселенной. Благодаря этому созданы различные новые модели. Большинство из них характеризуются идеальной жидкостью, однако такая идеализация может выполнятся на очень больших масштабах. В данной работе изучается динамика вязкой жидкости f -эссенции в плоской метрике Фридмана-Робертсона-Уокера. f -эссенция является обобщенной формой фермионных полей. Были проанализированы два типа вязких жидкостей и исследована возможность ускоренного расширения Вселенной. Определены все необходимые космологические параметры, характеризующие эволюцию Вселенной. В результате было показано, что ускоренное расширение может характеризоваться реальной вязкой фермионной жидкостью, как и во многих современных идеализированных моделях, характеризующихся идеальной жидкостью.

Ключевые слова: Вселенная, ускоренное расширение, космология, f -эссенция, фермионное поле, метрика Фридмана-Робертсона-Уокера.

Abstract

F-ESSENCE COSMOLOGY WITH INHOMOGENEOUS VISCOUS LIQUID

Myrzakul Sh. R. [1,2,3], Myrzakulov E.M. [1], M. Imankul[2], K. Turdahan[1]
[1]L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan
[2]Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
[3]Nazarbayev University, Nur-Sultan, Kazakhstan

After analyzing the results of observation of type Ia supernovae in 1998-1999, it turned out that our Universe is expanding with acceleration. Therefore, there was a need to revise the standard gravitational model of the universe. Thanks to this, various new models have been created. Most of them are characterized by an ideal fluid, but such idealization can be performed on a very large scale. In this paper, we study the dynamics of a viscous fluid of f -essence in the flat Friedmann-Robertson-Walker metric. f -essence is a generalized form of fermion fields. Two types of viscous fluids were analyzed and the possibility of accelerated expansion of the Universe was investigated. All necessary cosmological parameters characterizing the evolution of the Universe are determined. As a result, it was shown that accelerated expansion can be characterized by a real viscous fermionic fluid, as in many modern idealized models characterized by an ideal fluid.

Keywords: Universe, accelerated expansion, cosmology, f -essence, fermion field, Friedmann-Robertson-Walker metric.

1. Кіріспе

Өткен мыңжылдықтың соңында астрономдар Жерден қашық жатқан ғаламдардағы асажаңа жұлдыздардың Ia түрін бақылағанда олардың жарықтығы шамның стандарты әдісіне негізделген болжамнан төмен екенін анықтады. Осы фактіні негізге ала отырып, біздің Әлем үдемелі ұлғаюда деген қорытынды жасалды. Сонымен қатар, ғарыштық микротолқындық сәулелену, гравитациялық линза және нуклеосинтез Үлкен Жарылыс өлшеуімен бақылау да осы тұжырымды растады. Біздің Әлемнің үдемелі ұлғайғаны анықталған соң [1], Әлем эволюциясының стандартты гравитациялық моделін қайта қарастыруға тура келеді. Бұл құбылысты сипаттау үшін екі негізгі бағыт дамуда: альтернативті теориялар немесе гравитацияның модификацияланған теориясы. Бірінші бағыт, біздің Әлемді үдемелі ұлғайтып жатқан белгісіз бір болжанды зат – күңгірт энергияға негізделген, ол кеңістікте біркелкі таралған күшті теріс қысымға ие. Жоғарыда аталған қасиеттерге сүйене отырып, ғалымдар күңгірт энергия күйінің әртүрлі теңдеулерін жасайды. Соңғы космологиялық бақылауларға сәйкес, күңгірт энергияның күй параметрі $\omega = -0.972^{+0.061}_{-0.060}$ интервалымен шектеулі, сондықтан күңгірт энергияға альтернативті [2,3] күйдің сәйкес теңдеуін қанағаттандыратын күңгірт сұйықтықтың әртүрлі формалары (фантом, квинтэссенция, біртекті емес сұйықтықтар және басқалар) [4,5] бар. Гравитация теориясының әртүрлі альтернативалары бар, олар идеал сұйықтықты басқа нақты сұйықтықтармен алмастырады. Сұйықтықтардың қарапайым түрлерінің бірі – біртексіз тұтқырлықты ескеру, соның арқасында осындай балама теориялардың кейбір жалпы белгілерін түсінуге мүмкіндік тудырады [6,7].

Екінші бағыт, Эйнштейн гравитациясысын модификациялау – жалпы салыстырмалылық теориясының классикалық Гильберт-Эйнштейндік әсерінде қисықтық инварианттардың кейбір комбинациясымен алмастыру немесе толықтыру (Риман тензоры, Вейл тензоры, Риччи тензоры және т.б.). Осылайша, қазіргі уақыттағы үдемелі ұлғаюды гравитациялық әсердің кейбір (қосалқы) – кішкентай иілулерде елеулі болатын доминантты мүшелері жасайды.

Бұрын [8] жұмыста жазық Фридман-Робертсон-Уокер (ФРУ) уақыт-кеңістігінде біртексіз тұтқыр сұйықтықтардың әртүрлі түрлері қарастырылған және космологиялық тұрақтыға салыстырғанда болашақтағы алуан түрлі эволюцияны қамтамасыз ететін қазіргі космологиялық үдеуді сипаттау мүмкіндігі зерттелген. Бұл жұмыста біз тұңғыш рет [9] жұмыста ұсынылған жалпыланған фермион өрісі – f-эссенция үшін тұтқыр сұйықтықтың күй теңдеуін зерттегіміз келеді. Жартылай спинді элементар бөлшектерден тұратын, әсіресе Дирак 1/2 спині, фермион өрістері микро әлемде маңызды рөл атқарады. Алайда, космологияда фермион өрістерінің рөлі әдетте шектеулі деп саналды. Кейбір зерттеулерден кейін [10-13], фермион өрістерінің Әлем эволюциясын зерттеудегі маңызы айқын болды. [9] жұмыстың авторлары күңгірт энергияны жақсы сипаттайтын моделінің бірі Чаплыгин газын f-эссенция арқылы қайта келтіруді зерттеді, нәтижесінде бақылау мәлеметтеріне жақсы үйлесетінін көрсетті. Сонымен қатар, [14, 15] жұмыстарда космологиядағы Нетер симметриясының әдісін пайдаланып, Старобинский моделінде f-эссенция динамикасы зерттелді.

Жұмыс келесідей ұйымдастырылған. Біріншіден, жазық ФРУ кеңістігінде f-эссенция моделін құрамыз және қозғалыс теңдеулерін табамыз. Әрі қарай, тұтқыр сұйықтық күйінің теңдеуін қолдана отырып, f-эссенцияның лагранжианын тұтқырлықтың түріне тәуелділігін аламыз. Бұл жұмыста тұрақты күй параметрі мен тұтқырлықтың екі түрі: тұрақты және Хаббл параметріне пропорционалды түрлері қарастырылады. Космологиялық параметрлердің уақытқа тәуелділігін де табамыз. Соңында алынған нәтижелерді талқылаймыз.

Бұл жұмыста келесі шамаларды: $k_B = c = \hbar = 1$ және $8\pi / M_{Pl}^2 = 1$ (M_{Pl} - Планк массасы) деп ұйғарамыз.

2. R гравитацияның f-эссенция моделі

f-эссенция әсері былай беріледі

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}[R + L_f], \tag{1}$$

мұндағы g - метрикалық тензордың анықтаушысы, $g_{\mu\nu}$ метрикалық тензор және R қисықтық скалярын білдіреді (Риччи скаляры). Мұндағы

$$L_f = 2K(Y,\psi,\bar{\psi}) \tag{2}$$

f-эссенция өрісінің лагранжиан тығыздығы, Y - фермиондық өрістің канондық кинетикалық мүшесі, $\psi = (\psi_1,\psi_2,\psi_3,\psi_4)^T$ - фермиондық функция, ал $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$ – оның комплексті түйіндесі, қанжар комплексті түйіндесін білдіреді. Фермиондық өріс үшін канондық кинетикалық мүше

$$Y = 0.5i[\bar{\psi}\Gamma^\mu D_\mu\psi - (D_\mu\bar{\psi})\Gamma^\mu\psi], \tag{3}$$

мұндағы D_μ - ковариант туындысы және

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

Дирак гамма матрицалары. Бұл жұмыста фермиондық өрістер классикалық коммутация өрісі ретінде қарастырылады.

Жалпы, (1) әсерге сәйкес келетін теңдеулер өте күрделі болады. Түсінікті болу үшін мұнда қарапайым космологиялық метрика, атап айтқанда f-эссенциямен толтырылған біртекті, изотроптық және жазық ФРУ Әлемін қарастырамыз. Бұл метрика келесі түрде берілген

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2), \tag{5}$$

мұндағы $a(t)$ - Әлемнің масштабты факторы. Сонымен қатар

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right), Y = \frac{1}{2}i\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right), \tag{6}$$

нүкте уақыт бойынша туындыны білдіреді, біртекті және изотропты метрика деп санайтындықтан, f -эссенция өрісі уақытқа ғана байланысты болады, яғни қозғалыс теңдеулерін жазуға алдын-ала дайындық аяқталды. Сонымен, $H = \dot{a}/a$ Хаббл параметрі ескеріп, ФРУ метрикасы үшін (5), (1) әсерге сәйкес келетін қозғалыс теңдеулерін келесі түрде аламыз

$$\begin{aligned} &3H^2 - \rho_f = 0, \\ &2\dot{H} + 3H^2 + p_f = 0, \\ &K_Y\dot{\psi} + 0.5(3HK_Y + \dot{K}_Y)\psi - K_{\overline{\psi}}i\gamma^0 = 0, \\ &K_Y\dot{\overline{\psi}} + 0.5(3HK_Y + \dot{K}_Y)\overline{\psi} + K_{\psi}i\gamma^0 = 0, \end{aligned} \tag{7-10}$$

мұндағы $K_Y = \partial K/\partial Y, K_{\psi} = \partial K/\partial\psi, K_{\overline{\psi}} = \partial K/\partial\overline{\psi}$. Фридман теңдеулеріндегі p және ρ қысым мен Әлем толтырылған сұйықтың тығыздығы энергияның сақталу заңын қанағаттандыруы керек

$$\dot{\rho}_f + 3H(\rho_f + p_f) = 0. \tag{11}$$

Мұнда f -эссенцияның энергия тығыздығы мен қысымы сәйкесінше келесі түрде болады

$$\rho_f = K_Y Y - K, \quad p_f = K. \tag{12}$$

Егер $K = Y - V(\overline{\psi},\psi)$ болған жағдайда, біздің модель (1) әдеттегі Эйнштейн-Дирак теориясын беретіндігін атап өтеміз. (9)-(10) теңдеулерінен мынаны аламыз

$$\overline{\psi}\psi = \frac{\alpha}{a^3K_Y}, \tag{13}$$

мұндағы α – интеграл тұрақтысы. Уақыт функциясы ретінде шешілетін төрт тәуелсіз (7)-(10) теңдеулер жүйесінде бес белгісіз бар, атап айтқанда $H, \rho_f, p_f, \psi, \overline{\psi}$ және K . Келесі бөлімде біртекті емес тұтқыр сұйықтықтардың күй теңдеуін таңдап, барлық космологиялық параметрлерді шешуді қарастырамыз.

3. Жазық ФРУ кеңістігіндегі біртексіз тұтқыр сұйықтықтар

Жазық ФРУ кеңістігіндегі біртексіз тұтқыр сұйықтықтардың күй теңдеуі [20,21, 26]

$$p = \omega(\rho)\rho + B(\rho, a(t), H, \dot{H}...), \tag{14}$$

мұндағы $\omega(\rho)$ күй параметрі энергия тығыздығына тәуелді болуы мүмкін, ал көлемдік тұтқырлық $B(\rho, a(t), H, \dot{H}...)$ сұйықтықтың энергия тығыздығының, масштабты фактордың, Хаббл параметрі мен оның туындыларының жалпы функциясы болып табылады. Бұл жұмыста $\omega = const$ болатын қарапайым теңдеуді қарастырамыз

$$p = \omega\rho_f - 3H\zeta(H), \tag{15}$$

мұндағы $\zeta(H)$ көлемдік тұтқырлық және ол тек Хаббл параметріне тәуелді болады. Термодинамикалық негізде, қайтымсыз процесте энтропияның өзгеруінің оң таңба болуы үшін $\zeta(H)$ шамасы оң болуы керек, сондықтан $\zeta(H) > 0$ деп пайымдаймыз [24, 25]. Сұйықтықтың энергия-импульс тензоры $T_{\mu\nu}$

$$T_{\mu\nu} = \rho_f u_\mu u_\nu + \lfloor\omega(\rho_f)\rho_f - 3H\zeta(H)\rfloor(g_{\mu\nu} + u_\mu u_\nu), \tag{16}$$

мұндағы $u_\mu = (1,0,0,0)$ – төртөлшемді жылдамдық векторы. Сұйықтықтың энергиясының сақтау заңы мынаған тең

$$\dot{\rho}_f + 3H\rho_f(1 + \omega(\rho_f)) = 9H^2\zeta(H). \tag{17}$$

Ары қарай біз осындай сұйықтықтардың f -эссенциясы бар ФРУ Әлемінде талдаймыз. Бізді қазіргі өміршең космологияны қамтамасыз ететін сұйықтықтар қызықтырады, бірақ космологиялық тұрақты жағдайға байланысты болашақ эволюциясы басқаша.

Сұйықтыққа арналған күй теңдеуінің параметрі (15)

$$\omega_{\text{eff}} := \frac{p}{\rho} = \omega(\rho) - \frac{3H\zeta(H)}{\rho}. \tag{18}$$

Космологиялық деректер сүйенсек $\omega_{\text{eff}} \cong -1$ екені белгілі. Идеал сұйықтық болған жағдайда ω минус бір шамасына жақын болуы керек, бірақ әр түрлі идеал емес сұйықтық үшін басқа мүмкіндіктерге жол беріледі.

3.1. Тұрақты тұтқырлық

Тұрақты көлемдік тұтқырлық жағдайында $\zeta(H) = \zeta_0$, $\zeta_0 > 0$. (15) теңдеуді ескере отырып, (7)-(8) қозғалыс теңдеулерінен масштабты фактордың динамикасын, Хаббл параметрін, f-эссенция тығыздығын табамыз

$$
\begin{aligned}
a(t) &= a_0\left(e^{\frac{3}{2}\zeta_0(t-t_0)}(1+\omega)-1\right)^{\frac{2}{3(1+\omega)}}, \\
H(t) &= \frac{\zeta_0}{1+\omega-e^{-\frac{3}{2}\zeta_0(t-t_0)}}, \\
\rho_f(t) &= \frac{3\zeta_0^2}{\left(1+\omega-e^{-\frac{3}{2}\zeta_0(t-t_0)}\right)^2},
\end{aligned}
\tag{19-21}
$$

мұндағы a_0 - интеграл тұрақтысы. Содан кейін (9)-(10) гравитациялық қозғалыс теңдеуімен f-эссенция өрісінің лагранжианын аламыз

$$
K(Y,\psi,\bar{\psi}) = C_1 Y^{\frac{1+\omega}{\omega}} - \frac{3\zeta_0^2}{(1+\omega)\left(1+\omega-e^{-\frac{3}{2}\zeta_0(t-t_0)}\right)}. \tag{22}
$$

Егер $\omega \to -1$ болса, онда кинетикалық мүше $C_1 Y^{\frac{1+\omega}{\omega}} \to 0$ және потенциалды мүше

$$
\frac{3\zeta_0^2}{(1+\omega)\left(1+\omega-e^{-\frac{3}{2}\zeta_0(t-t_0)}\right)} \to \infty
$$

тең болатыны көрініп тұр.

Ал баяулау параметрі q

$$
q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 + \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}\zeta_0 t}, \tag{21}
$$

егер $q(t \to \infty) = -1 < 0$ теріс болса, онда $\ddot{a} > 0$, сондықтан Әлемнің ұлғаюы «үдей түседі».

3.2. Тұтқырлық H-қа пропорционал

$\zeta(H) = H$ жағдайында масштабты фактордың динамикасын, Хаббл параметрін және тығыздығын келесі түрде табамыз

$$
\begin{aligned}
a(t) &= a_0(t-t_0)^{\frac{2}{3\omega}}, \\
H(t) &= \frac{2}{3\omega}\frac{1}{t-t_0}, \\
\rho_f(t) &= \frac{4}{3\omega^2}\frac{1}{(t-t_0)^2}.
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Сонымен, бұл жағдайда біртекті емес тұтқыр сұйықтыққа сәйкес келетін f-эссенция лагранжианының өрісі келесідей болады

$$
K(Y,\psi,\bar{\psi}) = C_2 Y^{\frac{1+\omega}{\omega}} - \frac{4}{3\omega^2(1+\omega)(t-t_0)^2}, \tag{23}
$$

баяулау параметрі

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -1 + \frac{3}{2}\omega = const, \tag{24}$$

Әлемнің бүкіл эволюциясы кезінде тұрақты болып табылады. q оң болуы үшін Әлемнің баяу қарқынмен ұлғаюын анықтайтын ω-ның мәнін $\frac{2}{3}$-ден үлкен қылып алуымыз керек. Егер q-нің теріс мәнін қабылдайтын болсақ, яғни ω $\frac{2}{3}$-ден аз болса, онда Әлем тез ұлғаяды. Осылайша, ω қолайлы мәндері үшін біз Әлемнің баяу және жедел дамуын аламыз. Бұл жағдайда біздің модель q тұрақты мәніне байланысты фазалық ауысуды көрсетпейді.

4. Қорытынды

Космологиялық гравитациялық өріс аясында біртекті емес тұтқыр сұйықтық (және күңгірт энергия) пен сызықтық емес f-эссенция арасындағы эквивалент табылды. Біртекті емес тұтқыр сұйықтықтың әр түрлі типтерін сызықтық емес f-эссенция арқылы модельдеуге болатындығы көрсетілген. Біртекті емес тұтқыр сұйықтықты немесе күңгірт энергияны сипаттаудың жаңа сипаттамасын қолдану арқылы Әлем эволюциясы изотропты ФРУ моделінің аясында зерттелді. Тиісті Эйнштейн теңдеулері шешілді. Тұтқырлықтың екі түрі қарастырылады: тұрақты және Хаббл параметріне пропорционалды. Тұрақты тұтқырлық жағдайында Әлем үдеумен ұлғаятыны, ал екінші жағдайда осы параметрді таңдауға байланысты болатындығы көрсетілген. Сонымен қатар, екі жағдайда да, космологиялық тұрақты $\omega = -1$ болғанда, f-эссенция өрісінің потенциалдық энергиясы шексіздікке ұмтылатыны көрсетілген.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Riess A.G. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // The Astronomical Journal. – 1998. – Vol. 116, № 3. – P. 1009-1038.

2 Nojiri S., Odintsov S.D. Inhomogeneous equation of state of the universe: Phantom era, future singularity, and crossing the phantom barrier // Physical Review D. – 2005. – Vol. 72, № 2. – P. 023003.

3 Brevik I. H., Gorbunova O. Dark energy and viscous cosmology // General Relativity and Gravitation. -2005. – Vol. 37, № 12. – P. 2039-2045.

4 Nojiri S., Odintsov S.D. The new form of the equation of state for dark energy fluid and accelerating universe // Physics Letters B. – 2006. – Vol. 639, № 3-4. –P. 144-150.

5 Capozziello S., Cardone V.F., Elizalde E., Nojiri S., Odintsov S.D. Observational constraints on dark energy with generalized equations of state // Physical Review D. – 2006. – Vol. 73, № 4. – P. 043512.

6 Myrzakul S., Sebastiani L., Myrzakulov R. Inhomogeneous viscous fluids in FRW universe and finite-future time singularities // Astrophysics and Space Science. – 2014. – Vol. 350, № 2. – P. 845-853.

7 Myrzakul S., Sebastiani L., Myrzakulov R. Inhomogeneous fluids for warm inflation // Astrophysics and Space Science. – 2015. – Vol. 357, № 2. – P. 168.

8 Jamil M., Myrzakulov Y., Razina O., Myrzakulov R. Modified Chaplygin gas and solvable F-essence cosmologies // Astrophysics and Space Science.–- 2011. - Vol 336, № 2. – P. 315-325.

9 Kulnazarov I., Yerzhanov K., Myrzakul S., Razina O., Tsyba P., Myrzakulov R. G-essence with Yukawa interactions // The European Physical Journal C. – 2011. – Vol. 71. – P 1698.

10 Myrzakul S., Sebastiani L., Myrzakulov R. k-essence in Horndeski models // Astrophysics and Space Science. – 2016. – Vol 361, № 8. – P. 254.

11 Myrzakul S., Sebastiani L., Myrzakulov R. Reconstruction of k-essence inflation in Horndeski gravity // The European Physical Journal Plus. – 2017. – Vol. 132, № 10. – P. 433.

12 Jamil M., Momeni D., Serikbayev N.S., Myrzakulov R. FRW and Bianchi type I cosmology of f-essence // Astrophysics and Space Science. – 2012. – Vol 339, № 1. – P. 37-43.

13 Bamba K., Yesmakhanova K., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Reconstruction of the equation of state for the cyclic universes in homogeneous and isotropic cosmology // Central European Journal of Physics. – 2013. – Vol. 11, № 4. – P. 397-411.

14 Myrzakul Sh.R., Myrzakul T.R., Belisarova F.B., Abdullayev Kh., Myrzakulov K.R. Noether symmetry approach in f-essence cosmology with scalar-fermion interaction // News of the national academy of sciences of the Republic of Kazakhstan. Physico-Mathematical Series. – 2017. Vol. 5, № 315. – P. 163-171.

15 Myrzakul S.R., Belisarova F.B., Myrzakul T.R., Myrzakulov K.R. Dynamics of f-essence in frame of the Starobinsky model // News of the national academy of sciences of the Republic of Kazakhstan. Physico-Mathematical Series. – 2017. – Vol. 5(315) – P. 143-148.

МРНТИ 41.29.15; 41.29.17; 41.29.25; 41.29.33
УДК 524.4; 524.82; 524.83; 524.85

Ш.Р. Мырзақұл[1,2,3], Е.М. Мырзакулов[1], М.Арзимбетова[2], А.П. Наширов[1]

[1]Евразийский университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
[2]Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
[3]Назарбаев университет, Нур-Султан, Казахстан

ДИНАМИКА f -ЭССЕНЦИИ В $F(R,T)$ ГРАВИТАЦИИ

Аннотация

Модифицированные теории гравитации стали своего рода парадигмой в современной физике, поскольку они, кажется, решают несколько недостатков стандартной Общей теории относительности (ОТО), связанной с космологией, астрофизикой и квантовой теорией поля. Наиболее известные модифицированные теорий гравитации являются $F(R)$ и $F(T)$ теории гравитации. Обобщение этих двух модифицированных теории $F(R)$ и $F(T)$ гравитаций, которое впервые было предложено Мырзакуловым Ратбаям. В данной работе исследована неоднородная изотропная космологическая модель с фемионным полем f -эссенцией, действие которой имеет вид $S_{RT}=\int d^4x\sqrt{-g}[F(R,T)+L_m]$, где R - скаляр кривизны, а T - скаляр кручения, L_m - лагранжиан f -эссенции. Детально изучается частный случай при $F(R,T)=\alpha R+\beta T$, получены параметры, описывающие текущее ускоренное расширение Вселенной. Определён вид лагранжиана f -эссенции данной модели. Представленные результаты показывают, что $F(R,T)$ гравитация с f -эссенцией может описывать ускоренное расширение Вселенной.

Ключевые слова: Вселенная, ускоренное расширение, космология, f -эссенция, фермионное поле, метрика Фридмана-Робертсона-Уокера, $F(R,T)$ -гравитация.

Аңдатпа

Ш.Р. Мырзақұл[1,2,3], Е.М. Мырзакулов[1], М.Арзимбетова[2], А.П. Наширов[1]
[1]Л.Н.Гумилев ат. Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Казахстан
[2]Әл-Фараби ат. Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Казахстан
[3]Назарбаев Университеті, Нұр-Сұлтан қ., Казахстан

$F(R,T)$ ГРАВИТАЦИЯСЫНДАҒЫ f – ЭССЕНЦИЯ ДИНАМИКАСЫ

Гравитацияның модификацияланған теориялары қазіргі физикада өзгеше парадигманың түріне айналды, өйткені олар космология, астрофизика және кванттық өріс теориясымен байланысты стандарттты жалпы салыстырмалылық теориясының бірнеше кемшіліктерін шешкен сияқты. Гравитацияның ең танымал модификацияланған теориялары - $F(R)$ және $F(T)$ гравитациялық теориялары. осы екі теорияның жалпыланған түрін ең алғаш рет Мырзақұлов Ратбай ұсынған. Бұл жұмыста біз f -эссенция фермиондық өрісі бар біртекті емес изотропты космологиялық модельді зерттейміз, оның әсері мынан түрде $S_{RT}=\int d^4x\sqrt{-g}[F(R,T)+L_m]$, мұнда R – қисықтық скаляры және T – ширату скаляры және L_m – f -эссенция лагранжианы. Әлемнің үдетілген ұлғаюын сипаттайтын параметрлер алынған. Нақты жағдай $F(R,T)=\alpha R+\beta T$ қарастырылып, толықтай зерттеледі. Бұл модельдің f -эссенция лагранжианың түрі анықталған. Ұсынылған нәтижелер f -эссенциясы бар $F(R,T)$ гравитациясы Әлемнің үдетілген ұлғаюын сипаттайтындығын көрсетеді.

Түйін сөздер: Әлем, үдемелі ұлғаю, космология, f -эссенция, фермионды өріс, Фридман-Робертсон-Уокер метрикасы, $F(R,T)$ -гравитациясы.

Abstract

DYNAMICS of f - ESSENCE in $F(R,T)$ GRAVITY

Myrzakul Sh. R. [1,2,3], Myrzakulov E.M. [1], Arzimbetova A.P. [2], Nashirov A.P.[1]
[1]L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan
[2]Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
[3]Nazarbayev University, Nur-Sultan, Kazakhstan

Modified theories of gravity have become a kind of paradigm in modern physics because they seem to solve several shortcomings of the standard General Relativity (GR) related to cosmology, astrophysics and quantum field theory. The most famous modified theories of gravity are $F(R)$ and $F(T)$ theories of gravity. A generalization of these two modified theories and gravitations, which was first proposed by Myrzakulov Ratbay. In this paper, we study an inhomogeneous isotropic cosmological model with a femion field f-essence whose action has the form $S_{RT} = \int d^4x\sqrt{-g}[F(R,T) + L_m]$, where R is the scalar of curvature, and T is the torsion scalar, and L_m is the Lagrangian f-essence. A particular case $F(R,T) = \alpha R + \beta T$ is studied in detail when parameters are obtained that describe the current accelerated expansion of the Universe. The type of Lagrangian f -essence of this model is determined. The presented results show that gravity with f -essence can describe the accelerated expansion of the Universe.

Keywords: Universe, accelerated expansion, cosmology, f -essence, fermion field, Friedmann-Robertson-Walker metric, $F(R,T)$ -gravity

Введение

Идея расширить теорию гравитации Эйнштейна плодотворна и экономична в отношении нескольких попыток, которые пытаются решить проблемы путем добавления новых и, в большинстве случаев, неоправданных новых компонентов, чтобы дать самосогласованную картину динамики. Наблюдаемое сегодня, ускоренное расширение потока Хаббла и недостающее вещество астрофизических крупномасштабных структур, в первую очередь, включены в эти соображения. Обе проблемы могут быть решены путем изменения гравитационного сектора, т.е. полевых уравнений. Философия является альтернативой для добавления новых космических жидкостей (новых компонентов в уравнениях поля), которые должны приводить к кластерным структурам (темная материя) или к ускоренной динамике (темная энергия) благодаря экзотическим уравнениям состояния. В частности, ослабляя гипотезу о том, что гравитационный лагранжиан должен быть линейной функцией скаляра кривизны Риччи R, как и в формулировке Гильберта-Эйнштейна, можно в качестве минимального расширения принять во внимание эффективное действие, когда гравитационный лагранжиан является общей функцией.

Основными и известными примерами таких модифицированных теорий гравитации являются $F(R)$ теория гравитации и $F(T)$ теория гравитации. В этом направлении обобщение теорий гравитации $F(R)$ и $F(T)$ обещает стать перспективным и интересным вариантом модифицированных теорий гравитации. Одно из таких обобщений теорий $F(R)$ и $F(T)$ было впервые представлено в [1] (см. также [2-7]). Там было показано, что скаляр кручения, а также скаляр кривизны без источника материи приводит к образованию этого объединения, расширению Вселенной, инфляции и так далее. Данное обобщение включает в себе все свойства теории $F(R)$ и $F(T)$ гравитаций.

Астрономические наблюдения предполагают, что на очень больших масштабах Вселенную можно рассматривать как однородную и изотропную для космологических целей, и поэтому она хорошо описывается метрикой Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ). В данной работе исследуется динамика фермионного поля f -эссенции в рамках $F(R,T)$ гравитации, описываемой метрикой ФРУ. Подробно исследован частный случай $F(R,T) = \alpha R + \beta T$, где α и β – действительные постоянные. Получены необходимые космологические параметры.

Основы гравитации

Действие имеет следующий вид [1]:

$$S_{RT} = \int d^4x\sqrt{-g}[F(R,T) + L_m], \tag{1}$$

где L_m - лагранжиан материи, R - скаляр кривизны, T - скаляр кручения

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}, T = S_{\rho}{}^{\mu\nu}T^{\rho}{}_{\mu\nu}. \quad (2)$$

Впервые данное обобщение было предложено в работе [1], а его свойства исследованы в работах [2-15]. В целом $G^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ имеет вид

$$G^{\lambda}{}_{\mu\nu} = e_i{}^{\lambda}\partial_{\mu}e^i{}_{\nu} + e_j{}^{\lambda}e^i{}_{\nu}\omega^j{}_{i\mu} = \Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} + K^{\lambda}{}_{\mu\nu}, \quad (3)$$

где $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ - связь Леви-Чивиты, а $K^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ - конторсион. Метрику мы пишем в стандартной форме как

$$ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j. \quad (4)$$

Ортонормальные тетрадные компоненты $e_i(x^{\mu})$ связаны с метрическим тензором следующим образом

$$g_{\mu\nu} = \eta_{ij}e^i_{\mu}e^j_{\nu}. \quad (5)$$

Ортонормированное условие задается как

$$\eta_{ij} = g_{\mu\nu}e^{\mu}_i e^{\nu}_j. \quad (6)$$

Здесь $\eta_{ij} = diag(-1,1,1,1)$, где мы использовали отношение

$$e^i_{\mu}e^{\mu}_j = \delta^i_j. \quad (7)$$

Основы f - эссенции

Кратко изложим некоторые основы фермионной модели f-эссенции обозначенной в работе [7]. Действие модели имеет вид [7]

$$S_f = \int d^4x\sqrt{-g}[R + 2K(Y,\psi,\overline{\psi})], \quad (8)$$

где ψ и $\overline{\psi} = \psi^{\dagger}\gamma^0$ обозначают фермионное поле и его сопряжение, соответственно, крест означает комплексное сопряжение и R это скаляр Риччи. K –является плотностью лагранжиана фермионного поля, канонический кинетический член которого имеет вид

$$Y = \frac{1}{2}i[\overline{\psi}\Gamma^{\mu}D_{\mu}\psi - (D_{\mu}\overline{\psi})\Gamma^{\mu}\psi]. \quad (9)$$

Здесь $\Gamma^{\mu} = e^{\mu}_a\gamma^a$ –является обобщенные матрицы Дирака-Паули, удовлетворяющие алгебре Клиффорда

$$\{\gamma^{\mu},\gamma^{\nu}\} = 2g^{\mu\nu}, \quad (10)$$

где скобки обозначают анти-коммутационное соотношение. e^{μ}_a обозначает тетраду, тогда как ковариантная производная задается формулой

$$D_{\mu}\psi = \partial_{\mu}\psi - \Omega_{\mu}\psi, \quad D_{\mu}\overline{\psi} = \partial_{\mu}\overline{\psi} + \overline{\psi}\Omega_{\mu}. \quad (11)$$

Фермионная связь Ω_{μ} определяется формулой

$$\Omega_{\mu} = -\frac{1}{4}g_{\rho\sigma}[\Gamma^{\rho}_{\mu\delta} - e^{\rho}_b\partial_{\mu}e^b_{\delta}]\Gamma^{\sigma}\Gamma^{\delta}, \quad (12)$$

где $\Gamma^{\rho}_{\mu\delta}$ обозначают символы Кристофелля.

Фермионные поля рассматриваются здесь как классически коммутирующие поля. Под классическим фермионным полем мы понимаем набор из четырех комплексных функций пространства-времени, которые преобразуются в соответствии со спинорным представлением группы Лоренца. Существование таких полей имеет решающее значение в нашей работе, поскольку, несмотря на то, что фермионы описываются квантованными фермионными полями, которые не имеют классического предела, мы предполагаем, что такие классические поля существуют, и используем их как поля материи, связанные с гравитацией.

Гравитация Мырзакулова с f -эссенцией

Теперь рассмотрим $F(R,T)$ с f -эссенцией. Его действие задается как

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}[F(R,T) + 2K(Y,\psi,\overline{\psi}], \quad (13)$$

где R и T - скаляры кривизны и кручения соответственно выражаются в виде

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, T = S_{\rho}{}^{\mu\nu} T^{\rho}{}_{\mu\nu}. \tag{14}$$

Частный случай для метрики Фридмана-Робертсона-Уокера

Чтобы упростить, в этом разделе сделаем следующие два упрощения проблемы, а именно, предполагаем, что:

1) F имеет форму

$$F = \alpha R + \beta T, \tag{15}$$

где α и β - некоторые положительные константы.

2) рассмотрим только пространство-время Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ) с метрикой

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 (dx^2 + dy^2 + dz^2). \tag{16}$$

Тогда действие (13) принимает вид

$$S = \int dx^4 \sqrt{-g} [\alpha R + \beta T + 2K(Y, \psi, \overline{\psi})]. \tag{17}$$

Наше следующее важное предложение заключается в том, что для метрики ФРУ R и T принимают формы

$$\begin{aligned} R &= u + 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) = u + 6\left(\dot{H} + 2H^2\right) = u + R_S, \\ T &= v - 6\frac{\dot{a}^2}{a^2} = v - 6H^2 = v - T_S, \end{aligned} \tag{18}$$

где u и v - некоторые функции от $a, a, \frac{d^j a}{dt^j}, R, T$ и так далее. Здесь

$$\begin{aligned} R_S &= 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) = 6\left(\dot{H} + 2H^2\right), \\ T_S &= -6\frac{\dot{a}^2}{a^2} = -6H^2. \end{aligned} \tag{19}$$

Далее действие для нашей модели можем переписать как

$$S = \int dx^4 \sqrt{-g} [\alpha R_r + \beta T_w + \overline{L}_m], \tag{20}$$

где
$$\overline{L}_m = \alpha u + \beta v + L_m = \alpha u + \beta v + 2K(Y, \psi, \overline{\psi}) = 2\overline{K}(Y, \psi, \overline{\psi}). \tag{21}$$

Для метрики ФРУ матрицы Дирака искривленного пространства-времени Γ^{μ} имеют вид

$$\Gamma^0 = \gamma^0,\ \Gamma^j = a^{-1}\gamma^j,\ \Gamma^5 = -i\sqrt{-g}\Gamma^0\Gamma^1\Gamma^2\Gamma^3 = \gamma^5,\ \Gamma_0 = \gamma^0,\ \Gamma_j = a\gamma^j (i = 1,2,3). \tag{22}$$

Отсюда получаем

$$\Omega_0 = 0,\ \Omega_j = \frac{1}{2}\dot{a}\gamma^j\gamma^0 \tag{23}$$

и

$$Y = \frac{1}{2} i\left(\overline{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\overline{\psi}}\gamma^0\psi\right). \tag{24}$$

Наконец, отметим, что гамма-матрицы, которые мы записываем в базис Дирака, имеют вид

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix},\quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix},\quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \tag{25}$$

где $I = diag(1,1)$ и σ^k - матрицы Паули, имеющие следующую форму

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{26}$$

Перепишем действие (20) в следующем виде

$$S = \int dt \sqrt{-g} L, \tag{27}$$

где L - точечный лагранжиан. Для нахождения уравнений движения модели используем уравнения Эйлера-Лагранжа. В нашем случае уравнения Эйлера-Лагранжа задаются следующим образом

$$\frac{\partial L}{\partial a}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{a}}=0,\quad \frac{\partial L}{\partial R}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{R}}=0,\quad \frac{\partial L}{\partial T}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{T}}=0,\quad \frac{\partial L}{\partial \psi}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}=0,\quad \frac{\partial L}{\partial \overline{\psi}}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\overline{\psi}}}=0. \tag{28}$$

Соответственно условие нулевой энергии задается как

$$E_L=\frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\dot{a}+\frac{\partial L}{\partial \dot{R}}\dot{R}+\frac{\partial L}{\partial \dot{T}}\dot{T}+\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\dot{\psi}+\frac{\partial L}{\partial \dot{\overline{\psi}}}\dot{\overline{\psi}}-L=0. \tag{29}$$

Наконец, уравнения движения для нашей модели принимают вид

$$\begin{aligned}&3H^2-\overline{\rho}=0,\\ &2\dot{H}+3H^2+\overline{p}=0,\\ &\overline{K}_Y\dot{\psi}+0.5(3H\overline{K}_Y+\dot{\overline{K}}_Y)\psi-i\gamma^0\overline{K}_{\overline{\psi}}=0,\\ &\overline{K}_Y\dot{\overline{\psi}}+0.5(3H\overline{K}_Y+\dot{\overline{K}}_Y)\overline{\psi}+i\overline{K}_{\psi}\gamma^0=0,\end{aligned} \tag{30}$$

где

$$\overline{\rho}=Y\overline{K}_Y-\overline{K},\quad \overline{p}=\overline{\overline{K}},\quad Z=Y\partial_Y-1. \tag{31}$$

Фермионное уравнение состояния Мырзакулова имеет вид

$$\overline{p}=Z^{-1}\overline{\rho}. \tag{32}$$

Космологическое решение

В настоящее время Вселенная находиться в фазе ускоренного расширения. В рамках метрики ФРУ динамику Вселенной описывает масштабный фактор $a(t)$, который должен ускоренно расти со временем. Поэтому в данной работе рассмотрим более общее решение в виде степенного закона изменения масштабного фактора как

$$a=a_0t^n, \tag{33}$$

где n - положительная постоянная, принимающее значение больше единицы. Тогда из (31) получим соответствующие выражения для плотности энергии и давления

$$\begin{aligned}\overline{\rho}&=3\frac{n^2}{t^2},\\ \overline{p}&=\frac{n(2-3n)}{t^2}.\end{aligned} \tag{34}$$

Соответствующий параметр уравнения состояния будет иметь следующий вид

$$\omega=-1+\frac{2}{3n}. \tag{35}$$

Если $\lim_{n\to\infty}\omega=-1$, то эта модель описывает ускоренное расширение Вселенной с $\omega=-1$. Лагранжиан фермионного поля $\overline{K}$ для данной модели будет зависеть только от кинетического члена в следующем виде

$$\overline{K}=-\frac{n(3n-2)}{t^2}=\frac{2n-3n^2}{C_3^2Y^{\frac{2}{3n-2}}}=C_4Y^{\frac{2}{2-3n}}. \tag{36}$$

Данное выражение показывает, что при $\lim_{n\to\infty}\overline{K}=0$, т.е. параметр состояния будет стремиться к вакуумному значению $\omega=-1$, фермионы прекращают двигаться и взаимодействовать. Полученный результат согласуется с определением физического вакуума.

Заключение

В работе исследован вид модифицированной теории $F(R,T)$ гравитации, описывающий текущее ускоренное расширение Вселенной. Рассмотрен частный случай (15) с f-эссенцией. Получены уравнения движения данной модели. В качестве частного решения рассмотрен масштабный фактор в виде степенного закона. Найдены необходимые параметры, описывающие динамику фемионного поля. Наконец, нашли соответствующий вид функции Лагранжа фермионного поля K. Представленные результаты показывают, что $F(R,T)$ гравитация с f-эссенцией может описывать ускоренное расширение Вселенной.

Список использованной литературы:

1 Myrzakulov R. F(T) gravity and k-essence [arXiv:1008.4486].

2 Myrzakulov R. Dark Energy in F(R,T) Gravity. [arXiv:1205.5266].

3 Myrzakulov R. FRW Cosmology in F(R,T) gravity. The European Physical Journal C, 72, N11, 2203 (2012). [arXiv:1207.1039].

4 Sharif M., Rani S., Myrzakulov R. Analysis of F(R,T) Gravity Models Through Energy Conditions. Eur. Phys. J. Plus, v.128, N11, 123 (2013). [arXiv: 1210.2714].

5 Yi-Fu Cai, S. Capozziello, M. De Laurentis, E.N. Saridakis. f(T) teleparallel gravity and cosmology. Rept.Prog.Phys. 79 (2016) no.4, 106901. [arXiv: 1511.07586].

6 Capozziello S., M. De Laurentis, R. Myrzakulov. Noether Symmetry Approach for teleparallel-curvature cosmology. International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, v12, N9, 1550095 (2015) [arXiv:1412.1471]

7 Myrzakulov R. Cosmological models with non-canonical scalar and fermion fields: k-essence, f-essence and g-essence. [arXiv:1011.4337].

8 Amani Ali R., A. Samiee-Nouri. Logarithmic entropy corrected holographic dark energy with F(R,T) gravity. Commun. Theor. Phys., 64, 485-490 (2015). [arXiv:1410:4172].

9 Amani Ali R., S.L. Dehneshin. Interacting F(R,T) gravity with modified Chaplygin gas. Canadian Journal of Physics, 2015, 93(12). [arXiv:1412:0560].

10 Salti M., M. Korunur, I. Acikgoz, N. Pirinccioglu, F. Binbay. f(T,R) theory of gravity. International Journal of Modern Physics D, Vol. 27 (2018) 1850062 (15 pages).

11 Chattopadhyay S.. A Study on the Interacting Ricci Dark Energy in f(R,T) Gravity. Proc. Natl. Acad. Sci., India, Sect. A Phys. Sci. (January-March 2014) 84(1):87-93. DOI 10.1007/s40010-013-0090-8.

12 Meirbekov B., G. Bauyrzhan and K. Yerzhanov. FRW cosmology of Myrzakulov gravity with k-essence.

13 Meirbekov B., O. Razina and P. Tsyba. Cosmological solutions of Myrzakulov gravity with fermionic fields.

14 Meirbekov B., Y. Myrzakulov and K. Yerzhanov. Myrzakulov gravity with f-essence and its FRW cosmology.

15 Yerzhanov K. and B. Meirbekov. Noether symmetry of Myrzakulov gravity with k-essence.

МРНТИ 27.31.21
УДК 517.925

Ж.М. Сарыбаева

Казахская академия транспорта и коммуникаций им. М.Тынышпаева, г. Алматы, Казахстан

КОНСТРУКТИВНОЕ РЕШЕНИЯ НЕЛОКАЛЬНОЙ ПО ВРЕМЕНИ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ $L_2[0, \pi]$

Аннотация

В статье рассматривается разрешимость нелокальной по времени краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке. Исследуется существования решений одной нелокальной краевой задачи теплопроводности в ограниченной и неограниченной области. Ход решение данной задачи основывается на методах теории целых функций. В работе применены метод регуляризации решений задачи нелокальной по времени краевой задачи для уравнения теплопроводности. Регуляризация зависит от спектральных свойств задачи на собственные значения, которая получается после применения преобразования Фурье по пространственным переменным. Коротко говоря, исследование относится к специальному случаю нелокальных по времени краевых задач, где удается получить полное описание теории целых функций.

Таким образом, в статье продемонстрировано, что предлагаемый нами метод регуляризации проходит как в ограниченной, так и в неограниченной по x области.

Ключевые слова: нелокальной по времени, уравнения теплопроводности, ограниченность, собственное значение, собственный функция, ортогональный базис, функциональное пространство, многочлен.

Аңдатпа

Ж.М. Сарыбаева
М. Тынышбаев атындағы Қазақ көлік және коммуникациялар академиясы, Алматы қ., Қазақстан

$L_2[0, \pi]$ КЕҢІСТІГІНДЕГІ ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУЛЕРІ ҮШІН УАҚЫТ БОЙЫНША ЛОКАЛЬДЫ ЕМЕС ЕСЕП ШЕШІМІНІҢ ҚҰРЫЛЫМЫ

Бұл мақалада кесіндіде жылу өткізгіштік теңдеулері үшін уақыт бойынша локальды емес шекаралық есептің шешілетіндігі қарастырылады. Шектелген және шектелмеген облыстағы қайсібір жылу өткізгіштік локальді емес есептің шешімдерінің бар болуы зерттеледі. Берілген есептің шешімі бүтін функциялар теориясының әдістеріне негізделген. Жұмыста жылу өткізгіштік теңдеулері үшін уақыт бойынша локальді емес шекаралық есептердің шешімдерін регуляциялау әдісі қолданылған. Регуляциялау кеңістіктік айнымалылары бойынша Фурье түрлендіруін қолданғаннан кейін алынған өздік мәндер есебінің қасиеттерінен тәуелді. Осылайша, мақала біздің жүйелеу әдісіміздің шектеулі және шексіз аймақта болатындығын көрсетеді. Қысқаша айтқанда, зерттеу уақыт бойынша локальды емес шекаралық есептердің ерекше жағдайына қатысты, онда бүтін функциялар теориясының толық сипаттамасын алуға болады.

Сонымен қатар, жұмыста біздің қолданған регуляциялау әдісіміз шектелген және шектелмеген аймақтың x бойынша өтетіндігін көрсетеді.

Түйін сөздер: уақыт бойынша локальды емес, жылуөткізгіштік теңдеулер, шектелгендік, меншікті мән, меншікті функция, ортогональдық базис, функционалдық базис, көпмүше.

Abstract

CONSTRUCTIVE SOLUTIONS OF A NONLOCAL TIME TASK FOR EQUALIZING HEAT CONDUCTION IN SPACE $L_2[0, \pi]$

Sarybayeva Zh. M.
Kazakh academy of transport and communications, Almaty, Kazakhstan

The article considers the solvability of a time-nonlocal boundary value problem for the heat equation on a segment. We study the existence of solutions of one nonlocal boundary-value heat conduction problem in a bounded and unbounded domain. The solution to this problem is based on the methods of the theory of entire functions. The method of regularizing the solutions of the nonlocal boundary value problem for the heat equation is applied. Regularization depends on the spectral properties of the eigenvalue problem, which is obtained after applying the Fourier transform with respect to spatial variables. In short, the study refers to the special case of time-nonlocal boundary value problems, where it is possible to obtain a complete description of the theory of entire functions.

Thus, the article demonstrates that our regularization method takes place both in a limited and in an unlimited region.

Keywords: nonlocal in time, heat conduction equations, limitation, eigenvalue, own function, orthogonal basis, functional space, polynomial.

В работе [1] изучалась нелокальная по времени краевая задача для уравнения теплопроводности на всей оси. Оказывается, разрешимость в подобной задаче, связана с полнотой некоторой системы собственных и присоединенных функций оператора дифференцирования. Мое исследование связано с общей теорией работы [2-4], где рассматривались нелокальные задачи для абстрактных дифференциальных уравнений. Результаты работы анонсированы в [5].

Рассмотрим вопрос разрешимости нелокальной по времени задачи для уравнения теплопроводности.

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad , \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t < T, \tag{1}$$

$$\sum_{j=0}^{N} \alpha_j u\left(x, j\frac{T}{N}\right) = \varphi(x) \ , \ 0 < x < \pi, \quad \sum_{j=0}^{N} \alpha_j = 1, \quad \alpha_0 \cdot \alpha_N \neq 0, \tag{2}$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0. \tag{3}$$

Известно, что задача на собственные значения

$$y''(x) = -k^2 y(x), \quad 0 < x < \pi, \tag{4}$$

$$y(0)=0, \quad y(\pi)=0 \tag{5}$$

имеет бесконечное число собственных значений и соответствующие собственные функций образуют ортогональный базис функционального пространства $L_2[0,T]$. Действительно, при каждом натуральном k число k^2 является собственным значением указанной задачи (4) - (5), функция $\sin kx$ есть соответствующая собственная функция. Поэтому решение задачи (1) - (2) - (3) можно искать в виде

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\hat{u}_k(t)\cdot\sin kx\,. \tag{6}$$

Тогда, учитывая равенства

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\partial \hat{u}_k(t)}{\partial t}\cdot\sin kx$$

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=\sum_{k=1}^{\infty}\left(-k^2\right)\cdot\hat{u}_k(t)\cdot\sin kx,$$

имеем соотношения при $k\in N$.

$$\frac{d\hat{u}_k(t)}{dt}=-k^2\hat{u}_k(t), \quad 0<t<T \tag{7}$$

Из краевого условия (2) сразу же следует

$$\sum_{j=0}^{N}\alpha_j\hat{u}_k\left(j\frac{T}{N}\right)=\hat{\varphi}_k\,, \tag{8}$$

где $\varphi(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\hat{\varphi}_k\cdot\sin kx.$ Решение задачи (7) и (8) имеет вид

$$\hat{u}_k(t)=\frac{\hat{\varphi}_k\cdot e^{-k^2t}}{\sum_{j=0}^{N}\alpha_j\cdot z^j\ \Big|_{z=\exp\left(-k^2\frac{T}{N}\right)}}\,. \tag{9}$$

Удобно обозначить через

$$p(z)=\sum_{j=0}^{N}\alpha_j z^j\,.$$

Предположим, что многочлен $p(z)$ имеет только простые нули. Обозначим их через $z_1, z_2,\ldots, z_N$. Тогда

$$\frac{1}{p(z)}=\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{p'(z_s)}\cdot\frac{1}{z-z_s}.$$

Последнее равенство подставим в правую часть (6). В результате имеем

$$u(x,t)=\sum_{s=1}^{N}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\hat{\varphi}_k}{p'(z_s)}\cdot\frac{\exp\left(-k^2t\right)}{\exp\left(-k^2\frac{T}{N}\right)-z_s}\cdot\sin kx. \tag{10}$$

Вспомним, что

$$\hat{\varphi}_k = \frac{\int_0^\pi \varphi(\xi)\sin k\xi d\xi}{\int_0^\pi \sin^2 k\xi d\xi} = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \varphi(\xi)\sin k\xi d\xi.$$

Учитывая последнее равенство, из (10) получаем

$$u(x,t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \varphi(\xi)d\xi \sum_{s=1}^N \frac{1}{p'(z_s)} \sum_{k=1}^\infty \frac{\exp(-k^2 t)}{\exp\left(-k^2 \frac{T}{N}\right) - z_s} \cdot \sin k\xi \sin kx =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \varphi(\xi)d\xi \sum_{s=1}^N \frac{1}{p'(z_s)} \sum_{k=1}^\infty \frac{\exp(-k^2 t)(\cos k(x-\xi) + \cos k(x+\xi))}{\exp\left(-k^2 \frac{T}{N}\right) - z_s} =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \varphi(\xi)d\xi \sum_{s=1}^N \frac{1}{p'(z_s)} \sum_{k=1}^\infty \frac{\exp(-k^2 t)\cos k(x-\xi)}{\exp\left(-k^2 \frac{T}{N}\right) - z_s} +$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^0 \varphi(-\xi)d\xi \sum_{s=1}^N \frac{1}{p'(z_s)} \sum_{k=1}^\infty \frac{\exp(-k^2 t)\cos k(x-\xi)}{\exp\left(-k^2 \frac{T}{N}\right) - z_s} =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi \varphi(\xi)d\xi \sum_{s=1}^N \frac{1}{p'(z_s)} \sum_{k=1}^\infty \frac{\exp(-k^2 t + ik(x-\xi))}{\exp\left(-k^2 \frac{T}{N}\right) - z_s} +$$

$$+ \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi \varphi(\xi)d\xi \sum_{s=1}^N \frac{1}{p'(z_s)} \sum_{k=-\infty}^{-1} \frac{\exp(-k^2 t + ik(x-\xi))}{\exp\left(-k^2 \frac{T}{N}\right) - z_s} +$$

$$+ \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^0 \varphi(-\xi)d\xi \sum_{s=1}^N \frac{1}{p'(z_s)} \sum_{k=1}^\infty \frac{\exp(-k^2 t + ik(x-\xi))}{\exp\left(-k^2 \frac{T}{N}\right) - z_s} +$$

$$+ \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^0 \varphi(-\xi)d\xi \sum_{s=1}^N \frac{1}{p'(z_s)} \sum_{k=-\infty}^{-1} \frac{\exp(-k^2 t + ik(x-\xi))}{\exp\left(-k^2 \frac{T}{N}\right) - z_s} =$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\varphi(\xi)d\xi\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{p'(z_s)}\cdot\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\exp\left(-k^2t+ik(x-\xi)\right)}{\exp\left(-k^2\frac{T}{N}\right)-z_s}+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{z_s p'(z_s)}\cdot\int_0^{\pi}\varphi(\xi)d\xi+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{0}\varphi(-\xi)d\xi\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{p'(z_s)}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\exp\left(-k^2t+ik(x-\xi)\right)}{\exp\left(-k^2\frac{T}{N}\right)-z_s}+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{z_s p'(z_s)}\int_{-\pi}^{0}\varphi(-\xi)d\xi. \tag{11}$$

Все эти преобразования были справедливы при предположении, что $\varphi(x)$, $u(x, t)$ принадлежат по x пространству $L_2[0, \pi]$.

Наша цель: расширить класс $\varphi(x)$ и $u(x, t)$, то есть регуляризовать представления (11). Теперь используем следующее тождество

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\exp\left(-k^2t+ik(x-\xi)\right)}{\exp\left(-k^2\frac{T}{N}\right)-z_s}=\lim_{R\to\infty}\oint_{D_R}\frac{\exp\left(-z^2t+iz(x-\xi)\right)}{\exp\left(-z^2\frac{T}{N}\right)-z_s}\cdot\frac{dz}{\left(e^{2iz\pi}-1\right)}, \tag{12}$$

где D_R - замкнутый контур в z - плоскости, который гомотопен окружности $|z| = R$ и не содержащий нулей функции $\exp\left(-z^2\frac{T}{N}\right)-z_s$.

Заменим в правой части (11) соответствующее выражение на правую часть соотношения (12), которые мы уже регуляризовали в работе [1].

Список использованной литературы:

1 Берикханова Г.Е., Кангужин Б.Е., Сарыбаева Ж.М. Нелокальная задача для уравнения теплопроводности // Доклады НАН РК, 2004, №4, С. 14-17.

2 Петровский И.Г. О проблеме Коши для систем линейных дифференциальных уравнений с частными производными в области неаналитических функций // Бюлл.МГУ, секция А.1938.1, вып.7.

3 Эйдельман С.Д. Параболические системы. М.: Наука, 1964. 444с.

4 Тихонов И.В., Попов А.Ю. Экспоненциальные классы единственности в задачах теплопроводности // Доклады РАН, 2003. Т. 389. № 4. С. 465-467.

5 Titchmarsh E.C. The zeros of certain integral functions // Proc. London Math. Soc. 1926.V.25. №4, P. 283-302.

МРНТИ 14.35.09
УДК 37.016:53:004

Ж.К. Сыдықова [1], А.С. Арысбаева [1], К.А. Ортаева[2]

[1]Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан
[2]М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан

ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІН ШЫҒАРУ АРҚЫЛЫ ОҚУШЫЛАРДЫҢ БІЛІКТІЛІГІ МЕН ДАҒДЫЛАРЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ

Аңдатпа

Мақалада физика есептерін шығару арқылы оқушылардың біліктілігі мен дағдыларын қалыптастыру мәселесі қарастырылған. Физика есептерін шығару оқыту үрдісінің маңызды элементі болып табылады. Физика есептері қандай да бір нақты жағдайларда болып өтетін құбылыстарға физикалық заңдарды қолдануды талап етеді. Есептер шығару физикалық заңдарды тереңірек және берік меңгеруге, логикалық ойлаудың дамуына ықпал етеді, оқушылардың қызығушылығын оятады, өзіндік жұмыс дағдыларын игеруге көмектеседі, әрі өзіндік ой қорытудың бірден-бір құралы болып табылады. Физикалық есептердің мазмұны оқушылардың табиғат пен техника жөніндегі білім шеңберін кеңейтеді. Сондай-ақ, есептер шығару қайталаудың, пысықтаудың, оқушылардың білімін тексерудің маңызды құралы. Есеп шығару әдістемесі есептің мазмұнына, оқушылардың дайындығына, олардың алға қойған міндеттеріне тағы сол сияқты мәселелерге тәуелді.

Мақалада физика есептерінің классификациясы келтіріліп, есептерді шығару кезеңдері келтірілген. Физика есептерін шығару арқылы оқушылардың біліктілігі мен дағдыларын қалыптастыру мәселесі баяндалған. Физика есептерін шығару кезеңдері көрсетілген.

Түйін сөздер: Физикалық есеп, физика есептерін шығару, физика есептерінің классификациясы, есеп шығару кезеңдері, есеп шығару әдістемесі, физиканы оқыту әдістемесі

Аннотация

Ж.К. Сыдыкова [1], А.С. Арысбаева [1], К.А. Ортаева [2]
[1] Казахский национальный педагогичесий университет им.Абая, г.Алматы, Казахстан
[2] Южно-Казахстанский государственный университет им.Ауезова, г.Шымкент, Казахстан

ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ УЧЕНИКОВ С ПОМОЩЬЮ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Статья посвящена формированию у учеников умений и навыков путем решения задач по физике. Решение физических задач является важным элементом учебного процесса. Физические задачи требуют, чтобы физические законы применялись к определенным явлениям. Решение задач помогает глубже изучать физические законы, способствует логическому мышлению, стимулирует учащихся к познанию нового, помогает им развивать навыки самопомощи и является единственным способом мышления. Содержание физических задач расширяет знания студентов о природе и технологиях. Решение задач также является важным инструментом для повторения, уточнения и проверки знаний учащихся. Методология решения задач зависит от содержания отчета, готовности учащихся и поставленных перед ними задач. В статье приведена классификация физических задач и этапов решения задач. Представлена проблема формирования умений и способностей учеников посредством разработки методики решения задач по физике. Приведены этапы решения задач по физике.

Ключевые слова: Физическая задача, решение физических задач, классификация физических задач, этапы решения задачи, методика решения задач, методика преподавания физики.

