



Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық  
университеті

Казахский национальный педагогический  
университет имени Абая

# ХАБАРШЫ ВЕСТНИК BULLETIN

«Физика-математика ғылымдары» сериясы  
серия «Физико-математические науки»



№3 (67)

$$E=mc^2$$

2019

ISSN 1728-7901

**Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті**  
**Казахский национальный педагогический университет имени Абая**  
**Abai Kazakh National Pedagogical University**

# **ХАБАРШЫ**

**«Физика-математика ғылымдары» сериясы**  
**Серия «Физико-математические науки»**  
**Series of Physics & Mathematical Sciences**  
**№3(67)**

**Алматы, 2019**

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

**ХАБАРШЫ**  
«Физика-математика ғылымдары»  
сериясы № 3 (67), 2019 ж.

**Бас редактор:**  
ф.-м.ғ.д. М.А. Бектемесов

**Редакция алқасы:**

**Бас ред.орынбасары:**  
т.ғ.д., ҚР ҰҒА академигі Г.Уалиев,  
п.ғ.д., Е.Ы. Бидайбеков,  
ф.-м.ғ.д., ҚР ҰҒА корр-мүшесі В.Н. Косов,  
ф.-м.ғ.к. М.Ж. Бекпатшаев

**Жауапты хатшылар:**  
п.ғ.к. Ш.Т. Шекербекова,  
п.ғ.к. Г.А. Абдулкаримова

**Редакциялық алқа мүшелері:**  
Dr.Sci. К.Алимхан (Japan),  
Phd.d. А.Сабата (Spain),  
Phd.d. Е.Коватчева (Bulgaria),  
Phd.d. М.Ружанский (England),  
п.ғ.д., ҚР ҰҒА корр-мүшесі  
А.Е. Абылкасымова,  
т.ғ.д. Е.Амиргалиев,  
ф.-м.ғ.д. А.С. Бердышев,  
т.ғ.д. С.Г. Григорьев (Россия),  
п.ғ.д. В.В. Гриншкун (Россия),  
ф.-м.ғ.д. С.Т. Мухамбетжанов  
ф.-м.ғ.д. С.И. Кабанихин (Россия),  
ф.-м.ғ.д., ҚР ҰҒА корр-мүшесі  
М.Н. Калимолдаев,  
ф.-м.ғ.д. Б.А. Кожамкулов,  
ф.-м.ғ.д. Ф.Ф. Комаров  
(Республика Беларусь),  
т.ғ.д. М.К. Кулбек,  
п.ғ.д. М.П. Лапчик (Россия),  
ф.-м.ғ.д. В.М. Лисицин (Россия),  
п.ғ.д. Э.М. Мамбетакунов  
(Киргизская Республика),  
п.ғ.д. Н.И. Пак (Россия),  
ф.-м.ғ.д. С.Қ. Сахиев,  
п.ғ.д. Е.А. Седова (Россия),  
п.ғ.д. Б.Д. Сыдықов,  
т.ғ.д., ҚР ҰҒА корр-мүшесі А.К. Тулешов,  
т.ғ.д. З.Г. Уалиев,  
т.ғ.к. Ш.И. Хамраев

© Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, 2019

Қазақстан Республикасының Ақпарат министрлігінде тіркелген  
№ 4824 – Ж - 15.03.2004  
(Журнал бір жылда 4 рет шығады)  
2000 жылдан бастап шығады

Басуға 27.09.2019 ж. қол қойылды  
Пішімі 60x84 1/8. Көлемі 33,3 е.б.т.  
Таралымы 300 дана. Тапсырыс 162.

050010, Алматы қаласы,  
Достық даңғылы, 13  
Абай атындағы ҚазҰПУ-ің “Ұлағат” баспасы

## М а з м ұ н ы С о д е р ж а н и е

### МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

### МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

|                                                                                                                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Абылаева А.М., Сейлбеков Б.Н. Ограниченность одного оператора дробного интегрирования с переменным верхним пределом.....                                                         | 7   |
| Ажғалиев Ш., Абикенова Ш., Таугынбаева Г. О преобразовании радона в контексте компьютерного (вычислительного) поперечника.....                                                   | 12  |
| Байарыстанов А.О., Кеулимжаева Ж.А. Непрерывность и компактность оператора вложения пространств с мультивесовыми производными.....                                               | 19  |
| Бапаев К.Б., Василина Г.К., Сламжанова С.С. Об асимптотически эквивалентных разностно-динамических системах.....                                                                 | 26  |
| Бейсебай П.Б., Мухамедиев Г.Х. Екінші ретті тұрақты коэффициентті сызықтық дифференциалдық теңдеулер мен теңдеулер жүйесінің шешімдерін құру туралы.....                         | 31  |
| Калыбай А.А., Темирханова А.М. Ключевая лемма в вопросе ограниченности матричного оператора в весовых пространствах.....                                                         | 38  |
| Илиясова Г.Б. Возможности использования систем компьютерной математики при обучении математическому анализу в педагогическом вузе.....                                           | 44  |
| Қосанов Б.М. Қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын концентрация есептері.....                                                                                           | 49  |
| Сартабанов Ж.А., Шаукенбаева А.К. Тригонометриялық және дәрежелік функциялар байланысын тербелістер теңдеуімен негіздеу әдістемесі.....                                          | 53  |
| Сатыбалдиев О.С. Функцияларды оқыту арқылы болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби дайындықтарын жетілдіру..                                                                    | 62  |
| Смагулов Е.Ж., Жиенбаев Ж.Т., Смагулов Б.Е., Байзакова А. Числовой анализ импеданса электрического типа.....                                                                     | 69  |
| Смагулов Е.Ж., Жиенбаев Ж.Т., Смагулов Б.Е., Токанов М.М. Математическое моделирование полного поля необыкновенной волны.....                                                    | 73  |
| Сулейменов И.Э., Бакиров А.С., Урмашев Б.А., Мун Г.А. Проблема модернизации высшей школы в Республике Казахстан: к возможности математического обоснования «Стратегии чуда»..... | 76  |
| Сулейменов И.Э., Шалтыкова Д.Б., Тасбулатова З.С., Урмашев Б.А. Роль горизонтального обучения в реализации «Стратегии чуда» в казахстанской высшей школе.....                    | 82  |
| Sydykhov B.D., Sapazhanov Y. Forming of the contents of a professionally oriented course of the theory of probability and mathematical statistics in a military institution..... | 89  |
| Темирбеков Н.М., Жаксылыкова Ж.Р. Вариационный метод для решения краевых задач.....                                                                                              | 94  |
| Темирбекова Л.Н. Дискретизация уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна и регуляризационные алгоритмы.....                                                                            | 102 |
| Темирханова А.М., Омарбаева Б.К. Весовая оценка одного класса квазилинейных дискретных операторов: случай $0 < q < \theta < p < \infty, p > 1$ .....                             | 109 |

Казахский национальный педагогический университет имени Абая

ВЕСТНИК

Серия «Физико-математические науки»  
№ 2 (66), 2019 г.

Главный редактор:  
д.ф.-м.н. Бектемесов М.А.

Редакционная коллегия:

Зам.главного редактора:  
д.ф.-м.н., академик НАН РК Уалиев Г.,  
д.п.н. Бидайбеков Е.Ы.,  
д.ф.-м.н., член-корр НАН РК Косов В.Н.,  
к.ф.-м.н. Бекпатшаев М.Ж.

Ответ. секретари:  
к.п.н. Шекербекова Ш.Т.,  
к.п.н. Абдулкаримова Г.А.

Члены редколлегия:  
Dr.Sci. Alimhan K. (Japan),  
Phd.d. Cabada A. (Spain),  
Phd.d. Kovatcheva E. (Bulgaria),  
Phd.d. Ruzhansky M. (England),  
д.п.н., член-корр НАН РК Абылкасымова А.Е.,

д.т.н. Амиргалиев Е.,  
д.ф.-м.н. Бердышев А.С.,  
д.т.н. Григорьев С.Г. (Россия),  
д.п.н. Гриншкун В.В. (Россия),  
д.ф.-м.н. Мухамбетжанов С.Т.,  
д.ф.-м.н. Кабанихин С.И. (Россия),  
д.ф.-м.н., член-корр НАН РК

Калимолдаев М.Н.,  
д.ф.-м.н. Кожамкулов Б.А.,  
д.ф.-м.н. Комаров Ф.Ф.  
(Республика Беларусь),  
д.т.н. Құлбек М.Қ.,  
д.п.н. Лапчик М.П. (Россия),  
д.ф.-м.н. Лисицин В.М. (Россия),  
д.п.н. Мамбетакунов Э.М.  
(Киргизская Республика),  
д.п.н. Пак Н.И. (Россия),  
д.ф.-м.н. Сахиев С.Қ.,  
д.п.н. Седова Е.А. (Россия),  
д.п.н. Сыдықов Б.Д.,  
д.т.н. Тулешов А.К.,  
д.ф.-м.н. Уалиев З.Г.,  
к.т.н. Хамраев Ш.И.

© Казахский национальный педагогический университет им. Абая, 2019

Зарегистрирован в Министерстве информации Республики Казахстан, № 4824 - Ж - 15.03.2004 (периодичность – 4 номера в год) Выходит с 2000 года

Подписано в печать 05.06.2019 г.  
Формат 60x84 1/8. Об. 33,3 уч.-изд.л.  
Тираж 300 экз. Заказ 162.

050010, г. Алматы, пр. Достык, 13,  
Издательство «Ұлағат» КазНПУ им. Абая

- Толенбеков Е.К., Аубакиров С.С., Абенов Ж., Абдулкаримова К.Е. Анализ потока финансовых транзакций с помощью построения графов investigation of irreducible normal polynomials..... 116  
Turusbekova U.K., Azieva G.T. Investigation of irreducible normal polynomials special type over a field of characteristic 2..... 122  
Шакенов К.К., Байтелиева А.А. Решение одной задачи финансовой математики путем сведения к задаче Стефана..... 127

## ФИЗИКА. ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

### ФИЗИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

- Баймолда Д., Чехак Т., Құлбек М.Қ., Хамраев Ш.И., Ерженбек Б., Айтан Н. Полифазалық үлгілердегі «Құлбек сакиналары» - деген атпен белгілі болған концентрлі-зоналық түрлі түсті бояулық эффектілерді рентгенфлуоресценттік әдісімен зерттеу..... 135  
Бисембаев К., Сманов А. Математическое моделирование колебательных движений упругих конструкций с переменными сечениями на виброопорах..... 140  
Буртебаев Н., Сахиев С.К., Жолдыбаев Т.К., Насурлла М., Садыков Б.М., Амангелді Н. V-W неоднозначность оптического потенциала при исследовании упругого рассеяния ионов  $^3\text{He}$  на ядре  $^{14}\text{N}$ ..... 147  
Kassenova L.G. Elements of innovation in teaching physics to students of technical specialties in the conditions of modernization of education..... 154  
Кожамкулов Б.А., Ақитай Б.Е., Джумадилаева А.К., Примкулова Ж.Е. Моделирование долговечности и разрушения композитов при воздействии высокоэнергетическими электронами..... 158  
Қозыбай А.Қ., Авезова К.Ж. Педагогикалық жоғары оқу орындарында физика пәнін оқытуда ақпараттық технологияларды қолданудың маңызы..... 164  
Қозыбай А.Қ., Жанбекова Г.И. Техникалық жоғары оқу орындарында физика пәнін оқытуда студенттердің кәсіби құзыреттілігін қалыптастырудың ерекшеліктері..... 168  
Құлбек М.Қ., Әбидин Қ.Ш. Қылтүтіктіқуысты материалдардың кебуі барысындағы инверсиялық үдерістер туралы..... 172  
Салбырова М.Т., Бейкитова А.Н. PISA халықаралық зерттеуін жүргізу аясында оқушылардың физика сабағында жаратылыстану сауаттылығын дамыту..... 177  
Сыдықова Ж.Қ., Жумабекова Р.Р. Есту сезімталдығының сипаттамалары. Клиникадағы дыбыстық зерттеу әдістерінің физикалық негіздерінің кейбір мәселелері..... 180  
Тлебаев К.Б., Купчишин А.И. Исследование влияния температуры на фазовые переходы в политетрафторэтилене методом инфракрасной спектроскопии..... 185

## ИНФОРМАТИКА. ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ. БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ ИНФОРМАТИКА, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ. ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

- Байбусинова Ш.Ш., Курмангалиева А.К. Робототехника как средство мотивации обучающихся в образовательном процессе дисциплин естественно-математического направления..... 190



ABAI UNIVERSITY

BULLETIN

Ser. Physics & Mathematical Sciences

№ 2 (66)

Editor-in-Chief

Dr. Sci. Bektemesov M.A.

Deputy Editor-in-Chief:

Dr. Sci. Ualiyev G.,

Dr. Sci. (Ped.), Bidaibekov Ye.Y.,

Dr. Sci., Corresponding member

of the NAS of RK Kosov V.N.,

Cand.Sci. Bekpatshayev M.Zh.

Responsible editorial secretary:

Cand. Sci. (Ped.) Shekerbekova Sh.

Cand. Sci. (Ped.) Abdulkarimova G.A.

Editorial board:

Dr.Sci. Alimhan K. (Japan),

Phd.d. Cabada A. (Spain),

Phd.d. Kovatcheva E. (Bulgaria),

Phd.d. Ruzhansky M. (England),

Dr. Sci. (Ped.), Corresponding member of the

NAS of RK Abylkasymova A.Ye.,

Dr.Sci.(Engineering) Amirgaliyev Ye.,

Dr. Sci. Berdyshev A.S.

Dr.Sci. Grigoriev S.G. (Russia),

Dr.Sci. Grinshkun V.V. (Russia),

Dr. Sci. Mukhambetzhano S.T.,

Dr.Sc. Kabanikhin S.I. (Russia),

Dr. Sci., Academician of the NAS of RK

Kalimoldayev M.N.,

Dr. Sci. Kozhamkulov B.A.,

Dr. Sci. Komarov F.F.,

(Republic of Belarus),

Dr.Sci.(Engineering) Kulbek M.K.,

Dr. Sci. (Ped.) Lapchik MP (Russia),

Dr. Sci. Lisicin V.M. (Russia),

Dr. Sci. (Ped.) Mambetkunov E.M.

(Kyrgyz Republic),

Dr. Sci. (Ped.) Pak N.I. (Russia),

Dr.Sc. Sakhiev S.K.,

Dr. Sci. (Ped.) Sedova Ye.A. (Russia),

Dr. Sci. (Ped.) Sydykov B.D.,

Dr.Sci.(Engineering) Tuleshov A.K.,

Dr.Sci. Ualiyev Z.G.,

Cand.Sci. Khamraev Sh.I.

© Abai University, 2019

Registered in the Ministry of Information of the

Republic of Kazakhstan,

№ 4824 - Ж - 15.03.2004

(Periodicity: 4 issues per year)

Published since 2000

Signed to print 27.09.2019 г.

Format 60x84 1/8. Vol. 33,3 p.

Printing 300 copies. Order 162.

**Publishing and Editorial:**

050010, 13 Dostyk av.,

Almaty, Kazakhstan

Publisher "Ulagat"

Abai University

|                                                                                                                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Бедельбаев А.А., Майханова А.К., Ордабаева Г.К. Исследование вредоносного трафика для раннего обнаружения DDoS атак.....                                     | 195 |
| Джупарбаева Г.Б., Байжанова М.Т., Тастанбекова Б.О., Сейтханова А.Б. Қолданбалы пакет үлгісіндегі үшөлшемді кеңістіктегі графика және анимация.....          | 200 |
| Zhaylaubaev N.M., Amirov M.M., Shaymerdenova G.S., Ermurzaeva A.Sh. Problems of information and communication technologies use in teaching subjects.....     | 205 |
| Жузбаев С.С., Байконыс А. «Открытые университеты» в информационно-образовательном пространстве.....                                                          | 208 |
| Керімбаев Н.Н., Самбетова Р.А., Утелбаева А.К. Жаппай ашық онлайн курстарды қолдану жолдары.....                                                             | 214 |
| Кошербаева А.Н., Орынбаева Л.К. Виды и особенности средств информатизации, применяемых для развития личностных качеств школьников во внеучебной деятельности | 218 |
| Медетбеков М.М., Джусупбекова Г.Т., Шаймерденова Г.С., Момбекова С.С. Управление IT технологиями больших данных в компаниях (часть 1).....                   | 224 |
| Момбекова С.С., Нышанбаева К.У., Колбоев Б.Р., Бибулова Д.А. Управление IT технологиями больших данных в компаниях (часть 2).....                            | 228 |
| Нарбаева С.М., Бакибаев Т.И. Безопасная система мониторинга транспортных средств на основе блокчейна.....                                                    | 232 |
| Нурбекова Ж.К., Тазабекова П.К., Байгушева К.М. Обновление содержания обучения компьютерному моделированию будущих учителей информатики.....                 | 238 |
| Пыркова А.Ю., Ордабаева Г.К., Джусупбекова Г.Т., Изтаев Ж.Д. Моделирование сети в Cisco Packet Tracer .....                                                  | 242 |
| Сембаев Т.М., Нурбекова Ж.К. Оқу әрекетін бақылау мақсатында заманауи ақпараттық-коммуникациялық технологияларды қолдану.....                                | 249 |
| Серік М., Баумуратова Д.Б. Техникалық және кәсіптік білім беру жүйесінде бұлттық шешімдер бойынша оқыту мүмкіншіліктері.....                                 | 254 |
| Тукенова Л.М., Какімсент А.Б. Логистика саласында тапсырыстарды және тәуекелділіктерді басқарудың ақпараттық қосымшасын құру.....                            | 260 |

# МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

МРНТИ 27.39.19

УДК 517

А.М. Абылаева<sup>1</sup>, Б.Н. Сейлбеков<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Евразийский национальный университет им.Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

## ОГРАНИЧЕННОСТЬ ОДНОГО ОПЕРАТОРА ДРОБНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМ ВЕРХНИМ ПРЕДЕЛОМ

*Аннотация*

Операторы дробного интегрирования в связи многочисленными приложениями в различных областях анализа имеют очень важное значение в математике. В современной математике имеются различные классы операторов дробного интегрирования, среди них такие как операторы Римана-Лиувилля, Вейля, Адамара, Лапласа, Эрдей-Кобера и другие виды непрерывных, дискретных операторов уже ставших классическим в математическом анализе. На тему операторов дробного интегрирования написаны многочисленные статьи, учебники и монографий. В теоретических и прикладных задачах в зависимости от удобных свойств применяются разные операторы дробного интегрирования. Поэтому имеются многочисленные исследования устанавливающие различные свойства таких операторов, а также их взаимосвязи. В последнее годы интенсивно исследуются операторы дробного интегрирования в весовых функциональных пространствах. В предлагаемой работе рассматривается один класс операторов дробного интегрирования, который включает в себе известные операторы Римана-Лиувилля, Вейля, Эрдей-Кобера и устанавливается критерий их ограниченности из одного весового пространства Лебега в другое.

**Ключевые слова:** Ограниченность, дробное интегрирование, весовые функции, неравенство Гёльдера.

*Аңдатпа*

А.М. Абылаева<sup>1</sup>, Б.Н. Сейлбеков<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

## ЖОҒАРҒЫ ШЕГІ АЙНЫМАЛЫ БОЛАТЫН БӨЛШЕК РЕТТІ ИНТЕГРАЛДЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ ШЕНЕЛГЕНДІГІ

Бөлшек ретті интегралдық операторлар анализдің әртүрлі салаларындағы көптеген қосымшаларға байланысты математикада өте маңызды мәнге ие. Қазіргі математикада Риман-Лиувилль, Вейль, Адамар, Лаплас, Эрдей-Кобер операторлары және математикалық талдауда классикалық болып қалған үзіліссіз, дискретті операторлардың басқа түрлері сияқты бөлшек ретті интегралдық операторлардың әртүрлі кластары бар. Бөлшек ретті интегралдық операторлар тақырыбы бойынша көптеген мақалалар, оқулықтар мен монографиялар жазылған. Теориялық және қолданбалы мәселелерде қолайлы қасиеттерге байланысты түрлі бөлшек ретті интегралдық операторлар қолданылады. Сондықтан мұндай операторлардың әртүрлі қасиеттерін анықтайтын көптеген зерттеулер бар, сондай-ақ олардың өзара байланысы. Соңғы жылдары функционалдық кеңістіктегі бөлшек ретті интегралдық операторлар қарқынды түрде зерттелді. Ұсынылған мақалада белгілі Риман-Лиувилль, Вейль, Эрдей-Кобер операторларын қамтитын бөлшек ретті интегралдық операторлардың бір класын қарастырамыз және олардың бір салмақты Лебег кеңістігінен екінші салмақты Лебег кеңістігіне шенелгенділік критерийін аламыз.

**Түйін сөздер:** Шенелгендік, бөлшек ретті интегралдық, салмақты функциялар, Гельдер теңсіздігі.

*Abstract*

## BOUNEDNESS OF A FRACTIONAL INTEGRATING OPERATOR WITH A VARIABLE UPPER LIMIT

Abylayeva A.M.<sup>1</sup>, Seilbekov B.N.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan,

Fractional integration operators in connection with numerous applications in various fields of analysis have very important meaning in mathematics. In modern mathematics, there are various classes of fractional integration operators, such as the Riemann-Liouville, Weyl, Hadamard, Laplace, Erdelyi-Kober operators and other types of continuous, discrete operators that have already become classical in mathematical analysis. Numerous papers, textbooks and monographs have been written on the subject of fractional integration operators. In theoretical and applied problems

different fractional integration operators are used depending on convenient properties. Therefore, there are numerous studies establishing the various properties of such operators, as well as their relationship. In recent years fractional integration operators in weight functional spaces have been intensively studied. In the present paper we consider a class of fractional integration operators, which includes the well-known Riemann-Liouville, Weyl, Erdelyi-Kober operators and establishes a criterion for their boundedness from one Lebesgue weighted space to another.

**Keywords:** boundedness, fractional integration, weight functions, Hölder inequality.

**Введение.** Пусть  $0 < p, q < \infty$ ,  $p > 1$ . Весовые функции  $v$ ,  $w$  – неотрицательные, измеримые функции такие, что  $v \in L_1^{loc}(I)$ ,  $w \in L_1(0, t)$ ,  $\forall t > 0$  и  $u$  – невозрастающая функция на  $I = (0, +\infty)$ .

Положим  $W(x) = \int_0^x w(s)ds$ ,  $x > 0$ .  $\varphi$  – строго возрастающая локально абсолютно непрерывная

функция, имеющая свойство:  $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x) = \infty$ ,  $\varphi(x) \leq x$ ,  $\forall x \in I$ .

Рассмотрим вопрос об ограниченности из  $L_{p,w} \equiv L_{p,w}(I)$  в  $L_{q,v} \equiv L_{q,v}(I)$  интегрального оператора

$$T_\varphi f(x) = \int_0^{\varphi(x)} \frac{u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}}, \quad x \in I, \quad (1)$$

где  $L_{p,w}$  – пространство всех измеримых на  $I$  функции таких, что

$$\|f\|_{p,w} = \left( \int_0^\infty |f(s)|^p w(s)ds \right)^{\frac{1}{p}} < \infty, \quad 0 < p < \infty. \quad (2)$$

Когда весовая функция  $u(s) = 1$  и  $\beta = 0$  ограниченность интегрального оператора (1) исследована в работе [1].

При  $\varphi(x) = x$  критерий ограниченности и компактности получены в работе [2], а при  $W(x) = x$  и  $w(s) = 1$  критерий ограниченности оператора (1) из  $L_{p,w}$  в  $L_{q,v}$  вытекает из результатов работы [3,4].

При  $\varphi(x) = x$ , а  $\alpha \geq 1$  вопрос ограниченности и компактности оператора (1) из  $L_{p,w}$  в  $L_{q,v}$  вытекает из результатов работы [5-8] и поэтому рассматривается случай  $0 < \alpha < 1$ .

Для любого линейного оператора  $T_\varphi : L_{p,w} \rightarrow L_{q,v}$  для удобства положим  $\|T_\varphi\| = \|T_\varphi\|_{L_{p,w} \rightarrow L_{q,v}}$ .

В рамках работы неопределенности вида  $0 \cdot \infty$ ,  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$  полагаются равными нулю, соотношение вида  $A \ll B$  означает  $A \leq \beta B$ , где положительная постоянная  $\beta$ , быть может, зависит от фиксированных параметров, а соотношение  $A \approx B$  интерпретируется, как  $A \ll B \ll A$ .  $Z$ -множество всех целых чисел,  $p'$ -число сопряженное к числу  $1 < p < \infty$ , т.е.  $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ .

**Вспомогательные утверждения.** Для доказательства основных утверждений нам необходимы некоторые факты. Наряду с оператором (1) рассмотрим оператор

$$H_\varphi f(x) = \frac{1}{W^{1-\alpha}(x)} \int_0^{\varphi(x)} u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds, \quad \varphi(x) \leq x, \quad x \in I. \quad (3)$$

Легко видеть, что для  $f \geq 0$

$$T_\varphi f(x) \geq H_\varphi f(x), \quad \forall x \in I. \quad (4)$$

Из результатов работы [9] следует

**Лемма А:** Пусть  $1 < p \leq q < \infty$ ,  $\alpha > 0$ . Оператор  $H_\varphi$  ограничен из  $L_{p,w}$  в  $L_{q,v}$  тогда и только тогда, когда  $A_\varphi < \infty$ , где

$$A_\varphi = \sup_{z \in I} \left( \int_0^{\varphi(z)} u^{p'}(s)W^{p'\beta}(s)w(s)ds \right)^{\frac{1}{p'}} \left( \int_z^\infty W^{q(\alpha-1)}(x)v(x)dx \right)^{\frac{1}{q}},$$

при этом  $A_\varphi \approx \|H_\varphi\|$ .

**Лемма В:** Пусть  $0 < \beta < 1$  и функция  $\gamma(\cdot)$  определена на  $I$ , причем  $0 < \gamma(x) \leq 1, \forall x \in I$ . Тогда

$$\int_0^{\gamma(x)} \frac{dz}{(1-z)^{1-\beta}} \leq \frac{\gamma(x)}{\beta}, \quad \forall x \in I.$$

Действительно, используя неравенство  $(1-\gamma(x))^\beta \geq 1-\gamma(x)$ , имеем

$$\int_0^{\gamma(x)} \frac{dz}{(1-z)^{1-\beta}} = \frac{1}{\beta} [1 - (1-\gamma(x))^\beta] \leq \frac{1}{\beta} [1 - (1-\gamma(x))] = \frac{\gamma(x)}{\beta}.$$

**Теорема 1:** Пусть  $1 < p \leq q < \infty, \frac{1}{p} < \alpha < 1$  и  $\beta \geq 0$ . Пусть  $u$  - невозрастающая функция на  $I$ .

Оператор  $T_\varphi$  ограничен из  $L_{p,w}$  в  $L_{q,v}$  тогда и только тогда, когда  $A_\varphi < \infty$ , при этом  $\|T_\varphi\| \approx A_\varphi$ .

**Доказательство: Необходимость:** Из (4) следует неравенство

$$\|T_\varphi\| \geq \|H_\varphi\|.$$

Тогда в силу леммы А  $\|T_\varphi\| \gg A_\varphi$ .

Теперь должны доказать, что  $\|T_\varphi\| \ll A_\varphi$ .

**Достаточность:** Пусть  $A_\varphi < \infty$ . Рассмотрим функцию  $W(\varphi(x))$ , которая не убывает и непрерывна на  $I$ , причем  $W(\varphi(0)) = W(0) = 0$ . Используя эти свойства функции  $W$ , для любого  $k \in Z$  определим  $x_k = \sup\{x \in I : W(\varphi(x)) \leq 2^k\}$ . Очевидно, что  $a < x_k \leq x_{k+1} \leq b, \forall k \in Z$  и  $W(\varphi(x_k)) \equiv \lim_{x \rightarrow x_k} W(\varphi(x)) \leq 2^k$ , а если  $x_k < b$ , тогда  $x_{k-1} < x_k$  и  $W(\varphi(x_k)) = 2^k$ . Положим  $\varphi(x_k) = t_k, I_k = [x_k, x_{k+1}), J_k = [t_k, t_{k+1})$  и  $Z_0 = \{k \in Z : I_k \neq \emptyset\}$ .

Поэтому

$$I = \bigcup_{k \in Z_0} I_k = \bigcup_{k \in Z_0} J_k, \quad (5)$$

$$W(\varphi(x_k)) = W(t_k) = 2^k, \quad k \in Z_0 \quad (6)$$

$$2^k \leq W(\varphi(x)) \leq 2^{k+1}, \quad x \in I_k, \quad k \in Z_0. \quad (7)$$

Пусть  $0 \leq f \in L_{p,w}$  и используем  $\varphi(x_{k-1}) \leq x_{k-1} < x_k, k \in Z_0$ , для всех  $f \geq 0$ .

Эти факты используются ниже без напоминания.

$$\begin{aligned} \|T_\varphi f\|_{q,v}^q &= \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left( \int_0^{\varphi(x)} \frac{u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} \right)^q dx \\ &= \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left[ \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} + \int_{\varphi(x_{k-1})}^{\varphi(x)} \right) \frac{u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} \right]^q dx \\ &\ll \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} \frac{u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} \right)^q dx \\ &+ \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left( \int_{\varphi(x_{k-1})}^{\varphi(x)} \frac{u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} \right)^q dx := F_1 + F_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Оценим  $F_1$  и  $F_2$  по отдельности. Используя монотонность функции  $W$  получаем следующее неравенства

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} \frac{u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} \right)^q dx \\
 &\leq \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} \frac{u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds}{(W(x)-W(\varphi(x_{k-1})))^{1-\alpha}} \right)^q dx \\
 &\leq \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} \frac{v(x)dx}{(W(x)-W(x_{k-1}))^{q(1-\alpha)}} \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds \right)^q
 \end{aligned}$$

Используя следующие оценки

$$\begin{aligned}
 W(x) - W(\varphi(x_{k-1})) &= W(x) - \frac{1}{2} \cdot 2^k = W(x) - \frac{1}{2} W(\varphi(x_k)) \\
 &\geq W(x) - \frac{1}{2} W(x_k) \geq W(x) - \frac{1}{2} W(x) = \frac{1}{2} W(x)
 \end{aligned}$$

имеем

$$\begin{aligned}
 F_1 &\leq 2^{q(1-\alpha)} \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} \frac{v(x)}{W^{q(1-\alpha)}(x)} \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds \right)^q dx \\
 &\ll \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left( \frac{1}{W^{1-\alpha}(x)} \int_0^{\varphi(x)} u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds \right)^q dx \leq \|H_\varphi f\|_{q,v}^q.
 \end{aligned}$$

Отсюда, в силу леммы А, получаем

$$F_1 \ll A_\varphi^q \|f\|_{p,w}^q. \tag{9}$$

Теперь оценим  $F_2$ . На основании неравенства Гельдера, получим

$$\begin{aligned}
 F_2 &= \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left( \int_{\varphi(x_{k-1})}^{\varphi(x)} \frac{u(s)W^\beta(s)f(s)w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} \right)^q dx \\
 &\leq \sum_k \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x) \left( \int_{\varphi(x_{k-1})}^{\varphi(x)} (f(s))^p w(s)ds \right)^{\frac{q}{p}} \left( \int_{\varphi(x_{k-1})}^{\varphi(x)} \frac{u^p(s)W^{p\beta}(s)w(s)}{(W(x)-W(s))^{p(1-\alpha)}} ds \right)^{\frac{q}{p}} dx \\
 &\leq \sum_k \left( \int_{\varphi(x_{k-1})}^{\varphi(x_{k+1})} (f(s))^p w(s)ds \right)^{\frac{q}{p}} u^q(\varphi(x_{k-1})) \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x)W^{q\beta}(\varphi(x)) \left( \int_0^{\varphi(x)} \frac{w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{p(1-\alpha)}} \right)^{\frac{q}{p}} dx
 \end{aligned}$$

В последнем неравенстве использовано условие не возрастания функции  $u(\cdot)$ .

Производим замену переменных  $W(s) = tW(x)$ , тогда в силу леммы В

$$\int_0^{\varphi(x)} \frac{w(s)ds}{(W(x)-W(s))^{p(1-\alpha)}} = \frac{W(x)}{W^{p(1-\alpha)}(x)} \int_0^{\frac{W(\varphi(x))}{W(x)}} (1-t)^{p(\alpha-1)} dt \leq \frac{W(\varphi(x))}{\left(1 - p\left(\alpha - \frac{1}{p}\right)\right)W^{p(1-\alpha)}(x)}.$$

Используя это неравенство продолжаем оценку  $F_2$

$$F_2 \ll \sum_k \left( \int_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} (f(s))^p w(s)ds \right)^{\frac{q}{p}} u^q(\varphi(x_{k-1})) \int_{x_k}^{x_{k+1}} v(x)W^{q\beta}(\varphi(x)) \frac{W^{\frac{q}{p}}(\varphi(x))}{W^{q(1-\alpha)}(x)} dx$$

$$\begin{aligned}
 &\leq \sum_k \left( \int_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} (f(x))^p w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} u^q(\varphi(x_{k-1})) W^{\frac{q}{p}(\beta+1)}(\varphi(x_{k+1})) \int_{x_k}^{x_{k+1}} W^{q(\alpha-1)}(x) v(x) dx \\
 &= 2^{\left(\frac{q\beta+\frac{q}{p}}{p}\right)} \sum_k \left( \int_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} (f(s))^p w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} u^q(\varphi(x_{k-1})) W^{\frac{q}{p}(\beta+1)}(x_{k-1}) \int_{x_k}^{x_{k+1}} W^{q(\alpha-1)} v(x) dx \\
 &\ll \sum_k \left( \int_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} (f(s))^p w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} u^q(\varphi(x_{k-1})) \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} W^{p\beta}(s) w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} \int_{x_k}^{x_{k+1}} W^{q(\alpha-1)}(x) v(x) dx \\
 &\leq \sum_k \left( \int_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} (f(s))^p w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} u^{p'}(s) W^{p\beta}(s) w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} \int_{x_{k-1}}^{\infty} W^{q(\alpha-1)}(x) v(x) dx
 \end{aligned}$$

Используя лемму А и применяя неравенству Йенсена, получим

$$\begin{aligned}
 &\leq \sup_{k \in \mathbb{Z}_0} \left( \int_0^{\varphi(x_{k-1})} u^{p'}(s) W^{p\beta}(s) w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} \int_{x_{k-1}}^{\infty} W^{q(\alpha-1)}(x) v(x) dx \cdot \sum_k \left( \int_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} (f(s))^p w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} \\
 &\leq A_\varphi^q \cdot \sum_k \left( \int_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} (f(s))^p w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} \leq A_\varphi^q \cdot \left( \sum_k \int_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} (f(s))^p w(s) ds \right)^{\frac{q}{p}} \leq 2^{\frac{q}{p}} A_\varphi^q \cdot \|f\|_{p,w}^q.
 \end{aligned}$$

Таким образом

$$F_2 \ll A_\varphi^q \cdot \|f\|_{p,w}^q. \quad (10)$$

Из неравенств (8), (9) и (10) следует  $\|T_\varphi f\|_{q,v}^q \ll A_\varphi^q \cdot \|f\|_{p,w}^q + A_\varphi^q \|f\|_{p,w}^q$ , отсюда следует  $\|T_\varphi\| \ll A_\varphi$ ,

$$\|T_\varphi\| \approx A_\varphi.$$

Теорема полностью доказана.

Список использованной литературы:

- 1 Abylayeva A. Criterion of the boundedness of a fractional integration type operator with variable upper limit in weighted Lebesgue spaces // International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2016) AIP Conf. Proc. 1759, 020088-1–020088-5; doi: 10.1063/1.4959702. –Almaty, 2016.
- 2 Abylayeva A., Oinarov R., and Persson L.-E. Boundedness and compactness of a class of Hardy type operators // Journal of Inequal. and Appl. (JIA), - 2016. № 324. – P. 1-18
- 3 Абылаева А.М., Ойнаров Р. Критерий ограниченности одного класса операторов дробного интегрирования // Математический журнал, - 2004. Т. 4. №2 (12) - С. 5-14
- 4 Prokhorov D.V. On the Boundedness and Compactness of a Class of Integral Operators // J.London Math. Soc. – 2000. № 2.– P. 617-628
- 5 Ойнаров Р. Двусторонние оценки нормы некоторых классов интегральных операторов // Труды МИ РАН. - 1993. Т. 204, - С. 240-250
- 6 Ойнаров Р. Точные оценки интегральных операторов вольтерровского типа // Математический журнал. - 2001. Т.1. № 1. -С. 52-61
- 7 Ойнаров Р Критерий компактности одного класса интегральных операторов вольтерровского типа // Математический журнал. - 2002. Т.2. № 1. - С.49-56
- 8 Oinarov R. Boundedness and compactness of superposition of fractional integration operators and their applications // Function Spaces, Differential Operators and Nonlinear Analysis: Proceedings: Чехия. - 2005. - С. 213-235
- 9 Stepanov V.D., Ushakova E.P. Kernel operators with variable intervals of integration in Lebesgue spaces and applications // Math. Inequal. Appl., –2010. 13:3. –P. 449–510



МРНТИ 27.25.19  
УДК 519.651

Ш. Ажгалиев<sup>1</sup>, Ш. Абикенова<sup>1</sup>, Г. Таугынбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Институт теоретической математики и научных вычислений, г. Нур-Султан, Казахстан

## О ПРЕОБРАЗОВАНИИ РАДОНА В КОНТЕКСТЕ КОМПЬЮТЕРНОГО (ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО) ПОПЕРЕЧНИКА

*Аннотация*

В работе представлены результаты приближенного восстановления функций из классов Соболева по их значениям преобразований Радона. Решение задачи сформулировано в контексте Компьютерного (вычислительного) поперечника. Данный подход впервые предложен в 1996-2003 гг. Институтом теоретической математики и научных вычислений. На данный момент уже получены результаты разного уровня сложности в решении задачи приближенного восстановления функций из различных функциональных классов с привлечением различных видов числовой информации. Логичным продолжением точных порядковых оценок, полученных при восстановлении функции из классов Соболева (по значениям коэффициентов Фурье или значений функции в точках), является исследование аппроксимативных возможностей других конкретных вычислительных агрегатов. Особенностью данной работы в рамках К(В)П заключается в выборе другого типа функционалов - значения преобразования Радона.

**Ключевые слова:** компьютерный (вычислительный) поперечник (сокращенно – К(В)П), дискретизация, функция, преобразование Радона, классы функций.

*Аңдатпа*

Ш. Ажгалиев<sup>1</sup>, Ш. Әбікенова<sup>1</sup>, Г. Таугынбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,

Теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

## КОМПЬЮТЕРЛІК (ЕСЕПТЕУШІ) ДИАМЕТР КОНТЕКСТІНДЕ РАДОН ТҮРЛЕНДІРУІ ЖАЙЛЫ

Мақалада Соболев кластарынан алынған функцияларды Радон түрлендірулерінің мәндері бойынша жуықтау нәтижелері берілген. Нәтиже Компьютерлік (есептеуші) диаметр контекстінде тұжырымдалған. Бұл қойылым алғаш рет 1996-2003 жылдары Теориялық математика және ғылыми есептеу институтында ұсынылған. Қазіргі уақытта функцияларды жуықтау мәселесін шешуде әртүрлі сандық мәліметтер бойынша әртүрлі функционалды кластардан алынған әртүрлі деңгейдегі нәтижелері алынды. Соболев кластарындағы функцияларды жуықтау есебінде алынған дәл реттік бағалаулардан (мәлімет Фурье коэффициенттерінің мәндері немесе функцияның нүктелердегі мәні болған жағдайлар) кейін, әрине басқа нақты бір есептеу құралдарының аппроксимативтік қасиетін зерттеу қызығушылық тудырады. К(Е)Д шеңберінде зерттеліп отырған бұл жұмыстың ерекшелігі - функционалдардың басқа түрін, атап айтқанда, Радон түрлендірулерінің мәнін таңдауда.

**Түйін сөздер:** компьютерлік (есептеуші) диаметр (қысқаша К(Е)Д), дискретизация, функция, Радон түрлендіруі, функциялар класстары.

*Abstract*

## ABOUT THE RADON TRANSFORM IN CONTEXT OF THE COMPUTATIONAL (NUMERICAL) DIAMETER

Azhgaliev Sh.<sup>1</sup>, Abikenova Sh.<sup>1</sup>, Taugynbaeva G.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>, L. N. Gumilyov Eurasian National University,

Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computations, Nur-Sultan, Kazakhstan

The paper presents the results of the approximate recovery of functions from Sobolev classes by their values of the Radon transforms. The solution to the problem is formulated in the context of the Computer (computational) diameter. This approach was first proposed in 1996-2003yy. on Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computing (ITMSC). At the moment, the results of different difficulty levels have already been obtained in solving the problem of approximate recovery of functions from various functional classes involving various types of numerical information. A logical continuation of the exact ordinal estimates obtained when recovery a function from Sobolev classes (from the values of the Fourier coefficients or the values of the function at points) is the study of the approximate possibilities of other specific computing units. A feature of this work within the framework of C(N)DP is the choice of another type of functional - the value of the Radon transform.

**Keywords:** computer (computational) diameter (abbreviated C(N)D), discretization, function, Radon transform, classes of functions.

Общая задача в определении Компьютерного (вычислительного) перечника, впервые предложенного в 1996-2003 годах Институтом теоретической математики и научных вычислений (ИТМиНВ) Евразийского Национального университета им. Л.Н. Гумилева в [1] и в дальнейшем развитого в работах [2-5], в случае  $Tf = f$  есть задача восстановления функции

$$\delta_N(D_N; F)_Y = \inf_{(l_1, \dots, l_N, \varphi_N) \in D_N} \sup_{f \in F} \|f(\cdot) - \varphi_N(l_1(f), \dots, l_N(f)); \cdot\|_Y \quad (1)$$

Смысл К(В)П состоит в нахождении наилучшего среди данного класса вычислительных средств в условиях искаженных исходных данных.

В рамках обозначений и определений приведенных в [5], «Компьютерный (вычислительный) перечник», заключает в себе последовательное решение нижеследующих трех задач – К(В)П-1, К(В)П-2 и К(В)П-3:

При заданных  $F, Y, D_N$  (фиксированных всюду по последующему контексту)

**К(В)П-1:** Находится порядок  $\succ \prec \delta_N(0; D_N)_Y \equiv \delta_N(0; T; F; D_N)_Y$ , – информативная мощность набора вычислительных агрегатов  $D_N \equiv D_N(F)_Y$ , заданного набора комплексов  $(l_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}; \varphi_N) \equiv (l^{(N)}, \varphi_N)$ , подчеркнем, операторов восстановления «по точной информации».

**К(В)П-2:** Производится построение конкретного вычислительного агрегата  $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$  из  $D_N \equiv D_N(F)_Y$ , поддерживающего порядок  $\succ \prec \delta_N(0; D_N)_Y$ , для которого исследуется задача существования и нахождения последовательности  $\tilde{\varepsilon}_N \equiv \tilde{\varepsilon}_N(D_N; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y \equiv (\tilde{\varepsilon}_N^{(1)}, \dots, \tilde{\varepsilon}_N^{(N)})$  с неотрицательными компонентами, – К(В)П-2 – предельной погрешности (соответствующей вычислительному агрегату  $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$ ), такой, что  $\delta_N(0; D_N)_Y \succ \prec \delta_N(\tilde{\varepsilon}_N; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y \equiv \sup \{ \|Tf(\cdot) - \bar{\varphi}_N(z_1(f), \dots, z_N(f)); \cdot\|_Y : f \in F, |\bar{l}_\tau(f) - z_\tau(f)| \leq \varepsilon_N^{(\tau)} (\tau = 1, \dots, N) \}$ , с одновременным выполнением

$$\forall \eta_N \uparrow +\infty (0 < \eta_N < \eta_{N+1}, \eta_N \rightarrow +\infty) : \overline{\lim}_{N \rightarrow +\infty} \delta_N(\eta_N \tilde{\varepsilon}_N; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y / \delta_N(0; D_N)_Y = +\infty$$

**К(В)П-3:** Устанавливается массивность предельной погрешности  $\tilde{\varepsilon}_N(D_N; (\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N))_Y$ : находится как можно большое множество  $D_N(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$  (обычно связанных со структурой исходного  $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$ ) вычислительных агрегатов  $(l^{(N)}, \varphi_N)$ , построенных по всевозможным (не обязательно линейным) функционалам  $l_1, \dots, l_N$ , таких, что для каждого из них выполнено соотношение

$$\forall \eta_N \uparrow +\infty (0 < \eta_N < \eta_{N+1}, \eta_N \rightarrow +\infty) : \overline{\lim}_{N \rightarrow +\infty} \delta_N(\eta_N \tilde{\varepsilon}_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y / \delta_N(0; D_N)_Y = +\infty$$

Конкретизация в  $D_N$  наборов функционалов  $l_1, \dots, l_N$  и алгоритмов переработки числовой информации  $\varphi_N$  порождает многочисленные постановки задач.

Через:

$$\Lambda_N = P^{(N)} = \{ (f(\xi_1), \dots, f(\xi_N)) : f \in F, \xi_1, \dots, \xi_N - \text{точки из множества задания функций класса } F \}$$

обозначим множество из всех возможных наборов  $N$  функционалов, являющихся значениями функции в точках линейных функционалов введем случайные обозначения, через

$$\Lambda_N = \Phi^{(N)} = \{ (\hat{f}(m^{(1)}), \dots, \hat{f}(m^{(N)})) : f \in F, m^{(j)} \in Z^s, j = 1, \dots, N \}$$

множество всех возможных наборов из  $N$  функционалов, - тригонометрических коэффициентов Фурье-Лебега, где  $Z^s$  - множество всех векторов  $m = (m_1, \dots, m_s)$  из  $R^s$  с целочисленными компонентами и пусть

$$\Lambda_N = L^{(N)} = \{(l_1(f), \dots, l_N(f)) : f \in F\}$$

есть множество всех возможных наборов из  $N$  линейных функционалов, определенных на линейной оболочке класса  $F$ , что коротко будем называть *линейной информацией*. Особый интерес представляет случай, когда  $\Lambda_N$  есть множество всех линейных функционалов, определенных на линейной оболочке класса  $F$ . Тогда в случае  $D_N = L^{(N)} \times \{\varphi_N\}_Y$  величин  $\delta_N(0, L^{(N)})$  есть *информативная мощность всех возможных линейных функционалов*. Образно говоря, случай оценки снизу при  $\Lambda_N = L^{(N)}$  с произвольным  $\varphi_N$  можно понимать как «*привлечение любых мыслимых вычислительных агрегатов построенных по  $\delta_0$  линейной информации не может обеспечить большую скорость приближения*».

Здесь, по видимому, самой изученной является случай функционалов  $l_j(f) = f(\xi_j)$  - значений функций в точках. Здесь основная проблема заключается в построении сеток, оптимальных в том или ином смысле. Разумеется, помимо значений в точках, можно привлекать и другие функционалы. И здесь наиболее изученными являются тригонометрические коэффициенты Фурье (см. также работу авторов [3], где использовались коэффициенты Фурье по системе Хаара).

Зависимость результатов исследований от выбора  $D_N$  проследим на примере задачи восстановления функций из классов Соболева с доминирующей смешанной производной  $F = SW_2^r(0,1)^s$  в случае метрик  $Y = C(0,1)^s$  и  $Y = L^2(0,1)^s$

Положим

$$P_N = \left\{ \sum f(\xi_k) \psi_k(x) : \xi_k \in [0,1]^s, \psi_k \in C(0,1)^s (k = 1, \dots, N) \right\},$$

и

$$L_N = \{ \varphi_N(l_1(f), \dots, l_N(f); x) \in C(0,1)^s \} \quad (2)$$

где  $l_j(f)$  - всевозможные линейные функционалы, определенные на линейной оболочке  $SW_2^r(0,1)^s$ , а  $\varphi_N(z_1, \dots, z_N; x)$  - функция, непрерывная на  $[0,1]^s$  по  $x$  при произвольных  $z_1, \dots, z_N$ .

В работе С.А. Смоляка [6] получены оценки

$$\frac{1}{N^{r-\frac{1}{2}}} \ll \delta_N(P_N, SW_2^r(0,1)^s)_{C(0,1)^s} \ll \frac{(\ln N)^{(r+\frac{1}{2})(s-1)}}{N^{r-\frac{1}{2}}} \quad (3)$$

в то время как точный порядок, как это установлено В.Н. Темляковым [16], есть

$$\delta_N(P_N, SW_2^r(0,1)^s)_{C(0,1)^s} \asymp \frac{(\ln N)^{r(s-1)}}{N^{r-\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

причем, согласно утверждению из работы [3] Ш. Ажгалиева и Н. Темиргалиева, соотношения (4) остаются справедливыми при замене  $P_N$  на более широкое множество  $L_N$ .

Далее, В. Зиккель и Т. Ульрих [7] доказали, что ( $2r > 1$ ),

$$\frac{(\ln N)^{r(s-1)}}{N^r} \ll \delta_N(P_N, SW_2^L(0,1)^s)_{L^2(0,1)^s} \ll \frac{(\ln N)^{(r+\frac{1}{2})(s-1)}}{N^r}, \quad (5)$$

в связи с чем отметим, что в [3] установлено

$$\delta_N(L_N, SW_2^r(0,1)^s)_{L^2(0,1)^s} \asymp \frac{(\ln N)^{r(s-1)}}{N^r} \quad (6)$$

Оценки сверху в (3) – (6) достигаются на различных вычислительных агрегатах: в [6] – это результат применения тензорного произведения классов к конечной свертке с ядром Валле-Пуссена, в [7,8] –

специальная конструкция, в основе которой также лежит ядро Валле-Пуссена, а в [3] – частичные суммы тригонометрических рядов Фурье-Лебега со спектром из больших коэффициентов Фурье класса  $SW_2^r(0,1)^s$ .

Таким образом, в оценках сверху, совпадающих по порядку с оценками снизу, выступают различные операторы восстановления. В связи с этим, продолжением точных порядковых оценок (4) и (6) является исследование аппроксимативных возможностей других конкретных вычислительных агрегатов. Полученные результаты разного уровня сложности в решении задачи приближенного восстановления функций из различных функциональных классов с привлечением вышперечисленных видов функционалов представлены, например в работах [1-15]. Здесь надо сказать, что всякие сочетания inf-sup и sup-inf несут в себе очень трудные задачи и очень редкие решения в виде порядкового равенства сразу же относятся к разряду фундаментальных. Логичным продолжением точных порядковых оценок, полученных при восстановлении функции из классов Соболева (по значениям коэффициентов Фурье или значений функции в точках), является исследование аппроксимативных возможностей других конкретных вычислительных агрегатов. Особенностью данной работы в рамках К(В)П заключается в выборе другого типа функционалов, нами используются значения преобразования Радона  $R(f; t, \theta)$  функции  $f$ , определенной на  $D$

$$R(f; t, \theta) := \int_{I(t; \theta)} f(x, y) ds = \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} f(t\theta_1 - s\theta_2, t\theta_2 + s\theta_1) ds,$$

где  $(t, \theta) \in C$ ,

$I := I(t, \theta) = \{(x, y) : x\theta_1 + y\theta_2 = t\} \cap D$ , через  $D = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : |x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leq 1\}$  будем везде обозначать единичный круг с центром в начале координат.

А через

$$S \equiv \{\theta = (\theta_1, \theta_2) : \theta_1^2 + \theta_2^2 = 1\}, C = [-1, 1] \times S = \{(p, \theta) : -1 \leq p \leq 1, \theta = (\theta_1, \theta_2) : \theta_1^2 + \theta_2^2 = 1\}.$$

Через  $Z$  обозначим множество  $\{(p, \theta) : -1 \leq p \leq 1, \theta = (\theta_1, \theta_2) : \frac{1}{4} \leq \theta_1^2 + \theta_2^2 \leq 1\}$ . Заметим здесь, что

множество  $C$  можно рассматривать как поверхность в  $\mathbb{R}^3$ , которая находится внутри куба  $[-1, 1]^3$ .

Преобразование Радона и формула обращения были введены Радонам в работе [9]. Обзор основных сведений о преобразовании Радона может быть найден в монографиях [10,11]. В последнее время количество работ, посвященных приближенным вычислениям с использованием преобразований Радона, неуклонно растет. Отметим только некоторые из них, наиболее близкие нашей тематике исследований [12,13].

В качестве функциональных классов рассматриваются классы Соболева  $W_2^r(D)$ .

Таким образом, основной целью научной работы является нахождение не улучшаемых порядков величины

$$\rho_N(F)_Y = \inf_{(t_1, \theta^{(1)}), \dots, (t_N, \theta^{(N)})} \sup_{\varphi_N(z_1, \dots, z_N; x)} \sup_{f \in F} \|f - \varphi_N(R(f; t_1, \theta^{(1)}), \dots, (R(f; t_N, \theta^{(N)}))\|; x\|_Y$$

Нами доказана следующая теорема.

**Теорема.** Пусть даны числа  $r > \frac{1}{2}$ ,  $l \geq 0$  и  $2 \leq q < \infty$  такие, что  $\frac{r-l}{2} > \frac{1}{2} - \frac{1}{q}$  Тогда справедливо

соотношение

$$\rho_N(W_2^r(D))_{W_{q,l}(D)} \asymp N^{-\frac{(r-l)}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{q}}.$$

Данная теорема для  $q = 2, l = 0$  была доказана Ф. Натеррером в [12].

Оценка сверху в случае  $q = 2, l = 0$  была доказана в [13].

Отметим, что основой для доказательства оценки сверху будут следующие лемма 1 и теоремы Хертле.

**Лемма 1.** Пусть  $r > 0$  и функция  $\psi(t, \theta) \in W_2^r(C)$ , тогда функция  $\phi(t, \alpha)\psi(t, \cos \alpha, \sin \alpha)$  будет принадлежать пространству Соболева  $W_2^r(P)$  причем

$$\|\phi\|_{W_2^r} \ll \|\psi\|_{W_2^r(C)}.$$

Справедливо и обратное утверждение, если  $\phi(t, \alpha) \in W_2^r(P)$  (и  $2\pi$  –периодична по переменной  $\alpha$ ), то функция  $\psi(t, \theta) = \frac{1}{|\theta|} \phi(\frac{1}{|\theta|}, \tan(\theta_1, \theta_2)) \in W_2^r(C)$ , причем

$$\|\psi\|_{W_2^r(C)} \ll \|\phi\|_{W_2^r(P)}.$$

**Теорема Хертле** [15]. Пусть положительное число  $r$ . Тогда существует постоянная  $c(r)$  такая, что для каждой функции  $f \in W_2^r(D)$  ее преобразование Радона  $R(f; t, \theta) \in W_2^{r+\frac{1}{2}}(C)$  (и является однородной функцией порядка -1 от переменных  $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ ) и имеют место неравенства:

$$\|R(f)\|_{W_2^{r+\frac{1}{2}}(C)} \asymp \|f\|_{W_2^r(D)}.$$

**Доказательство теоремы.** Докажем сначала оценку сверху. Без ограничения общности, можно считать, что количество информации  $N = n^2$ . Возьмем произвольную функцию  $f \in W_2^r(D)$ . Тогда, согласно теореме Хертле, имеет место соотношение:

$$R(f; t, \theta) \in W_2^{r+\frac{1}{2}}(C).$$

Функция  $g(t, \alpha) \equiv R(f; t, \cos \alpha, \sin \alpha)$ , в силу леммы 1, будет принадлежать пространству Соболева  $W_2^{r+\frac{1}{2}}(P)$ .

Для классов Соболева известно, что существует алгоритм

$$\varphi_N(z_1, \dots, z_N; t, \alpha),$$

и сетка  $\{(t_k, \alpha_k)\}_{k=1}^N$  такие, что агрегат восстановления

$$\varphi_N(t, \alpha) = \varphi_N(g(t_1, \alpha_1), \dots, g(t_N, \alpha_N); t, \alpha)$$

имеет точность

$$\|g(t, \alpha) - \varphi_N(t, \alpha)\|_{W_2^l(P)} \leq c(r) \cdot N^{-\frac{(r-l)+\frac{1}{2}}{2}}, \tag{7}$$

$$\|g(t, \alpha) - \varphi_N(t, \alpha)\|_{W_2^{l+2}(P)} \leq c(r) \cdot N^{-\frac{(r-l+2)+\frac{1}{2}}{2}}.$$

$$\lambda \leq l + (1 - \frac{2}{q}) + \frac{1}{2}.$$

Переходя обратно к преобразованию Радона, получаем из (7) и леммы 1, что агрегат восстановления

$$\varphi_N(s, \theta) = \varphi_N(R(f; t_1, \cos \alpha_1, \sin \alpha_1), \dots, R(f; t_N, \cos \alpha_N, \sin \alpha_N); s, \theta)$$

имеет следующую точность:

$$\|R(f; s, \theta) - \varphi_N(s, \theta)\|_{W_2^{l+1}(C)} \leq c(r) \cdot N^{-\frac{(r-l)+\frac{1}{2}}{2}} \tag{8}$$

$$\|R(f; s, \theta) - \varphi_N(s, \theta)\|_{W_2^l(C)} \leq c(r) \cdot N^{-\frac{(r-l)+\frac{1}{2}}{2}}.$$

Из неравенств (8), при  $\lambda \leq t + \frac{1}{2} \equiv l + (1 - \frac{2}{q}) + \frac{1}{2} < \lambda + 1$ , используя интерполяцию между нормами пространств  $W_2^{\lambda+2}(C)$  и  $W_2^\lambda(C)$ , получим оценку приближения в норме пространства  $W_2^{\lambda+\frac{1}{2}}(C)$ :

$$\begin{aligned} & \|R(f; s, \theta) - \phi_N(s, \theta)\|_{W_2^{\lambda+\frac{1}{2}}(C)} \ll \\ & \ll (\|R(f; s, \theta) - \phi_N(s, \theta)\|_{W_2^\lambda(C)})^{\lambda+1-(t+\frac{1}{2})} \cdot (\|R(f; s, \theta) - \phi_N(s, \theta)\|_{W_2^{\lambda+1}(C)})^{(t+\frac{1}{2})-\lambda} \ll \\ & N^{-\frac{((r-\lambda)+\frac{1}{2})(\lambda+1-(t+\frac{1}{2}))+(r-\lambda-1)+\frac{1}{2})(t+\frac{1}{2})-\lambda}{2}} = N^{-\frac{(r-\lambda)+\frac{1}{2}}{2} + \frac{(t+\frac{1}{2})-\lambda}{2}} = N^{-\frac{(r-\lambda)+\frac{1}{2}}{2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Пусть теперь функция  $u_N(x, y)$  такова, что ее преобразование Радона есть  $\phi_N(s, \theta)$ . Построить такую функцию можно используя обратное преобразование Радона:

$$\begin{aligned} \phi_N(\omega, \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_N(s, \theta) \cdot \exp(-i\omega s) ds \\ u_N(x, y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \phi_N(\omega, \theta) \cdot \exp(i\omega(x\theta_1 + y\theta_2)) \cdot \omega d\omega d\theta. \end{aligned}$$

Далее, используя теорему Хертле и линейность преобразования Радона, имея в виду (9), заключаем, что

$$\|f - u_N(x, y)\|_{W_2^{\lambda+\frac{1}{2}}(D)} \asymp \|R(f) - \phi_N\|_{W_2^{\lambda+\frac{1}{2}}(C)} \ll N^{-\frac{(r-t+\frac{1}{2})}{2}} = N^{-\frac{r-l}{2} + (\frac{1}{2} - \frac{1}{q})}. \quad (10)$$

Используем теорему 9.6.2 ([14], стр. 361), которая утверждает, что при  $1 < p < q < \infty$ ,  $k = 1 - (\frac{1}{p} - \frac{1}{q}) \cdot \frac{n}{t} \geq 0$ ,  $l = k \cdot t$  имеет место вложение:

$$W_p^l(R^n) \subset W_q^l(R^n)$$

В нашем случае  $n = 2$ ,  $2 = p < q < \infty$ , пусть. Тогда последовательно

$$\begin{aligned} k &= 1 - (\frac{1}{2} - \frac{1}{q}) \cdot \frac{2}{t} \\ k \cdot t &= t - (\frac{1}{2} - \frac{1}{q}) \cdot 2 = l + (1 - \frac{2}{q}) - 1 + \frac{2}{q} = l. \end{aligned}$$

Таким образом

$$W_p^l(R^2) = W_2^{l+(1-\frac{2}{q})}(R^2) \subset W_q^l(R^2).$$

Стало быть, из (10) получаем

$$\|f - u_N(x, y)\|_{W_q^l(D)} \ll \|f - u_N(x, y)\|_{W_q^{l+(1-\frac{2}{q})}(D)} \ll N^{-\frac{r-l}{2} + (\frac{1}{2} - \frac{1}{q})}.$$

Оценка сверху, таким образом, доказана.

Для доказательства оценки снизу достаточно показать, что для любых  $N$  прямых  $p_1, \dots, p_N$  найдется функция  $g \in W_2^r(D)$ , у которой преобразования Радона вдоль этих прямых равны 0 и



$$\frac{\|g\|_{W_q^l}}{\|g\|_{W_2^q(D)}} \gg N^{-\frac{r-l}{2} + (\frac{1}{2} - \frac{1}{q})}, \quad (11)$$

Существование такой функции следует из оценки снизу в теореме 1 из [4] (для случая  $l = 0$  также следует из теоремы 1 в [3]). Действительно там было показано, что для любых линейных функционалов  $l_1, \dots, l_N$  найдется функция  $f \in W_2^r(I)$ , такая, что

$$\|f\|_{W_2^r(I)} \leq 1, \quad l_1(f) = \dots = l_N(f) = 0,$$

и

$$\|f\|_{W_q^l(D)} \gg N^{-\frac{r-l}{2} + (\frac{1}{2} - \frac{1}{q})}.$$

Здесь мы в качестве функционалов  $l_1, \dots, l_N$  возьмем значения интегралов вдоль заданных  $N$  прямых:

$$l_k(f) = \int_{p_k \cap D} f ds, \quad k = 1, \dots, N.1$$

Пусть функция  $g$  есть сужение  $f$  на область  $D$ . Стало быть первое условие  $\int_{p_k \cap D} g ds = 0$

$$\int_{p_k \cap D} g ds = 0$$

выполняется тривиальным образом. Также легко проверить и другие условия.

Действительно  $g \in W_2^r(D)$  и для некоторого числа  $c = c(r)$  выполнено неравенство

$$\|g\|_{W_2^r(D)} \leq c, \quad (12)$$

так как область  $D$  можно покрыть конечным числом единичных квадратов.

По аналогичной причине, так как  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]^2 \subset D$ , то

$$\|g\|_{W_q^l(D)} \geq \|f\|_{W_q^l(I)} \gg N^{-\frac{r-l}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{q}},$$

что в совокупности с (12) дает нам выполнение неравенства (11).

Таким образом, оценка снизу, а вместе с ней и теорема доказана.

*Научные работы проведены в рамках грантового финансирования МОН РК проекта AP05132938 «Преобразование Радона в задачах дискретизации».*

*Список использованной литературы:*

- 1 Темиргалиев Н. Теоретико-числовые методы и теоретико-вероятностный подход к задачам Анализа. Теория вложений и приближений, абсолютная сходимость и преобразования рядов Фурье// Вестн. ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Серия Мат. -1997. -С. 90-144.
- 2 Темиргалиев Н., Жубаньшева А.Ж. Теория приближений, Вычислительная математика и Численный анализ в новой концепции в свете Компьютерного (вычислительного) поперечника// Вестн. ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Серия Мат. -2018. -Т. 124, №3. -С. 8-88.
- 3 Ажгалиев Ш.У., Темиргалиев Н., Информативная мощность всех линейных функционалов при восстановлении функций из классов  $H_p^\omega$ , // Матем. сб., -2007. Т 198. №11. С. 3–20.
- 4 Темиргалиев Н., Жубаньшева А.Ж. Порядковые оценки норм производных функций с нулевыми значениями на линейных функционалах и их применения, Изв. вузов. Матем., -2017, № 3, - С.89–95.
- 5 Темиргалиев Н. Теории вложений и приближений в контексте  $K(B)П$  и внутренних проблем теории функций// Вестн. ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Серия Мат. -2018. -Т.125.№4. -С.8-68.
- 6 Смоляк С.А. Об оптимальном восстановлении функций и функционалов от них //Дисс.. канд. физ.- матем. наук. М., 1965. Орг. п/я 2325. С. 118–119.

- 7 Sickel W., Ullrich T. The Smolyak's algorithm, sampling on sparse grids and function spaces of dominating mixed smoothness // *East J. Approx.* – 2007. – V. 13. – №4. – P. 387–425.
- 8 Temlyakov V.N. On approximate recovery of functions with bounded mixed derivative // *J. Complexity.* -1993. - №9. P. 41–59.
- 9 Radon J., *Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten.* // *Berichte Sächsischer Akademie der Wissenschaften, Leipzig, Math.-Phys. Kl.* -1917. –Т.69. P. 262-277.
- 10 Deans S.R., *The Radon Transform and some of its Applications.* / S.R. Deans. - Wiley, -1983.
- 11 Naterrer F., *The Mathematics of Computerized Tomography. Classics in Applied Mathematics.*/ F. Naterrer. -SIAM, -2001.
- 12 Naterrer F. *A Sobolev Space Analysis of Picture Reconstruction.*// *SIAM Journal on Applied Mathematics.* -1980. –V. 39, No. 3. - pp. 402-411.
- 13 Beckmann M. and Iske A., *Sobolev error estimates for filtered back projection reconstructions* // *International Conference on Sampling Theory and Applications (SampTA)*, - Tallin, -2017, pp. 251-255.
- 14 Konovalov V.N., Leviatan D., Maiorov V.E., *Approximation of Sobolev classes by polynomials and ridge functions* // *Journal of Approximation Theory*, -2009, № 159, pp. 97–108.
- 15 Hertle A., *Continuity of the Radon transform and its inverse on Euclidean space.* // *Mathematische Zeitschrift*, -1983, №184(2), pp. 165–192.

МРНТИ 27.39.15  
УДК 517.98

А.О. Байарыстанов<sup>1</sup>, Ж.А. Кеулимжаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Гумилева, г.Нур-Султан, Казахстан

## НЕПРЕРЫВНОСТЬ И КОМПАКТНОСТЬ ОПЕРАТОРА ВЛОЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВ С МУЛЬТИВЕСОВЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

*Аннотация*

Одним из важных задач теории функциональных пространств является непрерывное и компактное вложение одного функционального пространства в другое пространство. Вложение дает характеристику рассматриваемого функционального пространства в терминах другого функционального пространства, например, степень суммируемости, гладкости и другие свойства. В теории дифференциальных уравнений задачи исследуются в подходящем пространстве, позволяющие решить её в некотором обобщенном смысле. Теперь, чтобы получить необходимые свойства решений, первоначальное функциональное пространство вкладывается в то функциональное пространство, которое дает необходимые свойства решений уравнения.

В данной статье рассматривается функциональное пространство с мультивесовыми производными, которые позволяют исследовать дифференциальное уравнение, коэффициенты которого могут вырождаться на границе заданной области уравнения. Получены критерии непрерывного и компактного вложения пространства с мультивесовыми производными в другое пространство.

**Ключевые слова:** пространство функции, норма пространства, весовое неравенство, граничное значение функции, локально абсолютно непрерывная функция.

*Аңдатпа*

А.О. Байарыстанов<sup>1</sup>, Ж.А. Кеулимжаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Л.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

## МУЛЬТИСАЛМАҚТЫ ТУЫНДЫЛЫ КЕҢІСТІКТЕРДІҢ ЕНГІЗУ ОПЕРАТОРЫНЫҢ ҮЗІССІЗДІГІ ЖӘНЕ КОМПАКТТЫЛЫҒЫ

Функционалдық кеңістіктер теориясының маңызды міндеттерінің бірі – бір функционалдық кеңістікті басқа бір кеңістікке үзілссіз және компактылы енгізу болып табылады. Енгізу қарастырылып отырған функционалдық кеңістікті басқа функционалдық кеңістік терминінде сипаттамасын береді, мысалы, интегралдану, тегістік дәрежелері және басқа да қасиеттер. Дифференциалдық теңдеулер теориясындағы кейбір жалпыланған мағынада шешуге болатын есептер қолайлы кеңістікте зерттеледі. Шешімнің қажетті қасиеттерін алу үшін, бастапқы функционалдық кеңістік теңдеу шешімдерінің қажетті қасиеттерін беретін функционалдық кеңістікке салынады.

Бұл мақалада теңдеудің коэффициенттері берілген облыстың шекарасында азғындалуы мүмкін дифференциалдық теңдеуді зерттеуге мүмкіндік беретін мультисалмақты туындылы функционалдық кеңістік қарастырылады. Мультисалмақты туындылы кеңістікті басқа кеңістікке үзілссіз және компактылы енгізудің критерийлері алынды.

**Түйін сөздер:** функциялар кеңістігі, кеңістік нормасы, салмақты теңсіздік, функцияның шекаралық мәні, локалді абсолютті үзілссіз функция.

Abstract

**THE CONTINUITY AND COMPACTNESS OF THE OPERATOR EMBEDDING SPACES WITH MULTIWEIGHTED DERIVATIVES**

Baiarystanov A.<sup>1</sup>, Keulimzhayeva Zh.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>L.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

One of the important tasks of the theory of functional spaces is the continuous and compact embedding of one functional space into another space. An embedding gives a characterization of the considered functional space in terms of another functional space, for example, the degree of summability, smoothness, and other properties. In the theory of differential equations, problems are investigated in a suitable space, allowing to solve it in a certain generalized sense. Now, in order to obtain the necessary properties of solutions, the initial functional space is embedded in the functional space that gives the necessary properties of solutions of the equation.

This article considers a functional space with multiweighted derivatives, which allow us to study a differential equation whose coefficients can degenerate at the boundary of a given region of the equation. Criteria for continuous and compact embedding of a space with multiweighted derivatives in another space are obtained.

**Keywords:** function space, space norm, weight inequality, boundary value of a function, locally absolutely continuous function.

Пусть  $I = (0, \infty)$ ,  $n$  - натуральное число,  $\rho_i : I \rightarrow R$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  - неотрицательные локально суммируемые на  $I$  функции такие, что

$$\rho_i^{-1} \equiv \frac{1}{\rho_i} \in L_1^{loc}(I), \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad \rho_n^{-1} \in L_{p'}^{loc}(I), \quad p' = \frac{p}{p-1}, \quad (1)$$

где  $1 < p < \infty$ .

Обозначим через  $AC_{\bar{\rho}}^{loc}(I)$  совокупность функций  $f : I \rightarrow R$  локально абсолютно непрерывных на  $I$  вместе с функциями  $D_{\bar{\rho}}^k f(t) = \rho_k(t) \frac{d}{dt} D_{\bar{\rho}}^{k-1} f(t)$ ,  $t \in I$  при  $k = 1, 2, \dots, n-1$ , где  $D_{\bar{\rho}}^0 f(t) \equiv f(t)$ .

Функцию  $D_{\bar{\rho}}^k f(t)$ ,  $t \in I$ ,  $1 \leq k \leq n-1$  назовем  $\bar{\rho}$  - мультивесовой производной функции  $f$  порядка  $k$ , где  $\bar{\rho} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{n-1}\}$ .

Пусть  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$ ,  $1 < p < \infty$ , пространство функций  $f \in AC_{\bar{\rho}}^{loc}(I)$ , для которых  $\|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I} < \infty$ , и где  $\|\cdot\|_{p, I}$  - обычная норма пространства  $L_p(I)$ .

Из определения  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$  следует, что для любого  $t_0 \in I$ , в частности при  $t_0 = 1$ , существуют конечные величины  $D_{\bar{\rho}}^i f(t_0)$ ,  $i = 0, 1, \dots, n-1$ , для всех  $f \in W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$ . Поэтому функционал

$$\|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n(I)} = \|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I} + \sum_{i=0}^{n-1} |D_{\bar{\rho}}^i f(1)| \quad (2)$$

является нормой в пространстве  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$ .

Пространство  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$ , называется пространством с мультивесовыми производными и оно при  $\rho_i = t^{\alpha_i}$ ,  $\alpha_i \in R$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  изучено в работах [1], [2] и [3] (см. приведенные там ссылки).

Пусть  $I_0 = (0, 1]$ ,  $I_\infty = [1, \infty)$ . Введем пространства  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0)$ ,  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)$  с нормами

$$\|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0)} = \|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I_0} + \sum_{i=0}^{n-1} |D_{\bar{\rho}}^i f(1)| \quad (3)$$

и

$$\|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)} = \|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I_\infty} + \sum_{i=0}^{n-1} |D_{\bar{\rho}}^i f(1)|, \quad (4)$$

как сужения функции  $f \in W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$  соответственно на  $I_0$  и  $I_\infty$ .

Если  $f \in W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$ , то сужения  $f|_{I_0} = f_1$ ,  $f|_{I_\infty} = f_2$  соответственно принадлежат  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0)$ ,  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)$ , причем

$$D_{\bar{\rho}}^i f_1(1) = D_{\bar{\rho}}^i f_2(1), \quad i = 0, 1, \dots, n-1. \quad (5)$$

Обратно, если  $f_1 \in W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0)$ ,  $f_2 \in W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)$ , то в силу (1) существуют  $\lim_{t \rightarrow 1^-} D_{\bar{\rho}}^i f_1(t) \equiv D_{\bar{\rho}}^i f_1(1)$ ,

$$\lim_{t \rightarrow 1^+} D_{\bar{\rho}}^i f_2(t) \equiv D_{\bar{\rho}}^i f_2(1), \text{ и, если выполнено (5),}$$

для функции  $f = f_1$  на  $I_0$  и  $f = f_2$  на  $I_\infty$  функции  $D_{\bar{\rho}}^i f$ ,  $i = 0, 1, \dots, n-1$ , локально абсолютно непрерывны на  $I$ . Значит существует  $D_{\bar{\rho}}^n f$  и

$$\|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I} \leq \|D_{\bar{\rho}}^n f_1\|_{p, I_0} + \|D_{\bar{\rho}}^n f_2\|_{p, I_\infty} \quad (6)$$

С другой стороны

$$\|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I_0} + \|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I_\infty} \leq 2\|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I}, \quad \forall f \in W_{p, \bar{\rho}}^n(I), \quad (7)$$

тогда из (2), (3), (4), (6) и (7) имеем

$$\frac{1}{2}(\|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0)} + \|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)}) \leq \|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n(I)} \leq 2(\|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0)} + \|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)}) \quad (8)$$

для всех  $f \in W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$ . На основании (8) изучение пространства  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$  сводится к изучению пространства  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0)$ ,  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)$ .

Более того, заменой переменных  $t = \frac{1}{x}$ , функция  $f \in W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)$  переводится в функцию

$$\tilde{f}(x) = f\left(\frac{1}{x}\right): (0, 1] \rightarrow R. \text{ Так как } \frac{df(t)}{dt} = -x^2 \frac{d\tilde{f}(x)}{dx}, \text{ то полагая } x^2 \rho_i\left(\frac{1}{x}\right) \equiv \tau_i(x), i = 1, 2, \dots, n-1 \text{ и}$$

$$x^{\frac{2}{p}} \rho_n\left(\frac{1}{x}\right) \equiv \tau_n(x) \text{ имеем } D_{\bar{\rho}}^i f(t) = (-1)^i D_{\bar{\tau}}^i \tilde{f}(x), i = 0, 1, \dots, n \text{ и}$$

$$\|D_{\bar{\rho}}^n f\|_{p, I_\infty} = \|D_{\bar{\tau}}^n \tilde{f}\|_{p, I_0}, \text{ где } \bar{\tau} = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}\}.$$

Следовательно, изучение пространства  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)$  равносильно изучению пространства  $W_{p, \bar{\tau}}^n(I_0)$ .

Таким образом, в статье мы приводим результаты и их доказательства только для интервала  $I_0$ . В виду вышесказанного, эти результаты можно легко распространить на случай  $I_\infty$ . Далее, используя (8), совокупность результатов для пространств  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0)$  и  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_\infty)$  можно обобщить на все пространство  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I)$ .

Далее, для удобства, положим  $W_{p, \bar{\rho}}^n(I_0) \equiv W_{p, \bar{\rho}}^n$ ,  $\|\cdot\|_{p, I_0} \equiv \|\cdot\|_p$ .

Наряду с пространством  $W_{p, \bar{\rho}}^n$  рассмотрим пространство  $W_{q, \bar{\rho}}^k(\tau_k, I_0) \equiv W_{q, \bar{\rho}}^k(\tau_k)$  с нормой

$$\|f\|_{W_{q, \bar{\rho}}^k(\tau_k)} = \|D_{\bar{\rho}, \tau_k}^k f\|_q + \sum_{i=1}^{k-1} |D_{\bar{\rho}}^i f(1)|, \quad \text{где } 1 \leq k < n-1 \text{ и } D_{\bar{\rho}, \tau_k}^k f(x) \equiv \tau_k(x) \frac{d}{dx} D_{\bar{\rho}}^{k-1} f(x), \quad x \in I_0.$$

Теперь рассмотрим вопрос вложения

$$W_{p, \bar{\rho}}^n \hookrightarrow W_{q, \bar{\rho}}^k(\tau_k), \quad (9)$$

т.е. выполнение неравенства

$$\|f\|_{W_{q, \bar{\rho}}^k(\tau_k)} \leq C \|f\|_{W_{p, \bar{\rho}}^n}, \quad \forall f \in W_{p, \bar{\rho}}^n \quad (10)$$

Наилучшая константа  $C$ , при которой выполнено (10), называется нормой оператора  $E$  вложения  $E: W_{p, \bar{\rho}}^n \hookrightarrow W_{q, \bar{\rho}}^k(\tau_k)$ , и обозначается  $\|E\|$  т.е.  $C = \|E\|$ .

При сильном ограничении на функции  $\rho_i, i = 1, 2, \dots, n$ , такого вида вложения ранее исследованы в работе [4], а когда  $\rho_i = t^{\alpha_i}, \alpha_i \in R, i = 1, 2, \dots, n$  исследованы в [3].

Для того, чтобы получить условия выполнения вложения (10) нам необходимы предварительные результаты.

Для  $0 < s \leq x < \infty$  и для  $i, j = 0, 1, \dots, n-1$  определим функции  $K_{j, i+1}$ :

$$K_{j,i+1}(x,s) = \int_s^x \rho_j^{-1}(t_j) \int_s^{t_j} \rho_{j-1}^{-1}(t_{j-1}) \dots \int_s^{t_{i+2}} \rho_{i+1}^{-1}(t_{i+1}) dt_{i+1} dt_{i+2} \dots dt_j,$$

при  $j > i$ ,  $K_{i,i+1}(x,s) \equiv 1$  и  $K_{j,i+1}(x,s) \equiv 0$  при  $i > j$ .

Из этого определения легко следует  $K_{j,i+1}(x,s) = \int_s^x \rho_j^{-1}(t) K_{j-1,i+1}(t,s) dt$  при  $j > i \geq 0$ .

**Лемма 1.** Пусть  $0 < x, t, s < \infty$  и  $0 \leq j \leq n-1$ . Тогда

$$K_{j,i+1}(x,s) = \sum_{k=i}^j K_{j,k+1}(x,t) K_{k,i+1}(t,s). \tag{11}$$

**Доказательство леммы 1.**

Для  $j=i$  имеем  $K_{i,i+1}(x,s) \equiv 1$ , следовательно (11) выполнено. Пусть  $j=i+1$ .

Тогда

$$K_{i+1,i+1}(x,s) = \int_s^x \rho_{i+1}^{-1}(\tau) d\tau = \int_t^x \rho_{i+1}^{-1}(\tau) d\tau + \int_s^t \rho_{i+1}^{-1}(\tau) d\tau = \sum_{k=i}^{i+1} K_{i+1,k+1}(x,t) K_{k,i+1}(t,s),$$

т.е. (11) выполнено. Пусть  $j > i \geq 0$  и (11) выполнено при  $j=i+1, i+2, \dots, m$ , где  $i+1 \leq m < n-1$ .

Покажем, что (11) выполнено и при  $j=m+1$ .

Пусть  $x > t > s$ . Тогда

$$\begin{aligned} K_{m+1,i+1}(x,s) &= \int_s^x \rho_{m+1}^{-1}(\tau) K_{m,i+1}(\tau,s) d\tau = \int_s^t \rho_{m+1}^{-1}(\tau) K_{m,i+1}(\tau,s) d\tau + \int_t^x \rho_{m+1}^{-1}(\tau) K_{m,i+1}(\tau,s) d\tau = \\ &= K_{m+1,i+1}(t,s) + \sum_{k=i}^m \int_t^x \rho_{m+1}^{-1}(\tau) K_{m,k+1}(\tau,t) K_{k,i+1}(t,s) d\tau = \sum_{k=i}^{m+1} K_{m+1,k+1}(x,t) K_{k,i+1}(t,s), \end{aligned}$$

т.е. (11) выполнено при  $j=m+1$ . Лемма 1 доказана.