Abstract

FORMATION OF ABILITIES AND SKILLS OF STUDENTS BY MEANS OF SOLVING PROBLEMS IN PHYSICS

Sydykova Zh.C.[1], Arisbaeva A.C.[1], Ortaeva K.A.[2]
[1] Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan
[2] South Kazakhstan state university named after Auezov, Shymkent, Kazakhstan

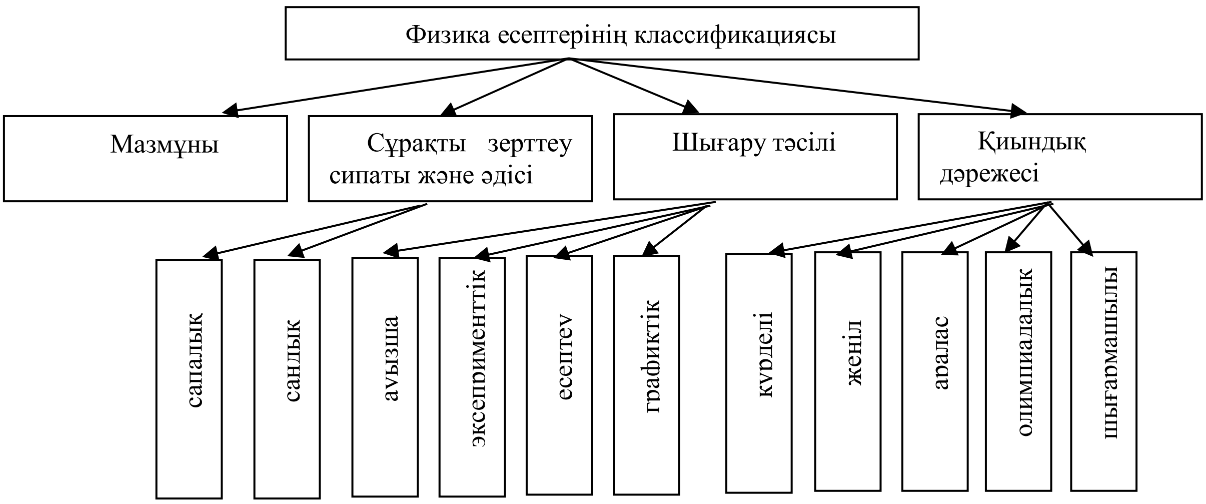
The article is devoted to formation of skills in students by solving physics problems. Solving physical problems is an important element of the learning process. Physical tasks require that physical laws apply to phenomena. Solving problems helps to study physical laws deeper and deeper problems logical thinking, stimulates students, helps them develop self- help skills and is the only capable of thinking. The content of physical tasks expands students' knowledge of nature and technology. Problem solving is also an important tool for repeating, refining and testing students' knowledge. The methodology for solving problems depends on the content of the report, the readiness of students, the tasks assigned to them. The article provides a classification of physical problems and stages of solving problems. The problems of the formation of skills and abilities of students through the development of methods for solving problems in physics is presented. The problem of the formation of skills and abilities of students through the development of methods for solving problems in physics is presented. The stages of solving problems in physics are given.

Keywords: Physical problems, problems physical problems, classification of physical problems, stages of solving problem, methods of solving problem, methods of teaching physics.

Қазіргі кезде оқушының ой-өрісін көтеру, шығармашылық қабілетін дамыту, алған білімін практикада қолдана білуге баулу, әртүрлі ғылыми әдебиеттерді пайдаланып, өзінің білімін тереңдетуге үйрету мәселелеріне айрықша көңіл бөлінуде. Себебі мемлекеттік стандартта, орта білім беретін мектептерде әрбір шәкіртті жеке тұлға деп санап, оларды өз сұраныстарына, мүделеріне сай оқыту мен тәрбиелеудің сан қилы үлгілерін қолдану керектігі көзделген. Бұл көрсетілген мәселелер ғылым негіздерін оқыту әдістемесін өзгертуді, оқушыларды өз бетінше білім алуға, өзін-өзі дамытуға, ұйымдастыруға үйрету мәселелеріне көп көңіл бөлуді талап етеді [1].

Бұл көрсетілген қиындықтардан шығудың бірден бір жолы физиканы оқыту әдістемесінің тиімді, ұтымды әдістерін қолдану, берілген мағлұматтарды оқушының мейлінше аз уақытта терең жан-жақты игеруін қамтамасыз ету және физиканы оқытудың тиімді әдістерін пайдалануға болады. Осы мәселені шешудің бірден бір жолы, физика есептерін шығару арқылы оқушылардың біліктілігі мен дағдыларын қалыптастыру.

Физика есептерін мазмұны, сұрақты зерттеу сипаты және әдісі, шығару тәсілі, қиындық дәрежесі бойынша бірнеше топқа бөлуге болады (1-сурет) [2,3].



1-сурет. Физика есептерінің классификациясы

I. Мазмұны бойынша – мұнда ең алдымен есептерді оның физикалық материалына байланысты ажыратады. Мысалы: механика, молекулалық физика, электродинамика т.б. Есептің бұлай ажыратылуы шартты нәрсе, көбінесе есептер физиканың бірнеше бөлімдерін қамтиды.

II. Сұрақты зерттеу сипаты және әдісі бойынша – сапалық және сандық есептер. Сапалық есептер дегеніміз – сұрақ есептер, логикалық есептер, сапалық сұрақтар. Сандық есептер дегеніміз есепті шығару кезінде шамалар арасында сандық тәуелділік орнататын есептерді айтады. Соңында есепті шығарған кезде нақты формула бойынша есептің сан мәні алынады.

III. Шығару тәсілі бойынша – ауызша, эксперименттік, есептеу, графиктік.

IY. Қиындық дәрежесі бойынша – күрделі, жеңіл, аралас (комбинированные), олимпиадалық, шығармашылық (1-сурет).

Сапалық есептер көбіне меңгерілген оқу материалын бекіту құралы ретінде қолданады. Мектеп физика курсының көптеген тақырыптары үшін сапалық есептер негізгі, маңызды есептер құрамына жатады. Есептің мұндай түрі қарастырылған оқу материалының физикалық мәнін оқушылардың қалай меңгергенін қысқа уақытта анықтауға мүмкіндік береді. Сапалық есептерді логикалық ой қорыту негізінде шешеді. Сапалық есептерді шығаруда талдау мен салыстыру өзара тығыз байланыста болады, оларды кейде бір-бірінен ажырату мүмкін емес.

Қолданыстағы оқу-әдістемелік әдебиеттерде физикалық есептердің дидактикалық маңызы және олардың оқу үрдісіндегі алатын орны, мектепте физиканы оқытуда есеп шығаруәдістемесіне қойылатын талаптар көрсетілген.

Оқушыларда есеп шығару дағдысын қалыптастыруда есептің шартын жазу техникасына қойылатын талаптың маңызы зор. Есеп шығару үрдісі күрделі, оны мынадай кезеңдерге бөлуге болады [3,4]:

1) есептің берілгенін оқып, жаңа терминдердің, қиын ұғымдардың мағынасын түсіну;

2) есептің шартын қысқаша жазу, суреті болса салу;

3) есепті талдау, берілген есепте қарастырылатын физикалық процестер мен заңдылықтарды түсіну, фиизкалық шамалардың арасындағы тәуелділіктерді қарастыру, физикалық мағынасына көңіл аудару;

4) есеп шығарудың жосапарын құру (тәжірибе жасау), есепке керекті тұрақтыларды және кестелік мәндерді жазу;

5) физикалық шамаларды СИ жүйесінде жазу;

6) ізделініп отырған физикалық шамамен берілген шамалардың арасындағы заңдылықты тауып, оны жазу;

7) теңдеулерді құру және оларды шешу;

8) ізделініп отырған шаманы есептеу;

9) алынған жауапты талдау.

Бұл көрсетілген элементтер есеп шығару барысында ескерілгенімен, сондай-ақ оқушылар есеп шығарудың жалпы жолын құрайтын элементтерді білгенімен оны шығаруға дәрменсіз.

Есеп шығару физиканы оқыту үрдісінің бөліп алуға болмайтын бөлігі болып саналады, өйткені ол физика сабақтарының түгелдей барлық түрлері мен кезеңдеріне және сыныптан тыс жұмыстарында жүргізіледі. Есеп шығару физиканы оқытудың әдістері, тәсілдері, амалдары ретінде әр жақты мағынада қолданылады. Әр сабақтың өзінде де физикалық есептерді шығарудың мынадай маңызы бар:

1) оқушылардың логикалық және физикалық ойлауын дамытады, математикалық амалдар мен түрлендірулерді орындауға жаттықтырады, физикалық заңдар мен эксперименттің сандық және сапалық мағыналарын ашады;

2) физикалық құбылыстар мен заңдылықтардың практикалық маңызына және өмірмен байланыстылығына көз жеткізеді;

3) мектеп оқушыларын тапқырлыққа, өз бетінше жұмыс істеуге, еңбек сүйгіштікке, қиындықты жеңе білуге үйретеді, олардың ерік-жігерін шыңдайды;

4) физикалық ұғымдарды, оқушылардың практикалық біліктіліктері мен дағдыларын, шығармашылық қабілеттерін қалыптастырады;

5) оқушылардың алған білімдерінің тереңдігі мен беріктігін тексереді;

6) сабақта мәселелік жағдаят қойып, оны шешуге жәрдемдеседі;

7) физикалық құбылыстар мен зандарды және теорияларды талдауға, қорытындылауға, олардың арасындағы өзара байланыстарды анықтауға жәрдемдеседі;

8) окушылардың білімдерін, біліктіліктерін, дағдыларын жүйеге келтіріп, оларды дамытады және тереңдетеді;

9) пәнаралық байланысты күшейтуге ықпал жасайды;

10) оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырады. Сондықтан да физикадан есеп шығару бағдарлама және емтихан талаптары бойынша міндетті түрде қолданылатын оқыту әдістерінің негізгілерінің біріне саналады [4].

Физикалық есептерді шығару арқылы мұғалім сабақта окушылардың білімі мен дағдыларын тексеріп бағалайды, жаңа оқу материалын түсіндіреді және оны бекітеді, мәселе қойып оны зерттейді, эксперимент орындатады, үйде өз бетінше жұмыс жасай білуге баулиды, олимпиада мен конкурстарды ұйымдастырады.

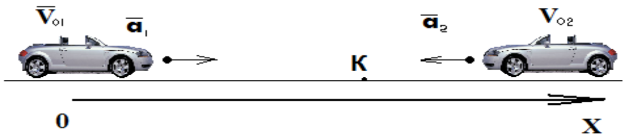
Мысал қарастырайық.

1 есеп: Бір-біріне x_{02} м ара қашықтықта тұрған екі жеңіл автокөлік бір уақытта біреуі төбеден, төмен қарай, екіншісі төбенің етесінен жоғары қарай қозғалады. Жоғарыдан төмен қарай қозғалған жеңіл автокөліктің бастапқы жылдамдығы υ_{01} м/с болып, a м/с^2 үдеумен бір қалыпты үдеумен қозғалыспен жүреді, ал төменнен жоғарыға қарай қозғалған жеңіл автокөліктің бастапқы жылдамдығы υ_{02} м/с болды және ол a м/с^2 үдеумен бір қалыпты кемімелі қозғалды. Екі жеңіл автокөлік қанша уақыттан кейн ұшырасты және олардың кездескен нүктесінде әрқайсысы қандай шамаға орын ауыстырады [5]?

Берілгені:

$$\frac{x_{02}; V_{01};\ \alpha;\ V_{02}}{t-?\ S_1-?\ S_2-?}$$

Талдауы. Координаталар осінің бас нүктесі ретінде төбенің басында тұрған жеңіл автокөліктің орнын алып, ал x өсінің оң бағыты ретінде оның қозғалыс бағытын аламыз.



Төбенің басында тұрған жеңіл автокөліктің координатасының теңдеуі:

$$x_1 = V_{02}t + \frac{\alpha t^2}{2} \qquad (1)$$

Төбенің етегінде тұрған жеңіл автокөліктің координатасының теңдеуі:

$$x_2 = x_{02} - v_{02}t - \frac{at^2}{2} \qquad (2)$$

x_{02}- екі жеңіл автокөлік қозғалмай тұрғанда, екінші жеңіл автокөліктің бірінші жеңіл автокөлікке қарағандағы ара қашықтығы. Төбенің етегіндегі тұрған жеңіл автокөліктің қозғалысы таңдап алған координаталар системасының бағытына қарама-қарсы болғандықтан, қозғалыс бір қалыпты кемімелі болғанмен де теңдеу плюс арқылы жазылады. Сонда:

$$x_2 = x_{02} + v_{02}t + \frac{at^2}{2} \qquad (3)$$

Олар кездескен мезетте координаталар системасының бас нүктесінен, яғни О нүктесінен, екеуі бірдей қашықтықта болады: $x_1 = x_2$; (3). (3) теңдеуге (1) және (2) теңдеулердің мәндерін қойсақ:

$$v_{01}t + \frac{at^2}{2} = x_{02} + v_{02}t + \frac{at^2}{2};$$

Сонда: $t = \frac{x_{02}}{v_{01}-v_{02}}$; Төбенің басында тұрған жеңіл автокөліктің кездескенге дейінгі орын ауыстыруы: $s_1 = x_1 - x_{01} = v_{01}t + \frac{at^2}{2}$;

Төбенің етегінде тұрған жеңіл автокөліктің кездескенге дейінгі орын ауыстыруы: $s_2 = |x_2 - x_{02}| = v_{02}t - \frac{at^2}{2}$;

Шешиуі:

$$t = \frac{x_{02}}{v_{02}+v_{01}}; s_1 = x_1 - x_{01} = v_{01}t + \frac{at^2}{2}; s_2 = |x_2 - x_{02}| = v_{02}t - \frac{at^2}{2}$$

2 есеп. Массасы 10кг жүк жоғары қозғалған лифт кабинасындағы серіппелі таразыда ілулі тұр. Лифт ұзындығы 6м жолдың екі аралас кесіндісін тұрақты үдеумен жүріп өтеді, бірінші кесіндіні 4с ішінде, ал екіншіні – 2с ішінде жүріп өтеді. Таразылардың көрсетуін анықтаңдар және оларды жүкке әсер ететін ауырлық күшімен салыстырыңдар [6].

Берілгені:
m = 10кг
s = 6м
t_1 = 4с
t_2 = 2с

Т/к: N - ?

F_a - ?

Талдауы:

Салмақ $\vec{P}$ серіппелі таразыға түсірілген және вертикаль төмен бағытталған.Ньютонның ІІІ- заңына сәйкес серіппе тарапынан жүкке әрекет ететін күш модулі бойынша салмаққа тең, бірақ жоғары бағытталған $\vec{N} = -\vec{P}$.

Денеге $\vec{N}$ күштен басқа Жер тарапынан ауырлық күші әрекет етеді. Ньютонның ІІ-заңы бойынша: $\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = m\bar{a}$; $\vec{N} + m\bar{g} = m\bar{a}$

Вертикаль жоғары бағытталған осьтегі проекциясы

$N - mg = ma$; $N = mg + ma = m(g + a)$

Үдеу белгілі болса, онда күшті анықтауға болады. Екі бірдей аралас бөліктері үшін жолдың теңдеулері:

$$S = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2};\ S = (v_0 + at_1)t_2 + \frac{at_2^2}{2}$$

Осыдан $v_0 = \frac{S}{t_1} - \frac{at_1}{2}$; $v_0 + at_1 = \frac{S}{t_2} - \frac{at_2}{2}$; $v_0 = \frac{S}{t_2} - \frac{at_2}{2} - at_1$

Оң жақтарын теңестіреміз:

$$\frac{S}{t_1} - \frac{at_1}{2} = \frac{S}{t_2} - \frac{at_2}{2} - at_1;\quad \frac{S}{t_2} - \frac{S}{t_1} = \frac{at_2}{2} + at_1 - \frac{at_1}{2};\quad \frac{S(t_1 - t_2)}{t_1 t_2} = \frac{at_2}{2} + \frac{at_1}{2};$$

$$a = \frac{2S(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_2 + t_1)};\qquad N = m\left(\frac{2S(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)} + g\right);$$

Жауабы: $N = 103H$; $P = 103H$; $F_a = 98H$; $F_a \prec N(5H)$

Физиканы оқытуда оқушылардың біліктілігі мен дағдыларын қалыптастыруда әртүрлі типтегі есептерді оқушыларға шығартудың маңызы ерекше. Есептер шығару арқылы оқушылардың логикалық ойлау қабілеттерін шыңдауға, шығармашылық қабілеттерін дамытуға болады. Сондай-ақ, оқушылардың есептерді шығару біліктігі мен дағдылары қалыптастасады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Ефименко В.Ф. Методологические вопросы школьного курса физики. Москва, «Педагогика», 1976. -92с.

2 Сыдықова Ж.Қ., Күзенбаев Ж.К. Физика есептерін шығаруда ақпараттық технологияны қолдану мүмкіндіктері «Бірыңғай ғылыми және білім кеңістігінің қалыптасу жағдайындағы студенттік ғылым» Студенттер мен жас ғалымдардың IV халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференция материалдарының жинағы, Өскемен қ., 28.03.2017ж.- Б.550-555.

3 Jumadillayev K.N., Sydykova Zh.K. Teaching methodology of Physics. Approved by the Ministry of Education and Science, Republican scientific and practical center «Textbook», Almaty: 2016.-312 p.

4 Акитай Б. Физиканы оқыту теориясы және әдістемелік негіздері. Оқу құралы, Алматы, Қазақ университеті, 2006.-280 б.

5 А.П.Рымкевич Физика есептерінің жинағы. Орта мектептің 9-11 кластарына арналған. Алматы, «Рауан».-1992.-224б

6 Ерғалиева Ғ.М., Жұмаділлаев Қ.Н. Физика есептерін шығару әдістемесі. Оқу-әдістемелік құрал.-Алматы: Абай атындағы ҚазҰПУ, 2007.-72 б.

МРНТИ 55.03.14
УДК 621.01

Г. Уалиев[1], Ж.М. Кульжан[1], А.Е. Бактыгали[1], Ж.М. Закирова[1]

[1]Казахский Национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ ВЫСОКИХ КЛАССОВ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ

Аннотация

Среди рычажных механизмов еще не нашли должного практического применения в машиностроении механизмы высоких классов (МВК). В статье представлены синтезированные механизмы высоких классов. Показана структурная схема образования механизма, приводятся результаты синтеза двух механизмов высоких классов с длительными выстоями рабочих звеньев. Представлен рычажный механизм, в состав которого входит группа Ассура IV класса. При проектировании механизма видно, что рассматриваемый механизм четвертого класса с последовательными выстоями рабочих органов позволяет совершать последовательные остановки двух рабочих органов, допускает регулировку длительности выстоев за счет управляемого движения одного входного звена. Показано, что при сравнительно компактной кинематической схеме можно при одном приводе создать систему с несколькими рабочими звеньями, обеспечивающими различные технологические операции, то есть на базе одного механизма появляется возможность создавать механизмы-автоматы.

Ключевые слова: рычажный механизм, механизм высоких классов, рабочее звено, механическая система, входное звено, привод.

Аңдатпа

Ғ. Уәлиев[1], Ж.М. Кульжан[1], Ә.Е. Бақтығали[1], Ж.М. Закирова[1]
[1]Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

АУЫСПАЛЫ ҚҰРЫЛЫМНЫҢ ЖОҒАРЫ КЛАСТАРЫНЫҢ МЕХАНИЗМДЕРІНЕ ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ТАЛДАУ

Жоғары класты машина (ЖКМ) иінді механизмдер жасау тетіктерінде тиісті практикалық қолдану әлі сирек кездеседі. Мақалада жоғары сыныптардың синтезделген механизмдері берілген. Механизмнің құрылымдық диаграммасы көрсетілген, ұзақ жұмыс істейтін екі жоғары деңгейлі механизмдердің синтезінің нәтижелері келтірілген. Ассур IV класты қамтитын тетік ұсынылған. Механизмді жобалау кезінде төртінші кластағы механизм біртіндеп жұмыс істейтін мүшенің тұрақтылығымен қарастырылатындығын, екі жұмыс органының кезекпен тоқтауға мүмкіндік беретінін, бір кіру тізбегінің бақыланатын қозғалысына байланысты тұру уақытын реттеуге мүмкіндік беретінін көруге болады. Салыстырмалы түрде ықшам кинематикалық схемамен бір жетектің көмегімен әр түрлі технологиялық операцияларды қамтамасыз ететін бірнеше жұмыс байланысы бар жүйені құруға болатындығы, яғни бір механизм негізінде автоматты машиналарды жасауға болатындығы көрсетілген.

Түйін сөздер: рычаг механизмі, жоғары деңгейлі механизм, жұмыс звеносы, механикалық жүйелері, кіріс звеносы, жетек.

Abstract

STRUCTURAL ANALYSIS OF MECHANISMS OF HIGH CLASSES OF VARIABLE STRUCTURE

Ualiyev G. [1], Kulzhan Zh.M. [1], Baktygali A.E. [1], Zakirova Zh.M. [1]
[1]Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

Among the lever mechanisms have not yet found the proper practical application in mechanical engineering mechanisms of high classes (MVK). The article presents the synthesized mechanisms of high classes. A structural diagram of the formation of the mechanism is shown, the results of the synthesis of two high-class mechanisms with long working links are presented. A lever mechanism is presented, which includes a group of Assur IV class. When designing the mechanism, it can be seen that the fourth-class mechanism under consideration with successive work member stays allows for successive stops of two working bodies, allows for adjustment of the dwell time due to the controlled movement of one input link. It is shown that with a relatively compact kinematic scheme it is possible with one drive to create a system with several working links that provide various technological operations, that is, it is possible to create automatic machines on the basis of one mechanism.

Keywords: lever mechanism, high-class mechanism, working link, mechanical system, input link, drive.

В практике машиностроения известна проблема повышении производительности оборудования в состав которых входят механизмы с высшими парами. Поэтому решение данной проблемы представляется актуальной как с практической, так и с теоретической точки зрения.

Известен шестизвенный шарнирно-рычажный механизм с выстоем звеньев (патент РФ №20000103786/20 от 16.02.2000г.), в котором осуществляются длительные остановки выходных звеньев при непрерывном движении входного звена. Шестизвенный шарнирно-рычажный механизм с выстоем содержит стойку, размещенные на стойке ведущие кривошипы, шатун, базовое звено, ведомое коромысло и вспомогательное коромысло. Данный механизм имеет два ведущих звена. Стойка вспомогательного коромысла установлена с возможностью перемещения в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Недостатком данного механизма является наличие двух ведущих звеньев, т.е. предполагает применение двух двигателей. Ниже будут представлены механизмы высоких классов, синтезированные в работе [1]. Структурная схема образования механизма имеет вид (рис.1).

В данном случае звенья 2,3,4,5 образуют замкнутый изменяемый контур, а в целом кинематическая цепь группы Ассура включает в себя два поводка 6 и 7 и бесповодковое звено 2, которое внешним шарниром А присоединяется к кривошипу 1. Особенность механизма в том, что согласно циклограмме работы батана на типовых станка СТБ требуется длительный выстой рабочего органа 6 при повороте кривошипа от 140° до 360°. Рабочий ход звена 6 от 0° до 140° поворота главного вала или кривошипа 1.

В работе [2] приводятся результаты синтеза двух новых механизмов высоких классов с длительными выстоями (рис.1, 2).

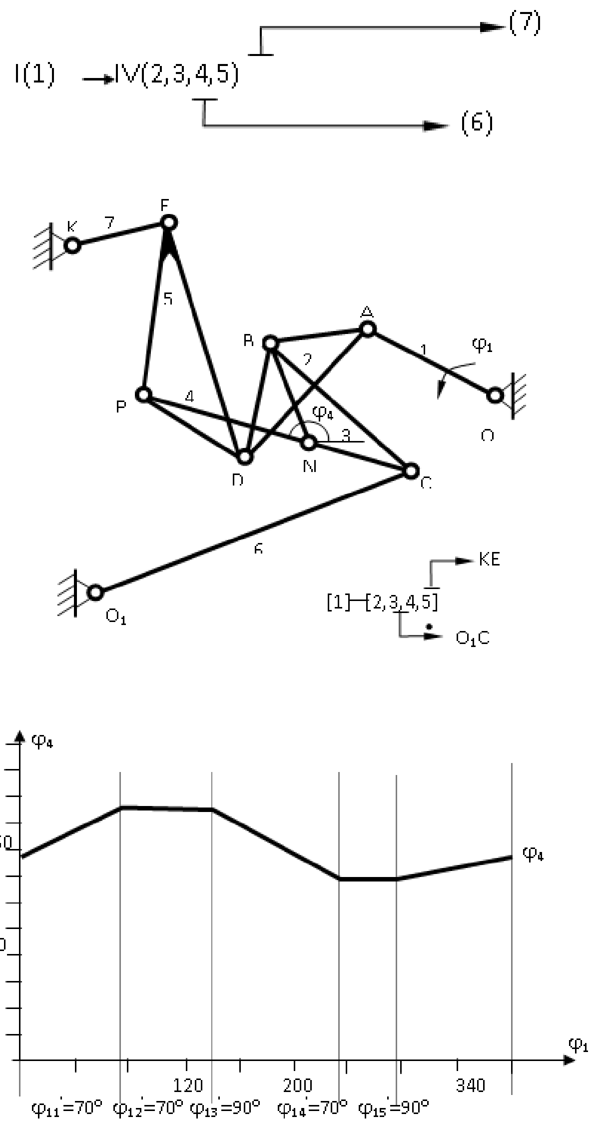


Рисунок 1. Механизм IV класса с выстоем звена PN

На рис. 1 представлен один из вариантов замены кулачково-рычажной системы, составляющей основу механизма батана в ткацких станках типа СТБ. Предлагается рычажный механизм с использованием группы Ассура IV класса. В данном механизме звенья 2,3,4,5 образуют замкнутый изменяемый контур, а кинематическая цепь Ассура включает в себя два поводка 6 и 7 и бесповодковое звено 2, которое внешним шарниром А присоединяется к кривошипу 1.

Особенность механизма состоит в том, что согласно циклограмме работы батана на типовых станках СТБ требуется длительный выстой рабочего органа 4 при повороте кривошипа от 140° до 360°.

Рабочий ход звена 4 от 0° до 140° поворота главного вала или кривошипа 1.

С заменой высших кинематических пар на низшие есть возможность значительно упростить и удешевить изготовление, повысить точность и возможно понизить вибрационные и шумовые эффекты. Однако нас интересовал пока один лишь вопрос: в какой мере возможен синтез механизма с длительным выстоем рабочего звена? Ведь в этом случае при выстое, например, звена 4 меняется структура механизма, шарнир N становится неподвижным. Звено 1 при выстое звена 4 входит в структурную группу Ассура, и по логике вещей весь механизм, как таковой, теряет смысл как подвижная система, то есть весь механизм переходит в группу Ассура IV класса и по идее превращается в жесткую ферму. Однако благодаря замкнутому изменяемому контуру удалось синтезировать механизм, реализующий длительный выстой звена 4.

Таблица 1. Геометрические размеры звеньев МВК IV класса

Обозначения	*Размеры (мм)*	*Обозначения*	*Размеры (мм)*
OA	*50*	*KE*	*40*
AB	*30*	*KH*	*90*
BN	*40*		
ДА	*60*	*PE*	*41*
BC	*47*	*РД*	*72*
O_1C	*100*	*CN*	*16,5*
ЕД	*90*	*PN*	*72*

На рис. 2 приведен механизм с последовательными длительным выстоями рабочих звеньев O_1К и PEO_2. Методом, изложенным в работе [3], синтезирован механизм с выстоями рабочих звеньев при вращении входного звена в пределах $\varphi_{вх}=0^{\circ}\div 180^{\circ}$. В результате синтеза получен механизм с вращательными парами V класса третьего порядка.

Благодаря методике проектирования механизма, гарантируется отсутствие различных неприятностей, таких как переход в другую сборку, разрушения шарнирных кинематических пар, обеспечивается самая оптимальная передача энергии по контуру и ведомым звеньям. Механизм может быть использован в автоматических системах.

Таблица 2 – Геометрические размеры звеньев МВК V класса

Обозначения	*Размеры (мм)*	*Обозначения*	*Размеры (мм)*
OA	*50*	*FE*	*77*
AC	*150*	*PE*	*54*
BA	*147*	*PO_2*	*155*
CB	*40*	*EO_2*	*108*
BF	*30*	*PC*	*65*
FK	*120*	*O_2O*	*288*
BK	*147*	*O_2O_1*	*237*
KO_1	*70*	*OO_1*	*225*

Все геометрические параметры механизма приведены в таблице 2. С теоретических позиций данный пример наглядно доказывает, что МВК могут обеспечивать выстой рабочих звеньев без дополнительных механических конструкций.

В рассматриваемом кривошипно-коромысловом механизме пятого класса с последовательными выстоями рабочих органов, который состоит из кривошипа ОА, к цилиндрическому шарниру А присоединена группа Ассура V класса, которая состоит из звена АВС треугольного профиля. К цилиндрическому шарниру С присоединен поводок СР, цилиндрической парой Р соединен со звеном PO_2E - первым выходным звеном, которое цилиндрической парой O_2 прикреплено к стойке.

Поводок ЕР соединен со звеном КРВ цилиндрической парой Р и в шарнире К со вторым выходным звеном KO_1, которое прикреплено к стойке шарниром O_1. На определенных участках при вращении кривошипа ОА выходные звенья KO_1 и PO_2E осуществляют последовательно друг за другом длительные остановки.

Недостатком данного механизма является то, что одно выходное звено имеет форму треугольного контура и изменяемый замкнутый контур состоит из пяти звеньев. Получение кинематических и силовых характеристик этого механизма более сложно, чем в предлагаемом механизме IV класса.

Принцип работы механизма IV класса с последовательными выстоями двух выходных звеньев заключается в том, что длительность выстоев можно программировать за счет управляемого движения одного входного звена. Данный механизм имеет более простую схему по сравнению с механизмом пятого класса и выгодность его технического исполнения.

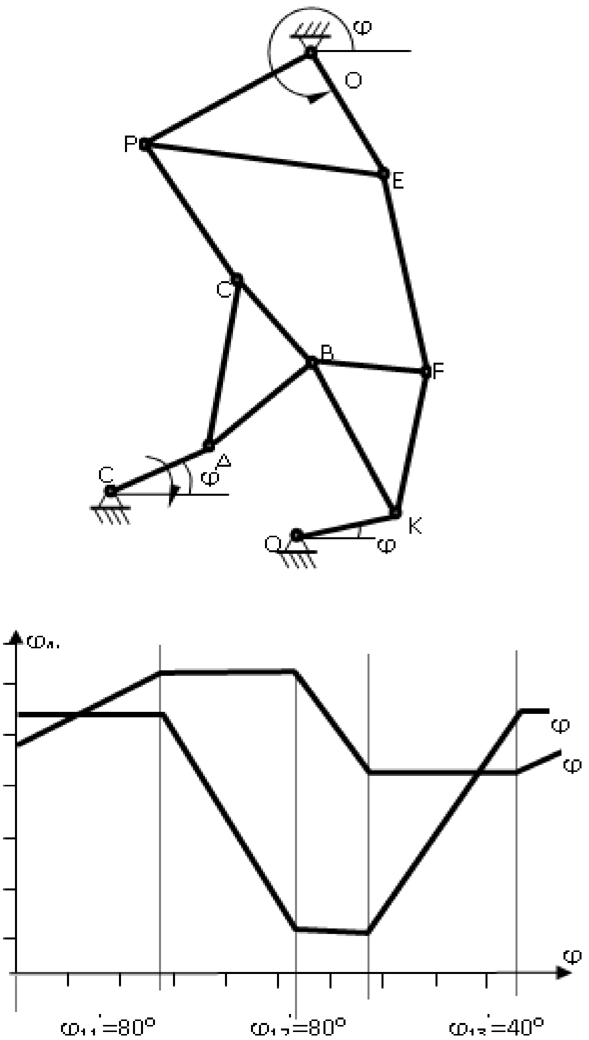


Рисунок 2. Механизм V класса с последовательными выстоями рабочих органов O_1K и O_2PE

Механизм четвертого класса с последовательными выстоями рабочих органов состоит из стойки, кривошипа, цилиндрических шарниров, поводков, треугольных контуров, изменяемого замкнутого контура, выходных звеньев, но в отличие от известного, изменяемый контур состоит из четырех звеньев (группа Ассура четвертого класса), включающих один поводок, а выходные звенья выполнены в виде поводков. Механизм четвертого класса содержит изменяемый замкнутый контур из четырех звеньев, который состоит из трех треугольных контуров и одного поводка вместо двух поводков и одно выходное звено вместо треугольного контура, которое выполнено в виде поводка.

Рассматриваемый механизм четвертого класса состоит из кривошипа КЕ, который вращается с постоянной частотой. К цилиндрическому шарниру Е присоединена группа Ассура четвертого класса, которая состоит из звена ЕРБ треугольного профиля. К цилиндрическому шарниру О присоединено звено ОВА треугольного профиля, цилиндрической парой А соединен со звеном АО - первым выходным звеном, которое цилиндрической парой О прикреплено к стойке. Цилиндрической парой В соединен со звеном BNC треугольного профиля, цилиндрической парой С соединен со вторым выходным звеном CO_1, которое прикреплено к стойке шарниром O_1. Поводок PN соединен со звеном BNC цилиндрической парой N.

Рассматриваемый механизм (рис. 2) работает следующим образом: при постоянном вращении входного звена выходные звенья последовательно друг за другом совершают длительные остановки. Зафиксируем кривошип КЕ в нулевом положении, а положение механизма будем считать начальным. Далее при вращении кривошипа от 0 до 45 градусов выходное звено АО остается в правом крайнем положении, а выходное звено CO_1 движется снизу вверх. При вращении кривошипа от 90 до 135 градусов выходное звено O_1C остается неподвижным в верхнем крайнем положении, выходное звено ОА перемещается справа налево. При вращении кривошипа КЕ от 135 до 215 градусов выходное звено АО движется справа налево, а выходное звено остается O_1C сверху вниз. Когда кривошип КЕ вращается с 215 до 235 градусов, выходное звено остается в неподвижном состоянии, а выходное звено O_1C движется сверху вниз. При вращении кривошип вращается от 240 до 270 градусов, выходное звено АО находится в левом крайнем положении, а выходное звено O_1C остается неподвижным. При вращении кривошипа от 280 до 290 градусов выходное звено O_1C находится в нижнем крайнем положении, а выходное звено ОА движется слева направо. При вращении кривошипа от 300 до 345 градусов выходное звено ОА остается неподвижным, а выходное звено O_1C движется снизу вверх. Когда кривошип вращается с 345 до 360 градусов, выходное звено ОА находится в правом крайнем положении, выходное звено O_1C движется снизу вверх и т.д.

Из вышеизложенного видно, что рассматриваемый механизм четвертого класса с последовательными выстоями рабочих органов позволяет совершать последовательные остановки двух рабочих органов; допускает регулировку длительности выстоев за счет управляемого движения одного входного звена; может иметь любой масштаб, учитывая следующие параметры: KE=a; EБ=2,25a; EF=1,025a; PD=1,8a; DB=a; AD=1,5a; AB=0,75a; AO=1,25a; PN=1,8a; NB=2,875a; NC=2,5a; CB=1,625a; OK=3,125a; OO_1=2,05a.

Список использованной литературы:

1. *Уалиев З.Г., Кинжебаева Д.А., Дарханова К.А. Об одной методике построения математической модели МВК с выстоями ведомых звеньев // Математическое моделирование и информационные технологии: Матер. II Междунар. науч. конф., Алматы, 2003. - С.225-229*

2. *Уалиев З.Г. Исследование динамики механизмов высоких классов методом условных обобщенных координат: Диссертация на соискание к.ф.-м.н., - Алматы, 1996. -160с*

3. *Рахимов Е.Р., Уалиев З.Г. Синтез плоских рычажных механизмов высоких классов с длительными выстоями. - Деп. КазгосИНТИ №7004-Ка96, 1996. -15с.*

ИНФОРМАТИКА. ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ. БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ
ИНФОРМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ. ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

МРНТИ 14.85.35
УДК 378.64/.169

Т.Б. Акишев[1], В.Г. Пак[1], Е.С. Зозуля[1]

[1]Екибастузский инженерно-технический институт имени академика К. Сатпаева, г. Екибастуз, Казахстан

КРАТКИЙ ОБЗОР И ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ МИКРОПРОЦЕССОРНОЙ ПЛАТФОРМЫ ARDUINO В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Аннотация

В статье рассматриваются перспективы внедрения робототехники в образовательные программы Республики Казахстан, а также, возможности аппаратной вычислительной платформы Arduino и ее использование в преподавании робототехники. Авторы статьи показали состояние преподавания робототехники в Республике Казахстан и возможности решения проблем на примере Екибастузского инженерно-технического института имени академика К.Сатпаева. Учитывая современные условия, предполагается включение этой дисциплины в образовательные программы специальностей «Информатика», «Информационные системы», «Автоматизация и управление» и др. Активно ведется разработка рабочих учебных программ, учебно-методического материала, материальной и тестовой базы, что способствует внедрению дисциплины робототехника в учебный процесс. Новая дисциплина вызвала большой интерес у обучающихся, что способствует развитию технических способностей в развитии мыслительной деятельности.

Ключевые слова: вычислительная платформа Arduino, робототехника, роботизация, LEGO Education, аппаратно-программные средства

Аңдатпа

Т.Б.Акишев[1], В.Г.Пак[1], Е.С.Зозуля[1]

[1]Академик Қ.Сәтпаев атындағы Екібастұз инженерлік-техникалық институты, Екібастұз, Қазақстан

ARDUINO МИКРОПРОЦЕССОРЛЫҚ ПЛАТФОРМАНЫ ОҚУ ПРОЦЕСІНДЕ ҚОЛДАНУҒА ҚЫСҚАША ШОЛУ ЖӘНЕ ОНЫҢ БОЛАШАҒЫ

Мақалада робототехниканы Қазақстан Республикасының білім беру бағдарламаларына енгізу перспективалары, сондай-ақ Arduino аппараттық есептеу платформасының мүмкіндіктері және оны робототехниканы оқытуда қолдану қарастырылған. Мақала авторлары академик Қ.Сәтпаев атындағы Екібастұз инженерлік-техникалық институтының мысалында Қазақстан Республикасындағы робототехниканы оқытудың жай-күйін және мәселелерді шешу мүмкіндігін көрсеткен. Қазіргі жағдайды ескере отырып, бұл пәнді «Информатика», «Ақпараттық жүйелер», «Автоматтандыру және басқару» және т.б. мамандықтардың білім беру бағдарламаларына енгізу жоспарланған. Жұмыс оқу бағдарламаларын, оқу-әдістемелік материалдарды, материалдық және сынақ құралдарын әзірлеу белсенді жүргізілуде, бұл оқу процесіне робототехника пәнін енгізуге ықпал етеді. Жаңа пән студенттерде үлкен қызығушылық тудырды, бұл ақыл-ой әрекетін дамытуда техникалық қабілеттердің дамуына ықпал етеді.

Түйін сөздер: Arduino есептеу платформасы, робототехника, робототехника, LEGO білім беру, аппараттық және бағдарламалық қамтамасыз ету

Abstract

SUMMARY AND PROSPECTS OF APPLICATION OF THE ARDUINO MICROPROCESSOR PLATFORM IN THE EDUCATIONAL PROCESS

Akishev T.B. [1], Pak V.G. [1], Zozulya E.S. [1]

[1] Ekibastuz Engineering and Technical Institute named after Academician K. Satpayev, Ekibastuz, Kazakhstan

Ekibastuz Engineering and Technical Institute named after Academician K. Satpayev, Ekibastuz, Kazakhstan The article discusses the prospects of introducing robotics into the educational programs of the Republic of Kazakhstan, as well as the capabilities of the Arduino hardware-computing platform and its use in teaching robotics. The authors of the article showed the state of teaching robotics in the Republic of Kazakhstan and the possibility of solving problems on the example of the Ekibastuz Engineering and Technical Institute named after academician K. Satpayev. Given the current conditions, it is supposed to include this discipline in the educational programs of the specialties "Informatics", "Information Systems", "Automation and Control", etc. The development of working training programs, teaching materials, material and test facilities is actively being carried out, which contributes to the introduction of the discipline of robotics in the educational process. The new discipline aroused great interest among students, which contributes to the development of technical abilities in the development of mental activity.

Keywords: Arduino computing platform, robotics, robotics, LEGO Education, hardware and software**.**

В настоящее время сохраняется высокая конкуренция развитых стран в научно-технической сфере. Приоритетные научно-технические направления развития науки и инноваций включают развитие таких систем, как информационно-телекоммуникационные, транспортные, авиационные и космические системы, перспективные вооружения, военная и специальная техника.

Осваивая новейшие технологии, Казахстан в последние годы сделал значительный шаг в развитии информационно-коммуникационной сферы и начал двигаться по линии развития робототехники. Актуальность развития робототехники в сфере образования обусловлена необходимостью подготовки инженерно-технических кадров для промышленных отраслей. В связи с этим перед сферой образования встаёт задача включения робототехники в различные уровни учебного процесса. Программа развития представляет собой систему многоуровневого непрерывного образования в сфере высоких технологий для детей, подростков, молодёжи в возрасте от 8 до 30 лет. Данная система нацелена на развитие передовых технологий, оснащение учебных заведений новой техникой, повышение квалификации педагогов, вовлечение детей в научно-техническое творчество, раннюю профориентацию, эффективную реализацию талантливой молодёжью своего потенциала.

Курс робототехники – это задуманная, сформированная и отрабатываемая на практике методология обучения в учебном процессе. Это реальный опыт и его может применять в своей работе любой преподаватель. Он может быть использован, как руководство к собственному действию. Опираясь на эти разработки, преподаватель может самостоятельно модифицировать курс под себя, свой инструментарий, свое видение, текущий момент.

Внедрение единой системы обучения основам робототехники в школе будет являться важным этапом развития технических навыков и умений. «Основы робототехники» в школе позволят привить интерес обучаемых к техническому творчеству, тем самым раскрыть таланты тех учеников, которые в дальнейшем могут стать первоклассными инженерами и технологами. Именно поэтому внедрение образовательной робототехники – большой шаг в сторону начального инженерного образования и начальной профориентации [1].

Учебный процесс должен вестись с использованием современных технологий. Современному преподавателю необходимо постоянно развиваться и следить за новейшими технологиями в электронике, которые играют важную роль в нашем обществе. Одной из таких новинок является семейство контроллеров Arduino.

Arduino — торговая марка аппаратно-программных средств для построения простых систем автоматики и робототехники, ориентированная на непрофессиональных пользователей.

Программная часть состоит из бесплатной программной оболочки (IDE) для написания программ, их компиляции и программирования аппаратуры.

Аппаратная часть представляет собой набор смонтированных печатных плат, продающихся как официальным производителем, так и сторонними производителями. Полностью открытая архитектура системы позволяет свободно копировать или дополнять линейку продукции Arduino. Arduino может использоваться как для создания автономных объектов автоматики, так и подключаться к программному обеспечению на компьютере через стандартные проводные и беспроводные интерфейсы.

Достоинства Arduino:

1. Открытые схемы оборудования и спецификаций. Arduino Uno выполнена на популярных микропроцессорах Atmel и ATMEGA. Пользователи могут спроектировать на основе имеющихся схем собственный вариант модуля для определенных задач.

2. Открытый код программы. Кодирование программы может расширяться на платформе C++.

3. Простая бесплатная и удобная среда программирования. Оболочка программы проста в применения для начинающих программистов и имеет достаточную гибкость для работы профессионалов. Она наиболее удобна для обучения студентов, которым будет легко разобраться в работе этой платформы.

4. Программирование, подключение и питание выполняется одним USB-кабелем либо кабелем, имеющим адаптер на микросхеме.

5. Возможность функционирования на различных видах систем. Програмное обеспечение успешно функционирует на Linux, Macintosh других системах т.к. имеет открытый код. Однако наиболее популярной системой для Arduino стала Windows.

6. Небольшие размеры платы. Это позволяет создавать профессиональные платы, не занимающие большого пространства в корпусе конечного изделия.

7. Большое количество модулей. На микроконтроллер Arduino возможно найти любой необходимый модуль. Будь то датчик дыма или освещённости, и даже небольшой динамик. Существуют платы расширения для подключения к локальной сети и интернету (Ethernet Shield), для управления мощными моторами (Motor Shield), для получения координат и времени со спутников GPS и многие другие.

8. Приемлемая цена.

По своей сути Arduino это маленький персональный компьютер, который позволяет выйти за рамки виртуального мира в физический и взаимодействовать с ним. Устройства на базе Arduino могут получать информацию об окружающей среде посредством различных датчиков, а также могут управлять различными исполнительными устройствами. Проекты устройств, основанные на Arduino, могут работать самостоятельно, либо взаимодействовать с программным обеспечением компьютера.

Робототехника и роботизация активно развиваются в Казахстане. 12 декабря 2017 года Постановлением Правительства Республики Казахстан была утверждена Государственная программа «Цифровой Казахстан» – это важная комплексная программа, которая нацелена на повышение уровня жизни каждого жителя страны за счет использования цифровых технологий. Основными целями Программы стали ускорение темпов развития экономики Республики Казахстан и улучшение качества жизни населения, а также создание условий для перехода экономики на принципиально новую траекторию – цифровую экономику будущего.

Таким образом, подготовка квалифицированных специалистов для нужд цифровой экономики не только Павлодарского региона, а также, и для всей отраслевой промышленности Республики Казахстан – одна из приоритетных задач Екибастузского инженерно-технического института имени академика К.Сатпаева. Для будущих учителей информатики, обучающихся по специальности «Информатика», разработана и утверждена рабочая учебная программа по дисциплине «Робототехника». В программу включены вопросы по формированию ИКТ-компетентности педагогов в условиях обновления содержания образования, мобильное SMART-обучение в современной школе, создание и использование цифрового образовательного контента на занятиях информатики и вопросы робототехники в междисциплинарном образовании.

Пока робототехника распространена в основном в области дополнительного образования, и потому слабо методически формализована. Такое образование зачастую не требует строго прописанных учебных программ. Вместе с тем, классические учебные программы в условиях дополнительного образования с использованием роботов становятся неактуальными, поскольку роль учителя меняется. Отсюда следует вывод, что основные усилия должны быть приложены к разработке не столько нового аппаратного или программного обеспечения для занятий робототехникой, сколько к разработке учебных материалов и программ, где была бы грамотно представлена роль преподавателя.

Эффективность курса информатики будет существенно ниже, если обучающимся не показать реальную необходимость программирования. Таким образом, результаты эксперимента подтвердили гипотезу о важности формы организации учебного процесса на занятиях по робототехнике. Ощущение стремления к общей цели преподавателя и студента создает благоприятную атмосферу для их взаимодействия и, как следствие, для усвоения новых знаний.

Главным преимуществом курса, построенного на методиках проблемного и деятельностного подхода к обучению, является то, что он заставляет обучаемых задуматься о потенциальных возможностях программирования. Студентам интересно, какие еще способности робота могут быть реализованы, они постоянно задают вопросы «а можно ли сделать так чтобы...?»

Помимо совершенствования учебной программы кафедра «Автоматизация и информационные системы» ведет студенческий научный кружок «Робототехника: конструирование и программирование на основе Arduino».

Занятия в кружке дают возможность студенту освоить основные приёмы конструирования и программирования управляемых электронных устройств и получить необходимые знания и навыки для дальнейшей самореализации в области инженерии, изобретательства, информационных технологий и программирования.

Кружок предполагает знакомство с основами программирования на языке высокого уровня. Предметом изучения являются принципы и методы разработки, конструирования и программирования управляемых электронных устройств на базе вычислительной платформы (контроллера) Arduino или её клона, а также создание робототехнических устройств в рамках небольших проектов.

Arduino – торговая марка аппаратно-программных средств для построения простых систем автоматики и робототехники, ориентированная на непрофессиональных пользователей.

Программная часть состоит из бесплатной программной оболочки (IDE) для написания программ, их компиляции и программирования аппаратуры.

Аппаратная часть представляет собой набор смонтированных печатных плат, продающихся как официальным производителем, так и сторонними производителями. Полностью открытая архитектура системы позволяет свободно копировать или дополнять линейку продукции Arduino. Arduino может использоваться как для создания автономных объектов автоматики, так и подключаться к программному обеспечению на компьютере через стандартные проводные и беспроводные интерфейсы.

Для преподавателей, студентов и любителей платформа Arduino может стать основным элементом для исследования и решения задач в областях мехатроники и робототехники. Учащиеся же, создав программу, могут сразу наблюдать результаты своей работы. Программа превращается в алгоритм управления реальным устройством, только что собранного своими руками. Это мотивирует, возбуждает интерес к данной деятельности.

Робототехника становится полноценной дисциплиной, если её содержание представляет собой феномен культуры, то есть содержание технологического образования формирует компетентность студента, готового к самостоятельному дополнению составляющих своей образовательной компетентности.

Студенты, изучающие робототехнику, в первую очередь познают себя, свои возможности, собственные интересы; кроме того, отрабатывают умения работать в команде. Робототехника может рассматриваться как ценность, способная к превращению утилитарных умений в общекультурную компетентность, связанную с проектной способностью участника образования в любой сфере деятельности [2].

Что же может дать Arduino учебному процессу?

1. Закрепление навыков программирования на языке C++ (Wiring).

2. Arduino даёт некоторое представление о микроэлектронике. Это, безусловно, необходимые знания для программного инженера, так как они дают представление о «железе», для которого пишется программное обеспечение.

3. Arduino позволяет наглядно продемонстрировать работу кода. Загрузив программу в плату, можно увидеть его действие на реальных физических объектах (мигание светодиода и др.).

В результате платформа Arduino по техническому оснащения идеально подходит для образовательного процесса по проектированию различных мехатронных систем и роботов, благодаря понятной среде программирования и возможности наблюдения физических процессов в реальном времени.

Подготовка квалифицированных специалистов для нужд цифровой экономики Казахстана – одна из приоритетных задач Министерства образования и науки Казахстана

Помимо совершенствования учебных программ ведомство организует курсы повышения квалификации для педагогов по направлению IT-технологий.

Чтобы освоить новые технологии и повысить ИКТ-компетентность всех категорий педагогических работников, в образовательных программах повышения квалификации предусмотрен технологический модуль в объёме от 4 до 10 академических часов. В рамках этого модуля педагоги учатся работать с такими ресурсами как «BilimLand», «Күнделік», портал электронного правительства и другое.

Сенат РК принял поправки в закон «Об образовании». Для учителей информатики и физики разработаны и утверждены пять образовательных программ повышения квалификаций. В программы включены вопросы по формированию ИКТ-компетентности педагогов в условиях обновления содержания образования, мобильное SMART-обучение в современной школе, создание и использование цифрового образовательного контента на занятиях информатики, вопросы робототехники в междисциплинарном образовании. Образовательные программы вузов разрабатываются ими самостоятельно в рамках действующих стандартов.

Вместе с тем к разработке образовательных программ привлекаются зарубежные вузы-партнеры и работодатели. В 2015 и 2016 годах 11 базовых вузов-участников ГПИИР разработали 48 инновационных образовательных программ.

С начала 2017–2018 учебного года все вузы обновили образовательные программы с учетом утвержденных 10 профессиональных стандартов в сфере ИТ.

Казахстан - одна из самых быстроразвивающихся стран в центральной Азии. Начиная с 2000-х годов, Правительство республики реализовывает комплекс реформ в сфере образования, которые нацелены на внедрение инновационных образовательных решений. В частности, ярким тому примером служит создание Назарбаев Интеллектуальных Школ, которые служат, своего рода, «точками роста» Казахстана. В данных учреждениях уже создана мощная база для развития ИТ, робототехники и инженерных наук, которые являются фундаментом для интеграции образовательных решений компании LEGO Education.

Обучение учителей - необходимая и обязательная составляющая внедрения наших решений в систему образования. Постоянное присутствие учителя, который в роли куратора направляет ученика к прогрессу, необходимо для достижения максимального эффекта от образовательных решений LEGO Education. Это важно еще и для того, чтобы наставники учили детей генерировать и реализовывать свои идеи, а не просто использовать различные гаджеты только для развлечений.

В настоящее время возникает методическая проблема, которая вскрывается при изучении программирования для роботов. Дело в том, что стандартная методика изучения программирования не позволяет учащимся программировать поведение робота для решения задач, связанных с перемещением по сложному лабиринту, движением по линии, перемещением предметов и т. п. Это связано с тем, что стандартная методика изучения программирования ориентирована на структурное программирование, а программирование для роботов требует знаний параллельного программирования.

Таким образом, при изучении робототехники необходимо сочетание элементов структурного и параллельного программирования

LEGO Education позволяет создать для современных учеников уникальное образовательное пространство, способствующее активному, творческому обучению, основанному на цифровых технологиях. Педагогу, работающему с образовательными решениями LEGO Education, гораздо проще продемонстрировать принцип работы того или иного механизма или объяснить сложное физическое явление, поскольку во всех образовательных решениях заложен принцип наглядности, а темы уроков тесно связаны с реальной жизнью.

В Республике Казахстан ряд школ уже используют более 1000 образовательных наборов компании LEGO Education. Так, например, накануне 1 сентября 2016 года Президент Республики Казахстан Нурсултан Назарбаев посетил новый лицей № 84, в котором создан робототехнический класс, который предназначен для учеников основной школы и позволяет ученикам легко и просто совершенствовать свои знания в области информатики, физики, технологии, проектировании и математики [3].

Очевидно, средства в высокотехнологичное оборудование вкладываются совсем не напрасно. Вовлечение школьников в занятия робототехникой – это возможность вырастить инженерные кадры нового поколения.

Список использованной литературы:

1 Развитие технологического образования школьников средствами робототехники Интернет- ресурс URL: http://wiki.tgl.net.ru;

2 Андреев Д. В. Повышение мотивации к изучению программирования в рамках курса робототехники / Д.В. Андреев, Е. В. Метелкин //Педагогическая информатика. -2015. -№1. -С.40-49;

3 inform.kz https://www.inform.kz/ru/mirovymi-obrazovatel-nymi-resheniyami-obespechat-shkoly-mon-rk-i-lego-education_a2983318;

МРНТИ 14.01.11
УДК 378.4

А.Ж. Асаинова[1], Т.М. Салий[1], Д.Б. Абыкенова[1], Н.М. Зайцева[1]

[1]Инновационный Евразийский университет, г. Павлодар, Казахстан

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ РАЗРАБОТКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Аннотация

Статья посвящена подготовке будущих специалистов в области IT в системе высшего образования Казахстана. Были изложены и описаны предпосылки к изменению образовательной программы. Проведен опрос потенциальных работодателей, экспертов, на основании которого проведен анализ компетенций и построена компетентностная модель специалиста вычислительной техники и программного обеспечения для Казахстана. В соответствии с нормативными требованиями, запросами работодателей и экспертов разработано содержание образовательной программы, включающей языки и технологии программирования, методы компьютерных вычислений и оптимизаций, разработка и тестирование программного обеспечения, разработка и эксплуатация баз данных и программных приложений. Подробно описана структура профессиональных модулей и наполнение их элективными дисциплинами. Развитие промышленности в Казахстане обусловило включение в программу промышленной и инженерную отрасли, что позволит студентам в будущем трудоустроиться в промышленном секторе экономики Казахстана.

Ключевые слова: информационные технологии, образовательная программа, вычислительная техника, программное обеспечение, профессиональная подготовка, информационное общество.

Аңдатпа

А.Ж. Асаинова[1], Т.М. Салий[1], Д.Б. Абыкенова[1], Н.М. Зайцева[1]
[1]Инновациялық Еуразия университеті, Павлодар, Қазақстан

ЕСЕПТЕУ ТЕХНИКАСЫ ЖӘНЕ БАҒДАРЛАМАЛЫҚ ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУ МАМАНДЫҒЫНЫҢ БІЛІМ БЕРУ БАҒДАРЛАМАСЫН ЖАСАУДЫҢ КЕЙБІР АСПЕКТІЛЕРІ

Мақала Қазақстанның жоғары білім беру жүйесіндегі IT-мамандарды даярлауға арналған.Білім беру бағдарламасын өзгертудің алғышарттары белгіленіп, сипатталған. Жұмыс берушілер мен сарапшылар арасында сауалнама жүргізіліп, оның негізінде құзыреттілікке талдау жасалды және Қазақстан үшін есептеу техникасы мен бағдарламалық қамтамасыздандыру саласындағы маманның құзіреттілік моделі жасалды. Нормативтік талаптарға сәйкес жұмыс берушілер мен сарапшылардың сұраныстарын қанағаттандыруға бағытталған білім беру бағдарламасының мазмұны, соның ішінде бағдарламалау тілдері мен технологиялары, компьютерлік есептеу мен оңтайландыру әдістері, бағдарламалық қамтамасыздандыруды әзірлеу және тестілеу, мәліметтер базасы мен бағдарламалық қосымшаларды әзірлеу және пайдалану бойынша бағдарламалар жасалды. Кәсіби модульдердің құрылымы және оларды элективті пәндермен толтыру толық сипатталған. Қазақстандағы өнеркәсіптің дамуы студенттерге болашақта Қазақстан экономикасының индустриялық секторында жұмыс табуға мүмкіндік беретін өндірістік және машина жасау салалары бағдарламаларына қосылуға әкелді.

Түйін сөздер: ақпараттық технологиялар, білім беру бағдарламасы, компьютерлік технологиялар, бағдарламалық қамтамасыз ету, оқыту, ақпараттық қоғам.

Abstract

CONTENTS OF PROFESSIONAL TRAINING OF FUTURE COMPUTER ENGINEERS AND SOFTWARE IN KAZAKHSTAN: EDUCATIONAL PROGRAM DEVELOPMENT PROCESS

Assainova A.Zh.[1], Saliy T.M.[1], Abykenova D.B. [1], Zaytseva N.M. [1]
[1]Innovative Eurasian University, Pavlodar, Kazakhstan

The article is devoted to the training of future IT- specialists in the Higher Education System of Kazakhstan. The prerequisites for changing the educational program were set out and described. A survey of potential employers and experts was conducted, on the basis of which a competency analysis was carried out and a competency model for a specialist in computer technology and software for Kazakhstan was built. In accordance with regulatory requirements, requests of employers and experts, the content of the educational program has been developed, including programming languages and technologies, computer calculation and optimization methods, software development and testing, development and operation of databases and software applications. The structure of professional modules and their filling with elective disciplines are described in detail. The development of Industry in Kazakhstan led to the inclusion in the program of Industrial and Engineering knowledge, which will allow students to find jobs in the future industrial sector of the Economy of Kazakhstan.

Keywords: information technology, educational program, computer technology, software, training, information society.

Присоединение к Болонскому процессу предоставляет казахстанским вузам ряд преимуществ, таких как признание казахстанских квалификаций и академических ступеней, обеспечение академической мобильности студентов и преподавателей, перезачет кредитов студентов вузов Казахстана в зарубежных университетах, конвертируемость казахстанских дипломов в Европе и расширение возможностей трудоустройства выпускников за рубежом. Республика Казахстан является первым центральноазиатским государством, которое удостоилось чести присоединиться к Болонской декларации и стать полноправным участником европейского образовательного пространства [1].

Сегодня, когда мир становится все более оцифрованным и технологичным, профессия IT - специалиста остается как никогда востребованной. Университеты должны четко идентифицировать навыки, которые компании требуют от IT-специалистов, потому что выпускники нуждаются в солидной поддержке технических компетенций, как в области инженерии, так и в области вычислительной техники и программного обеспечения, а также в широкой системной перспективе.

В Казахстане на данный момент бурно развивается информационное общество: разработаны веб-сервисы, типа электронного правительства (http://egov.kz), увеличивается количество пользователей мобильных приложений, мобильных банкингов, любителей интернета вещей. Поэтому данные вопросы необходимо отражать в программе подготовки IT- специалистов.

Есть еще одна особенность в подготовке специалистов вычислительной техники и программного обеспечения в Казахстане. Северный Казахстан является крупным промышленным регионом Азии, в котором сосредоточена нефтеперерабатывающая, газовая промышленность, обработка цветной и черной металлургии. Промышленный сектор предъявляет свои требования к специалисту информатики, формируя тем самым социальный запрос, при котором специалист должен обладать нестандартным набором навыков, а специальными компетенциями, позволяющими ему работать с промышленными компьютерами и оборудованием.

Помимо специальных компетенций IT-специалисты также должны знать основы бизнеса и уметь поддерживать пользователей [2]. Студенты должны укрепить навыки командной работы и иметь реальный опыт в проектах, где параллельно разрабатываются несколько мероприятий. Кроме того, учащиеся должны иметь базовые знания в области экономики, рынков и компаний. Также необходимо, чтобы выпускники имели навыки межличностного общения, способность решать проблемы и учиться, острота для определения потребностей и сознания клиента и коллеги [3].

Следовательно, IT-специалисты должны приобретать более широкий набор навыков, выходящих за рамки их традиционных технических навыков [4]. При этом традиционные компетенции, такие как веб-разработка и управление новыми технологиями, были менее востребованы [2].

Цель статьи состоит в обосновании компетентностной модели и образовательной программы «Вычислительная техника и программное обеспечение», адаптированная для условий Казахстана и соответствующая мировым тенденциям развития.

Таким образом, возникает необходимость в непрерывной адаптации и обновления образовательной программы «Вычислительная техника и программное обеспечение» к изменениям в информационно-коммуникационных технологиях, промышленности и предметной области. Это связано и с тем, что вузы Казахстана входят в Европейское пространство высшего образования, поэтому разработка образовательных программ является предметом озабоченности в наших университетах.

Разработка учебной программы представляет собой сложный и итеративный процесс с большим количеством мероприятий, в которых участвуют многие заинтересованные стороны. Университеты имеют множество заинтересованных сторон [4], от которых они собирают неоценимую обратную связь в отношении их потребностей и требований, связанных с процессами образования – запросы общества и государства, запросы профессионального общества и личности.

Основная цель разработки компетентностной модели состоит в получении системы знаний по широкому профилю подготовки, приобретения навыков и компетенций, их использование на практике и принятия эффективных решений в сфере IT - технологий.

Развитие информационного общества в мире и в Казахстане показало, что обществу и государству требуются «гибкие» специалисты. Стереотипом профессионалов в области информационно-коммуникационных технологий является то, что часто уделяется внимание «жестким» навыкам, необходимым для выполнения работы. Но запросы современного общества требуют знания аутсорсинга и офшоринга, чтобы стать более гибкими и содержать затраты, стратегически используя информационные технологии [5]. Необходимы бизнес-навыки для применения своих технических знаний для решения бизнес-задач, а также управленческих навыков и умений, чтобы иметь возможность эффективно работать с пользователями компьютеров.

Поэтому IT-специалистов необходимо обучать различным навыкам, поскольку работодатели стремятся набирать сотрудников, обладающих техническими и нетехническими навыками [2].

Мы опросили работодателей (преимущественно из промышленного сектора): «Какой вам нужен специалист IT?» и получили следующие ответы: *«Нам нужны специалисты, работающие с промышленным оборудованием», «…умеющие программировать промышленные роботы», «…способные создавать автоматизированные системы управления в виде интернет приложения», «должны быть компетентны в программировании микроконтроллеров для промышленных компьютеров», «…способные учиться и самообразовываться», «…способны критически мыслить и приходить к решению нестандартных задач».*

Профессиональные заинтересованные стороны имеют более широкий интерес к конкретным профессиям, профессиональным качествам выпускников, их рабочим возможностям и условиям, развитию карьеры специальности, а также знаниям и компетенциям.

Для анализа компетенций использовался метод, изложенный в [4]. Мы осуществляли сотрудничество с заинтересованными сторонами и вели открытый диалог, для получения обратной связи, критики и рекомендаций, которые могут внести существенный вклад в разработку образовательной программы «Вычислительная техника и программное обеспечение». В ходе диалога были выявлены основные требования к качественной подготовке специалистов информатики: *«Нам нужны специалисты, обладающие компетенциями в области разработки кроссплатформенных мобильных приложений», «Разработка интернет-приложений», «Разработка 3д моделирования, приложений», «Использование технологий дополненной реальности для разработки мобильных приложений».*

На кафедре «Информационные технологии» Инновационного Евразийского университета для определения качественного состава компетенции IT-специальности, создали экспертную комиссию из работодателей. На основании работы экспертных групп были определены компетенции, необходимые для будущего специалиста вычислительной техники и программного обеспечения. Базовым документом являлся Computer Science Curricula 2013 от ACM и нормативные национальные документы (ТУПл). Компетенции представлены в таблице 1.

Таблица 1. Компетенции IT-специальности

Компетенции	Описание
Базовые компетенции	Этические компетенции (C1), Коммуникативные и социальные компетенции (C2), Компетенции лидерства (C3), Компетенции в области развития (C4), Организационные и социальные компетенции (C5), Компетенции в области интернационализации и международного сотрудничества (C6), Компетенции предпринимательства (C7), Компетенции обучения (C8)
Профессиональные компетенции в области информатики	Компетенции в области алгоритмов и их сложности (C9), Компетенции в области архитектуры и ее организации (C10), Компетенции в области вычислительной науки (C11), Компетенции в области дискретных структур (C12), Компетенции в графике и визуализации (C13), Компетенции в области человеко-компьютерного взаимодействия (C14), Компетенции в обеспечении информации и безопасности (C15), Компетенции в области интеллектуальных систем (C16), Компетенции в области сетей и коммуникаций (C17), Компетенции в области операционных систем (C18), Компетенции в разработке на основе платформ (C19), Компетенции в области параллельных и распределенных вычислений (C20), Компетенции в языках программирования (C20), Компетенции по основам разработки программного обеспечения (C21), Компетенции по разработке программного обеспечения (C22), Компетенции по области теории систем (C23)
Профессиональные специфические компетенции	Компетенции в объектно-ориентированном анализе и проектировании (C24), Компетенции в области управления гибкими IT-проектами (C25), Компетенции в управлении цифровой организацией (C26), Компетенции в промышленной информатике (C27), Компетенции в образовательной робототехнике (C28), Компетенции в разработке мобильных приложений (C29)

На основе подробного описания компетенций и результатов обучения были определены 46 курсов, разделенные на три общие группы: 36% курсов классифицировались как общеобязательные академические курсы, 64% - как профессиональные базовые и специализированные, практические курсы.

Области знаний с содержанием являются основой для отдельных курсов. Чтобы обеспечить полный охват между результатами обучения и областями знаний, использовалась диаграмма Ганта для сопоставления каждого результата обучения с областями знаний. Области знаний с содержанием изображены на рисунке 1. Как и результаты обучения, все области знаний не могут преподаваться одновременно. На рисунке 1 мы отразили распределение областей знаний (М1 – М5) в течение времени и формируемые компетенции (С1-29).

	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4	Семестр 5	Семестр 6	Семестр 7	Семестр 8
М1	С9, С10, С20, С21, С22, С24, С29							
М2		С11, С12			С15, С23			
М3				С13, С19, С20,				
М4	С14		С16, С17, С18, С25, С26, С27, С28					
М5	С1 - С29							

Рисунок 1. Модель образовательной программы.

Обозначения: М1 - Языки и технологии программирования, М2 - Методы компьютерных вычислений и оптимизаций, М3 - Разработка и тестирование программного обеспечения, М4 – Разработка и эксплуатация баз данных и программных приложений, М5 – Профессиональная практика.

Наличие траекторий в образовательной программе специальности «Вычислительная техника и программное обеспечение» дает возможность выбора направления подготовки студентам. Каждая траектория представляет собой профессиональный модуль и направлена на освоение определенных компетенций для определенной трудовой деятельности.

В образовательную программу включены модули. Модуль представляет собой законченную часть образовательной программы. Дисциплины и междисциплинарные курсы, входящие в модуль, могут быть как из цикла базовых дисциплин, так и из цикла профессиональных дисциплин. В таблице 2 приведена структура профессиональных модулей и наполнение их элективными дисциплинами.

Таблица 2. Структура профессиональных модулей

Вид трудовой деятельности	Профессиональ-ный модуль	Трудовая деятельность	Элективные дисциплины
А. Участвовать в анализе и разработке требований к ПО, осуществлять разработку модулей ПО для компьютерных систем согласно специфики отрасли	М1:Разработка программного обеспечения для компьютерных систем	А1 Участвовать в анализе и разработке различных требований к программному продукту, в создании сценариев использования программного продукта	IT-инфраструктура. Ведение бизнеса Алгоритмизация и программирование.
		А2 Осуществлять программирование модуля на основе готовых спецификаций, разработку мобильных приложений, программирование микроконтроллеров для промышленных компьютеров.	Разработка мобильных приложений. Технологии программирования. Программирование в 1С: Предприятие. Системное программирование. Программирование на JAVA
		А3 Осуществлять тестирование и документирование созданных модулей	Объектно-ориентированное программирование на C++ Builder/C#.
В. Принимать участие в разработке ПО компьютерных систем	М2:Участие в разработке ПО компьютерных систем	В1 Участвовать в интеграции программных компонент в единое целое	Архитектура систем параллельных вычислений. Технология разработки программного обеспечения.
		В2 Участвовать в анализе и оптимизации кода с	Инструментальные средства разработки программ.

		использованием инструментальных средств для повышения качества программного продукта	
		B3 Участвовать в разработке тестовых наборов и тестовых процедур	Основы работы в 3D Max. Программное обеспечение математического моделирования.
		B4 Участвовать в измерении характеристик программного продукта	Компьютерное моделирование. Генерация бизнес-идей и получение патента
C. Участвовать в администрировании и в сопровождении ПО компьютерных систем	M3:Участие в эксплуатации и сопровождении ПО компьютерных систем	C1 Разрабатывать и вести проектную и техническую документацию по порученным задачам	Проектирование компьютерных систем. Проектирование интеллектуальных систем.
		C2 Участвовать в администрировании программного обеспечения	Операционные системы. Системное администрирование на базе Cisco. Основы прогнозирования.
D. Осуществлять проектирование и разработку БД и программных приложений	M4: Проектирование и разработка БД и программных приложений	D1 Выполнять анализ предметной области и вырабатывать требования к БД и программным приложениям	Взаимодействие человека с компьютером. Базы данных. Сетевые технологии компьютерных систем.
		D2 Реализовывать БД и программные приложения	Системы управления базами данных. Web-технологии. Компьютерные сети.
		D3 Выполнять тестирование и документирование БД и программных приложений	Основы информационной безопасности. Самоменеджмент и техника презентаций.
		D4 Осуществлять внедрение и сопровождение БД и программных приложений	Профессиональные компьютерные программы.
E. Выполнять работы по сбору и ремонту компьютерной техники	M5:Выполнение работ по сбору и ремонту компьютерной техники	E1 Работать с пакетами основных прикладных программ	Микропроцессорная техника. Цифровая схемотехника.
		E2 Выполнять сбор и ремонт компьютерной техники	Электроника

Болонская система дает возможность для академической мобильности студентов. Кафедра «Информационные технологии» использует эту возможность, которая дает большие преимущества в пополнении знаний в других вузах, особенно за рубежом. Совместно с Люблинской Высшей школой предпринимательства и администрации (WSPA, г. Люблин, Польша) разработана образовательная программа «Вычислительная техника и программное обеспечение» по получению двойных дипломов, по которой состоялся уже не один выпуск. Модернизация учебных программ высшего образования, в частности, создания программ по получению двойных дипломов, имеет важное значение для удовлетворения профессиональных потребностей. Наши студенты также пополняют свои знания в России, Таджикистане по академической мобильности.

При разработке программы у нас было довольно интенсивное взаимодействие с профессионалами и студентами, работодателями из сектора промышленности. Мы организовывали экспертные группы, позволяющие с профессионалами в области IT технологий, работодателями, преподавателями и студентами формировать результаты обучения. Эта деятельность была очень плодотворной и привела к изменениям и усовершенствованиям образовательной программы.

Список использованной литературы:

1 Реформирование высшего образования в Казахстане и Болонский процесс: информационные материалы для практических действий – Алматы, 2009 – 120 с. 8. По материалам zakon.kz

2 António Trigo, João Varajão, Pedro Soto-Acosta, João Barroso IT Professionals: An Iberian Snapshot. International Journal of Human Capital and Information Technology Professionals, 1(1), 61-75, January-March 2010. DOI: 10.4018/jhcitp.2010091105

3 Toral S. L., Martınez-Torres M. R., Barrero F., Gallardo S., Dura´n M. J. An electronic engineering curriculum design based on concept-mapping techniques. Int J Technol Des Educ (2007) 17:341–356. DOI 10.1007/s10798-007-9042-4

4 Matkovic, P., Tumbas, P., Sakal, M. & Pavlicevic, V. (2014). University Stakeholders in the Analysis Phase of Curriculum Development Process Model. Proceedings of the 7th International Conference of Education, Research and Innovation (ICERI) (pp. 2271-2277).

5 Damien Joseph, Soon Ang, Roger H. L. Chang, Sandra A. Slaughter Practical Intelligence in IT: Assessing Soft Skills of IT Professionals. Communications of the ACM, Vol. 53 No. 2, Pages 149-154. DOI: 10.1145/1646353.1646391

МРНТИ 20.01.45
УДК 378.016.02:004.9(574)

Б.Г. Бостанов[1], Қ.А.Беделов[1]

[1]Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

БҰЛТТЫ ТЕХНОЛОГИЯЛАР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ БІЛІМ БЕРУДЕ ПАЙДАЛАНУ МҮМКІНДІКТЕРІ

Аңдатпа

Мақалада қазіргі интернет желісі арқылы өзінің көп мүмкіндіктерін ұсынатын бұлтты технологиялардың түрлеріне салыстырмалы түрде талдау жасалады. Білім беру мақсатында жиі пайдаланылатын желілік серверлер мен қызметтер және оларды пайдаланудың білімге тигізетін әсерін айта келе: 21 ғасырда қажетті дағдыларды қалыптастыратын, білім беруде оң әсерін тигізетін, білім алушылар мен педагогикалық қызметкерлер үшін көптеген жаңа мүмкіндіктер ашатын негізгі трендтер және олардың білім берудегі алатын орындарының өзіндік ерекшеліктері айтылған. Яғни, интернет желісінде іздестіру, аралас оқыту, Open Course ware, оқытатын порталдар, студенттер оқытушылар ретінде, электронды ынтымақтастық, байсалды ойындарды қамтитын балама шындық, мобилді оқыту, дербестендірілген оқыту желілері, CloudComputing ресурстары туралы баяндалған. Сонымен қатар бұлтты желілік қызметтердің кейбір түрлерінің білім берудегі атқаратын қызметтеріне жекелей тоқталған.

Түйін сөздер: Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, бұлттық технологиялар, желілік сервистер және қызметтер, білім беру сласы, бұлттық ресурстар.

Аннотация

Б.Г. Бостанов[1], К.А.Беделов[1]
[1]Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

ОБЛАЧНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ВОЗМОЖНОСТИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ОБРАЗОВАНИИ

В статье проводится сравнительный анализ типов облачных технологий, предлагающий большие возможности через современную сеть интернет. Сетевые серверы и услуги, часто используемые в образовательных целях, использование, и их влияние на образование: основные тренды, формирующие необходимые навыки в 21 веке, позитивно влияющие на образование, открывающие новые возможности для обучающихся и педагогических работников, и их специфические особенности в сфере образования. То есть, поиск в сети Интернет, смешанное обучение, Open Courseware, обучающие порталы, студенты как преподаватели, электронное сотрудничество, альтернативная реальность, включающая серьезные игры, мобильное обучение, сети персонализированного обучения, ресурсы Cloud Computing. Кроме того, в статье описаны отдельные виды облачных сетевых услуг, и более детально остановились на образовательной деятельности.

Ключевые слова: Информационные и коммуникационные технологии, Облачные технологии, Сетевые услуги, Будущие учителя информатики.

Abstract

CLOUD TECHNOLOGIES AND OPPORTUNITIES FOR THEIR USE IN EDUCATION

BostanovB.G. [1], Bedelov K.A. [1]

[1]Abai University, Almaty, Kazakhstan

The article provides a comparative analysis of the types of cloud technologies that offer great opportunities through the modern Internet. Network servers and services that are often used for educational purposes, their use, and their impact on education: the main trends that shape the necessary skills in the 21st century, have a positive impact on education, open new opportunities for students and teachers, and their specific features in the field of education. That is, Internet search, mixed learning, OpenCourseware, learning portals, students as teachers, e-collaboration, alternative reality that includes serious games, mobile learning, personalized learning networks, Cloud Computing resources. In addition, the article describes certain types of cloud network services, and dwelled in more detail on educational activities.

Keywords: Information and communication technologies, Cloud technologies, Network services, Future teachers of informatics.

Қазақстан президенті Қ.К.Тоқаев «Сындарлы қоғамдық диалог – Қазақстанның тұрақтылығы мен өркендеуінің негізі» деген тақырыппен халыққа жолдауындағы IV-ші «Әлеуметтік жаңғырудың жаңа кезеңі» міндеттінде «Шын мәнінде, мамандар даярлаудың отандық жүйесі нақты еңбек нарығынан тыс қалған» - деп атап көрсетілген. Шындығында да қазіргі педагогикалық ЖОО-дағы болашақ мамандар даярлаудың мазмұны мектептегі оқыту мазмұнынан алшақтау, кейде одан кейін қалып қоятындығын жасыруға болмайды [1]. Соның ішінде, информатика пәні мұғалімдерін даярлауда мектеп пәнін оқытудың мазмұнында бар «Бұлттық технологиялар» тақырыбы бойынша оқу бағдарламасынында элективті таңдау курстары қарастырылмаған деп айтуға да болады.

Сондықтан, ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың (АКТ) қарқанды дамуы мен қоғамның цифрлануы кезеңі білім беру жүйесінің алдында оқыту үдерісінзаманауи ұрпаққа сай жаңалау мәселесін қойып отыр. Оқытудың әртүрлі технологиялары сарапталып, жаңашыл педагогтардың іс – тәжірибесі зерттеліп, мектеп өміріне енуде. Онда жаңашыл педагогтың қызметтің барлық кезеңдерінде үнемі өзін-өзі жетілдіруі және үздіксіз оқып-үйренуі; жарамды оқу материалын және оны көрсету үшін ақпараттық технологиялардың тиісті құралын іріктеп алуы; әдістемелік жұмыстарды талдауы; білім беру үдерісіндегі ақпараттық - коммуникациялықтехнологияларға негізделген оқуқұралдарын жетілдіруі және оқытудың жаңа міндеттерін шешуібасты мақсаты деп саналады. Осы аталған мүмкіндіктер мен қажеттіліктердің барлығы бұлттық технологиялар негізінде жаңашыл мақсатта қарастырылуы керек.

Сонымен қатар, жаңашыл информатика пәнінің мұғалімі мультимедиалық қосымшаларды, мобильді құрылғыларды, мысалға: нетбук, планшет, смартфон, интернет желісінде пайдалана отырып, оларға кез-келген жерден, кез-келген уақытта қол жеткізу мүмкіндігіне ие бола отырып, оларды оқыту мақсатында тиімді, өз бетімен зерделей алатын құзырлылығы қалыптасқан маман болуы қажет.

Білім беру мақсатында жиі пайдаланылатын желілік сервистер мен қызметтер мыналар (олардың кейбірі әлі де толық қолданылмайды) [2, 3, 4, 5]:

- қарым-қатынас жасау сервистері: электронды почта, форумдар, блогтар, чаттар, IP-телефония (Skype) және т.с.
- сақтау және деректер алмасу сервистері;
- электрондық журналдар мен күнделіктер;
- қашықтықтан оқыту жүйесі, кітапхана, медиа-кітапхана;
- әлеуметтік желілер: Twitter, Facebook, ВКонтакте және басқалар;
- виртуалды серверлер, хостингтер;
- бейнематериалдар хостингтері: YouTube, бейнеконференция және басқалар;
- web 2.0 құралы: wiki-парақтар және басқалар [6].

21 ғасырдың келесі онжылдығы білім беру үшін талай мүмкіндіктер береді. Американдық ғалым К. Бонк өзінің «Ашық әлем: веб-технологиялар білім беруді қалайша революцияландырып отыр» атты кітабында [7] ашық әлемнің білім беруге әсер ететін бірқатар маңызды трендтерін көрсетті. Енді 21 ғасырда қажетті дағдыларды қалыптастыратын және білім беруге оң әсерін тигізетін және білім алушылар мен педагогикалық қызметкерлер үшін көптеген жаңа мүмкіндіктер ашатын негізгі трендтерді қарастырайық.

1. Интернет желісінде іздестіру. Интернет желісі педагогикалық қызметкер мен білім алушылар қажетті мәліметтерді және дереккөздерді таба алатындай: ақпарат, электронды кітаптар және құжаттар, әртүрлі кітапханалар, ресурстар,қосымшалардан тұрады. Сондай-ақ, мәлімет алмасу үшінжәнемәліметтерге ашық қол жеткізугемүмкіндіктер жасайтын үлкен көлемді жады іспетті.

Сондықтан Интернет желісінде іздестіру дағдылары оқып, білім алушылардың цифрлық әлемдегі АКТ-сауаттылығының маңызды құрамдас бөліктері болып табылады.

2. Аралас оқыту. Аралас оқыту тек «бетпе-бет» қарым-қатынас жасауды және «топтық қарым-қатынас жасауды» ғана емес, заманауи ақпараттық технологияларды пайдалана отырып, нақты уақыт режиміндегі әрекеттестікті де шамалайды.

3. OpenCourseware. Массачусет технологиялық институты (MIT) OpenCourseWare-нің бас провайдері болып отыр. Осы тәріздес ресурстарда бар оқу материалдары педагогикалық қызметкерлерге де, оқып, білім алушыларға да пайдалы.

4. Оқытатын порталдар. Мұндай порталдар қазіргі кезде айтарлықтай дамыған болып табылады және жаңа материалды зерделеуге де, өзінің әртүрлі ғылыми салалардағы білімдерін дамытуға да жағдай жасайды.

5. Студенттер оқытушылар ретінде. Қазіргі уақыт оқып, білім алушылардан үлкен бастаманы талап етеді. Олар өздерінің білім алуы үшін пайдалы материалды өз бетімен зерделей білуге тиіс.

6. Электронды ынтымақтастық. Оқытатын ұйымдар тиісті құралдарды (кітапханалар, күнтізбелер, форумдар, жоспарлар, жергілікті жердің карталары және бас.) пайдаланған кезде электронды ынтымақтастық дағдыларын қалыптастырады.

7. Байсалды ойындарды қамтитынбалама шындық. Оқытудың интербелсенді әдістерінің бірі ретінде, ойындарды да білім беру үдерісінде пайдалануға болады. Олар оқып, білім алушыларды іздестіруге және шешімдер қабылдауға мәжбүр етіп, нақты өмірдің жағдайларын модельдеуге жағдай жасайды.

8. Мобилді оқыту. Мобилді құрылғылардың көмегімен білім беру ұйымына келуге мүмкіндіктері жоқтарды оқытуға болады, кеңестер бере отырып, кез-келген жерден сабақтан тыс уақытта оқытуға болады.

9. Дербестендірілген оқыту желілері. Оқыту үшін қазіргі заманның буынында танымал болып отырған желілік ресурстарды, мысалға, Facebook, Вконтакте және басқа әлеуметтік желілерді пайдалануға болады. Бұл ресурстар өзінің көптеген қосымшаларын оқу мақсаттарында пайдалануға да, өздерінің ресурстарын әзірлеуге және жүзеге асыруға да жағдай жасайды.

*10.*CloudComputing ресурстары. Бұлттық технологиялар білім беру ұйымдарына осыларды білім беру үрдісінде пайдалануға болатын тегін бұлттық сервистер береді. Жоғарыда қарастырылған барлық трендтерді бұлттық ресурстарда әбден іске асыруға болады.

Өткен ғасырдың соңында компьютерлік есептеу техникасының пайда болуының және жаппай таралуының бұлттық есептеулер эволюциясында үлкен рөл ойнағандығын атап өтуіміз керек. Үлкен ЭЕМ-ның есептеу қуаттары мен жалға берілетін машиналық уақыт өзекті емес болып шыққандықтан, бір жағынан, дербес компьютерлердің пайда болуы бұлттық технологиялардың дамуын әлдебір уақытқа тоқтата тұрды. Екінші жағынан, компьютерлік техниканың жаппай таралуы желілік технологиялардың дамуы мен дербес компьютерлерді желілерге біріктіру үшін серпін берді, бұл бұлттық есептеулерді одан әрі дамыту үшін негіз болып шықты.

Бұлттық қызметтер нарығында болып жатқан соңғы тенденциялар бұлттық провайдерлер ортасындағы күшті бәсекені куәландырып отыр. «Есептеу бұлты» концепциясын әртүрлі компаниялар, мысалға, Amazon, Google және Microsoft белсенді қолданады.

Бұлттық есептеулердің пайда болуы мен эволюциясына келесілерді қоса, бірнеше технологиялық жетістік жағдай жасады:

- жылдамдығы жоғары сенімді желілердің пайда болуы;
- виртуалдандыру мүмкіндіктері; деректер өңдеу орталықтарына арналған бағдарламалық жасақтаманың құнын төмендеткен, ашық бастапқы коды бар бағдарламалық жасақтама (мысалға, Linux, Apache, және Hadoop);
- web 2.0 технологиясының ашық стандарттарының қабылдануы, бұл бұлтта қосымшалар жасауды анағұрлым оңайырақ және жылдамырақ етті;
- Google, Microsoft және Amazon секілді өндірушілер өрістеткен инфрақұрылымдардың пайда болуы;
- серверлік жабдықтың дамуы мен жетілдірілуі.

Google компаниясы бұлттық технологияларды дамытуға, атап айтқанда, білімге елеулі үлес қосып отыр. Google қызметтерінің артықшылығы олардың тегін және білім беру үрдісінде белсенді қолдануға қабілеттілігі болып табылады, сонымен қатар білім алуға көмектесетін көптеген қосымшалар мен қызметтері бар.

Олардың ішінде:

- Google ArtProject - интерактивті түрде әлемнің танымал мұражайларын ұсынды;

- Google Docs - онлайн офис;
- Google Maps - карта жиынтығы;
- Google сайттары - бұл вики технологиясын пайдаланатын тегін хостинг қызметі;
- Google Translate - аудармашы;
- YouTube - бейне хостинг;
- Google форма – онлайн тест, сауалнама, барлық қатысушылардың жауаптарын жиынтық кестенің автоматты құру жасауға мүмкіндік береді.
- Google Drive - файлдарды сақтау және олармен жұмыс істеу кеңістігі.
- Google Класс - электрондық пошта, құжаттар және сақтау құралдарымен жұмыс істеудің еркін құралдар жиынтығы. Бұл қызметті мұғалімдермен бірлесе отырып, уақытты үнемдеуге, сабақты оңай және жылдам ұйымдастыруға және студенттермен тиімді қарым-қатынас жасауға бағытталған.
- ClassFlow бұл мұғалімдерге интерактивті тақта сияқты түрлі технологияларды біріктіретін сабақтарды жасауға және өткізуге мүмкіндік беретін бұлтқа негізделген бағдарлама.
- G Suite Enterprise for Education - білім беру мекемелеріне, компаниялардың қажеттіліктерімен ұқсас келетін әкімшілік бөлімдерді, басқаруға қажетті құралдар жиынтығын қамтамасыз етеді. Бұл жиынтыққа жетілдірілген басқару құралдары, іздеу және талдау функциясы, сонымен қатар коммуникацияның корпоративтік құралдары кіреді.

G Suite Enterprise for Education төменде көрсетілген құралдар мен функциялардан тұрады.

- Қауіпсіздік орталығы – жүйе әкімшісіне қауіпсіздікті арттыруға, сонымен қатар ұйымның практикалық маңызы бар статисткалық мәліметтеріне және деректеріне қолжетімділікті қамтамасыз ететін құрал.
- Өңірлерге қатысты деректерді сақтау ережелері әкімшіге қолданушылардың жеке деректерін қай өңірде сақтауды таңдауға көмектеседі: АҚШ-та немесе Европада.
- Cloud Search –бұл G Suite өнімдерінде бірыңғай іздеуге арналған құрал. Енді ақапаратты тез тауып алуға болады, сондықтан да қолданушыларға алынған деректерді толығырақ талдауына болады.
- Hangouts Meet-тің кеңейтілген функциясы тікелей көрсетілім жүргізу, бейнекездесулерді жазып алу және оларды Google Дискіде сақтауға, телефон арқылы кездесуге қосылуға (АҚШ және басқа елдерде қолжетімді), қатысушылар саны көп бейнекездесулерді ұйымдастыру (100 адамға дейін) мүмкіндіктерінен тұрады. Тегін лицензияға ие қолданушыларға тікелей көрсетілім мен бейнекездесулерді жазып алу қол жетімсіз.
- Қызметкерлер жұмыс мақсатында қолданатынмобильді құрылғылармен кеңейтілген басқару үлкен ұйымдарға жеке құрылғыларын пробелсенді басқаруды қолдануға көмектеседі. Мысалы, әкімшілер мобильді құрылғылардың аудит журналын талдай алады, ережелерді орнатып, қосымшаларды басқара алады.
- G Suiteесебі және BigQuery-гі Gmail журналы білім беру мекемелерінің әкімшілеріне ақауларды анықтауға және статистиканы алуға көмектеседі.
- Архивациялаудың бөгде құралдары – ең маңызды хабарламаларды іздеуге және сақтау үшін қолданылады.
- Кеңейтілген қолдау –мамандардан өнім бойынша тезірек көмек алуға мүмкіндік береді. Бұл мүмкіндік 200-ден көп лицензция алған ұйымдарға қолжетімді

Cloud computing-алдыңғы модельдерден, ең алдымен, есептеу қуатын беру қағидасы ерекшелендіреді: қажетті бағдарламалық және аппараттық жасақтаманы жалдау немесе тіптен бүкіл инфрақұрылымды Интернет арқылы қызмет ретінде ұсыну [9,10].

Милан университетінің (University of Milan) профессоры Федерико Этро cloud computing (CC) – деректерді серверлерде сақтауға және клиенттердің талап етуі бойынша қызмет көрсетуге жағдай жасайтын интернет-бағдарланған технологиялардың жаңа басты мақсаты деп атап өтті.

Майкл Миллердің «Бұлттық есептеулер: Сіздің жұмыс тәсілін және нақты уақыт режиміндегі әрекеттестіктерді өзгертетін веб-бағдарланған қосымшалар» атты кітабында [8] біз оны осындай ретінде танитын компьютингтің өзгергендігі атап өтілген. Қазіргі заманғы технологиялар компьютерге орнату үшін қымбат тұратын бағдарламалық жасақтаманы сатып алмауға мүмкіндік береді, бұлттық инфрақұрылымды өрістетуге және оған кез-келген жерден, интернет желісіне қосылған кез-келген жабдықтан қатынау мүмкіндігіне ие болуға болады. «Бұлтқа» қатынау мүмкіндігіне, қатынау құқығы бар мыңдаған адамдардың бір мезгілде ие бола алатындығын атап өту керек.

Қазіргі уақытта заманау ақпараттық технологияларды пайдаланбастан, бір де бір білім беру мекемесі тиімді жұмыс істей алмайды. Бұл ретте әрбір білім беру орталығының жанында өзінің IT-инфрақұрылымын ұстап отыру мен оны дамыту өте қымбатқа түседі. Жыл өткен сайын осы шығындардың деңгейі үсті-үстіне арта түсуде. Мекемелер компьютерлік техникаға, телекоммуникациялық жабдыққа және бағдарламалық жасақтамаға қыруар қаржы жұмсап отыр. Жоғарыда атап көрсетілген шығындардан өзге, осы техникаға қызмет көрсететін қызметкерлердің жоғары кәсіпқойлық деңгейін ұстап отыруға да әжептәуір қаржы салымдары қажет болады.

Онымен қоймай, қазіргі заманғы аппараттық қамтамасыз етудің сипаттамалары күн сайын дерлік өзгертіліп және жетілдіріліп отыр, сондықтан кез-келген білім беру ұйымының өзінің техникалық базасын қазіргі заманғы компьютерлердің жылдам өзгеріп жатқан есептеу мүмкіндіктеріне сәйкес жаңарта алуы және оқу үрдісін компьютерлік техниканың соңғы жаңалықтарымен қамтамасыз ете қоюы екі талай. Оқып, білім алушыларға тиісті ақпараттық қызмет көрсетуді деңгейде ұстап отыруға әжептәуір материалдық шығындарды шамалайтын бағдарламалық жасақтамамен де дәл осындай жағдай орын алып отыр.

Жоғарыда тізіп көрсетілген бұлттық сервистерден өзге, құжаттармен жұмыс істеу және білім беру қызметіндегі міндеттерді ұйымдастыру үшін бағдарламалау сервистері, сақтау сервистері, деректер қорларымен жұмыс істеу сервистері, графикамен жұмыс істеу сервистері, виртуалды жұмыс үстелдерінің сервистері, бұлттық бағдарланған вирусқа қарсы бағдарламалар секілді сервистерді пайдалануға болады.

Осылар өздеріне қымбат тұратын жабдықты және бағдарламалық жасақтаманы сатып алуға және қолдауға мүмкіндігі жоқ білім беру мекемелері үшін оқытуды басқарудың ішкі жүйелерін (LMS, Learning Management Systems) «бұлтқа» жылжыту тиімді болып шығуы мүмкін, өйткені бұл IT-инфрақұрылымға шығындарды оңтайландыруға жағдай жасайды.

Білім беру үрдісінде бұлттық технологияларды (cloud computing) қолдану оқу орындарына Интернет арқылы есептеу ресурстарын және сервис ретінде қосымшаларды пайдалануға мүмкіндік береді, бұл оқыту үдерісін қарқынды етуге және жақсартуға, сонымен бірге дәстүрлі АКТ-технологияларға тән емес арнайы функциялардың есебінен оқытудың сапасын жақсартуға жағдай жасайды.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі:

1 Бидайбеков Е.Ы, Бостанов Б.Г, Беделов Қ.А. Бұлттық технологияның білім беру жүйесіндегі алатын орны мен артықшылықтары // Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясының академигі, тарих ғылымдарының докторы, профессор Тоқмұхамед Сәлменұлы Садықовтың 80 жылдығына арналған Халықаралық ғылыми-практикалық конференциясының материалдары. – Алматы:Абай атындағы ҚазҰПУ 2018 ж.- 69 б.

2 Бидайбеков Е.Ы, Бостанов Б.Г., Беделов Қ.А., Жанбаева Р.А. Бұлттық технологияларға негізделген желілік сервистердің көмегімен болашақ информатика мұғалімдерін даярлау хақында // Хабаршы Вестник «Физика- математика ғылымдары» сериясы Серия №4 (64) – 2018 ж. – 127 б.

3 Агитон К. Сетевые сообщества и будущее Интернет технологий. Web 2.0. [Электронный ресурс] // Публичные лекции «Полит.ру» - 2007. -31 мая. – Режим доступа: http://www.polit.ru/lectures/2007

4 Голубев О.Б., Никифоров О.Ю. Использование облачных сервисов при обучении информатики// Сборник научных статей Всероссийской научной конференции «Системные стратегии: наука, образование, информационные технологии». - Вологда.: ВГПУ, 2013. - 44-47 с.

5 Григорьев С.Г., Гриншкун В.В. Информационные и коммуникационные технологии в современном открытом образовании: Сетевой учебно-методический комплекс электронных средств поддержки обучения для подготовки кадров современного открытого образования [Электронный ресурс] / -Режим доступа: http://www.ido.edu.ru/open/ikt/index.html.

6 Bonk C.J. The World is Open: How Web Technologyis Revolutionizing Education / - SanFrancisco, USA: Jossey-BassInc., 2009.

7 Miller M, Cloud Computing: Web-based applications that change the way you work and collaborate online / - Indianapolis, 2008.

8 Исабаева Д.Н, Исабаева С.Н., Ерсари І.Н. Бұлттық технология мүмкіндерін қолдану негізінде информатиканы оқытуды оңтайландыру// Хабаршы Вестник «Физика- математика ғылымдары» сериясы Серия №4 (60) – 2017 ж.- 245 б.

9 Бекбулатова И.У, Бахтыбаева С.А. Мейрбекова Г.П, Ниязова Г.Ж. Бұлттық технологиялардың білім берудегі мүмкіндіктері// Хабаршы Вестник «Физика- математика ғылымдары» сериясы Серия №1 (53) – 2016 ж.- 158 б.

МРНТИ 28.21
УДК 003.26

Ф.Р. Гусманова[1], *Г.А. Абдулкаримова*[2]

[1]*әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан*
[2]*Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

АҚПАРАТТЫ ҚОРҒАУДЫҢ КРИПТОГРАФИЯЛЫҚ ӘДІСТЕРІН ОҚЫТУДЫҢ ӨЗЕКТІ АСПЕКТІЛЕРІ

Аңдатпа

Жаппай ақпараттандыру жағдайында ақпараттық қауіпсіздік және ақпаратты қорғау өзекті мәселе болуда. Мақалада ақпаратты қорғау саласында білімді маңызды құраушы ретінде кәсіби қызметте мәліметтерді криптографиялық қорғаудың алгоритмдерін тиімді таңдау тәсілдерін ерекшелеуге болатыны көрсетілген. Ақпаратты қорғаудың криптографиялық тәсілдерін білу, криптография бойынша оқу бағдарламаларын пайдалану ақпаратты қорғау саласында үлкен тәжірибе алуға мүмкіндік береді. Ұсынылып отырған мақала ақпараттық кеңістіктерде жеке мәліметтерді қорғау мақсатында қолданылатын криптожүйелерді меңгеруге арналған. Әбден ақпараттандырылған заманауи жағдайда түбегейлі мәні криптожүйелердің беріктігін қамтамасыздандыруды, олардың негізінде мәліметтерге рұқсатсыз қатынауды алдын ала болдырмаудың жаңа нұсқаларын шығарды. Берілген тақырып бойынша студенттер ғылыми-зерттеу жұмыстарымен айналысу, криптографиядағы жаңа жетістіктерін ескере отырып курс бағдарламасын кеңейту мүмкіндіктері айтылды.

Түйін сөздер: ақпараттық қауіпсіздік, криптожүйе, криптографиялық алгоритм, кілт, қорғау.

Аннотация

Ф.Р. Гусманова[1], *Г.А. Абдулкаримова*[2]
[1]*Казахский национальный университет им.Аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*
[2]*Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан*

АКТУАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ КРИПТОГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДАМ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ

В условиях всеобщей информатизации, вопросы информационной безопасности и защиты информации становятся наиболее актуальными. В работе показано, что в качестве важной составляющей знаний в области защиты информации можно выделить способ оптимального выбора алгоритмов криптографической защиты данных в профессиональной деятельности. Знание криптографических способов защиты информации, использование учебных программ по криптографии позволяет получить опыт в области защиты информации. Данная статья посвящена изучению криптосистем, применимых с целью защиты личных данных на информационных просторах. В современных условиях информационного перенасыщения принципиальное значение имеет изучение обеспечения надёжности криптосистем, выведения на их основе новые варианты предотвращения несанкционированного доступа к приватным данным. Отмечена возможность научно-исследовательской работы студентов по данной тематике, перспективы расширения программы курса с учетом новейших достижений в криптографии.

Ключевые слова: информационная безопасность, криптосистема, криптографический алгоритм, ключ, защита.

Abstract

CRYPTOGRAPHIC METHODS OF INFORMATION PROTECTION TEACHING ACTUAL ASPECTS

Gusmanova F.R. [1]*Abdulkarimova G.A.* [2],
[1]*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*
[2]*Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

In conditions of general informatization, issues of information security and information protection are becoming the most relevant. The paper shows that as an important component of knowledge in the field of information security, we can single out the method of the optimal choice of cryptographic data protection algorithms in professional activities. Knowledge of cryptographic methods of information protection, the use of cryptography training programs allows you to gain experience in the field of information security. This article is devoted to the study of cryptosystems applicable to protect personal data in the information spaces. In modern conditions of information over-saturation, the study of ensuring the reliability of cryptosystems and deriving new options for preventing unauthorized access to private data based on them is of fundamental importance. The possibility of students' research work on this topic, the prospects of expanding the course program taking into account the latest achievements in cryptography are noted.

Keywords: information security, cryptosystem, cryptographic algorithm, key, protection.

Әмбебап шифрлық комбинацияларды құруды әр кезде қоғамның ғалымдары қарастырды. Бүгінгі таңда криптографиялық білім адамзат өмірінің барлық салаларында дерлік күнделікті қолданыста, әсіресе бұл витруальды әлемге қатысты. Ал өзінің дамуында криптография жоғарғы шегіне жетті десе де болады. Қай уақыт болса да, аралығында біз осы ерекшелікті қарастырмасақ та, оның ең басты мақсаты бүгінгі күнге дейін өзгеріссіз қалады, ол – ақпаратқа рұқсатсыз қатынаудан қорғау. Алынған криптожүйені сенімді деп есептеуге бола ма? Ақпараттық технологиялардың даму барысындағы заманауи жағдайларда жеке мәліметтерді қалай қауіпсіздендіруге болады?

Сонымен, алдымен негізгі ұғымдарды қарастырамыз.

Ақпарат – бұл заманауи қоғамдағы ең құнды нәрсенің бірі. Ауқымды компьютерлік желілердің пайда болуы жеке адамдар үшін де, үлкен мекемелер үшін де ақпаратқа қатынауды жеңілдетті. Әйтсе де, ғаламтор сияқты компьютерлік желілердің көмегімен мәліметтердің көмегімен жеңілдігі мен жылдамдығы, мәліметтерді қорғау шаралары болмаған кезде едәуір қауіп-қатер туғыздырады. Криптография – «қауіпсіздіктің төрт маңызды проблемаларының: құпиялылығының, аутентификациясының, тұтастылығының және өзара әрекеттесуге қатысушыларды бақылаудың шешімін іздеумен айналысатын мәліметтерді қауіпсіздендіруді қамтамасыз ететін ғалым [1, 56 б.].

Өз алдына, криптографиялық алгоритм деп «ақпаратты шифрлау үшін пайдаланылатын, шифрды ашпай оқу мүмкін болмайтын шифрланған мәтінді генерациялауға мүмкіндік беретін ережелер жиыны» айтылады [2]. Осылайша, криптожүйе – бұл мағынасы бойынша, «кілттің көмегімен таңдалынатын, ақпараттың қорғалынатын блогын шифрограммаға және керісінше трансформациялаушы, қайтарылатын түрлендіру тобы» [1, 67 б.]. Криптографияны орындалатын функциялар мен қойылған мәселелер жатырған бөлу негізінде әр түрлі жиындары кездеседі. Бүгінгі таңда криптожүйелер мәліметтердің құпиялылығын, олардың түпнұсқасын аутентификациялау үшін, сонымен қатар, белгілі бір мәліметтер жиынына рұқсатсыз қатынауды болдырмау үшін пайдаланылады [3].

Осыған сәйкес криптожүйенің үш түрі ерекшеленеді.

Өз алдына, ақпаратты «жасыруға» арналған криптожүйелерді *шифрлау жүйелері* мен *криптографиялық кодтау жүйелеріне* бөлуге болады [3]. Шифрлау – шифрлау-шифрды ашу кілттерін пайдалана отырып, мәтіндерді «оқытылмайтын» формаға түрлендіру болып табылатыны белгілі.

Криптографиялық кодтау басқа сипатта болады. Ол хабардың мазмұнын ашу мақсатымен, хабардың өзінен тәуелді, хабарды кілт бойынша кодограммаға түрлендіреді. Ақпараттарды аутентификациялау криптожүйелері пайдаланылатын ақпараттардың дереккөзінің (пайдаланушылар, желілер және т.б.) анықтылығын орнатуға бағытталған хабарлар мен жүйелердің түпнұсқасын орнатуда көмектесетін жүйелерге бөлінеді [8]. Бұл жерде, мәліметтердің түпнұсқасын қамтамасыз ететін жағдайларға тәуелді әр түрлі ақпараттарды аутентификациялау әдістерінің қолданылатынын түсіну маңызды. Мәліметтер жиынының қол жетімділігіне жауап беретін криптожүйелердің соңғы түрі – бүгінгі таңда өзіндік болып табылмайды, жоғарыда көрсетілген екі түрдің бірігуі болып табылады.

Қолданыста бар шифрлау тәсілдері әр түрлі белгілер бойынша жіктеліне алады.

Жіктеу жүргізілетін алғашқы белгі ретінде шифрлау барысында ашық мәтінмен жүзеге асырылатын түрлендіру типі пайдаланылады.

Егер ашық мәтіннің үзіндісі (жеке әріптер немесе әріптер тобы) шифрмәтінде олардың қандай да бір эквиваленттерімен (әріптермен, цифрлармен, символдармен немесе олардың комбинацияларымен) алмастырылса, онда сәйкес шифр *алмастыру шифрларының* класына жатады.

Егер шифрлау барысында ашық мәтіннің әріптері қандай да бір тәсілдермен орындарын ауыстырып қойса, яғни ашық мәтіннің символдарының орналасу реті ғана өзгерсе, онда сәйкес шифр *орын ауыстыру* шифрларының класына жатады.

Бірнеше әр түрлі тәсілдерді біріктіріле пайдалану шифрлардың беріктігін арттырудың тиімді құралы болып табылады. Екі немесе одан да көп тәсілдердің көмегімен бастапқы мәтіннің біртіндеп шифрлауы жүзеге асырылады. Практикада келесі комбинациялар көп таралған:

1) орын ауыстырлау+гаммалау;

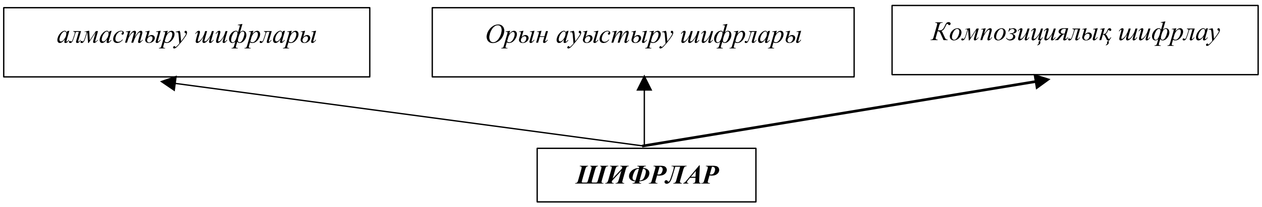
2) алмастырып қою + гаммалау;

3) гаммалау + гаммалау;

4) алмастырып қою + орын ауыстыру.

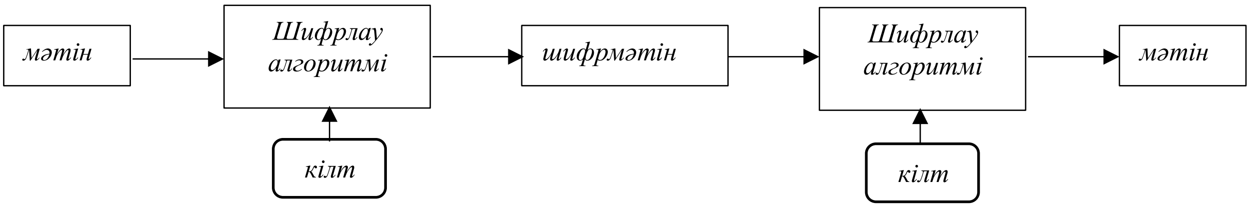
Біріктіріле шифрлау, мысалы, мәліметтерді криптографиялық жабу АҚШ-тың ұлттық стандартында қарастырылады. Мүмкін болатын әртүрлі шифрлардың композициясы – *композициялық* деп аталатын біріктіріле шифрлауға әкеледі.

Осылайша, барлық шифрларды үш класқа бөлуге болады, нәтижесінде шифрларды жіктеудің бірінші деңгейі құрылады (1-сурет.).



Сурет 1. Шифрдың негізгі кластары

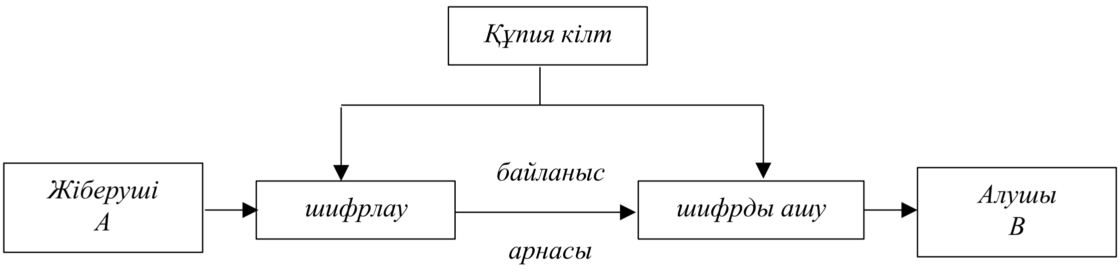
Криптожүйе белгілі бір әдіснама бойынша жұмыс істейді. Ол бір немесе бірнеше шифрлау алгоритмдерінен (математикалық формулалардан); шифрлаудың осы алгоритмдерін пайдаланылатын кілттерден және шифрланған мәтіннен (шифрмәтіннен) тұрады [4]. Әдіснамаға сәйкес алдымен мәтіннен шифрмәтін алу үшін осы мәтінге шифрлау алгоритмі мен кілт қолданылады. Содан кейін, қайтадан мәтінді алатындай, оның шифрын ашу үшін сол алгоритм пайдаланылатын, шифрмәтіннің тағайындалу орнына жіберіледі (2-сурет.).



Сурет 2. Криптожүйе әдіснамасы

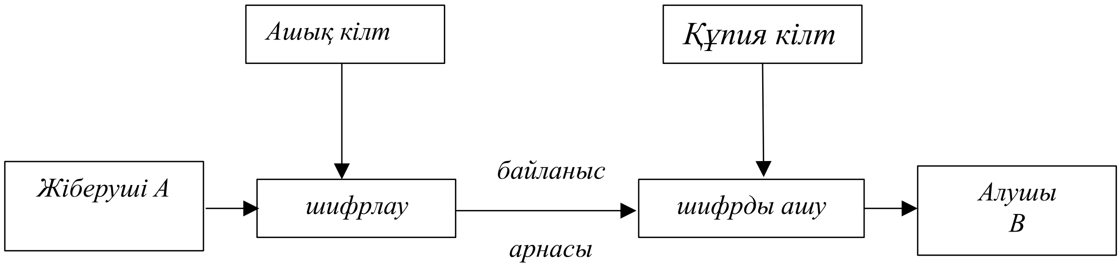
Шифрлардың жіктелуін қарастырамыз. Заманауи криптографияда кілттердің типтері бойынша шифрдарды бөлу кеңінен пайдаланылады. Егер шифрлау кілті шифрды ашу кілтімен бірдей болса ($k_{ш} = k_{ша}$), онда шифрлар *симметриялы* деп аталады, егер шифрлау кілті шифрды ашу кілтімен бірдей болмаса ($k_{ш} \neq k_{ша}$), онда шифрлар *асимметриялы* деп аталады.

Симметриялы шифрлауда (3-сурет) бір кілт (*құпия*) пайдаланылады. Осы кілттің көмегімен *A* жөнелтуші ашық хабарды шифрлайды, ал *B* алушы шифрды ашады. Осы кілт үшін орындалатын түрлендіру шифры қайтымды болуы керек, яғни, таңдалынған кілтте ашық мәтінді бірмәнді анықтайтын кері түрлендіру бар болу керек. Бұл жерде кілт *A* жөнелтушіден *B* алушыға байланыстың басқа (қорғалынған немесе өте сенімді) арнаны пайдаланып, бөлек жіберіледі. Симметриялы кілтпен шифрлау ақпарат алмасудың жоғары жылдамдығымен қамтамасыз етеді, бірақ, қарсылас құпия кілтті қолға түсіру мүмкіндігінен осындай шифрлаудың беріктігі жоғары емес.



Сурет 3. Симметриялы шифрлау

Асимметриялы шифрлау (4-сурет) күрделілеу, бірақ сенімді болып табылады. Оны жүзеге асыру үшін өзара байланысқан екі: ашық және құпия кілт керек болады. Алыушы өзі үшін шифрлауға мүмкіндік беретіндей, барлық қалаушыларға өзінің ашық кілтін хабарлайды. Егер біреуге шифрланған хабарды жөнелту қажет болса, онда ол алушының ашық кілтін пайдаланып шифрлауды орындайды. Алушы хабарды алып, өзінің құпия кілтінің көмегімен шифрды ашады. Осылайша, шифрлау мен шифрды ашу үшін кілттерді бөлу – шифрлаудың осындай әдісінің айырықша ерекшелігі болып табылады. Бұл жерде шифрлау үшін кілтті құпия ету талап етілмейді, сонымен қатар, ол көпшілікке қолжетімді және иесінің фамилиясымен бірге телефон анықтамасында бар.



Сурет 4. Асимметриялы шифрлау

Асимметриялы шифрлаудың симметриялы шифрлаудың алдындағы негізгі артықшылығы – қарсылас құпия кілтті қолға түсіріп алатындай, оны жіберудің қажеттілігі жоқ. Асимметриялы шифрлаудың кемшілігі – соңғылардың еңбек сыйымдылығының көп болуы және нәтиже ретінде, шифрлау кезіндегі жылдамдығының аз болуы. Асимметриялы шифрлау жағдайында есептеу күрделі болғандықтан, шифрды ашу үрдісі де көп уақытты алады.

Асимметриялы шифрлауды пайдалану механизмі - алмастырудың әр түрлі тәсілдерін ұсынады, сондықтан шифрларды симметриялы және асимметриялы шифрларға бөлу алмастыру шифрының класында жүргізу дұрыс болып есептеледі.

Шифрлаудың алдында ашық мәтін *шифршамалар* деп аталатын «ішкі сөздер» тізбегі ретінде беріледі. Шифрлау кезінде шифршамалар шифрмәтінде шифрбелгілеулер деп аталатын қандай да бір эквиваленттермен алмастырылады. Егер шифршама ашық мәтіннің әрібін берсе, онда шифршама саны алфавиттегі әріптер санымен шектеледі. Бұл ашық мәтіннің артықтығы шифрмәтінге апарады және криптография белгілерінің қайталануының диаграммасын рельефті етеді, ал шифрдың өзі бұзуға қатысты әлсіз болып келеді. Ашық мәтіннің әрбір символы біртіндеп шифрланатын шифрлар *ағымдық* шифрлар деп аталады.

Егер шифршама ашық мәтіннің бірнеше әрібін (екі әріп – биграмма, үш әріп – триграмма, көп – блоктар) беретін болса, онда шифршамалардың жалпы саны артады. Шифршамалардың саны мен алфавиттегі әріптердің санының арасындағы айырым артық болған сайын шифрмәтіндегі белгілердің қайталануының диаграммасы біркелкі болу керек және шифрдың өзі криптоберік болады. Ш(ифршамалардың санын арттыру үшін, шифрлау барысында ашық мәтін бекітілген ұзындықтағы (мысалы, алмастыру шифрларында биграммалар немесе орын ауыстыру шифрларындағы бағандар) блоктарға бөлінетін, *блоктық шифрлар* пайдаланылады

Осылайша, барлық шифрларды блоктық және ағымдық шифрларға бөлуге болады (5-сурет).

Шифрмәтіндегі белгілердің қайталануының диаграммасын тегістеу мен шифрлардың криптоберіктігін арттырудың басқа тәсілі шифрбелгілеу тобын шифршамаға сәйкестендіру болып табылады. Егер бұл үшін бірнеше алфавит пайдаланылса шифрлар *көпалфавитті* деп аталады. Егер шифрмәтіннің әр жеріндегі бір шифршамаға әр түрлі шифрбелгілеулер (мысалы, ашық мәтінде қайталану санына тәуелді) сәйкестікке қойылса, онда мұндай шифрларды *көпмәнді алмастыру* шифрларына жатқызады. Егер бір алфавит пайдаланылса және әрбір шифршамаға оның шифршамасы сәйкестікке қойылса, онда алмастыру шифры алмастырудың *біралфавитті шифры* немесе *қарапайым алмастыру шифры* деп аталатыны белгілі.

Демек, біралфавитті және көпалфавитті, бірмәнді және көпмәнді алмастыру шифрларының ішкі кластарын ерекшелеуге болады. Бірмәнді және көпмәнді шифрлары блоктық та, ағымдық та болуы мүмкін.

Ақпаратты шифрлау үшін матрицалық алгебралардың түрлендіруіне негізделген аналитикалық түрлендіру пайдаланылуы мүмкін.

Бастапқы ақпараттың $B_k = \|b_j\|$ түрінде берілген k-шы блокты шифрлау – осы векторды кілт ретінде пайдаланылатын $A = \|a_{ij}\|$ матрицасына көбейту жолымен жүзеге асырылады. Көбейту нәтижесінде $C_k = \|c_i\|$ векторы түріндегі щифрмәтін блогы алынады, мұндағы C_k векторының элементтері келесі формуламен анықталады:

$$c_i = \sum_j a_{ij} b_j.$$

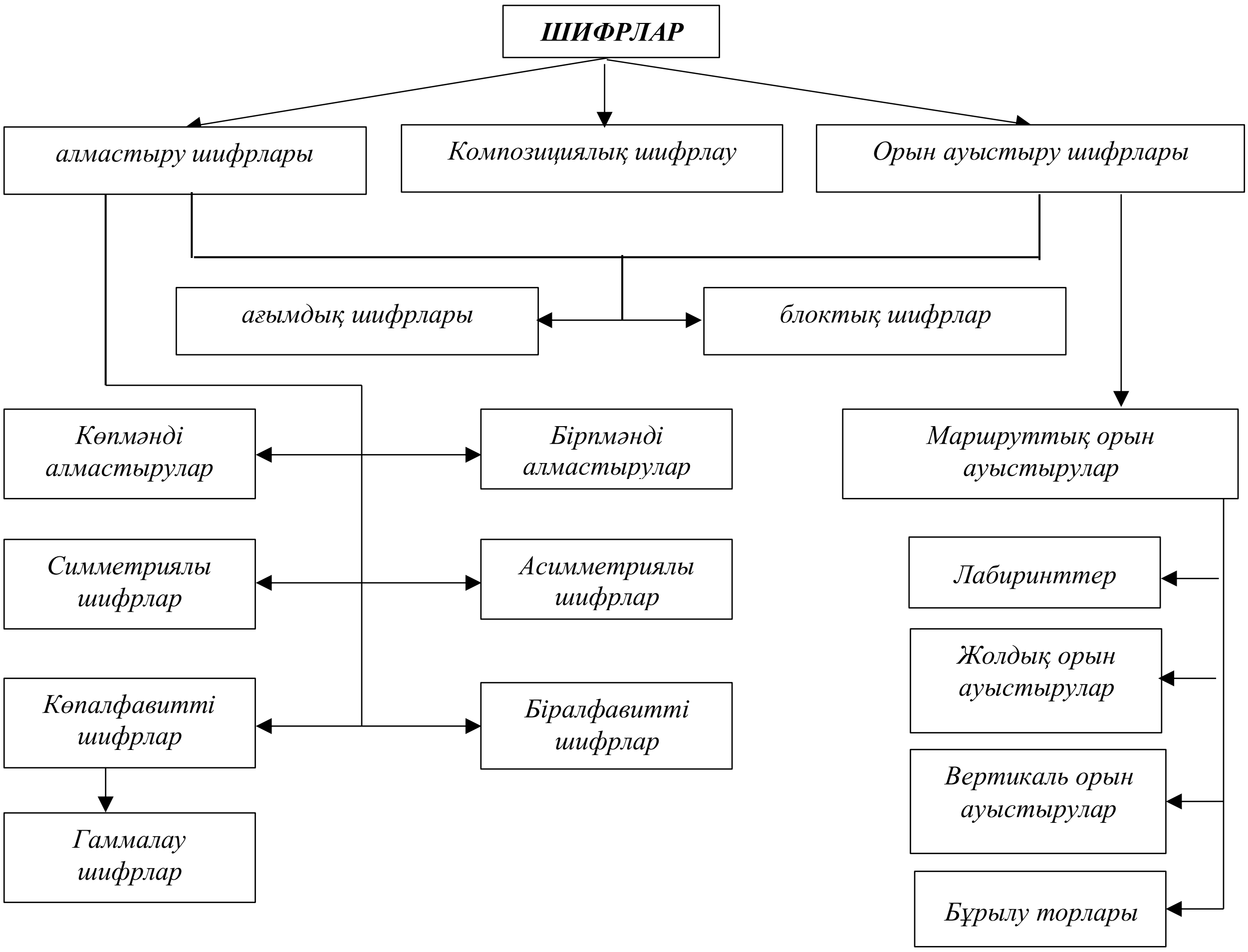
Шифрлаудың *аналитикалық* әдісі ашық мәтіннің символдарын немесе символдар топтарын аналитикалық түрлендіруін пайдаланады, сондықтан ол алмастыру класына жатады.