В работе [5] определены классы  $O_n^-, n \geq 0$  функций  $K(x,s) \geq 0$ , невозрастающие по второму аргументу и измеримые на множестве  $\Omega = \{(x,s) : 0 < s \leq x < b\}$  где  $0 < b \leq \infty$ .

Положим  $K(x,s) \equiv K_n(x,s)$ , если  $K(x,s) \in O_n^-$ . Функция  $K(x,s)$  принадлежит классу  $O_0^-$ , если  $K(x,s) \equiv \mathcal{G}(s)$  при всех  $(x,s) \in \Omega$ .

Пусть определены классы  $O_i^-, i=0,1,\dots,m-1, 1 \leq m < n$ . Функция  $K(x,s) \equiv K_m(x,s)$  принадлежит классу  $O_m^-$  тогда и только тогда, когда существуют функции  $K_i(\cdot, \cdot) \in O_i^-, i=0,1,\dots,m-1$  и функции  $K_{i,m}(\cdot, \cdot) \geq 0, i=0,1,\dots,m-1$  и имеет место соотношение

$$K_m(x,s) \approx \sum_{i=0}^m K_i(x,t) K_{i,m}(t,s) \tag{12}$$

Здесь и далее соотношение  $D \approx F$  означает, что существует числа  $0 < \alpha < \beta < \infty$  такие, что  $\alpha D \leq F \leq \beta D$ , для всех  $0 < s \leq t \leq x < b$ .

Рассмотрим вопрос ограниченности интегрального оператора

$$Kf(s) = \int_s^b \mathcal{G}(x) K(x,s) u(s) f(x) dx, \quad s \in (0,b) \tag{13}$$

из  $L_p(0,b)$  в  $L_q(0,b)$ , т.е. выполнение неравенства

$$\|Kf\|_{q,(0,b)} \leq C \|f\|_{p,(0,b)}, \quad \forall f \in L_p(0,b) \tag{14}$$

с соотношением  $C = \|K\|_{p \rightarrow q}$ , где  $\mathcal{G}(x), u(s), K(x,s)$  неотрицательные функции при  $0 < s, x < b$  и  $C > 0, \|K\|_{p \rightarrow q}$  - соответственно наилучшая постоянная в (14), норма оператора (13) из  $L_p(0,b)$  в  $L_q(0,b)$

Положим

$$A(z) = \left( \int_z^b \mathcal{G}^{p'}(x) \left( \int_0^z u^q(s) K^q(x, s) ds \right)^{\frac{p'}{q}} dx \right)^{\frac{1}{p'}}, \quad A = \sup_{0 < z < b} A(z).$$

Из результатов работы [5] имеем

**Теорема А.** Пусть  $1 < p < \infty$  и функция  $K(\cdot, \cdot)$  принадлежит классу  $O_n^-$ ,  $n \geq 0$ . Тогда интегральный оператор (13)

(i) ограничен из  $L_p(0, b)$  в  $L_q(0, b)$  тогда и только тогда, когда выполнено  $A < \infty$ , при этом  $\|K\|_{p \rightarrow q} \approx A$ ;

(ii) компактен из  $L_p(0, b)$  в  $L_q(0, b)$  тогда и только тогда, когда  $A < \infty$  и  $\lim_{z \rightarrow 0} A(z) = \lim_{z \rightarrow b} A(z) = 0$ .

Теперь, найдем условия при которых имеет место непрерывное компактное вложение (9).

Положим  $B_1 = \max_{k \leq j \leq n-1} \|\tau_k(\cdot) \rho_k^{-1}(\cdot) K_{j, k+1}(1, \cdot)\|_q$ ,  $B_2(z) = \left( \int_z^1 \rho_n^{-p'}(x) \left( \int_0^z K_{n-1, k+1}^q(x, s) \tau_k^q(s) \rho_k^{-q}(s) ds \right)^{\frac{p'}{q}} dx \right)^{\frac{1}{p'}}$ ,

$$B_2 = \sup_{0 < z < 1} B_2(z), \quad B = \max\{B_1, B_2, 1\}$$

Основным результатом этой статьи является

**Теорема 1.** Пусть  $1 \leq p \leq q < \infty$ . Тогда вложение (9)

(i) непрерывно тогда и только тогда, когда  $B < \infty$ , при этом  $\|E\| \approx B$ , где  $\|E\|$ -норма оператора вложения (9);

(ii) компактен тогда и только тогда, когда  $B < \infty$  и

$$\lim_{z \rightarrow 0} B_2(z) = \lim_{z \rightarrow 1} B_2(z) = 0 \tag{15}$$

**Доказательство теоремы 1.** Часть (i). Достаточность. Пусть  $B < \infty$  и  $f \in W_{p, \bar{\rho}}^n$ . Интегрируя по частям, имеем

$$\int_x^1 K_{n-1, k+1}(t, x) \rho_n^{-1}(t) D_{\bar{\rho}}^n f(t) dt = \sum_{j=k}^{n-1} (-1)^{n-j-1} D_{\bar{\rho}}^j f(1) K_{j, k+1}(1, x) + (-1)^{n-k} D_{\bar{\rho}}^k f(x)$$

Откуда  $D_{\bar{\rho}}^k f(x) = (-1)^{n-k} \int_x^1 K_{n-1, k+1}(t, x) \rho_n^{-1}(t) D_{\bar{\rho}}^n f(t) dt + \sum_{j=k}^{n-1} (-1)^{j-k} K_{j, k+1}(1, x) D_{\bar{\rho}}^j f(1)$ .

Умножая обе части этого равенства на  $\tau_k(x) \rho_k^{-1}(x)$ , получим

$$D_{\bar{\rho}, \tau_k}^k f(x) = (-1)^{n-k} \int_x^1 \tau_k(x) \rho_k^{-1}(x) K_{n-1, k+1}(t, x) \rho_n^{-1}(t) D_{\bar{\rho}}^n f(t) dt + \sum_{j=k}^{n-1} (-1)^{j-k} \tau_k(x) \rho_k^{-1}(x) K_{j, k+1}(1, x) D_{\bar{\rho}}^j f(1). \tag{16}$$

Беря в обеих частях (16) норму пространства  $L_q(I_0)$  и применяя неравенство треугольника, получим

$$\begin{aligned} \|D_{\bar{\rho}, \tau_k}^k f\|_q &\leq \|K_{n-1, k+1} g\|_q + \sum_{j=k}^{n-1} \|\tau_k(\cdot) \rho_k^{-1}(\cdot) K_{j, k+1}(1, \cdot)\|_q |D_{\bar{\rho}}^j f(1)| \\ &\leq \|K_{n-1, k+1} g\|_q + B_1 \sum_{j=k}^{n-1} |D_{\bar{\rho}}^j f(1)|, \end{aligned} \tag{17}$$



где  $\mathcal{K}_{n-1,k+1}g(x) = \int_x^1 \tau_k(x)\rho_k^{-1}(x)K_{n-1,k+1}(t,x)\rho_n^{-1}(t)g(t)dt$ ,  $g(x) = D_{\bar{\rho}}^n f(x)$ .

Если в (11) положим  $K_{j,i+1} \equiv K_{j-i}$ , то (11) примет вид

$$K_{j-i}(x,s) = \sum_{k=i}^j K_{j-k}(x,t)K_{k-i}(t,s)$$

Здесь, произведя замену  $j-k=l$ ,  $j-i=m$ , а затем обозначая  $K_{j-i-l} \equiv K_{l,m}$ , имеем

$$K_m(x,s) = \sum_{l=0}^m K_l(x,t)K_{l,m}(t,s) \text{ при } 0 < s \leq t \leq x < 1$$

для всех  $m=0,1,\dots,n-1$  т.е. функции  $K_m(x,s) \equiv K_{j,i+1}(x,s)$  удовлетворяют условию (12).

Следовательно  $K_m \equiv K_{j,i+1} \in O_m^- \equiv O_{j-i}^-$ .

Тогда  $K_{n-1,k+1}(\cdot) \in O_{n-k-1}^-$  и на основании теоремы А имеем

$$\|\mathcal{K}_{n-1,k+1}g\|_q \leq \beta B_2 \|g\|_p, \quad \forall g \in L_p. \quad (18)$$

Из (17), (18) следует, что

$$\|D_{\bar{\rho},\tau_k}^k f\|_q \leq \beta B_2 \|D_{\bar{\rho}}^n f\|_p + B_1 \sum_{j=k}^{n-1} |D_{\bar{\rho}}^j f(1)|. \quad (19)$$

Прибавляя к обеим частям (19) выражение  $\sum_{j=0}^{k-1} |D_{\bar{\rho}}^j f(1)|$ , имеем

$$\|f\|_{W_{p,\bar{\rho}}^n(\tau_k)} \leq \beta B_2 \|D_{\bar{\rho}}^n f\|_p + B_1 \sum_{j=k}^{n-1} |D_{\bar{\rho}}^j f(1)| + \sum_{j=0}^{k-1} |D_{\bar{\rho}}^j f(1)| \leq \beta_1 B \|f\|_{W_{p,\bar{\rho}}^n}, \quad \forall f \in W_{p,\bar{\rho}}^n,$$

где  $B_1 = \max\{B, 1\}$ , т.е. имеет место непрерывное вложение (15) и для нормы  $\|E\|$  оператора вложения  $E$  имеет место оценка

$$\|E\| \leq \beta_1 B. \quad (20)$$

Необходимость. Пусть имеет место непрерывное вложение (9). Тогда выполнено неравенство (10). Функции  $K_{j,1}(1,x)$ ,  $k \leq j \leq n-1$  принадлежат пространству  $W_{p,\bar{\rho}}^n$  и, полагая в (10)  $f(x) = K_{j,1}(1,x)$ , имеем

$$\|\tau_k(\cdot)\rho_k^{-1}(\cdot)K_{j,k+1}(1,\cdot)\|_q \leq C, \quad j = k, k+1, \dots, n-1, \text{ так как}$$

$$D_{\bar{\rho},\tau_k}^k f(x) \equiv D_{\bar{\rho},\tau_k}^k K_{j,1}(1,x) = (-1)^k \tau_k(x)\rho_k^{-1}(x)K_{j,k+1}(1,x) \text{ и } D_{\bar{\rho}}^n f(x) \equiv D_{\bar{\rho}}^n K_{j,1}(1,x) = 0, \quad j = k, k+1, \dots, n-1,$$

где  $C$  - наилучшая константа в (10). Откуда следует

$$B_1 = \sup_{k \leq j \leq n-1} \|\tau_k(\cdot)\rho_k^{-1}(\cdot)K_{j,k+1}(1,\cdot)\|_q \leq C. \quad (21)$$

С другой стороны, из (10) следует, что выполнены

$$\sum_{i=0}^{k-1} |D_{\bar{\rho}}^i f(1)| \leq C \|f\|_{W_{p,\bar{\rho}}^n}, \quad \forall f \in W_{p,\bar{\rho}}^n, \quad (22)$$

$$\|D_{\bar{\rho},\tau_k}^k f\|_q \leq C \|f\|_{W_{p,\bar{\rho}}^n}, \quad \forall f \in W_{p,\bar{\rho}}^n, \quad (23)$$

В (22), полагая  $f(x) = K_{j,1}(1,x)$ ,  $0 \leq j \leq k-1$ , имеем

$$1 \leq C. \quad (24)$$

Из (23), для функции  $\forall f \in W_{p,\bar{\rho}}^n$ ,  $D_{\bar{\rho}}^i f(1) = 0$ ,  $i = 0, 1, \dots, n-1$ , в силу (16), имеем

$$\|\mathcal{K}_{n-1,k+1}g\|_q \leq C \|g\|_p, \quad g = D_{\bar{\rho}}^n f.$$

Откуда, на основании теоремы А, следует, что существует число  $\alpha > 0$  такое, что выполнено

$$\alpha B_1 \leq C \tag{25}$$

Из (21), (24) и (25) имеем

$$\min\{\alpha, 1\}B \leq C, \tag{26}$$

т.е.  $B < \infty$  и из (20), (26) получим  $\|E\| = C \approx B$ .

Часть (i) теоремы 1 доказана.

Часть (ii). Достаточность. Если  $B < \infty$ , то вложение (9) непрерывно. Обратно, если вложение (9) компактно, то оно непрерывно, следовательно выполнено  $B < \infty$ . Поэтому, считая вложение (9) непрерывным, докажем, что для его компактности необходимо и достаточно условие (15).

Пусть  $S$  -единичный шар в пространстве  $W_{p,\bar{\rho}}^n$ , т.е.  $S = \{f \in W_{p,\bar{\rho}}^n : \|f\|_{W_{p,\bar{\rho}}^n} \leq 1\}$ .

Покажем, что условие (15) необходимо и достаточно предкомпактности множество  $ES$  в  $W_{q,\bar{\rho}}^k(\tau_k)$ .

Любое  $f \in S$  представим в виде  $f(x) = \varphi(x) + \sum_{i=k}^{n-1} K_{i,1}(1,x)D_{\bar{\rho}}^i f(1)$ , где  $\varphi(x) = f(x) - \sum_{i=k}^{n-1} K_{i,1}(1,x)D_{\bar{\rho}}^i f(1)$ .

$$\text{Тогда } Ef = E\varphi + E \sum_{i=k}^{n-1} K_{i,1}(1,\cdot)D_{\bar{\rho}}^i f(1).$$

Так как множество  $\{E \sum_{i=k}^{n-1} K_{i,1}(1,\cdot)D_{\bar{\rho}}^i f(1) = \sum_{i=k}^{n-1} EK_{i,1}(1,\cdot)D_{\bar{\rho}}^i f(1) : f \in S\}$  - конечномерно и ограничено,

то оно предкомпактно в  $W_{q,\bar{\rho}}^k(\tau_k)$ .

Поэтому множество  $ES$  предкомпактно в  $W_{q,\bar{\rho}}^k(\tau_k)$  тогда и только тогда, когда предкомпактно множество  $M = \{E\varphi : f \in S\} \subset W_{p,\bar{\rho}}^k(\tau_k)$ . Так как  $D_{\bar{\rho}}^n f = D_{\bar{\rho}}^n \varphi$  и  $D_{\bar{\rho}}^i f(1) = D_{\bar{\rho}}^i \varphi(1)$ ,  $i = 0, 1, \dots, k-1$ ,  $D_{\bar{\rho}}^j \varphi(1) = 0$ ,  $j = k, k+1, \dots, n-1$ , то  $\|\varphi\|_{W_{p,\bar{\rho}}^n} \leq \|f\|_{W_{p,\bar{\rho}}^n} \leq 1$  для всех  $f \in S$ , т.е.  $M \subseteq ES$ .

$$\text{Из (16) имеем } D_{\bar{\rho},\tau_k}^k \varphi(x) = (-1)^{n-k} \int_x^1 \tau_k(x) \rho_k^{-1}(x) K_{n-1,k+1}(t,x) \rho_n^{-1}(t) D_{\bar{\rho}}^n \varphi(t) dt.$$

Так как  $D_{\bar{\rho}}^n f = D_{\bar{\rho}}^n \varphi \in L_p(I_0)$ , то множество  $M$  предкомпактно в  $W_{q,\bar{\rho}}^k(\tau_k)$  тогда и только тогда, когда интегральный оператор

$$\mathcal{K}_{n-1,k+1} g(x) = \int_x^1 \tau_k(x) \rho_k^{-1}(x) K_{n-1,k+1}(t,x) \rho_n^{-1}(t) g(t) dt, \quad g \in L_p(I_0)$$

компактен из  $L_p(0, \infty)$  в  $L_q(0, \infty)$ .

Поэтому, в силу теоремы А заключаем, что вложение (9) компактно тогда и только тогда, когда выполнено (15). Теорема 1 доказана.

*Список использованной литературы:*

1 Байдельдинов Л.А.. Теория многовесовых пространств и ее приложение к краевым задачам для сингулярных дифференциальных уравнений. Докторская диссертация. – Алматы. 1998 -273 с.  
 2 Kalybay A.A. A new development of Nikol'skii Lizorkin and Hardy type inequalities with applications, PhD Thesis, Lulea University of Technology. – 2006 -145 p.  
 3 Abdikalikova Z.T. Some new results concerning boundedness and compactness for embeddings between spaces with multiweighted derivatives, PhD Thesis, Lulea University of Technology, Department of mathematics, June. 2009, 100 p.  
 4 Байдельдинов Б.Л., Байарыстанов А.О. Некоторые свойства класса функции с  $\rho$ -суммируемой многовесовой производной // Вестник КазГУ, сер. мат., мех., информ. – 1998. - №10. - С. 46-53.  
 5 Ойнаров Р. Ограниченность и компактность интегральных операторов вольтеревского типа // Сиб.Мат.Журнал. - 2007. -Т.48. №5. - С. 44-59.

МРНТИ 27.29.17, 27.29.23  
УДК 517.929.4

К.Б. Бапаев<sup>1</sup>, Г.К. Василина<sup>1,2</sup>, С.С. Сламжанова<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт математики и математического моделирования Комитета науки Министерства образования и науки Республика Казахстан, г. Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы, Казахстан,

<sup>3</sup>Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова, г. Талдыкорган, Казахстан

## ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ РАЗНОСТНО-ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

### Аннотация

В данной статье рассматривается линейная разностно-динамическая система. Решается задача об асимптотической эквивалентности рассматриваемых разностно-динамических систем. Вводится понятие асимптотической эквивалентности линейных разностно-динамических систем. Доказывается признак асимптотической эквивалентности линейных разностно-динамических систем. Доказано, что из ограниченности решений разностно-динамической системы на множестве натуральных чисел следует асимптотическая эквивалентность заданной разностно-динамической системы с матрицей квазидиагонального вида другой линейной разностно-динамической системе. С использованием дискретного аналога леммы Гронуолла - Беллмана найдены оценки решений эквивалентной разностно-динамической системы. Получена формула, устанавливающая взаимно однозначное соответствие между множествами всех решений рассматриваемых эквивалентных разностно-динамических систем. Показано, что полученная формула непрерывна относительно начальных данных. Получена оценка нормы разности соответствующих решений эквивалентных разностно-динамических систем.

**Ключевые слова:** разностно-динамическая система, асимптотическая эквивалентность, устойчивость, ограниченность.

### Аңдатпа

К.Б. Бапаев<sup>1</sup>, Г.К. Василина<sup>1,2</sup>, С.С. Сламжанова<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ҚР БҒМ ҒК Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы қ., Қазақстан,

<sup>2</sup>Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы қ., Қазақстан,

<sup>3</sup> І. Жансугуров атындағы Жетысу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., Қазақстан

## АСИМПТОТИКАЛЫҚ ЭКВИВАЛЕНТТІ АЙЫРЫМДЫҚ-ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕР ТУРАЛЫ

Бұл мақалада сызықтық айырымдық-динамикалық жүйе қарастырылады. Қарастырылған айырымдық-динамикалық жүйелердің асимптотикалық эквиваленттілігі жөнінде есеп шешілді. Сызықтық айырымдық-динамикалық жүйелердің асимптотикалық эквиваленттілігі туралы түсінік енгізілді. Сызықтық айырымдық-динамикалық жүйелердің асимптотикалық эквиваленттілігі дәлелденді. Айырымдық-динамикалық жүйенің натурал сандар жиынындағы шешімдерінің шектелгендігінен берілген квазидиагональды матрицасы бар айырымдық - динамикалық жүйенің басқа сызықтық айырымдық-динамикалық жүйеге асимптотикалық эквиваленттілігі дәлелденді. Гронуолл - Беллман леммасының дискретті аналогын қолдана отырып, эквивалентті айырымдық - динамикалық жүйенің шешімдерінің бағалары алынды. Қарастырылған эквивалентті айырымдық-динамикалық жүйелердің барлық шешімдерінің жыынтықтарының арасындағы бір-біріне сәйкестікті белгілейтін формула алынды. Алынған формула бастапқы мәліметтерге қатысты үздіксіз екендігі көрсетілген. Эквиваленттік айырымдық - динамикалық жүйелердің тиісті шешімдерінің айырмасының нормасы бағаланды.

**Түйін сөздер:** айырымдық-динамикалық жүйе, асимптотикалық эквиваленттілік, тұрақтылық, шекті болу.

### Abstract

## ON ASYMPTOTIC EQUIVALENCE OF DIFFERENCE-DYNAMICAL SYSTEMS

Bapaev K.B.<sup>1</sup>, Vassilina G.K.<sup>1,2</sup>, Slamzhanova S.S.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Mathematics and Mathematical Modeling of the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Almaty University of Energy and Communications, Almaty, Kazakhstan,

<sup>3</sup>Zhetysu State University named after I. Zhansugurov, Taldykorgan, Kazakhstan

In this article a linear difference-dynamic system is considered. The problem of the asymptotic equivalence of the considered difference-dynamical systems is solved. The concept of asymptotic equivalence of linear difference-dynamical systems is introduced. The criterion of asymptotic equivalence of linear difference-dynamical systems is proved. It is proved that the boundedness of the solutions of a difference - dynamical system on the set of natural numbers implies the asymptotic equivalence of a given difference - dynamical system with a quasidiagonal matrix to another linear difference - dynamical system. Using the discrete analogue of the Gronwall - Bellman lemma, estimates of solutions of the equivalent

difference - dynamical system are found. A formula, establishes one-to-one correspondence between the sets of all solutions of the considered equivalent difference-dynamical systems, is obtained. It is shown that the resulting formula is continuous with respect to the initial data. An estimate of the norm of the difference of the corresponding solutions of equivalent difference - dynamical systems is obtained.

**Keywords:** difference-dynamical system, asymptotic equivalence, stability, boundedness.

Как известно [1-6], классификация дифференциальных уравнений на основе асимптотических свойств решений всегда занимает центральное место в теории асимптотического интегрирования. Для разностно-динамических систем (РДС) эти задачи до сих пор не поставлены в смысле эквивалентности.

В предлагаемой работе определяется понятие асимптотической эквивалентности для РДС и решается задача асимптотической эквивалентности для линейных РДС. При решении мы заметили, что из задачи асимптотической эквивалентности РДС возникают две основные задачи:

- 1) Классификация РДС по классам эквивалентности;
  - 2) Выбор РДС из классов эквивалентности, для которых асимптотические свойства решений известны.
- Интуитивно ясно, что для решения первой задачи необходимы теоремы-классификаторы. Вторая задача требует знания поведения решений конкретных РДС.

Поэтому предлагаемая работа является началом больших исследований в теории РДС.

*Определение 1.* Будем говорить, что РДС

$$x_{n+1} = X(n, x_n), \quad (1)$$

$$y_{n+1} = Y(n, y_n) \quad (2)$$

асимптотически эквивалентны, если между решениями их  $x_n$  и  $y_n$  можно установить однозначное соответствие такое, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [x_n - y_n] = 0. \quad (3)$$

Укажем признак асимптотической эквивалентности линейных РДС.

*Теорема 1.* Пусть решения РДС

$$x_{n+1} = Ax_n \quad (4)$$

ограничены на множество  $N$ -натуральных чисел. Здесь  $A$  - постоянная  $(m \times m)$ -матрица.

Тогда РДС

$$y_{n+1} = [A + B(n)]y_n \quad (5)$$

асимптотически эквивалентна (4). Здесь

$$B(n) \in C[N] \text{ и } \sum_1^{\mathbb{R}} \|B(n)\| < \infty. \quad (6)$$

*Доказательство.* Так как решения (4) ограничены, то спектр  $\lambda(A)$  матрицы  $A$  удовлетворяют неравенству  $\|\lambda(A)\| \leq 1$ . Причем спектры, равные единице по абсолютной величине, имеют простые элементарные делители. Без нарушения общности рассуждения предположим, что матрица  $A$  имеет квазидиагональный вид

$$A = \text{diag}(A_1, A_2), \quad (7)$$

где  $A_1, A_2$  - соответственно  $(p \times p)$  и  $(q \times q)$ - матрицы ( $p + q = m$ ) такие, что

$$|\lambda(A_1)| < 1, \quad |\lambda(A_2)| = 1. \quad (8)$$

Действительно, в случае надобности этого можно добиться с помощью неособенных преобразований

$$\xi_n = Sx_n, \quad \eta_n = Sy_n.$$

где  $S$  - постоянная  $(m \times m)$ - матрица. Причем взаимно однозначное соответствие между новыми переменными  $\xi_n \Leftrightarrow \eta_n$  индуцирует взаимно однозначное соответствие между старыми переменными

$$x_n = S^{-1}\xi_n \Leftrightarrow S^{-1}\eta_n = y_n.$$

Кроме того, из предельного соотношения  $\xi_n - \eta_n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  вытекает  $\lim_{n \rightarrow \infty} [x_n - y_n] = 0$ .

Пусть  $x(n) = \text{diag}(A_1^n, A_2^n)$  фундаментальная матрица РДС (4), нормированная в нуле

$$x(0) = E \text{ и } I_1 = \text{diag}(E_p, 0), \quad I_2 = \text{diag}(0, E_q).$$

Здесь  $E_p, E_q$  - единичные матрицы соответствующих порядков  $p$  и  $q$ , при этом  $I_1 + I_2 = E$ .

Положим

$$x_n = x_1(n) + x_2(n),$$

где  $x_1(n) = x(n)I_1 \equiv \text{diag}(A_1^n, 0)$  и  $x_2(n) = x(n)I_2 \equiv \text{diag}(0, A_2^n)$ . Отсюда матрицу Коши

$$K(n, m) = x(n) \cdot x^{-1}(m) = x(n - m)$$

можно представить в виде  $K(n, m) = x_1(n - m) + x_2(n - m)$ . Причем на основании условий (8) имеем

$$\|x_1(n)\| = \|A_1^n\| \leq a \cdot e^{-\alpha n}, \quad n \in N, \quad (9)$$

и

$$\|x_2(n)\| = \|A_2^n\| \leq b, \quad n \in N, \quad (10)$$

где  $a$  и  $b$  - некоторые положительные постоянные.

Используя метод вариации произвольных постоянных [7] РДС (5) можно записать в форме

$$y_n = x(n - n_0)y_{n_0} + \sum_{m=n_0}^n x_1(n - m)B(m)y_m + \sum_{m=n_0}^n x_2(n - m)B(m)$$

где  $n_0 \in N$  произвольно. Из (6) следует, что все решения РДС (5)  $y_n$  ограничены на  $N$  [8] и поэтому

ряд  $\sum_{m=n_0}^{\infty} x_2(n - m)B(m)y_m$  является сходящимся. Отсюда учитывая, что

$$x_2(n - m) = x(n - m)I_2 = x(n - n_0)x(n_0 - m)I_2 = x(n - n_0)x_2(n_0 - m)$$

$y_n$  можно представить в виде

$$y_n = x(n - n_0) \left[ y_{n_0} + \sum_{m=n_0}^{\infty} x_2(n - m)B(m)y(m) + \sum_{m=n_0}^n x_1(n - m)B(m)y_m - \sum_n^{\infty} x_2(n - m)B(m)y(m) \right] \quad (11)$$

Решению  $y_n$  РДС (5) с начальным условием  $y_{n_0} = y_0$  сопоставим решения  $x_n$  РДС (4) с начальным условием

$$x_{n_0} = y_{n_0} + \sum_{m=n_0}^{\infty} x_2(n_0 - m)B(m)y_m. \quad (12)$$

Так как решения  $x_n$  и  $y_n$  полностью определяются своими начальными условиями, то формула (12) устанавливает однозначное соответствие между множеством всех решений  $\{y_n\}$  РДС (5) и множеством решений  $\{x_n\}$  или его частью РДС (4). Заметим, что соотношение (12) непрерывно относительно начального значения  $y(n_0) = y_0$ .

Покажем, что соответствие между  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$ , определяемое формулой (12), является взаимно однозначным и распространяется на все множество решений  $\{x_n\}$ .

Пусть  $y(n)$  - фундаментальная матрица РДС (5) такая, что  $y_0(n) = E$ .

Имеем

$$y(n + 1) = Ay(n) + B(n)y(n).$$

Отсюда, на основании метода вариации произвольных постоянных, получим

$$y(n) = x(n - n_0) + \sum_{m=n_0}^n x(n - m)B(m)y(m).$$

Но из неравенств (9) и (10) следует

$$\|x(n - n_0)\| \leq \max(a, b) = c \text{ при } n \geq n_0.$$

Поэтому  $\|y(n)\| \leq c + \sum_{m=n_0}^n c \|B(m)\| \cdot \|y(m)\|.$

И, следовательно, в силу дискретного аналога леммы Грануолла- Беллмана [8], находим

$$\|y(n)\| \leq c \exp c \sum_{m=n_0}^n \|B(m)\| \leq c \exp c \sum_{m=0}^{\infty} \|B(m)\| = k \tag{13}$$

при  $n \leq n \in N.$

Причем постоянная  $k$  в оценке (13) не зависит от выбора начального момента  $n_0 (n_0 \geq 0).$

Очевидно, имеем  $y_n = Y(n) y_{n_0}.$

Поэтому из формулы (12) получаем

$$x_{n_0} = [E + F(n_0)] y_{n_0}, \tag{14}$$

где  $F(n_0) = \sum_{m=n_0}^{\infty} x_2(n_0 - m)B(m)y(m).$

Причем, на основании (10) и (13), выводим

$$\|F(n_0)\| \leq \sum_{m=n_0}^{\infty} \|x_2(n_0 - m)\| \|B(m)\| \|y(m)\| \leq bk \sum_{m=n_0}^{\infty} \|B(m)\|.$$

Так как матрица  $B(n)$  ограничена в  $N,$  то

$$\lim_{n_0 \rightarrow \infty} \sum_{m=n_0}^{\infty} \|B(m)\| \rightarrow 0 \text{ при } n_0 \rightarrow \infty. \tag{15}$$

И, следовательно, в силу (15), начальный момент  $n_0$  можно выбрать столь большим, чтобы имело место неравенство

$$\det[E + F(n_0)] > 0 \tag{16}$$

В дальнейшем  $n_0$  будем считать фиксированным и предполагать наличие неравенства (16). Отсюда и из формулы (14) получаем

$$y_{n_0} = [E - F(n_0)]^{-1} x_{n_0}. \tag{17}$$

Так как формулы (14) и (17) равносильны, то для каждого решения  $x_n$  РДС (4) найдется одно и только одно решение  $y_n$  РДС (5), отвечающее установленному выше соответствию. А именно, это - решение, начальное условие  $y_{n_0}$  которого определяется формулой (17). Соответствие между решениями  $y_n$  и  $x_n,$  устанавливаемое формулами (14) и (17), взаимно однозначное, т.е. каждому решению  $y_n$  соответствует одно и только одно решение  $x_n$  и наоборот. Отметим, что тривиальному решению  $y = 0$  соответствует тривиальное решение  $x = 0$  и в силу линейности соотношений (14) и (17) различным решениям  $y_{1n}$  и  $y_{2n}$  РДС (5) соответствуют различные решения  $x_{1n}$  и  $x_{2n}$  РДС (4) и наоборот.



Для соответствующих решений  $x_n$  и  $y_n$  оценим норму их разности. Так как  $x_n = x(n - n_0)x_{n_0}$ , где  $x_{n_0}$  определяется формулой (12), то из формулы (11) имеем

$$y_n - x_n = \sum_{m=n_0}^n X_1(n-m)B(m)y(m) - \sum_{m=n}^{\infty} X_2(n-m)B(m)y(m).$$

Отсюда учитывая, что

$$\|y_n\| = \|Y(n)y_{n_0}\| \leq \|Y(n)\| \|y_{n_0}\| \leq k \|y_{n_0}\| \text{ при } n \geq n_0$$

на основании оценок (9) и (10) при  $n \geq n_0$ , получаем

$$\begin{aligned} \|y_n - x_n\| &\leq \sum_{m=n_0}^n \|X_1(n-m)\| \|B(m)\| \|y_m\| + \sum_{m=n}^{\infty} \|X_2(n-m)\| \|B(m)\| \|y_m\| \leq \\ &\leq ak \|y_{n_0}\| \sum_{m=n_0}^n e^{-\alpha(n-m)} \|B(m)\| + bk \|y_{n_0}\| \sum_{m=n}^{\infty} \|B(m)\| \end{aligned} \quad (18)$$

В виду (6) при  $n \geq 2n_0$  имеем

$$\begin{aligned} \sum_{m=n_0}^n e^{-\alpha(n-m)} \|B(m)\| &= \sum_{m=n_0}^{\frac{n}{2}} e^{-\alpha(n-m)} \|B(m)\| + \sum_{m=\frac{n}{2}}^n e^{-\alpha(n-m)} \|B(m)\| \leq \\ &\leq e^{-\frac{\alpha n}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \|B(m)\| + \sum_{m=\frac{n}{2}}^n \|B(m)\| < \varepsilon. \end{aligned}$$

Если  $n > T$ , то  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{m=n_0}^n e^{-\alpha(n-m)} \|B(m)\| = 0$ .

Таким образом из неравенства (18) получаем  $\lim_{n \rightarrow \infty} [y_n - x_n] = 0$ , т.е. РДС (4) и (5) асимптотически эквивалентны.

Список использованной литературы:

- 1 Levinson N. The asymptotic behavior of system of linear differential equations // *Awer J. math.* 1946. 68. P. 1-6.
- 2 Brauer. *Neu linear differential equations with farsing terms, Prac. Awer. Math – Soc.* 15.5 (1964). - P. 758-765.
- 3 Brauer F. Asymptotic equivalence and asymptotic behavior of linear systems // *Wrichigan Wrath J.* 1962. V.9. P. 33-43.
- 4 Brauer F. and Wong J.S.W. On the asymptotic relationships between sabutiuns of two systems of ordinary differential equations // *J. of Differential Equations.* 1969. - V.6. - P. 527-543.
- 5 Briot et Bouquet. *Recherches sur les proprietes des fonctions definies par der equations differentielles. Jaur der l'ecole Polytechnique.* – Paris, 1856. - № 36. - P. 133-199.
- 6 Воскресенский Е.В. К асимптотической эквивалентности систем дифференциальных уравнений // *Известия вузов. Математика.* – 1984. - № 3. - С. 33-38.
- 7 Мартынюк Д.И. Лекции по качественной теории разностных уравнений / Под ред. акад. Ю. А. Митропольского. Киев: Наукова думка, 1972. 246 с.
- 8 Бонаев К.Б. О некоторых новых дискретных неравенствах // *University Annual: Applied mathematics.* - Vol. 18, №.3. *Sophia*, 1982. P. 91-100.

МРНТИ 27.31.17  
УДК 517 (519)

П.Б. Бейсебай<sup>1</sup>, Г.Х. Мухамедиев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан,  
<sup>2</sup> С. Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан мемлекеттік университеті, Өскемен, Қазақстан

## ЕКІНШІ РЕТТІ ТҰРАҚТЫ КОЭФФИЦИЕНТТІ СЫЗЫҚТЫҚ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР МЕН ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІНІҢ ШЕШІМДЕРІН ҚҰРУ ТУРАЛЫ

*Аңдатпа*

Жұмыста екінші ретті тұрақты коэффициентті дифференциалдық теңдеулердің және олардың жүйелерінің шешімдерін дәстүрлі жолдан өзгеше жолмен құру әдісі ұсынылады. Әдетте, теңдеудің немесе теңдеулер жүйесінің дербес шешімдері сипаттамалық теңдеудің дискриминанты теріс болған жағдайда комплекстік анализ элементтерін қолдану арқылы құрылады. Ұсынылып отырған әдіс бұл дербес шешімдерді комплекстік анализ теориясына жүгінбей ақ құрумен ерекшеленеді. Әдістің біртекті теңдеу жағдайындағы түйіні, екінші ретті сызықтық теңдеулердің сызықтық тәуелсіз дербес шешімдерінің бірінші ретті сызықтық теңдеуді шешуде қолданылатын Бернуллі әдісінің көмегімен құрылуында. Әдістің біртекісіз теңдеу жағдайындағы түйіні, оң жағы экспоненциалдық функция және косинус пен синустың көпмүшелік - коэффициентті сызықтық комбинациясының көбейтіндісі түрінде берілген теңдеудің дербес шешімдерінің, сипаттамалық теңдеудің түбірлеріне байланыссыз, теңдеудің параметрлерін салыстыру арқылы анықталуында.

**Түйін сөздер:** дифференциалдық теңдеу, дифференциалдық теңдеулер жүйесі, сипаттамалық теңдеу, дербес шешім, жалпы шешім, комплекс сан.

*Аннотация*

П.Б. Бейсебай<sup>1</sup>, Г.Х. Мухамедиев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Казахский агротехнический университет, имени С.Сейфуллиной, г. Нур-Султан, Казахстан,  
<sup>2</sup> Восточно-Казахстанский государственный университет, имени С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан

## О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И ИХ СИСТЕМ

В работе предлагаются пути построения решений дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и их систем, отличающиеся от традиционного метода построения этих решений. Они отличаются тем, что в них не используются элементы комплексного анализа, применяемого в традиционном изложении данной темы в случае отрицательного дискриминанта характеристических уравнений дифференциального уравнения или их системы. В случае однородного уравнения суть предлагаемого метода заключается в использовании при построении линейно независимых частных решений линейного уравнения второго порядка метода Бернуллі, применяемого для решения линейного уравнения первого порядка. В случае неоднородного уравнения с правой частью в виде произведения экспоненциальной функции и линейной комбинации косинуса и синуса с переменными коэффициентами-многочленами, вид частного решения уравнения определяется путем сравнения параметров уравнения, вне связи с корнями характеристического уравнения.

**Ключевые слова:** дифференциальное уравнение, система дифференциальных уравнений, характеристические уравнения, частное решение, общее решение, комплексное число.

*Abstract*

## ONE METHOD OF FINDING A PARTICULAR SOLUTION INHOMOGENEOUS LINEAR EQUATIONSWITH CONSTANT COEFFICIENTS RANDOM ORDER

Beisebay P.B.<sup>1</sup>, Mukhamediev G.H.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> S.Seifullin Kazakh Agrotechnical University, Nur-Sultan, Kazakhstan  
<sup>2</sup> C. Amanzholov East Kazakhstan State University, Ust-Kamenogorsk, Kazakhstan

The paper proposes ways to construct solutions of second-order differential equations with constant coefficients and their systems, different from the traditional methods of constructing these solutions. They differ in that they do not use elements of complex analysis, used in the traditional presentation of this topic in the case of a negative discriminant of the characteristic equations of a differential equation or their system. In the case of a homogeneous equation, the essence of the proposed method lies in the use of the Bernoulli method used to solve a linear first-order equation in the construction of linearly independent partial solutions of a linear second-order equation. In the case of an inhomogeneous equation with the right-hand side as a product of an exponential function and a linear combination of cosine and sine with variable polynomial coefficients, the form of a particular solution of the equation is determined by comparing the parameters of the equation, apart from the roots of the characteristic equation.

**Keywords:** differential equation, system of differential equations, characteristic equations, partial solution, general solution, complex number.

Кейбір маамдықтардың типтік оқу бағдарламаларының математика пәнінің мазмұнында комплекстік анализ элементтері қарастырылмайды. Нәтижесінде, типтік бағдарламаға енгізілген жоғарғы ретті тұрақты коэффициентті сызықтық дифференциалдық теңдеулер мен олардың жүйелерінің шешімдерін құру туралы тақырыптарды баяндау кезінде, сипаттамалық теңдеудің дискриминанты теріс болатын жағдайда, дербес шешімдердің түрлерін белгілі факт ретінде, негіздеусіз беруге тура келеді [1-2].

Авторлардың [3-4] жұмыстарында «Екінші ретті тұрақты коэффициентті біртекті және біртектісіз сызықтық теңдеулердің дербес шешімдерін табу» тақырыбын комплекстік анализ элементтерін қолданбай баяндаудың әдістемесі келтірілген болатын. Ұсынылып отырған жұмыс осы әдістеменің «Екінші ретті тұрақты коэффициентті сызықтық дифференциалдық теңдеулер мен олардың жүйесі» тақырыбын толық баяндауға дейінгі жалғастыруы болып табылады.

### 1. Біртекті теңдеудің дербес шешімін құру

Екінші ретті тұрақты коэффициентті біртекті сызықтық

$$y'' + py' + qy = 0 \quad (1)$$

теңдеуін қарастырамыз.

(1) теңдеуінің  $y$  дербес шешімін екі рет дифференциалданатын  $u(x)$  және  $v(x)$  белгісіз функцияларының көбейтіндісі түрінде іздейміз:

$$y = u(x)v(x). \quad (2)$$

(2) функциясын (1) теңдеуіне қою арқылы

$$u''v + (2v' + pv)u' + (v'' + pv' + qv)u = 0 \quad (3)$$

теңдеуін аламыз.  $v(x)$  функциясы ретінде  $2v' + pv = 0$  теңдеуінің  $v(x) = e^{-\frac{p}{2}x}$  дербес шешімін аламыз.

$v(x)$  функциясының алынған мәнін (2) және (3) теңдіктеріне қоя отырып (1) теңдеуінің шешімі

$$u'' - \frac{p^2 - 4q}{4}u = 0 \quad (4)$$

теңдеуінің нөлден өзгеше  $u(x)$  шешімі арқылы

$$y = u(x)e^{-\frac{p}{2}x} \quad (5)$$

түрінде жазылатынын аламыз.

(4) теңдеуіндегі  $D = p^2 - 4q$  саны

$$k^2 + pk + q = 0, \quad (6)$$

квадраттық теңдеуінің дискриминанты болады.

(6) квадраттық теңдеуі (1) дифференциалдық теңдеуінің сипаттамалық теңдеуі деп аталады.

(1) теңдеуінің екі сызықтық тәуелсіз шешімін алу үшін (5) теңдігіндегі  $u(x)$  функциясы ретінде (4) теңдеуінің сызықтық тәуелсіз  $u_1$  және  $u_2$  екі дербес шешімдерін алу жеткілікті болады.

(4) теңдеуі, оның ретін төмендету арқылы

$$u'^2 - \frac{D}{4}u^2 = c_1, \quad (7)$$

бірінші ретті теңдеуіне келтіріледі, мұндағы  $D = p^2 - 4q$  - (6) сипаттамалық теңдеуінің дискриминанты,  $c_1$  - еркін тұрақты.

(7) теңдеуін шешу жолы (7) теңдеуінің  $D$  дискриминантының таңбасымен байланысты болады. Сондықтан,  $D > 0$ ,  $D = 0$  және  $D < 0$  жағдайларына жекелей тоқталамыз.

**1 - жағдай:**  $D = p^2 - 4q > 0$ .

Бізге  $u_1$  және  $u_2$  екі дербес шешімін табу жеткілікті болғандықтан, біз (7) теңдеуінде еркін тұрақтының тек  $c_1 = 0$  мәнін қарастырумен шектелеміз.

$c_1 = 0$  болса,  $D > 0$  болғандықтан, (7) теңдеуі

$$u' - \frac{\sqrt{D}}{2}u = 0, \quad u' + \frac{\sqrt{D}}{2}u = 0$$

теңдеулеріне жіктеледі. Бұл теңдеулерді интегралдай отырып, олардың

$$u = e^{\frac{\sqrt{D}}{2}x+c_2} \text{ және } u = e^{-\frac{\sqrt{D}}{2}x+c_3}$$

жалпы шешімдерін аламыз да, (7) теңдеуінің  $u_1$  және  $u_2$  дербес шешімдері ретінде,  $c_2$  және  $c_3$  еркін тұрақтыларының  $c_2=0$  және  $c_3=0$  мәндеріне сәйкес келетін,

$$u_1(x) = e^{\frac{\sqrt{D}}{2}x}, \quad u_2(x) = e^{-\frac{\sqrt{D}}{2}x}$$

функцияларын аламыз.

Оларды кезегімен (5) теңдігіне қоя отырып (1) теңдеуінің

$$y_1 = e^{\frac{-p+\sqrt{D}}{2}x}, \quad y_2 = e^{\frac{-p-\sqrt{D}}{2}x}$$

немесе

$$y_1 = e^{-k_1x}, \quad y_2 = e^{-k_2x}$$

екі сызықтық тәуелсіз шешімін аламыз, мұндағы  $k_1 = \frac{-p+\sqrt{D}}{2}$  және  $k_2 = \frac{-p-\sqrt{D}}{2}$  - (6)

сипаттамалық теңдеуінің түбірлері.

**2 - жағдай:**  $D=0$ .

Бұл жағдайда (7) теңдеуі  $u' = c_4$  түрінде жазылады. Оның жалпы шешімі  $u(x) = c_4x + c_5$ .

функциясы болады. Бұл жалпы шешімнен  $C_4, C_5$  еркін тұрақтыларына, алдымен  $c_4 = 0$  және  $c_5 = 1$ , сонан соң  $c_4 = 1$  және  $c_5 = 0$  мәндерін бере отырып, (7) теңдеуінің  $u_1(x)=1, u_2(x)=x$  екі сызықтық тәуелсіз дербес шешімдерін аламыз.

Оларды кезегімен (5) теңдігіне қоя отырып (1) теңдеуінің

$$y_1 = e^{\frac{p}{2}x}, \quad y_2 = xe^{\frac{p}{2}x}$$

немесе

$$y_1 = e^{k_1x}, \quad y_2 = xe^{k_1x}$$

екі сызықтық тәуелсіз шешімін аламыз, мұндағы  $k_1 = \frac{p}{2}$  - (6) сипаттамалық теңдеуінің жалғыз екі еселі түбірі.

**3 - жағдай:**  $D < 0$ .

Бұл жағдайда (7) теңдеуі

$$u'^2 + \left( \frac{\sqrt{-D}}{2}u \right)^2 = c_1$$

түрінде жазылады.

Теңдеудің сол жағы теріс болмайтындықтан,  $c_1 \geq 0$  болуы керек. Бірақ,  $c_1 = 0$  болса (7) теңдеуі тек  $u \equiv 0$  нөлдік шешіміне ие болатындықтан,  $c_1 > 0$  деп ұйғарамыз:  $c_1 = c_6^2$ , мұндағы  $c_6 > 0$ . Онда (7) теңдеуі

$$u' = \sqrt{c_6^2 - \left( \frac{\sqrt{-D}}{2}u \right)^2},$$

$$u' = -\sqrt{c_6^2 - \left( \frac{\sqrt{-D}}{2}u \right)^2}$$

теңдеулеріне жіктеледі.

Бұл арада  $u_1$  дербес шешімі ретінде бірінші теңдеудің, ал  $u_2$  дербес шешімі ретінде екінші теңдеудің дербес шешімін алуға немесе  $u_1$  және  $u_2$  ретінде бірінші (немесе екінші) теңдеудің екі сызықтық тәуелсіз шешімдерін алуға болады.

Бірінші теңдеудің жалпы шешімі

$$u = \frac{c_6}{\sqrt{-D}} \sin\left(\frac{\sqrt{-D}}{2}x + c_7\right) \text{ функциясы болады.}$$

Бұл жалпы шешімнен  $c_6, c_7$  еркін тұрақтыларына, алдымен

$$c_6 = \frac{\sqrt{-D}}{2}, \quad c_7 = 0,$$

сонан соң

$$c_6 = \frac{\sqrt{-D}}{2}, \quad c_7 = \frac{\pi}{2}$$

мәндерін бере отырып, (7) теңдеуінің

$$u_1(x) = \sin\frac{\sqrt{-D}}{2}x, \quad u_2(x) = \cos\frac{\sqrt{-D}}{2}x$$

екі сызықтық тәуелсіз шешімін аламыз. Оларды кезегімен (5) теңдігіне қоя отырып (1) теңдеуінің

$$y_1 = e^{-\frac{p}{2}} \sin\frac{\sqrt{-D}}{2}x, \quad y_2 = e^{-\frac{p}{2}} \cos\frac{\sqrt{-D}}{2}x$$

екі сызықтық тәуелсіз шешімін аламыз.

Жоғарыда айтылғандарды қортындылай келіп, біртекті сызықтық екінші ретті тұрақты коэффициентті дифференциалдық теңдеудің шешімін құрудың келесі схемасын аламыз:

**1 - схема:**

$y'' + py' + qy = 0$  - біртекті теңдеу;

$k^2 + pk + q = 0$  - сипаттамалық теңдеу;

$D = p^2 - 4q$  - сипаттамалық теңдеудің дискриминанты.

| $D$ дискри-<br>минантына<br>қатысты<br>жағдай | Сипаттамалық теңдеудің<br>түбірлері                                                                                            | Сызықтық тәуелсіз дербес<br>шешімдер |                                   | Жалпы шешім                                              |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------------------------------|
|                                               |                                                                                                                                | $y_1$                                | $y_2$                             |                                                          |
| $D > 0$                                       | Сипаттамалық теңдеудің<br>әртүрлі екі түбірі бар:<br>$k_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2},$<br>$k_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}$       | $y_1 = e^{k_1 x}$                    | $y_2 = e^{k_2 x}$                 | $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$                      |
| $D = 0$                                       | Сипаттамалық теңдеудің<br>жалғыз (екі еселі) түбірі<br>бар:<br>$k_1 = -\frac{p}{2}$                                            | $y_1 = e^{k_1 x}$                    | $y_2 = x e^{k_1 x}$               | $y = (c_1 + c_2 x) e^{k_1 x}$                            |
| $D < 0$                                       | Сипаттамалық теңдеудің<br>түбірі жоқ:<br>$\alpha = -\frac{p}{2},$<br>$\beta = \frac{\sqrt{-D}}{2} = \frac{\sqrt{4q - p^2}}{2}$ | $y_1 = e^{\alpha x} \cos \beta x$    | $y_2 = e^{\alpha x} \sin \beta x$ | $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$ |

## 2. Біртекті емес теңдеудің дербес шешімінің түрін анықтау

$$y'' + py' + qy = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_k(x) \sin \beta x), \quad (8)$$

теңдеуін қарастырамыз, мұндағы  $\alpha, \beta$  - берілген тұрақты сандар,  $\beta \neq 0$ ,  $P_n(x) = a_0 x^n + \dots + a_{n-1} x + a_n$  және  $Q_k(x) = b_0 x^k + \dots + b_{k-1} x + b_k$  - берілген көпмүшеліктер,  $a_0 \neq 0, b_0 \neq 0$  ( $n, k = 0, 1, 2, \dots$ ).

Әрине, (8) біртекті емес теңдеудің шешімінің түрі  $p, q$  коэффициенттері мен  $\alpha, \beta$  параметрлерінен тәуелді болады.

$$y = e^{\alpha x} (u(x) \cos \beta x + v(x) \sin \beta x) \quad (9)$$

түріндегі функция үшін, мұндағы  $u(x)$  және  $v(x)$  - көпмүшеліктер, (8) теңдеуінің сол жағы да осындай түрдегі, яғни теңдеудің оң жағындай түрдегі функция болатындықтан, (8) теңдеуінің шешімін (9) түрінде іздейміз.

(9) функциясын (8) теңдеуіне қойып алып, теңдеудің екі жағындағы  $\cos \beta x$  және  $\sin \beta x$  функцияларының коэффициенттерін сәйкесінше теңестірсек, (9) функциясының  $u(x)$  мен  $v(x)$  функциялары оларға қатысты

$$u'' + (2\alpha + p)u' + (\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2)u + 2\beta v' + \beta(2\alpha + p)v = P_n(x) \quad (10)$$

және

$$-2\beta u' - \beta(2\alpha + p)u + v'' + (2\alpha + p)v' + (\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2)v = Q_k(x) \quad (11)$$

сызықтық теңдеулерін қанағаттандырғанда ғана (8) теңдеуінің шешімі болатынын көреміз.

Көпмүшеліктің дәрежесі оның туындысының дәрежесінен кем болмайтындықтан,  $2\alpha + p \neq 0$  немесе  $\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2 \neq 0$  болғанда, яғни (10) және (11) теңдеулерінің әрқайсысында  $u(x)$  немесе  $v(x)$  функциялары бар болған жағдайда, (10) және (11) теңдеулерінің сол жағындағы көпмүшеліктердің дәрежелері  $u(x)$  немесе  $v(x)$  көпмүшелігінің дәрежесімен анықталады, болмаған жағдайда, яғни

$\alpha = -\frac{p}{2}$  және  $\beta^2 = \frac{-D}{4}$  жағдайында, (10) және (11) теңдеулерінің сол жағындағы көпмүшеліктердің

дәрежелері, шарт бойынша  $\beta \neq 0$  болғандықтан,  $u'(x)$  немесе  $v'(x)$  көпмүшелігінің дәрежесімен анықталады.

Олай болса,  $2\alpha + p \neq 0$  немесе  $\alpha^2 + p\alpha + q - \beta^2 \neq 0$ , яғни  $\alpha \neq -\frac{p}{2}$  немесе  $\beta^2 \neq \frac{4q - p^2}{4} = \frac{-D}{4}$  болған жағдайда  $u(x)$  және  $v(x)$  көпмүшеліктерін дәрежелері  $m = \max\{n, k\}$  санынан артпайтын көпмүшеліктер ретінде, яғни

$$u(x) = A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + \dots + A_{m-1} x + A_m,$$

$$v(x) = B_0 x^m + B_1 x^{m-1} + \dots + B_{m-1} x + B_m$$

түрлерінде іздеу жеткілікті болады да, ал  $\alpha = -\frac{p}{2}$  немесе  $\beta^2 = \frac{-D}{4}$  болған жағдайда  $u'(x)$  және  $v'(x)$  көпмүшеліктерін дәрежелері  $m$  санынан артпайтын көпмүшеліктер ретінде, яғни  $u(x)$  және  $v(x)$  көпмүшеліктерін

$$u(x) = A_0 x^{m+1} + A_1 x^m + \dots + A_m x,$$

$$v(x) = B_0 x^{m+1} + B_1 x^m + \dots + B_m x$$

түрінде іздеу жеткілікті болады.

$A_0, \dots, A_m, B_0, \dots, B_m, A_0, A_1, \dots, A_m, B_0, B_1, \dots, B_m$  белгісіз коэффициенттерін  $u(x)$  және  $v(x)$  функцияларын сәйкесінше (10) және (11) теңдіктеріне қою арқылы табуға болады.

Жоғарыда айтылғандарды қортындылай келіп, (8) біртекті емес теңдеуінің шешімін құрудың келесі схемасын аламыз:

**2 - схема:**

$$y'' + py' + qy = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_k(x) \sin \beta x) - \text{біртекті емес теңдеу;}$$

$$P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n;$$

$$Q_k(x) = b_0 x^k + b_1 x^{k-1} + \dots + b_{k-1} x + b_k;$$

$$n, k = 0, 1, 2, \dots, \quad \beta \neq 0, \quad a_0 \neq 0, \quad b_0 \neq 0, \quad D = p^2 - 4q; \quad m = \max\{n; k\};$$

$$J_m(x) = A_0 x^m + \dots + A_{m-1} x + A_m;$$

$$G_m(x) = B_0 x^m + \dots + B_{m-1} x + B_m.$$

| № | $p, q, \alpha, \beta$<br>параметрлеріне қатысты<br>жағдай           | Біртекгі емес теңдеудің дербес шешімінің түрі                    |
|---|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1 | $\alpha \neq -\frac{p}{2}$<br>немесе<br>$\beta^2 \neq -\frac{D}{4}$ | $y = e^{\alpha x} (J_m(x) \cos \beta x + G_m(x) \sin \beta x)$   |
| 2 | $\alpha = -\frac{p}{2}$<br>және<br>$\beta^2 = -\frac{D}{4}$         | $y = e^{\alpha x} x (J_m(x) \cos \beta x + G_m(x) \sin \beta x)$ |

**3. Тұрақты коэффициентті бірінші ретті сызықтық біртектес дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімін құру**

$$\begin{cases} y' = a_{11}y + a_{12}z, \\ z' = a_{21}y + a_{22}z \end{cases}, \quad (12)$$

теңдеулер жүйесін қарастырайық, мұндағы  $y, z$  – белгісіз функциялар,  $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$  – тұрақты коэффициенттер.

(12) жүйесін белгісізді жою әдісін қолдану арқылы шешеміз.

(12) жүйесінің бірінші теңдеуін дифференциалдаймыз:

$$y'' = a_{11}y' + a_{12}z'.$$

Бұл теңдеуден  $z'$  белгісізін өрнектеп алып жүйенің екінші теңдеуіне қою арқылы

$$y'' - (a_{11} + a_{22})y' + (a_{21}a_{11} - a_{12}a_{21})y = 0 \quad (13)$$

екінші ретті тұрақты коэффициентті біртекті теңдеуін аламыз.

(13) теңдеуінің жалпы шешімін, оның

$$k^2 - (a_{11} + a_{22})k + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0 \quad (14)$$

сипаттамалық теңдеуі бойынша, 1 бөлімінде берілген 1 – схеманы пайдаланып құрып аламыз да, берілген жүйенің бірінші теңдеуін пайдаланып  $z$  белгісізін табамыз.

(14) теңдеуі екінші ретті анықтауыш арқылы

$$\begin{vmatrix} k - a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & k - a_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

түрінде жазылады.

(15) теңдеуі (12) жүйесінде  $z$  белгісізін жою арқылы алынған теңдеудің сипаттамалық теңдеуі. Егер біз (12) жүйесінде  $z$  белгісізінің орнына  $y$  белгісізін жоятын болсақ, нәтижесінде сипаттамалық теңдеуі сол (15) теңдеуі болатын

$$z'' - (a_{11} + a_{22})z' + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})z = 0$$

теңдеуін алған болар едік. Бұдан (15) сипаттамалық теңдеуінің немесе  $z$  белгісіздерінің қайсысы жоюға жататынынан тәуелсіз болатыны, яғни оның тек жүйенің коэффициенттерінен ғана тәуелді болатыны шығады. Сондықтан (15) теңдеуі (12) жүйесінің сипаттамалық теңдеуі деп аталады.

Жоғарыда айтылғандарды қортындылай келіп, (12) дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімін құрудың келесі схемасын аламыз.

**3 - схема:**

$$\begin{cases} y' = a_{11}y + a_{12}z \\ z' = a_{21}y + a_{22}z \end{cases} - \text{дифференциалдық теңдеулер жүйесі;}$$

$y, z$  – белгісіз функциялар;

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$  – тұрақты коэффициенттер;

$$\begin{vmatrix} k - a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & k - a_{22} \end{vmatrix} = 0 - \text{жүйенің сипаттамалық теңдеуі;}$$

$$p = -(a_{11} + a_{22});$$

$$q = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21};$$

$$D = p^2 - 4q - \text{сипаттамалық теңдеудің дискриминанты.}$$

| $D$ дискри-<br>минантына<br>катысты жағдай | Сипаттамалық теңдеудің түбірлері                                                                                            | Жүйенің шешімі<br>(1 – схема негізінде құрылған)                                                                 |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $D > 0$                                    | Сипаттамалық теңдеудің әртүрлі екі түбірі бар:<br>$k_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2},$<br>$k_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}$       | $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x},$<br>$z = \left( \frac{1}{a_{21}} y' - a_{11} y \right)$                      |
| $D = 0$                                    | Сипаттамалық теңдеудің жалғыз (екі еселі) түбірі бар:<br>$k_1 = -\frac{p}{2}$                                               | $y = (c_1 + c_2 x) e^{k_1 x},$<br>$z = \left( \frac{1}{a_{21}} y' - a_{11} y \right)$                            |
| $D < 0$                                    | Сипаттамалық теңдеудің түбірі жоқ:<br>$\alpha = -\frac{p}{2},$<br>$\beta = \frac{\sqrt{-D}}{2} = \frac{\sqrt{4q - p^2}}{2}$ | $y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x),$<br>$z = \left( \frac{1}{a_{21}} y' - a_{11} y \right)$ |

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Ильин В.А., Куркин А.В. Высшая математика. -М.: Проспект, 2002.-592 с.
- 2 Красс М.С. Математика для экономических специальностей. Учебник. - М.: 1998.-463 с.
- 3 Бейсебай П.Б., Мухамедиев Г.Х. Об одном подходе к построению частных решений линейного дифференциального уравнения // Вестник ПГУ. Серия «Физико-математические науки». №4, 2011. - С.32-39.
- 4 Бейсебай П.Б., Мухамедиев Г.Х. Об одной методике изложения темы «Построение частных решений линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами» // Вестник КазНПУ имени Абая. Серия «Физико-математические науки». №2 (38), 2012. С.47-53. (ISSN 1728-7901).



МРНТИ 27.39.19  
УДК 517.98

А.А. Калыбай<sup>1</sup>, А.М. Темирханова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Университет КИМЭП, г. Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup> Евразийский национальный университет им.Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

## КЛЮЧЕВАЯ ЛЕММА В ВОПРОСЕ ОГРАНИЧЕННОСТИ МАТРИЧНОГО ОПЕРАТОРА В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

*Аннотация*

Весовые оценки: дискретный, непрерывный неравенства имеют большое значение и многочисленные приложения в гармоническом анализе, в теории интегральных и разностных операторов, в теории дифференциальных уравнений, в теории вложений функциональных пространств, в вариационном исчислении, в теории оптимизации и в других разделах математики. В исследовании весовых неравенств важным вопросом является установление необходимых и достаточных условий выполнения заданных весовых оценок. Однако, при решении различных задач, существующий критерий выполнения весовой оценки не всегда подходит для исследуемого объекта, и в этом случае приходится использовать альтернативные критерии.

В данной работе устанавливается дискретный аналог некоторого интегрального соотношения (4) (ключевая лемма), позволяющий получить альтернативные критерии выполнения весовых оценок для матричного оператора в пространстве последовательностей.

**Ключевые слова:** Матричный оператор, пространство последовательностей, матрица, условие Ойнарова, числовая последовательность, весовые неравенства.

*Аңдатпа*

А.А. Қалыбай<sup>1</sup>, А.М. Темірханова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> КИМЭП, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup> Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

## САЛМАҚТЫ КЕҢІСТІКТЕРДЕ МАТРИЦАЛЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ ШЕНЕЛІМДІЛІК СУРАҒЫНДАҒЫ НЕГІЗГІ ЛЕММА

Дискретті, үзіліссіз салмақты бағалаулар гармоникалық анализде, интегралдық және айырымдық операторлар теориясында, дифференциалдық теңдеулер теориясында, функционалдық кеңістіктерді енгізу теориясында, вариациялық есептеулерде, оптимизация теориясында және математиканың басқа да салаларында маңызды орын алып, көптеген қолданылулары бар. Салмақты теңсіздіктерді зерттеуде маңызды мәселелердің бірі ретінде берілген салмақты бағалаулардың орындалуының қажетті және жеткілікті шарттарын орнату болып табылады. Алайда, әртүрлі есептерді шешуде, салмақты бағалауды орнататын берілген критерий зерттеп отырған объектіге келмеуі мүмкін, сондықтан, бұл жағдайда басқа балама критерийлерді қолдану керек болады.

Бұл жұмыста тізбектер кеңістігінде матрицалық операторлар үшін салмақты бағалаулар орындалатындай альтернативті критерийлерді алуға мүмкіндік беретін (4) (негізгі лемма) интегралдық шаманың дискретті аналогы орнатылады.

**Түйін сөздер:** Матрицалық оператор, тізбектер кеңістігі, матрица, Ойнаров шарты, сандар тізбегі, салмақты теңсіздіктер.

*Abstract*

## THE KEY LEMMA IN THE QUESTION OF THE BOUNDEDNESS OF MATRIX OPERATORS IN WEIGHTED SPACES

Kalybay A.A.<sup>1</sup>, Temirkhanova A.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> KIMEP, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

Weighted estimates: discrete, continuous inequalities are of great importance and numerous applications in harmonic analysis, in the theory of integral and difference operators, in the theory of differential equations, in the theory of embeddings of function spaces, in calculus of variations, in optimization theory and in other areas of mathematics. In investigation of the weighted inequalities, an important question is the establishment of necessary and sufficient conditions for the validity of given weighted estimates. However, in solving various problems, the existing criterion of the validity of a weighted estimate is not always suitable for the object of study, and in this case it is necessary to use alternative criteria.

In this paper, we establish a discrete analogue of some integral relation (4) (key lemma), which allows us to obtain alternative criteria for the validity of the weighted estimates for the matrix operator in the sequence space.

**Keywords:** Matrix operator, sequence space, matrix, Oinarov condition, number sequences, weighted inequalities.

Пусть  $I = (0, \infty)$ ,  $1 < p, q < \infty$  и  $u, v$  - весовые функций на интервале  $(0, \infty)$ , т.е. неотрицательные измеримые функции на  $I$  такие, что  $u^q \in L_1^{loc}(I)$ ,  $v^{-p'} \in L_1^{loc}(I)$ ,  $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ .

В последние годы интенсивно исследуется весовая оценка

$$\|uKf\|_q \leq C \|vf\|_p \quad (1)$$

для интегрального оператора в виде

$$Kf(x) = \int_0^x K(x, s)f(s)ds \quad (2)$$

с измеримым ядром  $K(\cdot, \cdot) \geq 0$  (см., например, [1-4] и приведенные там ссылки).

Весовая оценка (1) для оператора (2) достаточно хорошо исследована [1,2,5], при  $K(\cdot, \cdot) \equiv 1$ , т.е. когда оператор (2) является оператором Харди.

В 1991 году впервые Р. Ойнаровым [6] получено более общая оценка (1) для оператора (2) с ядром удовлетворяющий условию Ойнарова:

$$K(x, s) \approx K(x, t) + K(t, s) \text{ при } x \geq t \geq s > 0, \quad (3)$$

где константы эквивалентности не зависят от переменных  $x, t, s$ . В том же году в работе [7] С. Блумом, Р. Керманом, независимо, получен альтернативный критерий выполнения весовой оценки (1) для оператора (2) с условием (3).

В настоящее время имеются различные альтернативные критерии выполнения оценки для оператора (2) с условием Ойнарова [8-10]. В теории интегральных операторов одним из первоисточников, позволяющий получить альтернативные критерии для выполнения оценки, является так называемая ключевая лемма (см. [1, стр. 77]), которая дается в следующем соотношении:

$$\int_0^\infty u^q(x) \left( \int_0^x K(x, s)f(s)ds \right)^q dx \approx \int_0^\infty f(x) \left( \int_0^x f(s)ds \right)^{q-1} \int_x^\infty K^q(y, x)u^q(y)dydx + \int_0^\infty f(x) \left( \int_0^x K(x, s)f(s)ds \right)^{q-1} \int_x^\infty K(y, x)u^q(y)dydx. \quad (4)$$

Это соотношение (4) впервые, по видимому, появились в работе [7].

Основной целью настоящей работы является установление аналога соотношения (4) для матричного оператора в пространстве последовательностей.

Пусть  $u = \{u_i\}_{i=1}^\infty$  - последовательность неотрицательных действительных чисел,  $f = \{f_i\}_{i=1}^\infty$  - произвольная последовательность неотрицательных действительных чисел,  $A = (a_{i,j})$ ,  $i, j \in N$ ,  $i \geq j$  -нижняя треугольная матрица с неотрицательными элементами  $a_{i,j} \geq 0$  действительных чисел.

Рассмотрим матричный оператор

$$(Af)_i = \sum_{j=1}^i a_{i,j}f_j, \quad i \in N, \quad (5)$$

где  $N$  - множество натуральных чисел.

Приведем дискретное условие Ойнарова для матричного оператора  $A$

$$a_{i,j} \approx a_{i,k} + a_{k,j} \text{ для всех } i \geq k \geq j \geq 1, \quad (6)$$

где константы эквивалентности не зависят от  $i, k, j$ .

**Лемма 1.** Пусть  $1 < q < \infty$ ,  $u = \{u_i\}_{i=1}^\infty$ ,  $u \geq 0$  и  $A$  -матричный оператор вида (5) с условием (6).

Пусть для  $f = \{f_i\}_{i=1}^\infty$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( u_n \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q < \infty.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \left( u_n \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q &\approx \sum_{i=1}^{\infty} f_i \left( \sum_{j=1}^i f_j \right)^{q-1} \sum_{n=i}^{\infty} a_{n,i}^q u_n^q + \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} f_i \left( \sum_{j=1}^i a_{i,j} f_j \right)^{q-1} \sum_{n=i}^{\infty} a_{n,i} u_n^q, \end{aligned} \quad (7)$$

где константы эквивалентности не зависят от  $f$ .

**Доказательство леммы 1.** Докажем используя методы и идею работы [8]. Нижняя оценка. Пусть

$$\begin{aligned} J &\equiv \sum_{n=1}^{\infty} u_n \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q = \sum_{n=1}^{\infty} u_n^q \sum_{j=1}^n a_{n,j} f_j \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} = \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \approx \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q \left( \sum_{i=1}^j a_{n,i} f_i + \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q \left( \sum_{i=1}^j a_{n,i} f_i \right)^{q-1} + \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \equiv J_1 + J_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Используя (6), получим

$$\begin{aligned} J_1 &= \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q \left( \sum_{i=1}^j a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \approx \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j}^q u_n^q \left( \sum_{i=1}^j f_i \right)^{q-1} + \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q \left( \sum_{i=1}^j a_{j,i} f_i \right)^{q-1} = \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} f_j \left( \sum_{i=1}^j f_i \right)^{q-1} \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j}^q u_n^q + \sum_{j=1}^{\infty} f_j \left( \sum_{i=1}^j a_{j,i} f_i \right)^{q-1} \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q. \end{aligned} \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что

$$J \gg \sum_{j=1}^{\infty} f_j \left( \sum_{i=1}^j f_i \right)^{q-1} \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j}^q u_n^q + \sum_{j=1}^{\infty} f_j \left( \sum_{i=1}^j a_{j,i} f_i \right)^{q-1} \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q,$$

т.е. нижняя оценка в (7) выполнена.

Остается показать верхнюю оценку. Для получения верхней оценки достаточно оценить только  $J_2$  в (8), так как оценка для  $J_1$  в (9) получена в эквивалентной форме.

Рассмотрим три случая  $q = 2$ ,  $q > 2$  и  $1 < q < 2$ . Пусть  $q = 2$ . Тогда используя (6), имеем

$$\begin{aligned} J_2 &= \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^2 \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i = \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{i=j}^{\infty} f_i \sum_{n=i}^{\infty} a_{n,j} a_{n,i} u_n^2 \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{i=j}^{\infty} f_i \sum_{n=i}^{\infty} a_{n,i}^2 u_n^2 + \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{i=j}^{\infty} a_{i,j} f_i \sum_{n=i}^{\infty} a_{n,i} u_n^2 = \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} f_i \sum_{j=1}^i f_j \sum_{n=i}^{\infty} a_{n,i}^2 u_n^2 + \sum_{i=1}^{\infty} f_i \sum_{j=1}^i a_{i,j} f_j \sum_{n=i}^{\infty} a_{n,i} u_n^2.$$

Отсюда и из (9) при  $q = 2$  получим (7), т.е. соотношение (7) при  $q = 2$  доказана.

Пусть  $q > 2$ . Положим  $J_2 = \sum_{j=1}^{\infty} f_j J_2(j)$ , где  $J_2(j) = \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1}$ .

Оценим  $J_2(j)$ :

$$J_2(j) = \sum_{n=j}^{\infty} a_{n,j} u_n^q \sum_{k=j}^n a_{n,k} f_k \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} = \sum_{k=j}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,j} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} \approx$$

(в силу (6))

$$\approx \sum_{k=j}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^2 u_n^q \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} + \sum_{k=j}^{\infty} a_{k,j} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} = J_{2,1}(j) + J_{2,2}(j).$$

Пусть  $J_{2,1} = \sum_{j=1}^{\infty} f_j J_{2,1}(j)$ ,  $J_{2,2} = \sum_{j=1}^{\infty} f_j J_{2,2}(j)$ . Тогда  $J_2 = J_{2,1} + J_{2,2}$ .

Оценим  $J_{2,1}(j)$  применяя неравенство Гельдера с показателями  $q-1$  и  $\frac{q-1}{q-2}$ .

$$J_{2,1}(j) = \sum_{k=j}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^2 u_n^q \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} \leq \sum_{k=j}^{\infty} f_k \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \right)^{\frac{q-2}{q-1}} =$$

Тогда

$$J_{2,1} \leq \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{k=j}^{\infty} f_k \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \right)^{\frac{q-2}{q-1}} =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{j=1}^k f_j \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \right)^{\frac{q-2}{q-1}} \leq$$

(вновь применим неравенство Гельдера с показателями  $q-1$  и  $\frac{q-1}{q-2}$ )

$$\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \right)^{\frac{q-2}{q-1}}. \tag{10}$$

Так как

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} = \sum_{n=1}^{\infty} u_n^q \sum_{k=1}^n a_{n,k} f_k \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( u_n \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q,$$

то из (10) имеем

$$J_{2,1} \leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( u_n \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q \right)^{\frac{q-2}{q-1}}. \tag{11}$$

Теперь используя неравенство Гельдера, оценим  $J_{2,2}$ :

$$\begin{aligned}
 J_{2,2} &\leq \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{k=j}^{\infty} a_{k,j} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} \leq \\
 &\leq \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{k=j}^{\infty} a_{k,j} f_k \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \right)^{\frac{q-2}{q-1}} = \\
 &= \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{j=1}^k a_{k,j} f_j \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \right)^{\frac{q-2}{q-1}} \leq
 \end{aligned}$$

(вновь применим неравенство Гельдера с показателями  $q-1$  и  $\frac{q-1}{q-2}$ )

$$\leq \left( \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k a_{k,j} f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-1} \right)^{\frac{q-2}{q-1}} =$$

(меняя порядок суммирования во втором множителе, получим)

$$= \left( \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k a_{k,j} f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( u_n \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q \right)^{\frac{q-2}{q-1}}. \quad (12)$$

Из (11) и (12) следует

$$J_2 \ll \left( \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q + \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k a_{k,j} f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( u_n \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q \right)^{\frac{q-2}{q-1}}.$$

Из (8) и (9) следует, что верна оценка

$$J_1 \ll \left( \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q + \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k a_{k,j} f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \right)^{\frac{1}{q-1}} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( u_n \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q \right)^{\frac{q-2}{q-1}}.$$

Отсюда и из (8) следует, что

$$J \equiv \sum_{n=1}^{\infty} u_n \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^q \ll \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q + \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k a_{k,j} f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q, \quad (13)$$

т.е. соотношение (7) верно, при  $q \geq 2$ .

Пусть теперь  $1 < q < 2$ . Имеем

$$J_{2,1}(j) = \sum_{k=j}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^2 u_n^q \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} = \sum_{k=j}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q a_{n,k}^{2-q} \left( \sum_{i=1}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} =$$

(используем, что  $\frac{a_{n,i}}{a_{n,k}} \gg 1$  при  $n \geq k \geq i$ , вытекающей из (6)).

$$= \sum_{k=j}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \left( \sum_{i=j}^n \frac{a_{n,i}}{a_{n,k}} f_i \right)^{q-2} \ll \sum_{k=j}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q a_{n,k}^{2-q} \left( \sum_{i=1}^n f_i \right)^{q-2} \leq$$

$$\leq \sum_{k=j}^{\infty} f_k \left( \sum_{i=j}^k f_i \right)^{q-2} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q. \quad (14)$$

Из (14) следует

$$\begin{aligned} J_{2,1} &\leq \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{k=j}^{\infty} f_k \left( \sum_{i=j}^k f_i \right)^{q-2} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q = \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \sum_{j=1}^k f_j \left( \sum_{i=j}^k f_i \right)^{q-2} \approx \\ &\approx \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \left( \sum_{j=1}^k f_j \right)^{q-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогичным образом оценим  $J_{2,2}$  :

$$\begin{aligned} J_{2,2} &\leq \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{k=j}^{\infty} a_{k,j} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k}^q u_n^q \left( \sum_{i=j}^n a_{n,i} f_i \right)^{q-2} \leq \\ &\leq \sum_{j=1}^{\infty} f_j \sum_{k=j}^{\infty} a_{k,j} f_k \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \left( \sum_{i=j}^k a_{k,i} f_i \right)^{q-2} = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sum_{j=1}^k a_{k,j} f_j \left( \sum_{i=j}^k a_{k,i} f_i \right)^{q-2} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q \approx \sum_{k=1}^{\infty} f_k \left( \sum_{j=1}^k a_{k,j} f_j \right)^{q-1} \sum_{n=k}^{\infty} a_{n,k} u_n^q. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (8), (9), (15) и (16) следует выполнение (13) при  $1 < q < 2$ . Таким образом, лемма 1 доказана.

Список использованной литературы:

- 1 Kufner A., Persson L-E. *Weighted inequalities of Hardy*. –New Jersey: World Scientific, 2003. – 357 p.
- 2 Kufner A., Persson L.-E., Samko N. *Weighted inequalities of Hardy type*. –New Jersey: World Scientific Publishing Co., 2017. –447p.
- 3 Ойнаров Р., Ограниченность и компактность интегральных операторов вольтерровского типа // Сиб. матем. журн. –2007. –Т. 48. № 5. –С. 1100–1115.
- 4 Ойнаров Р., Ограниченность и компактность интегральных операторов с переменными пределами интегрирования в весовых пространствах Лебега // Сиб. матем. журн. –2011. –Т. 52. № 6. –С. 1313–1328.
- 5 Kufner A., Maligranda L., Persson L.-E. *The Hardy inequality. About its history and some related results*. – Pilzen: Vydavatel'sky Servis Publishing House, 2007. –162 p.
- 6 Ойнаров Р., Весовые неравенства для одного класса интегральных операторов // ДАН СССР –1991. –Т. 319. № 5. –С. 1076–1078.
- 7 Bloom S., Kerman R. *Weighted norm inequalities for operators of Hardy type*// Proc. Amer. Math. Soc. –1991. – Vol. 113. № 1. –P. 135–141.
- 8 Stepanov V.D., *Weighted norm inequalities of Hardy type for a class of integral operators* // J. London Math. Soc. –1994. –Vol. 50. № 1. –С. 105–120.
- 9 Stepanov V.D., Ushakova E.P., *Alternative criteria for the boundedness of Volterra integral in Lebesgue spaces* // Math. Inequal. Appl. –2009. –Vol. 12. № 4. –P. 873–889.
- 10 Прохоров Д.В., Степанов В.Д., Ушакова Е.П., *Интегральные операторы Харди–Стеклова* // -М: МИАН им. В.А. Стеклова, 2016. –186с.

МРНТИ 14.35.09  
УДК 378.016.02:517:004.42(574)

*Г.Б. Илиясова*

*Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан*

## **ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ**

*Аннотация*

В статье рассматривается вопрос организации обучения математическому анализу с использованием систем компьютерной математики. Проведен анализ преимуществ и недостатков применения указанных систем в математическом образовании. Вместе с этим, рассмотрены примеры использования систем компьютерной математики Mathcad и Maple при обучении математическому анализу, на примере темы «Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел с помощью определенного интеграла». Показано, что положительные результаты обучения математическому анализу с использованием вышеуказанных систем зависят не только от рационального оценивания позитивных и негативных последствий использования подобных систем, но также от целесообразного соблюдения дидактических принципов, уровня подготовки пользователей, как преподавателя, так и обучающихся; от типов рассматриваемых задач; от организации работы в компьютерном классе.

**Ключевые слова:** математический анализ, системы компьютерной математики, организация обучения, знания, умения, навыки.

*Аңдатпа*

*Г.Б. Илиясова*

## **Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ЖОҒАРЫ ОҚУ ОРЫНЫНДА МАТЕМАТИКАЛЫҚ АНАЛИЗДІ ОҚЫТУДА КОМПЬЮТЕРЛІК МАТЕМАТИКА ЖҮЙЕСІН ҚОЛДАНУ МҮМКІНДІКТЕРІ**

Мақалада компьютерлік математика жүйелерін қолданып математикалық анализға оқытуды ұйымдастыру мәселесі қарастырылды. Математикалық білім беруде аталған жүйелерді қолданудың артықшылықтары мен кемшіліктеріне талдау жүргізілді. Сонымен қатар, "Жазық фигуралардың аудандарын және денелердің көлемдерін анықталған интегралдың көмегімен есептеу" тақырыбы мысалында Mathcad және Maple компьютерлік математика жүйелерін математикалық анализді оқытуға қолдану мысалдары келтірілді. Математикалық анализге жоғарыда айтылып өткен компьютерлік математика жүйелерін қолданып оқытудың ұтымды нәтижелері мұндай жүйелердің тек оңды және кері әсерлерін оңтайлы бағалауға ғана емес, сонымен қатар дидактикалық қағидаларды ұстануға; қолданушылардың, оның ішінде оқытушылардың да, білім алушылардың да дайындық деңгейіне; қарастырылып жатқан есептердің түріне; компьютерлік сыныпта жұмысты ұйымдастыруға да байланысты екені атап көрсетілді.