Шифрлаудың *аддитивтік* әдісін пайдаланған кезде бастапқы ақпараттың символдарына сәйкес келетін цифрлық кодтарды *гамма* деп аталатын қандай да бір кодтардың арнайы тізбектеріне біртіндеп қосу жүзеге асырылады. Сондықтан да аддитивті әдістер гаммалау шифрын береді. Қосу операциясы *гамманы қосу*, кері операция – *гамманы алып тастау* деп аталады. Гаммалау шифры көпалфавитті шифрлардың ішкі класын құра отырып, ағымдық шифрларға жатады.

Гаммалаудың қарапайым шифрының математикалық моделі:

$$X = (c + \Gamma),$$

мұндағы X – шифрланған мәтіннің кез келген әрібі, Г – гамманың кез келген әрібі, c ашық мәтіннің кез келген әрібі.



Сурет 5. Шифрларды жіктеудің жалпы сұлбасы

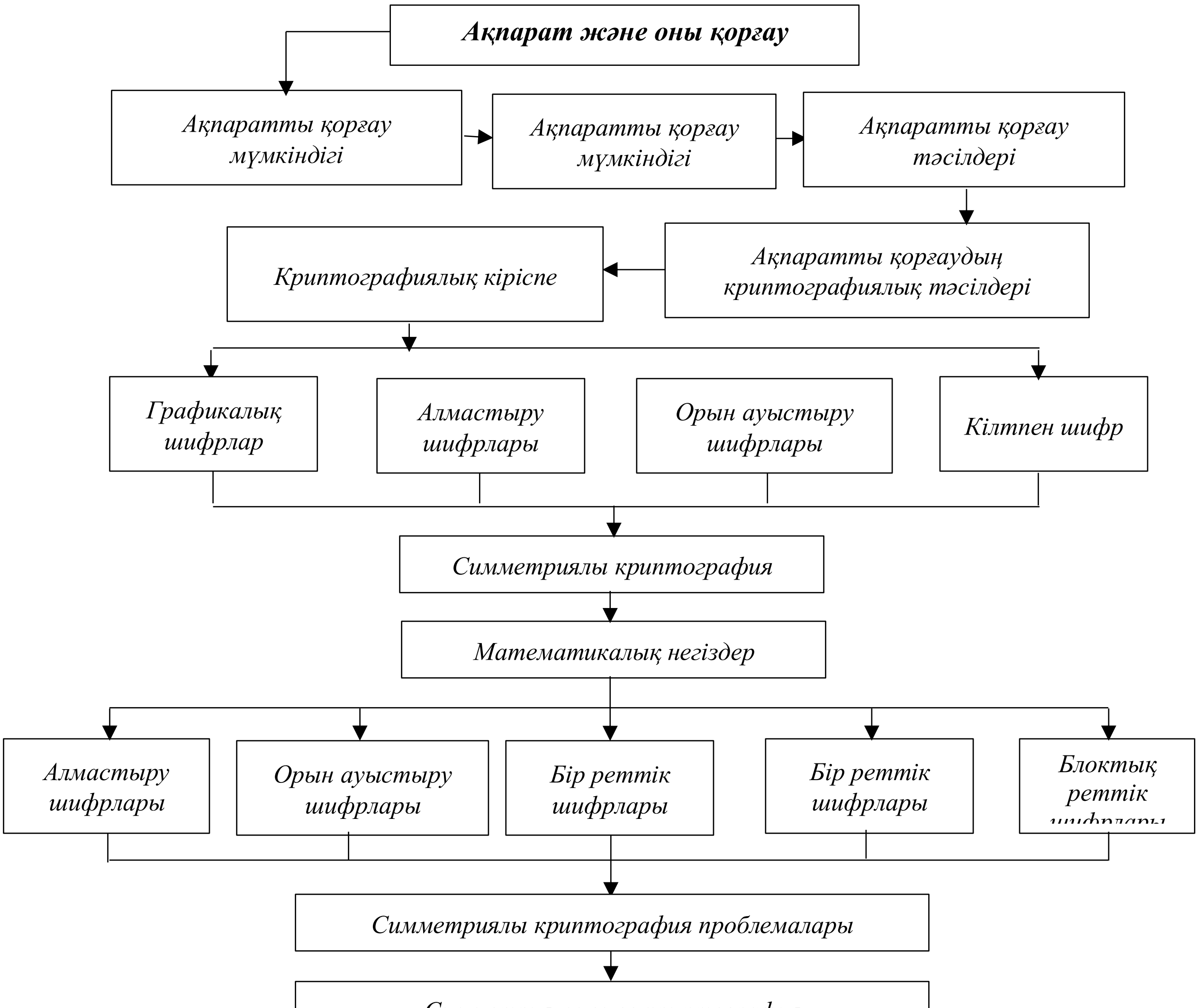
Шифрлау барысында орын ауыстыру шифрларындағы ашық мәтін, әрқайсысында белгілі бір түрмен анықталған орын ауыстыру шифрымен орындалатын, бекітілген ұзындықтағы блоктарға бөлінеді. Сондықтан, орын ауыстыру шифрларын блоктық шифрларға жатқызуға болады.

4-суретте шифрлардың маңызды және тарихи белгілі ішкі кластары келтірілген шифрларды жіктеудің жалпы сұлбасы берілген. Бұл сұлбада, негізінен композициялық шифрлар кез келген класс болуы мүмкін болғандықтан, олардың байланысы көрсетілді.

XX ғасырдың 70-ші жылдардың ортасында симметриялы емес криптографиялық жүйелердің концепцияларын дайындау және алғашқы практикалық пайдалануға жарамды осы типтегі криптографиялық алгоритмдерді құру криптографияда революциялық төңкеріс жүргізді және криптографиялық теория мен практикаға жаңа алгебралық объектілерді кірістірді. Салдар ретінде, ақпараттық технологиялар бойынша мамандарды дайындау барысында оқу жоспарлары мен бағдарламаларын дайындау барысында жаңа пәндердің мазмұнын қалыптастыру мен оларды сапалы әдістемелік қамтамасыздандыру мәселелері туындалды. Бұл жерде студенттер үшін қазіргі кезде практикада пайдаланылатын негізгі түсініктерді жеткізумен қатар, ақпараттарды қорғау саласында жаңа нәтижелер мен әдістерді түсіну үшін негізін салу талап етіледі. ЖОО-да ақпараттарды қорғау жүйелерін дайындау келесі мәселелерді меңгеру мен зерттеуді ұсынады (6-сур.) [4, 5, 6].

IT-мамандықтарға арналған «Криптография және желілік қауіпсіздік» пәні студенттерді заманауи криптографияның практикасымен айналысатын, сонымен қатар, болашақта криптографиялық жүйелерді құру үшін қызмет атқара алатын күрделі нысандарды меңгеруге фундаментін салатын теориялық-алгебралық құрылымдармен (математикалық негіз) таныстыруды қамтамасыз етеді. Криптографияның математикалық негізі бойынша аталған курстың бағдарламасы мен мазмұнының динамикалық өзгеруі, ақпаратты қорғаудың криптографиялық әдістерінің динамикалық дамуының қажетті салдары болуы керек.

Курс бағдарламасына соңғы уақытта криптографияда қолданылуы қарқынды түрде зерттеліп жүрген, гиперэллипстік қисықтарды да қосқан дұрыс болуы мүмкін [7, 8, 9].



Сурет 6. ЖОО-да оқылатын ақпаратты қорғау құрылымының сұлбасы

Келтірілген пәннің мазмұны, бір жағынан криптологияның ғалым ретінде қалыптасуы туралы айтуға мүмкіндік беретін негізгі фактілерді толық қамтиды, екінші жағынан, әрі қарай криптографиялық примитивтер мен протоколдарды зерттеу үшін базалық математикалық негіз береді және криптологияның дамуының заманауи деңгейін бейнелейді.

Қазіргі кезде ақпаратты қорғаудың көптеген криптографиялық алгоритмдер і мен жүйелері бар. «Алгоритмдердің көпшілігі ақпаратты желілер бойынша жөнелткен кезде олардың қауіпсіздігін қамтамсыз ету үшін сәтті қолданылады» [4]. Бұл, біз ұсынатын мазмұнының практикалық мәнділігі туралы куәландыратын, оны қорғау әдістері мен ақпаратты қауіпсіздендіруге едәуір көңіл бөлінеді.

Теориялық-сандық және алгебралық құрылымдарды пайдаланатын криптографиялық алгоритмдердің дамуы білім алушылар үшін ақпараттық технологиялардың көмегімен қолданыстағы әр түрлі әдістерді тікелей меңгеру мүмкіндіктерін ашады. Мұндай студенттер қолданбалы математика әдістерін қолдану бойынша ғылыми-зерттеу жұмыстарында өздерінің білімдерін сынауға мүмкіндік алады және ЖОО-ның төменгі курстарынан бастап, әр түрлі конференциялар мен симпозиумдарға қатысады.

Сонымен қатар, ақпараттық қоғам өзінің әлеуеттік тапсырысын – адам көлемі үнемі өсіп отыратын ақпаратпен дұрыс жұмыс істей алуды ұсынады. Бұл бір пайдаланушыдан екіншісіне ақпаратты жөнелту немесе алу ғана емес, сондай-ақ ақпаратты қорғауды білу керек екенін білдіреді. Негізгі орта білім беру деңгейінің оқу бағдарламаларында «Информатика» оқу пәнінің жаңартылған базалық мазмұны ақпараттық қауіпсіздену туралы: электрондық желілер бойынша тасымалдау кезінде ақпаратты қорғаудың тәсілдері мен принциптері, шифрланған мәтіндерге шабуылдау тәсілдері туралы, тұлғалық идентификациялау әдістері туралы мәселелерді қамтиды [10, 11].

Бүгінгі таңда мәліметті кодтау туралы бар білім жеткілікті ме? Қарастырылған криптожүйелер XXI ғасырда сенімді ме? Кез келген криптожүйелерді бұзуға болатыны дәлелденді. Сонымен қатар, криптографияның қолданбалы ғылым ретінде дамуымен, тізіп шығу мүмкін болмайтын криптожүйелерді бұзудың жаңа тәсілдері үзіліссіз жүзеге асырылуда.

Қорытынды.

Қорытылай келе, бүгінгі күні криптожүйелер мәліметтерді қорғауды қамтамасыз ететін маңызды элемент болса да, мүмкін болатын шабуылдардың алдын алу қажетті деңгейде зерттелінбеген.

Криптожүйенің дамуымен бір мезгілде кодталатын шифрларды «бұзу» тәсілдері де жетілдірілуде. Осылайша, ақпараттандырудың заманауи жағдайларында мәліметтерге рұқсатсыз қатынаудың алдын алудың жаңа нұсқаларының негізінде криптожүйелердің сенімділігін қамтамасыз ету тәсілдерін меңгеру қағида ретінде іске асырылуда, қолданылып жүрген әдістер негізінен ескірілген.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі:

1 *Зегжда П.Д. Теория и практика обеспечения информационной безопасности. –М.: Яхтсмен, 1996. – 302 с*

2 *Основные сведения о защите программных продуктов. Криптографические методы защиты информации. Программные системы защиты от несанкционированного копирования// Лекции по ТРПП, ППП, Информационной безопасности, стандартизации, метрологии и сертификации [Электронный ресурс] Режим доступа: URL:http://starik2222.narod.ru/trpp/lec2/34.htm*

3 *Классификация криптоалгоритмов URL: lomasko.com*

4 *Танова Э.В. Введение в криптографию. Как защитить свое письмо от любопытных. Элективный курс / Э.В. Танова. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015. - 444 с.*

5 *Введение в защиту информации в автоматизированных системах: Учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 147 с.*

6 *Ахметов Б.С. [и др.]. Прикладная криптология: методы шифрования: учебное пособие / - Алматы, 2015. - 496 с.*

7 *Коробейников А.Г. Математические основы криптографии: учеб. пособие. С.-Петербург: С.-Петерб. гос. ин-т точной механики и оптики (технич. ун-т), 2002. 41 с.*

8 *Данилова О.Ю., Думачев В.Н. Математические основы криптографии: учебник. Воронеж: Воронежский ин-т МВД России, 2017. 300 с. 3. Харин Ю.С., Агиевич С.В., Васильев Д.В., Матвеев Г.В. Криптология: учебник. Минск: БГУ, 2013. 511 с.*

9 *Соловьев Ю.П., Садовничий В.А., Шавгулидзе Е.Т., Белокуров В.В. Эллиптические кривые и современные алгоритмы теории чисел. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 192 с.*

10 *Жаңартылған мазмұны бойынша негізгі орта білім беру деңгейінің оқу бағдарламалары URL: https://nao.kz/loader/fromorg/2/25*

11 *Исабаева Д.Н., Абдулкаримова Г.А., Шекербекова Ш., Рахимжанова Л.Б., Курмангалиева А.М., Бекмолдаева А.М., Информатика: Учебник для 10 кл.- Алматы: Атамура, 2019. – 144 с.*

МРНТИ 20.01.45
УДК 519.6

С.С. Джунусбекова[1], Э.Т. Абдрашева[1], К.З. Керимбаева[1], С.С. Серманизов[1]

Аймақтық әлеуметтік инновациялық университеті, Шымкент қ., Казахстан

МЕКТЕП БАҒДАРЛАМАСЫНДА ҚОЛДАНБАЛЫ ПРОГРАММАЛАР ПАКЕТІН ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ САНДЫҚ ӘДІСТЕР ЕСЕПТЕРІН ШЕШУ МЫСАЛДАРЫ

Аңдатпа

Мақалада есептерді шығару барысында компьютерді қолдану арқылы оқушылардың өз бетімен жұмыс істеу қабілеттерін дамытудың жолдары анықталады. Осылардың негізінде мектеп информатика курсында сандық әдістердің есептерін шығаруға үйретудің әдістемесі ұсынылады. Қазіргі уақытта мектепте математиканы оқытуға арналған көптеген компьютерлік бағдарламалар жасалған, бірақ олардың көбісі көрнекілікке байланысты ұстанымды қанағаттандырмайды. Сондықтан көрнекілікті жүзеге асыратын компьютерлік оқыту бағдармаларын жасау және математиканы оқытуда ақпараттық технологияларды ұтымды пайдалану әдістері зерттелді. Оқушыларды физика-математикалық бейінді даярлаудың сыныптарындағы оқыту құралы ретінде компьютерлік математикалық пакеттерді пайдалануға негізделген оқыту мақсаттары нақтыланып және программалауды оқытудың мазмұны жасалды. Информатиканы оқытудың әдістері мен құралдары таңдалынды және оларды компьютерлік математикалық пакетті пайдалануға бейімдеп, қажетті көрсетілімдік және әдістемелік қамсыздандырулар жасалынды. Оқытудың физика-математикалық бейін шеңберінде информатика курсында программалауды оқыту процесінде компьютерлік математикалық пакеттерді, атап айтқанда Maple жүйесін пайдаланатын оқушылардың математикалық логикасы мен алгоритмдік ойлауын дамытуға болады.

Түйін сөздер: компьютерлік бағдарламалар, ақпараттық технологиялар, бейінді даярлау, компьютерлік математикалық пакет**,** программалауды оқыту процесі, Maple жүйесі, математикалық логика, алгоритмдік ойлау.

Аннотация

С.С. Джунусбекова [1], Э.Т. Абдрашева [1], К.З. Керимбаева [1], С.С. Серманизов [1]
Аймақтық әлеуметтік инновациялық университеті, Шымкент қ., Казахстан

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ В ШКОЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ

В статье определены пути развития способностей учащихся к самостоятельной работе при решении задач с использованием компьютера. На их основе в школьном курсе информатики предлагается методика обучения решения задач численных методов. В настоящее время в школе разработано множество компьютерных программ для обучения математике, но многие из них не удовлетворяют принципам наглядности. Поэтому изучены методы разработки компьютерных обучающих программ, реализующих наглядные пособия и рационального использования информационных технологий в обучении математике. Определены цели обучения, основанные на использовании компьютерных математических пакетов в качестве учебного пособия в классах подготовки физико-математического профиля, и составлены содержание обучения программированию. Были выбраны методы и средства обучения информатике и адаптированы к использованию компьютерного математического пакета, разработаны необходимое демонстрационное и методическое обеспечение.

Ключевые слова: компьютерные программы, информационные технологии, профильная подготовка, компьютерный математический пакет, процесс обучения программированию, система Maple, математическая логика, алгоритмическое мышление.

Abstract

EXAMPLES OF SOLVING PROBLEMS OF NUMERICAL METHODS USING A PACKAGE OF APPLICATIONS IN THE SCHOOL CURRICULUM

Dzhunusbekova S. S.[1], Abdrasheva E.T.[1], Kerimbayeva K.Z.[1], Sermanizov S. S. [1]
Regional social innovation University, Shymkent, Kazakhstan

In the article the ways of development of abilities of pupils to independent work with use of the computer at the decision of problems are defined. On their basis in a school course of Informatics the technique of training of the decision of problems of numerical methods is offered. Currently, the school has developed many computer programs for teaching mathematics, but many of them do not meet the principles of clarity. Therefore, the methods of developing computer training programs that implement visual AIDS and rational use of information technologies in teaching mathematics have been studied. The objectives of training based on the use of computer mathematical packages as a teaching aid in classes of physical and mathematical profile are defined, and the contents of training in programming are made.

Keywords: computer programs, information technologies, profile training, computer mathematical package, programming learning process, Maple system, mathematical logic, algorithmic thinking.

Әлемнің оқып-танылатын фрагментіне ақпараттық модель атты модель құрылғанда ғана информатика өз бетінше жеке ғылым ретінде өз құқығына ие болады. Дегенмен, ақпараттық модельдерді құрудың жалпы әдіснамалық принциптері информатиканың пәні болғанымен, ақпараттық модель құру және оны негіздеу жекелеген ғылымның міндеті болып табылады. Ақпараттық және математикалық модель ұғымдары бір-біріне өте жақын, себебі екеуі де белгілерден тұратын жүйе. Ақпараттық модель – информатиканың ол арқылы жеке ғылымдармен қатынасқа түсетін, олармен бірікпей және сонымен бірге оларды өзі ішіне тартпайтын түйін» деп атап көрсетті [1].

Бұл тәсілдің кемшіліктерін жете түсіну ақпаратты графиктік ұсынудың технологияларын өңдеуге себепші болды. Біруақытта график пен кесте бойынша жұмыс істегенде оқушы нысанның қасиеттерін терең әрі жылдам зерттейді, координаталар осьтерінде сандық қатардың «орналасуын» көрнекі түрде ұсынады, функция пен аргумент өзгерістерінің бағытын көрсете алады және т.с.с.

Оқу математикалық ақпараттың аналитикалық (формулалық, символдық) тапсырмалары деп таңбалар мен әріптердің көмегімен математикалық айтылымдары мазмұнының жазбасын түсінеміз. Формула (лат. forme – бейне, түр) – бұл қандай да бір ақпараттан тұратын өрнек, теңдік немесе теңсіздік түріндегі әртүрлі символдық жазба.

И.В. Роберт [2] ақпаратты ұсынудың бұл тәсілінің құралдарын символдық-көрнекілік және символдық-формулалық етіп бөлген жөн деп атап көрсетеді. Символдық-формулалыққа ол оқушылардың көрнекі ұсынуымен аз байланыстыратын және жасанды құрылған белгілеулерге жататын математикалық мәтінді безендіру құралдарын жатқызады. Олардың жазылуы арнайы есте сақтауды, ал қолдану - сәйкес жаттығуды және т.с.с. қажет етеді.

Maple әмбебап математикалық пакеті әлі күнге дейін математикалық зерттеулерге де, ғылым мен техниканың басқа салаларындағы күрделі есептемелік жобалар үшін де ең таңымал пакеттердің бірі болып отыр. Оның - математикалық есептердің аса үлкен көлемін аналитикалық та, сандық есептемелік тұрғыда да шеше білу мүмкіндігі, пайдаланушылық программалар мен қосымшаларды жасауға мүмкіндік беретін тілінің қарапайымдығы, тамаша екі- және үшөлшемді графикасы, формулаларды полиграфиялық түрде сызып көрсетуі, сияқты артықшылықтары пакетті бірмезгілде күрделі жобаларды орындауға арналған аспап ретінде де және ғылыми редактор ретінде де пайдалануға мүмкіндік береді [3-5].

Maple компьютерлік математикалық пакетінде жұмыс істеу арқылы оқушылардың алгоритмдік және математикалық ойлау қабілеттері дамып, программалау дағдылары артады. Maple пакетін математика есептерін шешуге қолдану барысында оқушылардың іс-әрекетке ынта-ықыласы арта түсетіні, бұл бағдарламалық жүйені оқушылардың білімін бақылауға қолдану мүмкіндігінің жоғары екендігі және бұл жүйеде геометриялық күрделі кеңістіктік бейнелерді (денелерді) салу және оларды қозғалысқа (анимациялау) түсіру әлдеқайда жеңілдейтіндігі анықталды.

Мектеп информатика курсының есептерін Maple программалық пакетін қолдану арқылы шешу мысалдарын қарастырып көрейік.

Сызықты алгоритмдерді программалау

1 - тапсырма. Салымның пайызын және мерзімін ескере отырып, депозит бойынша табыс сомасын есептеу (жылдық пайызбен, теңгемен).

Шешуі:

```
> restart:
```

S салым соммасын енгіземіз.

```
> S:=10000;
                S:=10000
```

T пайыздық мөлшерлемені және Sr сомма салынған мерзімін енгіземіз.

```
>T:=14;
                T:=14
> Sr:=200;
                Sr:=200
```

Төмендегі формула бойынша табысты анықтаймыз:

```
>W:=(S*T/100)/365*Sr;
                W:=56000/73
>evalf(W,5);
                 767.12
```

Банктегі сомма:

```
>Result:=S+W;
```

$$Result := \frac{786000}{73}$$

>evalf(Result, 7);

10767.12

Циклді алгоритмдерді бағдарламалау

2 - тапсырма. [0,6] аралығында $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$ функциясының мәнін h=2 қадаммен табыңыз.

Шешуі:

>restart:y:=sqrt(x+2)/(x+1);

$$y = \frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$$

>for x from 0 to 6 by 2 do print (evalf(y,3)) od;

1.41
0.666
0.490
0.405

Бір өлшемді массивтерді шешу

3 - тапсырма. Берілген бір өлшемді массивтің ең үлкен және ең кіші элементтерінің индекстерін табыңыз.

Шешуі:

>restart:

Өлшемі 5-ке тең V массивін берейік. m1- ең үлкен элемент, n1- ең үлкен элементтің индексі, m2- ең кіші элемент, n2- ең кіші элементтің индексі.

>V:=array(1..5,[9, -8, 7, 27, 16]);

V:= [9, -8, 7, 27, 16]

> m1:=V[1];

m1:= 9

> n1:=1;

n1:=1

>for i from 2 to 5 do if V[i]>m1 then m1:=V[i]; n1:=i;end if; end do;

> m2:=V[i];

m2:=9

> n2:=1;

n2:=1

>for i from 2 to 5 do if V[i]>m2 then m2:=V[i]; n2:=i;end if; end do;

>print('index_max',n1); print('index_min',n2);

index_max, 4

index_min, 2

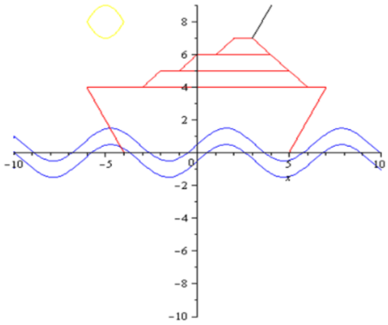
Жауабы: ең үлкен элементтің индексі i=4, ең кіші элементтің индексі i=2.

4 - тапсырма. Әр түрлі функциялардың графиктерінен құралған бейнені тұрғызу.

Шешуі:

```
>with(plots):
>a:=plot(`if`(x>-10,sin(x)-0.5,x),x=-10..10,color=blue):
b:=plot(`if`(x>-10,sin(x)+0.5,x),x=-10..10,color=blue):
  c:=plot(`if`(x<-4,-2*x-8,`if`(x<5,0,2*x-10)),x=-6..7,color=red):
  d:=plot(`if`(x>-6,4,4),x=-6..7,color=red):
  e:=plot(`if`(x<-2,x+7,`if`(x<5,5,10-x)),x=-3..6,color=red):
  f:=plot(`if`(x<0,x+6,`if`(x<4,6,10-x)),x=-1..5,color=red):
  g:=plot(`if`(x<2,x+5,`if`(x<3,7,10-x)),x=-1..4,color=red):
  h:=plot(`if`(x>=3,2*x+1,2*x+1), x=3..4,color=black):
  i:=plot(`if`(x<0,-(x+5)^2+9,0) x=-6..-4,color=yellow):
  j:=plot(`if`(x<0,(x+5)^2+7,0) x=-6..-4,color=yellow):
>display(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j);
```

Сурет 1-берілген программаның нәтижесі көрсетілген.



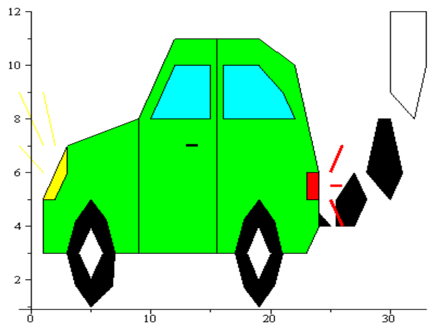
Сурет 1. Белгілі бір шарттармен шектелген функциялардың графиктерінен құралған бейне

5 – *тапсырма.* Негізгі графикалық объектілерден құралған бейнені құрыңыз.

Шешуі:

```
>with(plots):
>PLOT(CURVES(([[4,3],[6,3]]),COLOR(RGB,1,1,1)),
CURVES(([[18,3],[20,3]]), COLOR(RGB,1,1,1)),
POLYGONS(([[4,3],[5,4],[6,3],[5,2]]),COLOR(RGB,1,1,1)),
POLYGONS(([[18,3],[19,4],[20,3],[19,2]]),COLOR(RGB,1,1,1)),
POLYGONS(([[3,3],[3.75,4.25],[5,5],[6.25,4.25],[7,3],[6.75,1.75],
[5,1],[3.75,1.75]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[17,3],[17.75,4.25],[19,5],[20.25,4.25],[21,3],
[20.25,1.75],[19,1],[17.75,1.75]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[1,5],[3,7],[3,6],[2,5]]),COLOR(RGB,1,1,0)),
POLYGONS(([[23,5],[23,6],[24,6],[24,5]]),COLOR(RGB,1,0,0)),
POLYGONS(([[10,8],[12,10],[15,10],[15,8]]),COLOR(RGB,0,1,1)),
POLYGONS(([[16,8],[16,10],[19,10],[21,9],[22,8]]),COLOR(RGB,0,1,1)),
CURVES([[3,7],[3,11],[12,11]]), COLOR(RGB,1,1,1)),
POLYGONS(([[3,7],[3,11],[12,11],[9,8],[3,7]]),COLOR(RGB,1,1,1)),
POLYGONS(([[1,3],[1,5],[3,7],[9,8],[12,11],[19,11],[22,10],[24,6],[24,4],[23,3]]),
COLOR(RGB,0,1,0)),
CURVES(([[9,8],[9,3],[15.5,3],[15.5,11]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
CURVES(([[13,7],[14,7]]),COLOR(RGB,0,0,0),THICKNESS(3)),
POLYGONS(([[24,4],[24,4.5],[25,4]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS([[25.5,4],[25.5,5],[27,6],[28,5],[27,4]]),
POLYGONS([[28,6],[29,8],[30,8],[31,6],[30,5]]),
POLYGONS(([[30,9],[30,12],[33,12],[33,10],[32,8]]),COLOR(RGB,1,1,1)),
CURVES (([[-1,7],[1,6]]),COLOR(RGB,1,1,0)),
CURVES (([[-1,9],[1,7]]),COLOR(RGB,1,1,0)),
CURVES (([[1,9],[2,7]]),COLOR(RGB,1,1,0)),
CURVES (([[25,6],[26,7]]),COLOR(RGB,1,0,0),THICKNESS(3)),
CURVES (([[25,5.5],[26,5.5]]),COLOR(RGB,1,0,0),THICKNESS(3)),
CURVES (([[25,5],[26,4]]),COLOR(RGB,1,0,0), THICKNESS(3)));
```

Берілген программаның нәтижесі сурет 2- көрсетілген.



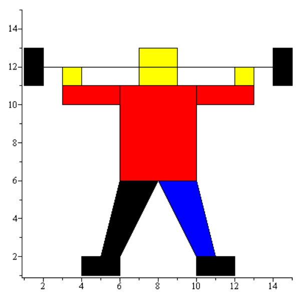
Сурет 2. Негізгі графикалық объектілерден құралған бейне

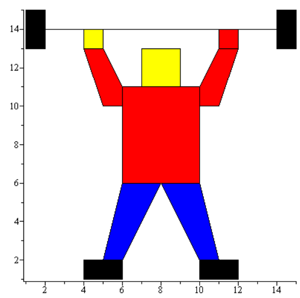
6 – тапсырма. Анимация құру.

Шешуі:

```
>with(plots):
> m:=PLOT(POLYGONS(([[4,1],[4,2],[6,2],[6,1]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[10,1],[10,2],[12,2],[12,1]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[5,2],[6,6],[8,6],[6,2]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[8,6],[10,6],[11,2],[10,2]]),COLOR(RGB,0,0,1)),
POLYGONS(([[6,6],[6,11],[10,11],[10,6]]),COLOR(RGB,1,0,0)),
POLYGONS(([[3,10],[3,11],[6,11],[6,10]]),COLOR(RGB,1,0,0)),
POLYGONS(([[10,10],[10,11],[13,11],[13,10]]),COLOR(RGB,1,0,0)),
POLYGONS(([[3,11],[3,12],[4,12],[4,11]]),COLOR(RGB,1,1,0)),
POLYGONS(([[12,11],[12,12],[13,12],[13,11]]),COLOR(RGB,1,1,0)),
POLYGONS(([[1,11],[1,13],[2,13],[2,11]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[14,11],[14,13],[15,13],[15,11]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[7,11],[7,13],[9,13],[9,11]]),COLOR(RGB,1,1,0)),
CURVES(([[2,12],[14,12]]),COLOR(RGB,0,0,0))):
> n:=PLOT(POLYGONS(([[4,1],[4,2],[6,2],[6,1]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[10,1],[10,2],[12,2],[12,1]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[5,2],[6,6],[8,6],[6,2]]),COLOR(RGB,0,0,1)),
POLYGONS(([[8,6],[10,6],[11,2],[10,2]]), COLOR(RGB,0,0,1)),
POLYGONS(([[6,6],[6,11],[10,11],[10,6]]), COLOR(RGB,1,0,0)),
POLYGONS(([[1,13],[1,15],[2,15],[2,13]]), COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[14,13],[14,15],[15,15],[15,13]]), COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[7,11],[7,13],[9,13],[9,11]]), COLOR(RGB,1,1,0)),
CURVES(([[2,14],[14,14]]),COLOR(RGB,0,0,0)),
POLYGONS(([[6,10],[5,10],[4,13],[5,13],[6,11]]),COLOR(RGB,1,0,0)),
POLYGONS(([[10,10],[10,11],[11,13],[12,13],[11,10]]),COLOR(RGB,1,0,0)),
POLYONS(([[4,13],[4,14],[5,14],[5,13]]),COLOR(RGB,1,1,0)),
POLYGONS(([[11,13],[11,14],[12,14],[12,13]]),COLOR(RGB,1,0,0))):
>display([m,n],insequence=true);
```

Программаның орындалу нәтижесі мен анимация кадры сурет 3-көрсетілген.





Сурет 3. Программаның орындалу нәтижесі мен анимация кадры

Есептердің шешімін іздеуді үйретудің үш деңгейі: Бірінші деңгейде оқушыларда стандартты бір қадамдық есептерде жүзеге асырылатын типтік әрекеттер қалыптасады. Бұл кезеңде компьютердің мүмкіндіктері кеңінен пайдаланылады, типтік әрекеттердің амалдарын меңгеру арнайы құрылған алгоритмдік жазбалар арқылы іске асады. Екінші деңгейде оқушылар есептің шешімін іздейді. Көп қадамдық есептердің шешімін іздеуді үйрету кезеңінде оқушылардың әрекеті өнімді шығармашылық сипат алады. Есептің шешімін іздеудің тиімділігі оқушылардың алғашқы екі деңгейден алған білім, білік сапасына, тірек есептерді шығара білуіне, шығару жоспарын пайдалануына және есеп шартын қайта құру әдістеріне байланысты.

Сандық әдістерге берілген есептердің шешімін іздеуді үйретудің әзірленген әдістемесі қабілеті орташа және оқуда қабілеттілік байқатпаған оқушылар үшін бірінші және екінші деңгейде берілетін тапсырмалар өте тиімді. Есептерді шығаруға өте жиі пайдаланылатын әдістерді пайдалану математиканы оқып-білуге қызығатын оқушылардың шығармашылық қабілеттерін дамытуға жол ашады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Қазақстан Республикасындағы білім беруді дамытудың 2005-2010 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасына түсінктеме.//Егеменді Қазақстан. А, №258, 16 қазан 2004 жыл, 5 б.

2 Роберт И.В. Новые информационные технологии в обучении: дидактические проблемы, перспективы использования. // Информатика и образование. М., 1991, №4, с. 18-25

3 Смағұлова Л.А. Орта мектептегі информатика курсында компьютерлік модельдеуді оқыту әдістемесін жетілдіру. Педагогика ғылымдарының кандитаты ғылыми дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация. Алматы, 2002, 101 б.

4 Абдыкеримова Э.А. Компьютерлік модельдеудің негізінде мектеп физикасын оқытудың әдістемесі. Педагогика ғылымдарының кандитаты ғылыми дәрежесін алу үшін дайындалған автореферат. Алматы, 2004, 16.04.2004

5 Мәлібекова М.С. Жаңа ақпараттық технологияны математика және информатика пәндері байланысында қолданудың педагогикалық негіздері. Педагогика ғылымдарының кандитаты ғылыми дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация. Алматы, 1999, 74 б.

МРНТИ 20.53.21, 20.47.23
УДК 004.932

APPLICATION OF THE MACHINE-LEARNING ALGORITHM FOR HUMAN EMOTIONS RECOGNITION

Zhaksylyk N.B. [1], Daribayev B.S. [1]

[1]Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Abstract

Modern methods of deep learning of neural networks are to find the minimum of some continuous error function. Currently, various optimization algorithms are known that use different approaches to update model parameters. This article is devoted to the analysis of convolutional neural networks with a teacher, as well as the most common optimization methods for learning deep networks in order to recognize the human emotion in the picture. Learning with a teacher is one of the ways of machine learning, during which the test system is forcibly trained with the help of "stimulus-reaction" examples. During the analysis, activation functions such as ReLU, sigmoid were used. And also, categorical_crossentropy was chosen to find errors in the network. And they minimized the error by updating weights to correctly output the response using the Adam optimizer. Corrected a network error using the Dropout regulator.

Keywords: Multilayer perceptron, neural network, activation function, weighting factors, tensors, convolutional neural network, gradient descent.

Аннотация

Н. Б. Жақсылық [1], Б.С. Дарибаев [1]

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ЭМОЦИЙ ЧЕЛОВЕКА

[1]Казахский Национальный Университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

Современные методы глубокого обучения нейронных сетей заключаются в нахождении минимума некоторой непрерывной функции ошибки. В настоящее время известны различные алгоритмы оптимизации, которые используют разные подходы для обновления параметров модели. Данная статья посвящена анализу сверточных нейронных сетей с учителем, а также, наиболее распространенных методов оптимизации для обученя глубоких сетей чтобы распознать эмоцию человека на картинке. Обучение с учителем — один из способов машинного обучения, в ходе которого испытуемая система принудительно обучается с помощью примеров «стимул-реакция». В процессе анализа были использованы активационные функции такие как ReLU, sigmoid. А также, для нахождения ошибки в сети выбрали categorical_crossentropy. И минимизировали ошибку обновляя весовые коэффициенты для корректного вывода ответа с помощью оптимизатора Adam. Исправляли ошибку сети используя регулизатор Dropout.

Ключевые слова: Многослойный персептрон, нейронная сеть, активационная функция, весовые коэффициенты, тензоры, сверточная нейронная сеть, градиентный спуск.

Аңдатпа

Н. Б. Жақсылық [1], Б.С. Дарибаев [1]

АДАМ ЭМОЦИОНАЛАРЫН АНЫҚТАУ ҮШІН МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ АЛГОРИТІМІН ПАЙДАЛАНУ

[1]аль-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

Нейрондық желілерді терең оқытудың заманауи әдістері кейбір қателіктер функциясының минимумын табу болып табылады. Қазіргі уақытта модель параметрлерін жаңарту үшін әртүрлі тәсілдерді қолданатын әртүрлі оңтайландыру алгоритмдері белгілі. Бұл мақала мұғалімнің көмегімен конвульсиялық нейрондық желілерді, сонымен қатар суреттегі адамның эмоциясын тану үшін терең желілерді оқытудың оңтайландыру әдістерін талдауға арналған. Мұғаліммен оқыту - машиналық оқытудың бір әдісі болып табылады, оның барысында тест жүйесі «ынталандыру-реакция» мысалдары негізінде мәжбүрлі түрде оқытылады. Талдау кезінде ReLU, sigmoid сияқты белсендіру функциялары қолданылды. Сондай-ақ, желідегі қателерді табу үшін categorical_crossentropy таңдалды. Олар Adam оңтайландырушының көмегімен жауапты дұрыс шығару үшін салмақты жаңарту арқылы қатені азайттық. Dropout реттегішінің көмегімен желілік қатені дұрыстадық.

Түйін сөздер: Көп қабатты перцептрон, нейрондық желі, белсендіру функциясы, салмақ факторлары, тензорлар, конвульсиялық нейрондық желі, градиенттің түсуі.

Introduction

People communicating with each other constantly analyze any human manifestations. It is no secret that one of the important aspects of the analysis is human emotions. Therefore, the creation of modern technology of machine systems is relevant application of methods for automatic recognition of emotions.

One of the common ways of recognizing human emotions by another person is the analysis of visual information. Based on this, it can be understood that the automation of this process should be obvious based on the use of computer vision methods, which is implemented using modern technology of neural networks.

Computer vision is a branch of science where theory and methods are studied, as well as algorithms for analyzing images of objects [1]. This technology is the creation of machines that can detect, track and classify objects. As a scientific discipline, computer vision refers to the theory and technology of creating artificial systems that receive information from images.

Automatic recognition of emotions is quite widespread. For example, recently, Kia Motors introduced [2] a system that can assess the mood of a person in a car and adjust the atmosphere in the cabin for him.

Such artificial systems are well-implemented using convolutional neural networks. At present, the use of convolutional neural networks allows one to recognize human emotion with various methods of data analysis. For example, one can recognize a person’s emotion with the help of an audio recording implemented by Reza Chu [3]. Using this technology, we implemented a network that can recognize the emotion in the picture.

In order to recognize human emotion, a convolutional neural network (CNN) [4] was used, which was trained based on Kaggle [5] data, where gray images with 1 channel are stored in 48x48 pixels format. For 2 reasons, we used this particular method and not a simple multilayer perceptron [6]:

• The percentage of accuracy on the verification data is greater. Due to this, the computer determines the emotion of a person in our case better in our cases.

• The concept of total weights.

Let's look at it better to understand the above-mentioned pluses of the CNN. First, let's see how version 2 of the usual multilayer perceptron works.

A multilayer perceptron consists of an input, hidden (there may be several of them, depending on the task), output layer (Figure 1).

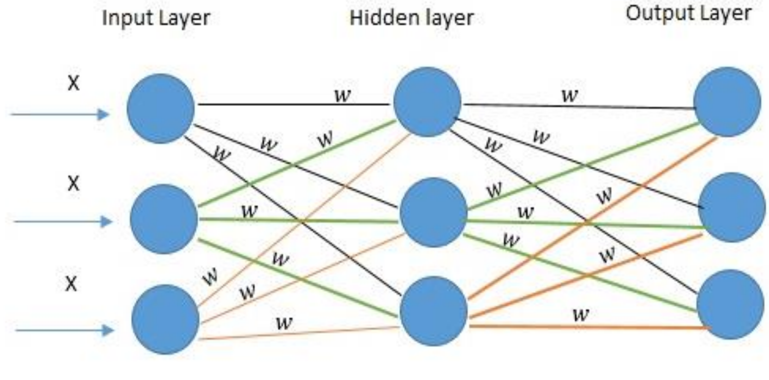


Figure 1. The structure of neural networks

As you can see, each node (neuron) in each layer is interconnected. The binding strands of neurons are called synapses, which have their own weights (weighting factors). In machine learning, weights are usually marked with the letter “w”, and “X” is the input data that is transmitted to the first layer. To get a response from the output layer, in each layer, all neurons must perform several operations and transfer data to the last layer.

Accordingly, each neuron is 1 pixel of the picture. If we multiply the width of 48px by the height of 48px, then we get the value 2304. Our input layer would have 2304 neurons and since each neuron in each layer is interconnected, we would have many weighting factors. And this is not beneficial for us since it would require a large amount of resources. Conversely, convolutional neural networks are limited by the number of weights. And this has become the main reason for the success of the CNN in the recognition of large objects such as pictures, audio, video, etc. Since our emotions are tensors (48x48 matrix), we used this method to train our model.

To date, the best results in image recognition are obtained with their help. On average, the recognition accuracy of such networks exceeds conventional perceptron by 10-15%. CNN is the core technology of Deep Learning.

The main difference between a fully connected layer and a convolutional layer is the following: multilayer perceptron layers study global patterns in the space of input features (for example, in the case of emotions from the Kaggle set, these patterns involve all pixels), while convolutional layers study local patterns (Figure 2).

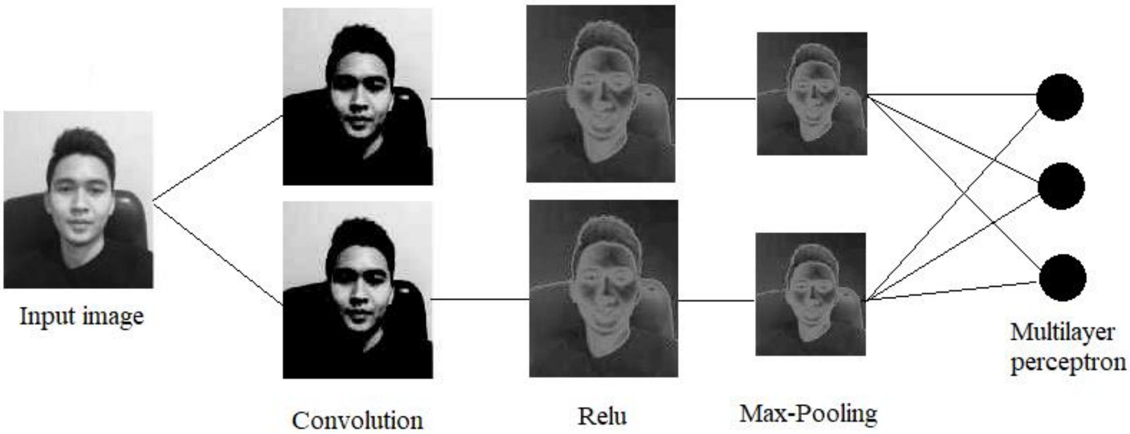


Figure 2. Convolution operation

Input layer

The input data are gray images of the type JPEG, size 48x48 pixels. If the size is too large, the computational complexity will increase, respectively, the restrictions on the response speed will be violated, the determination of the size in this problem is solved by the selection method. If you select a size too small, then the network will not be able to identify key signs of faces.

If you look at Figure 2, you can see that a picture with human emotions is a picture of only 1 channel (48x48x1). The input layer takes into account the two-dimensional topology of the images and consists of one map (matrices), the map can be one, if the image is presented in shades of gray, otherwise there are 3, where each map corresponds to an image with a specific channel (red, blue and green).

The input data of each specific pixel value is normalized to a range from 0 to 1, according to the formula:

$$f(p, \min, \max) = \frac{p - \min}{\max - \min}$$

where,

$$f - normalization\ function.$$
$$p - specific\ color\ value\ in\ pixels\ from\ 0\ to\ 255.$$
$$\min - minimum\ pixel\ value - 0.$$
$$\max - maximum\ pixel\ value - 255.$$

Convolutional layer

Convolution is applied to three-dimensional tensors, called feature maps, with two spatial axes (height and width), as well as with the depth axis (or the axis of the channels). For black and white images, as in the Kaggle dataset, the depth axis has a dimension of 1 (shades of gray). The collapse operation extracts patterns from its input feature map and applies the same transformations to all patterns, producing an output feature map. The size of the output card can be calculated using this formula:

$$(w,h) = mW - kW + 1, mH - kH + 1$$

where,

$$(w,h) - calculated\ convolution\ card\ size.$$
$$mW - width\ of\ previous\ map.$$
$$\mathrm{h}W - height\ of\ previous\ map.$$
$$kW - core\ width.$$
$$kH - core\ height.$$

The core is a filter or a window that slides over the entire area of the previous map and finds certain signs of objects. Since we trained the network on many faces in order to recognize human emotion, one of the cores could give the greatest signal in the process of training in the mouth, eyebrow, eye and nose (Figure 3).

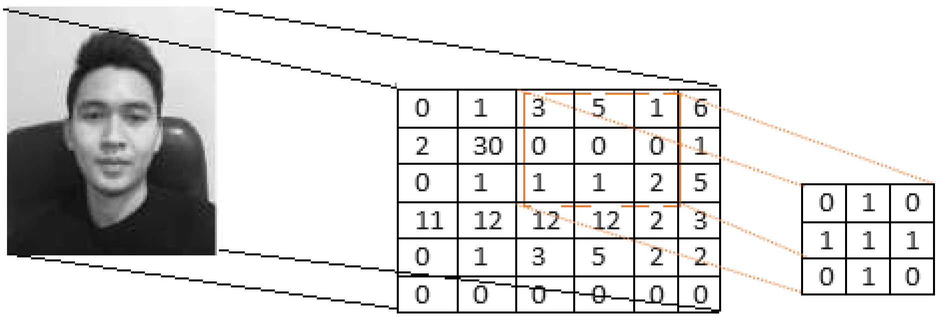


Figure 3. The convolution operation and obtaining the value of the convolution card

The kernel glides over the previous map and performs the convolution operation and transfers the values to the activation function, then, the characteristic maps are created (new matrix), the formula:

$$(f * g)[m,n] = \sum_{k,l} f[m-k, n-l] * g[k,l]$$

where,

$$f - source\ image\ matrix.$$
$$g - convolution\ core.$$

Relu was chosen as the activation function, since it does not lead to problems with attenuation or increasing gradients. And also, for the hidden layers of the perceptron, we used Relu, and the output was Sigmoid.

$$f(s) = \max(0, s) - activation\ function\ Relu.$$

The operation of this function is simple, as you can see this, the function displays 0 if the value passed to the function is $s < 0$, and if $s \geq 0$ returns the same value.

Having performed the activation function, we transfer the resulting matrix to the subsample layer (Figure 4).

The purpose of the layer is to reduce the dimension of the maps of the previous layer. If some signs were already detected in the previous convolution operation, then such a detailed image is no longer needed for further processing, and it is compressed to a less detailed one. In addition, filtering already unnecessary parts helps not to retrain.

During scanning by the core of the subsample layer (filter) of the map of the previous layer, the scanning core does not intersect, unlike the convolutional layer. Usually, each card has a 2x2 core, which allows you to reduce the previous card convolution layer by 2 times.

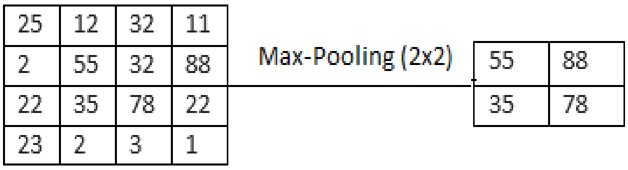


Figure 4. Layer subsampling

In our problem, there will be 3 convolutional layers of 1 subsample layer for each and a multilayer perceptron with 1 hidden layer.

As you can see after reducing the size, we transfer the reduced image size to the input of the multilayer perceptron without losing important information.

After receiving the vector data, we carry out the training. The essence of training is to reduce the function of loss. This is implemented using the backpropagation method. First, we find the exit error by the formula:

$$E = (d - y)^2$$

where,

$$d - expected\ result.$$
$$y - output.$$

The output is calculated using the Sigmoid activation function. The sigmoid is expressed by the formula:

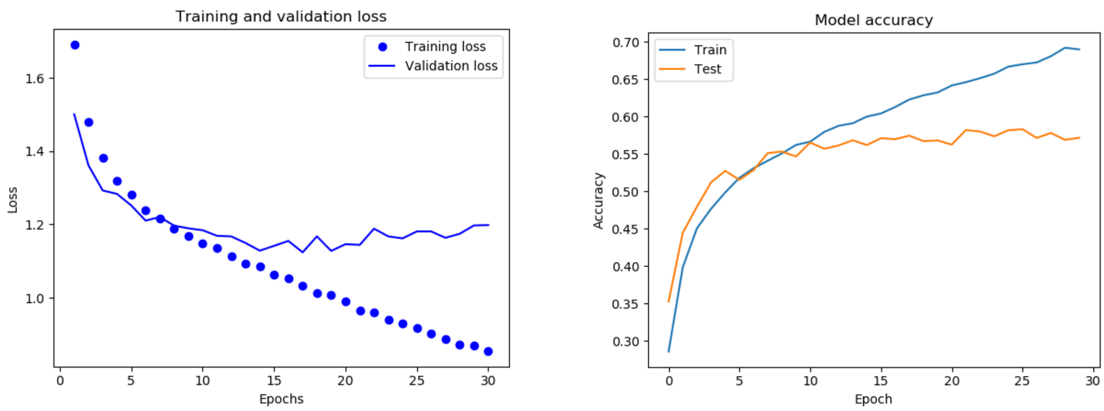
$$f(s) = \frac{1}{1 + e^{-s}}$$

where,

$$S = \sum_{i=1}^{n} x_i * w_i$$
$$n - number\ of\ neurons.$$

As we said above, in order for the network to work correctly, we must reduce losses. This is implemented using the gradient descent method [7]. For this we will use the Adam optimizer [8, 9]

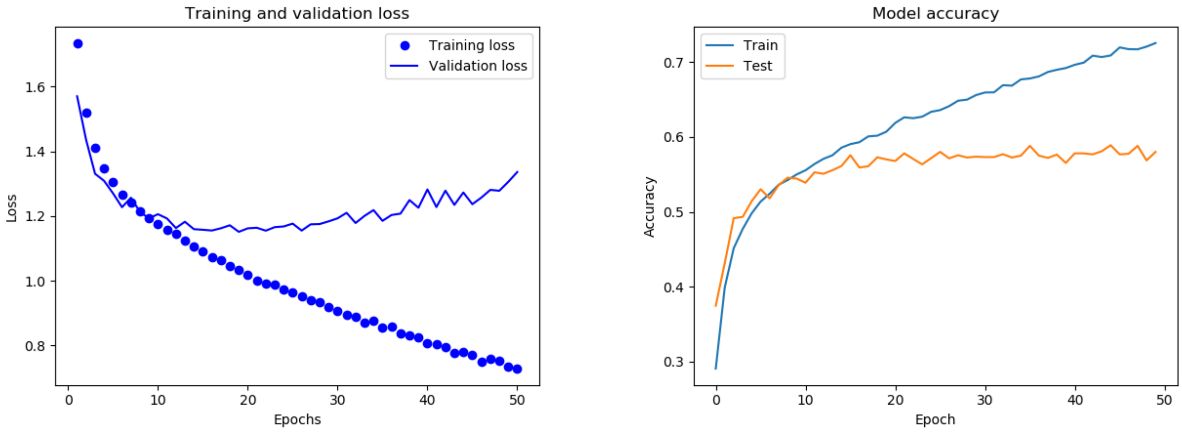
During the first experiment, we obtained results of loss and network accuracy (Figure 5a, Figure 5b):



a) b)

Figure 5.
a) Losses on training and validation data in the 30th epochs.
b). Accuracy on training and validation data in the 30th epochs

Increasing the number of epochs from 30 to 50, we got the following results (Figure 6a, Figure 6 b):



a) b)

Figure 6.
a) Losses on training and validation data in the 50th epochs.
b). Accuracy on training and validation data in the 50th epochs

Entrance training model we are faced with retraining. This term means that our network recognizes emotion on the training data well, however, the accuracy on the validation data did not rise. Due to this, the method of thinning (Dropout) was used.

Retraining is a problem for many neural networks. Due to fact that the network begins to memorize training data, our network will begin to learn excessively. Any method that we use to prevent retraining is called the regularization method.

One of these regularization methods is loss (thinning), which is used in deep networks by including drop-down layers. This layer does not contain neurons; accordingly, it does not calculate anything. Instead, it temporarily disconnects some neural from the previous layer. Such a layer will be temporarily active in the learning process. When we use the network for prediction, the drop-down layer does not work.

Conclusion

During the study, we achieved 60% accuracy in recognizing human emotions on validating data. This is not a bad result for not more data. By further increasing our data, we will improve prediction accuracy.

The given approach to automatic recognition of emotions can be effectively applied in various intelligent human-machine systems.

References:

1 Klette R., Komp'yuternoye zreniye. Teoriya i algoritmy – 2019

2 Raspoznavaniye emotsiy, podstroit salon bespilotnogo avtomobilya pod nastroyeniye passazhira [An electronic resource]. – 2019. – URL: https://nplus1.ru/news/2019/01/07/kia-read (Date of the application: 13.06.2019)

3 Speech Emotion Recognition with Convolutional Neural Network [An electronic resource]. – 2019. – URL: https://towardsdatascience.com/speech-emotion-recognition-with-convolution-neural-network-1e6bb7130ce3 (Date of the application: 18.09.2019)

4 Chollet Francois, Glubokoye obucheniye na Python. — SPb.: Piter, 2018. — p. 400

5 Data sources [An electronic resource]. – 2018. – URL: https://www.kaggle.com/deadskull7/fer2013 (Data of the application: 11.05.2019)

6 Tariq Rashid, Make your own neural network – 2018

7 Glassner E., Glubokoye obucheniye bez matematiki. T. 1: Osnovy / per. s ang. V. A. Yarotskogo. – M.: DMK Press, 2019. – p. 578

8 Гусманова Ф.Р., Абдулкаримова Г.А. Имитациялық модельдеудің құралдарына шолу // Вест. КазНПУ, Физико-математические науки, 2 (66), 2019, С. 234-240

9 Metody optimizatsii neyronnykh setey [An electronic resource]. – 2017. – URL: https://habr.com/ru/post/318970/ (Data of the application: 07.10.2018)

МРНТИ 00.21
УДК 004.9

А.Ж.Жансай [1], Б.С.Дарибаев [1]

[1] әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

ШАЗАМ АЛГОРИТМІН ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ ДЫБЫСТЫ ТАНУДЫ ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ

Аңдатпа

Мақалада дыбысты немесе аудио файлдарды тануға арналған алгоритмның негізгі орындалатын қадамдары қарастырылған. Қазіргі таңда кең таралған алгоритмнің бірі – Шазам болып табылады. Шазам алғашқы рет 2000 жылы Эвери Ли Чунь Вонгтың (Vera Li-Chung Wang) бастауымен пайда болған. Аталмыш алгоритм негізінде дыбысты тану барысындағы сандық сигналдар, дискретизациялау (аналогты сигналды сандық түрге ауыстыру), Фурье дискретті түрлендіруі, Кули-Тьюки алгоритмі сынды ұғымдарға қысқаша түсініктеме берілген. Қажетті кітапханалар тізімі арқылы олардың қалай жүзеге асырылатындығын көрсету мақсатында Java бағдарламалау тілі қолданылып, ал алынған нәтижелердің жалпы көрінісі координаталар жүйесінде берілді. Сонымен қатар бірнеше әуен таңдалынып алынып, олар арқылы алгоритм жұмысы тексерілді және алынған нәтижелерді мақала соңынан көруге болады.

Түйін сөздер: ФДТ, дыбыс, сигнал, Shazam, дискретизациялау, кітапхана, Java.

Аннотация

А.Ж. Жансай [1], Б.С. Дарибаев [1]
[1] Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ЗВУКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА ШАЗАМ

В статье предусмотрены основные выполняемые шаги алгоритма для распознавания звуковых или аудиофайлов. В настоящее время одним из наиболее распространенных алгоритмов является Шазам. Шазам впервые появился в 2000 году под руководством Эвери Ли Чунь Вонга (Vera Li-Chung Wang). На основе данного алгоритма дано краткое описание таких понятий, как цифровые сигналы при распознавании звука, дискретизация (замена аналогового сигнала в цифровой вид), дискретное преобразование Фурье, алгоритм Кули-Тьюки. С целью демонстрации того, как они реализуются через список необходимых библиотек, был использован язык программирования Java, а общий вид полученных результатов был представлен в системе координат. Также были выбраны несколько мелодий, с помощью которых проверена работа алгоритма и полученные результаты можно посмотреть в конце статьи.

Ключевые слова: ДПФ, звук, сигнал, Shazam, дискретизация, библиотека, Java.

Abstract

THE IMPLEMENTATION OF SOUND RECOGNITION USING THE ALGORITHM OF SHAZAM

Zhansay A.Z. [1], Daribayev B.C. [1]
[1] Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

The article provides the main steps of the algorithm for recognizing audio or audio files. Currently, one of the most common algorithms is Shazam. Shazam first appeared in 2000 under the direction of Avery Li Chun Wong (Vera Li-Chung Wang). Based on this algorithm, a brief description of such concepts as digital signals for sound recognition, sampling (replacing an analog signal with a digital form), discrete Fourier transform, and the Cooley-Tukey algorithm is given. In order to demonstrate how they are implemented through the list of required libraries, the Java programming language was used, and the General view of the results was presented in the coordinate system. Also, several melodies were selected, using which the algorithm was checked and the results can be viewed at the end of the article.

Keywords: DFT, sound, signal, Shazam, sampling, library, Java.

Қазіргі таңда, техниканың қарқынды дамыған заманында, адам өміріне қажетті көптеген технологиялар мен құрылғылар пайда болуда. Бұрын тек армандауға ғана болатын дүниелер бүгінде қол жетімді. Мобильді технологиялар мен дыбысты өңдеу саласындағы мұндай қарқынды прогресс алгоритм құраушылардың дыбысты немесе музыкалық туындыларды тануға арналған қосымшалар жасап шығуына мүмкіндік беруде. Осы реттегі ең танымал шешімдердің бірі Шазам деп аталады. Шазам алғашқы рет 2000 жылы Эвери Ли Чунь Вонгтың (Vera Li-Chung Wang) бастауымен пайда болған. Аталмыш жобаның адамдар арасында тез таныла бастауының себебі, осы бағыттағы жаңа серпін мен идеяның жаңашылдығы. Әрі қосымшаға кез келген әуенді тану үшін бар болғаны 3-5 секунд жеткілікті.