**Түйін сөздер:** математикалық анализ, компьютерлік математика жүйелері, оқытуды ұйымдастыру, білім, білік, дағды.

*Abstract*

## **POSSIBILITIES OF USING COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS FOR TEACHING MATHEMATICAL ANALYSIS IN A PEDAGOGICAL UNIVERSITY**

*Iliyassova G.B.*

*Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

The article deals with the organization of training to mathematical analysis using systems of computer mathematics. And also analysis of advantages and disadvantages of application of these systems in mathematical education is carried out. Along with this, examples of using computer mathematics systems Mathcad and Maple for learning the mathematical analysis are considered, using the example of the topic "Calculation of areas of plane figures and volumes of solid bodies using definite integral". It is shown that the positive results of teaching mathematical analysis using the above systems depend not only on a rational assessment of the positive and negative consequences of using such systems, but also on the appropriate observance of didactic principles, the level of training of users, both the teacher and the students; from types of problems under consideration; from the organization of work in a computer class.

**Keywords:** mathematical analysis, computer mathematics systems, training organization, knowledge, skills.

Внедрение информационных технологий во все сферы жизнедеятельности с каждым днем набирает обороты. Новые технологические достижения и активное развитие IT-технологий стимулирует и сферу образования реагировать в ускоренном темпе. Использование информационных технологий находит отражение и в содержании образовательных программ и в методах обучения отдельным предметам.

В разделе "Новое качество образования" В Послании Президента РК 2018 года народу Казахстана отмечено, что потребуются пересмотреть подходы к обучению и росту квалификации педагогов. Вопрос усиления качества преподавания математических и естественных наук на всех уровнях образования также нашло отражение в этом послании. И в то же время президент РК Н.А.Назарбаев отмечает, что содержательность обучения должно гармонично дополняться современным техническим сопровождением [1].

В сложившихся условиях не возникает сомнения, что педагогические вузы должны обеспечивать соответствующий уровень подготовки будущих учителей в области информационных технологий и их применения в своей профессиональной деятельности.

Рассматривая возможности повышения качества преподавания математических дисциплин в рамках подготовки будущих учителей-математиков в высших педагогических учебных заведениях, можно отметить, что одним из наиболее перспективных направлений информатизации образования является использование информационных технологий при обучении, например, математическому анализу. Содержание данной дисциплины позволяет наглядно демонстрировать студентам возможности применения новых информационных технологий для решения математических задач.

В настоящее время для работы с различными математическими моделями (уравнением или неравенством, системой уравнений или системой неравенств, графиком функции в полярной или декартовой системе координат и др.), связанных зачастую с громоздкими и рутинными операциями используются современные системы компьютерной математики (СКМ) такие, как Mathcad, Maple, MatLab, Mathematica, Maxima и другие. Задачи алгебры и начал анализа, исследование функций, построение графиков функций, численное и символьное вычисление производных и интегралов и другие математические задачи легко решить с помощью современных СКМ [2, 3, 4].

Однако, при использовании СКМ в обучении математическому анализу необходимо учитывать как преимущества так и недостатки применения указанных систем в математическом образовании. Например, в качестве преимуществ использования СКМ при обучении математике можно рассмотреть:

- возможность численных вычислений с высокой степенью точности;
- возможность произведения символьных (аналитических) вычислений;
- наличие огромного количества встроенных элементарных и неэлементарных функций, возможность выполнения алгебраических и логических операций;
- высокую скорость выполнения математических расчетов, в соответствии с введенными формулами;
- великолепные средства визуализации результатов: построение графиков на плоскости и в пространстве, и возможности их форматирования;
- возможности анимации графических изображений, позволяющих наглядно увидеть график в движении;
- наличие средств программирования;
- наличие встроенной справочной системы и дополнительные материалы, оформленные в виде электронных книг, позволяют подробно изучить не только ее возможности, но и увидеть наглядные результаты в примерах, сопровождающих описание большинства встроенных функций [5, 6].

При всех вышеперечисленных преимуществах, нельзя оставить без внимания и отрицательные аспекты использования подобных средств, к которым можно отнести следующие моменты:

- вероятность в некоторых случаях получения некорректного решения. И если пользователь недостаточно сведущ в рассматриваемой проблеме, то это может привести к негативным результатам. Но в то же время эту отрицательную сторону СКМ можно рассматривать как побуждение к действию обучающего, для обязательного знания математических методов решения задач;
- при использовании встроенных функций систем, обучающийся получает результат, но не может проследить сам метод решения математической задачи. Однако при решении более сложных математических задач, в случае сведения задачи к решению более простых задач, это может сэкономить время решения задачи и снизить вероятность ошибки при получении результата вручную;



– в процессе усвоения знаний большое значение имеет мыслительная деятельность, с помощью которой формируются научные понятия, познаются закономерности, вытекающие из анализа фактов [7].

Применение СКМ без хорошо поставленной дидактической цели может сдерживать этот процесс. Например, выполнение большого числа однотипных заданий формирует у обучающихся навыки решения того или иного типа задачи, однако при этом исчезает чувство новизны математической задачи, необходимость вдумчиво, осмысленно подходить к сущности самой задачи.

Соотношение позитивных и негативных последствий использования СКМ в обучении математическому анализу зависит также от уровня подготовки пользователей, как преподавателя, так и обучающихся; от типов рассматриваемых задач; от организации работы в компьютерном классе.

Поэтому используя СКМ в обучении важно правильно организовывать работу обучающихся, руководствуясь, прежде всего, такими дидактическими принципами процесса обучения как доступность, научность, систематичность, связь теории с практикой, сознательность, наглядность, последовательность обучения и др.

Прежде чем переходить непосредственно к выполнению задания с помощью СКМ, преподавателю необходимо уделить внимание теоретической и практической составляющим математической подготовки обучающихся. Он должен помнить, что СКМ не цель обучения, а средство обучения. Только убедившись, что обучающийся владеет необходимыми знаниями и навыками для выполнения задания, и понимает, в каких целях используется СКМ можно обратиться к подобным средствам обучения.

Рассмотрим примеры использования СКМ преподавателем при обучении математическому анализу, на примере темы «Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел с помощью определенного интеграла».

**Пример 1.** Найти площадь фигуры, заключенной между параболой  $y = -x^2 + 4x - 3$  и касательными к ней в точках  $(0, -3)$  и  $(3, 0)$  [8].

Преподавателю следует обратить внимание на то, что для успешного выполнения данного задания обучающиеся должны обладать следующими знаниями: знать и использовать формулы дифференцирования, интегрирования и формулу Ньютона-Лейбница, понимать геометрический смысл определенного интеграла. Помимо этого, задачи на вычисление площади с помощью определенного интеграла всегда предполагают построение чертежа, и актуальным вопросом будет прослеживание знаний и навыков обучающихся относительно построения чертежей. Не будет лишним напоминать обучающимся, что СКМ при этом будет выступать как средство наглядного представления графиков и выполнения рутинных операций, а не как программа которую непременно нужно освоить.

Ход выполнения задания в СКМ Mathcad будет иметь следующий вид:

1) Нахождение уравнений касательных, проведенных к параболе  $y(x) = -x^2 + 4x - 3$  в точках  $(0, -3)$  и  $(3, 0)$ . Для этого необходимо задать аналитическое выражение для функции  $y(x) := -x^2 + 4x - 3$  в Mathcad; присвоить переменным  $x_0$  и  $y_0$ ,  $x_1$  и  $y_1$  являющимися координатами точек проведения касательных к параболе  $y(x) = -x^2 + 4x - 3$ , соответствующие значения  $x_0 := 0$  и  $y_0 := -3$ ,  $x_1 := 3$  и  $y_1 := 0$ ; используя возможности символьного дифференцирования в Mathcad найти производную функции  $y(x)$ , т.е.  $\frac{d}{dx}y(x) \rightarrow -2x + 4$ . Подставить полученное выражение для производной и значения координат точек проведения касательных к параболе в уравнение касательной и получить для них выражения  $y_2(x) = 4x - 3$  и  $y_3(x) = -2x + 6$  соответственно;

2) Построение графиков параболы  $y(x) = -x^2 + 4x - 3$  и касательных к этой параболе  $y_2(x) = 4x - 3$  и  $y_3(x) = -2x + 6$  с помощью графической панели Mathcad;

3) Нахождение абсциссы точки пересечения графиков касательных  $y_2(x) = 4x - 3$  и  $y_3(x) = -2x + 6$  посредством составления уравнений и решения их с помощью команды solve панели Symbolic:  $x = \frac{3}{2}$ ;

4) Вычисление определенного интеграла или нахождение площади:  $S := \int_0^2 (y_2(x) - y(x)) dx + \int_2^3 (y_3(x) - y(x)) dx$  с помощью команды вычисления определенного интеграла расположенного на панели Calculus. Построенный чертеж при этом будет иметь вид приведенный на рисунке 1.

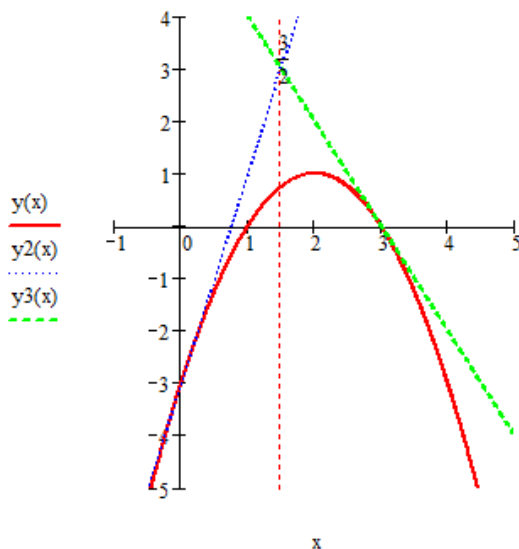


Рисунок 1. Графики функций  $y(x) = -x^2 + 4x - 3$ ,  $y_2(x) = 4x - 3$  и  $y_3(x) = -2x + 6$ .

Вычисление определенного интеграла позволит получить значение площади плоской фигуры ограниченной графиками рассматриваемых функций:  $S = \frac{9}{4}$ .

**Пример 2.** Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью образованной вращением параболы  $y^2 = 4x$  вокруг своей оси (параболоид вращения), и плоскостью перпендикулярной к его оси и отстоящей от вершины параболы на расстояние, равное единице [5].

Для успешного выполнения данного задания от обучающихся требуется: знать и грамотно использовать формулы интегрирования, формулу Ньютона-Лейбница, формулы вычисления объема тела с помощью определенного интеграла, а также уметь строить графики на плоскости и в пространстве.

Рассмотрим реализацию решения данной задачи в СКМ Maple. Ход выполнения задания будет иметь следующий вид:

1) Построение графика функции  $y^2 = 4x$  на отрезке  $[0, 2]$ ;

2) Путем несложных рассуждений определить, что уравнение рассматриваемого тела вращения будет иметь вид  $\frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} = 2x$ .

3) Построение графика тела вращения, объем которого должен быть вычислен, в СКМ Maple используя функцию *implicitplot3d*.

4) Выражение переменной  $x$  через переменную  $y$  и вычисление объема тела вращения с помощью определенного интеграла, по формуле  $V := 2\pi \cdot \int_0^2 y \cdot \frac{1}{4} y^2 dy$ , что в итоге позволит получить ответ:  $V = 2\pi$ .

Построенный в СКМ Maple чертеж при этом будет иметь вид приведенный на рисунке 2.

```
with(plots) : implicitplot3d( {  $\frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} - 2x$  }, y=-2..2,
z = -2..2, x = 0..1, axes = NORMAL, linestyle = dot );
```

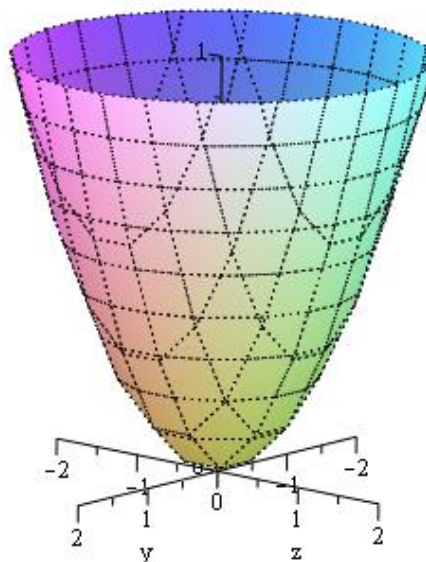


Рисунок 2. Визуальное представление тела вращения  $\frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} = 2x$ .

Приведенные примеры наглядно показывают, что использование СКМ способствует приобретению обучающимися навыка алгоритмического решения задач, воспитывает в них последовательность действий, способствует пониманию теории и развитию пространственного воображения, содействует осознанному подходу к использованию тех или иных функций программы для конкретных математических целей и позволяет экономить время на выполнении рутинных, но несложных операций. При этом обязательными условиями для достижения поставленных дидактических целей с использованием СКМ являются такие важные моменты как, соблюдение дидактических принципов, правильная организация работы обучающихся с СКМ, и умение рационально оценивать соотношение положительных и отрицательных сторон их использования.

*Список использованной литературы:*

- 1 Послание Президента Республики Казахстан Н.Назарбаева народу Казахстана "Новые возможности развития в условиях четвертой промышленной революции". 10 января 2018 г.
- 2 Тульбасова Б.К. Функция графинің тұрғызуда mathcad компьютерлік жүйесін қолдану әдістемесі. //Вестник КазНПУ им.Абая. Серия "Физико-математические науки". №1(65), 2019. - С.321-326.
- 3 Сейлова З.Т., Жадраева Л.У. Maple жүйесінің графикалық мүмкіндіктерін дифференциалдық теңдеулерді шешуде пайдалану. //Вестник КазНПУ им.Абая. Серия "Физико-математические науки". №4(60), 2019. - С.321-324.
- 4 Тұяқов Е.А., Сапаков Д.А. Эффективность применение программы компьютерной математики Maple при обучение курса «Интегральные уравнения». //Вестник КазНПУ им.Абая. Серия "Физико-математические науки". №1(61), 2018. - С.326-332.
- 5 Кирьянов Д. Mathcad 14. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург. 2007. -685 с.
- 6 Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2006. - 720с.: с ил.
- 7 Садыков Т.С., Абылкасымова А.Е. Дидактические основы обучения в высшей школе. -Алматы: РИК Каз. академии образования им.И.Алтынсарина, 2000. -186 с.
- 8 Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Уч. пособие - 22-е изд., перераб. -СПб., Изд-во "Профессия", 2001. -432 с., ил.

МРНТИ 27.01.45  
УДК 372.851

Б.М. Қосанов

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ҚОСПАДАН ОНЫҢ КОМПОНЕНТТЕРІНІҢ БІРІ АЙЫРЫЛАТЫН КОНЦЕНТРАЦИЯ ЕСЕПТЕРІ

*Аңдатпа*

Қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын есептер - концентрацияға берілген есептердің аса маңызды бір түрі. Алайда, мектеп тәжірибесіне қарағанда, оқушылардың көпшілігінің мұндай есептерді шешудің қарапайым техникасын меңгермегендігін, есепте берілген және ізделінді шамалар арасындағы қатынастарды анықтау мен есепке сәйкес теңдеу құруда қиналатындығы байқалады. Біздің ойымызша, оның басты себептерінің бірі, математика пәні мұғалімдері тарапынан концентрацияға берілген есептердің бұл түрін шешудің тиімді әдістеріне жеткілікті көңіл бөлінбейді. Мақалада қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын есептер концентрацияға берілген есептердің ерекше бір түрі ретінде қарастырылып, оларды шешудің стандартты емес, неғұрлым тиімді тәсілі ұсынылады.

**Түйін сөздер:** есеп, концентрацияға берілген есеп, қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын есептер, есептің моделі, теңдеу, Пирсон әдісі.

*Аннотация*

Б.М. Косанов

Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

## ЗАДАЧИ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ, СВЯЗАННЫЕ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ИЗ СМЕСИ ОДНОГО ИЗ ЕЁ КОМПОНЕНТОВ

Задачи на концентрацию, связанные с выделением из смеси одного из её компонентов – особый вид задач на концентрацию. Школьная практика показывает, что большинство учащихся плохо владеют простейшей техникой решения таких задач, затрудняются при определении верных соотношений между заданными и искомыми величинами на основе которых составляется соответствующее задаче уравнение. На наш взгляд, основной причиной этого является то, что со стороны учителей математики не уделяется должное внимание рациональным способам решения таких видов задач на концентрацию. В статье задачи, связанные с выделением из смеси одного из её компонентов рассматриваются как особый вид задач на концентрацию и предлагается нестандартный, наиболее рациональный способ их решения.

**Ключевые слова:** задача, задача на концентрацию, задачи на концентрацию, связанные с выделением из смеси одного из её компонентов, модель задачи, уравнение, способ Пирсона.

*Abstract*

## CONCENTRATION PROBLEMS ASSOCIATED WITH THE ISOLATION OF A MIXTURE OF ONE OF ITS COMPONENTS

Kossanov B.M.

Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

Concentration problems associated with the isolation of a mixture of one of its components - special type of concentration tasks. School practice shows that most students do not know the simplest technique of solving such problems, find it difficult to determine the correct relationship between the given and the desired values on the basis of which the equation corresponding to the problem is made. In our opinion, the main reason for this is that teachers of mathematics do not pay due attention to rational ways of solving these types of problems on concentration. In the article, the problems associated with the separation of one of its components from a mixture are considered as a special type of concentration problems and a non-standard, most rational way of solving them is proposed.

**Keywords:** task, concentration challenge, model of task, equation, Pearson method, Concentration problems associated with the isolation of a mixture of one of its components.

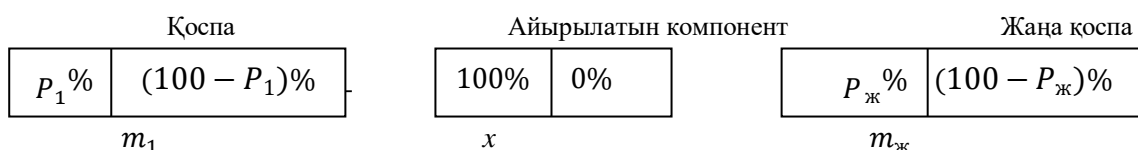
Қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын концентрация есептерін шешу мектеп оқушылары үшін математика курсына аса қиын мәселелердің бірі болып саналады. Бұл есептер мектеп математика оқулықтарында концентрация есептерінің арнайы, жеке бір түрі ретінде қарастырылмайды. Осы себепті оқушылар оларды концентрация есептерінің басқа түрлерімен жиі шатастырып алып жатады. Оның үстіне қосымша оқу-әдістемелік құралдарда бұл есептер күрделі химиялық формулаларға негізделген әдіс арқылы шығарылып көрсетіледі [1,2].

Біздің «Хабаршы-Вестник» журналының 2016 жылғы №1 және 2019 жылғы №2 сандарында жарияланған мақалаларымызда концентрацияға берілген есептерді мына сияқты негізгі төрт түрге бөліп қарастыру ұсынылған еді:

- 1) Екі қоспаны араластырып, жаңа қоспа алумен байланысты есептер;
- 2) Қоспағаоның компоненттерінің бірі қосылатын есептер;
- 3) Қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын есептер;
- 4) Қоспалардың компоненттерінің ара қатынасына берілген есептер.

Бұл мақалаларда концентрация есептерінің алғашқы екі түрін Пирсон әдісі арқылы шешудің тиімді жолдары баяндалған болатын [3,4]. Енді концентрация есептерінің үшінші түрін осы әдіспен шешу мәселесін қарастырайық.

Айталық, қандай да бір қоспадан оның компоненттерінің бірі ажыратылып, жаңа қоспа алынды делік. Берілген қоспаны схемалы түрде бір тіктөртбұрыш, одан айырылатын компонентті екінші бір тіктөртбұрыш және осының барысында алынатын жаңа қоспаны үшінші бір тіктөртбұрыш ретінде кескіндеу арқылы есептің төмендегідей моделін алуға болады:



Сурет 1. Қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын есептің моделі

Мұндағы  $P_1\%$  берілген қоспадағы қандай да бір заттың массалық үлесі, ал  $m_1$ ,  $x$  және  $m_ж$  – сәйкесінше, берілген қоспаның, одан айырылатын компоненттің және алынатын жаңа қоспаның массалары.

Сонда мынадай теңдік орындалады:

$$m_1(100 - P_1) - x \cdot 0 = m_ж(100 - P_ж).$$

Қоспадан оның компоненттерінің бірін айырып алу барысында алынған жаңа қоспаның массасы қоспа мен одан айырылатын компоненттің массаларының айырмасына тең болады,  $m_1 - x = m_ж$ . Ендеше,

$$m_1(100 - P_1) = (m_1 - x)(100 - P_ж).$$

Бұдан

$$\frac{100 - P_ж}{100 - P_1} = \frac{m_1}{m_1 - x}.$$

Қорыта айтқанда, қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын есепті шешу негізінен алғанда, соңғы теңдеуді шешуге келіп тіреледі. Есепті шешу барысында бұл теңдеуді Пирсон әдісі арқылы құру үшін төмендегідей ретпен әрекет жасаған тиімді болады.

- 1) 1-жолға  $P_1$ -ді және біраз орын қалдыра отырып, оның тұсына  $m_1$  -ді жазады:

$$P_1 \qquad m_1$$

- 2) Астынан бір жол қалдырып, 3-жолға сәйкесінше,  $P_ж$  мен  $(m_1 - x)$  -ті жазады:

$$P_1 \qquad m_1$$

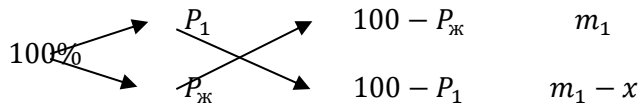
$$P_ж \qquad m_1 - x$$

- 3) 2-жолға, сол жаққа қарай ала отырып,  $P_1$  мен  $P_ж$ -ның ортасына 100 –ді жазады:

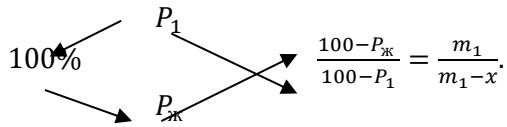
$$100\% \qquad P_1 \qquad m_1$$

$$P_ж \qquad m_1 - x$$

- 4)  $P_1$  мен  $m_1$ -дің арасына  $100 - P_ж$  айырмасын, ал  $P_ж$  мен  $(m_1 - x)$ -тің ортасына  $100 - P_1$  айырмасын тауып жазады:



5)  $100 - P_{ж}$  және  $100 - P_1$  айырмаларының және  $m_1$  мен  $(m_1 - x)$ -тің араларына бөлшек сызығын қойып, алынған бөлшектерді теңестіреді:



6) Алынған соңғы теңдеуді шешеді.

Енді қоспадан оның компоненттерінің бірі айырылатын кейбір есептерді осы әдіспен шығарып көрсетейік.

*1-есеп.* 90%-тік суы бар 100кг массада 80%-тік судан тұратын масса алу үшін қанша суды құрғату керек?

*Шешуі.* Есеп шарты бойынша, 90%-тік суы бар қоспа берілген. Ендеше, қоспаның екінші компоненті 10% -ті құрайды. Қоспадан оның компоненттерінің бірі болып табылатын су айырылады, ол - 100%. Жаңа қоспа 80%-тік судан тұрады, демек, ондағы екінші компонент 20%. Сонымен есептің моделін былай кескіндеуге болады:

| Қоспа |            | Жаңа қоспа |             |
|-------|------------|------------|-------------|
| Су    | Құрғақ зат | Су         | Құрғақ зат  |
| 90%   | 10 %       | 100 %      | 0%          |
| 100кг |            | Хкг кг     | (100 - x)кг |

*Сурет 2. Есептің моделі*

Есепке сәйкес теңдеу құру үшін ретпен әрекет жасау керек.

1) 1-жолға 90% -ті, біраз орын қалдыра отырып, оның тұсына 100-ді жазамыз:

$$\begin{array}{cc} 90\% & 100\% \end{array}$$

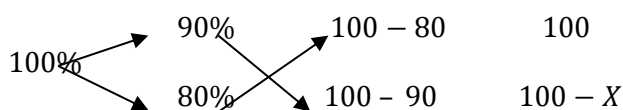
2) Астынан бір жол қалдырып, 3-жолға сәйкесінше, 80% пен  $(100 - x)$  - ті жазамыз:

$$\begin{array}{cc} 90\% & 100 \\ 80\% & 100 - X \end{array}$$

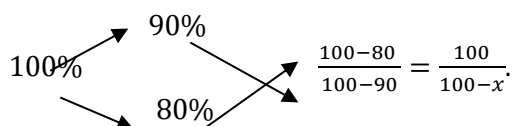
3) 2-жолға, сол жаққа қарай алып, 90% пен 80% -тің ортасына 100% - ті жазамыз:

$$\begin{array}{cc} 90\% & 100 \\ 100\% & 80\% \\ & 100 - x \end{array}$$

4) 9% пен 100-дің арасына  $(100 - 80)$ , ал 80% пен  $(100 - X)$  -тің ортасына  $(100 - 80)$  айырмаларын жазамыз, сонда:



5)  $(100 - 80)$  және  $(100 - 90)$  айырмаларының және 100 бен  $(100 - X)$ -тің араларына бөлшек сызықтарын қойып, алынған бөлшектерді теңестіреміз:



б) Пропорция түріндегі соңғы теңдеуді шешеміз. Сонда:

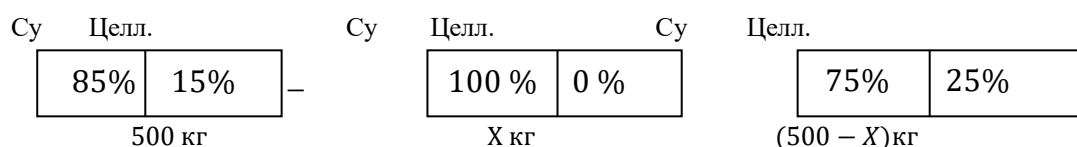
$$\frac{20}{10} = \frac{100}{100-x}; \quad \text{Бұдан } 200 - 2X = 100, \quad X = 50.$$

Жауабы: 50 кг.

Келесі есептерде орындалатын әрекеттерді бір ғана жол етіп жазумен шектелеміз.

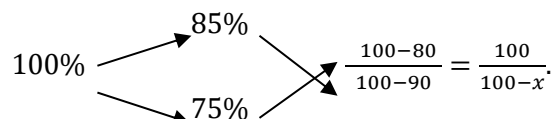
2-есеп. Массасы 0,5 т целлюлозаның 85% - і су. Құрамында 25% целлюлоза болу үшін қанша суды құрғату керек?

Шешуі. Жаңа қоспа алу үшін берілген қоспаға оның компоненттерінің бірі болып табылатын су айырылады, ол-100%. Жаңа қоспадағы целлюлозаның проценттік үлесі 25% болғандықтан, ондағы судың үлесі 75% болады. Сонда:



Сурет 3. Есептің моделі

Ендеше,

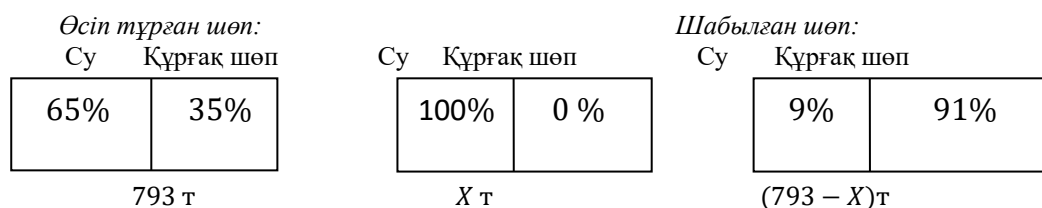


$$\text{Бұдан } 25 \cdot (500 - X) = 15 \cdot 500; \quad (500 - X) = 300; \quad X = 200.$$

Жауабы: 200 кг

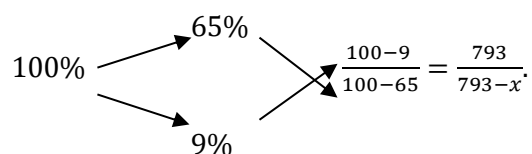
3-есеп. Өсіп тұрған шөптің құрамында 65%, ал шабылған шөптің құрамында 9% су бар. 793 тонна өсіп тұрған шөптен қанша тонна шабылған шөп алуға болады?

Шешуі. Есеп шартына байланысты оның моделін құрайық.



Сурет 4. Есептің моделі

Ендеше,



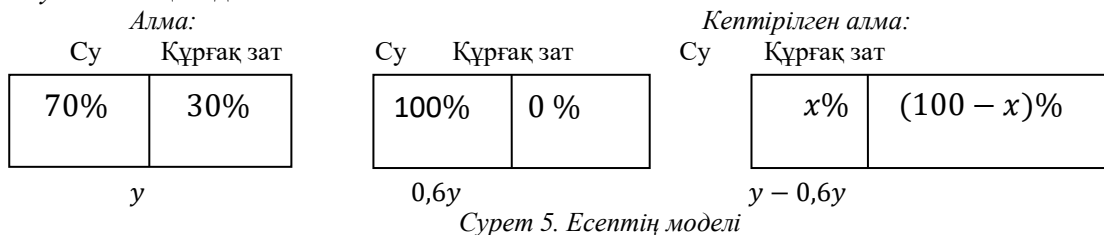
Бұдан:

$$91 \cdot (793 - X) = 35 \cdot 793; \quad 793 - X = 305.$$

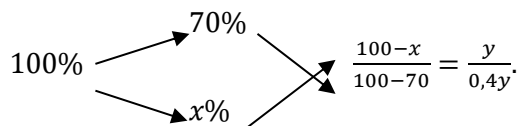
Жауабы: 305 т.

4-есеп. 70%-тік судан тұратын алманы кептіргенде өз массасының 60%-ін жоғалтады. Кептірілген алманың қанша процентін су құрайды?

Шешуі. Есептің моделі:



Демек,



Бұдан:

$$(100 - x) \cdot 0,4y = 30y; \quad 100 - x = \frac{30}{0,4}; \quad 100 - x = 75; \quad x = 25.$$

Жауабы: 25 %.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Рустюмова И.П., Рустюмова С.Т. *Пособие для подготовки к ЕНТ по математике.* - А., 2010, 715 с.
- 2 Әмзібек Ә.А., Н.С.Оразкелдиев. *Математикалық сауаттылық-1.* - А., 2017, 416 б.
- 3 Қосанов Б.М. Екі қоспаны араластырып, жаңа қоспа алумен байланысты есептер // «Хабаршы-Вестник», Абай ат.ҚазҰПУ, Физика-математика ғылымдары сериясы, №1, 2016, 35-40 б.
- 4 Қосанов Б.М. Қоспаға оның компоненттерінің бірі қосылатын концентрация есептері // «Хабаршы-Вестник», Абай ат.ҚазҰПУ, Физика-математика ғылымдары сериясы, №2, 2019, 66-70 б.

МРНТИ 27.01.45  
УДК 372.851

Ж.А. Сартабанов<sup>1</sup>, А.К. Шаукенбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

## ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ЖӘНЕ ДӘРЕЖЕЛІК ФУНКЦИЯЛАР БАЙЛАНЫСЫН ТЕРБЕЛІСТЕР ТЕҢДЕУІМЕН НЕГІЗДЕУ ӘДІСТЕМЕСІ

*Аңдатпа*

Бұл мақалада тригонометриялық және дәрежелік функциялар арасындағы байланысты гармониялық тербелістердің дифференциалдық теңдеуі арқылы элементар жолмен, демек, мектеп математикасы аясында негіздеудің әдістемесі берілген. Әдістемеге толық тоқталсақ, сызықты екінші ретті дифференциалдық теңдеуі болып келетін, тербеліс теңдеуінен ауыстыру арқылы бірінші ретті сызықты екі теңдеулер жүйесіне көшіп, одан бастапқы шарттарды ескере отырып, интегралдық теңдеулер жүйесіне көштік. Одан әрі біртіндеп жуықтау әдісін қолданып, жуықтау формуласын анықтадық. Жуықтау формуласын шектеусіз жалғастырып, шешімнің дәрежелік қатар түрінде өрнектелетінін көрсеттік. Алынған қатардың жинақтылығын негіздеу мақсатында бір қарапайым лемма дәлелденді. Сол лемманы пайдаланып, қатардың жинақтылығы көрсетілді. Екінші, жағынан есептің шешімдері негізгі тригонометриялық функциялар болатынына сілтеме жасап, шешімнің жалғыздығына сүйеніп, олардың тепе-тең болатындығы туралы тұжырымдама жасалынып, қарастырып отырған функциялардың арасындағы байланыс орнатылды. Функциялар байланысы теорема арқылы берілді. Сонымен қатар анализ бастамаларының мазмұнын жетілдіру туралы біріндеген ойларда келтірілді.

**Түйін сөздер:** тригонометриялық функция, дәрежелік функция, тербеліс теңдеуі, жуықтау, элементар әдістер, функциялар байланысы, дифференциалдық теңдеу, анализ әдістері.



Аннотация

Ж.А. Сартабанов<sup>1</sup>, А.К. Шаукенбаева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Актюбинский региональный государственный университет им.К.Жубанова, г.Актобе, Казахстан

### МЕТОДИКА ОБОСНОВАНИЯ СВЯЗИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ И СТЕПЕННЫХ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

В данной статье представлена методика обоснования связи между тригонометрическим и степенным функциями через дифференциальное уравнение гармонических колебаний элементарным путем, следовательно, дана методика в рамках школьной математики. Если полностью остановиться на методе, то переходим к системе двух линейных уравнений первого порядка с заменой уравнения колебаний второго порядка, что является дифференциальным уравнением второго порядка, и с учетом первоначальных условий переходим к системе интегральных уравнений. Далее постепенно используя метод приближения, определили формулу приближения. Продолжая использовать формулу приближения бесконечно, показали, что решение выражается в виде степенных рядов. В целях обоснования сходимости полученного ряда была доказана одна простая лемма. Используя ту же лемму, показана сходимость ряда. С другой стороны, со ссылкой на то, что решения задачи являются основными тригонометрическими функциями, разработана концепция о равновесии решений, установлена связь между рассматриваемыми функциями. Связь функции дается теоремой. Кроме того, были приведены мысли о совершенствовании содержания начала анализа.

**Ключевые слова:** тригонометрическая функция, степенная функция, уравнение колебаний, приближение, элементарные методы, функция связи, дифференциальное уравнение, методы анализа.

Abstract

### METHODOLOGY FOR SUBSTANTIATING THE RELATIONSHIP BETWEEN TRIGONOMETRIC AND POWER FUNCTIONS BASED ON THE EQUATION OF OSCILLATIONS

Sartabanov Zh. A.<sup>1</sup>, Shaukenbayeva A.K.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> K. Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

This article presents a methodology for substantiating the relationship between trigonometric and power functions through the differential equation of harmonic oscillations in an elementary way, therefore, a methodology is given in the framework of school mathematics. If we completely dwell on the method, then we pass to the system of two linear first-order equations with the replacement of the second-order oscillation equation, which is a second-order differential equation, and taking into account the initial conditions, we proceed to the system of integral equations. Then, gradually using the approximation method, we determined the approximation formula. Continuing to use the approximation formula indefinitely, we showed that the solution is expressed in the form of power series. In order to justify the convergence of the resulting series, one simple lemma was proved. Using the same lemma, the convergence of a series is shown. On the other hand, with reference to the fact that the solutions of the problem are the main trigonometric functions, a concept of the equilibrium of solutions is developed, and a connection is established between the functions under consideration. The relationship of the function is given by the theorem. In addition, thoughts were given about improving the content of the beginning of the analysis.

**Keywords:** trigonometric function, power function, equation of oscillations, approximation, elementary methods, communication function, differential equation, analysis methods.

**А. Мәселенің қойылуы.** Оқулықтармен зер қоя таныссақ, *Анализ бастамаларын* мектеп курсына алғаш енгізу барысында көптеген өте нәзік әдістерді сол кездегі жетекші ұстаз мамандар, мектеп жасындағы жасөспірімге түсіндіру мүмкін емес деп есептеп, *айналма жол* іздестіруді қалыптастырған сынайлы. Осындай себеппен үш ғасыр бойы қалыптасқан Анализ курсының баяндалуының қатал логикалық, реттік тәртібі негізсіз өзгеріске ұшырап, бұзылған тәрізді. Оны өткен ғасырдың 70 жылдары, математикалық реформа кезеңінде жазылған анализ бастамаларының мектеп оқулықтарынан көреміз. Сол жағдай қазіргі оқулықтарда да, түзетілудің орнына, одан әрі орнығып, осы логикалық олқылықтар көзге ұрды да тұрды. Анализде, әдетте, алдымен шек ұғымы енгізіліп, ол қарапайым функция – тізбек үшін беріліп, сосын кезкелген функцияның нүктедегі, шегі ұғымына ұласады. Шекке көшу – математикалық анализдің әдістерінің негізі. Сосын функцияның нүктедегі үзіліссіздігі ұғымы енгізіледі. Бұл екі өте нәзік ұғымдар – шек пен үзіліссіздікті ұғындырудың математикалық анықтамаларынан гөрі, оларды алдымен өмірден алынған мысалдарымен түсіндірудің жолдарын іздестірген жөн. Шек ұғымын өмірдегі қарапайым құбылыстардың уақытқа байланысты үзіліссіз өзгере отырып, оны сипаттайтын шаманың өз тағына-шегіне жететіндігі арқылы ұғындыруға тырысу керек. Сол сияқты бұл шаманың үзіліссіз өзгертіндігін де мысалдармен ұғындыру қажет. Үзіліссіздіктің өмірдегі тамаша қасиеті – шаманың уақытқа байланысты өзгертінін біле отыра, оның өзгерісін жай көзбен үзіліссіз қадағалағанмен, ол шама өзінің өзгерісін қадағалаушыға байқатпайтындығы. Сондықтан да ол қасиетті бала түгелі, ересек адамдар да аңғара бермейді. Осы

тамаша қасиетке жасөспірімнің назарын аударып, оны оларға ұғындыру – осы мәселедегі ұлы жеңіс. Бұл қасиеттерді баланың жүрегіне сездіре алмаған соң, әдетте, оны аналитикалық абстрактылық әдіспен түсіндіруге тырысамыз. Демек, оны оқушы бір математикалық амал түрінде қабылдайды. Оны қолданып, сол тақырыпқа есептер шығаруға болады. Осыдан *ұғымды түсіндіре алмасам да, ол туралы есепті шығаруды үйрете аламын* деген тұжырым туындайды.

*Айналма жолмен* түсіндіруге болмайтын шектердің екі мысалы – I және II – *тамаша шектер*. Бірінші шекті геометриялық жолмен негіздеп, оқулықта келтіріп жүрміз. Оның негізделу жобасы дұрыс. Ал, екінші тамаша шекті енгізуде *айналма жол* әдісі қолданылып келеді. Оны құптай алмаймыз. Біздіңше, *e* санына ұмтылатын, қандай болмасын, бірқарапайым тізбектік шекті қарастырып, алдымен *e* санының өзін енгізіп, оның жуық шамасын калкулятормен есептетіп, көрсету керек. Математикада *e* – саны,  $\pi$  саны тәрізді, негізгі қолданыс саны. Өмірде экспоненциалдық заңдылықпен өсу мен кему туралы түсініктердің негізі болып келетін *e* саны  $\pi$  санынан гөрі жиірек кездесетінің мойындауымыз керек. Сондықтан да, *e* санын мектеп курсына енгізуге арнайы тоқталу керек деп есептейміз. Оны енгізудің бір жолын біз [1, 2] мақаламызда ұсынғанбыз. *Туынды және Интеграл* тақырыптарын беруде де көптеген жеңілдете ұғындыру әдістерін қолдануға болатынын атап өтумен шектелеміз. Бұл бағыттағы кейбір ойлар [2, 3] мақалаларда келтірілген.

Математикалық анализ бастамаларын өткенде оқушылар тарабынан көп сұрақтар берілуі мүмкін. Әрине, оларға *жоғары математика курсына беріледі* деп жүре жауап беруге болады. Бірақ ұстаз төте сұраққа төте жауап беруі тиіс. Мысалы, негізгі тригонометриялық функциялардың мәндерінің аргументтік мәндерге сәйкес таблицасы құрылғаны белгілі. Айталық, жұртшылыққа белгілі *Брадис таблицасы* солай құрылған. Мысалы оқушы, олардың жуық мәндері қалай, қандай формулалармен есептелген деген сұрақ берсе, оқытушы дәлелді жауап беруі қажет деп есептейміз. Сондай жуықтап есептеудің бір әдісін осы мақалада келтіреміз. Сондықтан, мектеп курсына көрнекі-интуитивтік тәсілмен, ғылыми негізсіз ықшамдалған мәселелерді *мектеп математикасы аясындағы әдістермен* дәлелдеп берудің маңызы зор демекпіз. Оның негізгі мақсаты, алдымен мектептің математик мұғалімдерін ғылыми қаруландыру болып табылады, қалды, зерек оқушылардың өздері өз бетімен оқып, түсінуіне мүмкіндік беру болып есептелінеді. Мұндай мәселелер мектеп оқушылары мен ұстаздарына арналған қосымша әдістемелік оқу құралдарында берілуі тиіс демекпіз.