Бұл қосымшадағы дыбысты тануға арналған алгоритмның жалпы сипаттамасын Шазам жобасының авторлары 2003 жылы мақала ретінде жариялады [1]. Ол жерде орындалатын операциялардың базалық принциптері толығымен айтылған. Ал Рой Ван Рейн атты бағдарламашы 2010 жылы “Шазам алгоритмін құру” атты мақаласында ол жайлы біраз ақпарат берді [2].

Зерттеу жұмысының басты мақсаты - аталмыш деректерге сүйене отырып, қазақ күйлерін тануға арналған мобильді қосымша жасап шығу. Бүгінде көбі біле бермейтін күйшілер мен олардың туындылары жетерлік, бірақ көбі халық санасынан өшіп бара жатыр. Төл өнерімізді танытуда және оны дәріптеуде жаңа технологияларды қолдану осы бағытқа жаңа серпін берері анық.

Мобильді қосымшаны жасап шығу барысында мынадай негізгі қадамдар орындалды: алдымен таңдалынып алынған күйлер дискретизациялау процесінен өтті, яғни аналогты сигналдарды сандық сигналдарға айналдыру. Келесі қадамда, сигналдардың уақыт бойынша жиіліктік сипаттамалары алынды, ол үшін Фурье дискретті түрлендіруі қолданылды. Алынған мәліметтерге сәйкес әр күйдің жеке сигнатуралық хэштары алынды. Деректер қорына хэштар мезеттік уақыттарымен бірге жазылып отырды. Қажетті күйді табу үшін тыңдалынған күй бөлігін осы процестерден өткізіп, деректер қорынан сәйкес хэштары бойынша іздеу жүргізіледі.

Бұл мақалада дыбысты немесе музыкалық туындыларды тануға арналған алгоритмнің негізгі орындалатын қадамдары мен жұмыс жасау принциптері түсіндірілді.

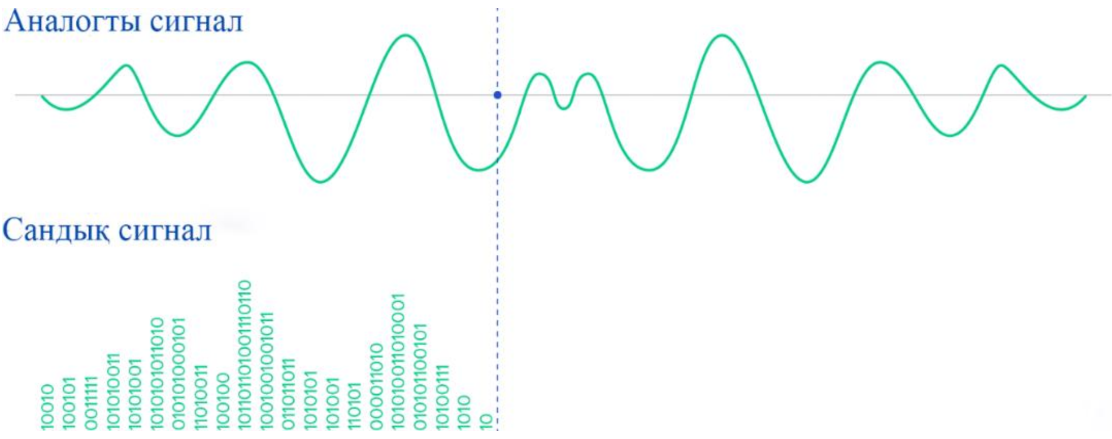
Дыбысты тану қадамдары

Дискретизациялау

Дыбыс бұл – адамдар мен жануарлардың арнаулы сезу органымен субъективті түрде қабылданатын құбылыс. Ал теориялық анықтамасы: газ, сұйықтық немесе қатты күйдегі серпімді орта бөлшектерінің толқын түрінде таралатын тербелмелі қозғалысы.

Дыбыс жазу құрылғылары дыбыс толқынының қысымын электр сигналына айырбастай отырып, жоғарыда сипатталған процесті нақты имитациялайды [3]. Ауадағы дыбыс толқыны - бұл қысу және сирету аймақтарымен ұсынылған үздіксіз сигнал. Дыбыс сигналы бар бірінші электрондық компонент, микрофон, оны электр сигналына түрлендіреді, алайда әлі де үздіксіз күйде болады. Цифрлық әлемде мұндай сигналдар аса пайдалы емес, сондықтан сандық жүйелерде сақтау және өңдеу алдында оларды дискретті нысанға айналдыру қажет. Бұл сигнал амплитудасын білдіретін мәндерді таңдау арқылы жасалады.

Дыбысты өңдеу үшін алдымен келіп түскен аналогты сигналды сандық түрге айналдыру қажет. Бұл процесс дискретизациялау деп аталады. 1- суретте аналогтық және сандық сигналдардың графикалық сипаттамалары бейнеленген [4].



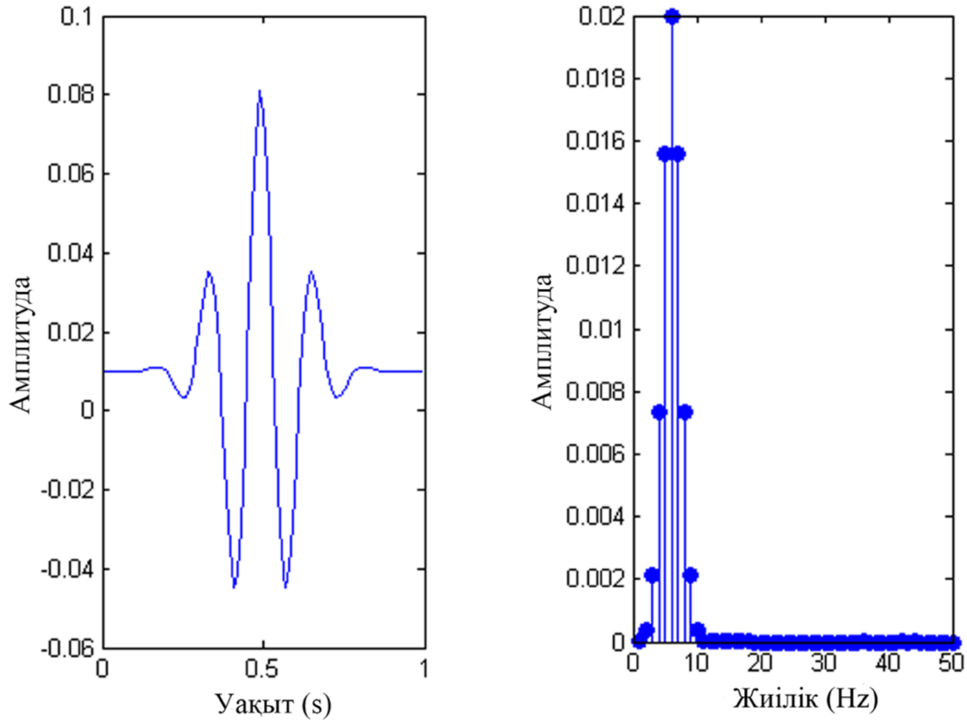
Сурет 1. Сандық және аналогты сигналдар бейнелері

Атап айтқанда, адам 20 Гц-дан 20000 Гц-ға дейінгі диапазонда дыбыстарды ести алады. Нәтижесінде дыбыс көбінесе 44100 Гц дискреттеу жиілігімен жазылады. Бұл дискреттеу жиілігі компакт-дискілерде қолданылады. Жалпы жағдайда MPEG-1 (VCD, SVCD, MP3) стандарттары тобында дыбысты кодтау үшін қолданылады. 44100 Гц-та дискретизация жиілігін кеңінен алғашқы рет Sony корпорациясы пайдаланды [5]. Өз уақытында осындай жолмен кодталған дыбыстық жолдар PAL (секундына 25 кадр) және NTSC (секундына 30 кадр) стандарттарында бейнемен біріктіріп, қолданыстағы жабдықты пайдалана отырып, олармен жұмыс істеу ыңғайлы болды. Бұл жиілік 20000 Гц дейінгі диапазонда сапалы дыбыс беру үшін жеткілікті. Әрі дискретизация жиілігін пайдаланатын сандық дыбыс стандарттарының қалыптасуы болған кездегі аналогтық жабдықтың сапасына сәйкес келеді.

Нәтижесінде, жазу кезінде дыбыс дискретизациясының жиілігін 44100 Гц етіп алу ыңғайлы болмақ. Қазіргі заманауи дыбыс карталарында кірістірілген аналогты сигналды сандыққа айналдыратын түрлендіргіштер бар. Сондықтан дыбыспен жұмыс жасау үшін қажетті бағдарламалау тілі мен сәйкес кітапхана таңдаса жеткілікті. Кітапхананы қолдану барысында дискретизациялау жиілігін, канал санын және бит өлшемін беру қажет.

Фурье дискретті түрлендіруі

19 ғасырда Жан Батист Жозеф Фурье ірі жағалық ашты. Яғни, кез келген сигнал уақыт аймағында әрбір синусоидалы сигналдың белгілі бір жиілікке, амплитудаға және фазаға ие болуы шартымен қарапайым синусоидалы сигналдардың кейбір санының (мүмкін шексіз) жиынтығына баламалы болып табылады. Бастапқы сигналды қалыптастыратын синусоид жиынтығы Фурье деп аталады. Басқаша айтқанда, жиіліктер жиынтығын, амплитудалар мен фазаларды, синусоидтің әрқайсысына сәйкес келетін, осы сигналды қалыптастыратын кез-келген сигналды уақыт бойынша ашып көрсетуге болады. Сигналдардың мұндай көрінісі жиілік интервалдарының жиынтығы деп аталады. Жиіліктік интервалдар туралы ақпараттар уақыт бойынша фингерпринтинг немесе динамикалық деректердің статикалық көрінісін бере алады.



А) бастапқы *Б) ФЖТ-нен кейінгі*

Сурет 2. Бастапқы және ФЖТ-нен кейінгі сигналдардың графикалық бейнелері

Сигналдардың жиіліктік сипаттамаларын талдау көптеген есептерді шешуді жеңілдетеді. Цифрлық сигналдарды өңдеу саласында мұндай сипаттамаларды қолдану өте ыңғайлы. Олар сигнал спектрін (оның жиіліктік сипаттамаларын) зерттеуге, осы сигналда қандай жиіліктер бар немесе жоқ екенін анықтауға мүмкіндік береді. Осыдан кейін кейбір жиіліктерді күшейтуге, әлсіретуге немесе бар жиіліктер жиынтығы арасында дыбыс амплитудаларын тануға болады.

Келесі қадамда, сигналдардың уақыт бойынша жиіліктік сипаттамаларын алу тәсілі қарастырылады. Ол үшін Фурье дискретті түрлендіруі (Discrete Fourier Transform) қолданылады. ФДТ - дискретті сигналдарға арналған Фурье талдауының математикалық әдісі.

ФДТ есептеу үшін ең танымал сандық алгоритмдердің бірі - Фурье жылдам түрлендіруі (Fast Fourier Transformation). Шын мәнінде, ФЖТ-ге алгоритмдердің тұтас жиынтығы кірістірілген. Олардың арасында жиі қолданылатыны - Кули-Тьюки (Cooley-Tukey) алгоритмі [6, 7]. ФДТ-нің тікелей есептеуі кезінде n мәліметтер жиынтығы үшін $O(n^2)$ операция қажет етеді, ал Кули-Тьюки алгоритмі сол тапсырманы O(nlogn) операция арқылы шеше алады. 2 - суретте қажетті кітапхананы қолданғаннан кейінгі алынған нәтижелер сызба түрінде көрсетілген.

ФДТ алгоритмін жүзеге асыратын сәйкес кітапханаларды табу қиын емес. Әр түрлі бағдарламалау тілдері үшін арнайы кітапханалар бар:

- C – *FFTW*
- C++ – *EigenFFT*
- Java – *JTransform*
- Python – *NumPy*
- Ruby – *Ruby-FFTW3*
- Swift – SwiftFFT

Дыбыс сигнатураларын алу

ФЖТ-нің жағымсыз жақтарының бірі - талдау жүргізу барысында уақыт туралы ақпаратты жоғалтуында (теориялық тұрғыда болдырмауға болады, бірақ іс жүзінде бұл үшін үлкен есептеу қуаты қажет). Мысалы, үш минуттық әуеннің дыбыстық жиіліктері мен олардың амплитудаларын көруге болады, бірақ осы жиіліктер қайда кездесетінін байқау қиын. Ал бұл - музыкалық туындының маңызды сипаттамасы. Сол себепті әрбір жиілік пайда болған кезде нақты уақыт мәндерін табу керек.

Сигналдың жиіліктік сипаттамаларын алғаннан кейін әуеннің сандық сигналдарын қалыптастыруға болады. Бұл Шазам жүзеге асыратын әуен тану процесінің ең маңызды бөлігі. Мұндағы басты қиындық - барлық жиіліктердің арасынан ең маңыздыларын таңдау. Яғни, ең көп амплитудалы (әдетте оларды шыңы деп атайды) жиіліктерге назар аудару қажет. Әр блоктың өлшемін әртүрлі тәсілдерді пайдалана отырып анықтауға болады. Мысалы, егер үлгінің өлшемі 16 битке тең және дискретизация жиілігі 44100 Гц екі арналы дыбысты жазсақ, мұндай дыбыстың бір секунды 176 Кб жадыдан (44100 үлгі * 2 байт * 2 арна) алады. Егер біз 4 Кб өлшемін орнатсақ, онда әрбір секунд сайын 44 деректер блогын талдау қажет болады. Бұл композицияны түгел талдауға мүмкіндік береді.

Алайда, бір әуенде "күшті" жиіліктер диапазоны «до» контроктава нотасынан (32,70 Гц), бесінші октаваның "до" нотасына дейін (4186,01 Гц) өзгеруі мүмкін. Бұл үлкен интервал. Сондықтан, барлық жиілік ауқымын бірден талдау үшін, бірнеше ұсақ интервалдар таңдалады. Әдетте, таңдау маңызды музыкалық компоненттерге тән жиіліктерге негізделеді. Мысалы, Рой Ван Рейн Шазам алгоритмін іске асыру үшін мына аралықтарды пайдаланған. Атап айтқанда, бұл 30 Гц – 40 Гц, 40 Гц – 80 Гц және 80 Гц – 120 Гц төмен дыбыстар үшін. Орташа және жоғары дыбыстар үшін 120 Гц – 180 Гц және 180 Гц – 300 Гц жиіліктері қолданылады. Аралықтарды анықтағаннан кейін ең жоғары деңгейдегі жиіліктерді табуға болады.

Кесте 1. Танылған әуендердің деректер қорындағы көрінісі

№	*Әуен аты*	*Хэш-тег*	*Уақыт, с*
1	*Әуен А*	*30 51 99 121 195*	*15.34*
2	*Әуен Б*	*32 67 100 128 20*	*78.43*
3	*Әуен С*	*34 41 93 161 202*	*10.89*
4	*Әуен Д*	*33 57 95 111 200*	*54.52*
5	*Әуен Е*	*30 51 99 121 195*	*11.89*
6	*Әуен К*	*32 67 100 128 20*	*29.34*

Музыкалық туындыларды іздеуді жеңілдету үшін олардың сигналдары хэш-кестедегі кілттер ретінде қолданылады. Кілттерге сигнал беру табылған жиіліктер жиынтығы сигнатураларға сәйкес алынған уақыт мәндеріне және шығарманың өзінің идентификаторы (ән атауы және орындаушының аты, мысалы) сәйкес келеді. Міне, мұндай жазбалар деректер базасында осы ретте жазылады. Бірнеше әуенді танығаннан кейінгі деректер қорында жалпы алынған нәтижелер көрінісі 1 - кестеде берілген.

Сәйкестіктерді іздеу

Танылған музыкалық туындыны анықтау үшін оны телефон арқылы жоғарыда жазылған сигналдарды өңдеу процесінен өткізу керек. Содан кейін деректер базасында есептелген хэш теггерін іздеуді бастауға болады. Бірақ бұл жалпы ойлғандай жеңіл емес. Өйткені, хэш-тег шығармаларының көптеген фрагменттері сәйкес келеді. Мысалы, туындының кейбір фрагменті А әннің белгілі бір бөлігі

Е сияқты естіледі. Музыканттар мен композиторлар үнемі бір-бірінен сәтті музыкалық фрагменттерді алып отырады.

Сәйкес келетін хэш-тег табылған кезде, ықтимал сәйкестіктер саны азаяды, бірақ тек осы мәліметтер ғана жалғыз дұрыс музыкалық туындыға тоқтау үшін іздеу ауқымын тарылтуға мүмкіндік бермейді. Сондықтан музыкалық шығармаларды тану алгоритмінде тағы бір маңызды ақпаратты ескеруіміз керек. Атап айтқанда, бұл – сигнатураларға тиесілі уақыт белгілері.

Танылған әуен фрагменті музыкалық туындының кез келген жерінен болуы мүмкін, сондықтан оны жазылған фрагменттің ішіндегі салыстырмалы уақытты деректер базасындағы деректермен тікелей салыстыра алмаймыз. Дегенмен, егер де бірнеше сәйкестік табылған болса, сәйкестіктердің салыстырмалы уақыт аралығын талдауға болады және осылайша, іздеудің нақтылығын арттыруға болады. Мысалы, егер жоғарыда келтірілген кестеге қарасақ, хэш-тег 30 51 99 121 195 А әніне және Е әніне қатысты екенін анықтауға болады. Егер секунд өткен соң біз хэш-тег тексеретін болсақ, онда А әнімен тағы бір сәйкестікті, сонымен қатар осындай жағдайда хэш-тег және олардың уақыт бойынша үлестірілуін анықтауға болады. Танылған әуеннің әрбір хэштері туындының әр сәтіне сәйкес болуы екіталай. Тану барысында шулар көп болады, олар сәйкесінше қателіктер тудырады. Сол себепті сәйкестіктер тізіміндегі барлық әуендерді алып тастамай, керісінше ықтималдылық деңгейіне қарай сұрыптауға болады, сол арқылы рейтинг тізіміндегі бірінші әуен нәтиже ретінде алынады.

Қорытынды

Қорытындылай келе, бұл мақалада дыбысты немесе аудио файлдарды тануға арналған алгоритмнің негізгі жұмыс жасау принциптері түсіндірілді. Кең таралған Шазам алгоритмінің орындалу қадамдары толығымен қарастырылды. Осы алгоритм арқылы жасалынған мобилді қосымша арқылы көптеген қазақ күйлері деректер қорына жинақталып, олар сынақтан сәтті өткізілді. Нақтырақ айтсақ, әуелі қазақ күйлері танылып, олардың жеке сигнатуралық хэштары алынды. Деректер қорына хэштар мезеттік уақыттарымен бірге жазылып отырды. Қажетті күйді табу үшін тыңдалынған күй бөлігін осы процестерден өткізіп, деректер қорынан сәйкес хэштары бойынша іздеу жүргізіледі және сәйкестіктерді іздеу барысында нәтиженің нақты болуы үшін сигнатуралардың мезеттік уақыттары арқылы аралық уақыттар ескерілді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 An Industrial-Strength Audio Search Algorithm. URL: https://www.ee.columbia.edu/~dpwe/papers /Wang03-shazam.pdf

2 Creating Shazam in Java. URL: https://royvanrijn.com/blog/2010/06/creating-shazam-in-java

3 Java. Полное руководство. Десятое издание. Герберт Шилдт. – 2019

4 Shazam: алгоритмы распознавания музыки. URL: https://habr.com/ru/company /wunderfund/blog/275043/

5 Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы, перспективы использования. Роберт И.В. Школа-Пресс, 1994 – 2004

6 Абдулкаримова Г.А., Гусманова Ф.Р. ISO/IEC стандарттар контекстінде программалық жасақтаманың бейімделуін тестілеуді ұйымдастыру үрдісі // КазНПУ, Физико-математические науки, 1(65), 2019, С. 202-208

7 Всероссийский институт научной и технической информации РАН Научно-техническая информация. Сер. 2. Информационные процессы и системы. В.В. Борщев, - 2008. - № 6. - С. 22-36.

МРНТИ 14.01.85
УДК 378.147.88

TRAINING OF CONSTRUCTION OF AUTONOMOUS RADIO SIGNAL RELAYS

A.M. Makhpirov [1], L.B. Rakhimzhanova [1], N.S. Baimuldina [1]

[1]Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Abstract

In the framework of this article has been considered the possibilities of expanding the studied material on the subject of the "Computer Networks". The part of the research is planned to devote to the studies of the currently relevant concepts as the radio bridges and wireless data transmissions. The updated and new course of the "Computer Networks" includes specially designed lectures where various materials in a very adequate manner are covered and provide the possibilities to the students independently analyze an incoming data. During the laboratory research, students got to know the Winbox operating system. At the stage of the mental actions was proposed the project group work that had to build the wireless network of the "point to point" type. As the result based on the observation of the students' information digestibility the didactic material on the topic of the "Wireless computer networks and radio bridges" was created.

Keywords*:* Radio Bridges, inbox, Clock Frequency, Wireless technologies, IP-address, teaching methodology.

Аңдатпа

А.М. Махпиров [1], Л.Б. Рахимжанова [1], Н.С. Баймулдина [1]
[1]әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

АВТОНОМДЫ РАДИО-СИГНАЛДАР РЕТРАНСЛЯТОРЛАРЫҢ ҚҰРЫЛЫМЫН ОҚЫТУ

Осы мақаланың аясында «Компьютерлік желілер» пәні бойынша оқу материалды кеңейту мүмкіндіктері қарастырылады. Оқу уақытының бір бөлігі радио көпірлер мен деректерді сымсыз беру сияқты қазіргі кездегі өзекті ұғымдарды зерттеуге арнау ұсынылады. Жаңартылған «Компьютерлік желілер» курсы студенттерге кіріс мәліметтерін өз бетінше талдауға мүмкіндік беретін, материалдар жеткілікті қамтылған арнайы әзірленген дәрістерді қамтиды. Зертханалық жұмыс барысында студенттер Winbox операциялық жүйесімен танысты. Ақыл-ой әрекеттері сатысында жобалық топ жұмысына «нүкте-нүкте» түріндегі сымсыз желіні құру ұсынылды. Оқушылардың ас қорыту коэффициентін бақылау негізінде жүргізілген зерттеулердің нәтижесінде «Сымсыз компьютерлік желілер мен радио көпірлер» тақырыбында дидактикалық материалдар жасалды.

Түйін сөздер: Радио көпір, winbox, такт жылдамдығы, сымсыз технология, IP адрес, оқыту әдістемесі.

Аннотация

А.М. Махпиров[1], Л.Б. Рахимжанова[1], Н.С. Баймулдина[1]
[1]Казахский национальный университет им.Аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

ОБУЧЕНИЕ ПОСТРОЕНИЮ АВТОНОМНЫХ РЕТРАНСЛЯТОРОВ РАДИОСИГНАЛОВ

В рамках данной статьи рассмотрены возможности расширения изучаемого материала по предмету «Компьютерные сети». Часть учебного времени предлагается отвести на изучение актуальных на данный момент понятий, как радиомосты и беспроводная передача данных. Обновленный курс «Компьютерных сетей» включает в себя специально разработанные лекции, где в достаточной мере освещен материал, предоставляющий возможность студентам самостоятельно проводить анализ поступающих данных. В ходе лабораторных работ, обучающиеся ознакомились с операционной системой Winbox. На этапе умственных действий предложена проектная групповая работа на построение беспроводной сети по типу «точка-точка». В результате исследований, основанных на наблюдении за коэффициентом усвояемости материала обучающимися, был создан дидактический материал на тему «Беспроводные компьютерные сети и радиомосты».

Ключевые слова: Радиомост, winbox, тактовая частота, беспроводные технологии, IP-адрес, методика обучения.

In Kazakhstan, one of the dominant factors in the development of the information society becomes the effective use of computer technologies, particularly network technology. There is an increasing demand for qualified professionals who are fully familiar with network technologies. Therefore, the education nowadays is facing the task of improving and enhancing the training system of network technologies to gain the effective results. Properly constructed theoretical and practical courses will help students to become more competent in the issues of modern directions and technologies of data transmission (transfers).

Connection to a global network or the means of communication of the remote objects represent itself the fiber-optic path that are stretched to the points or by satellite connection. One of the major problems of the optical fiber technologies are:

1) High cost of equipment
2) Fiber Optic cable fragility

3) High complexity of repairing damaged or broken fiber optic paths

The alternatives of the wired communication are the wireless technologies that allow transmitting information despite the terrain and the difficulties of laying networks.

The usage of the wireless networks is an integral part of everyday life. Moreover, wireless technologies are one of the most developed segments of IT industry in the 21 century.

In the framework of this research it is offered to devote part of the learning process to such relevant topics as the computer networks, getting acquainted with such concepts as the radio bridges and wireless data transmission. In the process of training of an engineering specialties a course of classes was held and divided into 3 stages.

At the first stage of the "Computer Networks" course, students will be able to learn about the wireless networks, this lecture was developed and aimed on effective achievement of the goals. The updated course "Computer Networks" includes such lectures as the "Introduction to Winbox", "Managing Hardware devices using Winbox", "Connection of the wireless devices", "The configuration of combined networks". These lectures allow students to understand the wireless networking principles that are derived from the standard computer network routing.

Thus, this version of the course updates the learning program under consideration to modern trends of the IT-market. In the framework of the lecture course the didactic material was created to study the work in Winbox, also the features of the management and configuration of wireless devices with the help of observed operation system Winbox were considered as well. One of the biggest problems is the loss of signal quality between the two antennas. The most common solution is to use a repeater. This method allows you to reduce signal loss and increase its power by dividing the signal into 2 separate segments.

In many cases, problems arise with the power of relay antennas, often radio bridges in hard-to-reach or impossible to lay cable locations. For example, high-quality information conductors, such as wholesale, impossible, without taking into account the end point of the installation or the high cost of this technology. Installing radio bridges is a great alternative to fiber. Installation requires only fixing the antenna between the transmitter and receiver. For a high-speed radio bridge, alignment of the antennas is required, so that it is a radio wave connecting them together, while there are no physical obstacles during passage from one antenna to another. This makes it possible to determine the boundaries for a clearer understanding of the capabilities of this radio bridge. However, with increasing distance (over 25-30 km), tangible data loss begins. For this reason, the use of radio bridges is not considered an alternative. In the event that the data transmission path runs through settlements, the installation of repeaters is possible. Repeater - a setting that allows you to increase the transmission length of the radio signal.

Two antennas are involved in the operation of the repeaters, one receives the "source" signal, the second transmits this signal to the end point. To transfer data between the two antennas of the repeater, any router operating in the "bridge" mode is used. This mode disables the DHSP router, allowing you to make it just a "bridge" connecting 2 data transmission devices without loss or change. But often radio signals propagate through uninhabited people, which makes it impossible to install a repeater due to the lack of energy to power the repeater. As a result of research, optimal solution methods have been identified that allow obtaining data on a lack of energy, unsuitable for temperature and high humidity.

One of the main advantages of this method is that it allows you to install it not only in locations, but also in places remote from the network, which greatly expands the possible options for using these technologies.

This work allows you to solve the problem associated with the impossibility or laborious occupation.

When creating an autonomous repeater, radio signals are taken into account:

-power consumption

-power of the receiver / transmitter

-equipment fault tolerance

-fault tolerance technology

-flexibility of system settings

At the second stage of teaching «Computer networks» in order to put some sharper point on the lesson the laboratory classes were offered and move from empirical knowledge to the knowledge gained as the result of the experiment and analysis of the incoming data that increases the segment of the acquired information by students. Students had an opportunity to use obtained during the lectures knowledge. Tasks involve the set up of the wireless hardware.

During the laboratory work, students got to know the operating system Winbox (fig. 1), went through the initial settings and studies the capabilities of the wireless hardware and software. The students carried out some works on configuration of the hardware for the subsequent use in building a "point-to-point" view.

The concepts of the power of the emitted signals and Fresnel zone are studied. In the setting menu students learn in practice such concepts as the frequency of the transmitted signals, the mode of operation of the device and the corresponding symbols of the hardware device.

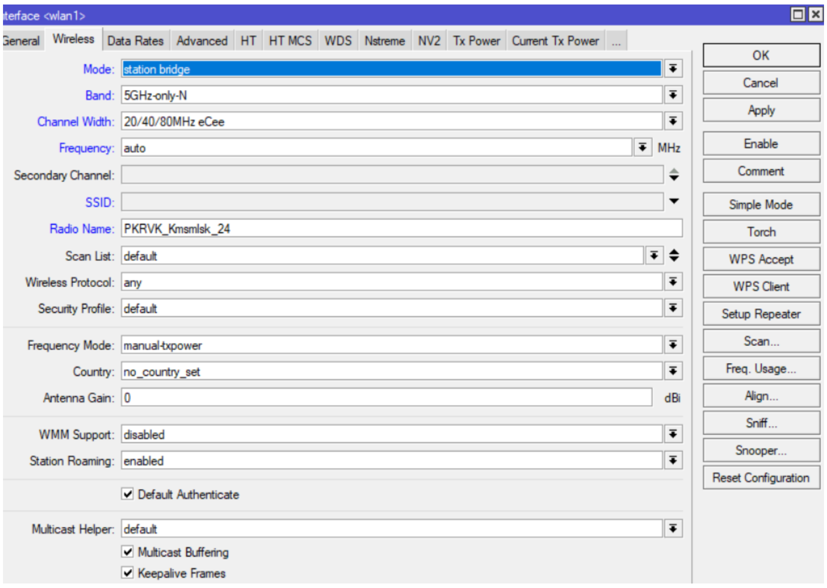


Figure 1. Winbox configuration menu

At the third stage of the mental activities tasks on building a network on point-to-point basis are given. We can suppose to offer group project work. Group of students divided into 2 major groups which in the first one they will need to set and configure the antenna «Access Point» that is the access point to which the second team will be connecting another antenna in the «receiving» CPE mode. The next step shows how the students should configure two-way communication between devices. As the result of this task configured in the mode of «point-to-point» it becomes possible to connect a system configured in «point-to-point mode system to a global network.

If the system were configured in the «bridge» mode – the bridge that has an IP-address of 0.0.0.0 and did not change input and output data than when the system is connected to the global network on a router connected to a receiving device (the latter in a combined standard with a wireless network) the Internet access will appear as the result. The task will be considered completed in case of the stable network between transmitting and receiving devices (fig. 2) and the possibilities of accessing the internet on the final router.

Also, after the establishment of the stable connection between transmitting and receiving antennas an analysis of the strength and weaknesses of the use of radio technologies in creating information network was carried out.

The following conclusions were done:

Advantages:

•The cost of building a network. With the increasing distance between receiving and transmitting points, the use of the radio bridges becomes more profitable relative to the construction of the fiber optic technologies.

•The simplicity of the building network. Regarding the laying fiber optic the use of technologies of radio bridges requires work at two points: on the transmitting device and the installation endpoint.

•Flexibility of the setting system. The possibilities to change frequencies and protocols allow avoiding overlapping frequencies when using multiple radio bridges.

•Lack of weather condition requirements. During the works, it was found that the created wireless network is able to fully function under the temperature from -45C to 40C.

•Fault tolerance. When the power is turned off in any node of the wireless network, devices transfer into standby mode. Right after the power is supplied to the devices the network continues to to operate in a normal mode.

•The possibility of rapid network restructuring. The lack of cables between devices allows in a very short term to add new devices to the network or restructure or redo network when necessary.

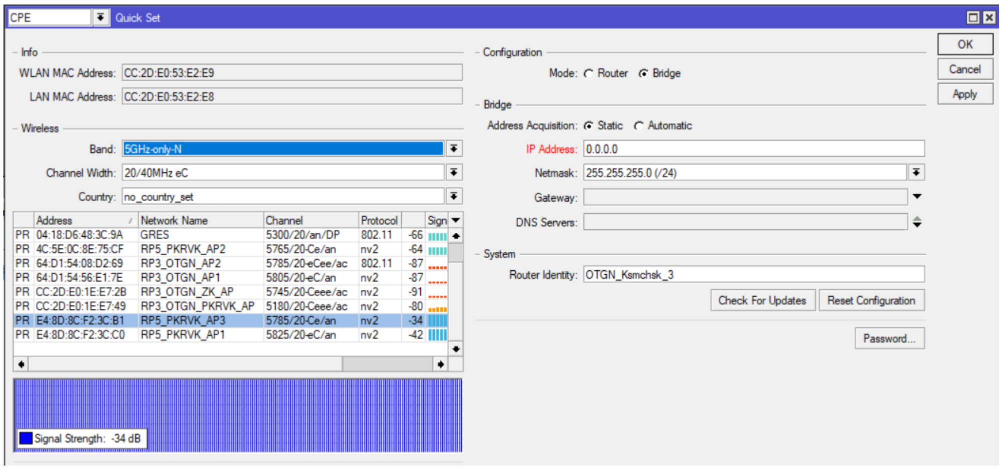


Figure 2.The result of the «point-to-point» task

Disadvantages:

• The need of the absence material barriers between the access point and the receiving device.

•The need of electrical power. Most of the devices operate on a power from 12 to 18 volts which created the need for uninterrupted power supply of devices.

•Availability of data rate limits. Devices are capable of transmitting information up to 400MB/sec, which created the limitations or restrictions on the used traffic within the network.

As the result of the held lectures, laboratory and project work it was founded that the most effective learning of information occurs with a combined method of supplying and delivering information. With a symbiosis of empirical and theoretical methods of obtained knowledge, it is the way easier for students to come up with their own conclusions thanks to which they will memorize all the materials very effectively. The project method allows students to get closer to the market conditions in which job performers need to use the accumulated knowledge to perform more complex work, as a result of which work is performed.

Conclusion

In the course of the research, the following conclusions and results were obtained:

• The specific goals of training are all that are related to the need to make adjustments to the content of training technologies that ensure the receipt of qualitatively new training models for the representatives of the information society, for which creative thinking and cognitive interest are the first vital necessity.

• Developed teaching material for student learning.

• Created a course of lectures and laboratory assignments based on the Winbox OS.

• The optimal options and teaching methods for the course "Computer Networks".

References:

1 Сивагина Ю. А.К вопросу разработки отечественного симплексного ретранслятора радиосигналов/ под ред. Ю. А. Романенко, Н. А. Анисинкиной, С. Г. Воеводиной. - Протвино, Управление образованием и науки, 10-11 февраля 2012. - С. 602-604

2 Шаханович И. Радиомосты "док" – Решение для инфраструктуры сетей 4G/ 2013 // Первая миля - 2013 – №1(34) –с. 50-53. ISSN: 2070-8963

3 Бабкин А.Н., Андрущук В. О построение конвенциальных сетей подвижной радиосвязи ОВД на основе современных ретрансляторов // Вестник Воронежского института МВД России. - №2 - 2011 – с.33-40.

4 Галкин В.А. Цифровая мобильная радиосвязь: учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. - 432 с.

5 Радиосистемы передачи информации: учебное пособие для вузов / В.А. Васин [и др.]; под ред. И.Б. Федорова и В.В. Калмыкова. – М.: Горячая линия – Телеком, 2005. – 472 с.

МРНТИ 14.35.07
УДК 378.147: 004.8

Ж.К. Нурбекова[1], *Т. Толғанбайұлы*[1]

[1]*Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан*

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПРОГРАММИРОВАНИЮ МИКРОРОБОТОВ

Аннотация

В данной статье представлен опыт организации проектно-ориентированного обучения программированию микророботов. Проведен педагогический эксперимент с использованием данной методики при изучении программирования микророботов на факультете информационных технологий (ЕНУ имени Л.Н.Гумилева). Осуществлялся выбор проекта с учетом особенностей базовых компонентов микророботов. В качестве платформы обучения выбран микроконтроллер Arduino. На основе анализа научно-методических и нормативных документов проведена систематизация учебной деятельности при обучении программированию микророботов, в следствие чего, определена необходимость структурирования учебной деятельности в соответствии с проектной деятельностью при проектировании технических систем. Была разработана структурная модель организации проектно-ориентированного обучения программированию микророботов, и эта структура состояла из трех основных блоков: организация проекта, реализация проекта и оценка проекта. Представлены результаты экспериментального исследования.

Ключевые слова: проектно-ориентированное обучение, микроконтроллер Arduino, командная работа, познавательная мотивация, критическое мышление, самостоятельность.

Аңдатпа

Ж.К. Нурбекова[1], *Т. Толғанбайұлы*[1]
[1]*Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*

МИКРОРОБОТТАРДЫ БАҒДАРЛАМАЛАУДА ЖОБАҒА-БАҒЫТТАЛҒАН ОҚЫТУДЫ ҰЙЫМДАСТЫРУ

Бұл мақалада микророботтарды бағдарламалауға жобаға-бағытталған оқытуды ұйымдастыру тәжірибесі сипатталған. Ақпараттық технологиялар факультетінде (Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ) микророботтарды бағдарламалау бойынша осы әдістемені қолдану арқылы педагогикалық эксперимент өткізілді. Микророботтардың базалық компоненттерінің ерекшеліктерін ескере отырып, жобаларды таңдау жүзеге асырылды. Оқыту платформасы ретінде біз Arduino микроконтроллерін таңдадық. Ғылыми-әдістемелік және нормативтік құжаттарды талдау негізінде микророботтарды бағдарламалауға үйрету кезінде оқу процессін жүйелеу жүргізілді, соның салдарынан техникалық жүйелерді жобалау кезінде жобалау процессіне сәйкес оқу қызметін құрылымдау қажеттілігі анықталды. Микророботтарды бағдарламалауға жобаға-бағытталған оқытуды ұйымдастырудың құрылымдық моделі құрылды, бұл құрылымдық модел үш негізгі блоктан тұрады: жобаны ұйымдастыру, жобаны іске асыру және жобаны бағалау. Эксперименталды зерттеу нәтижелері ұсынылған.

Түйін сөздер: жобаға бағытталған оқыту, Arduino микроконтроллері, командалық жұмыс, когнитивті ынталандыру, сыни ойлау, дербестік.

Abstract

ORGANIZATION OF PROJECT-BASED LEARNING PROGRAMMING MICROROBOTS

Nurbekova Zh.K. [1], *TolganbaiulyT.* [1]
[1]*L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

This article presents the experience of organizing project-oriented training in the programming of microrobots. A pedagogical experiment was carried out using this technique when studying the programming of microrobots at the Faculty of Information Technology (L.N. Gumilyov, ENU). The project was selected taking into account the characteristics of the basic components of the microrobots. As the training platform, we chose the Arduino microcontroller. Based on the analysis of scientific, methodological and regulatory documents, a systematization of educational activities was carried out when teaching microrobots programming, as a result of which, the need for structuring educational activities in accordance with design activities in the design of technical systems was determined. The structural model of the organization of project-oriented teaching of microrobots programming was developed< this model consisted of 3 main blocks: organization of the project, project implementation and project evaluation. The results of an experimental study are presented.

Keywords: project-based, microcontroller Arduino, team work, cognitive motivation, critical thinking, and independence.

Обучение программированию микророботов имеет прикладной характер и предусматривает реализацию учебных проектов. Работа над проектами с использованием микророботов дает возможность преподавателю реализовать учебные цели посредством привлечения знаний из других областей (программирование, физика, математика, мехатроника, электроника и другие), внести творчество в образовательный процесс [1].

Анализ современного состояния преподавания в высших учебных заведениях в условиях цифровизации [2-3] показало, что проектно-ориентированное обучение не должно рассматриваться в том виде, которое имеется в традиционной педагогике с прошлого века. Формат организации проектного обучения требует изменения с учетом современных цифровых инструментов и тайм менеджмента. В данной статье представлен опыт организации проектно-ориентированного обучения программированию микророботов. На основе анализа научно-методических и нормативных документов [4-7] проведена систематизация учебной деятельности при обучении программированию микророботов, в следствие чего, определена необходимость структурирования учебной деятельности в соответствии с проектной деятельностью при проектировании технических систем (рисунок 1).

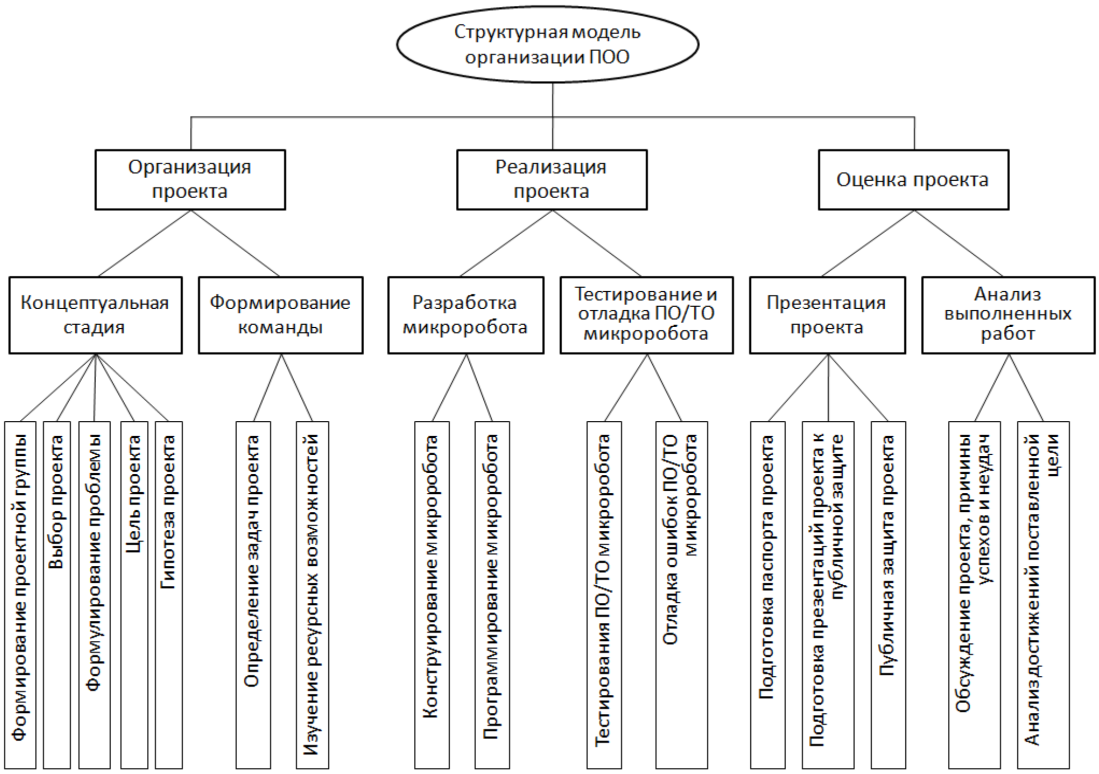


Рисунок 1. Структурная модель организации проектно-ориентированного обучения программированию микророботов

Рассмотрим поблочно структурную модель организации проектно-ориентированного обучения программированию микророботов. Согласно блоку «Организация проекта», вначале сформировано проектная группа с учетом межличностных отношений и интересов студентов. При формировании проектной группы в зависимости от специфики проекта определен состав проектной группы: проект менеджер, инженер, программист.

Осуществлялся выбор проекта с учетом особенностей базовых компонентов микророботов. В качестве платформы обучения мы выбрали микроконтроллер Arduino. Отличительными особенностями микроконтроллера Arduino является простая и понятная среда программирования Arduino IDE, кроссплатформенность и open source software [8]. Следовательно, были предложены проекты на основе микроконтроллера Arduino: «Smart parking», «Smart garden», «Smart home». Тема проекта «Smart parking» была выбрана в соответствии с коллективными интересами и индивидуальными особенностями студентов.

Постановка задачи проблемы осуществлялся в ходе обсуждения проекта с учетом цифровизации и решения урбанистических проблем, проектной группой принято решить проблему переполнения городских автомобильных парковок.

Таким образом, целью проекта является: разработка микроробота «Smart parking» на основе микроконтроллера Arduino.

В соответствии с целью проекта была сформулирована следующая гипотеза: если автоматизировать паркинги на основе систем уведомления водителей о наличии свободных мест, то возможно регулировать наполняемость городских автомобильных парковок и оптимизировать использование парковок.

Следующим шагом в соответствии с особенностями выполняемых работ в рамках проекта было определение структуры работы. Участники проектной группы определили задачи проекта и в зависимости от навыков и знании каждого студента распределили задачи между собой:

- Сбор и изучение информации о паркингах в стране, текущей состоянии и функциональных возможностях (групповая работа; 1 урок);
- Определение функциональности и внешнего вида микроробота (групповая работа; 1 урок);
- Конструирование микроробота «Smart parking» (инженер; 2 урок);
- Программирование датчиков, сервоприводов и других деталей микроробота «Smart parking» (программист; 2 урок);
- Тестирование и отладка программной и технической части микроробота на основе микроконтроллера Arduino (групповая работа; 2,3 урок);
- Подготовка паспорта и презентаций проекта к публичной защите (групповая работа; 4 урок);
- Публичная защита проекта (групповая работа; 5 урок).

Всего на выполнение учебного проекта ушло 5 уроков. Продолжительность каждого урока составило 50 минут. Значительная часть времени было использовано для разработки и тестирования микроробота.

Изучение ресурсных возможностей микроронтроллера является одним из важных этапов реализации проекта.

В предыдущих этапах участники проекта изучали объект исследования и определили основные функции микроробота (рисунок 2):

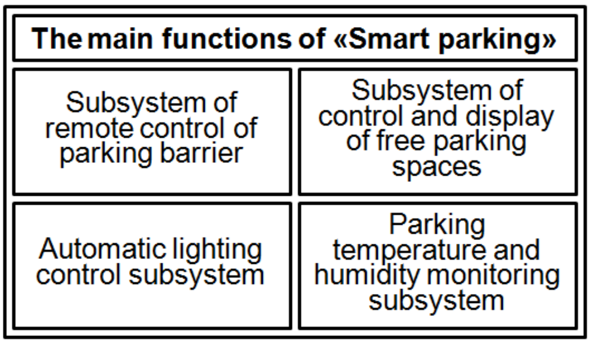


Рисунок 2. Основные функции проекта «Smart parking»

Для реализации вышеперечисленных функций микроробота предварительно были подобраны и изучены датчики, серводвигатели, дисплеи и другие компоненты микроконтроллера Arduino.

- Датчики расстояния: ультразвуковой модуль измерения расстояния HC-SR04, ультразвуковой модуль измерения расстояния US-015, ультразвуковой дальномер US-100 с интерфейсом UART;
- Датчик температуры и влажности: датчик температуры и влажности DHT11 на плате, датчик температуры и влажности DHT22 на плате;
- Датчики освещенности: фоторезистор GL5516, GL5506, GL5528;
- Серводвигатели: серводвигатель Micro H301, сервопривод SG92R;
- Графический LCD дисплей: дисплей 1602, модуль I2C для LCD дисплея 1602;
- Модули управления: ИК пульт с платой управления на HX1838.

Рассмотрим второй блок структурной модели организации проектно-ориентированного обучения программированию микророботов «Реализация проекта». В начале реализации проекта уже сформировалось видение, как будет выглядеть паркинг, из чего она будет состоять и какие функции выполнять. Участники проекта изучили возможности микроконтроллера Arduino, и подобрали необходимые детали для реализации проекта. Студент в роли инженера использовал нижеперечисленные детали для конструирования микроробота [9,10]:

- Сервопривод SG92R был выбран в качестве шлагбаума паркинга;
- Ультразвуковые модули измерения расстояния HC-SR04 служили для контроля и отображения свободных мест в паркинге. Количество мест в паркинге 4, соответственно было подключено 4 единиц данного датчика;
- Подсистема автоматического управления освещением было реализовано с помощью датчика освещенности фоторезистор GL5516;
- Для мониторинга температуры и влажности паркинга использовали датчик температуры и влажности DHT11;
- Для индикаций полученных данных из датчиков был выбран дисплей 1602 с модулем I2C.

Организация энергоснабжения проекта было организовано таким образом, что каждая из вышеперечисленных деталей подключалась с помощью макетной платы, следовательно, питание и контроль осуществлялось за счет микроконтроллера Arduino.

При конструировании микроробота соблюдались следующие принципы:

- Мобильность (микроробот должен быть нетяжелым, детали микроробота должны легко крепиться между собой);
- Надежность (детали микроробота и другие элементы должны быть прочными);
- Расширяемость (должна быть предусмотрена возможность добавления дополнительных деталей и компонентов для расширения функциональных возможностей микроробота).

После завершения сборки паркинга, студент в роли программиста, разрабатывал программный код для микроконтроллера Arduino. Инструкции и условия для каждого датчика на устройстве реализованы на основе функциональности микроробота.

В качестве шлагбаума паркинга был использован сервопривод Micro H301. Шлагбаумы служат для ограничения въезда в паркинг, соответственно при вращении вала сервопривода на 90 градусов шлагбаум открывается и горит зеленый светодиод с интервалом в 3 секунды. Затем обратно возвращаем вал сервопривода в 0 градус, шлагбаум закрывается и зажигается красный светодиод, давая сигнал «стоп» водителям автомобилей. Программный код, разработанный для управление инфракрасным пультом с платой HX1838 предназначено для открытия и закрытие шлагбаума (при нажатии на кнопки громкости ИК-пульта). Следовательно, увеличение громкости – открывает шлагбаум, уменьшение громкости – закрывает шлагбаум;

Ультразвуковой модуль измерения расстояния был использован для контроля и отображения свободных мест в паркинге. Программный код управления ультразвукового модуля измерения расстояния реализован следующим образом: если на расстоянии 30 см встречалось хоть одно препятствие в 4 ультразвуковых модулях измерения расстояния, то на дисплей отправлялась сообщение «нет свободных мест». В ходе выполнения данного этапа проекта были решены ряд проблем, связанные с библиотеками датчиков, совместимости с версиями программной среды, а также индикации нескольких показателей из различных датчиков в один дисплей.

Тестирование и отладка программного и технического обеспечения микроробота проводилась студентами-членами проектной группы. Были протестированы устройства с различных факторов. Проверяли работоспособность датчиков, сервопривода и дисплея. Один из примеров: датчик температуры и влажности DHT11 тестировали с помощью огня. Если зажечь спичку или зажишалку вблизи датчика, то индикация температуры показывал высокий уровень. Таким образом, пришли к выводу, что работоспособность датчика в исправном состоянии.

В процессе тестирования устройства были изменены местоположение датчиков, централизировали источники питания.

«Оценка проекта» является завершающим блоком работ структурной модели организации проектно-ориентированного обучения программированию микророботов.

К подготовительным этапам защиты проекта входят: создание паспорта и презентаций проекта. Студенты совместно с преподавателем готовили паспорт проекта. Данный документ содержит основные характеристики проекта. Главное требование при подготовке паспорта проекта – это детальное описание выполненных работ каждого студента проектной группы. По завершению подготовки паспорта проекта, проектная группа перешла к разработке презентаций проекта для защиты перед публикой [11]. В данном этапе студенты подбирали материал для презентации. Стандартное количество слайдов 9-12. При разработке презентаций следует обращать внимание на эргономичность слайдов. Были предложены рекомендации по созданию презентаций: максимум 3-4 цвета на слайде; на слайде не должно быть много текста; текст и картинки должны быть выровнены; использовать только качественные изображения.

Необходимым условием реализации проектно-ориентированного обучения программированию микророботов является: успешная защита созданного продукта. Студенты защищали проект перед преподавателями вуза. В ходе выступления участники придерживались принципов краткости, последовательности и результативности. Разработчики наглядно продемонстрировали все функции «Умной парковки».

Публичная защита проектов прошла успешно, все группы справились со своими задачами. Работы оценивались по определенным критериям оценивания. Критерии оценивания состояло из двух этапов: оценка самой работы и защиты презентаций перед аудиторией.

После защиты проекта, слушатели задавали вопросы и получали ответы, обсуждали работу проектных групп. Главной целью данного процесса была выявление сильных сторон разработанного продукта, и определение моментов, требующих доработку.

Командой проектной группы было определено перспектива развития проекта:

- Усовершенствовать микроробот системой sms уведомлений на мобильный телефон клиентов паркинга о наличии свободных парковочных мест;
- Добавить функцию счетчика автомобилей на основе семисегментного индикатора при въезде в паркинг.

После проведения проектного обучения программированию микророботов у участников сформировалось целостное представление о проекте, осознание законченности и значимости своей деятельности повысило самооценку студентов. Также, участники получили незабываемый опыт в работе с коллективом, применили полученные теоретические знания на практике для решения реальных проблем.

Подводя итоги исследования, в условиях цифровизации основным вектором развития образовательного процесса в Евразийском национальном университете имени Л.Н.Гумилева является проектно-исследовательская деятельность. Практикуется демонстрация результатов проектно-исследовательской деятельности. Примером может служит проекты «Smart parking» и «Smart garden», которые были разработаны учебно-проектной деятельности обучающихся. В рамках проводимых дней цифровизации и выставки «Digital ENU» данные проекты были представлены министру цифрового развития, оборонной и аэрокосмической промышленности Республики Казахстан А.К. Жумагалиеву как «лучший вариант методики обучения».

Список использованной литературы:

1. *Results of experimental-experimental work in the teaching of programming of microrobots, Nurbekova Zh.K., Tolganbaiuly T., Abai Kazakh National Pedagogical University, bulletin of Pedagogical sciences №1(61), 2019*
2. *Analysis of survey results for receiving feedback on the level of implementation of digital tools in higher educational institutions of the Republic of Kazakhstan, WP-1, T-2 (work package, task), Modernisation of higher education in Central Asia through new technologies, 2019*
3. *Hochschulforum Digitalisierung THE DIGITAL TURN Pathways for higher education in the digital age, https://hochschulforumdigitalisierung.de/sites/default/files/downloads/HFD_Final_Report_English.pdf*
4. *ISO/IEC 12207:2008 «System and software engineering – Software life cycle processes»*
5. *ISO 21500:2012 - Guidance on project management*
6. *Student2student: Arduino Project-based Learning, Pablo Martнn-Ramos, M. Margarida Lima da Silva, Maria Joгo Lopes, Manuela Ramos Silva, Fourth International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality – TEEM'16, November 02 - 04, 2016*
7. *Increasing Students' Interest by Encouraging them to Create Original Lab Projects, Petre Lucian Ogrutan, TEM Journal. Volume 6, Issue 4, Pages 653-659, ISSN 2217-8309, DOI: 10.18421/TEM64-02, November 2017*
8. *Отбор среды обучения программированию микророботов в вузе, Нурбекова Ж.К., Толганбайулы Т., XXIV Международной научной конференции «Актуальные научные исследования в современном мире», ГВУЗ «Переяслав-Хмельницкий государственный педагогический университет имени Григория Сковороды, Переяслав-Хмельницкий, Украина, 2017*
9. *Официальный сайт Arduino [Электронный ресурс]: https://www.arduino.cc/*
10. *Getting started with Arduino, Second edition, Massimo Banzi, 2011*
11. *Проектная деятельность в образовательном учреждении, учебное пособие, Н.Ф.Яковлева, 2014*

МРНТИ 14.35.07
УДК 378.147: 004.8

Ж.К. Нурбекова[1], Т. Толғанбайұлы[1]

[1]Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ПРОГРАММИРОВАНИЮ МИКРОРОБОТОВ

Аннотация

В данной статье представлены результаты педагогического эксперимента при обучении программированию микророботов. Педагогический эксперимент проводился на факультете информационных технологий ЕНУ имени Л.Н. Гумилева в форме проектно-ориентированных семинаров на платформе Arduino (2017-2019 гг.). В эксперименте приняли участие 88 студента IT-специальностей первого курса. Обучение программированию микророботов имеет прикладной характер и предусматривает реализацию учебных проектов. Работа над проектами с использованием микророботов дает возможность преподавателю реализовать учебные цели посредством привлечения знании из других областей (программирование, физика, математика, мехатроника, электроника и другие), внести творчество в образовательный процесс, а также способствует формированию ключевых компетенций у обучающихся. Осуществлялся выбор учебных проектов с учетом особенностей базовых компонентов микророботов. Отличительными особенностями микроконтроллера Arduino является простая и понятная среда программирования Arduino IDE, кросс-платформенность и open source software.

Следовательно, были предложены проекты на основе микроконтроллера Arduino: «Smart light», «Smart traffic light», «Smart window», «Smart fun (вентилятор)», «Smart parking», «Smart home». Методика обучения программированию микророботов предполагала реализацию проектов по принципу «от простого к сложному» и темы проекта определялись совместно с проектной командой студентов.

Ключевые слова: проектно-ориентированное обучение, микроконтроллер Arduino, командная работа, познавательная мотивация, самостоятельность.

Аңдатпа

Ж.К. Нурбекова[1], Т. Толғанбайұлы[2]

[1]Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

МИКРОРОБОТТАРДЫ БАҒДАРЛАМАЛАУДА СТУДЕНТТЕРДІ ЖОБАҒА-БАҒЫТТАЛҒАН ОҚЫТУДЫ ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ БОЙЫНША ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ЭКСПЕРИМЕНТ

Бұл мақалада микророботтарды бағдарламалауды оқытудағы тәжірибелік жұмыс нәтижелері көрсетілген. Педагогикалық эксперимент Л. Н. атындағы ЕҰУ-нің ақпараттық технологиялар факультетінде жобаға бағытталған семинар формасында (2017-2019) жүргізілді. Педагогикалық экспериментке IT-мамандықтарының бірінші курс студенттері қатысты. Жобаға бағытталған оқыту ұстазға түрлі білім салаларын (программалау, физика, математика, электроника және т.б.) қамту арқылы оқу мақсаттарына жетуіне мүмкіндік береді. Сонымен қатар шығармашылықты оқу үрдісіне қосып, оқушылардың маңызды құзыреттіліктердің құрылуына үлес қосады. Микророботтардың базалық компоненттерінің ерекшеліктерін ескере отырып, оқу жобаларын таңдау жүзеге асырылды. Arduino микроконтроллерінің ерекшелігі Arduino IDE қарапайым және түсінікті бағдарламалау ортасы, кросс-платформалық және open source software.

Сондықтан Arduino микроконтроллері негізіндегі келесі жобалар ұсынылды: "Smart light", "Smart traffic light", "Smart window", "Smart fun (желдеткіш)", "Smart parking", "Smart home". Семинарлардың оқыту әдістемесі "қарапайымнан күрделіге дейін" принципі бойынша іске асырылды, ал жобаның тақырыптары жоба командасымен бірге келісіліп анықталды.

Түйін сөздер: жобаға-бағытталған оқыту, Arduino микроконтроллері, командалық жұмыс, танымдық мотивация, дербестік.

Abstract

PEDAGOGICAL EXPERIMENT FOR THE IMPLEMENTATION OF PROJECT-ORIENTED TRAINING OF STUDENTS IN PROGRAMMING MICRO-ROBOTS

Nurbekova Zh.K.[1], Tolganbaiuly T. [1]

[1]L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

This article presents the results of a pedagogical experiment when teaching microrobots programming. The pedagogical experiment was conducted at the Faculty of Information Technology of the LNNU ENU Gumilyov in the form of project-oriented seminars on the Arduino platform (2017-2019). The experiment was attended by 88 first-year IT students. Training in the programming of microrobots is applied and involves the implementation of training projects. Work on projects using microrobots enables the teacher to realize educational goals by attracting knowledge from other areas (programming, physics, mathematics, mechatronics, electronics and others), to introduce creativity into the educational process, and also helps to form key competencies among students. A selection of training projects was carried out taking into account the characteristics of the basic components of microrobots. The distinctive features of the Arduino microcontroller are a simple and understandable Arduino IDE programming environment, cross-platform and open source software. Therefore, projects based on the Arduino microcontroller were proposed: “Smart light”, “Smart traffic light”, “Smart window”, “Smart fun (fan)”, “Smart parking”, “Smart home”. The methodology of teaching microrobots programming involved the implementation of projects on a “from simple to complex” principle, and the topics of the project were determined jointly with the project team of students.