Сонымен, бұл мақаланың басты мақсаты негізгі тригонометриялық функциялар мен дәрежелік функциялар арасында байланыс бар екенін оқушыға дифференциалдық теңдеулер арқылы ұғындыру және оны мектеп курсы аясындағы элементар әдістермен баяндау тәсілін ұсыну болып табылады. Демек, тригонометриялық функцияларды көпмүшеліктермен жуықтау жолымен танысуға орта мектеп оқушысына мүмкіндік жасаймыз.

Осы бағыттағы зерттеулердің негізгі нәтижелерінің кейбіреулері [1-7] - басылымдарда қарастырылған. *Егер дифференциалдық теңдеулермен берілетін дененің уақытқа байланысты үзіліссіз қозғалуы, өсу-кему үдерісі, тербеліс құбылысын және олардың жылдамдығы мен үдеуі туралы мәселелерді математика курсына енгізбесек, онда Анализді мектепке енгізу бекер болар еді*, - деген болатын академик А.Н. Колмогоров. Осыған орай, қазіргі кездегі дифференциалдық теңдеулер ұғымын мектеп оқулығынан шеттету өкінішті демекпіз.

**Б. Функциялар байланысын тербелістер аясында жуықтау әдісімен анықтау.** Сонымен, гармониялық тербелістердің математикалық моделі - екінші ретті сызықты

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0 \quad (1)$$

дифференциалдық теңдеуін қарастырайық. Осы теңдеудің

$$y(0) = 1, y'(0) = 0 \quad (1_0)$$

шартын қанағаттандыратын шешімін құру мәселесімен айналысайық.

Ол үшін

$$\frac{dy}{dx} = z \quad (2)$$

ауыстыруын енгізіп, одан

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dz}{dx} \quad (2')$$

өрнегі шығатынын ескеріп, (2) және (2') өрнектері арқылы (1) теңдеуі мына екі теңдеулі

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z(x), \\ \frac{dz}{dx} = -y(x), \end{cases} \quad (3)$$

жүйе түрінде жазайық. Бұл жағдайда  $(1_0)$  шарты

$$y(0) = 1, \quad z(0) = 0 \quad (3_0)$$

шарты түріне келеді.

Енді (3) жүйені,  $(3_0)$  шартын ескере отырып, 0 мен  $x$  аралығында интегралдап, оның сол жақтары

$$\int_0^x \frac{dy(z)}{dx} dx = \int_0^x dy(x) = y(x) \Big|_0^x = y(x) - y(0) = y(x) - 1,$$

$$\int_0^x \frac{dz}{dx} = \int_0^x dz(x) = z(x) \Big|_0^x = z(x) - z(0) = z(x) - 0 = z(x)$$

екендігін қаперге алып,

$$\begin{cases} y(x) = 1 + \int_0^x z(t) dt, \\ z(x) = - \int_0^x y(t) dt \end{cases} \quad (4)$$

интегралдық жүйе түрінде зерттейміз.

Ол үшін  $y(x)$ ,  $z(x)$  шешімінің

$$y^{(0)} = 1, \quad z^{(0)} = 0 \quad (5_0)$$

бастапқы жуықтауын енгізіп, келесі жуықтауларды

$$\begin{cases} y^{(n+1)}(x) = 1 + \int_0^x z^{(n)}(t) dt, \\ z^{(n+1)}(x) = - \int_0^x y^{(n)}(t) dt, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (5_n)$$

өрнектері бойынша біртіндеп анықтаймыз.

Енді бірнеше жуықтауларды анықтап, көрелік. Бастапқы, нөлінші жуықтауды  $(5_0)$  түрінде, берілген  $(3_0)$  шарты орындалатындай етіп анықтадық. Ендеше, келесі бірінші жуықтау  $(5_0)$  өрнегін интегралдау арқылы алынған,

$$\begin{cases} y^{(1)}(x) = 1 + \int_0^x z^{(0)}(t) dt = 1 + \int_0^x 0 dt = 1, \\ z^{(1)}(x) = - \int_0^x 1 dt = -t \Big|_0^x = -x - 0 = -x \end{cases} \quad (5_1)$$

өрнектері түрінде болатынын көреміз.

Осы  $(5_1)$  жуықтауын интегралдау арқылы,  $(5_2)$  өрнегін  $y^{(1)}(t) = 1$ ,  $z^{(1)}(t) = -t$  функциялары арқылы

$$\begin{cases} y^{(2)}(x) = 1 + \int_0^x z^{(1)}(t) dt = 1 - \int_0^x t dt = 1 - \frac{t^2}{2} \Big|_0^x = 1 - \frac{x^2}{2}, \\ z^{(2)}(x) = - \int_0^x y^{(1)}(t) dt = - \int_0^x 1 dt = -t \Big|_0^x = -x \end{cases} \quad (5_2)$$

түрінде кескіндейміз.

Одан әрі,  $(5_2)$  өрнектері арқылы

$$\begin{cases} y^{(3)}(x) = 1 + \int_0^x z^{(2)}(t)dt = 1 - \int_0^x t dt = 1 - \frac{t^2}{2} \Big|_0^x = 1 - \frac{x^2}{2!}, \\ z^{(3)}(x) = - \int_0^x y^{(2)}(t)dt = - \int_0^x (1 - \frac{t^2}{2!})dt = (-t + \frac{t^3}{3!}) \Big|_0^x = -x + \frac{x^3}{3!} \end{cases} \quad (5_3)$$

өрнектерін аламыз.

Анықталған  $(5_3)$  өрнектері арқылы

$$\begin{cases} y^{(4)}(x) = 1 + \int_0^x z^{(3)}(t)dt = 1 + \int_0^x (-t + \frac{t^3}{3!})dt = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}, \\ z^{(4)}(x) = - \int_0^x y^{(3)}(t)dt = - \int_0^x (1 - \frac{t^2}{2!})dt = -x + \frac{x^3}{3!} \end{cases} \quad (5_4)$$

өрнектерін аламыз.

Осылайша есептеуді жалғастыра отырып,  $(5_5)$  және  $(5_6)$  өрнектеріндегі заңдылықтарды жалпылап,

$$\begin{cases} y^{(5)}(x) = 1 + \int_0^x z^{(4)}(t)dt = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \\ z^{(5)}(x) = - \int_0^x y^{(4)}(t)dt = -x + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} \end{cases} \quad (5_5)$$

$$\begin{cases} y^{(6)}(x) = 1 + \int_0^x z^{(5)}(t)dt = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \\ z^{(6)}(x) = - \int_0^x y^{(5)}(t)dt = -x + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} \end{cases} \quad (5_6)$$

алуға болады.

Осы  $(5_1) - (5_6)$  өрнектеріндегі заңдылықтарды жалпылап,  $n = 2k, k = 1, 2, \dots$  жағдайында олардың

$$\begin{cases} y^{(2k)}(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}, \\ z^{(2k)}(x) = -x + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!} \end{cases} \quad (5_{2k})$$

өрнектерімен, ал  $n = 2k + 1, k = 0, 1, 2, \dots$  жағдайында

$$\begin{cases} y^{(2k+1)}(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}, \\ z^{(2k+1)}(x) = -x + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^{k+1} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \end{cases} \quad (5_{2k+1})$$

өрнектерімен берілген теңдіктерді аламыз.

Ал, егер  $k$  санын шектеусіз өсірсек, онда  $2k \rightarrow \infty, (2k + 1) \rightarrow \infty$  шектеріне сәйкес  $(5_{2k})$  және  $(5_{2k+1})$  өрнектерінің оң жақтарының

$$\begin{cases} y^{(\infty)}(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} y^{(2k)}(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} y^{(2k+1)}(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \dots, \\ z^{(\infty)}(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} z^{2k}(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} z^{(2k+1)}(x) = -x + \frac{x^3}{3!} - \frac{5}{5!} + \dots + (-1)^{k+1} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \dots \end{cases} \quad (6)$$

өрнектерімен берілетінің көреміз.

Шынында да,  $(S_{2k})$  өрнегінен  $(S_{2k+1})$  өрнегі шығатынын дәлелдеу үшін олардың

$$\begin{cases} y^{(2k+1)}(x) = 1 + \int_0^x z^{(2k)}(t) dt, \\ z^{(2k+1)}(x) = - \int_0^x y^{(2k)}(t) dt, \end{cases} \quad (*)$$

теңдіктері қанағаттандыратына көз жеткізсек болғаны.

Оны тексеру арқылы жүзеге асырамыз:  $(S_{2k})$  өрнегінің екіншісін жоғарыдағы (\*) жүйенің бірінші теңдігіне қойсақ:

$$y^{(2k+1)}(x) = 1 + \int_0^x \left\{ -x + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!} \right\} dx = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$$

түрінде  $(S_{2k+1})$  өрнектерінің біріншісін аламыз. Осылайша,  $(S_{2k})$  жүйесінің бірінші өрнегін (\*) жүйесінің екіншісіне қойып,  $(S_{2k+1})$  өрнегінің екіншісінің оң жағы шығатынына көз жеткіземіз:

$$z^{(2k+1)}(x) = - \int_0^x \left\{ -1 + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \right\} dx = -x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^{k+1} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

Сонымен  $(S_{2k})$  өрнектерінен  $(S_{2k+1})$  өрнектері шығатыны дәлелденді.

Енді  $k$  жуықтау нөмірін шексіз өсіру арқылы алынған (6) өрнектің мағнасы барлығын көрсету үшін  $k = m + p$  теңдігін қанағаттандыратын екі натурал  $m$  және  $p$  сандарын алып, мына лемманы дәлелдейік.

**Лемма.** Кезкелген  $m$  және  $p$  натурал үшін  $(m+p)! \geq m!m^p$  теңсіздігі орындалады.

Шынында да,

$$k! = (m+p)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot m \cdot (m+1)(m+2) \dots (m+p) \geq m!m \cdot m \dots m = m!m^p$$

Лемма дәлелденді.

Осы леммадан

$$\frac{1}{k!} = \frac{1}{(m+p)!} \leq \frac{1}{m!} \cdot \frac{1}{m^p}$$

теңсіздігін аламыз.

Егер  $r < m$  теңсіздігін қанағаттандыратын кезкелген оң сан болса, онда

$$\frac{r^k}{k!} = \frac{r^{m+p}}{(m+p)!} \leq \frac{r^m \cdot r^p}{m!m^p} = \frac{r^m}{m!} \left( \frac{r}{m} \right)^p \quad (**)$$

бағамдауына келеміз.

Енді (6) өрнекті  $|x| \leq r < m$ ,  $k = m + p$  өрнектері бойынша (\*\*) теңсіздігін қолданып,  $y^{(\infty)}(x)$  өрнегі үшін

$$\begin{aligned} & \left| y^{(\infty)}(x) - \left\{ 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \right\} \right| = \left| (-1)^{k+1} \frac{x^{2(k+1)}}{(2(k+1))!} + (-1)^{k+2} \frac{x^{2(k+2)}}{(2(k+2))!} + \dots \right| \\ & \leq \frac{r^{2k+2}}{(2k+2)!} + \frac{r^{2k+4}}{(2k+4)!} + \dots + \frac{r^{2m} \cdot r^{2p+2}}{(2m+2p+2)!} + \frac{r^{2m} \cdot r^{2p+4}}{(2m+2p+4)!} + \frac{r^{2m} \cdot r^{2p+6}}{(2m+2p+6)!} + \dots + \frac{r^{2m}}{(2m)!} \cdot \frac{r^{2p+2}}{m^{2p+2}} + \\ & + \frac{r^{2m}}{(2m)!} \cdot \frac{r^{2p+4}}{m^{2p+4}} + \frac{r^{2m}}{(2m)!} \cdot \frac{r^{2p+6}}{m^{2p+6}} + \frac{r^{2m}}{(2m)!} \left( \frac{r^2}{m^2} \right)^{p+1} + \frac{r^{2m}}{2m!} \cdot \left( \frac{r^2}{m^2} \right)^{p+2} + \frac{r^{2m}}{2m!} \cdot \left( \frac{r^2}{m^2} \right)^{p+3} + \dots = \\ & = \frac{r^{2m}}{2m!} \cdot \left( \frac{r^2}{m^2} \right)^{p+1} \left[ 1 + \left( \frac{r^2}{m^2} \right) + \left( \frac{r^2}{m^2} \right)^2 + \dots \right] = \frac{r^{2m}}{2m!} \cdot \left( \frac{r^2}{m^2} \right)^{p+1} \frac{1}{1 - \frac{r^2}{m^2}} \end{aligned}$$

теңсіздігін аламыз. Егер  $r < m$  болғандықтан  $r^2 < m^2$  сондай-ақ  $\frac{r^2}{m^2} < 1$  екенін, сосын  $k = m + p$  өрнегі бойынша,  $p \rightarrow \infty$  шектік жағдайда, кезкелген  $m$  үшін  $k \rightarrow \infty$  шектік жағдайына келетінімізді ескеріп, демек  $\left( \frac{r^2}{m^2} \right)^{p+1} \rightarrow 0$  шектік жағдайын ескеріп,

$$\left| y^{(\infty)}(x) - \left\{ 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \right\} \right| \leq 0$$

теңсіздігіне келеміз. Бұл (6) теңдіктің  $|x| \leq r$  жағдайында мағнасы бар екенін дәлелдейді. Мұндағы  $r$  - кез келген сан екенін еске алсақ, онда (6) өрнектің кезкелген  $x$  үшін толық мағынасы бар екенін көреміз. Дәл осылайша (6) өрнектегі  $z^{(\infty)}(x)$  өрнегінің де заңды, мағналы өрнек екенін дәлелдеуге болады. Оған тоқталып жатпаймыз.

Сонымен (6) өрнекпен анықталған, ауыспалы таңбалы, жұп дәрежелі функциялардың шектеусіз қосындысымен анықталған

$$y^{(\infty)}(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \quad (7)$$

функциясы (1) теңдеудің  $(I_0)$  шартын қанағаттандыратын шешімі екенін көреміз.

Ал (2) өрнектен ауыспалы таңбалы, тақ дәрежелі функциялардың шектеусіз қосындысымен берілген

$$z^{(\infty)} = -x + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} + \dots \quad (8)$$

функциясы осы (7) функцияның туындысы болатынын байқаймыз.

Бұл жағдайда шектеусіз қосынды туындысын оның қосылғыштарын туындылап, қосу ережесі пайдалану арқылы да алуға болады.

Қарастырып отырған (1) теңдеуінің  $(I_0)$  шартын қанағаттандыратын жалғыз шешімі бар, және ол

$$y^*(x) = \cos x \quad (9)$$

болатынын бұрыннан [1] мақаладан білетінбіз. Бұл жұмыста (1) теңдеудің жалпы шешімінің түрі мен жеке шешімдерінің жалғыздық қасиеті элементар әдіспен баяндалған болатын.

Осы есептің шешімі жалғыз болғандықтан, өрнектелуі әртүрлі болғанымен, (7) және (9) шешімдер бір шешім болып табылады. Ендеше,  $y^*(x) = y^{(\infty)}(x)$  тепе-теңдігін аламыз және олардың өрнектері бойынша

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \quad (10)$$

түріндегі тригонометриялық функция мен дәрежелік функция байланысын анықтаймыз.

Сол сияқты (2) және (8) өрнек бойынша  $y' = (\cos x)' = -\sin x$  функциясы мен  $z^\infty(x)$  бір функциялар екенін көреміз, яғни  $\frac{d}{dx} y^{(\infty)}(x) = z^\infty(x)$ . Демек,

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \quad (11)$$

тепе-теңдігін аламыз. Бұл – тригонометриялық функциялар мен дәрежелік функцияларды байланыстыратын екінші өрнек.

Егер  $(1_0)$  шартының орнына

$$y(0), y'(0) = 1 \quad (1^0)$$

шартын алсақ, дәл осы жолмен бұл (1) –  $(1^0)$  есебінің, яғни (1) теңдеудің  $(1^0)$  шартын қанағаттандыратын шешім

$$y_\infty(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots = \sin x \quad (12)$$

өрнегімен анықталатынын көрсетуге болады, ал оның туындысы

$$\frac{dy_\infty(x)}{dx} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots = \cos x \quad (13)$$

түрінде болатынына көз жеткізуге болады.

Сонымен, (10) – (13) өрнектерге сәйкес, төмендегідей тұжырымдама-қорытындыға келдік.

**Теорема.** Гармоникалық тербелістердің математикалық моделі - (1) теңдеудің  $(1_0)$  және  $(1^0)$  шарттарын қанағаттандыратын шешімдері - негізгі тригонометриялық функциялар

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots, \quad \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \quad (14)$$

формулаларымен дәрежелік функциялардың қатарлары арқылы өрнектелінеді.

Сонымен, орта мектептің математикалық курсы аясындағы дифференциалдық теңдеулер әдістерімен негізгі тригонометриялық функцияларды (14) өрнектер арқылы дәрежелік функциялармен байланыстырдык.

**В. Мақала мазмұнына байланысты негізгі танымдық тәсіл – ұғым және қорытынды тұжырымдама.** Шекке көшу тәсілдік ұғымы, құбылыстың дифференциалдық моделін құру, функциялар байланысы және оларды қозғалыс теңдеуімен негіздеуге қысқаша тоқталайық.

1. Анализдің басты тәсілі – шекке көшу әдісін, өмірдегі құбылыстардың уақытқа байланысты үзіліссіз ағымын, демек, оларды сипаттайтын функциялардың үзіліссіздігін мектеп жасындағы өскелең ойлы қазіргі жастарға ұғындыру күрделі мәселеболғанымен, бірақ оларды түсіндіруге болатынын ақиқат деп есептейміз. Ұғындырудың негізгі жолы – қарапайым тұрмыстық және табиғи құбылыстық мысалдармен түсіндіруден басталуы тиіс демекпіз. Шектік ұғымның бірі – функция туындысы. Мектеп математикасындағы туынды ұғымын оқушыға таныс, лездік жылдамдықтан бастау керек. Сосын жалпы анықтамаға көшу ләзім. Жылдамдық – үзіліссіз ағымды құбылысты сипаттайтын шама. Гармониялық тербеліс – оның жеке мысалы.

2. Құбылыстардың құбылуы оның ағымдық жылдамдығы мен үдеуі және қозғаушы мен кедергі күші арқылы сипатталады. Егер құбылыс  $x = x(t)$  заңдылығына бағынады десек, онда оның жылдамдығы  $v = x'(t)$ , үдеуі  $a = x''(t)$  туындыларымен өрнектеледі де, кедергі және қозғаушы күштері  $t$  уақытына және осы шамаларға байланысты анықталады. Қозғаушы және оған кедергі күштердің тепе-теңдігі негізінде

$$F(t, x(t), x'(t), x''(t)) = 0$$

теңдеуін аламыз. Белгісіздің туындысы қатысқан мұндай теңдеу дифференциалдық деп аталынады. Бұл теңдеу құбылыстың дифференциалдық (математикалық) моделі деп аталынады. Құбылыстың табиғаты әртүрлі болады. Мысалы, олар уақытқа байланысты жүрілген жолмен  $x = S(t)$ , атмосфералық қысыммен  $x = P(t)$ , жылулық температурамен  $x = T(t)$ , тағы басқа шамалармен сипатталатын болуы

мүмкін. Біздің қарастырған теңдеуімізде  $x(t)$  – гармониялық тербелістің амплитудасының  $t$  мезетіндегі шамасы.

3. Орта мектеп математикасында оқушы 1) дәрежелік, 2) тригонометриялық және 3) кері тригонометриялық, 4) көрсеткіштік және оған кері 5) логарифмдік деп аталған бес түрлі функциялармен таныстырылады. Аталған 2) және 3) функциялар, сол сияқты 4) және 5) функциялардың байланыстары олардың өзара кері функциялар екендігінен көрініп тұр. Ал, егер дәрежелік, көрсеткіштік және тригонометриялық функциялар арасында байланыс бар ма? – деген оқушы сұрағы туындаса, оған қандай жауап берілуі тиіс? Көрсеткіштік функциямен дәрежелік функция арасындағы байланысқа [4] мақалада тоқталғанбыз.

Осы мақалада тригонометриялық функция мен дәрежелік функцияның байланысын элементар жолмен ашып отырмыз.

4. Тригонометриялық және дәрежелік функциялардың байланысын ашуда гармониялық тербелістер теңдеуінің шешімдерін табуға, жалпы бұрыннан белгілі, біртіндеп жуықтау әдісін қолдандық. Жуықтаудың жинақтылығын қарапайым лемма арқылы негіздедік. Жуықтау тәсілі күрделі болғанымен, мектеп оқушысына таныс амалдармен берілді. Демек, дәлелдеме оқушы тілінде келтірілді. Бұл – осы мақаланың басты жаңалығы. Математика – таным, таным – дәлелдемелі тұжырым. Дәлелдеме элементар, қарапайым болуы тиіс. Бұл қазіргі мектеп анализінің жетпей жатқан жағы. Бұл – мектеп оқытушысына да, оқушысына да өте қажетті, жекеленген тақырыптық әдістемелік құрал іспетті. Мақаланың байыбына барған ұстаз оның баяндау әдісін жетілдіріп, ықшамдап алары сөзсіз. Мұны кестеден тыс немесе арнайы курс сабақтарында пайдалануға болады.

Сонымен, тригонометриялық және дәрежелік функциялар байланысын гармониялық тербелістер аясында, қарапайым танымдық тәсілмен таныстырдық.

Сөз соңында, бұл мақала [1-7] зерттеулерді дамыта толықтыруға арналғанына және функциялардың белгілі байланысын тербеліс теңдеуі арқылы элементар әдіспен негіздегенімізгеназар аударамыз.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

1 Сартабанов Ж.А. Гармониялық тербелістер // Қазақстан мектебі, 1983, №1. -54-55 б.

2 Сартабанов Ж.А. Анализ бастамаларын мектеп курсында баяндауды жетілдіру туралы ойлар. // Ақтөбе мемлекеттік университетінің хабаршысы. 2001. №3. 48-59б.

3 Сартабанов Ж.А., Қағазбаева А.К., Шауқенбаева А.Қ. //“Анализ бастамаларының кейбір ұғымдарын мектеп курсында баяндау мәселелері”. //Ізденіс. Қазақстан республикасы білім және ғылым министрлігінің ғылыми журналы. 2004ж. №3(2)-91-98б.

4 Сартабанов Ж.А., Шауқенбаева А.Қ. Математикалық емес мамандықтарда математика курсының кейбір ұғымдарын қарапайым әдістерімен енгізу туралы. // Қазақстан Республикасы тәуелсіздігінің 20-жылдығына арналған «Жастар және ғылым: бүгінгі мен келешегі» VII халықаралық ғылыми конференция. Ақтөбе. 2011ж. 15-16 сәуір.

5 Сартабанов Ж.А., Шауқенбаева А.Қ. Мектеп курсындағы бір дифференциалдық теңдеудің шешімін дәрежелік қатармен өрнектеудің әдісі. // VIII Халықаралық ғылыми конференция материалдары. Дифференциалдық теңдеулер, анализ және алгебра мәселелері. Ақтөбе. (1 қараша, 2018ж. ) 355-358б.

6 Сартабанов Ж.А., Шауқенбаева А.Қ. К методике обучения элементам линейных дифференциальных уравнений в школе. //X Юбилейной Международной научно-практической интернет-конференции, “Инновационные технологии обучения физико-математическим и профессионально-техническим дисциплинам”. (27-30 марта 2018 г.) Беларусь: Мозырь, 168-170с.

7 Сартабанов Ж.А., Шауқенбаева А.Қ. Мектеп математикасына дифференциалдық теңдеулер элементтерін өрістете енгізу мүмкіндіктерін тұрақты коэффициентті екі сызықты теңдеулі жүйе мысалымен негіздеу. //”Математикалық білім: жағдайы, мәселелері, болашағы”. Ақтөбе, (2019.14 наурыз), 17-22б.



МРНТИ 14.35.09  
УДК 378.02:37.016

*О.С. Сатыбалдиев*

*әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## **ФУНКЦИЯЛАРДЫ ОҚЫТУ АРҚЫЛЫ БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНІҢ КӘСІБИ ДАЙЫНДЫҚТАРЫН ЖЕТІЛДІРУ**

*Аңдатпа*

Функциялар және оған қатысты мәселелермен болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарының студенттері әртүрлі математикалық және әдістемелік курстарда танысады. Студент, болашақ математика мұғалімі функция туралы ғылыми білімдерден хабардар болуы тиіс және оның тәрбиелік-білімдік маңызын түсінуі қажет. Функция түсінігін енгізу мен баяндау мәселелері ғылыми тұрғыдан болсын, әдістемелік тұрғыдан болсын өте күрделі мәселе. Мектеп математика пәнінде функция түсінігі ең негізгі түсініктің бірі екеніне карамастан болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарын бітірушілер функциялық материалдарды нашар меңгереді және мектеп оқулықтарымен таныс емес. Жалпы алғанда, болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарында функцияға қатысты мәселелерді жоғары деңгейде меңгеру болашақ мұғалімдердің кәсіби сапасын қалыптастырудың қайнар көзі болып табылады. Біздің зерттеуіміз функциялар және оған қатысты мәселелер арқылы болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби даярлықтарын көтеру проблемасына арналған. Біз негізгі назарды функцияларды оқыту бойынша мектеп математикасына тікелей қатысты мәселелерге аудардық.

**Түйін сөздер:** функция, кәсіби даярлық, болашақ математика мұғалімі, жетілдіру, педагогикалық жоғары оқу орны, мектеп математика пәні, педагогикалық іс-әрекеттер.

*Аннотация*

*О.С. Сатыбалдиев*

*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*

## **СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО МАТЕРИАЛА**

С функциями и вопросами, связанными с ними, студенты педвуза знакомятся в различных математических и методических курсах. Студенту, как будущему учителю математики, важно знать информационную сторону научных знаний о функциях и понять их воспитательно-образовательную значимость. Вопрос о трактовке и введении понятия функции-сложный вопрос и с научной, и с методической точек зрения. Выпускники педвузов слабо ориентированы в функциональном материале, плохо знают соответствующее содержание школьных учебников, при том как понятие функции является стержневым понятием всего школьного курса математики. Изучение функционального материала в педвузе может служить хорошей базой для формирования профессиональных качеств будущего учителя. Наше исследование посвящено проблеме повышения профессиональной подготовки учителя математики в ходе его обучения в педвузе. Следовательно, мы основное внимание уделяем организации изучения функционального материала, непосредственно выходящего на школьный курс математики.

**Ключевые слова:** функция, профессиональная подготовка, будущий учитель математики, педвуз, совершенствование, школьный курс математики, педагогическая деятельность.

*Abstract*

## **IMPROVEMENT OF PROFESSIONAL TRAINING OF THE FUTURE MATHEMATIC TEACHER IN THE PROCESS OF STUDYING FUNCTIONAL MATERIAL**

*Satybaldiyev O.*

*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

With functions and questions related to them, students of the pedagogical University are acquainted in various mathematical and methodological courses. The student, as a future teacher of mathematics, it is important to know the information side of scientific knowledge about functions and understand their educational significance. The question of the interpretation and introduction of the concept of function is a complex question from both scientific and methodological points of view. Graduates of pedagogical universities are poorly oriented in the functional material, they do not know the corresponding content of school textbooks, while the concept of function is the core concept of the entire school mathematics course. The study of functional material in the pedagogical University can serve as a good basis for the formation of professional qualities of the future teacher. Our research is devoted to the problem of improving the professional training of a mathematics teacher in the course of his training at the pedagogical University. Therefore, we focus on the organization of the study of the functional material directly coming out.

**Keywords:** function, professional training, future teacher of mathematics, pedagogical University, improvement, school course of mathematics, pedagogical activity.

[1] жұмысында болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарындағы математикалық курстар мен мектеп математика пәнін өзара байланыс тұрғысынан оқыту қағидасы тұжырымдалған. Осы қағидаға сәйкес, болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарындағы математикалық курстардың бағдарламаларына мектеп математика пәнінің ірге тасын құратын түсініктерді, идеяларды және теорияларды енгізудің қажеттілігі негізделген.

Өзара байланыс тұрғысынан оқыту: студенттерді қазіргі заманғы ғылыми білімдермен қаруландыру әдістерін және оларды болашақтағы оқу-тәрбие жұмыстарында қалай пайдалану тәсілдерін үйретеді; болашақ мұғалімдерге педагогикалық іс-әрекеттердің технологияларын меңгеруге жол сілтейді, бағыт-бағдар береді; болашақ мұғалімдерге тек ғылыми білімдердің ақпараттық жағын меңгертіп қана қоймай, олардың тәрбиелік-білімдік мәндерін түсіндіреді; студенттерге мектептік білімдердің мазмұнын терең меңгеруге жол ашады.

Біз бұл мақаламызда болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарындағы математикалық курстар мен мектеп математика пәнін өзара байланыс тұрғысынан оқыту қағидасын функцияларға қатысты материалдар бойынша жүзеге асыру мәселелерін қарастырамыз.

Функция түсінігі дәл қазіргі мезгілдегі біз пайдаланып жүргендей қалыптасқан жоқ. Бұл түсініктің дамуының екі ғасырлық даму тарихы бар. «Функция» атауы алғаш рет неміс халқының философы, әрі математигі Г.Лейбництің еңбектерінде көрініс тапты. Жалпы функциялық тәуелділік идеясы сонау ежелгі грек ғылымынан бастау алады. Алайда, ежелгі грек ғалымдары бұл идеяны индуктивті түрде қабылдады. Бұл идея математикада XVII-ғасырда айқын көрініске ие болды. Дегенмен, ол мезгілде де функцияның жалпы анықтамасы қалыптаса қойған жоқ, тек геометриялық тұрғыдан түсіндірілді. 1696-1698 жылдарда Г.Лейбниц пен И.Бернуллдің бір-біріне жазған хаттарында «функция» сөзі тәуелсіз айнымалы мен тұрақтыдан құралған өрнектерді белгілеу үшін қолданылады [2]. Функцияның анықтамасын алғаш рет геометриялық түсініктерден тәуелсіз 1718 жылы И.Бернулли береді. Эйлер [3] оны басқаша тұжырымдайды. Эйлердің анықтамасында функция өзі берілген аналитикалық өрнекпен теңестіріледі. Мұндай тәсіл XVII-ғасырдың ғалымдарына тән нәрсе болды, себебі аналитикалық өрнектер, формулалар функциялардың қасиеттерін зерттеудің тамаша құралы болды.

Екінші жағынан, бұл анықтамалармен айқындалған функциялар сол мезгілдегі математика ғылымдарының талаптарын толық қанағаттандыра алмады. Мысалы, интегралдау жолымен немесе дифференциалдық теңдеулердің шешімі жолдарымен алынған функцияларды белгілі операциялардың көмегі арқылы айқын түрде өрнектеу мүмкін болмады.

Функция түсінігінің дамуындағы келесі секіріс шектің тербілісі туралы белгілі теорема болды. Атап айтқанда «шек тербілісінің өзгерісін бір формула арқылы өрнектеуге бола ма?» деген сауалдың жауабы ізделінді. Бұл проблеманың төңірегіндегі айтыс-тартыстар XVII-ғасырдың атақты математиктерінің арасында жүріп жатты. Сөйтіп, «функция деген не?» сауалы туындады. Тек, Фурьенің ашқан жаңалығы «функция» және «аналитикалық өрнек» түсініктерін бөліп қарастыруға жол ашты. Осы мезгілден кейін функция түсінігінің екінші даму кезеңі басталды. Функция сәйкестік түсінігі туралы интуитивтік түсіндірмелердің негізінде тәуелді айнымалы түсінігі арқылы айқындалды. Бұл идеяны И. Больцано, П. Дирихле және Н.И. Лобачевский өздерінің еңбектерінде бір-біріне тәуелсіз тұжырымдады. Дирихле мен Лобачевскийдің функциядағы берген анықтамасы біріншіден, жалпы болды; екіншіден, ыңғайлы тұжырымдалды; үшіншіден, сол уақыттағы функциялық тәуелділік туралы барлық түсініктерді қамтыды.

XX-ғасырда функциялық анализдің дамуы функция түсінігін жалпылауды талап етті. Функцияға кең көзқарасты талап ететін құбылыстарды зерттеу барысында физиктер тарапынан функцияның ескі анықтамасына сын айтушылар көбейді. Шексіз аздарды негіздеуде туындаған теориялық-жиындық тұжырымдар саналуан ғылымдардағы құбылыстарды кескіндеудің күшті құралы мен әдісі болды. Осы теориялық-жиындық тұжырымдамаға негізделген функция түсінігі оның дамуының үшінші кезеңі болды.

Сонымен, функция түсінігінің тарихи дамуының негізгі үш кезеңге бөлуге болады: бірінші, функцияны аналитикалық өрнектермен теңестіру кезеңі; екінші, функцияның анықтамасын тәуелсіз айнымалы шама түсінігі арқылы беру кезеңі; үшінші, функция түсінігінің дәл қазіргі замандағы теориялық-жиындық баяндалу кезеңі. Бұл кезеңнен кезеңге өту мәселелері математикалық зерттеудің объектісі ретіндегі функциялар туралы түсініктердің ұлғаюымен тығыз байланысты болды. Егер бірінші кезеңге функция түсінігі формула арқылы берілген сан жиындарының элементтерінің арасындағы сәйкестіктерімен шектелсе, екінші кезеңде функциялық көзқарас тұрғысынан сан

жиындарының элементтерінің арасындағы кезкелген сәйкестік ретінде қарастырылды, ал үшінші кезеңде табиғаты кезкелген жиынның элементтерінің арасындағы сәйкестік ретінде анықталды.

Осы айтылғандардан мына жағдайды байқаймыз: ғылымда функция түсінігін анықтаудың жалғыз жолы жоқ. Функция түсінігінің дамуының әрбір кезеңіне тән тәсілдері бар. Мұны функция түсінігінің тарихи дамуы мен оның орта және жоғары білім беру салаларындағы дамуынан да көруге болады. Функция түсінігі-мектеп математика пәнінде де, жоғары оқу орындарында оқылатын математикалық курстарда да іргелі түсініктің бірі. Сондықтан педагогикалық жоғары оқу орындарындағы математикалық курстарда мектеп математика пәнінің негізгі түсініктері туралы білімдерді және мектеп оқулықтарындағы негізгі түсініктерді әдістемелік тұрғыдан меңгеру тәсілдерін болашақ мұғалімдердің бойынша қалыптастыру аса маңызды мәселе болып табылды.

Қазіргі уақытта мектептегі алгебра және анализ бастамалары пәнінің көптеген тақырыптары мен бөлімдерін оқыту стилін анықтайтын негізгі саланың бірі функциялар болып табылады. Мектеп бағдарламасында “Элементарлық функциялар” тақырыбы 7-9 және 10-11 сыныптарында өтілетін материалдардың негізгі мазмұнын анықтайды. Оқушылар мектепте оқу мезгілінде жалпы функциялық тәуелділік идеясын меңгерулері, функциялардың әртүрлі берілу тәсілдерін білулері, олардың мәндерін таба алулары, функциялардың графиктерін сала білуді үйренулері, нақты процесстерді бейнелеуді сипаттайтын қасиеттерімен (монотондылығы, периодтылығы, шектелуі және т.б.) таныс болулары және негізгі элементарлық функцияларды білулері тиіс. Сонымен қатар олар саналуан құбылыстар мен процесстерді оқып-үйренуге функциялар туралы білімдерді қолдана білулері керек.

Осы айтылғандардан мынандай қорытындыға келеміз. Болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарында оқу мерзімінде студенттерге функциялар туралы дұрыс көзқарастар қалыптастыру және олар жөнінде жан-жақты білім алу мәселелеріне басты назар аударуымыз керек. Осы қорытындыларға сәйкес болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарындағы математикалық курстар мен мектеп математика пәнін өзара байланыс тұрғысынан оқыту мәселесін жүзеге асыруға тиіспіз.

Функциялар мен оған байланысты мәселелердің негізінде өзара байланыс тұрғысынан оқытуды қалыптастыру ұзақ процесс. Сондықтан болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби сапасын дұрыс қалыптастыру мақсатында функциялар бойынша студенттердің іс-әрекетін ұйымдастыру әдістерін үш кезеңге бөлуді жөн деп есептедік.

Бірінші кезеңде студенттердің санасына функция түсінігі мен олардың негізгі қасиеттерін (жұптылығы, тақтылығы, периодтылығы, монотондылығы) қалыптастыруды жүзеге асыру мәселелерін қарастыру қажет.

Екінші кезеңде болашақ мұғалімдердің функцияның графигі түсінігі мен графикті құра білу іскерлігі қалыптасуына көңіл аудару керек. Бұл кезеңде студенттерге функцияны толық зерттей білумен қатар, бірінші кезеңде қалыптасқан интуициясы мен білімдеріне сүйендіре отырып, функцияның графигін схема түрінде құра білуді үйрету қажет.

Үшінші кезеңде элементарлық функциялар теориясын құрудың әртүрлі тәсілдері бойынша теориялық материалдарды қарастыру қажет. Бұл кезеңнің материалдары арқылы элементарлық функциялар теориясын құрудың “мектептік” баяндауларының “кемістік” жақтарын айқын көрсету және оларды жоюдың жолдарына бағыт беру керек.

Бір мақаланың аумағында бұл кезеңдердің барлығын көрсету мүмкін емес. Сондықтан бұл мақаламызда бірінші кезеңді жүзеге асыру жолдарын қарастырамыз.

Алдымен болашақ математика мұғалімдеріне функция түсінігін қалыптастыруға бағытталған жаттығуларды қарастыралық.

1. Тіктөртбұрыштың ауданы оның диагоналарының ұзындықтарымен функциялық тәуелділікте бола ала ма? Тіктөртбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусы мен оның диагоналарының ұзындықтары функциялық тәуелділікте бола ала ма?

2. Бірнеше жер учасоктері бар. Әр учасоктан алынған егіннің мөлшері егіс алқабының ауданымен функциялық тәуелділікте бола ала ма?

Бірінші жаттығу арқылы функциялық тәуелділік түсінігін студенттерге қалыптастырамыз және ол функция түсінігін геометрияға көшіруге дайындық материалы бола алады. Екінші жаттығу студенттерді мұғалім позициясына қояды және біржақты жауапты талап етпейді. Бұл арада есеп шешімінің әртүрлі варианттарын талдауда, есепті құруда жіберілетін қателердің болу мүмкіндіктеріне назар аудару керек.

Енді функциясының берілу тәсілдерін жалпылауға бағытталған жаттығуларды қарастыралық.

3. Су құбырының шүмегінен бірқалыпты жылдамдықпен минутына 2л су аққанда сыйымдылығы 12л шелек 10 минуттың ішінде толады. Аналитикалық түрде өрнектей отырып шелектегі судың көлемі уақыттың функциясы болатынын көрсетіңіз.

4. Терезе қабырғалары  $a$  және  $b$  болатын тіктөртбұрыш пішіндес және оның үстіңгі бөлігіне радиусы  $\frac{b}{2}$  болатын жарты дөңгелек орналасқан. Тіктөртбұрыштың табанына параллель және одан  $x$  қашықтықтағы түзу арқылы қиылған (кесілген) терезе бөлігінің ауданы  $S(x)$  функциясын аналитикалық түрде өрнектеңіз.

5. Егер де

$$f(x) = \begin{cases} 2 - |x|, & -1 < x < 2, \\ 1, & x \leq -1, \\ 0, & x \geq 2, \end{cases}$$

болса, онда  $f(-4), f(-1), f(0,5), f(1), f(1999)$  мәндерін табыңыз.

6. Келесі заңдылық бойынша анықталған функцияны қарастырайық: әрбір натурал  $n$  санына ( $n$  санының ондық бөлшекке жіктегенде үтірден кейінгі  $n$ -ші ондық белгісінің квадратына тең  $f(n)$  саны сәйкестіндірілсін. Сонда  $f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$  мәндерін анықтаңыз.