Keywords: project-oriented training, Arduino microcontroller, teamwork, cognitive motivation, independence.

В условиях цифровизации общества, где требуется динамическое улучшение производительности, в свою очередь предусматривает развитие соответствующих компетенций как работающих, так и студентов в университетах. Компетенции для цифровой экономики на данном этапе цифровизации акцент ставит на алгоритмизацию и программирование.

Очевидно, что необходимо использовать проектно-ориентированный метод обучения при изучении дисциплин информационных технологий (программирования, программирования микророботов, образовательная робототехника и др.), так как основу деятельности разработки информационных систем, автоматизированных устройств, роботов составляет «проектирование» [1].

Обучение программированию микророботов имеет прикладной характер и предусматривает реализацию учебных проектов. Работа над проектами с использованием микророботов дает возможность преподавателю реализовать учебные цели посредством привлечения знании из других областей (программирование, физика, математика, мехатроника, электроника и другие), внести творчество в образовательный процесс, а также способствует формированию ключевых компетенций у обучающихся [2].

Наша цель в данном исследовании проверить предложенной нами следующей гипотезы по применению проектно-ориентированного метода при обучении программированию микророботов:

H1: Если методическая система обучения студентов программированию микророботов будет направлена на формирование профессиональных умений и навыков, соответствующих основным этапам жизненного цикла разработки программного обеспечения для микророботов, то можно обеспечить достаточный уровень профессиональной подготовки студентов, способных к проектной деятельности и реализации стартап-проектов по проектированию микророботов.

Педагогический эксперимент проводился в период учебной практики студентов факультета информационных технологий ЕНУ имени Л.Н. Гумилева (2017-2019 гг.). В эксперименте приняли участие 88 студента IT-специальностей первого курса.

Осуществлялся выбор учебных проектов с учетом особенностей базовых компонентов микророботов. В качестве платформы обучения мы выбрали микроконтроллер Arduino. Отличительными особенностями микроконтроллера Arduino является простая и понятная среда программирования Arduino IDE, кросс-платформенность и open source software [3]. Следовательно, были предложены проекты на основе микроконтроллера Arduino: «Smart light», «Smart traffic light», «Smart window», «Smart fun (вентилятор)», «Smart parking», «Smart home» (рисунок 1).

Рисунок 1. Учебные проекты

Методика обучения программированию микророботов предполагала реализацию проектов по принципу «от простого к сложному» и темы проекта определялись совместно с проектной командой студентов. Например, тема проекта «Smart parking» была выбрана в соответствии с коллективными интересами и индивидуальными особенностями студентов. Проекты были разработаны по принципу «от простого к сложному» [2]. Выше описанные проекты представляли комплекс учебно-практических материалов, которые концентрическим способом расширяя и дополняя учебными материалами, направленными на формирование профессиональных умений и навыков по программированию и конструированию микророботов. Методические аспекты педагогического исследования подробно расписаны в нашей предыдущей статье [4].

Во время семинара были созданы проектные команды студентов. При формировании проектной команды в зависимости от специфики проекта определен состав проектной группы: проект менеджер, инженер, программист. Следует отметить что одной из главных особенностей проектной работы заключается в том, что каждый студент получает возможность анализировать задачу, предлагать свои решения, выполнять определенные функции. В конце семинара каждая проектная команда должна разработать проект на основе полученных знаний. Следует отметить, что студенты после наших семинаров под нашим руководством с разработанными проектами участвовали и занимали призовые места в городских, областных и республиканских конкурсах по направлению: «мехатроника и робототехника» [5]. В процессе проведения педагогического эксперимента мы разделили наших слушателей на 2 группы: контрольная и экспериментальная. Обучение обеих групп проводилось по одному учебному плану, но с применением разных методик. В контрольной группе использовалась традиционные методы и средства обучения, а в экспериментальной группе использовался проектно-ориентированный метод обучения на основе учебных проектов по программированию микророботов.

В качестве критериев оценки были взяты разработанные нами тестовые задания «pre-test» и «post-test», проведены анкетирование для контрольной и экспериментальной группы. Тестовые задания «pre-test» были предназначены для определения начального состояния уровни знания у студентов по дисциплине: основы программирования и алгоритмизации. Тестовые задания «post-test» отобраны по ключевым моментам пройденной учебной программы семинара по программированию микророботов [6]. Шкала оценки - от 0 до 100%. На рисунке 2 приведена структура проведения педагогического эксперимента.

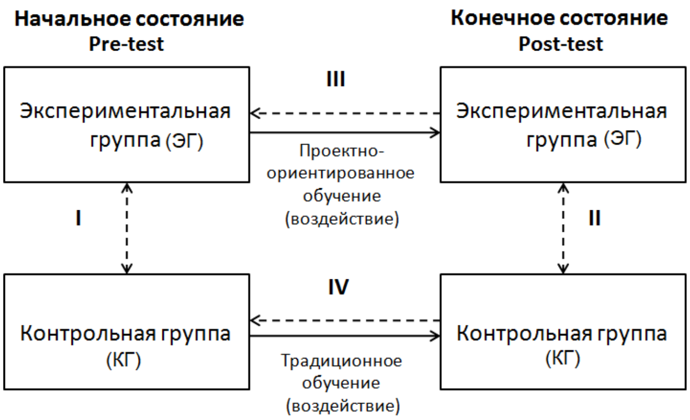


Рисунок 2. Структура педагогического эксперимента

Основная цель эксперимента заключалась в практической проверке научной гипотезы исследования и оценке применяемой методики. В таблице 1 представлены результаты основных характеристик наших выборок, которые участвовали в педагогическом эксперименте.

Таблица 1. Описательная статистика числа правильно решенных задач в контрольной группе и экспериментальной группе до проведения педагогического эксперимента

№	*Знак нумерации, статистический показатель, величина*	*Значение*
1	*Среднее*	*4,5*
2	*Медиана*	*5*
3	*Мода*	*5*
4	*Дисперсия выборки*	*3,3*
5	*Стандартное отклонение*	*1,8*
6	*Объем выборки*	*88*

Мы применили статистические методы для подтверждения или опровержения предложенной гипотезы нашего исследования, то есть по окончанию педагогического эксперимента получить обоснованное решение о различии и совпадении полученных данных.

Наша работа по подтверждению или опровержению предложенной гипотезы исследования состояло из следующих этапов:

1) Вычисление эмпирического значения критерия, на основе результатов pre-test и post-test экспериментальной и контрольной группы;

2) Эмпирическое значение критерия сравнивается с критическим значением критерия (0,05 уровень значимости). Достоверность различий характеристик членов экспериментальной и контрольной группы будет равна 95%, если полученное эмпирическое значение критерия будет больше критического значения [7].

В нашей ситуации мы выбрали критерий однородности χ^2 Пирсона, так как число градаций в порядковой шкале (различных баллов) больше трех (L=4) и объем выборки составляет 88 студента.

Результаты тестовых заданий pre-test и post-test мы систематизировали в порядковую шкалу (таблица 1). Полученные баллы студентов разделили по уровням знаний в процентном соотношении: L=4 (100-90%, 89-75%, 74-50%, 49-0%).

Таблица 2. Результаты измерений уровня знаний в контрольной и экспериментальной группах до и после эксперимента

Баллы (%)	КГ pre-test (студенты)	ЭГ pre-test (студенты)	КГ post-test (студенты)	ЭГ post-test (студенты)
100 – 90	1	0	2	7
89 – 75	9	3	4	17
74 – 50	19	19	27	17
49 – 0	15	22	11	3
Total:	44	44	44	44

Таблица 3. Эмпирические значения критерия χ^2 для всех сравниваемых выборок $\chi^2_{эмп}$ экспериментальной и контрольной группы

	КГ pre-test	ЭГ pre-test	КГ post-test	ЭГ post-test
КГ pre-test	0	4,64	4,26	15,07
ЭГ pre-test	4,64	0	7,20	31,35
КГ post-test	4,26	7,20	0	17,66
ЭГ post-test	15,07	31,35	17,66	0

В таблице 4 приведены критические значение критерия χ^2 для уровня значимости $\alpha = 0.05$. Нашим критическим значением критерия χ^2 будет $\chi^2_{0.05}$=7,82 (L=4, L-1, следовательно, L=3).

Таблица 4. Критические значение критерия χ^2 для уровня значимости $\alpha = 0.05$

L-1	1	2	**3**	4	5	6	7
$\chi^2_{0,05}$	3,84	5,99	**7,82**	9,49	11,07	12,59	14,07

Сравнение данных показало, что характеристики всех сравниваемых выборок до начала педагогического эксперимента совпадают с уровнем 0,05 (таблица 3), нулевая гипотеза (H0) подтвердилась, все эмпирические значения χ^2 меньше критического значения, кроме результатов «post-test».

Поскольку $\chi^2_{эмп}$ = 17,66 > 7,82 = $\chi^2_{0.05}$, то «достоверность различий характеристик эксперментальной и контрольной группы после окончания эксперимента составляет 95%».

В таблице 5 представлены результаты описательной статистики проведенного педагогического эксперимента. Основываясь на данных в таблице 5 можно заметить, что результаты экспериментальной группы значительно выше результатов контрольной группы, а именно среднее арифметическое значение экспериментальной группы больше на 2,6 балла, мода и медиана на 2,5 и 1 балла соответственно.

Значительная разница между экспериментальной и контрольной группой была в величине рассеивания данных вокруг среднего арифметического, значения дисперсий выборки экспериментальной группы уменьшилась вдвое по сравнению с контрольной группой.

Таблица 5. Описательная статистика числа правильно решенных задач в контрольной группе и экспериментальной группе после проведения педагогического эксперимента

№	Статистические данные	КГ	ЭГ
1	Среднее арифметическое	7,9	10,5
2	Медиана	8	10,5
3	Мода	9	10
4	Дисперсия выборки	8	4,3
5	Стандартное отклонение	2,8	2,1
6	Объем выборки	44	44

На основе статистической обработки данных педагогического эксперимента доказано, что методическая система обучения студентов программированию микророботов направленная на формирование профессиональных умений и навыков, соответствующих основным этапам жизненного цикла разработки программного обеспечения для микророботов обеспечивает достаточный уровень профессиональной подготовки студентов, способных к проектной деятельности и реализации стартап-проектов по проектированию микророботов.

На основании всего вышесказанного мы можем констатировать, что методическая система обучения студентов программированию микророботов обеспечивает достаточный уровень профессиональной подготовки студентов, способных к проектной деятельности и реализации стартап-проектов по проектированию микророботов.

Предложенная гипотеза была подтверждена. В ходе проведенного педагогического эксперимента было выявлено, что данный метод обучения дает возможность студентам интегрировать свои знания из разных областей для решения задачи, формировать навыки командной работы, повысить активность на практике и развить умение нестандартно мыслить.

Список использованной литературы:

1. Сидорова Л. В. Использование метода проектов при изучении информационных технологий, Вестник Брянского государственного университета, 2010
2. Нурбекова Ж.К., Толғанбайұлы Т. Результаты опытно-экспериментальной работы при обучении программированию микророботов, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Хабаршы «Педагогика ғылымдары» сериясы, №1(61), Алматы, 2019
3. Нурбекова Ж.К., Толганбайулы Т. Отбор среды обучения программированию микророботов в вузе // XXIV Международной научной конференции «Актуальные научные исследования в современном мире», ГВУЗ «Переяслав-Хмельницкий государственный педагогический университет имени Григория Сковороды, Украина, Переяслав-Хмельницкий, 2017
4. Нурбекова Ж.К., Толғанбайулы Т. Опыт проектно-ориентированного обучения программированию микророботов, «Хабаршы-Вестник Евразийского национального университета им. Л.Н.Гумилева», Астана, 2017
5. Diplomas and certificates. Электронный ресурс: https://drive.google.com/drive/folders/1hPMKrpaYjRsyPW3_GdDOoH8hvWQlPOjq?usp=sharing
6. Nurbekova Z, Tokzhigitova N, Nurbekov B, Jarassova G Multi-criteria Assessment of Students' Study Achievements in Visual Programming., Man In India, 97 (13) : 483-509
7. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях, М.: МЗ-Пресс, 2004. – 67 с

МРНТИ 20.01.45
УДК 373.5.02.016:004(574)

Н.Т. Ошанова[1]*, Г.Ж. Ануарбекова*[1]

[1]*Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

АЛГОРИТМДЕУ МЕН ПРОГРАММАЛАУДЫ ОҚЫТУДА ҰЛТТЫҚ ЕРЕКШЕЛІКТЕР НЕГІЗІНДЕГІ ЕСЕПТЕР ЖҮЙЕСІНЕ ҚОЙЫЛАТЫН ТАЛАПТАР

Аңдатпа

Бұл мақалада мектептің информатика курсында оқытылатын «Алгоритмдеу және программалау» бөлімшесін оқытуда ұлттық ерекшеліктер негізіндегі есептер жүйесінің маңыздылығын қарыстырып отырмыз. Сонымен қатар, «Алгоритмдеу және программалау» бөлімшесін оқыту барысында оқушының ұлттық сана-сезімін оятып, тәрбиелеп, оның бойына халықтық педагогиканы, тіл, дін, тәрбие, ұлттық салт-дәстүр, үлгі-өнегені сіңірту керек екені туралы айтылады. Есептер, есептер жүйесі, ұлттық мазмұнды есептер жүйесі ұғымдарына анықтама беріліп, оларға қойылатын әдістемелік талаптар көрсетілген. Есептің функциялары, есептер жүйесінің принциптеріне тоқталған. Ұлттық мазмұнды есептерге алгоритм және программа құру - мұғалім оқушының терең ойлау әрекетін жандандыруға арналған әдістемелік тәсіл ретінде қолданылатыны қарастырылады. Ұлттық ерекшеліктер негізіндегі есептердің көмегімен алгоритмдеу және программалауды оқытуда оқушының жеке тұлға ретінде қалыптасуын, оның қабілетінің ашылуын, оқуға деген қызығушылығын арттыратыны қарастырылған.

Түйін сөздер: есептер, есептер жүйесі, ұлттық мазмұнды есептер жүйесі, ұлттық мазмұнды есептерге жүйесіне қойылатын талаптар, есептер жүйесінің принциптері, алгоритмдеу және программалау.

Аннотация

Н.Т. Ошанова[1]*, Г.Ж. Ануарбекова*[1]

[1]*Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г.Алматы, Казахстан*

ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМЕ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ НАЦИОНАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ В ОБУЧЕНИИ АЛГОРИТМИЗАЦИИ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В данной статье мы рассматриваем важность системы задач на основе национальных особенностей обучения подразделению «Алгоритмизация и программирование», изучаемого на курсах информатики школы. Кроме того, в процессе обучения подразделению «Алгоритмизация и программирование» говорится о том, что обучающийся должен пробуждать и воспитывать национальное самосознание, прививать в них народную педагогику, язык, религию, воспитание, национальные традиции, обычаи и традиции. Даны определения понятиям системы задач, системы национальных содержательных задач, приведены методические требования к ним. Рассмотрены функции задач и принципы системы задач. Разработка алгоритма и программы к задачам национального содержания рассматривается как методологический подход для активизации познавательной деятельности учащихся. В процессе изучения алгоритмизации и программирования с помощью задач на основе национальных особенностей предусматривается формирование личности учащегося, раскрытие его способностей, повышение интереса к учебе.

Ключевые слова: задачи, система задач, система задач национального содержания, требования к системе задач национального содержания, принципы системы задач, алгоритмизация и программирование.

Abstract

REQUIREMENTS FOR A SYSTEM OF TASKS BASED ON NATIONAL FEATURES OF LEARNING ALGORITHMIZATION AND PROGRAMMING

Oshanova N.T.[1]*, Anuarbekova G.D.* [1]

[1]*Abai University, Almaty, Kazakhstan*

In this article, we consider the importance of a system of tasks based on national characteristics of training in the "Algorithmization and programming" division, which is studied in the school's computer science courses. In addition, in the course of training in the "Algorithmization and programming" division, it is stated that the student must awaken and educate the national consciousness, instill in them folk pedagogy, language, religion, education, national traditions, customs and traditions. Definitions of the concepts of the system of tasks, the system of national content tasks, and methodological requirements for them are given. The functions of tasks and the principles of the task system are considered. The development of an algorithm and program for problems of national content is considered as a methodological approach to enhance the cognitive activity of students. In the process of learning algorithmization and programming using problems based on national characteristics, it is provided to form the student's personality, reveal his abilities, and increase interest in learning.

Keywords: tasks, system of tasks, system of tasks of national content, requirements for the system of tasks of national content, principles of the system of tasks, algorithmization and programming.

Бүгінгі жалпы орта білім беретін мектептердің алдында тұрған басты міндет–оқушының ұлттық сана-сезімін оятып, тәрбиелеп қана қоймай, оның бойына халықтық педагогиканы, ғасырлар бойы қалыптасқан тіл, дін, тәрбие, ұлттық салт-дәстүр, үлгі-өнегені сіңірту. Ұлт болашағы бүгінгі оқушыларымыздың білім мен біліктілігіне, санасы мен тәрбиелілігіне байланысты [1].

««Қазақстан-2050» Стратегиясы қалыптасқан мемлекеттің жаңа саяси бағыты» атты Қазақстан халқына Жолдауында ұлт Көшбасшысы: «Бала тәрбиелеу – болашаққа ең үлкен инвестиция. Біз бұл мәселеге осылай қарап, балаларымызға жақсы білім беруге ұмтылуымыз керек» – деп [2] және «Төртінші өнеркәсіптік революция жағдайындағы дамудың жаңа мүмкіндіктері» [3] атты Қазақстан халқына Жолдауында «Білім берудің барлық деңгейінде математика және жаратылыстану ғылымдарын оқыту сапасын күшейту керек делінген.

Информатика сабағында оқушылардың ұлттық таным-дағдысын қалыптастыру арқылы өз ұлтының даналығын терең таныту және патриоттық сезімін ояту, шыншылдыққа, дәлдікке, еңбекқорлыққа, төзімділікке тәрбиелеу, шығармашылыққа баулуымыз қажет. Тұлға өзінің қалыптасу үдерісінде туған ортаның қасиетін бойына сіңіреді, ал әрбір ұлттың өзіне тән ерекшеліктері, мінез-құлықы пен ойлау қабілеттері бар. Бұл ерекшеліктер жеке адамға ғана емес, қоғамдық өмірдің түрлі үдерістері мен құбылыстарына да әсер етеді. Информатика пәнін оқытуда есептер жүйесі білімді, іскерлікті және дағдыларды қалыптастырудың құралы болып табылады, теориялық білімнің практикамен байланысын қамтамасыз етеді. Сонымен қатар, есептер жүйесі меңгеруге жататын іс-әрекеттер әдістері мен тәсілдерін білдіреді және оқушылардың оқу-танымдық қызметін ұйымдастыру тәсілі ретінде қарастырылады.

Информатика пәнінің «Алгоритмдеу және программалау» бөлімшесін оқытуда тұрақты білімді қалыптастырудың тиімді қолданбалы тәсілінің бірі есептер болып табылады. Д. Толлингерованың пікірінше "есептер барлық тәрбие-білім беру үдерісі арқылы төмендегідей әртүрлі функцияларды орындайды: оқушыларды белсендіреді және ынталандырады, оларды оқу іс-әрекетіне деген қызығушылығын арттырады, оқу үдерісінің барысын сақтайды, оқу нәтижелерін анықтау құралы болып табылады [4]. Білімнің сапасы, оның тұрақтылығы, жинақталу деңгейі, практикалық жүзде пайдаланылуы есептерге байланысты болып келеді [5]. Психологиялық – педагогикалық және дидактикалық әдебиеттерге жасалған талдауларда есептер төмендегідей болуы қажет:

- есептер қандай да бір нәтижеге беруге бағытталуы қажет;
- есептер оқушылардың ақыл – ойын дамытуға арналуы қажет;
- оқу іс-әрекеттерін эмоциялық қолдау көрсетіп, оны ынталандыру керек;
- өмірлік маңызды практикалық есептерді өз бетінше шешуге баланың қызығушылығын арттыруы қажет.

Іс жүзінде барлық оқу іс-әрекеттері есептер жүйесі ретінде ұсынылуы тиіс (Д.Б. Эльконин, В.В. Давыдов, А.Г. Балл). Жүйедегі есептер жиынтығы өзара бір-бірімен байланыста болады және оқыту үдерісінде белгілі бір дидактикалық функцияларды орындайды. "Бұл ретте жүйе элементтері арасында ғана емес, сыртқы ортамен байланысы зерттелуі тиіс» [6]. Әрбір есеп адамның ойлану іс-әрекеті үшін интеллектуалды кеңістік болып табылады, олар белгілі бір әдістердің, тәсілдердің, құралдардың көмегімен есептердің талаптарын орындауға бағытталады. Егер белгілі бір пәнді оқу барысында толық көлемде есептердің барлық түрлері мен типтері (есептердің мазмұны тәсілі бойынша, когнитивтік талаптардың сипаты бойынша, шешу тәсілі бойынша, ұсынылған мақсаты бойынша, күрделілік дәрежесі және т. б. бойынша) ұсынылса онда есептер жүйесі алынады (Г.Д. Бухарова).

Дидактикалық функциялар тұрғысынан есептер оқушылардың өзіндік танымдық белсенділігін және шығармашылық ойлау қабілеттін арттыруға бағытталуы тиіс. Есептің мазмұнын тапсыру тәсілдері, шарттардың берілуі, шешу әдістері, есептің берілу мақсаты, күрделілік дәрежесі – бұл оқу үдерісін басқаратын, дамытатын және оқытатын жүйе ретінде есептер жиынтығының негізгі функциялары болып табылады. Оқыту функциясы есептердің мазмұны мен оны шешу үдерісінде білім алушы үшін жаңа білім ұсынылуынан тұрады. Есептерді дамыту функциясы түсініктерді қалыптастырумен тығыз байланыста болатын ойлау қабілетін дамыту болып табылады. Есептердің мазмұнында берілетін ақпараттар және есепті шешу үдерісі танымдық сипаты ғана емес, сонымен қатар тәрбиелеуші сипаты да болуы қажет. Есептер жүйесінің мақсатты болуы – басқару функциясы сипаттайды. Сондықтан, мұғалім міндеттерінің бірі - оқушылардың оқу материалдарына және педагогикалық мақсатқа сай етіп есептерді құру болып табылады [7]. Есептің оқыту функциясы оқушының ой-өрісін кеңейтуге арналған, яғни оқушының оқу соңында не білетінін анықтайды, онда есептің дамыту функциясы - оқушының оқу әрекетін қалыптастырады және осылайша оқуды басқарады.

Енді есептер жүйесіне қойылатын талаптарға тоқталайық. В.А. Далингертің пікіріне сүйене отырып, есептің дидактикалық жүйесі деп оқу үдерісінде белгілі бір дидактикалық қызметтерді орындайтын және бір бірімен өзара байланыста болатын есептердің біртұтастығын айтамыз. Көптеген әдіскерлер есептер жүйесін құру принциптерін қалыптастырды. Олардың ішінен Я.И. Груденов, В.А. Далингер, Ю.М. Колягин, М.Р. Леонтьев, Г.И. Саранцев, С.Б. Суворов және өзге де авторларды атауға болады. Аталған авторлардың жұмысын талдау негізінде принциптерді және есептер жүйесіне қойылатын талаптарды атаймыз. Көптеген авторлар есептер жүйесі *толықтық, салыстыру, қол жетімділік, күрделіліктің біртіндеп өсуі, әртүрлілік, үздіксіз қайталану принциптерін* қанағаттандыруы тиіс дейді. Я.И. Груденов есептер жүйесін құрастыру кезінде дидактикалық принциптер ескерілуі тиіс деген пікір айтады. В. А. Далингер есептердің дидактикалық жүйесін құрудың негізіне тұтастық, көп деңгейлі, көп функциялық және шындықдық әдіснамалық принциптерді қояды. С.Б. Суворова есептер жүйесі білімді меңгеруге бағытталғанын атап өтеді. Өз жұмысында ол ұғымдарды, теоремаларды, есептерді шешу тәсілдерін меңгеруге бағытталған жаттығулар жүйесін құру принциптерін атап көрсетеді.

Принциптерді іске асыру есептер жүйесіне белгілі бір талаптар қояды. Мәселен, есептер жүйесі *толықтық принципін* қанағаттандыру үшін, ол меңгеруге жататын барлық тапсырмалар түрлерін қамтуы тиіс. *Салыстыру принципі* тура және кері операциялардың есептерінде кезектестіруді талап етеді. Оқытудың *қол жетімділік принципі*-оқытудың дұрыс белгіленген қол жетімділігі, білім алушыларда бар білімі мен ұсыныстарға зерделенетін білімнің мазмұны мен көлемінің сәйкестігі болып табылады. *Күрделіліктің біртіндеп өсу принципі* қарапайым есептерді қиындау қажеттілігін білдіреді. Бір типті есептер жүйесін бұрын оқыған материалды қайталау үшін бақылау мысалдарымен және есептермен әр түрлі ету қажет. Бұл талап әртүрлілік және үздіксіз қайталау қағидаттарынан туындайды.

Н. Келбакиани, М.В. Крутихина, И.М. Шапиро және т. б. жұмыстарда ұғымды қалыптастыруға бағытталған есептер жүйесіне қойылатын әдістемелік талаптар көрсетілген. Есептер төмендегі берілгендерді қамтуы қажет:

- ұғымды енгізу мотивациясына ықпал ету;
- есептер жүйесінде көрнекі бейнелер мен нақты көріністерді қалыптастыруға бағытталған жұмыс көзделуі тиіс, олардың негізінде жаңа ұғым енгізілуі мүмкін;
- ұғымның маңызды қасиеттерін анықтау;
- ұғымның маңызды қасиеттерін меңгеруге, оларды синтездеуге ықпал ету;
- терминологияны меңгеруге, ұғымды анықтауға, ұғымның ішкі мазмұны мен оның сыртқы көрінісі арасындағы дұрыс қатынасты құруға ықпал ету;
- оқушылардың түсінік көлемі туралы дұрыс түсінігін қалыптастыру;
- қарапайым, жеткілікті сипатты жағдайларда ұғымды саналы қолдануды қалыптастыру;
- басқа ұғымдармен әртүрлі байланыстарға және логикалық қарым-қатынастарға түсінік енгізу;
- стандартты емес жағдайларда ұғымдарды қолдана білуді қалыптастыру.

Жоғарыда берілгендерді ескере отырып, ұлттық мазмұнды есептер жүйесіне қойылатын талаптарға тоқталайық. Ең алдымен ұлттық мазмұнды есептер туралы қарастырайық. Ұлттық мазмұнды есептерге географиялық, экономикалық, экологиялық, салт - дәстүр, әдет – ғұрыптар және т.с.с. дәріптейтін есептер жатады деп түсінеміз.

Н.А. Корощенконың еңбектерінде білім берудегі ұлттық аймақтық принциптерді жүзеге асыруға бағытталған ұлттық мазмұнды есептерге қойылатын талаптар келтірілген. Н.А. Корощенконың (1998) зерттеулерінде аймақтық мазмұнды есептер ұғымы анықталған және осындай типтегі есептерге қойылатын әдістемелік талаптар қойылған. Зерттеуші талаптар мектеп бағдарламасына сай болуы қажет, есептер оқу әдебиеттеріндегі есептердің қиындығынан асып кетпеуі қажет, есептерді шешу барысында оқытудың деңгейлік саралануы ескерілуі қажет деген пікірін айтады. Есептің мазмұнын іріктеу оқушылардың болашақ кәсіби қызметімен байланысын ескеруі керек, - дейді [11].

Бұл зерттеудегі қалыптастырылған әдістемелік талаптар өзге де ғалымдардың жұмыстарында жалғасын тапты. Е.И.Якшинның (2000) зерттеу жұмыстарында Ханты-Мансий автономиялық аймағының ұлттық мектептері үшін есептер жинағына қойылатын талаптар әзірленді және олардың негізінде – оқушылардың ойлау қабілетін қабылдау ерекшеліктерін ескере отырып, ұлттық мектептердің 5-6 сынып оқушыларына арналған сұрақтар, жаттығулар мен міндеттер жүйесі дайындалды [12].

А.С. Монгуш (2002) ұлттық-аймақтық мазмұнды есептерді пайдалану оқушылардың математикалық білім сапасын арттыру факторы ретінде қарастырады [13]. А.С. Монгуш пікірінше есептер өңір дамуының әлеуметтік және экономикалық ерекшеліктерін көрсетуі, өндірісте пайда болатын жағдайларды қамтуы, нақты тұрмыстық жағдайларда және осы өңір адамдарының кәсіптерінде математикалық білімдерді қолдануды көрсетуі тиіс, - деген ойын айтады.

Ю.В. Балашов (2011) Ханты-Мансий автономиялық округінің ұлттық мектептері оқушыларының этнопсихологиялық ерекшеліктерін ескере отырып математикаға оқыту үдерісін ұйымдастыруға баса назар аударады [14]. Ю.В. Балашов аймақтық мазмұнды практикалық есептер мүмкіндігінше оқушының жеке тәжірибесін, сондай-ақ математикалық білімді тиімді пайдалануға мүмкіндік беретін жергілікті материалды көрсетуі тиіс деп есептейді.

Я.И. Груденов, В.А. Далингер, В.Н. Келбакиани, Н.А. Корощенко, Н.В. Крутихина, Г.И. Саранцев, И.М. Шапиро және өзге де авторлардың есептер жүйесіне берілген талаптарын талдай келе, біз бұл талаптар негізінен дидактикалық факторларда айқындалады, демек, есептер мектеп бағдарламасына сәйкес келуі қажет, пән аралық байланыста қамтамасыз етуі қажет, білімді меңгеруге бағытталауы қажет, шынайы жағдайларды қажет етуі керек деген пікірге келеміз.

Білім беру заңында «Білім беру жүйесінің басты міндеті- ұлттық және жалпы азаматтық құндылықтар, елжандылыққа, өз Отаны – Қазақстанды сүюге халық дәстүрлерін қастерлеуге тәрбиелеу» делінген. Сондықтан мұғалім жан – жақты жетілген, білімді, халықтық дәстүр, әдет – ғұрып пен салт – сана ерекшеліктерінен сусындаған шәкірт тәрбиелеуі тиіс [2]. Өйткені, білім мен ғылымды өз дәрежесінде меңгерген елдер ғана экономикалық дамуда әлемдік дамудың алдыңғы көшінде бола алады [8]. Қазақ халқы ерте замандарда ғылым мен білімге еркін қолы жетпесе де өмірлік тәжірибеден оқып үйреніп талғай біліп, шеберліктің небір сан саласын асқан ұқыптылықпен сақтап, біздің дәуірімізге жеткізе білген [9]. Тәуелсіз, тұғырлы мемлекет өз ұлттық тәрбиесін ұрпағына еркін дарыта отырып, танытар болса, ол елдің болашағы жарқын болатынына күмән жоқ. Мектеп оқулықтарының мазмұны көбіне жергілікті жердің мәдениетін, тұрмыс-тұрпатын, ұлттық қабылдауларды ескермей, дерексіз сипатта болады.

Ұлттық дәстүрлі мазмұндағы есептер, қазақтың қара есептері, ұмытыла бастаған ұлттық дәстүрлеріміз, сондай-ақ ертегі есептер, ұлттық ойындар, қазақтың байырғы өлшем бірліктері, қазақша жыл есептеулер т.с.с оқушылардың ұлттық дүние танымын кеңейтеді.

5-9 сынып оқушылары арасында жүргізген бақылауымызда балаларға өздерінің жас өспірім кезінен белгілі ата-аналарының тұрмысында, шаруашылық қызметінде, қоршаған табиғатта кездесетін өмірлік жағдайлар оларға өте қызықты. Қызығушылық оқушының оқуға деген мотивациясын тудырады, демек, іс-әрекеттің мақсаты, оған қол жеткізу құралдары мен нәтижесіне сәйкес келеді.

Біз ұлттық мазмұнды есептер жүйесіне есептің шартын жарқын, бейнелі, қоршаған шындыққа сәйкес келетін жағдайлармен толтырудың қосымша талабы қойылуы тиіс деп есептейміз.

Әдістемелік зерттеулерді талдау негізінде, оқушылардың ұлттық ерекшеліктерін және олар тұратын аймақтың экономикалық жағдайларын ескере отырып, біз *ұлттық мазмұны бар есептер жүйесіне мынадай талаптарды* қалыптастырдық:

- ұлттық мазмұны бар есептер мектептегі информатика курсының бағдарламасына сәйкес құрастырылуы тиіс;
- ұлттық мазмұны бар есептер мектептегі информатика курсының әрбір оқылатын тақырыбы бойынша есептер жүйесіне барабар болуы тиіс;
- ұлттық мазмұны бар есептер мектеп оқулықтары мен оқу-дидактикалық материалдардың есептері қиындық деңгейі бойынша аспауы тиіс;
- ұлттық мазмұны бар есептер толықтық, қол жетімділік, күрделіліктің біртіндеп өсуі және т.с.с есептер жүйесіне қойылған негізгі әдістемелік талаптарды қанағаттандыруы қажет;
- ұлттық мазмұны бар есептер өндірісте пайда болатын жағдайларды қамтуы, нақты тұрмыстық жағдайларда және адамдарының кәсіптерінде алгоритмдеу және программалау бөлімшеллерін қолдануды көрсетуі тиіс;
- ұлттық мазмұны бар есептер оқылатын тақырыпқа сәйкес келетін экономикалық есептер кіруі тиіс;
- ұлттық мазмұны бар есептер шартында республиканың экономикалық және әлеуметтік дамуы туралы нақты статистикалық деректер пайдаланылуы тиіс;
- ұлттық мазмұны бар есептер шартында алгоритм мен программа құруды жеңілдетуге мүмкіндік беретін әдеттегі күнделікті және өмірлік жағдайлар болуы тиіс.

Демек, оқушылар ұлттық мазмұнды есептерді шығара отырып, оларға алгоритм мен программа құру - бұл оқушылардың ойлау қабілетін тереңдетіп, логикасын жетілдіріп, жылдам ойлауға, алғырлыққа, тапқырлыққа тәрбиелей отырып, халқымыздың өткен тарихына көз жүгіртеді. Ұлттық мазмұнды есептерге алгоритм және программа құру - мұғалім оқушының терең ойлау әрекетін жандандыруға арналған әдістемелік тәсіл ретінде қолданады. Жаңа тақырыпты түсіндіру, бекіту, қайталау, есте сақтау жаттығуларын орындау және сыныптан тыс сабақтарды ұйымдастыру барысында ұлттық мазмұнды есептер жүйесі өтілетін тақырыпқа және жас ерекшелігіне сәйкес сұрыпталуы қажет.

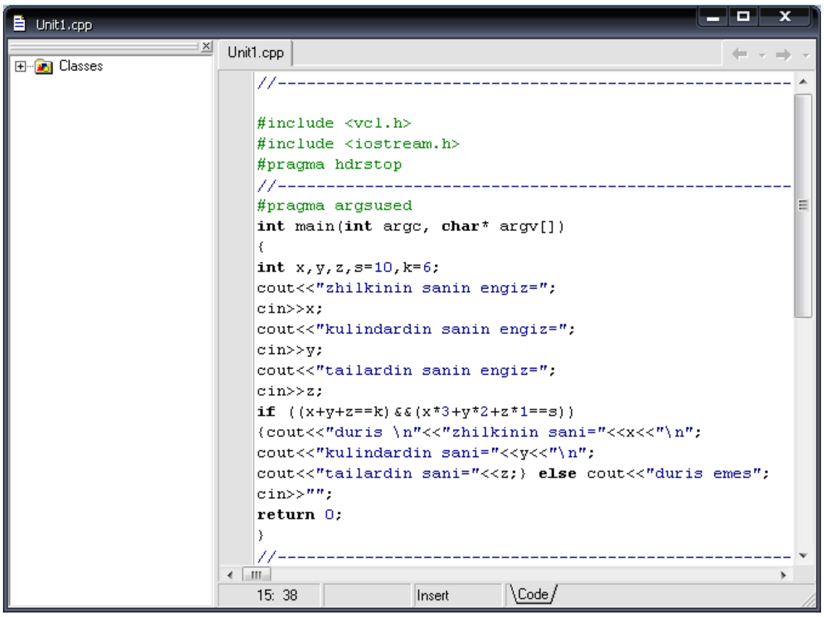
Жас ұрпаққа жан-жақты білім беру әрбір ұстаздың басты міндеті. Қай әдісті пайдалансақ та алға қойған мақсат біреу. Ол оқу бағдарламасының материалдық мазмұнын оқушы бойына сіңіру, бірақ оған барар жол әркім үшін әртүрлі. Осы жерде Абай атамыздың «Тілге жеңіл, жүрекке жылы тиіп, теп-тегіс, жұмыр келсін айналасы» деген сөздері еске түседі. Себебі оқушыларымызға ұсынар оқыту әдіс-тәсілдеріміз олардың көңілдеріне қонымды, ойларынан шыққаны тиімдірек деп ойлаймыз. Бүгінгі заманауи мектептердің негізгі міндеті оқушының жеке басының қалыптасуын, оның қабілетінің ашылуын, оқуға деген қызығушылығын арттыру арқылы бәсекеге қабілетті, жан-жақты дамыған тұлға тәрбиелеу. Оқушы оқу міндеттеріне сай өз бетімен жұмысын жоспарлай білуге, уақытты дұрыс пайдалануға, өз әрекетін қадағалауға, бағалауға, өзін-өзі басқаруға дағдыланады.

Ұлттық мазмұнды есепке мысал қарастырайық. Мысалы, *Жылқыға жем беру* есебі. Бір малшы алты жылқысына күн сайын он қадақ сұлы беріп жүреді. Жем жылқының жасына қарай бөлінеді: биеге - үш қадақ, құлындарына - екі қадақ, ал тай басына бір қадақтан береді. Мал иесі алыстан үйіне келіп қонақ болып отырған жекжатына әңгіме арасында өзінің осы тіршілігін айтып қалады. «Сонда бие нешеу, құнан нешеу, тай нешеу болғаны?» - деп, қонақ жылқы санын іштей есептеуге көшіпті [10].

Си программалау тілінде табылған жылқы санының дұрыстығын есептейтін программа құрайық.

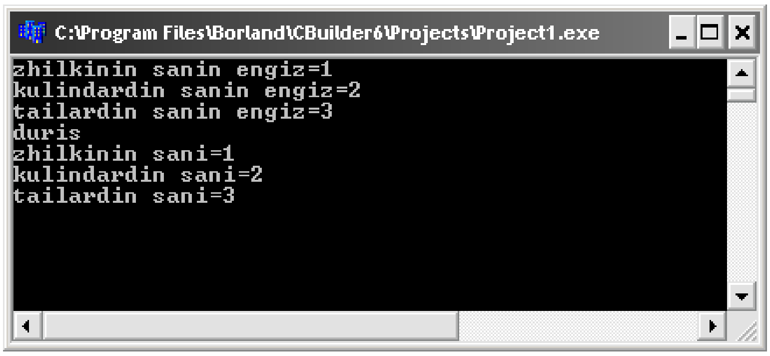
```
#include <vcl.h>
#include <iostream.h>
#pragma hdrstop
#pragma argsused
int main(int argc, char* argv[])
{
int x,y,z,s=10,k=6;
cout<<"zhilkinin sanin engiz=";
cin>>x;
cout<<"kulindardin sanin engiz=";
cin>>y;
cout<<"tailardin sanin engiz=";
cin>>z;
if ((x+y+z==k)&&(x*3+y*2+z*1==s))
{cout<<"duris \n"<<"zhilkinin sani="<<x<<"\n";
cout<<"kulindardin sani="<<y<<"\n";
cout<<"tailardin sani="<<z;} else cout<<"duris emes";
cin>>"";
return 0;
}
```

Есептің программалау тілінде берілуі сурет -1 көрсетілген.



Сурет 1. Жылқыға жем беру есебі

Программаның орындалуы барысында алынған нәтиже сурет-2 көрсетілген.



Сурет 2. Алынған нәтиже

Қорыта келгенде, біздің заманымызда қоғамды дамыту үшін жеке тұлғаның алдында тұрған негізгі міндеттердің бірі - қоғам құруға өзінің бар мүмкіндігін жұмсайтын шығармашыл, қабілетті маман болу. Осы талапқа сай мамандарды дайындауды мектеп қабырғасынан бастау керектігі белгілі. Осы орайда ұлттық мазмұнды есептер жүйесінің алатын орны зор. Олай болса, ұлттық ерекшеліктерді жастайынан бала бойына сіңіре білсек еліміздің ертеңі ашық, келешегі жарқын да нұрлы болмақ.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі:

1 Қазақстан Республикасы білім берудің барлық деңгейіндегі білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарты //ҚР Үкіметінің 2018 жылғы 31 қазандағы № 604 Қаулысымен бекітілген.- Астана, 2018.

2 Қазақстан Республикасының Президенті – Елбасы Н.Ә. Назарбаевтың Қазақстан халқына Жолдауы «Қазақстан-2050» Стратегиясы қалыптасқан мемлекеттің жаңа саяси бағыты

3 Қазақстан Республикасының Президенті Н. Назарбаевтың Қазақстан халқына Жолдауы «Төртінші өнеркәсіптік революция жағдайындағы дамудың жаңа мүмкіндіктері». 2018 жылғы 10 қаңтар.

4 Толлингерова Д., Голоушова Д., Канторкова Т.К. Психология проектирования умственного развития детей. М. Прага. 1994. С. 47

5 Ошанова Н.Т., Ануарбекова Г.Ж. Негізгі мектепте алгоритмдер мен программалауды оқытуда ұлттық ерекшеліктер негізіндегі есептердің алатын орны // Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университетінің 90 жылдығына арналған «Математикалық модельдеу мен ақпараттық технологиялар білімде және ғылымда» VIII халықаралық ғылыми–әдістемелік конференция материалдары, - Алматы, -2018. Б290-294

6 Понятийный аппарат педагогики и образования: Сб. науч. тр. / Отв. ред. Е.В. Ткаченко. Вып. 2. Екатеринбург: Издательство «СВ-96», 1996. 340 с.

7 Ошанова Н.Т., Ануарбекова Г.Ж. Ұлттық ерекшеліктер негізінде алгоритмдеу мен программалауды оқытудың жолдары// «Интелектуалдық ақпарттық және коммуникациялық технологиялар – «Қазақстан-2050» стратегиясы аясында үшінші индустриалды революцияны жүзеге асырудың құралы» атты V халықаралықғылыми –практикалық конференция еңбектері. – Астана, -2018. Б163-166

8 Сәдуақасов Ә. Қазақ мектептерінің оқу – тәрбие процесінде халық педагогикасы дәстүрлерін пайдалануды ұйымдастыру шарттары: пед.ғыл.канд. ...диссерт. – Алматы, 2004. – 178 б.

9 Байбақтина А.Т. Болашақ информатика оқытушыларына программалау негіздерін оқытуды жобалар әдісі бойынша жетілдіру: пед.ғыл.канд. ... диссерт. – Алматы, 2007. – 125 б.

10 Елубаев С. Қазақтың байырғы қара есептері. Алматы:Қазақстан, 1996.-38 бет

11 Корощенко, Н. А. Этнографическое региональное содержание как фактор формирования творческой активности учащихся в процессе обучения математике [Электронный ресурс] / Н. А. Корощенко, Т. И. Кушнир // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2015. – № 6 – С. 504-508

12 Якшин, Е. И. Преподавание математики в условиях национальных школ Ханты-Мансийского автономного округа (На примере 5-6-х классов) [Текст] : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Якшин Евгений Иванович; Новосиб. гос. пед. ун-т. – Новосибирск, 2000. – 150 с.

13 Монгуш, А. С. Использование прикладных задач с национально-региональным содержанием как фактор повышения качества математических знаний учащихся 5-9 классов: На примере Республики Тыва [Текст] : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Айлана Севеновна Монгуш. – Новосибирск, 2002. – 151 с.

14 Балашов, Ю.В. Организация процесса обучения математике учащихся 5-6 классов национальных школ Севера с учетом их этнопсихологических особенностей: (на примере национальных школ Ханты-Мансийского автономного округа) [Текст] : дисс. ... кан. пед. наук : 13.00.02 / Балашов Юрий Викторович; Омский государственный педагогический университет. – Омск, 2011. – 187 с.

МРНТИ 14.25.09
УДК 373.1

А.Е. Сагимбаева[1], С. Авдарсоль[1]

[1] Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

КРИТЕРИАЛДЫ ТӘСІЛ НЕГІЗІНДЕ ИНФОРМАТИКАДАН ОҚУШЫЛАРДЫҢ ФУНКЦИОНАЛДЫҚ САУАТТЫЛЫҒЫН БАҒАЛАУ

Аңдатпа

Мақалада критериалды тәсіл негізінде информатикадан оқушылардың функционалдық сауаттылығын бағалау жүйесін қолдану ерекшеліктері анықталады. Жаңартылған білім беру бағдарламасында пәнді ғана меңгертіп ғана қоймай, оқушылардың функционалды сауаттылығын қалыптастыруға баса назар аударылады. Бұл ерекшеліктер тек оқушы үшін ғана емес, пән мұғалімі үшін де жан-жақты ізденісті, шығармашылықты талап етеді. Сондықтан да оқушының білімін бағалауда пән бойынша бағдарлама мазмұны мен оқыту мақсатына сәйкес бағалау тапсырмасын құру күрделі мәселелердің бірі. Тапсырма түрін таңдау, бағалау тәсілін анықтау, сапалы тапсырма құру деген мәселелер жиі кездеседі.

Сондықтанда Білім беру үдерісіндегі функционалдық сауаттылықты қалыптастыру әдістемесі жасөспірімдер жасындағы ерекшеліктерін ескере отырып, Информатика пәнінен оқушылардың функционалдық сауаттылығын қалыптастыруда деңгейлік тапсырмаларды құрастыру арқылы сабақтың тиімділігін арттыруда тақырып бойынша жасалған деңгейлік тапсырмалар жүйесі дамыта оқытуды жүзеге асыру мүмкіндіктері анықталады. Оқушылардың функционалдық сауаттылығын арттыру үшін әртүрлі деңгейдегі тапсырмалар құрастыру арқылы оқушылардың оқу қызметін бағалау жүйесі оқушының дамуына, оның қызығушылығын, ынтасын арттыруға бағытталған бағалау мүмкіндіктері қарастырылады.

Түйін сөздер: критериалды тәсіл, функционалды сауаттылық, цифрлық технологиялар, деңгейлік тапсырмалар, бағалау, құзыреттілік.

Аннотация

А.Е. Сагимбаева[1], С. Авдарсоль[1]
[1] Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г.Алматы, Казахстан

ОЦЕНКА ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПО ИНФОРМАТИКЕ НА ОСНОВЕ КРИТЕРИАЛЬНОГО ПОДХОДА

В статье определяются особенности применения системы оценки функциональной грамотности учащихся по информатике на основе критериального подхода. В обновленной образовательной программе особое внимание уделяется не только изучению предмета, но и формированию функциональной грамотности учащихся. Эти особенности требуют всестороннего поиска, творчества не только для учащегося, но и для учителя-предметника. Поэтому одной из серьезных проблем при оценке знаний учащихся является разработка заданий в соответствии с содержанием программы и целями обучения по предмету . Часто возникают вопросы выбора типа задания, определения способа оценки, создания качественных заданий.

При формировании функциональной грамотности учащихся по информатике определяются возможности реализации повышения эффективности урока путем формирования уровневых заданий. Для повышения функциональной грамотности учащихся посредством составления заданий различного уровня рассматривается система оценивания учебной деятельности учащихся, ориентированная на развитие ученика, повышение его интереса.

Ключевые слова: критериальный подход, функциональная грамотность, цифровые технологии, уровневые задания, оценивание, компетентность.

Abstract

ASSESSMENT OF STUDENTS ' FUNCTIONAL LITERACY IN COMPUTER SCIENCE BASED ON A CRITERIA-BASED APPROACH

Sagimbayeva A.E.[1] , AvdarsolS. [1]
[1] Abai University, Almaty, Kazakhstan

The article identifies the features of the application of the system of assessing functional literacy of students in computer science based on a criteria-based approach. In the updated educational program, special attention is paid not only to the study of the subject, but also to the formation of functional literacy of students. These features require a comprehensive search, creativity not only for the student, but also for the subject teacher. Therefore, one of the serious problems in assessing students' knowledge is the development of tasks in accordance with the content of the program and the objectives of training in the subject.

Often there are questions of choosing the type of task, determining the method of assessment, creating quality tasks. In the formation of students' functional literacy in computer science, the possibilities of implementing developmental learning using the system of tasks of various levels developed on the topic of improving the effectiveness of the lesson are identified, therefore, the methodology for the formation of functional literacy in the educational process, taking into account the characteristics of adolescence, determines the possibility of implementing developmental learning. To increase the functional literacy of students through the preparation of tasks of various levels, a system for assessing the educational activity of students, focused on the development of the student, increasing his interest, is considered.

Keywords: criteria approach, functional literacy, digital technologies, level tasks, assessment, competence.

Қазіргі кезде орта білім беру жүйесіндегі жаңартылған білім беру мазмұны оқушылардың функционалдық сауаттылықтарын қамтамасыз ететін дағдылардың кең ауқымын дамытудың үздік халықаралық тәжірибесіне бағытталып, оқушылардың функционалдық сауаттылығы пен олардың сыни тұрғыдан ойлау қабілетін дамытуға мүмкіндік береді. Ақпараттық қоғамның үздіксіз дамуы жағдайында әрбір қоғам мүшесі ақпараттық технологияларды жете меңгеріп, оны өз қажеттіліктеріне қарай ұтымды пайдалана білуін қамтамасыз етуде, оқушылардың функционалдық сауатылығының компоненттері болып табылатын ақпараттық мәдениетті қалыптастыруда, сонымен қатар, ақпараттық және технологиялық құзыреттіліктерді қалыптастыруда информатика пәнінің рөлі зор екендігі белгілі [1]. Құзыреттілік тәсіл шеңберінде оқушылардың функционалдық сауаттылық деңгейі қоғамда қабылданған нормалар, ережелер, нұсқаулықтар бойынша әрекет ету біліктілігінің қалыптасуын көрсетеді, соынмен қатар әлеуметтік функцияларды іске асыруға байланысты стандартты және стандартты емес өмірлік міндеттерді шешу қабілеттілігімен сипатталады.

Функционалдық сауаттылық – адамның, қоғамның сыртқы ортамен қарым-қатынас жасау қабілеті және өзгермелі жағдайларға тез бейімделе білу.

Функционалдық сауаттылық білім берудің көп жоспарлы адам қызметімен байланысын біріктіретін тұлғаның әлеуметтік бағдарының тәсілі ретінде кеңірек анықтауда.

Сондықтан да, бүгінгі мектеп бітіруші түлек:

- өзгермелі өмірлік жағдайларда икемді бейімделу,
- қажетті білімді өз бетінше алу;
- ақпаратпен сауатты жұмыс істеу;
- өз бетінше сыни ойлау;
- олар алған білімдерін қоршаған ортада қолдануға болатынын нақты түсіну;

-жаңа идеяларды қалыптастыра алатын, шығармашылықпен ойлайтын, түрлі әлеуметтік топтарда қарым-қатынас жасай алуы қажет.

Оқушылардың функционалдық сауаттылығын табысты дамытуда информатика сабақтарында негізгі пәндік құзыреттілікті қалыптастыруда келесі шарттарды сақтау қажет:

- оқу үдерісінде АКТ-ны қолдануда оқушының дербестігі мен жауапкершілігін дамытуға бағытталған;
- информатика сабағында оқыту іс-әрекет сипатында болуы тиіс;
- мақсатқа жету тәжірибесін алуға мүмкіндік беріледі;
- білім мен оқу-жаттығуларды бағалау ережелері айқын болуы тиіс;
- топтық жұмыстың нәтижелі формалары қолданылады;
- ұжымды оқытудың алдыңғы формаларынан әрбір оқушының жеке білім траекториясын жүзеге асыруға, сондай-ақ жобалық қызметті пайдалануға көшуді қамтамасыз ету [2].

Қазіргі заманауи цифрлық технологиялардың даму қарқынына сай функционалдық сауаттылықта компьютерлік сауаттылықпен қатар дамиды. Сондықтан:

- компьютердің негізгі құрылғыларының мақсаты мен пайдаланушылық сипаттамаларын білу.
- Бағдарламалық қамтамасыз ету түрлерін білу.
- Пайдаланушы интерфейстерін білу.

-Тиісті бағдарламалық қамтамасыз ету көмегімен әртүрлі ақпарат түрлерін іздестіруді, сақтауды, өңдеуді жүргізе білу қажет.

Информатика сабағында оқушылардың функционалдық сауаттылығын қалыптастыру үшін критерийлік тапсырмалардың мынадай түрлерін берген жөн:

- Оқушының әлеуетіне сәйкес келетін, тұлғаның әрі қарай дамуын және өздігінен білім алу мүмкіндігін қамтамасыз ететін білім деңгейіне қол жеткізу.
- Әрбір оқушы АКТ құралдарымен өз қабілеттерін іске асыруда шығармашылық тәжірибесін қалыптастыру.
- Оқушылардың өзара қарым-қатынас тәжірибесін жинақтау.

Критериалды бағалау критериалды тәсілге негізделген - оқушының күтілетін оқу нәтижелеріне жеке көзқарасының деңгейін анықтайды. Критериалды бағалаудағы бағалаудың объективтілігі дескрипторлармен расталады, олардың құрылуына оқушылар қатысады, бағалауды модерациялау, талқылау және салыстыру. Жаңа бағалау жүйесі оқушыға тек оқу үрдісінде ғана емес, сонымен қатар оқу нәтижелерін бағалауда да белсенді болуға мүмкіндік береді. Критериалды бағалау жүйесі мұғалімге оқушылардың жетістіктеріне назар аудара отырып, өсу бағыттарын ескере отырып, әлі де нені үйренуге болатынын атап өтуге мүмкіндік береді.

Әлемдік тәжірибеде «оқыту сапасы» ұғымының мәні бізге қарағанда басқаша түсініледі және мақсаттардың таксономиясы негізінде анықталған нақты критерийлер бойынша бағаланады.

Оқыту сапасы дегеніміз – мақсаттар мен оқу нәтижелерінің арақатынасы, бұл ретте мақсат тек оқушының жақын даму аймағында операционалды және жинақталған. Яғни, егер нәтижелер диагностикалық берілген мақсаттарға сәйкес келсе және білім алушының әлеуетті даму аймағын қамтитын болса, оқыту сапалы деп танылады. Оқыту мақсаттарын операционалды (диагностикалық) қою мақсаты дәл өлшеуге және тануға болатын оқушылардың іс-әрекеттерінде көрсетілген оқыту нәтижелері арқылы қалыптасатынымен сипатталады. Мұндай қасиеттерге ие мақсаттардың ең танымал жүйесі Б.Блумның оқыту мақсаттарының таксономиясы болып табылады.

Әлемдік тәжірибеде бұл жүйе негізінен оқытуды жоспарлау және оның нәтижелерін критериалды бағалау кезінде қолданылады.

Блум таксономиясының алты негізгі сатысын шеберлік пен қабілеттің иерархиясын, оқушыларға ұсынылатын тапсырмалар деңгейі ретінде қарастыруға болады. Мұнда «тапсырма» сөзі кең мағынада қолданылады – бұл мұғалім, жаттығу, есептер, жоба және т. б. сұрақ болуы мүмкін. Сонымен қатар, «Білу» және «түсіну» деңгейлерінде оқыту үстірт оқытуға әкелетіндіктен, оқушылардың функционалдық сауаттылығын қалыптастыру үшін мұғалімдер жоғары деңгейлі ойлауды қажет ететін тапсырмаларды - «қолдану», «талдау», «синтез» және «бағалау» деңгейлерін ұсынуы керек.

Осылайша, таксономия деңгейлерінің сипаттамасы дамыту тапсырмаларын әзірлеу алгоритмі бола алады. Оқыту мақсаттарын операционалды қою да дамытушылық оқытуды ұйымдастыру мен өткізудің, оқушылардың функционалдық сауаттылығын қалыптастырудың, сондай-ақ оқушылардың білімін бағалаудың критериалды жүйесін практикаға енгізудің қажетті шарты болып табылады деп айтуға болады.

Б. Блумның идеясын дамыта отырып, әдістемелік жүйенің басқа элементтері үшін мақсаттардың таксономиясына қатысты дидактикалық матрица білімділік (жазықтық) дидактикадан үш өлшемді конструктивтік кезеңге өту жолын айқын көрсетеді. Қазіргі заманғы дидактика үш өлшемді, «биіктік» дамуын, «кеңістікті» оқушылар үшін іздеу мен зерттеуді қамтамасыз ететін болуы тиіс. Логикалық тізбек: дидактикалық матрица-үш өлшемді әдістемелік жүйе-үш өлшемді дидактика – «білім=оқыту» парадигмасынан «білім=қалыптасу» парадигмасына өтудің ең пәрменді механизмі болып табылады.

Оқытудың парадигмасы тұлғалық іс-әрекет тәсіл ретінде таңдалғандықтан, үш өлшемді әдістемелік жүйенің әрбір деңгейінің мазмұны оқушылардың өзіндік танымдық қызметін дамытатын қажетті көп деңгейлі тапсырмалар түрінде қалыптасады.

Олар:

- оқыту мақсаттарының таксономиясының сипаттамасы;
- тиісті деңгейдің негізгі қасиеттерінің маңызды сипаттамасы;
- үш өлшемді әдістемелік жүйенің меңгеру деңгейлеріне қойылатын талаптар негізінде әзірленеді.

Бұл оқыту технологиясы арқылы әдістемелік жүйені меңгерудің үш деңгейін анықтауға болады. Олар мынадай:

1 - ші деңгей - репродуктивті. Мұнда жаттап алуға ыңғайлы анықтамалар, тұжырымдамалар, ережелер т.б., сонымен қатар, алдыңғы сабақта жаңадан меңгерілген білімді қайталап, пысықтауға арналған сұрақтар, тапсырмалар жаңа тақырып үшін тиімді, өмірмен байланысты жағдаятты тапсырмалар болуы қажет.

2 - ші деңгей - алгоритмдік. Бұрын игерілген, репродуктивті, алгоритмдік әсерді қолдану. Оқушылар оны өз бетінше жаңғыртып, осы әрекетті орындаудың бұрын игерілген бағдарлы негізі туралы ақпаратты қолдана отырып жүзеге асырады.

3-ші деңгей - шығармашылық. Типтік емес есептерді шешу үшін бұрын меңгерген білімді, дағдыны қолдану. Бұл – нәтижелі әрекет, оның барысында оқушылар немесе субъективті жаңа ақпаратты (тек өзі үшін жаңа) - эвристикалық белсенділік, немесе олар «ережесіз» әрекет еткен кезде объективті жаңа, бірақ олар өздері білетін салада әр түрлі іс-қимыл ережелерін жасайды, яғни, ғылыми-зерттеу жұмыстарын жүргізеді [3].

Информатика сабағында тапсырма құрастыруда сәйкес меңгеру деңгейлері түрінде анықталады. Бұл жағдай оқушының оқу материалын жеңілден күрделіге қарай жүйелі меңгеруі:

а) алынған нәтижені өлшеуге болатындығы;

ә) оқу үдерісін жарыс түрінде ұйымдастырылуы;

б) бағалаудың жетелеушілік қасиеті;

в) деңгейлік тапсырмаларды қолдануға ыңғайлы жағдайлар жасалуы, т.б. себептерге байланысты оқушының оқу материалын қажетті минимум деңгейінде меңгеруіне жағдай жасайды.