7. Келесі функциялардың графигін құрыңыз:

$$\text{а) } y = \begin{cases} 1, & \text{егер } x < 0 \text{ болса,} \\ 0, & \text{егер } x = 0, \text{ болса,} \\ 1, & \text{егер } x > 0, \text{ болса.} \end{cases} \quad \text{б) } y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{егер } x < 0, \\ x^2, & \text{егер } x \geq 0. \end{cases}$$

Бұл жаттығулар функция түсінігін санаға бекітумен қатар оның әртүрлі берілу тәсілдерін көрсетеді. Функция берілді дегеннің не екенін студенттер түсінуі тиіс, яғни аргументтің мәні бойынша функция мәнін қалай іздеу мәселесін қамтиды. 5 және 7 жаттығулардың мақсаты - студенттерге функция міндетті түрде бір ғана формуламен берілмейтіндігі туралы дұрыс түсініктерді қалыптастырады.

Осы берілген жаттығуларды орындау процесінде функцияның берілу әдістерінің тиімді жақтарымен қоса тиімсіз жақтарын студенттермен біріге отырып талдау керек. Мұндай талдаулар оларды мұғалім позициясына көшуге көмектеседі. Мысалы, функцияның таблица түрінде берілуінің тиімсіз жағы бар, атап айтқанда, кесте  $x$  пен  $y$  мәндерінің жиынын шектеп қояды. Әрине, барлық кестелерді функцияның кестесі деп есептеуге болмайды, мысалы,  $X$ -тің мәндерін орналасқан бағанада біркелкі (тең) сандар болса, ал  $y$ -тің мәндерінің бағанасында әртүрлі сандар болса, онда мұндай кесте өзара бірмәнді сәйкестіліктің талаптарын қанағаттандырмайды. Таблицаның тәсілдің ыңғайлы жағы аргументтің мәні бойынша функцияның мәнін есептемей-ақ табуға мүмкіндік береді. Техника мен статистикада оның құндылығының өзі осында. Функцияны кескіндеудің графиктік әдісінің теориялық және практикалық жақтары бар. Функцияның анықтамасына толық сәйкес келмейтіндігіне қарамастан график түсінігі оның берілу әдісі ретінде қарастырылады. Функция берілуінің графиктік әдісі математикада олардың кейбір қасиеттерін суретпен сипаттау үшін жиі қолданылады.

Енді студенттерге функцияның анықталу облысы және оның мәндерінің жиыны түсініктерін қалыптастыруға бағытталған жаттығуларды қарастыралық.

8.  $y = \sqrt{36 - x^2}$  формуласымен берілген функцияның : а) анықталу облысын; ә)  $f(5)$  мәнін табыңыз.

9.  $y = f(u)$  функциясы  $0 < u < 1$  аралығында анықталған.  $f(x^2), f(\sin x)$  функцияларының анықталу облысын табыңыз.

$y = f(x)$  функциясы  $[0;1]$  кесіндісінде анықталған. Онда

$y = f(x^2), y = f(\cos x), y = f(x - 1), y = f(2x), y = f\left(\frac{|x|}{x}\right)$  функцияларының анықталу облысы

қандай жиындар болады?

10. Төмендегі функциялардың анықталу облысын табыңыз:

1)  $y = \sqrt{2x - 3}$ ;

2)  $y = \arcsin \frac{3x}{2+x}$ ;

3)  $y = \lg(4 - x^2)$ ;

11. Төмендегі функциялардың анықталу облысы мен мәндерінің жиынын табыңыз:

1)  $y = \sqrt{1 - x^2}$ ;

2)  $y = \{x\}$ ; 3)  $y = [x]$

12. Цилиндрдің өстік қимасының периметрі  $2p$ -ға тең. Цилиндрдің көлемі мен толық бетін табанының радиусы  $R$ -дің функциясы арқылы өрнектеп, оның анықталу облысын табыңыз.

13.  $y = \sqrt{4 - 2x} + \sqrt{x - 1}$  функциясы  $A$  жиынында берілген, мұндағы  $A$  жиыны  $y = \sqrt{4 - 2x} + \sqrt{x - 1}$  өрнегінің мағынасы бар болатын нақты сандар жиыны. Осы  $A$  жиынын табыңыз.

14.

1)  $f(x) = \lg x^2$  және  $\varphi(x) = 2 \lg x$ ;

2)  $f(x) = x + 1$  және  $\varphi(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

функциялары өзара тең бе?

Көптеген функциялардың берілу әдістері сәйкестілік заңдылықтарымен қоса оның анықталу облысын айқын көрсетеді. Функциялар формула арқылы берілгенде жағдай күрделілеу. Мұндай жағдайда көбінесе сол функция берілген аналитикалық өрнек арқылы анықталады деп есептей отырып, аргументтің мәндерінің жиыны көрсетілмейді. Мұндай тәсіл мектепте кері әсер етеді, себебі оқушылар функцияны формулаға теңестіруге үйренеді, ал функция түсінігінің негізгі құрамдас бөлігі болып табылатын оның анықталу облысы олардың назарынан тыс қалып қояды. Студенттер, болашақ мұғалімдер жалпы жағдайда әрбір функцияның анықталу облысы не таза математикалық, не қолданбалы түсініктердің негізінде айқындалатынын ұғынулары керек. Жоғарыдағы жаттығулар осы айтылғанды жүзеге асыру мақсатында құрылды.

Он төртінші жаттығудың мақсаты - қарастырылып отырған функциялар үшін олардың анықталу облыстарының маңыздылығын ескере отырып функциялардың теңдігі түсінігін қалыптастыру. Сондықтан ол жаттығуды орындағанда берілген функциялардың анықталу облыстарының әртүрлі екендіктеріне студенттердің назарын ерекше аудару керек.

Келтірілген жаттығулар мектеп математика пәніндегі функция түсінігін айқындауға көмектеседі, функция берілу үшін анықталу облысы мен өзара бірімді сәйкестілік заңының берілуінің қажеттілігін түсіндіреді. Студенттерге функция түсінігін қалыптастыруда оның анықталу облысы немесе аргумент пен функция арасындағы сәйкестілік айқын түрде көрсетілмеген есептер маңызды рөл атқарады. Мұндай есептерге бірінші, үшінші, төртінші және он екінші жаттығулар мысал бола алады.

Енді функцияның жұп (тақ) болу қасиеттерін қалыптастыруға арналған жаттығуларды қарастыралық.

15. Төмендегі функциялардың қайсысы жұп, қайсысы тақ немесе екеуі де болмайтынын анықтаңыздар:

1)  $y = 3 - x^2 + 4x^4$ ;

2)  $y = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$ ;

3)  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ ;

4)  $y = 5x^8$ ,  $x \in (0; +\infty)$ ; 5)  $y = x^5$ ,  $x \in (-\infty; +\infty)$ ; 6)  $y = \frac{x^2 \cdot |x - 1|}{\sqrt{(x - 1)^2}}$ ;

16. Төмендегі функцияларды жұптылыққа және тақтылыққа зерттеңіз:

$$1) y = \frac{\cos x^3 + 7x^{12}}{x^6 + \sin^2 x^3}; \quad 2) y = \operatorname{tg}x^3 + 4x^9;$$

$$3) y = \sin mx \cdot \cos nx; \quad 4) y = x^3 + \operatorname{arctg}2x;$$

$$5) y = \lg \frac{1+x}{1-x}; \quad 6) y = |x|.$$

17. Берілген функцияларды жұп болатындай етіп жалғастырыңыз:

$$1) y = \sin x + \operatorname{tg}x, \quad 0 \leq x < \frac{\pi}{2}; \quad 2) y = x \ln^3 x, \quad 0 < x < \infty.$$

18. Екі жұп функцияның қосындысы, айырымы және қатынасы жұп функция болатынын дәлелдеңіз.

19. Екі тақ функцияның көбейтіндісі мен қатынасы жұп функция болатынын дәлелдеңіз.

20. Бүкіл сан өсінде монотонды функция жұп немесе тақ бола ала ма?

21.  $x$ -тің тек оң мәндерінде ғана берілген жұп функцияның графигін бүкіл сан өсінде қалай құруға болады?

22.  $y = x^2$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = x^5$ ,  $y = |x|$  функцияларының қайсысының графигі ордината өсіне қарағанда, қайсысының графигі координаталар бас нүктесіне қарағанда симметриялы болады?

Болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орнында істеген көпжылдық тәжірибеміз бірінші курс студенттерінің мектептен функция жұп (тақ) болуы үшін  $f(-x) = f(x)$  ( $f(-x) = -f(x)$ ) теңдігінің орындалуы жеткілікті деген дұрыс емес түсініктермен келетініне көзімізді жеткізді.

Мысалы,  $y = \frac{x^2 \cdot |x-1|}{\sqrt{(x-1)^2}}$  функциясын мына түрге келтіруге болады  $y = x^2$ , олай болса  $f(-x) = f(x)$ .

Алайда, берілген функцияның анықталу облысы нөл нүктесіне қарағанда симметриялы емес. Бұл функция  $x=1$  нүктесінен басқа  $x$ -тің барлық оң немесе теріс мәндерінде анықталған. Алайда, бұл функция жұп бола алмайды. Оның графигі  $A(1,1)$  нүктесі енбейтін  $y = x^2$  параболасы. Осыған ұқсас жаттығулар арқылы  $f(-x) = f(x)$  ( $f(-x) = -f(x)$ ) теңдігі функцияның жұп (тақ) болуына жеткілікті шарт бола алмайтындығына студенттердің басты назарын аудару керек.

21 мен 22 жаттығуларының мақсаты функцияның қасиетін оның графигі бойынша айқындауға болатындығы туралы түсініктерді студенттерге қалыптастырады. Жоғарыдағы жаттығулар студенттерді “Функцияның графигі” тақырыбына біртіндеп дайындай бастайды.

Енді функцияның периодтылық қасиеті туралы түсінікті студенттерге қалыптастыруға арналған жаттығуларды қарастыралық.

23. Төмендегі функциялардың қайсысы периодты болатындығын анықтап, олардың периодын табыңыз:

$$1) y = \cos \frac{x}{2}; \quad 2) y = \operatorname{tg}5x; \quad 3) y = 2 \sin\left(\frac{x}{2} + 3\right); \quad 4) y = \sin x \cos x;$$

$$5) y = \cos \frac{x}{3} + \operatorname{tg} \frac{x}{5}; \quad 6) y = \operatorname{tg}x \cdot \sin x + \operatorname{ctg} 2x.$$

24. Периоды бір ғана  $T$  саны болатын екі функцияның қосындысының және көбейтіндісінің периоды осы  $T$  санына тең периодты функция болатынын дәлелдеңіз.

25. Егерде кез келген  $X$  үшін  $f(c \cdot x) = \frac{1-f(x)}{1+f(x)}$  теңдігі орындалса, мұндағы  $c$ -тұрақты сан, онда  $f(x)$  функциясының периодты екенін дәлелдеңіз.

26. Егерде  $\cos x + \cos a_1 x + \dots + \cos a_n x$  функциясы периодты болса, онда  $a_1, a_2, \dots, a_n$  рационал сандарекендігін дәлелдеңіз.

27. Егер де периоды  $T$ -ға тең  $y = f(x)$  функциясы  $[0; T]$  аралығында берілсе, онда оның графигін  $[-T; 0)$  аралығына қалай толықтыруға болады?

Өкінішке орай, студенттер көбінесе периодтылық қасиетін тек тригонометриялық функциялармен жиі байланыстырады. Сондықтан олардың зейінін ең болмағанда бір тригонометриялық емес, бірақ периодты болатын функцияларға аудару өте тиімді. Мысалы,  $f(x) = \{x\}$  функциясын сөз арқылы бейнелей отырып, графигін құрып және периодын анықтап беру жеткілікті.

Бұл жаттығуларды орындата отырып, студенттерге  $f(x)$  функциясының периоды туралы айтқанда көбінесе оның ең кіші оң периоды жөнінде әңгіме болатындығын ескертіп отыру керек. Мысалы,  $y = \sin x$  функцияның периоды  $2\pi$ , ал  $y = \operatorname{tg} x$  функцияның периоды  $\pi$  саны және т.б. жөнінде айтамыз. Алайда, периодты функциялардың ең кіші оң периодты бола бермейтінін де ескерту керек. Мысалы  $f(x) = 3$  функциясы үшін кезкелген нақты оң сан оның периоды бола алады. Ал барлық оң нақты сандардың ішінде ең кішісі болмайтыны белгілі. Сондықтан  $f(x) = 3$  функциясының ең кіші оң периоды жоқ, бірақ периодтар жиыны шексіз.

Жиырма жетінші жаттығу функцияның периодтылығы оны зерттеуді жеңілдететінін көрсетеді. График арқылы суреттей отырып, студенттер периодтылық түсінігін қалыптастырады.

Енді функцияның монотондық қасиетін студенттерге қалыптастыруға арналған жаттығуларды қарастыралық.

28. Төмендегі функциялардың монотонды болатындықтарын дәлелдеңіздер:

- 1)  $y = \sqrt[n]{x}$ ;      2)  $y = a^x$ ;      3)  $y = \log_a x$ ;  
 4)  $y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi$ ;      5)  $y = \arccos x$ ;      6)  $y = 3x^3$ .

29.  $\varphi(x) = \sqrt{x}, x \in (0; +\infty)$ , функциясы өзінің анықталу облысында өспелі болатынын дәлелдеңіз.

30. Бүкіл сан өсінде берілген  $y = x^4$  функциясының өсу және кему аралығын табыңыз.

31.  $y = x^4 + 6x^2 + 1$  және  $y = x + \operatorname{arctg} x$  функцияларының өсу және кему аралықтарын табыңыз.

32. Екі өспелі функцияның қосындысы өспелі функция болатынын дәлелдеңіз.

33. Екі өспелі функцияларының айырымы өспелі функция бола ала ма?

34. Төмендегі тұжырымдарды дәлелдеп, геометриялық тұрғыда нені суреттейтінін көрсетіңіз:

а) егерде  $f(x)$  функциясы  $[a; b]$  кесіндісінде өспелі болса, онда  $-f(x)$  функциясы осы кесіндіде кемімелі болады.

б) егерде  $f(x)$  функциясының графигі ордината өсіне қарағанда симметриялы және  $(-\infty; 0]$  сәулесінде өспелі болса, онда ол  $[0; +\infty)$  сәулесінде кемімелі болады.

Соңғы жаттығудың мақсаты - функцияның монотондылық қасиетін оның графигімен байланыстыру. Функцияның бұл қасиетін студенттерге қалыптастыруда Дирихле және  $y = \sin \frac{1}{x}$  функцияларымен оларды таныстыру өте тиімді болар еді. Бұл функциялардың біріншісі ешқандай интервалдарда монотонды болмайды, ал екіншісі координаталар бас нүктесі жататын кезкелген мейлінше аз интервалда кемімеліліктен өспелілікке шексіз ауыса береді.

Қорыта келгенде, жоғарыда ұсынылған жаттығулар мектепте өтілетін функция түсінігі, оның анықталу облысы мен мәндерінің жиыны, берілу әдістері мен негізгі қасиеттері туралы студенттердің білімдерін толықтырып, олардың болашақтағы мұғалімдік іс-әрекеттеріне қажетті іскерліктер мен дағдыларды қалыптастырады.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Сатыбалдиев О.С. Болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарында математикалық анализ курсының оқытудың әдістемелік жүйесі. Дис. ...пед.ғыл. док. Алматы: 2003. -303б.
- 2 Куликова М.В. Элементы историзма в преподавании математического анализа // Проблемы подготовки учителя математики в пединститутах. -М.: МГЗПИ, 1974. -С.179-187.
- 3 Понтрягин Л.С. Знакомство с высшей математикой. Анализ бесконечно малых. М. : Наука, 1980. - 256 с.

МРНТИ 27.35.33

УДК 519.6:517.977.56:629.764

Е.Ж. Смагулов<sup>1</sup>, Ж.Т. Жиёмбаев<sup>1</sup>, Б.Е. Смагулов<sup>1</sup>, А. Байзакова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Жетысуский государственный университет им.И.Жансугурова, Талдықорган, Казахстан

## ЧИСЛОВОЙ АНАЛИЗ ИМПЕДАНСА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТИПА

*Аннотация*

В статье показано, что для анизотропных свойств земной коры, например, в районах с мощным чехлом осадочных напластований основную роль играет коэффициент анизотропии  $\Lambda$ . Значит, значения импеданса волны электрического типа зависит от величины коэффициента анизотропии  $\Lambda$ . Ввиду того, что импеданс является комплексной величиной, тогда в импедансе можно выделить действительную и мнимую часть. Исследуется эта зависимость, т.е. числовой анализ импеданса магнитного типа, показало, что в анизотропных средах импедансы испытывают параметрическую зависимость от коэффициента анизотропии; выполнен математический эксперимент по исследованию чувствительности импеданса необыкновенной волны в зависимости от параметров среды и волны. Путем математического моделирования удалось выявить области особой чувствительности импедансов по отношению к коэффициенту анизотропии и параметрам волны. Полученные результаты могут служить основой для дальнейшего развития дирекционных МТЗ в сложных геоэлектрических условиях.

**Ключевые слова:** Проводимость, математическое моделирование, анизотропные среды, уравнения Максвелла, электромагнитное поле.

*Аңдатпа*

Е.Ж. Смагулов<sup>1</sup>, Ж.Т. Жиёмбаев<sup>1</sup>, Б.Е. Смагулов<sup>1</sup>, А. Байзакова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>І.Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған, Қазақстан

## ЭЛЕКТР ТИПТІ ИМПЕДАНСТЫҢ САНДЫҚ ТАЛДАУЫ

Мақалада жер қыртысының анизотропты қасиеттері үшін, мысалы, шөгінді қабатының күшті қабығы бар аудандарда негізгі рөлді анизотропия  $\Lambda$  коэффициенті атқаратыны қарастырылған. Демек, электр типті толқынның импедансының мәні анизотропия  $\Lambda$  коэффициентінің шамасына байланысты болады. Импеданс кешенді өлшем болып табылады, онда импеданста нақты және жалған бөлікті бөліп көрсетуге болады. Бұл тәуелділік зерттеледі, яғни магнитті түрдегі импеданстың сандық талдауы анизотропты ортада анизотропия коэффициентіне параметрлік тәуелділікті сезінеді; орта мен толқын параметрлеріне байланысты ерекше толқынның импедансының сезімталдығын зерттеу бойынша математикалық эксперимент орындалды.

Математикалық модельдеу арқылы анизотропия коэффициенті мен толқын параметрлеріне қатысты импеданттардың ерекше сезімталдық аймағын анықтауға мүмкіндік туды. Алынған нәтижелер күрделі геоэлектрлік жағдайларда дирекциялық МТЗ-ны одан әрі дамыту үшін негіз бола алады.

**Түйін сөздер:** Өткізгіштік, математикалық модельдеу, анизотропты орта, Максвелл тендеулері, электромагниттік өріс.

*Abstract*

## NUMERICAL IMPEDANCE ANALYSIS ELECTRIC TYPE

Smagulov Y.<sup>1</sup>, Zhiembayev Zh.<sup>1</sup>, Smagulov B.<sup>1</sup>, A. Bayzakova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Zhetysu state University named after I. Zhansugurov, Taldykorgan, Kazakhstan

The article shows that for the anisotropic properties of the earth's crust, for example, in areas with a strong cover of sedimentary strata, the main role is played by the anisotropy coefficient  $\Lambda$ . Hence, the impedance of the electric wave type depends on the anisotropy coefficient  $\Lambda$ . Since the impedance is a complex value, then the real and imaginary parts can be distinguished in the impedance. This dependence, i.e. the numerical analysis of the impedance of the magnetic type, has shown that in anisotropic media the impedances are parametrically dependent on the anisotropy coefficient; a mathematical experiment was performed to study the sensitivity of the impedance of an unusual wave depending on the parameters of the medium and the wave. By means of mathematical modeling it was possible to reveal areas of special sensitivity of impedances in relation to anisotropy coefficient and wave parameters. The obtained results can serve as a basis for further development of directional MTZ in complex geoelectric conditions.

**Keywords:** Conductivity, mathematical modeling, anisotropic media, Maxwell's equations, electromagnetic field.

Введем импедансы волны электрического типа для анизотропных сред как отношение электрических и магнитных компонент. Тогда, для импеданса волны электрического типа получим [1]:



$$Z^0 = \frac{E_x^0}{H_y^0} = -\frac{E_y^0}{H_x^0} \quad (1)$$

Следовательно, подставив в выражения для горизонтальных компонент полей необыкновенной волны, получим следующее выражение [2]

$$Z^o = \frac{(E_x - E_x^o) + \omega\mu(H_z - H_z^o)k_y}{i\sigma_n(E_z - E_z^o)k_x} \quad (2)$$

учитывая, что

$$E_z^o = k / \sigma_t \quad (3)$$

где

$$k = i(k_x B_y^o - k_y B_x^o) / \mu \quad (4)$$

Таким образом, получим [3]

$$Z^o = \frac{(E_x - E_x^o) + \omega\mu(H_z - H_z^o)k_y}{i\Lambda(\sigma_t E_z - k)} \quad (5)$$

Видно, что в формулу входит коэффициент анизотропии  $\Lambda$ . Значит, значения импеданса волны электрического типа зависит от величины  $\Lambda$ . Исследуем эту зависимость.

Виду того, что  $Z^o$  является комплексной величиной, в импедансе можно выделить действительную и мнимую часть

$$Z^o = \text{Re } Z^o + i\text{Im } Z^o$$

Значит, отдельно можно вычислить  $\text{Re } Z^o$ ,  $\text{Im } Z^o$ , а также  $|Z^o|$ ,  $\text{arg } Z^o$ , что и было сделано в предлагаемой серии расчетов.

На рис. 1 представлена зависимость  $\text{Re } Z^o$  от  $\Lambda$  и  $R/J$ . Из графиков видно, что наиболее существенным образом  $\text{Re } Z^o$  меняется при  $R/J = 16$  в пределах  $\Lambda: 0,3 < \Lambda < 0,5$ . При остальных значениях  $R/J$  значения  $\text{Re } Z^o$  меняются слабо, то есть при остальных  $R/J$  слабо зависит от  $\Lambda$ . Значит при измерении  $\text{Re } Z^o$  в районах с анизотропией порядка 0,3-0,5 целесообразно выбирать те волны, у которых  $R/J = 16$ .

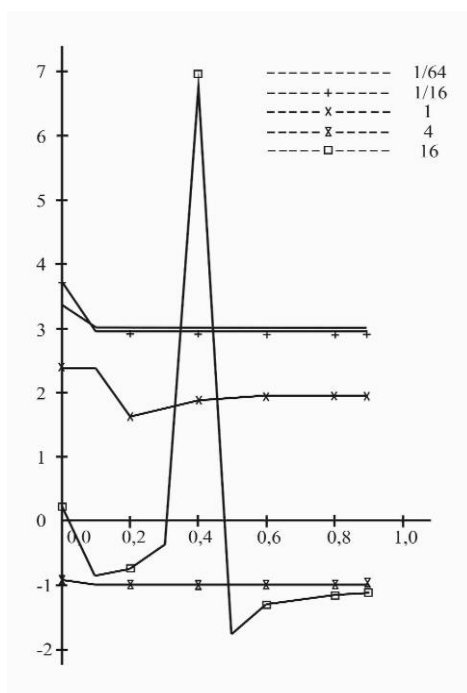


Рис. 1. Действительная часть импеданса электрического типа

На рис. 2 представлен график  $JmZ^0$ . Наибольшим изменениям подвержены значения  $JmZ^0$  при  $R/J = 16$  в пределах  $\Lambda : 0,3 < \Lambda < 0,5$ , а при  $R/J = 1/16$  в пределах  $\Lambda : 0 < \Lambda < 0,1$ . Значит, при измерении  $JmZ^0$  в районах с анизотропией порядка 0,3-0,5 необходимо выбирать волны с  $R/J = 16$ , а в районах с  $\Lambda$  порядка 0,1 с  $R/J = 1/16$ .

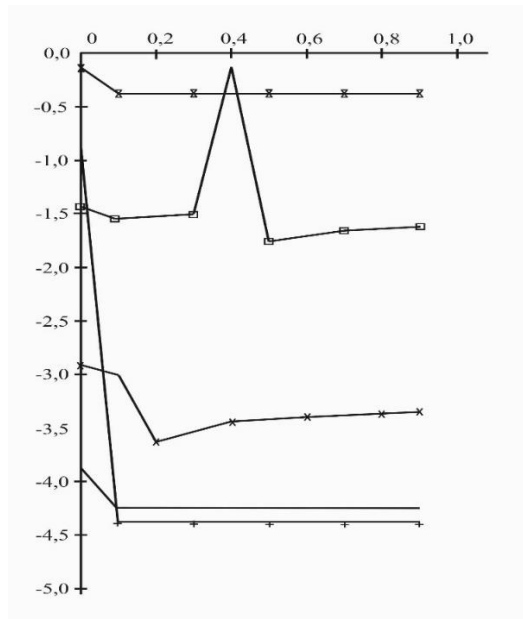


Рис. 2. Мнимая часть импеданса электрического типа

На рис. 3 представлен график  $|Z^0|$ . Наиболее резким изменениям подвержено значение  $|Z^0|$  при  $R/J = 16$  в пределах  $\Lambda : 0,3 < \Lambda < 0,5$  и при  $R/J = 1/16$  в пределах  $\Lambda : 0 < \Lambda < 0,1$ . Таким образом для измерения  $|Z^0|$  целесообразно выбирать волны с  $R/J = 16$  в районах с анизотропией порядка 0,3-0,5, а в районах с анизотропией порядка 0,1 волны с  $R/J = 1/16$ .

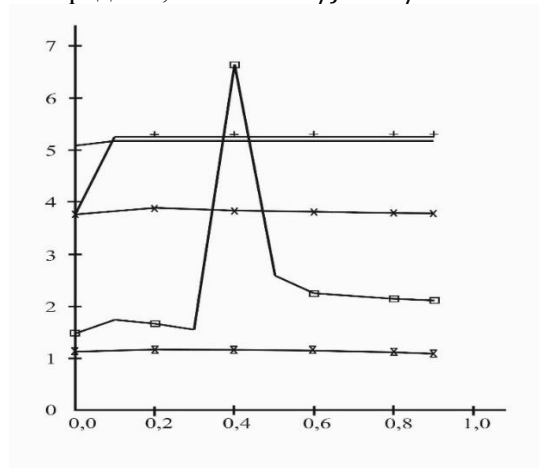


Рис. 3. Модуль импеданса электрического типа

На рис. 4 представлен график  $argZ^0$ . При всех  $R/J$  (кроме  $R/J = 1/64$ ) значение  $argZ^0$  существенным образом меняется при значениях  $\Lambda < 0,1$ , а при  $0,3 < \Lambda < 0,5$  сильнее всего изменяется значение  $argZ^0$  при  $R/J = 1/16$ . Значит, при измерениях  $argZ^0$  в районах с анизотропией порядка 0,1 можно пользоваться волнами с  $R/J = 1/16, 1, 4, 16$ , а в районах с коэффициентом анизотропии  $0,3 < \Lambda < 0,5$  с  $R/J = 16$ .

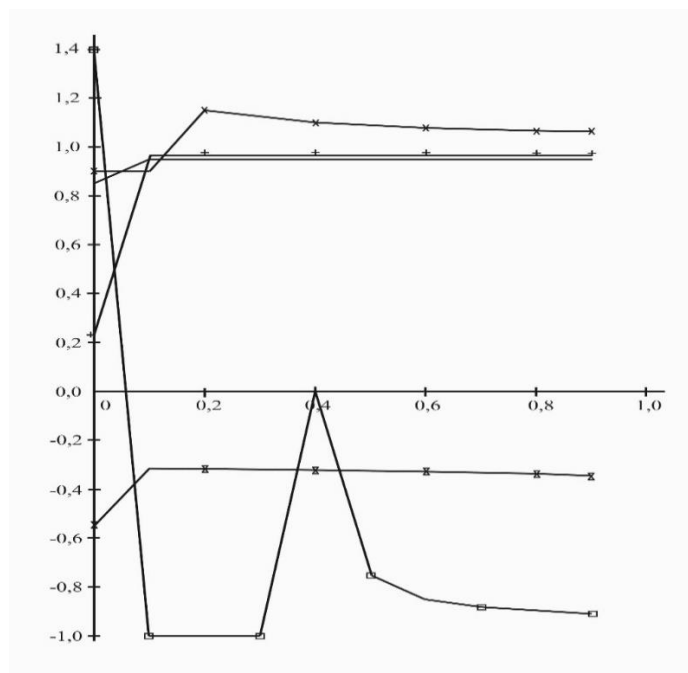


Рис. 4. Аргумент импеданса электрического типа

Таким образом, определим следующие выводы:

1. Показано, что в анизотропных средах импедансы испытывают параметрическую зависимость от коэффициента анизотропии  $\Lambda$ .
2. Выполнен математический эксперимент по исследованию чувствительности импедансов необыкновенной волны в зависимости от параметров среды и волны.
3. Построен алгоритм и написана программа вычисления импедансов необыкновенной волны в зависимости от угла падения пластов  $\alpha$  и угла их поворота в плоскости горизонта  $\varphi$ .
4. Численное моделирование импедансов неоднородной плоской волны показало, что, при угле падения пластов  $\alpha = 10^\circ$  в районах, определяемых углами анизотропии  $0 < \varphi < 45^\circ$ , импедансы наиболее чувствительны при значениях коэффициента анизотропии  $0,5 < \Lambda < 0,7$ ; если углы  $\varphi$  лежат в более узких пределах,  $15^\circ < \varphi < 45^\circ$ , то при этом значение  $\Lambda=0,3$ .
5. Если угол анизотропии  $\varphi = 10^\circ$ , то в районах со значениями  $0 < \alpha < 35^\circ$  и  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$  импедансы весьма чувствительны при любых значениях  $\Lambda$ .
6. Для интерпретации данных дирекционных МТЗ целесообразно использовать парциальные импедансы электрического и магнитного типов необыкновенной волны.
7. Импеданс электрического типа наиболее чувствителен к изменению коэффициента  $\Lambda$ , при малых его значениях,  $0 \leq \Lambda \leq 0,2$ , а импеданс магнитного типа – при больших значениях  $\Lambda$ ,  $0,4 \leq \Lambda \leq 1$ .

Список использованной литературы:

- 1 Смагулов Е.Ж. Математическое моделирование магнитотеллурических полей в анизотропных средах: автореферат на соискание ученой степени к.ф.-м.н.: 05.13.16 – Алматы: Казтехинцентра 1992, - 16 с.
- 2 Смагулов Е.Ж., Жиембаев Ж.Т., Смагулов Б.Е., Уразова М.С., Байзакова А. Сведение системы уравнений Максвелла к каноническому виду // Вестник ЖГУ имени И.Жансугурова. -2017. - №1. - С.46-49.
- 3 Смагулов Е.Ж., Смагулов Б.Е., Тулымшакова Г.К., Адильбаева А.М. Сведение системы уравнений Максвелла к гиперболической системе // Вестник ЖГУ имени И.Жансугурова. -2017. - №1. - С.49-52.

МРНТИ 27.35.33

УДК 519.6:517.977.56:629.764

Е.Ж. Смагулов<sup>1</sup>, Ж.Т. Жиёмбаев<sup>1</sup>, Б.Е. Смагулов<sup>1</sup>, М.М. Тоқанов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Жетысуский государственный университет им.И.Жансугурова, Талдықорган, Казахстан

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛНОГО ПОЛЯ НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ

*Аннотация*

В работе показано, что для анизотропных свойств земной коры, например, в районах с мощным чехлом осадочных напластований проводимость  $\sigma_t$  вдоль напластований, превышает поперечную проводимость  $\sigma_n$ , тогда, в случае горизонтального залегания слоев осадочную толщину целесообразно описывать одноосной средой с тензором проводимости. Значит, значения импеданса волны электрического типа зависит от величины коэффициента анизотропии  $\Lambda$ . В статье охарактеризована основная задача, определение геоэлектрических параметров земной коры в точке наблюдения, которая, зависит от решения математической модели геофизических задач анизотропной среды. Путем математического моделирования удалось выявить области особой чувствительности импедансов по отношению к коэффициенту анизотропии и параметрам волны. Полученные результаты могут служить основой для дальнейшего развития дирекционных МТЗ в сложных геоэлектрических условиях.

**Ключевые слова:** Проводимость, математическое моделирование, анизотропные среды, уравнения Максвелла, электромагнитное поле.

*Аңдатпа*

Е.Ж. Смагулов<sup>1</sup>, Ж.Т. Жиёмбаев<sup>1</sup>, Б.Е. Смагулов<sup>1</sup>, М.М. Тоқанов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> I.Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорган, Қазақстан

## ЕРЕКШЕ ТОЛҚЫННЫҢ ТОЛЫҚ ӨРІСІН МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ

Жұмыста жер қыртысының анизотропты қасиеттері үшін, мысалы, шөгінді қабаттаудың қуатты тысы бар аудандарда, шөгінді қабаттың бойымен  $\sigma_t$  ағытындысының өткізгіштігі құрылғының  $\sigma_n$  көлденең өткізгіштігінен асып түседі, бұл жағдайда шөгінді қабаттың көлденең жатуын өткізгіштік тензоры бар бір осьті ортамен сипаттау орынды. Мақалада анизотропты ортаның геофизикалық есептерінің математикалық моделін шешуге байланысты бақылау нүктесіндегі жер қыртысының геоэлектрлік параметрлерін анықтау міндеті сипатталған. Математикалық модельдеу арқылы анизотропия коэффициенті мен толқын параметрлеріне қатысты импеданттардың ерекше сезімталдық аймағын анықтауға мүмкіндік туды. Алынған нәтижелер күрделі геоэлектрлік жағдайларда дирекциялық МТЗ-ны одан әрі дамыту үшін негіз бола алады.

**Түйін сөздер:** Өткізгіштік, математикалық модельдеу, анизотропты орта, Максвелл теңдеулері, электромагниттік өріс.

*Abstract*

## MATHEMATICAL MODELLING OF FULL-FIELD EXTRAORDINARY WAVE

Smagulov Y.<sup>1</sup>, Zhiembayev Zh.<sup>1</sup>, Smagulov B.<sup>1</sup>, Tokanov M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Zhetysu state University named after I. Zhansugurov, Taldykorgan, Kazakhstan

It is shown that for the anisotropic properties of the earth's crust, for example, in areas with a strong cover of sedimentary strata, the conductivity  $\sigma_t$  along the overlaps exceeds the transverse conductivity  $\sigma_n$ , then, in the case of horizontal bedding of layers, the sedimentary thickness should be described by a uniaxial medium with a conductivity tensor. The article describes the main task of determining the geoelectric parameters of the earth's crust at the observation point, which depends on the solution of the mathematical model of geophysical problems of anisotropic medium. By means of mathematical modeling it was possible to reveal areas of special sensitivity of impedances in relation to anisotropy coefficient and wave parameters. The obtained results can serve as a basis for further development of directional MTZ in complex geoelectric conditions.

**Keywords:** Conductivity, mathematical modeling, anisotropic media, Maxwell's equations, electromagnetic field.

Рассмотрим стуктуру уравнений Максвелла в полупространстве  $Z \geq 0$  описываемом тензором проводимости  $\sigma(z)$ . В [1] показано, что полное электромагнитное поле можно представить в виде суперпозиции обыкновенной (индекс “о”) и необыкновенной (индекс “н”) волны.

$$\begin{aligned} E_x &= E_x^o + E_x^h, & H_x &= H_x^o + H_x^h, \\ E_y &= E_y^o + E_y^h, & H_y &= H_y^o + H_y^h, \\ E_z &= E_z^o + E_z^h, & H_z &= H_z^o + H_z^h. \end{aligned} \quad (1)$$

С целью более углубленного изучения импедансов анизотропных сред разделим полное поле необыкновенной волны на парциальные волны электрического и магнитного типов.

Таким образом, полное поле необыкновенной волны можно представить в виде сумм соответствующих компонент [2]

$$E_{x,y} = E_{x,y}^h + E_{x,y}^0 \quad (2)$$

$$E_x = E_z^0$$

$$H_{x,y} = H_{x,y}^h + H_{x,y}^0 \quad (3)$$

$$H_z = H_z^h$$

Для определения каждой компоненты волны электрического и магнитного типа воспользуемся следующими равенствами:

$$E_x^0 + E_x^h + E_x^0 = E_x \quad (4)$$

$$E_y^0 + E_y^h + E_y^0 = E_y$$

$$H_x^0 + H_x^h + H_x^0 = H_x \quad (5)$$

$$H_y^0 + H_y^h + H_y^0 = H_y$$

Таким образом, полное (измеряемое опытным путем) поле можно представить в виде суперпозиции обыкновенной и необыкновенной волны, разделив при этом необыкновенную волну на волны электрического и магнитного типов.

Далее, из двух уравнений Максвелла

$$\text{rot} \vec{E} = i\omega\mu\vec{H} \quad (6)$$

$$\text{rot} \vec{H} = \sigma\vec{E}$$

Расписав их по компонентам и получив систему из шести уравнений, возьмем первое и третье из каждой группы, состоящей из трех уравнений [3]:

$$ik_z H_x - ik_x H_z - \sigma_t T_y = 0$$

$$ik_y H_x - ik_x H_y - \sigma_n E_z = 0 \quad (7)$$

$$i\omega\mu H_x + ik_z E_y - ik_y E_z = 0$$

$$i\omega\mu H_z - ik_x E_y + ik_y E_z = 0$$

Так как

$$\text{div} \sigma\vec{E} = 0$$

То для волны магнитного типа получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} \sigma_t E_x + \frac{\partial}{\partial y} \sigma_t E_y + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_n E_z = 0 \quad (8)$$

$$\sigma_t k_x E_x + \sigma_t k_y E_y + \sigma_n k_z E_z = 0$$

Так как  $E_z^h = 0$ , то

$$k_x E_x^h + k_y E_y^h = 0 \quad (9)$$

Для волны электрического типа из условия

$$\text{div} H = 0,$$

следует, что

$$k_x H_x + k_y H_y + k_z H_z = 0 \quad (10)$$

Так как  $H_z^o = 0$ , то

$$k_x H_x^o + k_y H_y^o = 0 \quad (11)$$

Из (7) для волн электрического и магнитного типов следует:

$$-k_x H_x^o + k_y H_y^o = i\sigma_n E_z^o, \quad (12)$$

$$-k_y H_x^h + k_x H_y^h = \omega\mu H_z^o \quad (13)$$

или

$$-k_x H_x^o + k_x H_y^o = i\sigma_n (E_z - E_z^o), \quad (14)$$

$$-k_y H_x^h + k_x H_y^h = \omega\mu (H_z - H_z^o) \quad (15)$$

Объединив (14), (11), (4), (5) получаем систему четырех уравнений, из которой можно выразить  $H_x^o$ ,  $H_y^o$ ,  $H_x^h$ ,  $H_y^h$ ,

$$\begin{aligned} k_x H_y^o - k_y H_x^o &= i\sigma_n (E_z - E_z^o), \\ k_x H_x^o - k_y H_y^o &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$H_x^o + H_x^h = H_x - H_x^o,$$

$$H_y^o + H_y^h = H_y - H_y^o.$$

Из второго уравнения системы (11) выразим  $H_x^o$ ,

$$H_x^o = -\frac{k_y H_y^o}{k_x}$$

и подставим в первое уравнение системы

$$k_x H_y^o + \frac{k_y^2 H_y^o}{k_x} = i\sigma_n (E_z - E_z^o),$$

$$H_y^o = \frac{i\sigma_n (E_z - E_z^o) k_x}{k_x^2 + k_y^2}$$

Значит

$$H_x^o = \frac{-i\sigma_n (E_z - E_z^o) k_y}{k_x^2 + k_y^2}$$

Из третьего и четвертого уравнений системы (16) находим

$$H_x^h = (H_x - H_x^o) + \frac{i\sigma_n (E_z - E_z^o) k_y}{k_x^2 + k_y^2}$$

$$H_y^h = (H_y - H_y^o) - \frac{i\sigma_n (E_z - E_z^o) k_x}{k_x^2 + k_y^2}$$

Для нахождения  $E_x^o$ ,  $E_y^o$ ,  $E_x^h$ ,  $E_y^h$  аналогичным образом составляем систему четырех уравнений из (13), (9), (4), (5)

$$\begin{aligned} -k_y E_x^h - k_x E_y^h &= \omega\mu_n (H_z - H_z^o), \\ k_x E_x^h - k_y E_y^h &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$E_x^o + E_x^h = E_x - E_x^o,$$

$$E_y^o + E_y^h = E_y - E_y^o.$$

Из второго уравнения системы (17) выражаем  $E_x^h$ ,

$$E_x^h = -\frac{k_y E_y^o}{k_x}$$

и подставляем в первое уравнение системы (17):

$$\frac{k_y^2 E_y^h}{k_x} + k_x E_y^h = \omega \mu (H_z - H_z^o)$$

$$E_y^h = \frac{\omega \mu (H_z - H_z^o) k_x}{k_x^2 + k_y^2}$$

Значит

$$E_x^h = \frac{\omega \mu (H_z - H_z^o) k_y}{k_x^2 + k_y^2}$$

Из третьего и четвертого уравнения системы (17) находим  $E_x^o$ ,  $E_y^o$

$$E_y^o = (E_y - E_y^o) - \frac{\omega \mu (H_z - H_z^o) k_x}{k_x^2 + k_y^2}$$

$$E_x^o = (E_x - E_x^o) + \frac{\omega \mu (H_z - H_z^o) k_y}{k_x^2 + k_y^2}$$

Список использованной литературы:

- 1 Смагулов Е.Ж. Математическое моделирование магнитотеллурических полей в анизотропных средах: автореферат на соискание ученой степени к.ф.-м.н.: 05.13.16 – Алматы: Казтехинцентра 1992, - 16 с.
- 2 Смагулов Е.Ж., Жиёмбаев Ж.Т., Смагулов Б.Е., Уразова М.С., Байзакова А. Сведение системы уравнений Максвелла к каноническому виду // Вестник ЖГУ имени И.Жансугурова. -2017. - №1. - С.46-49.
- 3 Смагулов Е.Ж., Смагулов Б.Е., Тулымшакова Г.К., Адильбаева А.М. Сведение системы уравнений Максвелла к гиперболической системе // Вестник ЖГУ имени И.Жансугурова. -2017. - №1. - С.49-52.