Сабақты меңгерудің әр деңгейіне өткен сайын ынта, мотив, белсенділік, білік, дағды өсіп отырады. Сондықтан деңгейлік тапсырмалар оқу үдерісіне енгізу – білім сапасын қажетті деңгейде қамтамасыз етуге, білім сапасын көтеруге мүмкіндік туады.

Сабақта қандай оқушы болмасын, жақсы оқитынына қарамастан I деңгей тапсырмаларын орындайды. I деңгей тапсырмаларын орындау мемлекеттік білім стандарты талаптарының орындалуына сәйкес келеді. Әрбір оқушы I деңгейді орындауға міндетті және одан жоғарғы деңгейдегі тапсырмаларды орындауға құқылы. Осыған байланысты «үлгерімі төмен, баяу» оқушы жақсы оқитын оқушыға ілесе алмау мүмкін. I деңгей тапсырмаларын орындай алмаған жағдайда қалған тапсырмаларды үйде орындауға мүмкіндік беріледі.

I–деңгейдегі тапсырмалар:

1) жеңіл тапсырмалар орындауға лайықталған болуы;

2) алдыңғы сабақта жаңадан меңгерілген білімнің өңін өзгертпей қайталап, пысықтауына мүмкіндік берілуі;

3) тапсырмалар жаңа тақырып үшін өмірмен байланысты болуы керек;

II – деңгейдегі тапсырмалар:

1) өтіп кеткен материалдарды жүйелеуге берілген тапсырмалар. Бұлар өзгертілген жағдайлардағы тапсырмалар, яғни бұрынғы тапсырмаларға ұқсас, сәл күрделі бірақ оларды орындау үшін алғашқы алған білімдерін түрлендіріп пайдалану қажет.

2) оқушының ойлау қабілетін жетілдіруге берілетін тапсырмалар. Оларда күнделікті өмірде қолданатын ұлттық ерекшеліктеріміз ескеріліп тапсырмалар құрастырылу қажет.

III – деңгейдегі тапсырмалар:

1) танымдық – іздену түрдегі күрделі тапсырмаларды орындау барысында оқушылар жаңа тақырып бойынша меңгерген алғашқы қарапайым білімдерін жетілдіріп, тереңдетумен қатар, өзі үшін жаңалық ашуы тиіс;

2) әртүрлі әдіс, тәсілдермен орындалатын күрделі тапсырмалар

3) оқушылардың жинаған өмірлік тәжірбиесін қолданып қалыптастырған ұғым, түсініктерінің, қиялы мен белсенді ой еңбегінің нәтижесінде жаңаша, өздігімен құрастыру және оны өздігімен шығаруға бағытталған, ой қорытуға арналған, дағды қалыптастыратын күрделі тапсырмалар болады.

Демек, бұл тапсырмалар – оқушылардың біліктілігі мен дағдысын қалыптастыру және оны бағалау деңгейін анықтауға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, тиімді бағалау – сапалы білім мен нәтижеге қол жеткізудің басты шарты болып табылады.

Оқу жетістіктерін бағалауда қолдану оқушылардың оқылатын материалды саналы меңгеруін қалыптастырады, оларға өзіне, өз білімі мен шеберлігіне сенімділік береді, оқу тапсырмасын орындауға көмектеседі. Оқушылардың білім жетістіктерін бағалау критерийлері. Критериалды тәсілді қолдану арқылы оқушыларды ынталандыру[4].

Бағалау критерийлері оқу пәні бойынша стандарт талаптарын, әдістемелік ұсынымдарды ескере отырып әзірленеді. Өлшемдер абсолютті болып табылмайды, ұқсас қызмет түрлерін бағалау білім алушылардың жасын ескере отырып өзгереді. Төменде оқушылардың білімін, іскерлігін және дағдыларын бағалаудағы критерий мысалдары берілген.

Информатиканы оқытуда құзыреттілік тәсілді іске асыру үшін қажет:

- «өмірде қолданатын құбылыстармен объектілерді қай жерден кездестересіз?», «Өмірде бұл білім мен іскерліктерді қайда пайдаланады?» түрді үнемі сұрақ қою;
- сабаққа құзыреттілікпен тапсырмаларды жүйелі түрде енгізу;
- зерттелген материалды жалпылау кезеңінде біріктірілген есептерді қолдану;
- оқу жобаларымен жұмысты қарастыру.

Информатика пәнінен функционалдық сауаттылықты қалыптастыруда өмірлік жағдаяттық тапсырмаларды жасауды қарастырайық:

Мысалы:

1 деңгей:

«Компьютерлік жүйелер» бөлімі

Тақырыбы: «Ақпаратты өлшеу және компьютерлік жады» (7 сынып)

Тапсырма: Әділет 7 сынып оқушысы. Ол өте жұмыскер, әр түрлі курстар мен үйірмелерге қатысады, электронды кітаптарды оқығанды ұнатады, Интернет пайдаланушысы болып табылады, өз блогын жүргізеді және әлеуметтік желілер арқылы әртүрлі қалалар мен елдердің достарымен қарым-қатынас жасайды. Әділет әдебиетті жақсы көреді, шығармалар жазады, мектеп газетінде мақалалары жарияланады. Ол жаңа кітап оқыды. Кітап 100 беттен тұрады. Әрбір бет 60 жолдан, әр жол 80 символдан тұрады. Кітаптың ақпараттық көлемін анықтауға көмектесіңіз.

Шешімі ____

Түсіндіруі ____

2 деңгей:

Тапсырма: Бояғышты 65 536 түсті қамтитын түрлі түсті растралық графикалық сурет 100х100 нүкте (пиксель) өлшеміне ие. Бұл суретті BMP форматында компьютердің бейне жады қандай көлемде алады?

1.Бейне жады қанша көлем алатының анықтаңыз.

__________КБ=________________байт

__________байт=________________Мбайт

__________Мбайт=________________Гбайт

2. Ақпаратты өлшеу бірліктерін кестеге өсу ретімен орналастырыңыз.

Терабайт, килобит, мегабайт, гигабайт, килобайт, байт, бит.

1.	5.
2.	6.
3.	7.
4.	

3 деңгей:

Тапсырма:

Велокросста 119 спортшы қатысады. Арнайы құрылғы әрбір қатысушы үшін бірдей биттердің ең аз ықтимал санын пайдалана отырып, оның нөмірін жазып, аралық фиништың өтуін тіркейді. 70 велосипедші аралық мәреден кейін құрылғымен жазылған хабарламаның ақпараттық көлемі қандай?

1. Ақпараттың көлемін анықтаңыз.

Ақпаратты өлшеу бірліктері	**Шешімі**	**Түсіндіру**
Бит		
Байт		
килобайт		

2. Өлшеуге арналған аспаптар берілген, ақпаратты өлшеу бірліктерін анықтап зерттеу жүргізіңіз.

Миллиметр	Грамм	Секунд	
Сантиметр	Килограм	Минут	
Метр	Центнер	Тәулік	
Километр	Тонна	Сағат	




Деңгейлік тапсырмаларды бағалау критерийлері:

№	*Бағалау критерийі*	*Дескриптор*	*Тапсырма деңгейінің күрделілігі*		
			1 деңгей	*2 деңгей*	*3 деңгей*
1	*Ақпарат ұғымы мен түрлерін анықтайды*	*Ақпараттың көлемін анықтайды;*	*0-3*		
2	*Ақпарат қасиеттерін сипаттайды*	*Құжаттың көлемін анықтайды;* *Ақпаратты өлшеу бірліктерін талдайды.*		*0-3*	
3	*Ақпарат қасиеттерін анықтаудың қажеттілігін дәлелдейд.*	*Сандық мәндерді ақпараттың бір өлшем бірлігінен басқа өлшем бірлігіне аударады.* *Ақпарат сақталған түрлі пішімдегі файлдардың өлшемдерін зерттеп дәлелдейді.*			*0-3*
					Жалпы балл - 9

Ескерту: 0 тапсырманы орындамады, 1 балл – тапсырманы орындаған төменгі деңгейі, 2 балл - тапсырманы орындаған орта деңгейі, 3 балл-тапсырманы орындаған жоғары деңгейі. Бір тапсырманы орындау үшін максималды баға 9 балл. Қорыта айтқанда деңгейлік тапсырмалар арқылы оқытудың тиімділігі өтілген материалды толық меңгереді, өйткені сабақты қайталап, пысықтап отырады, тақырыпқа байланысты оқулықта берілген тапсырмалар мен қосымша берілген тапсырмаларды толығымен орындайды, оқушы өзін-өзі тексерумен қатар өзінің жіберген қателерін біліп, талдау жұмыстарын жүргізумен қатар, білім сапасы тексеріп, алған білімдерінің нәтижесі айқын көріп тұрады, ойлау қабілетін арттыратын тапсырмаларды орындайды.

Осылайша, функционалдық сауаттылықты қалыптастыру-бұл күрделі, көпжақты, ұзақ үдеріс. Қажетті нәтижелерге өз жұмысында әртүрлі заманауи білім беру педагогикалық технологияларын шебер, сауатты үйлестіре отырып ғана қол жеткізуге болады. Ал оқушының функционалдық сауаттылығын қалыптастыру ерекшеліктерін және оқу бағдарламасын меңгеру нәтижелерін ескере отырып әзірленетін, нәтижелі болатыны сөзсіз.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Сағымбаева А.Е., Заславская О.Ю., Авдарсоль С. Критериальный подход к оцениванию учебных достижений в Республике Казахстан // Сборник XI Международной научно-практической конференции Шамовские педагогические чтения научной школы Управления образовательными системами «Современные векторы развития образования: актуальные проблемы и перспективные решения». Сборник статей XI Международной научно-практической конференции. В 3-х частях. –Москва, 2019. С. 515-519.

2 Авдарсоль С. Оқушылардың функционалдық сауаттылығын қалыптастырудағы критериалды бағалаудың рөлі. //Вестник-Хабаршы, №2 (62), Абай атындағы ҚазҰПУ. Алматы. 2018. Б 181-187.

3 Караев Ж.А. Трехмерная методическая система обучения – основа формирования функциональной грамотности учащихся // Международный журнал экспериментального образования. 2013. № 11-2. С. 19-25;

4 Басова Е.А. Формирование у подростков функциональной грамотности в сфере коммуникации (на материале гуманитарных предметов): дис. ... канд. пед. наук / Е.А. Басова. – СПб., 2012. – 221 с.

МРНТИ 20.01.45
УДК 004

А.Е. Сағымбаева[1], Н.А. Ниетбаева[1]

[1] Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

МЕКТЕПТЕ ПРОГРАММАЛАУ НЕГІЗДЕРІН ҚОСЫМША ОҚЫТУДЫҢ ҚАЖЕТТІЛІГІ

Аңдатпа

Мақалада орта білім беру, негізгі орта білім беру және бастауыш білім берудің жаңартылған мазмұн бойынша типтік оқу бағдарламасы қарастырылған. «Ақпараттық – коммуникациялық технологиялар» және «Информатика» пәндері бойынша оқу бағдарламасының «Компьютерлік ойлау» тарауында берілген алгоритмдер мен программалау тақырыптарына талдау жасалған. Аталған тарауларда алгоритмдерді, алгоритмдік құрылымдарды қарастырумен және программалау тілінде қарапайым алгоритмдерді жүзеге асырумен ғана шектелгендігі. Оқушыларды программалауға, оның ішінде қазіргі заманғы программалау технологияларына тереңдетіп оқыту үшін қосымша білім беру шарттарын қолданылуы керектігі туралы айтылған. Қосымша білім беру мекемелері орта мектеп буынының оқушыларына программалауды оқытуды қарастыра отырып, программалауды оқытуды ұйымдастыру кезінде негізгі орта білім берудің оқу бағдарламасының құрылымында іске асыру мүмкін емес бірқатар проблемалар бар екендігі туралы мәліметтер берілген.

Түйін сөздер: жаңартылған мазмұн, оқу бағдарламасы, программалау, программалау тілі, қосымша білім беру, оқушылар.

Аннотация

А.Е. Сагимбаева[1], Н.А. Ниетбаева[1]

[1] Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

НЕОБХОДИМОСТЬ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ ОСНОВАМ ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ШКОЛЕ

В статье рассмотрены типовые учебные программы уровня основного среднего образования и начального образования по обновленному содержанию. По предметам «Информационно - коммуникационные технологии» и «Информатика» проведен анализ содержания тем «Алгоритмы и программирование» раздела учебной программы «Компьютерное мышление». В данных разделах ограничено лишь рассмотрением алгоритмов, алгоритмических структур и реализацией простых алгоритмов на языке программирования. Было отмечено, что для углубленного обучения учащихся программированию, в том числе современным технологиям программирования, должны применяться дополнительные образовательные условия. При организации обучения программированию учащихся среднего звена учреждений дополнительного образования представлена информация о наличии ряда проблем, реализация которых невозможна в структуре учебной программы основного среднего образования при организации обучения программированию.

Ключевые слова: обновленное содержание, учебная программа, программирование, язык программирования, дополнительное образование, учащиеся.

Abstract

THE NEED FOR ADDITIONAL TRAINING IN THE BASICS OF PROGRAMMING IN SCHOOL

SagimbayevaA.E. [1], Nietbaeva[1] N.A.

[1]The Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The article considers a typical curriculum for the updated content of secondary education, basic secondary education and primary education. The subject "ICT" and "computer science" the analysis on "Algorithms and programming" in the "Computer thinking" curriculum. In these sections is limited only by consideration of algorithms, algorithmic structures and implementation of simple algorithms in a programming language, should apply the conditions of additional education for advanced training students programming, including modern technologies of programming, providing programming training of students of middle level institutions of additional education, the organization of teaching programming presents information about the presence in the structure of curricula of basic secondary education of a number of problems, the implementation of which is impossible.

Keywords: updated content, curriculum, Programming, programming language, additional education, students.

2017 жылы елімізде қабылданған «Цифрлық Қазақстан» бағдарламасы цифрлық технологияларды пайдаланып, еліміздегі әрбір қоғам мүшесінің тұрмыс деңгейін арттыруды көздейтін маңызды да, кешенді бағдарлама болып табылады. Аталған бағдарламның «Адами капиталды дамыту» атты бөлімінде орта мектептердің бастауыш сыныптарына программалау негіздерін енгізу, сонымен қатар, Java, C, Python, Rust және т.б. программалау тілдерін пайдалану арқылы мектептегі «Информатика» пәнінің мазмұнын жаңарту деп атап көрсетілген [1].

Осыған орай, қазіргі кезеңде жалпы білім беретін мектептердің білім беру бағдарламаларына ғылыми, технологиялық, инженерлік және математикалық бағыттағы оқу пәндері белсенді түрде енгізілуде. Сонымен қатар, оқушыларды программалау негіздеріне оқыту қажеттілігі туралы мәселе ғылыми және ғылыми әдістемелік әдебиеттерде бірнеше жылдан бері ғалымдар, мұғалімдер және ақпараттық технологиялар саласындағы мамандар арасында жан-жақты талқылануда.

Әлем елдері сияқты, Қазақстанда да қолданбалы ғылыми пән ретінде программалауға және орта мектепте оқушыларды программалауға оқыту мәселесіне қоғамның қызығушылығының айтарлықтай өсуі байқалады. Сонымен қатар, программалау үдерісі оқушылардың ойлау қызметімен байланысты. Программалау оқушылардың өз білімдерін жүйелеуге, оларды накты міндеттерді шешуде қолдануға, алған нәтижелерді бағалауға және талдауға, оның алдында тұрған міндеттерді ескере отырып және шешім қабылдаудың ықтимал салдарларын қадағалай отырып, ойлаудың операциялық стилін қалыптастыруға мүмкіндік береді [2]. Қазіргі уақытта ойлаудың операциялық компоненті талдау, жинақтау, салыстыру, қорыту, жіктеу және жүйелеуден тұратын ойлау амалдарының жиынтығы болып табылады.

Оқушының операциялық ойлау стилін қалыптастыруға дайындығы 11-12 жас аралығында қаланады. Пиаженің тұжырымдамасына сәйкес, дәл осы жаста оқушы формальды операциялардың даму сатысына кіреді және оның ойлау үдерісінің айтарлықтай өзгеруі, жүйеленуі және формальдануы байқалады [3].

Формальды операциялар деңгейінде ойлау болжамын қалыптастыру, тексеру және бағалау қабілетін талап етеді. Кейбір жасөспірімдер мен ересектер өздерінің зияткерлік қабілеттерінің шектелуіне немесе дамуына байланысты формальды операциялардың жоғарғы сатысына жете алмайды. Алгоритмдер мен программаларды дайындау ойлаудың осы даму сатысына кіруге көмектеседі, өйткені бұл ретте жобаларды ұсыну, оларды зерттеу және тәжірибелік тексеруді жүзеге асыру біліктілігі қалыптасады.

Сонымен қатар, М.А. Лукоянованың пікірі бойынша тапсырмаларды орындау және программаларды ретке келтіру кезінде бастама (жаңа ақпаратты өз бетімен табуға ұмтылу), өзін-өзі реттеу (өз зияткерлік қызметін еркін басқара білу, басталған әрекетті аяғына дейін жеткізу, басталған өзін-өзі оқыту үдерісін мақсатты түрде құру), құзыреттілік (осы пәндік қызмет саласында тиімді шешімдер қабылдау мүмкіндігін қамтамасыз ететін білімді ұйымдастыру түрі), шығармашылық (өнімді бірегей идеяларды тудыру қабілеті) және ақыл қоймасының бірегейлігі дамиды (болып жатқан адамға жеке-өзіндік қатынас тәсілдері) [4].

Программалауды меңгере отырып, оқушылар компьютер жұмысының мәнін, оның мүмкіндіктері мен шектеулерін жақсы түсінеді. Программалау оқушыларға ойлау дағдыларын, сондай-ақ ұқыпты жұмыс істеу әдетін дамытуға көмектеседі. Еліміздегі жалпы білім беретін мектептерде информатиканы оқытудың курсы негізгі орта білім беру деңгейде бес жылды және жалпы орта білім беру деңгейінде екі жылды құрайды.

Жаңартылған білім мазмұны аясында 2018 жылдан бастап жалпы білім беретін мектептің 3-сыныптарында «Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар» пәні оқтыла бастады.

Ал, 2020 жылдан бастап «Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар» пәні 1-сыныптан бастап енгізіледі деп жоспарлануда. «Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар» пәнін оқыту мақсаттарының жүйесі 1-сыныптан бастап алгоритм және орындаушымен таныстыруды көздейді. Бұл мақсат үшін осы жастағы оқушыларға арналған білім беру роботтары, конструкторлық жинақтар және ашық білім беру сандық ресурстары сияқты қолжетімді құралдар мен тәсілдер пайдаланылады [5].

Негізгі орта білім деңгейінде жаңартылған мазмұндағы «Информатика» пәнінен оқу бағдарламасы: «Компьютерлік жүйелер», «Ақпараттық процестер», «Компьютерлік ойлау» және «Денсаулық пен қауіпсіздік» бөлімдерін қамтиды [6].

«Компьютерлік ойлау» бөлімінде алгоритмдерді, алгоритмдік құрылымдарды қарастырумен және программалау тілінде қарапайым алгоритмдерді жүзеге асырумен ғана шектеледі.

Негізгі ұсынылған жаңартылған мазмұнды оқу бағдарламасының «Компьютерлік ойлау» бөлімдерінің мазмұнын салыстырмалы талдау кестеде келтірілген (1-кесте).

3-4 сыныптарға арналған «Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар» пәнінен оқу жылында 34 сағат, оның ішінде Алгоритмдер және программалау бөліміне 8 сағат бөлінген. «Информатика» пәнінен 5-сыныпқа оқу жылына 34 сағат, оның ішінде Алгоритмдер, Программалау, Жобаны әзірлеу бөлімдеріне 18 сағат бөлінген. 6 сыныпқа оқу жылына 34 сағат, оның ішінде Компьютерлік ойындарды әзірлеу және Компьютерлік ойындарды құру бөлімдеріне 10 сағат бөлінген. 7-сыныпқа оқу жылына 34 сағат, оның ішінде Шешімдерді программалау бөліміне 10 сағат, 8-сыныпқа оқу жылына 34 сағат, оның ішінде Программалар құрудің кіріктірілген орталары және Программа құрудың кіріктірілген ортасында тапсырмаларды шешу бөлімдеріне 10 сағат, 9-сыныпқа оқу жылына 34 сағат, оның ішінде Деректер ауқымы бөліміне 18 сағат, 10-сыныпқа оқу жылына 68 сағат, оның ішінде Қосымшаларды әзірлеу бөліміне 16 сағаттан бөлінген. Бұдан «Алгоритмдер және программалау» бөлімін оқуға арналған сағат көлемі аталған тақырыптарды мектеп курсында толық көлемде оқуға мүмкіндік бермейтінін байқауға болады.

Кесте 1. «Компьютерлік ойлау» бөлімінің мазмұнын салыстырмалы талдау

Сыныбы	**Қарастырылатын такырыптар**	**Сағат саны**
3-сынып	*Біздің өміріміздің қайталануы; Циклдар; Кейіпкердің қозғалысы; Қарым-қатынас желісі.*	*8 сағат*
4-сынып	*Айнымалылар; Кейіпкердің костюмін өзгерту; Өз ойынының сценарийі; Логикалық операторлар; Салыстыру операторлары; Өз ойыным; Өз ойыным. Жоба құру.*	*8 сағат*
5-сынып	*Алгоритм ұғымы; Алгоритм түрлері; Орындаушылар және олардың командалары; Лабиринт, виртуалды лабиринттен шығу алгоритмін құру; Менің алғашқы программам; Scratch ойын программалау ортасы; Анимациялық графиканы құру; Scratch ойын программалау ортасындағы блоктар; Ойын программалау ортасында нысандар мен оқиғалар анимациясын құру; Жобаға дыбыс әсерлерін қосу; Ойын программалау ортасында диалог құру; Сызықтық тармақталған және циклдық командаларды ойын программалау ортасында қолдану; Жобаның презантациясы; Сызықтық тармақталған және циклдық командаларды ойын программалау ортасында қолдану; Жаңа нысан және костюм құру.*	*18 сағат*
6-сынып	*Ойынның идеясын анықтау; Ойынның сценарийін жасау; Сахна мен кейіпкерлерді бейнелеу; Практикум. Программалаудың ойын ортасында жобаны безендіру; Сценарийді жүзеге асыру; Ойынды дыбыспен сүйемелдеу; Практикум. Түрлі компьютерлік ойындарды құру; Ойынның бастапқы бетін құру; Практикум. Түрлі компьютерлік ойындарды құру.*	*10 сағат*
7-сынып	*Программалау тілдері; Программалау жүйелері; Деректер типтері; Жобаның интерфейсі; Сызықтық алгоритмдерді программалау; Тармақталу алгоритмдерін программалау; Құрамды шарттарды программалау; Кіріктірілген шарттарды программалау; Құрамды шарттарды программалау.*	*10 сағат*
8-сынып	*Программалық қамтамасыз етудің жіктелуі; Программа жасаудың кіріктірілген ортасының құрамдас бөліктері; Таңдау операторы; Параметрлі цикл; Соңғы шартты цикл; Алғы шартты цикл; Жолтарту алгоритмі; Проблеманы анықтау; Алгоритмді құру; Алгоритм құрастыру. Практикум; Алгоритмді программалау; Алгоритмді программалау практикумы; Алгоритмді программалау тестілеу.*	*18 сағат*
9-сынып	*Бірөлшемді массив; Белгіленген сипаттары бар элементті іздеу; Элементтердің орнын ауыстыру; Екіөлшемді массив; Сұрыптау; Элементті жою және кірістіру; PyGame (пайгейм) кітапханасы; PyGame (пайгейм) кітапханасы дайын модульін пайдалану; Артқы фон мен ойын кейіпкерлері; Кейіпкерлерді анимациялау; Шарттарды программалау.*	*18 сағат*
10-сынып	*Пайдаланушы функциялары мен процедуралары. Практикум; Пайдаланушы функциялары мен процедуралары; Пайдаланушы функциялары мен процедуралары. Функциялар; Практикум. Функцияларды пайдаланып, программалау тілінде код жазу; Жолдармен жұмыс жасау; Жолдарды өңдеу; Практикум. Жолдарды өңдеу; Файлдармен жұмыс жасау; Практикум. Ақпаратты оқу және жазу үшін файлдарды пайдалану; Сұрыптау әдістері; Практикум. Сұрыптау әдістері; Графтардағы алгоритмдер; Практикум. Графтардағы алгоритмдер.*	*16 сағат*

Бастауыш және негізгі мектепте «Алгоритмдеу және программалау» базалық курсын білім алушылар бес жыл бойы оқу материалының күрделілігінің өсуімен спиральді оқыту принципі бойынша оқиды, ал курсты одан әрі жалғастыру, оның ішінде бейіндік мектепте (10-11 сынып) «Компьютерлік ойлау» мазмұнын таңдау бойынша жүзеге асырылады. Қоғамдық-гуманитарлық немесе жаратылыстану-математикалық бағыттағы бейіндік мектепте білім алушылар пәнді тереңдетіп оқытуды таңдауға құқылы. Жаратылыстану-математикалық бағытты таңдаған бейіндік мектептің білім алушылары программалауды тереңдетіп оқытуды жалғастырады. Жалпы білім беретін мектептің оқу бағдарламаларына «Алгоритмдеу және программалау» бойынша мазмұнын қосу, компьютерлік ойлауды дамытуға ықпал ететін сандық дағдыларды қалыптастыру бойынша мәселелерді шешуге оң әсер етеді.

Осыдан, нормативтік құжаттарды талдау (орта білім беру, негізгі орта білім және бастауыш білім берудің жаңартылған мазмұн бойынша типтік оқу бағдарламасы) міндетті «Ақпараттық – коммуникациялық технологиялар» және «Информатика» пәндерінде оқушыларды программалауға оқыту алгоритмдерді, алгоритмдік құрылымдарды және программалаудың белгілі бір, көбінесе құрылымдық тілін оқумен шектелетінін көрсетті.

Негізінен мектеп бағдарламалары орта оқушыға есептелген және оқытуды әр оқушының шығармашылық қабілеттерін дамытуға бағдарлай алмайды. Ақпараттық технологиялар арқылы іске асырылатын оқушылардың шығармашылық қабілеті мамандандырылған оқу орындарында немесе қосымша жалпы білім беру бағдарламалары шеңберінде дамуы тиіс.

Қосымша білім беру міндетті білім беруде тақырыптары мүлдем қарастырылмайтын мектеп курсының бөлімдерін тереңдетіп оқыту үшін қарастырылған. Негізгі жалпы білім берудің «Информатика» және «Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар» пәндерінде «Компьютерлік ойлау» бөлімдерін оқу алгоритмдердін, алгоритмдік құрылымдарды қарастырумен және программалаудың құрылымдық тілінде қарапайым алгоритмдерді жүзеге асырумен ғана шектеледі. Демек, оқушыларды программалауға, оның ішінде қазіргі заманғы программалау технологияларын тереңдетіп оқытуға баулу үшін қосымша білім беру шарттарын қолданған жөн.

Қосымша білім беру мекемелері орта мектеп буынының оқушыларына программалауды оқытуды қарастыра отырып, программалауды оқытуды ұйымдастыру кезінде негізгі орта білім берудің оқу бағдарламасының құрылымында іске асыру мүмкін емес бірқатар мәселелердің бар екендігі анықталды. Қосымша білім беру мекемелерінде информатиканың базалық курсын оқып-үйрену барысында оқушы үшін анықталған, бірақ ерекшелікке байланысты толық көлемде орындай алмаған білімдер іске асырылуы тиіс [7].

Ғалымдар зерттей келе, оқушының ақпараттық құзыреттілігін қалыптастыру құралдары мен шарттары, мектеп және қосымша білім беру нысандарының мазмұндық және ұйымдастырушылық сабақтастығын негіздейтін және программалау тілін қолдана отырып, практикалық тапсырмаларды шешуде білім алушының жеке іс-әрекетін құруға бағытталған жүйе дайындады.

Бейіналды дайындықты ұйымдастыру үшін қосымша мүмкіндіктер ретінде факультативтер, үйірмелер, клубтар, студияларда қосымша білім беру ресурстарын мектеп оқушыларын кәсіби бағдарлау, олардың бейінін таңдауға, олардың жеке білім алу мүдделерін қанағаттандыруға «жақындату» мақсатында пайдалану ұсынылады.

Қосымша білім беру жүйесінде мынадай міндеттер жүзеге асырылады: оқушылардың бейініне, жеке ерекшеліктері мен мүдделеріне сәйкес келетін болашақ оқу бейінінің саналы таңдауын қалыптастыру; белгілі бір бейін бойынша оқуға оқу мотивациясының деңгейін арттыруға жоғары мектепте оқу бейіндерін таңдауға бағытталған іс-әрекеттің практикалық тәжірибесін қалыптастыру және т. б. [8].

Қосымша білім беру жүйесінде программалауды оқыту кезінде жоғарыда аталған міндеттерді іске асыру оқылатын объектілер мен процестерді визуализациялау, ойын және модельдік қосымшаларды құру бойынша оқу жобаларын әзірлеу жолымен оқу мотивациясын арттыру кезінде мүмкін болады. Бұл интеграцияланған визуалды орталарда (Delphi, C++ Builder ,Visual Basic, Visual Studio.Net, Python және т. б.), объектілі-бағдарланған тәсілді іске асыруға және бағдарламалаудың құрылымдық элементтерін визуализациялауға негізделген.

Сонымен қатар, информатика бойынша қосымша білім беру пән бойынша білімді кеңейтуге ықпал етеді, оқушылардың шығармашылық үдеріске деген қызығушылығын арттырады және әртүрлі деңгейдегі білім беретін оқушыларды оқыту жағдайында практикалық міндеттерді өз бетінше шешуге қызығушылығын дамытады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 «Цифрлық Қазақстан» мемлекеттік бағдарламасы. https://digitalkz.kz/kz/razvitie-chelovecheskogo-kapitala/

2 Алексеев А.В. Методическая система организации внеклассных мероприятий по информатике: дисс. ... канд. пед. наук. - Красноярск, 1998. -177 с.

3 Пиаже Ж. Речь и мышление ребёнка, 1966.

4 Лукоянова М.А. Образовательный проект «Школа компьютерной грамотности» - система обучения информатике детей и подростков.// Материалы межрегиональной научно-практической конференции «Молодежь Поволжья: проблемы, перспективы». - Казань, 2001. - с. 167-168.

5 «Ақпараттық - коммуникациялық технологиялар» пәні бойынша 1-4-сыныптары үшін жаңартылған мазмұны бойынша бастауыш білім беру деңгейінің типтік оқу бағдарламасы. ҚР білім және ғылым министрлігінің бұйрығы 17.10.2018.№576

6 «Информатика» пәні бойынша 5-9 сыныптар үшін жаңартылған мазмұны бойынша негізгі орта білім типтік оқу бағдарламасы. ҚР білім және ғылым министрлігінің бұйрығы 17.10.2018.№576

7 Петухов А.Ю. Формирование информационной компетенции школьников в системе дополнительного образования на примере «программирования»: дис. ... кандидата педагогических наук. - Бийск, 2006. -127 с.

8 Саблукова Н.Г. Методические подходы к обучению программированию в визуальных средах в условиях дополнительного образования: дис. ... кандидата педагогических наук.- Москва, 2012. – 137 с.

МРНТИ 20.51
УДК 334.012.42:004

А.К. Сарбасова[1]

[1] *Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

ИНТЕРНЕТ ЭКОНОМИКАСЫНЫҢ ҚЫЗМЕТІНІҢ НЕГІЗГІ ПРИНЦИПТЕРІ ТУРАЛЫ

Аңдатпа

Ғылыми-техникалық прогрестің дамуы ақпараттық жүйелерді, Интернетті кеңінен таратуға әкеледі, олар соған байланысты жаңа түсініктер мен технологияларды қалыптастырады. Мысалы, электронды коммерция, электрондық коммерция, желілік экономика, интернет-экономика сияқты ұғымдар. Электрондық коммерция бизнесті ұйымдастырудың жаңа түрлерін, сонымен қатар бизнесті жүргізудің жаңа формаларын ұсынады. Ол тікелей пайда алу үшін тауарлар мен қызметтерді сатумен тікелей байланысты шаруашылық операцияларды ғана емес. Көбіне бұл тұжырымдама пайда табуды қолдауды қамтиды: мысалы, тауарлар мен қызметтерге сұранысты құру, сатудан кейінгі қолдау және клиенттерге қызмет көрсету, сонымен қатар іскери серіктестердің өзара әрекеттесуін жеңілдету. Сонымен қатар, электрондық желілердегі коммерциялық белсенділік кейбір физикалық шектеулерді алып тастайды. Интернеттегі компьютерлік жүйелер клиенттерге тәулігіне 24 сағат, аптасына жеті күн қызмет көрсете алады. Өнімдерге тапсырыс кез келген уақытта кез келген жерден қабылданады. Бұл мақала Интернет-экономика жұмысына, Қазақстан Республикасындағы цифрландырудың бөлігі болып табылатын электрондық коммерцияның кейбір мәселелеріне арналған. Мұнда Интернет-экономика қағидалары келтірілген

Түйін сөздер: лектрондық коммерция, Интернет-экономика, қағидалар, қызмет ету, ақпараттық жүйелер.

Аннотация

А.К. Сарбасова[1]

[1]*Казахский национальный университет им.Аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*

О НЕКОТОРЫХ ПРИНЦИПАХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНТЕРНЕТ-ЭКОНОМИКИ

Развитие научно-технического прогресса ведет к повсеместному распространению информационных систем, Интернет, которые соответственно порождают связанные с ними новые понятия и технологии. Например, такие понятия, как электронная коммерция, электронная торговля, сетевая экономика, Интернет-экономика. Электронная коммерция предлагает новые формы организации предприятий, а также новые формы ведения бизнеса. Она включает в себя не только деловые операции, которые напрямую связаны с куплей-продажей товаров и услуг для непосредственного из влечения прибыли. Часто в это понятие входит и поддержка извлечения прибыли: например, создание спроса на товары и услуги, предложение послепродажной поддержки и обслуживания клиентов, а также облегчение взаимодействия между деловыми партнерами. При этом коммерческая деятельность по электронным сетям снимает некоторые физические ограничения. Компьютерные системы в Интернете способны обеспечивать поддержку клиентов 24 часа в сутки, семь дней в неделю. Заказы на продукцию могут приниматься в любое время из любого места. Статья посвящена работе Интернет-экономики, некоторым вопросам электронной коммерции, которые являются частью проводимой цифровизации на территории Республики Казахстан. Здесь рассмотрены принципы функционирования Интернет-экономики.

Ключевые слова: электронная коммерция, Интернет-экономика, принципы, функционирование, информационные системы.

Abstract

ABOUT SOME PRINCIPLES OF FUNCTIONING OF THE INTERNET ECONOMY

Sarbassova A.K.[1]

[1]*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

The development of scientific and technological progress leads to the widespread dissemination of information systems, the Internet, which accordingly generate new concepts and technologies associated with them. For example, concepts such as e-commerce, e-commerce, network economy, Internet economy. E-commerce offers new forms of business organization, as well as new forms of doing business. It includes not only business operations that are directly related to the sale of goods and services for the direct profit. Often this concept also includes profit-making support: for example, creating demand for goods and services, offering after-sales support and customer service, as well as facilitating interaction between business partners. At the same time, commercial activity on electronic networks removes some physical limitations. Computer systems on the Internet are able to provide customer support 24 hours a day, seven days a week. Orders for products can be accepted at any time from anywhere. This article is devoted to the work of the Internet economy, some issues of electronic commerce, which are part of the ongoing digitalization in the Republic of Kazakhstan. Here are the principles of the Internet economy

Keywords: e-commerce, Internet economy, principles, functioning, information systems

Электрондық коммерция Интернет-экономиканың құрамдас компоненті болып табылады. Бұл – Интернет деп аталатын бірегей жаһандық сатылы ұйымдасқан жүйеге негізделген қарқынды дамушы экономика. «Интернет-экономика» терминіне арнайы әдебиеттерде *Желілік экономика*, *Цифрлық экономика*, *Жаңа Экономика* сияқты синонимдық ұғымдар сәйкес келеді [1, 2]. Бірақ негізінен «Интернет-экономика» терминіне артықшылық беріледі. Келесіде Интернет-экономика жиі қолданылатын терминін пайдаланатын боламыз. Бүгінгі күнде бұл ұғымның әртүрлі түсіндірмесі бар. Ең қолайлысы ретінде келесі анықтаманы айтуға болады.

Интернет-экономика. Интернет-экономика экономикалық субъектілер арасындағы өзара ықпалдың желілік жүйелі ұйымдасқан кеңістік құрылымын білдіреді. Ол жаңа ақпараттық технологиялар және өнімдер, телекоммуникациялық қызметтер, электрондық бизнес, электрондық коммерция, электрондық нарық, телебанкинг, және басқа құрамдас компоненттерден пайдалану және құру индустриясынан тұрады [3]. Интернет-экономикның (желілік экономиканың) пайда болуы көптеген компьютерлердің енгізілуімен ғана емес, ал осы компьютерлердің байланысымен байланысты. Көптеген компьютердің бір бүтін бірігуі арнайы Желіні құрайды. Бұл Желі дәстүрлі экономика үшін сипатты принциптерден айтарлықтай өзгеше принциптер негізінде жұмыс істейді.

Принциптер кез келген ғылым теориясының негізгі компоненттерінің бірі болып табылады. «Принцип – қандайда бір теорияның, ілімнің, бағдарламаның бастапқы, негізгі қалып» [4, с.542]. Бірақ бұл анықтамада «бастапқы қалып» негізінде тұжырымдалған алғашқы мағлұмат көздері жоқ. «Принцип» ұғымының келесі тұжырымдамасы ең ыңғайлы түрде көрсетілген: «принцип – бұл жалпыланған тәжірибеленген мәліметтер, байқаудан табылған көріністер заңдылығы. Сондықтан олардың шындығы тек қана жорамалмен ғана емес, фактілермен ғана байланысты» [5, с.15]. Желілік экономикада компаниялардың тиімді жұмыс істеуін ұйымдастыруға байланысты теориялық және әдістемелік мәселелер қатары Интернет-экономиканың жұмыс істеуінің негізгі принциптерін анықтаумен байланысты.

Осындай экономиканың жұмыс істеу принциптерінің мазмұны және құрамын анықтау үшін [3] көңіл бөлу керек.

Оң кері байланыс принципі. Интернет-экономиканың пайда болуы екі негізгі процесстердің резонансі және өзара ықпалды қамтамасыз етумен байланысты, атап айтқанда: чип мөлшерінің кемуімен (және баға төмендеуімен сәйкес) және олардың арасындағы байланыстардың бірнеше рет санының артуымен байланысты. Дербес компьютерлер нейрондық желідегі «телекосмоса» арқылы бір бірімен байланысып дүниежүзілік өрмек құрды. Желі – бұл топтық талшық және ауа арқылы триллион объектілерді бірге байланыстыратын көптеген дербес компьютерлердің ұжымдық өзара әрекеті.

Толықтық принципі. Интернет-экономикада тауар (қызмет) құндылығы артық ұсыным және барлық жерде (нақтырақ – әлемдік масштабта) оны тарату шартына ие. Басқадай айтқанда «факс эффектісі» туындағаны орын алады. Ол мынаны білдіреді: желіде қанша көп тауар болса, соншалықты ол құнды болып табылады. Бірақ бұл принцип дәстүрлі экономика заңдылықтарына сәйкес көрсетілген белгілі аксиомаларға қарама қайшылық етеді. Бірінші аксиома: тауардың құны оның сиректігімен анықталады (алмаздар, алтындар, раритеттер және т.б.), себебі олардыі саны шектеулі. Екінші аксиома: тауарды артық өндіру (мысалы артық сұраныс) оның құндылығын айтарлықтай жоюға әкеледі. Сондай ақ Интернет-экономикада құндылық ұсынымның артықшылығы және барлық жерде (масштабта) тауар және қызметтің таралуымен айқындалады.

Интернет-экономиканың даму қарқыны әрбір жыл web-серверлердің санының өсуімен сипатталады [3, 6].

Web-сервер — бұл web-браузердің сұрауына жауап беретін және web-түйінде мәліметтерді басқаратын, осы мәліметтерге рұқсатын қадағалайтын бағдарламалық жасақтама.

Web-браузер — бұл дүниежүзілік өрмекте сәйкес файлдарға және HTML-құжаттарға рұқсат алу үшін сервермен байланысатын бағдарламалық жасақтама, сонымен қатар құжаттан құжатқа немесе беттен бетке тізбекпен жүру болып табылады.

HTML (Hyper Text Markup Language) - web-құжаттарды құру үшін қолданылатын стандартты кодтар жиынтығы.

Экспонента принципі. Соңғы бірнеше жыл ішінде Интернет-экономиканың дамуы экспоненциалдық заңдылық бойынша болған, оның элементтерінің құрамдас қатарының шығуы сызықтық емес сипатпен байланысты. Экспоненциалдық өсу, мысалы Желідегі байланыстар (түйіндер) санының тез өсуімен туындаған. Ең алғашында компьютерлік өрмек деп аталатын пайда болған, содан соң Желінің өзі пайда болды.

Өзгерісті нүктелер принципі. Желідегі түйіндердің белгілі санының жетуіне байланысты оның ары қарайғы дамуы автоматты түрде жүзеге асады, өсуді ынталандыру бойынша қосымша әрекет қылу қажет емес. Бұл принципке сәйкес Интернет-экономиканың көлемі әрбір жарты жыл сайын екі еселеніп отырады.

Өскелең нәтижесінің принципі. Интернет-экономикаға жаңа қатысушылар келуімен Желі өлшемдерінің артуына әкеледі. Желі көлемінің артуының арқасында оған көптеген кәсіпкерлер және саудагерлер қатысады. Нәтижесінде тауар (қызмет) сату көлемі артады және ол бизнес-процесстердегі барлық қатысушыларға алатын пайдаларының көлемінің өсуіне әкеледі. Айта кетсек, Интернет-экономика дәстүрлі экономикаға қарағанда бірқатар принципті айырмашылықтарына ие (кей кезде индустриалды деп аталады). Біріншіден, егер дәстүрлі экономикада нарыққа тауардың жеткізілуінің өсуі сызықтық заңдылық бойынша болса, ал Интернет-экономикада жоғарыда айтылғандай экспоненциалдық заңдылық бойынша жүзеге асырылады. Екіншіден, егер дәстүрлі экономикада өнімнің өзіндік құнын төмендетуге байланысты шектелген санды компаниялар (немесе біреу) ұтады (қосымша пайда табу есебінен за счет получения дополнительной прибыли), онда Интернет-экономикада экономикалық пайданы барлық қатысушылар алады және олар өзара жасалған пайданы сәйкесінше бөледі. Барлығы бірдей табыс бөлігін алмайтыны әбден түсінікті. Бірақ оның айтарлықтай бөлігі міндетті түрде Желінің дамуына инвестицияланады.

Кері баға белгілеу принципі. Оның мағынасы мынады: Интернет-экономикадағы кездесетін барлық жақсы тауарлар мен қызметтердің бағасы жылдан жылға төмендеудің айқын үрдісіне ие. Кейбір тауарлар пайдаланушыларға тегін таратылады. *Sun* компаниясы «Java» тілін жасап шығарды және оны барлығына тегін қолдануға берді. Вирусқа қарсы жабдықтама бағдарламасының миллион көшірмесі тегін таратылатыны бәріне белгілі.

RealNetwork компаниясы Интернетте цифрлық музыканы тегін таратады.

Сондықтан мамандардың болжамды бағалауы бойынша жүз миллион доллар тұратын стандарт енгізіліп жатыр. Осыған ұқсас мысалдардың тізімін жалғастыра беруге болады. Интернет-экономикада тауар (қызмет) бағасы тікелей оның таралу масштабына пропорционалды. Сондықтан пайдаланушыларға көшірмелерді (мысалы, бағдарламалық өнімдер) пайдалануға беру санының өсуі оның әрбірінің бағасының артуына әкеп соғады. Содан кейін өнімнің жетілдірілген нұсқаларын және оған қосымша сервистік қызмет көрсетуді сату арқылы Интернет-компаниялар тұрақты және жеткілікті жақсы ақша табады. Сонымен қатар ол өнімнің алғашқы версиясын тегін тарата беруін жалғастырады.

Мысалы, *Sun* Интернет-компаниясы «Java» тілінің бағдарламасын тегін бере отырып, осы тілдің қондырмасын болашақта өндіруді күшейту мақсатында жұмыс жасап, ақырында серверлерді табысты сатты. Ал *Netscape* компаниясы коммерциялық серверлер үшін математикалық жасақтаманы сату арқылы пайдаланушыларға «браузерларды» тегін таратты. Жоғарыдағы келтірілген материалдарға сәйкес келесі ұсынымдарды қалыптастыруға болады.

Желідегі Интернет-компанияның өміршеңдігі және өркендеу негізі келесідей тәртіп ережелерін сақтау болып табылады.

1. Интернет-нарыққа тегін қызметтер, өнімдер (мысалы, бағдарламалық), жетілдірілген бір атаулы өнімді болашақ сатып алушыларға тегін жіберу қажет.

2. Бір өнімді тегін бере отырып, біруақытта бсқа өнімдердіде сатады.

3. Белгілі өнімге қажетті сұраныс көлемін болашақта қалыптастыру үшін кәсіпкер қызыққан сатып алушыға осы өнімнің алғашқы версиясын тегін қолдануына жағдай жасауы қажет.

Интернет-экономика негізінде Интернет-компаниялардың табысты жұмыс істеуі және нарықта тұрақты қатысуын қамтамасыз ету үшін жоғарыда келтірілген ережелерді ұстану негіз болып табылады. Жоғарыда айтылғандарға жарқын мысал ретінде *Microsoft* (оның ішінде және Желіде) компаниясы болып табылады, олар дүниежүзіндегі пайдаланушыларды сендірді және «Windows 95» олардың маңызды, жалғыз қажеттілігі болып табылады. Нәтижесінде «Windows 95» пайдаланушылар саны дүниежүзілік масштабта жүз миллионға жетті. Әрине, олар «Windows 95» базасында жасалатын кез келген қосымшаларға автоматты түрде әлеуетті сатып алушылар болып табылады. Бұл – ойындық және мультимедиялық бағдарламалар, мәтінді жобалау жүйесі, бухгалтерлік есеп және т.б. «Windows 95» және оның модификациясының пайдаланушылар саны күрт өсті. Сонымен қатар осы платформалар үшін қосымшаларғада сұраныстар өсті. Сонымен қатар, Интернет-экономикада тауар және қызметтер нарығы субъективті қажеттілігін сендіріп дәлелдеу негізінде қалыптасады және сол немесе басқа тауар, сол немесе басқа қызмет барлығы міндетті.

Бұлжымастық (ниеттестік) принципі. Белгілі Интернет-компанияның сатып алушыларының бұлжымастығы біруақытта Желіге және желілік платформағада берік болып табылады. Басқадай айтқанда, жақсы жұмыс жасайтын Интернет-компаниялардың дәстүрлі көңілі өндірілген өнімдерді тұрақты жетілдіру Желінің бүтіндей дамуына ауысады. Егер дәстүрлі экономикада әрбір азаматтың өмір сапасының деңгейі ұлттық экономиканың тиімді жұмыс істеуіне байланысты болса, онда Желіде бәрі керісінше болады. Желіде жұмыс жасайтын азаматтың ауқаттылығы оның өркендеу деңгейімен анықталады. Бұдан шығатын қорытынды: әрбір азаматтың өмірінің максималды жоғары деңгейін қамтамасыз ету үшін Желіні жетілдіруге және кеңейтуге жағдай жасау қажет.

Құндылықтарды қайта бағалау принципі. Ақпараттық құндылықтар білімдер жүйесінің материалдық құндылықтарының орнын біртіндеп басып жатыр. Қазіргі тауарлардың құнына ақпараттық құрамдас құнының бөлігіде тұрақты түрде өсіп келеді. Осы принципке сәйкес Интернетке өнімді жіберушілер сатып алушылардың нақты тобының (немесе нарық сегменті) ұсынысын ескере отырып өзінің каталогтарын жасайды. Қазіргі ақпараттық жүйенің негізгі элементі электрондық чип болып табылады. Өндірушілер барлық техникалық қиын бұйымдар үшін чипті максималды түрде қолдануға тырысады. Жапондық және детройттық автомобиль компаниялары максималды чиптермен жабдықталған болашақ автомобильдерді жасап шығарды. Осындай автомобильдерді құдіретті дүниежүзілік желілер басқаратын болады. Бұйымның өзіндік құнының материалдық құрамының орнын ақпараттық жүйелер басатынын айтуға болады. Аналогиялық түрде Интернет-компанияның бағасын бағалау жайындада осындай жағдай бар. Интернет-компанияның тұтынушылық бағасы материалдық активтердің бағасымен емес, материалдық емес компоненттер бағасымен анықталады. Атап айтқанда қолдағы ақпараттық қорлар көлемі, жаңа ғылыми идеялар және зерттемелер (мысалы, жаңа ақпараттық технологиялар, бизнес-модельдер), кадрлық потенциал және т.б.

Атап өтейік, Интернет-компанияның бағасы дәстүрлі экономикалық құрамында жұмыс жасайтын аналогиялық компаниямен салыстырғанда айтарлықтай тез өседі және жиналған материалдық құндылықтардың көлемі немесе осында жұмыс жасайтын қызметкер саны өзгермейді.

Yahoo! Интернет-компаниясының нарықтық бағасы екі жылдың ішінде материалдық активтері айтарлықтай өспеседе 12 есеге артқан ($400 млн-нан $5 млрд-қа). Сонымен қатар, бұл компанияның құнының материалдық емес бағасы оның жалпы нарықтық бағасындағы салыстырмалы салмағы асып түседі.

Жаһандық принципі. Интернет-экономика әлемдік масштабтағы нарықтардың бір бірімен тығыз байланысу жиынтығын көрсетеді. Интернет-компанияның георграфиялық орналасуының принципиалдық айырмашылығы болмайды. Желідегі кез келген бизнес барлық әлем елдеріне бірдей таралады. *Amason.com* американдық Интернет-компаниясы үш жыл ішінде Сиэтл қаласында (АҚШ) орналасқан бір офистен ғана әлемнің 160 елінің сатып алушыларына 1,5 млн кітап сатты.

Әртүрлі қауіптердің өсуіне байланысты бәсекелестерде пайда болады. Телекоммуникация сферасында бизнеспен айналысатын мықты американдық Интернет-компанияларға Европаның кейбір елдеріндегі және Израилдің аналогиялық компаниялары бәсекелес болып тұрады.

Хаос принципі. Оның мағынасы мынада: Интернет-экономикадағы компаниялардың өмірге қабілеттілігі әркелкі жағдайдың жиі туындауы жеткілікті және периодты болуымен қамтамасыз етіледі. Бұл жағдайдың пайда болуымен ескі Интернет-бизнес (бәсекелес емес) жойылып, бір уақытта жаңа, өте тиімді бизнес тууы үшін жақсы жағдай жасалады. Желідегі жаңа бизнестің тіршілік мерзімі дәстүрлі экономикаға қарағанда айтарлықтай (шамамен үш есе) аз. Сонымен қатар ескі жұмыс орындарының жойылуымен жоғары еңбек төлеу деңгейі бар жаңа жұмыс орындары көптеп ашылады. Көптеген мамандардың ойы бойынша Интернет-экономика әдетте периодты хаос басталатын жағдайда жұмыс істейді. Хаос Интернет-экономиканың динамикалық дамуының негізгі қозғалтқыштарының бірі болып табылады.

Анархия принцип. Анархия – бұл белгілі «тәртіп түрі», Интернет-экономиканың тіршілігінің негізгі әдісі. Мұнда Желідегі барлық қатысушылардың қызметінің негізгі бағытын көрсететін және үйлестіретін орталықтандырылған жоспарлық ұйым жоқ. Интернет-экономика реттеуге мүлдем көнбейді. Энди Грува (экс-президента компании *Intel)* докторының сөзі бойынша, оның ерекше ролі *бар екенін көрсетеді.*

Клондау принципі. Интернет-экономикада жылдан жылға сатып алушылар саны жоғары қарқынмен артып келеді, біртекті топтар нарықтың жаңа сегменттерін құрайды. Сонымен қатар сауда шекаралары жойылып кетеді. Әлемдік масштабта Интернет-сауда процессі еркін түрде жүргізіледі. Егер телевизияға 50 млн адам тұрақты пайдаланушыларын қалыптастыру үшін 13 жыл қажет болса, радиоға - 38 жыл қажет, ал Интернетке - барлығы 5 жыл ғана қажет болды.

Интернет-экономика негізіндегі компаниялардың қызметін және ұйымдастыру туралы жоғарыда айтылған принциптері олардың тиімді жұмыс жасауына жағдай жасайды, сонымен қатар Интернет-нарықта тұрақты қатысуына жағдай жасайды [3, 7]. Содан басқа электрондық коммерция жүйесінің құру принциптерін жасауда Желілік экономиканың жұмыс істеуінің негізгі принциптерін ескеру қажет және оларға қарама қайшылық болмауы қажет.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. *Балабанов И.Т. Электронная коммерция. – СПб.: Питер, 2001.*
2. *Гитомер Дж. Бизнес в социальных сетях. – СПб.: Питер, 2014. – 192 с.*
3. *Царев В.В., Канторович А.А. Электронная коммерция. - СПб.: Питер, 2002. – 320 с.*
4. *Ожегов С.И., Шведова Н.Ю. Толковый словарь русского языка: 80 000 слов и фразеологических выражений. – М.: ИТИ Технологии, 2007. – 944 с.*
5. *Спицнадель В.Н. Основы системного анализа. - СПб.: СПбГТУ, 1998.*
6. *Прокушев А.П., Липатникова Т.Ф., Колесникова Н.А. Информационные технологии в коммерческой деятельности. - М.: Дашков и К, 2005.*
7. *Сарбасова А.К. Электрондық коммерция жүйусінің инфрақұрылымы // Вестник КазНПУ. Физико-математические науки, 2017. №4 (60). - С.310-316.*

МРНТИ 20.01.07
УДК 378.147:004

М. Серік[1], Д.Б. Баумуратова[2]

[1]Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан
[2] М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан

БҰЛТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ТЕХНИКАЛЫҚ ЖӘНЕ КӘСІПТІК БІЛІМ БЕРУ ЖҮЙЕСІНДЕ ОҚЫТУ

Аңдатпа

Мақалада техникалық және кәсіптік білім беру жүйесіндегі «Есептеу техникасы және бағдарламамен қамтамасыз ету» мен «Ақпараттық жүйелер» мамандықтарының оқу үрдісінде бұлттық шешімдер туралы оқыту қарастырылған. Мемлекеттік білім беру бағдарламалары, олардың жаңаруы мен оқу үрдісіне ендіруді жүзеге асыру жолдары туралы мәліметтер келтірілген. Бұлттық технологияларды оқу үрдісіне ендіру мен тиімді пайдаланудың теориялық және практикалық негізгі мәселелері және проблемалары қарастырылған. Сонымен қатар бұлт жұмысының негізгі принциптері мен IT-мамандарын даярлаудағы ғылыми-зерттеу салаларын басқару жүйесін дамыту бағыттары мен ғылыми-техникалық жаңалықтарды жеделдетіп енгізудің маңыздылығы туралы айтылған. Бұлттық технологиялардың қызмет көрсету моделі ұсынылып оның ақпаратқа қол жеткізудегі мүмкіндіктерін ашады. Мақалада MapReduce таратылған есептеулер моделі туралы және оны қолдану туралы мәлімет қарастырылған. Бұлттық технологияларды болашақта кәсіби түрде игеру мен қолдану жолдары туралы деректер келтірілген.

Түйін сөздер: техникалық және кәсіптік білім беру жүйесі; колледждегі оқу үрдісі; оқу үрдісіндегі бұлттық технологиялар.

Аннотация

М. Серік[1], Д.Б. Баумуратова[2]
[1] Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева, г. Нұр-Сұлтан, Қазақстан
[2] Южно-Казахстанский государственный университет им. М.Әуезова, г. Шымкент, Қазақстан

ОБУЧЕНИЕ ОБЛАЧНЫМ ТЕХНОЛОГИЯМ В СИСТЕМЕ ТЕХНИЧЕСКОГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В статье рассматариваются вопросы изучения облачных вычислений в учебном процессе по специальностям: «Вычислительная техника и программное обеспечение» и «Информационные системы» в системе технического и профессионального образования. Представлены пути обновления образовательных программ и их внедрения в учебный процесс. Проведен анализ теоретических и практических вопросов внедрения и эффективного использования в учебном процессе облачных технологий. Также рассматриваются основные принципы работы в облаке, важность разработки системы управления областью исследований для подготовки ИТ-специалистов и ускоренного внедрения научно-технических инноваций. Предложена модель обслуживания облачных технологий и возможности доступа к информации. В статье исследуется модель распределенных вычислений MapReduce и возможности ее использования. Приведены данные по возможностям использования в будущей профессиональной деятельности облачных технологий.

Ключевые слова: техническая и профессиональная система образования; учебный процесс колледжа; облачные технологии в учебном процессе.

Abstract

LEARNING CLOUD TECHNOLOGIES IN THE SYSTEM TECHNICAL AND PROFESSIONAL EDUCATION

Serik M.[1], Baumuratova D.B.[2]
[1] Eurasian National University named after L.N. Gumilev, Nur-Sultan, Kazakhstan
[2] South Kazakhstan State University named by M. Auezova, Shymkent, Kazakhstan

The article discusses the study of cloud computing in the educational process in the specialties: "Computer Engineering and Software" and "Information Systems" in the system of technical and vocational education. The ways of updating the State educational programs and their implementation in the educational process are presented. The analysis of theoretical and practical issues of implementation and effective use of cloud technologies in the educational process. It also discusses the basic principles of working in the cloud, the importance of developing a research area management system for training IT specialists and accelerating the implementation of scientific and technological innovations. A model for servicing cloud technologies and the ability to access information is proposed. The article explores the MapReduce distributed computing model and the possibilities of its use. Data on the possibilities of using cloud technologies in future professional activities are presented.

Keywords: technical and professional education system; college learning process; cloud technology in the learning process.

Республикадағы ақпараттық-коммуникациялық технологияларға байланысты әулетін оның ұлттық экономиканы арттыруға қосатын үлесіне сай пайдалану бұл саланың әлі де жетілдірілуін қажет етеді, ол заманауи ақпараттық-коммуникациялық технологиялар мамандарын уақыт талабынан қалып қоймай жоғары дәрежеде даярлаумен ұштасады. Аталған саланың мемлекеттік тұрғыда басқару жүйесін құру қажеттігі туындап, ондай шаралардың біразы жүзеге асырылып жүргенін күнделікті өмірден байқап та жүрміз. Сондықтанда IT-мамандарын қазіргі кездегі техника мен технологияларға даярлау үрдісі үнемі білім мазмұнынан жаңашылдықты қажет етеді.

IT-мамандарын даярлаудың ғылыми-зерттеу салаларын басқару жүйесін дамыту 1990-жылдардың басында ғылым және жаңа технология министрлігін құрудан-ақ бастап қолға алына бастады. Сол кездің өзінде-ақ нарықтық жағдайға бейімделу және Қазақстанның Одақ тарағанға дейінгі ғылыми-техникалық әлеуетін сақтау және дамыту қажеттігі тұрды. Ғылыми-техникалық саясаттың маңызды бағытының бірі - отандық және шет ел нарығында сұраныс табатын ғылыми сыйымды өнім алуға бағытталған, қорларды зерттеу және жаңа технологияларды жасау болды. Сонымен қатар ғылыми-техникалық жаңалықтарды жеделдетіп енгізу мақсатында ғылым мен өндірісті интеграциялауды қамтамасыз ету және де ғылыми-техникалық үрдісті экономикалық ынталандыру, шет елдермен біртектес ғылыми-техникалық кеңістік жасау және біртектес ақпараттық инфрақұрылымды үйлестіруді қамтамасыз ету қажет болды [1].

Елімізде тарихи қысқа мерзім ішінде білім беру саласы, мамандарды даярлауда әлеуметтік жеңілдіктердің кең жүйесін жасау арқылы орта, кәсіптік орта және жоғары білім алуға кең жол ашты. Оқу орындарын бітірушілердің білім деңгейінің жоғары сапасына қол жеткізіліп келеді. Соның ішінде техникалық және кәсіптік білім беру жүйесінде мамандарды даярлау орталықтан басқарылып, ғылыми және әдістемелік негіздерін табуда.

Кәсіптік әрі жүйелі білім беру мемлекеттік бағдарламаларға, мамандықтың типтік оқыту жоспарларына, оқу орындарының оқу жоспарларына, оларда көрсетілген оқыту пәндеріне, сағат көлеміне, курстық, өзіндік жұмыстарға, практикаларға байланысты. Ақпараттық қоғамда компьютерлік техника, жаңа ақпараттық технологиялардың қолданылуы да жүйелі кәсіптік білім берудің негізі мен басты құралына айналды.

Білім мазмұнын, оқыту процесін, оқу бағдарламалары мен жоспарларын және оқу құрылымын тиімділеу республика бойынша кәсіптік орта, жоғары оқу орындарында мамандық бойынша кәсіптік міндетті жалпы білім стандарттары бектілгеннен кейін жаңаша көзқарасқа ие болды. Жаңа ақпараттық технологиялардың оқу үрдісіне енуіне байланысты оқу орындарында арнайы пәндер өзгеріскерге ұшырап, білім мазмұнында біраз өзгерістер әкелді [2].

Осы мәселе біздің зерттетуімізде де негізделеді.

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің №503 (01.12.2011ж.) "Білім берудің бірыңғай ақпараттық жүйесін ұйымдастыру және жұмыс істеу ережесі" [3] Бұйрығының 2-бабында Стратегиялық жоспарлау және ақпараттық технологиялар департаментінің құжатында "Ақпараттық жүйе - қорландыру, сақтау, арнаулы өзгеріс және деректерді қашықтықтан жіберуді қамтамасыз ететін (бейінді мамандар мен автоматтық техникалық құралдардың бірге қатысуын болжамдайтын) автоматтандырылған өңделу жүйесі" деп анықтама берген.

Білім беруді модернизациялау стратегиясы барлық деңгейлерде оқытудың әдістері мен технологияларын жаңашылдыққа өзгертуге, соның ішінде қашықтықтағы серверлерде орналасқан деректерді жіберу мен өңдеуді қамтамасыз етуге үйрету талаптарын қарастырады. Колледж студенттерінің 1304000-"Есептеу техникасы мен бағдарламамен қамтамасыз ету" және 1305000-"Ақпараттық жүйелер" мамандықтарының оқу үрдісіне ендірілген жаңа оқу мазмұны осы мәселе бойынша теориялық материалдарды игерумен қатар практикалық дағдыларын қалыптастыруға, студенттердің өзіндік жұмысын ынталандыруға, жауапты қызмет тәжірибесін жетілдіру қажеттілігін қалыптастырады.

Қазіргі кездегі жаңалықтардың бірі ретінде бұлттық технологияларды оқу үрдісіне ендіру мен тиімді пайдаланудың теориялық және практикалық негізгі мәселелері талқыланады. Соның ішінде мынадай проблемалар да жоқ емес:

- оқытушылардың қолданыстағы бұлттық технологиялар мен оларды қазіргі жағдайда білім беру жүйесінде қолдану мүмкіндігі туралы ақпараттарының жеткіліксіздігі;
- студенттердің жалпы бұлттық шешімдер бойынша өздігінен білім алу және білімдері жетіспейтін жағдайларда олардың қажет қызметтерді пайдалануға толық дайын еместігі;
- оқытушылардың оқу үрдісінде бұлттық шешімдерді пайдалануында жүйеліліктің болмауы.

Бұлттық шешімдер, бұлттық технологиялар, т.б. ұғымдар, олардың колледждердің оқу процесінде қолданылуы туралы ақпараттар жиі кездеседі.

«Ақпараттық Қазақстан - 2020» бағдарламасының бір міндеті болып барлық тіршілік әрекеті өрісін жоғары деңгейлі электронды қызметпен қамту болып табылады. Қазақстан ауқымды және кешенді түрде бұлттық есептеу технологияларын енгізуді жоспарлағаны көрсетілген.

Инвестиция тиімділігін көтеру мақсатында, республикада, мемлекеттік органдарда бұлттық платформаға ауысуымен, ақпараттандыру қызметін енгізу жобалары жасалған. Қазақстандық осындай және т.б. бағдарламалар мен жобаларды негізге алып, оқу орындарында іске асыру жүргізілуде [4].

Қазақстанда "SMART-педагог Өрлеу" бағдарламасы бойынша Microsoft компаниясының қолдауымен конкурстар ұйымдастырылып тұрады. Аталған шарада заманауи технологиялар бойынша үлкен шаралар қарастырылып отырады. Оған колледждердің студенттері де белсенді қатысатыны белгілі.

"Бұлтты технологиялар - бұл жиі қолданылып келе жатқан және қарқынды дамып келе жатқан технологиялар, сондықтан бұл тақырып әзірше жеткіліксіз түсініледі және өзекті мәселе болып тұр. Осыған байланысты қызықтыратын бірқатар сұрақтар туындайды: «бұлт» ұғымы деген нені білдіреді, «бұлттардың» белсенді қолданушысы кім, бұлтты технологиялар колледжде қолданылады ма және «бұлттың» артықшылықтары мен кемшіліктері қандай?"

Бұлт жұмысының принциптері туралы түсінікті қалыптастыратын және оларды қолданушылардың пайдалануына негіз болатын үш құрылым бар:

- қызмет ретіндегі инфрақұрылым (IaaS);
- платформа қызмет ретінде (PaaS);
- бағдарламалық жасақтама қызмет ретінде (SaaS).

ЮНЕСКО-ның ақпараттық технологиялар институтының зерттеушілері заманауи оқу орындарында әртүрлі компьютерлік жабдықтар мен бағдарламалық қамтамасыздандыруды сатып алу және оларға қызмет көрсету үнемі үлкен қаржылық салымдар мен білікті мамандарды тартуды қажет ететіндігін айтады.

Қазіргі уақытта шығындарды үнемдейтін технология ретінде бұлтты есептеу және есептеу платформасын виртуализациялау қолданылады.

Бұлттық технологиялар сонымен бірге қашықтықтан оқыту формасында қолданылады. Колледжердің оқыту үрдісінде қолданылып та жүр. Мысалы, оқытушылар колледждің веб-сайтында «бұлтта» өзіндік жұмыстарды студенттерге орындау үшін орналастырады, ал студенттер өз жұмыстарын электрондық пошта арқылы тексеру үшін оқытушыға жібереді. Студенттердің бірлескен жобалық жұмыстары үшін бұлтты технологияны пайдалану ыңғайлы, сонымен қатар колледждегі информатика оқытушыларының бірлескен жұмысында (бағдарламалар, жоспарлар, есептер және т.б.) «бұлттар» қолданылады [5].

Келесі бір еңбектерде бұлттық технологиялардың қызмет көрсету моделі бойынша төмендегідей сыныптамасы келтірілген (кесте 1) [6].

Кесте 1. Бұлттық технологиялардың қызмет көрсету моделі

Қызмет көрсету моделі бойынша	*Инфрақұрылымы бойынша*
Деректер қоры сервис ретінде • сақтау сервис ретінде	*Жеке меншік бұлт*
Үрдісті басқару сервис ретінде • ақпарат сервис ретінде	*Көпшілік бұлт*
Платформа сервис ретінде • қосымша сервис ретінде	
Қауіпсіздік сервис ретінде • интеграция сервис ретінде	*Гибридті бұлт*
Әкімшіліктендіру және басқару сервис ретінде	
Тестілеу сервис ретінде • инфрақұрылым сервис ретінде	*Қоғамдық бұлт*

Бұлттық технологиялар ақпаратқа қол жеткізуді жеңілдетеді, білім беру іс-әрекетінің өзгермелілігі, оны дараландыру және саралау мүмкіндіктерін ашады және оқытушы мен студенттердің өзара әрекетін ұйымдастырудың жаңа жолын ұсынады. Оқу процесіне бұлттық шешімдердің түрлерін енгізу оқу процесін жандандыруға, оқытуды дамыту идеяларын жүзеге асыруға, сабақтың қарқынын арттыруға, студенттердің өзіндік жұмыстарының көлемін арттыруға мүмкіндік береді. Сондықтан оқу үрдісінде бұлттық технологияларды пайдалану қазіргі білім берудің өзекті мәселесі болып табылады. Оқыту үрдісінде бұлттық технологияларды қолдану мынадай жағдайларға ықпал етеді: студенттерге жеке және сараланған тәсілді жүзеге асыруға; өздігінен білім алу дағдыларын игеру саласындағы оқу үрдісінің тиімділігін арттыруға; студенттің жеке тұлғалық дамуына және ақпараттық қоғамның кез келген саласында қызмет етуіне ықпалын тигізеді.

Қашықтықта орналасқан серверлердегі деректерді алу, сақтау, өңдеу, т.б. идеясын іске асыру үшін колледжде ақпараттық технологияларды, компьютерлік тестілеуді, студенттер мен оқытушылардың жеке жұмысын қолдана отырып, оқу пәндері бойынша сабақ өткізуге арналған заманауи техникамен жабдықталған компьютерлік технологиялар кабинетері бар. Колледжде компьютерлер жергілікті желіге қосылған және Интернетке қол жетімді. Сондай-ақ, электронды оқу құралдары, оқу-әдістемелік кешендерден тұратын ақпараттық қор бар.

Қазіргі заманғы бұлттық технологиялар негізінде жеке тұлғаға бағдарланған білім беру принциптерін жүзеге асыратын оқытудың жаңа моделі қажет болды. Зерттелетін кез-келген пәнге деген қызығушылықтың пайда болуына ықпал ететін шарттардың ең маңыздысы - студенттердің оқу және танымдық іс-әрекетінің мотивациясы, сонымен қатар олардың материалды игеруге бағытталған белсенді және саналы әрекеттер.

М. Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжінің 1304000-"Есептеу техникасы мен бағдарламамен қамтамасыз ету" және 1305000-"Ақпараттық жүйелер" мамандықтарының оқу үрдісінде осы аталған іс-әрекеттер жүзеге асырылуда.

Техникалық және кәсіптік білім беру жаңа ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың қолданылуы, соның ішінде бұлттық технологиялардың қолданылуы жүйелі кәсіптік білім берудің негізі мен басты құралына айналуда. Төменде бұлттық технологиялардың қолданылуы мен ерекшеліктеріне тоқталып өтеміз.

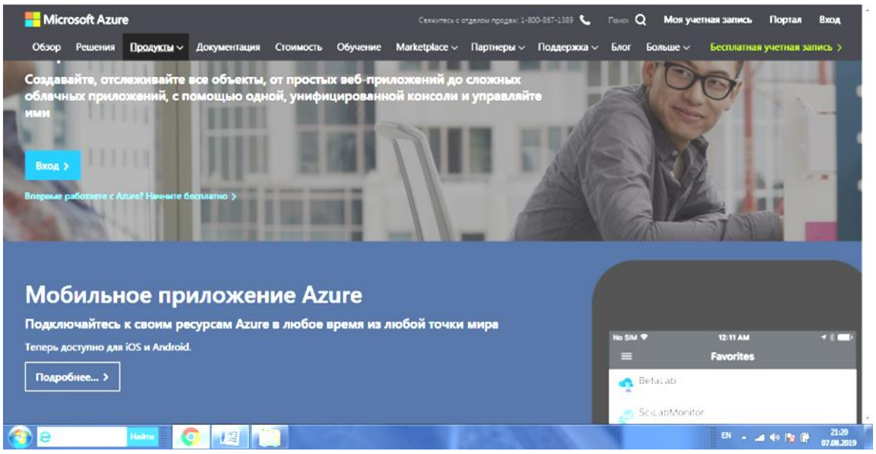
Бұлттық технологиялардың қызмет көрсетуінің бірнеше моделі бар. Олардың артықшылықтарын танымалдығы бойынша атап көрсетсек, олар [7]:

- «Есептеу икемділігі» - қол жетімді аппараттық құралдар қорынан есептеу ресурстарын автоматты түрде масштабтау мүмкіндігі;
- «Ресурстық биллинг» - пайдаланушылардың есептеу ресурстарын тұтынуын ескеру мүмкіндігі;
- «Пайдаланушының сұранысы бойынша өзіне-өзі қызмет көрсету» - пайдаланушының өтініші бойынша автоматты күйде конфигурациялармен қарапайым тапсырмаларды орындау мүмкіндігі.

М. Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжінің жоғарыда аталған ақпараттық технологияларға байланысты мамандықтарының оқу үрдісінде бұлттық технологиялардың көрсетілген үш моделі де қолданыс табуда. "Есептеу икемділі" моделі бойынша Интернетке қосылған кез келген құралды пайдалану.

Мысалы, офистік қосымшалармен жұмыстар жасауды айтуға болады. «Ресурстық биллинг» моделінің қолданылуы Microsoft Azure компаниясының академиялық бұлттық сервистерін пайдалануда жүзеге асырылуда. Студенттерге тегін қолдануға мүмкіндік берілген (басқаша жағдайда пайдаланушылардың есептеу ресурстарын тұтынуы ескеріліп, ақы төлеу арқылы қолданады). Ол web-қосымшалар құруда, деректер базасымен жұмыс істеуде жүзеге асырылады.

Мысал ретінде төмендегі келтірілген бет арқылы студенттердің қосымша құру мүмкіндігін көрсетуге болады (сурет 1):



Сурет 1. Студенттерге Microsoft Azure порталының академиялық бұлттық сервистерін пайдалану мүмкіншілігі бетінен көрініс

Техникалық ғылымның заманауи тенденциялары атты еңбекте "бұлттық есептеуге" анықтама бере отырып, автор [8] мынадай ерекшеліктерін атап өтеді:

- біріншіден, локальды компьютердегі автономды есептеулер;
- екіншіден, бұл "қызметтік есептеу (utility computing)", яғни күрделі есептеулерді орындауға немесе деректер массивтерін сақтауда қызмет көрсетуге тапсырыс берілген кездегі «қызметтік есептеу»;
- үшіншіден, ұжымдық (таратылған) есептеулер (grid computing).

Автор әрі қарай іс жүзінде есептеулердің барлық түрлерінің арасындағы шекара жеткілікті бұлыңғыр екенін атап өтіп, дегенмен, бұлттық есептеулердің болашағы қызметтік және таратылған жүйелерге қарағанда айтарлықтай үлкен екенін атап өтеді.

Негізгі ерекшеліктердің бірі - қызметтерге қашықтықтан қол жеткізу мүмкіндігі екенін, ол деректерді сақтау мәселесінен туындайтынын көрсетеді. Бұлттық есептеулердің мұндай формасын пайдалану кезінде сол серверлерде сақталатын ақпарат сол елдің заңына бағынатыны туралы айтылады. Осыған байланысты сарапшылар мемлекеттерді бұлт жүйелерінің құқықтық аспектілерін шешу туралы ойлана бастауға шақырады.

Біз зерттеу жұмыстарын жүргізіп жүрген жоғарыда аталған колледжде бұл мәселе ескерілген, яғни қашықтықта орналасқан серверлерде жеке меншік дискілік кеңістік ұйымдастырып, сол жерде деректер қорын құрып, оқу үрдісінде жүзеге асырып жүрміз.

Мысалы, Microsoft Azure порталының сервистерін және деректерін академиялық тұрғыда қарастырып жүргеннен кейін, кішігірім ресурстары пайдаланғандықтан, заңдылық тұрғыда әңгіме көтерілген жоқ. Тек кейбір кездерде Microsoft Azure-нің қолданылған ресурстарын, алынған ақпараттарын ақылы түрде пайдаланып та жүрміз.

Сонымен бірге автор дамудың келесі маңызды факторларын атап өтеді:

- IT-сервистерін қолданудың экономикалық модельдерін құру;
- құқықтық және экономикалық аспектілерден басқа, назар аударуды қажет ететін бір қатар техникалық проблемалар бар екенін;
- қауіпсіздік мәселесі маңызды болып саналатынын; осы тақырыптағы дау-дамайлар ұзақ уақыт бойы жалғасып келетінін, бірақ әзірге бәріне сәйкес келетін консенсус жоқ екенін;
- сонымен қатар, икемді масштабталуды қамтамасыз ететін басқару жүйесін, деректерді сақтау мен сақтауды жақсартуды және т.б.

Батура Т.В., Мурзин Ф.А., Семич Д.Ф. "Облачные технологии: основные модели, приложения, концепции и тенденции развития" атты еңбектерінде бұлттық технологиялардың ерекшеліктері, мүмкіншіліктерін атап өте отырып, үлкен көлемді деректерді өңдеу мен кейбір есептеріне көңіл бөлген. Әртүрлі пәндік облыстарда модельдеуде нысандар мен үрдістердің динамикасын бейнелеуде графтар кең қолданылады. Әртүрлі қосымшалардағы үнемі өсіп келе жатқан мәліметтер графикалық талдау үшін масштабталатын платформалар мен параллельді есептеу архитектураларын қолдануды қажет етеді. Бұлттық есептеулер бірқатар пәндік бағыттардағы мәселелерді шешу үшін қолданылады: семантикалық іздеу, әлеуметтік желілер, білім қорлары, фотонды кристалдарды модельдеу, ДНҚ тізбегін іздеу, т.б. Графтарға байланысты емес есептерді шешуде біраз проблемалар болады.

Мысалы, ресурстарды тарату мен пайдалану туралы есепті қарастырсақ. Бұлттық инфрақұрылымы бар желілерде есептеу процестерін ұйымдастыру кезінде объектілері, позициялары және сипаттамалары мыналар болып табылады (кесте 2):

Кесте 2. Бұлттық инфрақұрылымы бар желілерде есептеу процестерін ұйымдастыру кезінде объектілері, позициялары және сандық сипаттамалары

Объектілері	*Позициялары*	*Сандық сипаттамалары*
- *виртуалды машиналар;* - *сервистер;* - *бағдарламалар;* - *деректер тобы;* - *өтініштер.*	- *есептеу тораптары;* - *жады құралдары;* - *орындалуға жіберілетін кезекке қойылатын орындар.*	- *кіретін сұраулардың қарқыны;* - *орталық құрылғылардың жүктеме дәрежесі;* - *желілік адаптерлер арқылы машиналар арасындағы өзара әрекеттесу қарқындылығы;* - *және т.б.*

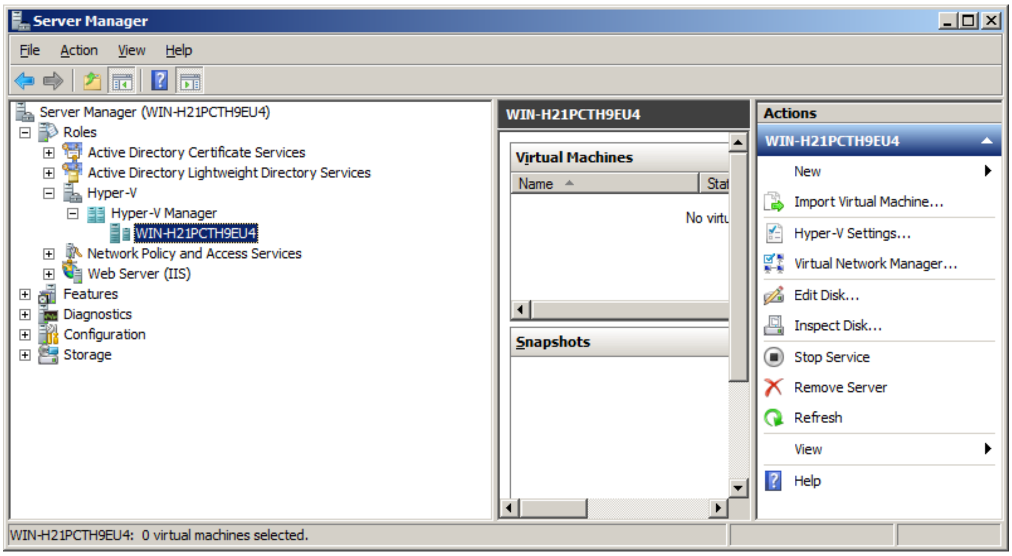
Сонымен қатар индикатор типінің сипаттамалары ескеріледі, мысалы, осы есептеу торабында қажетті пакеттің болуы сияқты сұрақтар. Бұдан әрі, ресурстарды бөлу мен пайдалануға және жоспарлауға байланысты графтарда оңтайландыру проблемалары туындайды. Авторлар сонымен бірге MapReduce таратылған есептеулер моделін қарастырады. Бұл модельді Google компаниясы үлкен көлемді деректерде параллель есептеулер үшін қолданады.

MapReduce – ол таратылған жүйелерде нодтар деп аталатын компьютерлердің үлкен санынан тұратын есептеу үрдістерін ұйымдастыратын фреймворк. MapReduce қызметі екі қадамнан тұрады: Map және Reduce. Map қадамында енгізілген деректерді алдын ала өңдеу жүргізіледі. Ол үшін Негізгі торап (master node) деп аталатын негізгі компьютер енгізілетін деректерді қабылдайды, оларды бөліктерге бөліп, жұмысшы тораптар (worker node) деп аталатын басқа компьютерлерге алдын ала өңдеуге жібереді. Reduce қадамда алдын-ала өңделген деректердің жинақталуы орын алады.

Негізгі торап жұмысшы тораптардан жауап алып, соңында нәтиже шығарады, яғни есептің шешуін алады [9].

Біздің жағдайда виртуалды машина орнату арқылы оқу үрдісінің практикалық сабақтарында оңтайлықта көз жеткіздік. Виртуальды машинада Hyper-V рөлін орнату мен жүзеге асыруда эксперименттік жұмыстар жүргіздік, негізгі операциялық жүйе өз жұмысын орындап тұра береді де, әртүрлі эксперименттік жұмыстар виртуалды машинада орындалды және бұлт ретінде қолданылды, аудиториялардағы компьютерлердің, ноутбуктердің аппараттық-бағдарламалық негіздеріне сүйендік. Бұл келтірілген деректер мен сұрақтар колледждің біз эксперимент жүргізіп отырған мамандықтарының оқу үрдісінде бұлттық шешімдер бойынша теориялық материалдарды игеруде және практикалық сабақтарда жүзеге асыруда қарастырылады.

М. Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжінің ақпараттық технологияларға байланысты мамандықтарының зерттеу жұмыстары бойынша эксперименттік жұмыстар жүргізіліп жүрген мамандықтарында виртуалды машинаны орнатудан көрініс (сурет 2):



Сурет 2.Оқу үрдісінде виртуалды машинаны қолдану мысалынан көрініс

Жұмыста келтірілген материалдар колледж студенттерінің бұлттық шешімдер бойынша білімін, білігін және дағдысын анықтау үшін тәжірибелік жұмыстың компоненттері, көрсеткіштері және критерийлері ретінде ескерілді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 *Раев Д.С. Әлеуметтік және ғылыми-техникалық прогрестің үйлесімділік мәселелері. – Алматы, 1994. – 157 б.*

2 *Серік М. Ақпараттық қоғам шартында студенттерді кәсіптік даярлаудың педагогикалық негіздері. - Астана, 2013. - 154 б.*

3 *Білім берудің бірыңғай ақпараттық жүйесін ұйымдастыру және жұмыс істеу ережесі. Қазақстан республикасы Білім және ғылым министрлігінің №503 (01.12.2011ж.) Бұйрығы. http://adilet.zan.kz/kaz/docs/V1100007363*

4 *Серік М., Садвакасова А.К., Далабай С. Бұлттық технологиялар негіздері. Оқу құралы. – Астана:ЕҰУ, 2018. - 111 б.*

5 *Селиверстова И.В., Ревенко Ю. Облачные технологии. Инфоурок: библиотека материалов. ГБПОУ «Поволжский государственный колледж». https://infourok.ru/statya-po-teme-oblachnie-tehnologii-2186241.html -*

6 *Грибцова Ю.В., Аксёнов Д.В. Облачные технологии или кто не в "облаках"? - Липецк: Государственное областное автономное профессиональное образовательное учреждение "Липецкий колледж транспорта и дорожного хозяйства", 2016. - 19 с.*

7 *Третьяков Д.В. Использование облачных технологий для формирования электронной образовательной среды колледжа. ТОГБПОУ «Железнодорожный колледж им. В.М.Баранова». http://zdcollege.ru/docs/metodika/2017prizvanie-tretiakov.pdf, 06.08.2019*

8 *Широкова Е. А. Облачные технологии [Текст] // Современные тенденции технических наук: материалы Междунар. науч. конф. (г. Уфа, октябрь 2011 г.). — Уфа: Лето, 2011. — С. 30-33. — URL https://moluch.ru/conf/tech/archive/5/1123/, 06.08.2019*

9 *Батура Т.В., Мурзин Ф.А., Семич Д.Ф. Облачные технологии: основные модели, приложения, концепции и тенденции развития. Software & Systems. Программные продукты и системы. - 2014. - № 3 (107). - С.64-72.*

МРНТИ 14.25.09
УДК 373.1.02:372.8

И.Т. Сәлғожа[1]*, Т.Т. Тойшыбек*[1]

[1] *Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ. Қазақстан*

ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУДА ОҚУШЫЛАРДЫҢ АҚПАРАТТЫҚ ҚҰЗЫРЛЫЛЫҒЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ

Аңдатпа

Қазіргі қоғам үшін жаңа білім алу, жаңа технологияларды, қоғамдық және ғылыми процестерді басқару әдістерін игеру аса маңызды. Бұл ақпарат пен ғылыми білім қоғамның жалпы стратегиялық әлеуетін айқындайтын факторларға айналғандығы, бүгінгі күні оқушылардың ақпараттық құзыреттілігін қалыптастыруға көп көңіл бөлу қажет. Мақалада қазіргі білім беру жүйесінде өз бетінше іс-әрекет жасайтын, білімді шығармашыл, ақпараттық құзырлылығы қалыптасқан тұлға дайындау қажеттігі туралы баяндалған. Ақпараттық құзырлылық ұғымы мен оқушының ақпараттық құзырлылығының мазмұны мен құрылымы қарастырылады. Ақпараттық құзырлылықтың технологиялық рефлексиялық-бағалау, ынталандыру-құндылық үш құрауышын қалыптастыру қажеттігі айтылған. Бұл құрауыштарды анықтау информатиканы оқытуда оқушылардың ақпараттық құзырлылылығының қалыптасуына объективті баға беру үшін, сондай-ақ ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру үдерісін тиімді ұйымдастыру үшін қажет болады.

Түйін сөздер: құзырлылық, ақпараттық құзырлылық, информатика, оқушының ақпараттық құзырлылық құрауышы.

Abstract

FORMATION OF INFORMATION COMPETENCE OF STUDENTS WHEN TEACHING COMPUTER SCIENCE

Salgozha I.T. [1]*, Toyshibek T.T.* [1]

[1] *Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

For modern society, it is important to acquire new knowledge, learn new technologies, and manage social and scientific processes. This information and scientific education have become factors that determine the overall strategic potential of society. today, it is necessary to pay great attention to the formation of information competence of students. The article describes the need to prepare a person who functions independently in the modern education system, educated by creative, information competence. The concept of information competence and the content and structure of the student's information competence are considered. The necessity of forming three components of value is emphasized: technological reflection and evaluation, motivation of information competence. The definition of these components is necessary for an objective assessment of the formation of information competence of students in teaching computer science, as well as for the effective organization of the process of formation of information competence.

Keywords: competence, information competency, computer science, information component of student competence

Аннотация

И.Т. Салгожа[1]*, Т.Т. Тойшыбек*[1]

[1]*Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан*

ФОРМИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНФОРМАТИКЕ

Для современного общества важно получение новых знаний, освоение новых технологий, методов управления общественными и научными процессами. Эта информация и научное образование стали факторами, определяющими общий стратегический потенциал общества, на сегодняшний день необходимо уделять большое внимание формированию информационной компетентности учащихся. В статье изложена необходимость подготовки личности, самостоятельно функционирующей в современной системе образования, образованной творческой, информационной компетентностью. Рассматривается понятие информационной компетентности и содержание и структура информационной компетентности учащегося. Подчеркивается необходимость формирования трех компонентов информационной компетентности – ценностно-технологической, рефлексивно-оценочной, мотивационной. Определение этих компонентов необходимо для объективной оценки формирования информационной компетентности учащихся в обучении информатике, а также для эффективной организации процесса формирования информационной компетентности.

Ключевые слова: компетентность, информационная компетентность, информатика, компонент информационной компетентности студента.

Қазіргі білім беру жүйесінің алдында маңызды міндет тұр: тез өзгеріп тұратын әлеуметтік–экономикалық ортаға бейімделе алатын, өз бетінше іс-әрекет жасайтын білімді шығармашыл тұлға дайындау. Білім беру жүйесіндегі өзгерістер оны әлемдік білім беру жүйесіне интеграцияланған экономикада, елдің әлеуметтік өмірінде болып жатқан өзгерістерге неғұрлым бейімделген етуге бағытталған. Бүгінгі күні адамның табыстылығы көбінесе жаңа технологияларды меңгеру, өзгермелі еңбек жағдайларына бейімделу, яғни оның құзырлылығына байланысты [1].

Соңғы жылдары білім беру жүйесінде «құзырлық», «құзыреттілік», «құзырлылық» ұғымдарын беттерінен жиі кездестіреміз. Латын тілінен аударғанда - құзырлылық (құзыреттілік) - бұл адамның бірқатар мәселелерді шешуге қабілетті, білімді, білімі мен тәжірибесі бар екендігін білдіреді. Құзыретті адам белгілі бір аумақта тиісті білімі бар және болып жатқан жағдайға сәйкес тиімді әрекет етіп, бағалауға мүмкіндік береді.

Қазіргі қоғам үшін жаңа білім алу, жаңа технологияларды, қоғамдық және ғылыми процестерді басқару әдістерін игеру аса маңызды. Қызметтің кез келген түрі ақпаратты жинаумен, оны талдаумен, басым міндеттерді таңдаумен, осы міндеттерді шешудің оңтайлы нұсқаларын табумен, ойланған мақсаттарды жүзеге асыруға тәсілдерді қалыптастырумен тікелей байланысты белгілі бір кезеңдерден өтуі тиіс. Осыған байланысты кәсіби құзырлылықтың маңызды құрылымдық компоненттерінің бірі ретінде тұлғаның ақпараттық құзырлылығына қойылатын талаптар күрт өсті. Адамға ақпараттық ортада ақпараттық мәдениет пен мінез-құлық мәдениетінің деңгейіне сай ақпараттық ортамен тиімді өзара қарым-қатынас жасаудың қалыптасқан дағдылары, ұсынылатын мүмкіндіктерді пайдалана білуі қажет. Ақпараттық орта пайдаланушыны өз білімін үнемі бағалауға, білім мен ақпарат моделін сәйкестендіруге итермелейді. Өз кезегінде, бұл жаңа білім алумен аяқталатын үдерістерді ынталандырмауы мүмкін емес. Белгілі бір құзырлылықтарды қалыптастырудағы қандай да бір пәннің рөлі туралы сөз болғанда, ақпараттық құзырлылықты қалыптастыруға информатика пәнінің тікелей байланысты екені белгілі.

Бүгін күні информатиканы оқытуда оқушылардың ақпараттық құзырлылығын қалыптастыруға көп көңіл бөлінеді. Бұл ақпарат пен ғылыми білім қоғамның жалпы стратегиялық әлеуетін айқындайтын факторларға айналды. Мұғалімнің міндеті-балаларды ақпараттық қоғамда табысты өмірге дайындау үшін қажетті білімді өз бетінше іздеу және меңгеруге үйрету. Ақпараттық ағындарды ұлғайту және қоғамды ақпараттандыру жағдайында басты акцент компьютерді жұмыс құралына айналдыру үшін жасалуы тиіс.

Заманауи сабақтарда ақпараттық және телекоммуникациялық технологияларды қолданбау мүмкін емес. Күн сайын мұғалімдердің интернет-қоғамдастығы жаңа есімдермен толығады, желіде жаңа білім ресурстары пайда болады, мектептерге жаңа бағдарламалық құралдар келеді. Мұғалім осы процестерден тыс бола алмайды. Ақпараттық технологияларды енгізу әрбір мұғалімнің өз пәні шеңберінде әдістемелік материалдарды өз тәжірибелерінде пайдалану арқылы өтеді. Қазіргі уақытта мұғалім кез келген пән бойынша сабақта ақпараттық технологияларды кеңінен қолдануға мүмкіндігі бар. Ал, қазіргі білім беру жүйесінің талаптарына сай оларды тек пайдаланып қана қоймай, оқушылардың ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру қажеттілігі туындап отыр.

Құзырлылық мәселесін зерттеген көптеген ғалымдар күнделікті тәжірибеде туындаған шынайы жағдайлар мен мәселелерді тиімді шешуге мүмкіндік беретін ерекше біліктілік деп түсіндіреді, ал И.А. Зимняя, О.Б. Зайцева, Дж. Равен, А.В. Хуторский, Ә.М. Мұханбетжанова, Ш.Т. Мұқанбетова және т.б педагогтар құзырлылықты білім беру нәтижесі ретінде қарастырған.

А.В. Хуторский құзырлылықты: құндылық-мағыналы; жалпы мәдени; оқу-танымдық; ақпараттық; коммуникативті; әлеуметтік-еңбек; тұлғаның өзін-өзі жетілдіру құзырлылығы деп жіктеп көрсетеді [2].

«Ақпараттық құзырлылық» түсінігін зерттеген ғалымдар жеке тұлғаның ақпартты өз бетімен іздей, таңдай, талдай, ұйымдастыра білу, ұсына білу, тасымалдай алу қабілеті ретінде қарастырады. Мысалы, О.Г. Смолянинова ақпараттық құзырлылықты «ақпартты іздеудің, өңдеудің, ұсыну мен тасымалдаудың, жалпылаудың, жүйелеу мен ақпартты білімге түрлендірудің, әмбебап тәсілдері» деген [3]. Л.Г. Осипова ақпараттық құзырлылық деп «практикалық және ғылыми-зерттеу мәселелерін шешу үшін қарқынды дамып келе жатқан және әркез жаңарып отыратын ақпарат саласынан қолдануға қажетті ақпаратты жылдам табу және оларды өз әрекеттерінің жүйесінде пайдалану» түсінеді. В.И. Назаров пен Л.В. Куклина: «ақпараттық құзырлылық – үлкен көлемдегі ақпаратты қазіргі мультимедиалық құралдар көмегімен қабылдай және өңдей алу қабілеті», оқу процесінде алған білімді, шеберлік пен дағдыны кәсіби қызметте практикалық тұрғыда пайдалана білу қабілеті [4] деген.

Дж. Равеннің «Құзырлылық заманауи қоғамда» (1984 ж.) атты жұмысында құзырлылықтың толықтай түсіндірмесін берді және ол бір біріне тәуелсіз көптеген құрауыштардың жиынтығынан тұратын көрініс деген анықтама берді. Дж. Равен бойынша ол құрауыштардың кейбірі когнетивтік аумаққа, ал басқалары – тиімді мінез-құлықтарды құрайтын және бір-бірін алмастыра алатын эмоционалдық құрауыштардан тұрады [5].

Ақпараттық құзырлылық құрауыштарын зерттен [6-12] ғалымдардың еңбектерінде:

- А.В. Хуторский – құндылық-семантикалық, жалпы мәдени, оқу-танымдық, ақпараттық, коммуникативтік, әлеуметтік-еңбек, өзін-өзі жетілдіру;
- Ш.Х. Құрманалина, Б.Е. Ерболат – әлеуметтік, мотивациялық, функционалдық;
- С.В. Тришина – когнетивтік, құнды-ынталандыру, техникалық-технологиялық, коммуникативті, рефлекстік;
- Э.В. Морковина – ынталандыру-құндылық, когнетивтік, операциялық, рефлекстік;
- А.Л. Семенов - ақпаратты жинау және сақтау, ақпаратты іздеу, ақпаратты қабылдау, түсіну және талдау, ақпаратты ұйымдастыру және түсіну, ақпараттық объекті құру, ақпараттың берілуі, коммуникация, модельдеу, жобалау, басқару;
- А.Н. Завьялов – шынайы-аналитикалық, пәндік-арнайы, әдістемелік, әлемдік көзқарастық;
- А.А. Темербекова – ынталандыру-құндылық, кәсіби-қызметтік; рефлексті-коммуникативтік;
- О.Н. Грибан – кәсіби-қызметтік, техникалық-технологиялық, коммуникативтік, операциялық деп анықтаған.

Авторлар бұл элементтердің өзара байланысты және бір біріне тәуелді екендігін айтады.

Құзырлылық деп нақты білім беру жүйесінде мақсатқа тиімді жету жолына бағытталған меңгерілген білім, білік, дағды және оқудағы іс-әрекетінің жетістігі деп түсінеміз, ал *ақпараттық құзырлылық* - оқудағы іс-әрекетінде меңгерілген білім, білік, дағдыларын және ақпараттық технологияны жан-жақты қолдана білу қабілеттігігі болып табылады [13]. Оқушылардың ақпараттық құзырлылықтарын қалыптастыру үшін оның келесі құрауыштарын қалыптастыру қажет деп санаймыз:

1. Технологиялық - ақпаратпен жұмыс істеу дағдылары мен білімдері. Мұнда мәселені шешу үдерісінде АКТ көмегімен атқарылатын барлық ақпараттық үдерістердің негізгі түрлері, атап айтқанда, анықтау, іздеу, интеграциялау, басқару, бағалау, жасау және ақпарат беру жүзеге асырылады. Оқушылар оларды меңгеруі және орындай алуы керек;
2. Рефлексиялық-бағалау - әртүрлі автоматтандырылған құрылғылардың көмегімен, сондай-ақ көмегінсіз әртүрлі формалар мен қарым-қатынас жолдарын пайдалана отырып, ақпаратпен жұмыс істеуді түсіну және қолдану дағдылары, білім, біліктері;
3. Ынталандыру-құндылық - адамның мотивациялық талаптануын көрсететін құндылық бағдарларын таңдау, сондай-ақ жеке тұлғаның сана сезімі.

Оқушылардың ақпараттық құзырлылық құрауыштарына толығырақ тоқтала кетейік.

Технологиялық – мақсатқа жету үшін ақпараттық әрекеттерді басқару тәсілдерін дамытуды анықтайды; табиғаттағы және қоғамдағы ақпараттық процестер туралы білімдер жиынтығын игеру, әлемнің ішкі ақпараттық көрінісін жасауға және осы әлемдегі өз орнын анықтауға мүмкіндік береді; білім беру қызметін басқару, ақпаратты алу, түрлендірудің және пайдаланудың әмбебап құралдарын қолдану, іс-әрекет әдістерін, әртүрлі сипаттағы ақпаратты іздеу, түрлендіру және пайдалану әдістерін игеру қабілетін қалыптастыру, әр түрлі ақпараттық іс-әрекет әдістерінің қалыптасуы мен дамуына ықпал етеді.

Рефлексиялық-бағалау – ақпаратты шығармашылықпен пайдалану - өзін-өзі бақылау, ақпараттық іс-әрекетке қанағаттану, ақпаратпен жұмыс процесінің нәтижелерін көрсету, ақпаратты беру, іс-әрекеттерді бірлесіп ұйымдастыру, сыни талдау барысында белсенді болуға ұмтылу. Рефлексиялық-бағалау құрауышы оқушының шығармашылығының дамуына, өзін-өзі дамытуға, білім беру іс-әрекетінде серіктестермен қарым-қатынас жасау тәсілдерін дамытуға, өз бетінше және топта жұмыс істеу дағдыларын қалыптастыруға ықпал етеді. Ынталандыру-құндылық - жоғары сынып оқушының ақпаратпен жұмыс жасау құндылығы туралы білуі, мазмұнды ақпаратты іздеуге ынтасы, ақпараттық технологияны қолданудың маңыздылығын түсінуі, өзін-өзі тәрбиелеуге деген ұмтылыс, ақпаратпен жұмыс істеу кезінде мақсат қою, ақпаратпен жұмыс істеу қажеттілігі, оқушының субъективті позициясын қалыптастыру, ақпараттық ортаға бағдарлау, ақпараттық ресурстарды білім көзі ретінде пайдалануға дайын болу. Ынталандыру-құндылық құрауышы ішкі кедергілерді еңсеруге, орта мектеп оқушысының санасын қайта құруға, оның ақпараттық ортада жұмыс істеуге психологиялық дайындығына жағдай туғызумен байланысты. Бұған ақпараттық үдерісте әр түрлі ақпаратты пайдалану кезінде оқушылардың белсенділігі, қызығушылығы, белсенді ынтасы, белсенділігі артуы арқылы қол жеткізіледі.

Ақпараттық белсенділік процесінде оқушының өзін-өзі тәрбиелеуге деген қажеттілігі қанағаттанушылық әкелуі керек, белсенді ақпараттық іс-әрекеттегі сабақтарды ұйымдастыруға көп күш жұмсамауы керек. Ынталандыру-құндылық құрауышы мектеп оқушысының ақпараттық-білім беру кеңістігіне енуіне, ақпараттың құндылығын білуге ықпал етеді; оқушының мотивациялық дәрежесін сипаттайды; оқушының ақпараттық іс-әрекетінің құндылық-семантикалық жақтарын атап көрсетеді. Мотив - адамның іс-әрекетін ұйымдастырудың ажырамас, біртұтас тәсілі. Жеке тұлғаның өзегі ретінде мотивация жеке мотивтердің жиынтығы емес, бағыттаушы және ұйымдастырушы тұтас жүйе болуы керек. Бұл құрауыш әлеуметтік сәттіліктің дамуына ықпал етеді, ол орта мектеп оқушысының информатика пәніне деген қызығушылығын және оның ақпараттық әрекетті игеруге деген ынтасын, оны білім беру мәселелерін шешуде пайдалану, сонымен қатар оның ақпараттық құзіреттілігін дамытуға ықпал жасайды.

Ақпараттық құзырлылықты құрауыштарға жіктеу оның қалыптасуына объективті баға беру үшін, сондай-ақ ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру үдерісін тиімді ұйымдастыру үшін қолайлы болады [14]. Оның мазмұны мен құрылымын қарастыру, оны қалыптастыру процесінің жетекші міндеттері мен мазмұнын анықтауға қызмет етеді, бұл оқушылардың өздерін дамыту және өмірлік маңызды мәселелерді шешуге дайын өзіндік тұлға болып қалыптасуы үшін жағдай жасауға бағытталған болу керек. Информатика пәнін оқытуда оқушылардың ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру үшін оның құрауыштарымен қатар, оқушылардың ақпараттық құзырлылықтарын қалыптастыру және дамыту үшін тиімді шарттарды анықтау және ескеру , оқытуды біртұтас сапасына - оқушыға әсер ететін факторларды жүйелі талдауды қамтиды.

Педагогикалық оқулықтарда тұлға дамуына қатысты бірқатар шарттар берілген:

- Тұлға болып жетілу үшін адам өзіне табиғаттан берілен және өмір мен тәрбие жолында қалыптасқан ішкі қасиеттерін нақты практикалық қызметте аша білуі шарт.
- Оқушы дамуының маңызды жағдаяттарының бірі - оның меншікті өз әрекет - қызметі. Әрқандай іс-әрекет оқушы ықылысымен орындалып, шартты түрде белсенді болуы кажет. Орындаған ісінен шәкірт ләззат және қанағаттануы ләзім. Белсенді іс ешқашан шаршатпайды.
- Оқушыларға берілетін тапсырмалар олардың қызығуларына, өмір талалтарына сәйкес болуы шарт [15].

Оқушылардың ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру үшін шарттарды қарастырған кезде, біз басқа жағдайлар (қоғамның, отбасының, өндіріс мемлекетінің әсері және т.б.) бұл үдеріске әсер ететінін ескере отырып, тек нақты пәнді оқытудағы шарттармен шектелеміз. Информатиканы оқытуда оқушылардың ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру үшін бірқатар педагогикалық жағдайларды анықтадық, олардың ішінде ең маңыздысы, атап айтқанда:

- оқушы меңгеруі үшін жүйелі жағымды мотивацияны қамтамасыз ету;
- оқушылардың ақпараттық құзырлылық құрауыштарын қалыптастыруға арналған тапсырмалар жүйесін жасау;
- оқушылардың ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру үдерісінде инновациялық технологияларды қолдану;

Негізделген қажетті шарттар, біздің пікірімізше жеткілікті шарттар информатика пәнін оқыту барысында оқушылардың ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру үдерісін оңтайландырудың кезекті кезеңі болып табылады.

Ақпараттық құзырлылықтың мазмұны мен құрылымын осылайша анықтау информатиканы сабақтарында оқушылардың өзін-өзі жүзеге асыруы, олардың өзін-өзі дамытуы үшін, өмірлік маңызды мәселелерді шешуге дайын өзіндік тұлға болып қалыптасуы үшін жағдай жасайды, ақпараттық құзырлылықтарын қалыптастыру процесінің жетекші міндеттері мен мазмұнын айқындауға қызмет етеді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Распутина О.В. Формирование ИКТ компетенций на уроках информатики в соответствии с требованиями ФГОС // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – Т. 25. – С. 241–243.

2 Смолянинова О.Г. Развитие методической системы формирования информационной и коммуникативной компетентности будущего учителя на основе мультимедиа-технологий: [Текст] Дис. … д-ра пед. наук. – СПб., 2002.-504 с.

3 Білім берудің барлық деңгейінің мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарты. Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрінің 2018 жылғы 31 қазандағы № 604 бұйрығы.

4 Равен Дж. Компетентность в современном обществе. Выявление, развитие и реализация М.: Когито-Центр, 2002. – 396 с.

5 Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты URL: http://www.eidos.ru/journal/2002/0423.htm. – В надзаг.: Интернет-журнал «Эйдос».

6 Құрманалина Ш.Х., Ерболат Б.Е. Колледж жағдайында танымдық және кәсіби құзыреттілікті қалыптастырудың ғылыми-теориялық негіздері «Рухани жаңғыру» тұжырымдамасы аясында Қазіргі *жастардың келбеті: перспективасы мен инновациялық тұрғысы атты республикалық ғылыми-тәжірибелік конференциясының материалдары 27 сәуір 2018 жыл*

7 Тришина С.В. Информационная компетентность как педагогическая категория URL: http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-11.htm. – В надзаг. : Интернет-журнал «Эйдос». 22.05.2009.

8 Морковина Э.Ф. Развитие информационной компетентности студен- та в образовательном пространстве Дис. канд. пед. наук, Оренбург, 2005. – 212 с.

9 Семенов А.Л. Роль информационных технологий в общем среднем образовании М. : Изд-во МИПКРО, 2000. 12 с.

10 Завьялов А.Н. Формирование информационной компетентности студентов в области компьютерных технологий (на примере среднего профес- сионального образования), Автореферат кандидатской диссертации / Тюмень, 2005. – 17 с.

11 Темербекова А.А. Информационная компетентность личности учителя как социально-педагогическая проблема, монография М. : Изд-во МГУ, 2008. – 191 с.

12 Грибан О.Н. Методика развития информационной компетентности студентов исторического факультета // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. Челябинск, 2011. №5. С. 31-41.

13 Сәлғожа И.Т. Сыныптан тыс жұмыстарда әл-Фарабидің математикалық мұрасы бойынша оқушылардың ақпараттық құзырлылығын қалыптастыру. Философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация. Алматы., 2019 ж.

14 Bidaybekov Y., Kamalova G., Bostanov B., Salgozga I. Development of Information Competency in Students during Training in Al-Farabi's Geometric Heritage within the Framework of Supplementary School /European Journal of Contemporary Education.–2017. –P. 479-496. Vol. 6. – Iss. 3 (Scopus).

15 Бабаев С. Б., Оңалбек Ж . К. Б 12 Жалпы педагогика: Оқулық. Алматы: «NURPRESS» баспасы, 2011. 228 бет.

ҚҰРМЕТТІ АВТОРЛАР!

«Физика-математикалық ғылымдары» сериясы, «Хабаршы» ғылыми журналы математиканың, механика мен физиканың, информатиканың, сонымен қатар мектепте, колледжде және жоғары оқу орынында физика-математикалық пәндерді оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша ғылыми-білім беру басылымы болып табылады.

«Хабаршы» журналы Қазақстан Республикасының мәдени және ақпарат Министрлігінде мемлекеттік тіркеуден (Куәлік №4824-Ж, 15.03.2014 ж.) өткен және халықаралық идентификациялық нөмірі (ISSN 1728-7901) бар. ҚР Білім және ғылым министрлігінің білім және ғылым саласындағы қадағалау Комитетінің шешімімен (10.07.2012 ж., №1082 бұйрық) ғылыми қызметтерінің негізгі ғылыми нәтижелерін жариялау үшін Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршы журналы

- физика-математика ғылымдары (математика, физика, механика);
- техникалық ғылымдар;
- педагогика (оқыту және тәрбиелеу теориясы мен әдістемесі /математика, физика, информатика, білім беруді ақпараттандыру) ғылымдарыма мандықтары бойынша басылымдар тізіміне енгізілді.

Журнал "Ұлттық ғылыми-техникалық ақпарат орталығы" АҚ (ҰҒТАО) мәліметтер базасына кіреді және қазақстандық цитаттау базасы (ҚазЦБ) бойынша нөлдік емес импакт факторы бар (http://www.nauka.kz).

2009 жылдан бастап Инжениринг және Технология Институтымен (Ұлыбритания) ақпараттық-қолдау қызмет көрсетуге жасалған келісім-шарттың (№2, 12.01.2009ж.) негізінде Абай атындағы ҚазҰПУ «Физика-математика сериясы» бойынша Хабаршы журналында жарияланатын мақалалардың реферативті ақпараты INSPEC электронды мәлімтер қорына енгізіледі.

«ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ҒЫЛЫМДАРЫ» СЕРИЯСЫ, «ХАБАРШЫ»ЖУРНАЛЫНА БАСЫЛАТЫН МАҚАЛАЛАРДЫ БЕЗЕНДІРІЛУГЕ ҚОЙЫЛАТЫН ТАЛАПТАР

I. Қажетті материалдар

1. Жеке өз аттарынан жариялайтын докторанттар, магистранттар және студенттер үшін ғылыми жетекшінің рецензиясы болуы керек.
2. Мақала авторларының саны-4 артық емес.
3. Автор (авторлар) туралы мәліметтерді қамтитын, Хабаршы журналының электрондық Форма толтырылады: тегі, аты, әкесінің аты, жұмыс орны (қала, ұйымның/ЖОО толық атауы және қысқартылған атауы), ғылыми дәрежесі мен атағы, лауазымы, білім алушылар үшін – докторант, магистрант немесе студент, e - mail, байланыс телефоны; мақалаға аннотациялар, 3 тілдегі түйінді сөздер.

II. Мақаланы безендіру ережесі

Мақала мәтіні Word редакторында бірлік интервал арқылы терілу керек; .Парақ пішімі : 210 x 297 mm (А4); Жоғары, төменгі, оң жақтағы, сол жақтағы өрістер: – 2 см; Мақала беттері нөмірленбейді; 5.Шрифт: Times New Roman (қазақ, орыс, ағылшын тілдері үшін) – 11 пт; жоларалық интервал – бір; абзацтың бірінші жолының шегінісі-0,5 см.; Word редакторында орындалған суреттер объект ретінде қойылуы керек; Мақала мәтіні ені бойынша форматталуы керек.

III. Формула жазуға қойылатын талаптар

Формуладағы символдардың өлшемдері : обычный – 11 пт, крупный индекс – 6 пт, мелкий индекс – 5 пт, крупный символ – 24 пт, мелкий символ – 4 пт (математикалық редактор Equation).

IV. Пайдаланылған әдебиеттер тізімі: Мақалада пайдаланылған әдебиеттер мәтінде пайдалану ретіне сәйкес қолжазбаның соңында келтіріледі. Мақаладағы әдебиетке сілтеу квадраттық жақшада беріледі, мысалы, [1], [2,3], [4-7].

V. Мақаланың түрі

1. Сол жақ жоғарғы бұрышында бас әріптермен МРНТИ (жартылай қарайтылған, кегль №10);
2. Сол жақ жоғарғы бұрышында бас әріптермен ӘОЖ (жартылай қарайтылған, №10 кегль);
3. Курсивпен, жартылай қарайтылмаған кіші әріптермен (№11 кегль) ортада автордың (авторлардың) аты-жөні мен тегі; Жоғарғы индекспен автордың жұмыс орны (бірнеше авторлар болған жағдайда) сәйкестігін көрсетеді.
4.Бір бос жолдан кейін курсивпен автор (авторлар) жұмыс істейтін ұжым және қаланың аты (кегль №11);
5. Бір бос жолдан кейін жартылай қарайтылған бас әріптермен, шрифт Cambria (кегль №11) мақала аты;

6. Бір бос жолдан кейін мақалаға үш тілде (қазақша, орысша, ағылшынша) **100-150 сөзден** тұратын қысқаша андатпа (кегль №10);
7. Бір бос жолдан кейін үш тілде **6-8 сөзден** тұратын түйін сөздер (кегль №10);
8. Бір бос жолдан кейін мақала мәтіні (кегль №11);
9. Мәтіннен кейін екі бос жол тастап кіші әріптермен әдебиеттер тізімі (кегль №10). Бірлік интервал. Тізім нөмерлері нүктесіз.

VI. Мақалаларды жариялау тілдері – қазақ, орыс, ағылшын тілдері.

Редакцияға түскен мақалаларға білім саласы бойынша мамандар мен ғылымдар пікір береді. Пікір негізінде редакция алқасы авторға мақаланы тағы да толықтыруға (түзетуге) ұсыныс жасауы, не мүлдем қайтарып беруі мүмкін. Бұрын жарияланған немесе басқа баспаға жіберілген мақалалар қабылданбайды. Мақала көлемі 5-7 бет. Көлемі 7 беттен артық болған жағдайда журнал редакциясымен хабарласып келісулері қажет. Мақала мәтініне енетін иллюстрациялардың, сұлбалардың және кестелердің көлемі мәтіннің жалпы көлеміне кіреді.

Мақаланы дайындау және жариялау бойынша пайда болған барлық сұрақтар бойынша журнал редакциясына хабарласыңыздар.

Мекен-жайы: Алматы қаласы, Төле би 86 көшесі, Абай атындағы ҚазҰПУ, Математика, физика және информатика институты.
Жауапты хатшылар: +7 707 7268828, +7 707 1754132
e-mail: Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com

УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!

Научный журнал «**Хабаршы**» КазНПУ им. Абая, серия «Физико-математические науки» является научно-образовательным изданием по актуальным вопросам математики, механики и физики, информатики, а также информатизации образования и методике преподавания физико-математических дисциплин в школе, колледже и вузе.

Решением Комитета по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки РК (Приказ №1082 от 10.07.2012 г.) Вестник КазНПУ им. Абая, Серия «физико-математические науки» включен в *Перечень изданий, рекомендуемых Комитетом по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки Республики Казахстан* для публикации основных результатов научной деятельности по следующим направлениям:

- физико-математические науки (математика, физика, информатика, механика);
- технические науки;
- педагогические науки (теория и методика обучения и воспитания/математика, физика, информатика, информатизация образования).

Журнал входит в базу данных АО «Национальный центр научно-технической информации» (НЦНТИ) и имеет ненулевой импакт фактор по казахстанской базе цитирования (КазБЦ) (http://www.nauka.kz).

С 2009 г. действует Договор с Институтом Инжиниринга и Технологий (Великобритания), на оказание информационно- сопроводительных услуг, согласно которому реферативная информация о статьях, публикуемых в Вестнике КазНПУ имени Абая, вносится в электронную базу данных INSPEC.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ, ПУБЛИКУЕМЫХ В ЖУРНАЛЕ «ВЕСТНИК. СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ»

I. Представление необходимых материалов

1. Для докторантов, магистрантов и студентов, публикующихся единолично, представляется рецензия научного руководителя.
2. Количество авторов статьи - не более 4.
3. Авторами заполняется электронная Форма Вестника, содержащая сведения об авторе (авторах): фамилия, имя, отчество, место работы (город, название организации/вуза без сокращений и сокращенное название), ученая степень и звание, должность, для обучающихся – указывается: докторант, магистрант или студент, e- mail, контактный телефон; аннотации к статье, ключевые слова на 3-х языках.

II. **Правила оформления статей.**

Текст статьи должен быть набран в редакторе MS Word через одинарный интервал; Формат листа: 210 x 297 mm (А4); Поля: верхнее, нижнее, правое, левое – 2 см; страницы статьи не нумеруются; Шрифт: Times New Roman (для каз., рус. и англ.языков), размер - 11 пт; межстрочный интервал – одинарный; отступ первой строки абзаца – 0,5 см.; Рисунки, выполненные в редакторе Word, должны быть вставлены как объект (сгруппированы); Текст статьи должен быть отформатирован по ширине.

III. **Требования к написанию формул**

Формулы вставляются в текст статьи как объект MS Equation. Размеры символов в формулах (Equation): обычный - 11 пт, крупный индекс - 6 пт, мелкий – 5 пт.

IV. Список использованной литературы, составляется по ходу упоминания ее в тексте и приводится в конце рукописи. Ссылки на литературу в тексте указываются в квадратных скобках, например, [1], [2,3], [4-7]. Перечисление без точки в конце страницы. Количество ссылок не должно превышать 15 наименований.

V. **Вид статьи**

1. МРНТИ в левом верхнем углу прописными буквами (полужирным, кегль №10);
2. УДК в левом верхнем углу прописными буквами (полужирным, кегль №10);
3. Курсивными, не полужирными прописными буквами (кегль №11) по центру инициалы и фамилия автора (авторов); Верхним индексом указывают соответствие месту работы автора (в случае нескольких авторов).
4. Через одну пустую строку указать название организации и город, в котором работает автор (авторы) курсивом (кегль № 11));
5. Через пустую строку по центру полужирными прописными буквами, шрифт Cambria (кегль №11) название статьи;
6. Через пустую строку аннотации **в 100-150 слов** в кратких предложениях на 3-х языках (кегль №10).
7. Ключевые слова по тематике, **6-8 слов**, на трех языках (кегль №10);
8. Через пустую строку текст статьи (кегль №11);
9. Список использованной литературы, указывается после текста статьи, через две пустые строки строчными буквами, курсивом (кегль №10). Интервал - одинарный. Нумерация списка без точки.

VI. Языки издания (вещания) статей - казахский, русский, английский. Поступившие в редакцию статьи рецензируются 2 ведущими специалистами и учеными по отраслям знаний. На основании рецензии редколлегия может рекомендовать автору доработать статью или отказать в публикации. Рукописи статей, опубликованных ранее или переданных в другие издания, не принимаются. Рекомендуемый объем статьи - не менее 5 и не более 7 страниц. В ином случае вопрос по объему статьи необходимо согласовать с редакцией журнала. Иллюстрации, схемы, таблицы, включаемые в текст статьи, учитываются в общем объеме текста.

По всем вопросам, связанным с подготовкой, представлением и публикацией материалов, необходимо обращаться в редакцию журнала.

Адрес: г.Алматы, ул.Толе би 86, КазНПУ им. Абая, Институт математики, физики и информатики
Ответственный секретарь: +7 707 7268828, +7 707 1754132
e-mail: Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com