МРНТИ 14.01.85  
УДК 37.062.3

И.Э. Сулейменов<sup>1</sup>, А.С. Бакиров<sup>1</sup>, Б.А. Урмашев<sup>2</sup>, Г.А. Мун<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы, Казахстан,  
<sup>2</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

## ПРОБЛЕМА МОДЕРНИЗАЦИИ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ В РЕСПУБЛИКЕ КАЗАХСТАН: К ВОЗМОЖНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБОСНОВАНИЯ «СТРАТЕГИИ ЧУДА»

Аннотация

Показано, что существует возможность обеспечить скачкообразный рост качества высшего образования в Республике Казахстан за счет системного внедрения горизонтального обучения. Его основой является обмен информацией научно-технического характера между обучающимися на неформальной основе. Показано, что при условии целенаправленной интенсификации такого обмена может иметь место взрывной рост уровня подготовки обучающихся, вовлеченных в научно-техническую деятельность (аналог фазового перехода). Это достигается за счет укрупнения тематик, над которыми работают магистранты в период подготовки диссертаций, а также системным внедрением междисциплинарного подхода и межвузовского сотрудничества. Соответственно, сложившаяся практика, когда над темой магистерской диссертации работает изолированная «научная группа» в составе самого магистранта и его научного руководителя на может рассматриваться как приемлемая на данном историческом этапе, когда со всей остротой стоит вопрос о положении Республики Казахстан в эпоху четвертой технологической революции. Построена последовательная математическая модель, доказывающая этот вывод. Проведены предварительные расчеты, показывающие, что высокое качество высшего образования может обеспечено даже тогда, когда качество аудиторных занятий находится на экстремально низком уровне.

**Ключевые слова:** горизонтальное обучение, высшее образование, междисциплинарная кооперация, фазовый переход.

Аңдатпа

И.Э. Сулейменов<sup>1</sup>, А.С. Бакиров<sup>1</sup>, Б.А. Урмашев<sup>2</sup>, Г.А. Мун<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы қ., Қазақстан,

<sup>2</sup> эл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНДАҒЫ ЖОҒАРЫ МЕКТЕПТІҢ МӘСЕЛЕЛЕРІ:  
«КЕРЕМЕТ СТРАТЕГИЯЛАР» МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҚОЛДАУ МҮМКІНДІГІНЕ**

Қазақстан Республикасында жоғары білім сапасының күрт өсуін қамтамасыз етуге болатындығы көрсетілген. Оның негізі студенттер арасында ғылыми және техникалық ақпаратпен бейресми негізде алмасу болып табылады. Мұндай алмасуды мақсатты түрде күшейту жағдайында ғылыми-техникалық қызметке тартылған студенттердің дайындық деңгейінде (фазалық ауысудың аналогы) тез өсуі мүмкін екендігі көрсетілген. Бұған магистранттар диссертацияларды дайындау барысында жұмыс істейтін тақырыптардың кеңеюі, сондай-ақ пәнаралық көзқарас пен университет аралық ынтымақтастықтың жүйелі енгізілуіне байланысты қол жеткізілді. Тиісінше, оқшауланған «Ғылыми топ» магистрант пен оның ғылыми жетекшісінен тұратын магистрлік диссертация тақырыбы бойынша жұмыс істеп жатқан кезде, төртінші технологиялық революция дәуіріндегі Қазақстан Республикасының жағдайы өте өткір болған кезде, осы тарихи кезеңде қолайлы болып саналмайды. Бұл тұжырымды дәлелдеу үшін дәйекті математикалық модель жасалады. Алдын-ала есептеулер жоғары білімнің жоғары сапасын қамтамасыз етуге болатындығын көрсетіп, сыныпта оқу сапасы өте төмен деңгейде болған кезде де жасалды.

**Түйін сөздер:** горизонталды білім, жоғары білім, пәнаралық ынтымақтастық, фазалық ауысу.

Abstract

**PROBLEM OF MODERNIZATION OF HIGHER SCHOOL IN THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN:  
TO THE OPPORTUNITY OF MATHEMATICAL SUBSTANTIATION OF «MIRACLE STRATEGIES»**

Suleimenov I.E.<sup>1</sup>, Bakirov A.S.<sup>1</sup>, Urmashov B.A.<sup>2</sup>, Mun G.A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Almaty University of Energy and Communications, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup> Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

It is shown that it is possible to ensure an abrupt increase in the quality of higher education in the Republic of Kazakhstan due to the systematic implementation of horizontal education. Its basis is the exchange of scientific and technical information between students on an informal basis. It is shown that, subject to the targeted intensification of such an exchange, an explosive growth in the level of training of students involved in scientific and technical activity (an analog of a phase transition) can take place. This is achieved due to the enlargement of the topics on which undergraduates work during the preparation of dissertations, as well as the systematic introduction of an interdisciplinary approach and inter-university cooperation. Accordingly, the current practice, when an isolated “scientific group” is working on the subject of a master's thesis, consisting of the undergraduate and his supervisor, cannot be considered acceptable at this historical stage, when the question of the situation of the Republic of Kazakhstan in the era of the fourth technological revolution is most acute. A consistent mathematical model is constructed to prove this conclusion. Preliminary calculations have been made showing that the high quality of higher education can be ensured even when the quality of classroom studies is at an extremely low level.

**Keywords:** horizontal education, higher education, interdisciplinary cooperation, phase transition.

*«Когда я думаю о том, каких мы выпускаем инженеров, мне страшно идти к врачу»*

*Крылатая фраза*

В литературе, посвященной проблемам политического/геополитического сценирования, все чаще используются такие термины как «дикие карты», «стратегия чуда» и им подобные [1, 2]. С одной стороны, все более частое использование таких терминов отражает резкое снижение предсказуемости любых процессов глобального (и не только) масштаба. С другой стороны, оно отражает и понимание того обстоятельства, что для решения комплекса нарастающих проблем (в том числе, порожденных глобальным финансовым кризисом) необходимо использовать нетривиальные методы – все остальные, как с очевидностью показывает практика, не работают и работать не будут. В частности, мировая макроэкономическая мысль так и не выработала эффективных средств, позволяющих демпфировать наблюдающиеся негативные тренды [3].

В еще большей степени этот вывод применим к проблемам высшей школы: несмотря на поистине титанические усилия профильных министерств и ведомств различных стран мира, уровень подготовки выпускников университетов продолжает катастрофически снижаться [4-6], вплоть до возникновения более чем серьезных рисков.



Результаты расследования чудовищной по своей нелепости и числу жертв (погиб 41 человек) аварии самолета «Sukhoi Superjet 100» в аэропорту Шереметьево, случившейся 5 мая 2019 г., – наглядное тому свидетельство. Экипаж, в сущности, оказался просто плохо обученным, что и продемонстрировали выводы Росавиации. Проблема не в качестве техники, проблема в подготовке пилотов, о чем открыто заявил главный инспектор Инспекции безопасности полетов Ульяновского высшего авиационного училища Виктора Долбилов (<https://vz.ru/society/2019/5/15/977354.html>). К сожалению, классическая теоретическая педагогика также не сумела разработать инструменты, действительно позволяющие кардинально изменить положение дел.

Уместно подчеркнуть, что конкретно термин «стратегия чуда» преимущественно используются футурологами [7, 8], отношение к которым в академической среде остается неоднозначным, но, если говорить о нетривиальных идеях, это не может рассматриваться как препятствие, скорее наоборот [9].

В данной работе предложена формулировка математической модели, призванной показать, что в текущих условиях для высшего образования РК нет другого пути, кроме как воспользоваться «стратегией чуда», т.е. реализовать комплекс весьма нетривиальных мер, позволяющих существенно повысить качество высшего образования без привлечения дополнительных финансовых ресурсов и отталкиваясь от имеющихся возможностей.

Собственно, последнее обстоятельство и делает обоснованным использование термина «стратегия чуда» - положение дел может быть кардинальным образом изменено, невзирая на целый ряд системных недостатков, присущих казахстанской высшей школе (от недостаточного уровня финансирования до катастрофически низкой квалификации значительной части профессорско-преподавательского состава, не гнушающейся публикацией откровенно псевдонаучных работ [10-12]).

Основа для того, чтобы поставить вопрос о практической реализации «стратегии чуда» существует. А именно, в теоретической педагогике уже доказано, что горизонтальное обучение, в англоязычной литературе используется термин «Peer education» (результат обмена информацией непосредственно между обучающимися) намного более эффективно, нежели вертикальное (аудиторные занятия и другие формальные мероприятия, предусматриваемые учебными программами). Впрочем, этот тезис в неявной форме осознавался и ранее; профессура, достойная так называться, всегда отчетливо понимала, насколько важную роль для формирования личности будущего ученого играет университетская среда как таковая.

Более того, с развитием Интернет-ресурсов возможности горизонтального обучения (и не только высшего) существенно возрастают, вплоть до осуществления совместной проектной деятельности студентами, проживающими в разных городах и странах. Именно это обстоятельство и позволяет говорить о том, что горизонтальное обучение может быть выведено на качественно новый уровень, уже отвечающий представлениям о формировании институтов гражданского общества.

Условием для этого является создание платформы для эффективной междисциплинарной (точнее – межвузовской) кооперации. Такой платформой вполне могут стать образовательные деловые экосистемы. В этом случае обеспечивается резкая интенсификация межличностного обмена в студенческой среде, что и является залогом успеха горизонтального обучения.

Однако, попытки реализовать такой подход на практике сталкиваются (и гарантированно будут сталкиваться) с ожесточенным сопротивлением консервативной части научного сообщества. Положение многократно осложняется тем, что наряду с добросовестными консерваторами, в отечественных университетах широко представлены также лица, которые рассматривают необходимость сохранения ориентации на предельно узкую специализацию как некую гарантию своего благополучия. Представители этой категории преподавателей, как правило, публикуют псевдонаучные труды (критика некоторых из них представлена в [10-12]), скрывая профанацию научной деятельности за ссылками на ее якобы узкоспециальный характер.

Они всячески препятствуют междисциплинарной кооперации (из обоснованного опасения, что тогда их некомпетентность станет очевидной для всех). Еще одним инструментом, используемым вузовскими псевдоучеными, является нацеленность на изолированную работу магистрантов, блокировка научных контактов между ними. Очевидно, что когда каждый из магистрантов работает сам по себе, то псевдонаучный характер поставленной перед ним задачи можно и скрыть, подавив попытки критики авторитетом возраста и т.п.

Горизонтальное обучение, одной из важных составляющих которого является укрупнение тем магистерских диссертаций, очевидно, делает такого рода деятельность гораздо более уязвимой для критики, поэтому неудивительно, что оно сталкивается с ожесточенным сопротивлением и в этом

отношении. В то же время, именно укрупнение тем, над которыми работают магистранты в ходе подготовки диссертационных работ является важнейшей предпосылкой для повышения качества их подготовки. Очевидно, что «научный коллектив», состоящий из отдельно взятого магистранта и его научного руководителя в ранге доцента вряд ли решит серьёзную задачу, особенно представляющую коммерческий интерес.

Гораздо более эффективной является коллективная работа над действительно серьёзной задачей, расчлняемой на отдельные подзадачи: это может обеспечить и коммерческий эффект, и обмен информацией между обучающимися. Более того, именно такой подход в состоянии обеспечить действенную межвузовскую междисциплинарную кооперацию. Она, в свою очередь, является одним из факторов обеспечения коммерческой привлекательности результатов научно-технической деятельности: как известно, подавляющее большинство серьёзных прорывов в последние десятилетия были сделаны именно на стыке наук.

Однако даже такой простой и не требующих изменения каких-либо нормативных документов шаг как укрупнение тем магистерских диссертаций продолжает сталкиваться с ожесточенным сопротивлением консерваторов и вузовских псевдоученых.

Именно поэтому актуальным является поиск дополнительных доказательств эффективности горизонтального обучения, а также определение условий, при которых оно будет конвертировано в «стратегию чуда», т.е. условий, способных привести к взрывному росту инновационной активности молодежи без привлечения значительного финансирования и при существующем уровне профессиональной подготовки профессорско-преподавательского состава.

Построение математической модели, решающей данную задачу, составляет цель данной работы.

Отметим, что были предложены математические модели, призванные описать эффективность обучения с учетом фактора межличностных коммуникаций. Было показано, что при изменении параметров, отражающих эффективность горизонтального обучения в рассматриваемой системе, могут иметь место аналоги фазовые переходов. При таких фазовых переходах эффективность обучения возрастает скачкообразно (причем почти до максимального уровня) даже тогда, когда эффективность вертикального обучения (аудиторные занятия и т.д.) остается на очень низком уровне.

Однако, в цитированных работах, а также в работе [13], из которой заимствуется базовая модель, не рассматривалась зависимости эффективности обучения от общего числа элементов системы. Исследование такой зависимости, однако, представляет наибольший интерес с точки зрения целей данной работы. На этой основе удастся показать, что эффективное междисциплинарное взаимодействие, укрупнение научных тем, над которыми работают магистранты, и другие подобные меры действительно способны обеспечить скачкообразный рост качества высшего образования без кардинальных административных воздействий и кардинального увеличения финансирования.

#### **Формулировка модели**

Будем, следуя [13-15], использовать «пакетную» модель процесса обучения. В соответствии с этой моделью предполагается, что в процессе приобретения компетенции обучающийся последовательно переходит с одного уровня на другой.

Вероятность переходов с более низкого уровня на более высокий определяется интенсивностью информационных воздействий, которая зависит как от качества вертикального обучения, так и от характера межличностных коммуникаций (горизонтальное обучение).

В сложившихся условиях (особенно если говорить об обучении наиболее передовым разделам инфокоммуникационных технологий) эффективность вертикального обучения можно считать пренебрежимо малой. Наиболее существенную информацию обучающиеся получают из открытых источников, причем важным аспектом здесь становится «первичный» информационный обмен. Упрощая, это – первичные сведения о том, где и что искать в Интернет-ресурсах. Побуждение искать ту или иную информацию, как правило, рождается в процессе межличностных контактов. Это роднит горизонтальное обучение рассматриваемого типа с приращением нового знания в процессе научных контактов, научных дискуссий и т.д.

А именно, в отличие от моделей, рассмотренных в [13-15], здесь речь идет о том, что обмен информацией в межличностных контактах обеспечивает приращение знаний для обоих участников. Формально, этот процесс можно отобразить уравнением, аналогичным уравнению химической реакции

$$[i] + [j] \rightarrow [i + 1] + [j + 1], \quad (1)$$

где  $[i]$  – обозначение обучающегося, достигшего  $i$ -того уровня информированности. Подчеркнем, что в [13] сходная модель использовалась для описания фазовых переходов в системе элементов, способных формировать валентные связи, но смысле соотношения (1) применительно к рассматриваемым процессам становится существенно иным.

Логично предположить, что способность обучающегося переходить на более высокий уровень компетентности зависит от номера уровня; чем он выше, тем продуктивнее становятся межличностные контакты, тем легче усваиваются новые знания.

В простейшем (для аналитического описания) случае такое предположение приводит к следующему выражению для скорости процесса (1)

$$w_{ij} = w_0 \alpha^i \alpha^j N_i N_j, \quad (2)$$

где коэффициенты  $\alpha^i$  характеризуют способность отдельного узла вступать в дальнейшие взаимодействия,  $N^i$  есть число  $i$ -элементов (обучающихся, достигших  $i$ -того уровня компетентности),  $w_0$  – общий размерный множитель (характерная частота переходов между уровнями),  $w_{ij}$  – частота реакции (1). В силу характера записи (2) можно считать, что  $\alpha^0 = 1$ .

Тогда, динамику переходов между уровнями в рассматриваемой системе можно описать через следующую систему уравнений

$$\frac{dN_0}{dt} = -w_0 N_0 \sum_{j=0} \alpha^j N_j + v_1 N_1, \quad (3)$$

$$\frac{dN_k}{dt} = -w_0 \sum_{j=0} \alpha^j \alpha^k N_j N_k + w_0 \sum_{j=0} \alpha^j \alpha^{k-1} N_j N_{k-1} - v_k N_k + v_{k+1} N_{k+1}, \quad (4)$$

$$\frac{dN_{K-1}}{dt} = w_0 \sum_{j=0} \alpha^j \alpha^{K-1} N_j N_{K-1} - v_{K-1} N_{K-1}, \quad (5)$$

где  $v_k$  – частота обратных переходов с более высокого уровня на нижележащий, что соответствует потере информации (те сведения, которые обучающийся активно не использует, очень быстро забываются). Учет этого фактора является существенным, так как в современных условиях имеет место явное перенасыщение информацией.

Прямым суммированием уравнений (3) – (6) можно легко показать, что должно выполняться условие сохранения полного числа элементов в системе

$$\sum_0 N_k = C. \quad (6)$$

В уравнениях (4) и (5) можно выделить общий множитель

$$G = \frac{w_0}{v_1} \left( \sum_{j=0} \alpha^j N_j \right). \quad (7)$$

Тогда в равновесном случае уравнения, описывающие рассматриваемую систему, приобретают вид

$$N_1 = GN_0 \quad (8)$$

$$-G(\alpha^k N_k - \alpha^{k-1} N_{k-1}) - \lambda_k N_k + \lambda_{k+1} N_{k+1} = 0, \quad (9)$$

где  $\lambda_k = \frac{v_k}{v_1}$ ,  $k = 2, 3, \dots, K$ .

Следовательно, в данном случае заселенность каждого из уровней в системе описывается рекуррентными соотношениями вида

$$N_{k+1} = \frac{1}{\lambda_{k+1}} (G(\alpha^k N_k - \alpha^{k-1} N_{k-1}) + \lambda_k N_k) \quad (10)$$

### Результаты расчетов для стационарного случая

Пример результатов численных расчетов для случая, когда в системе имеется 4 уровня представлен на рис. 1, на котором показаны зависимости решения уравнения (14) от управляющего параметра при различных значения остальных параметров, определяющих скорости переходов между уровнями (частоты образования и разрушения связей).

Видно, что существует диапазон значений управляющих параметров, при которых система переходит из одного состояния в другое скачком, что и позволяет говорить о возможности реализации «стратегии чуда».

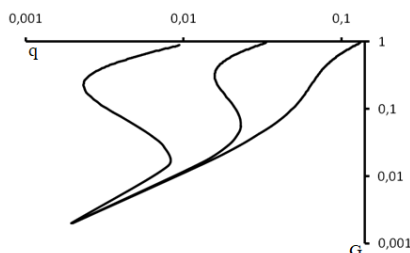


Рис.1. Зависимости совокупной интенсивности информационного воздействия  $G$  от приведенной численности обучающихся  $q$  при различных значениях факторов частоты переходов  $\alpha^{(1)} = 10$  (1), 100 (2), 1000 (3);  $\alpha^{(2)} = 10$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 50$ .

### Заклучение

Таким образом, проведенные модельные расчеты, показывают, что для обеспечения прорывного развития инноваций и науки в РК, в первую очередь, требуется консолидация всего научно-педагогического сообщества. Повышение его коммуникационной связности может обеспечить скачкообразный рост, в том числе, и качества высшего образования. Этот вывод, в свою очередь, делает еще более актуальным преодоление междисциплинарных барьеров, равно как и преодоление сопротивления консервативной части научно-педагогического сообщества РК, целенаправленно стремящихся ограничить свою деятельность узкопрофессиональными рамками.

#### Список использованной литературы:

- 1 Смирнов С. А. Прогноз и Форсайт: две парадигмы будущего. Методологический аспект //Вестник НГУЭУ. – 2015. – №. 2.
- 2 Дыдров А. А., Желтов А. С., Киричук С. В. Футуризация образования: от теории к практике //Вестник науки и образования. – 2017. – №. 9 (33).
- 3 Габриелян О. А., Сулейменов И. Э. Производство смыслов как выход из кризиса макроэкономики //ЭТАП: экономическая теория, анализ, практика. – 2017. – №. 2.
- 4 Национальный доклад о состоянии и развитии системы образования Республики Казахстан [http://iac.kz/sites/default/files/nacionalnyy\\_doklad\\_za\\_2017\\_god\\_s\\_oblozhkami\\_dlya\\_sayta.pdf](http://iac.kz/sites/default/files/nacionalnyy_doklad_za_2017_god_s_oblozhkami_dlya_sayta.pdf) (по итогам 2017 года)
- 5 Ергебеков М. Темирбекова З. «Болонский процесс и проблемы в системе высшего образования Казахстана». Procedia - Социальные и поведенческие науки – 2012 - Том 47, стр. 1473-1478.
- 6 Болонский процесс усилил деградацию образования <https://zonakz.net/2017/02/07/bolonskijj-process-usilil-degradaciju-obrazovanija/>
- 7 Переслегин С., Переслегина Е. «Дикие карты» будущего. Форс-мажор для человечества. – Litres, 2017.
- 8 Переслегин С. Б. Опасная бритва Оккама. – АСТ, 2010.
- 9 Урсул А.Д. «Спасительная» миссия образования для устойчивого развития // Alma mater (Вестник высшей школы), 2008. No 11. С. 22-30.
- 10 Мун Г.А., Тасбулатова З.С., Сулейменов И.Э. Псевдонаука как ресурс: нестандартные подходы в образовательных информационных технологиях // Известия Научно-Технического Общества «КАХАК». – 2019. – №. 1 (64). – С. 43
- 11 Suleimenov I., Gabrielyan O., Egemberdyeva Z., Kopyshv E., Tasbolatova Z. Implementation of educational information technology to develop critical thinking skills //Известия научно-технического общества «Кахак». – 2019. – №. 1 (64) – С. 63-71.
- 12 Мун Г.А. Экология и альтернативная энергетика – поле битвы информационной войны // Корё Ильбо, №49 (7.12.2018), с.12-13, режим доступа <http://www.arirang.ru/archive/kore-ilbo/2018/KI.07.12.2018.pdf>
- 13 Suleimenov, I. E., Mun, G. A., Panchenko, S. V., Tasbulatova, Z., & Nurtazin, A. (2017). Phase Transitions in Communication Networks with Limited Elements of Valence. International Journal of Information and Electronics Engineering, 7(3), 113-118.
- 14 Suleimenov, I., Shaltykova, D., Obukhova, P., Stentsova, A., & Suleymenova, K. Quantitative theory of effectiveness of highest education: role of interpersonal communications //European Journal of Educational Sciences (EJES). – 2014. – p. 171 - 180
- 15 Suleimenov, I. E., I. S., Gabrielyan, O. A., Panchenko, S. V., Pak, I. T., Mun, G. A., Shaltykova, D. B., Buryak V.V., Obukhova P.V., Suleimenova, K. I. Peer Training: Mathematical Model of Effectiveness. // Springer Berlin Heidelberg, 2011 – p. 59-66

МРНТИ 14.01.85  
УДК 37.062.3

*И.Э. Сулейменов<sup>1</sup>, Д.Б. Шалтыкова<sup>2</sup>, З.С. Тасбулатова<sup>1</sup>, Б.А. Урмашев<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы, Казахстан,*

<sup>2</sup>*Институт информационных и вычислительных технологий, г. Алматы, Казахстан,*

<sup>3</sup>*Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*

## **РОЛЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ В РЕАЛИЗАЦИИ «СТРАТЕГИИ ЧУДА» В КАЗАХСТАНСКОЙ ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ**

*Аннотация*

Продолжены ранее начатые исследования, доказывающие, что существует возможность обеспечить скачкообразный рост качества высшего образования в РК за счет системного внедрения горизонтального обучения, основанного на передаче информации в личных контактах между обучающимися. Показано, что целенаправленная интенсификация горизонтального обучения способна обеспечить взрывной рост качества подготовки обучающихся, который можно рассматривать как аналог фазового перехода. На основе построенной ранее математической модели, проведены расчеты, оказывающие, что именно обмен информацией профессионального характера в личных контактах способен в значительной степени компенсировать недостатки, присущие вертикальному обучению (традиционные аудиторные занятия и т.д.). В явной форме получено уравнение, описывающее рассматриваемую систему для четырех уровней компетенции. Показано, что данное число уровней является минимальным для возникновения фазового перехода рассматриваемого типа.

**Ключевые слова:** горизонтальное обучение, высшее образование, стратегия чуда, фазовый переход, качество обучения, уровни компетенции.

*Аңдатпа*

*И.Э. Сулейменов<sup>1</sup>, Д.Б. Шалтыкова<sup>2</sup>, З.С. Тасбулатова<sup>1</sup>, Б.А. Урмашев<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы қ., Қазақстан,*

<sup>2</sup>*Ақпараттық және есептеу технологиялары институты, Алматы қ., Қазақстан,*

<sup>3</sup>*Атындағы Қазақ ұлттық университеті әл-Фараби, Алматы қ., Қазақстан*

## **ҚАЗАҚСТАН ЖОҒАРЫ МЕКТЕБІНДЕГІ «КЕРЕМЕТ СТРАТЕГИЯНЫ» ЖҮЗЕГЕ АСЫРУДА ГОРИЗОНТАЛЬ ОҚЫТУДЫҢ РӨЛІ**

Бұрын басталған зерттеулер студенттердің жеке байланыстарына ақпаратты беру негізінде көлденең оқытуды жүйелі енгізу есебінен Қазақстан Республикасында жоғары білімнің күрт өсуін қамтамасыз етуге болатындығын дәлелдейтін зерттеулер жалғасын тапты. Көлденең оқытуды мақсатты түрде күшейту студенттерді даярлау сапасының қарқынды өсуін қамтамасыз етуі мүмкін, бұл фазалық ауысудың аналогы ретінде қарастырылуы мүмкін. Бұрын құрастырылған математикалық модельге сүйене отырып, бұл вертикальды оқытуға (сыныптағы дәстүрлі іс-шаралар) тән кемшіліктерді едәуір өтей алатын жеке контактілердегі кәсіби ақпаратпен алмасу екенін көрсететін есептеулер жүргізілді. Қарастырылып отырған жүйені төрт құзыреттілік үшін сипаттайтын анықтама алынған. Қарастырылып отырған типтің фазалық ауысуы үшін деңгейлердің бұл саны минималды екендігі көрсетілген.

**Түйін сөздер:** көлденең білім, жоғары білім, ғажайып стратегия, фазалық ауысу, білім сапасы, құзыреттілік деңгейлері.

*Abstract*

## **ROLE OF HORIZONTAL LEARNING IN THE IMPLEMENTATION OF THE “MIRACLE STRATEGY” IN THE KAZAKHSTAN HIGHER SCHOOL**

*I.E. Suleimenov<sup>1</sup>, D.B. Shaltykova<sup>2</sup>, Z.S. Tasbulatova<sup>1</sup>, B.A. Urmashov<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Almaty University of Energy and Communications, Almaty, Kazakhstan,*

<sup>2</sup>*Institute of Information and Computing Technologies, Almaty, Kazakhstan,*

<sup>3</sup>*al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

Previously initiated studies have been continued, proving that it is possible to ensure an abrupt increase in the quality of higher education in the Republic of Kazakhstan due to the systematic introduction of horizontal training based on the transfer of information in personal contacts between students. It is shown that the targeted intensification of horizontal learning can provide explosive growth in the quality of training of students, which can be considered as an analogue of the phase transition. Based on the previously constructed mathematical model, calculations have been performed that show that it is the exchange of professional information in personal contacts that can largely compensate for the shortcomings inherent in vertical learning (traditional classroom activities, etc.). An equation is obtained in explicit form

that describes the system under consideration for four levels of competence. It is shown that this number of levels is minimal for the appearance of a phase transition of the type under consideration.

**Keywords:** horizontal education, higher education, miracle strategy, phase transition, quality of education, levels of competence.

Существует возможность обеспечить скачкообразный рост качества высшего образования в РК за счет системного внедрения горизонтального обучения. Его основой является обмен информацией научно-технического характера между обучающимися на неформальной основе. Показано, что при условии целенаправленной интенсификации такого обмена может иметь место взрывной рост уровня подготовки обучающихся, вовлеченных в научно-техническую деятельность. Была обоснована возможность реализации «стратегии чуда» в казахстанской высшей школе. Была построена математическая модель, доказывающая, что при достаточно высокой интенсивности горизонтального обучения (связанного с передачей информации профессионального характера в межличностных контактах), может иметь место взрывной рост качества обучения даже тогда, когда качество традиционных форм обучения (аудиторные занятия и т.д.) остается на низком уровне. Предложенная модель основывается на ранее проведенных исследованиях по фазовым переходам в сложных системах [1, 2], а также на существующих представлениях о характере и роли горизонтального обучения [3].

Модель учитывает фактор обмен информацией в межличностных контактах обеспечивает приращение знаний для обоих участников. Этот процесс можно отобразить уравнением, аналогичным уравнению химической реакции

$$[i] + [j] \rightarrow [i+1] + [j+1], \dots \dots \dots (1)$$

где  $[i]$  – обозначение обучающегося, достигшего  $i$ -того уровня информированности, а скорость процесса (1) описывается формулой

$$w_{ij} = w_0 \alpha^i \alpha^j N_i N_j, \quad (2)$$

где коэффициенты  $\alpha^i$  характеризуют способность отдельного узла вступать в дальнейшие взаимодействия,  $N^i$  есть число обучающихся, достигших  $i$ -того уровня компетентности,  $w_0$  – общий размерный множитель (характерная частота переходов между уровнями),  $w_{ij}$  – частота реакции (1),  $\alpha^0 = 1$ .

Динамика переходов между уровнями в рассматриваемой системе описывается уравнениями вида

$$\frac{dN_0}{dt} = -w_0 N_0 \sum_{j=0} \alpha^j N_j + v_1 N_1, \quad (3)$$

$$\frac{dN_k}{dt} = -w_0 \sum_{j=0} \alpha^j \alpha^k N_j N_k + w_0 \sum_{j=0} \alpha^j \alpha^{k-1} N_j N_{k-1} - v_k N_k + v_{k+1} N_{k+1}, \quad (4)$$

где  $v_k$  – частота обратных переходов с более высокого уровня на нижележащий, что соответствует потере информации (те сведения, которые обучающийся активно не использует, очень быстро забываются). Учет этого фактора является существенным, так как в современных условиях имеет место явное перенасыщение информацией.

Из (3), (4) вытекает, что должно выполняться условие сохранения полного числа элементов в системе

$$\sum_0 N_k = C. \quad (5)$$

В равновесном случае уравнения, заселенность каждого из уровней в системе описывается рекуррентными соотношениями вида

$$N_1 = G N_0, \quad (6)$$

$$N_{k+1} = \frac{1}{\lambda_{k+1}} (G(\alpha^k N_k - \alpha^{k-1} N_{k-1}) + \lambda_k N_k), \quad (7)$$

где  $\lambda_k = \frac{v_k}{v_1}$ ,  $k = 2, 3, \dots, K$ ,  $G = \frac{w_0}{v_1} \left( \sum_{j=0} \alpha^j N_j \right)$ .

Откуда, в частности, следует

$$N_2 = \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 N_0, N_3 = \frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 N_0. \quad (8)$$

Рассмотрим случай четырехуровневой системы, показав, что даже при минимальном числе уровней в системах, образующих связи могут иметь место фазовые переходы. Воспользуемся соотношением (5), имеем

$$C = \frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 N_0 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 N_0 + G N_0 + N_0. \quad (9)$$

Из полученного соотношения и выражений (8) можно получить уравнение на параметр  $G$ , описывающий поведение рассматриваемой системы. Имеем

$$G = \frac{w_0}{v_1} \left( N_0 + \alpha^1 G N_0 + \alpha^2 \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 N_0 \right). \quad (10)$$

Откуда

$$G \left( \frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 + G + 1 \right) = C \frac{w_0}{v_1} \left( 1 + \alpha^1 G + \alpha^2 \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 \right). \quad (11)$$

В уравнение (11) входит управляющий параметр  $q = C \frac{w_0}{v_1}$ , который можно интерпретировать как

приведенную численность обучающихся в системе. Отношение  $w_0/v_1$  при этом можно рассматривать как меру эффективности фиксации информации, получаемой в межличностных контактах. Действительно, величина  $w_0$  определяет скорость перехода первый уровень компетенции при контакте двух обучающихся, изначально находившихся на начальном уровне. Отношение  $w_0/v_1$  показывает, насколько эта величина превышает частоту потери получаемой информации  $v_1$ .

Заселённость нижнего уровня рассматриваемой системы выражается через параметр  $G$  как

$$\frac{N_0}{C} = \frac{1}{\frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 + G + 1}. \quad (12)$$

Заселенности остальных трех уровней выражаются через (12) по формулам (7). Это полностью завершает аналитическое описание рассматриваемой системы в стационарном случае, которое по существу сводится к решению алгебраического уравнения четвертого порядка (11).

Дифференциальные уравнения (3), (4), описывающие рассматриваемую систему в динамике, удобно привести к виду

$$\frac{dy_0}{dx} = -qf y_0 + y_1, \quad (13)$$

$$\frac{dy_1}{dx} = -qf(\alpha^{(1)} y_1 - y_0) - y_1 + \lambda_2 y_2, \quad (14)$$

$$\frac{dy_2}{dx} = -qf(\alpha^{(2)} y_2 - \alpha^{(1)} y_1) - \lambda_2 y_2 + \lambda_3 y_3, \quad (15)$$

где  $x = tv_1$  - приведенная переменная времени;  $y_j = \frac{N_j}{C}$ ,  $j = 0,1,2,3$  - приведенные заселенности уровней,  $f = G/q$  - приведенная интенсивность информационного воздействия.

Записанная система содержит только три дифференциальных уравнения, так как в силу (6) имеет место

$$y_3 = 1 - y_0 - y_1 - y_2 \quad (16)$$

Примеры зависимостей заселенностей всех четырех уровней рассматриваемой системы от приведенной численности обучающихся  $q$  показаны на рис. 1 – рис. 6.

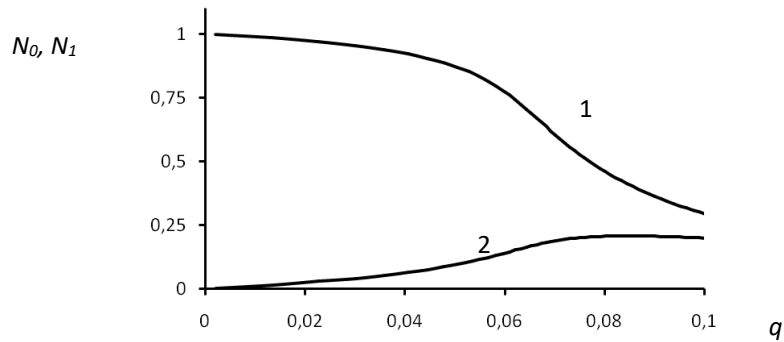


Рис. 1. Зависимости заселенности уровней 0 (кривая 1) и 1 (кривая 2) от приведенной численности обучающихся  $q$ ;  $\alpha^1 = 10$ ,  $\alpha^2 = 10$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 50$ .

Представленные рисунки отчетливо показывают, что в рассматриваемой системе действительно могут иметь место аналоги фазовых переходов: при малых значениях параметра  $\alpha^{(2)}$  рост заселенности верхнего уровня по мере увеличения числа обучающихся в системе носит монотонный характер. При больших значениях  $\alpha^{(2)}$  рассматриваемые зависимости становятся скачкообразными.

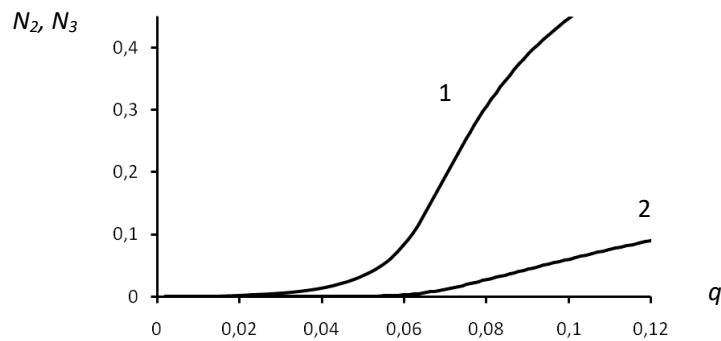


Рис. 2. Зависимости заселенности уровней 2 (кривая 1) и 3 (кривая 2) от приведенной численности обучающихся  $q$ ;  $\alpha^{(1)} = 10$ ,  $\alpha^{(2)} = 10$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 50$ .

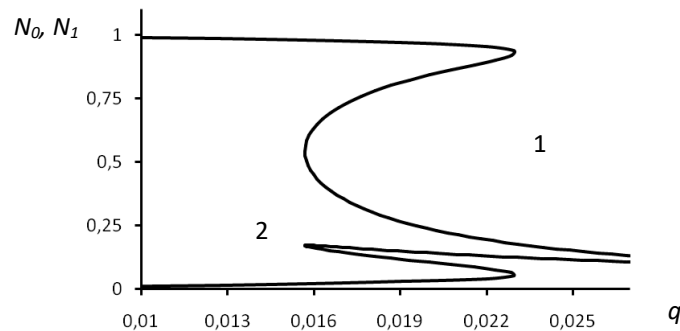


Рис. 3. Зависимости заселенности уровней 0 (кривая 1) и 1 (кривая 2) от приведенной численности обучающихся  $q$ ;  $\alpha^{(1)} = 10$ ,  $\alpha^{(2)} = 100$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 50$ .

Полученные результаты показывают особую роль параметра  $\alpha^{(2)}$  для рассматриваемой системы. Именно его увеличение способно кардинально изменить ее поведение, что допускает прозрачную интерпретацию. «Слабое» обучение, отвечающее переходам на сравнительно низкие уровни компетенции, не может существенно повлиять на проявления фактора горизонтального обучения.



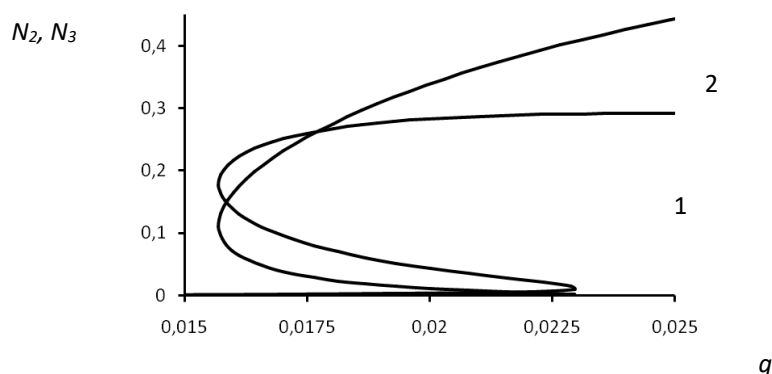


Рис.4. Зависимости заселенности уровней 2 (кривая 1) и 3 (кривая 2) от приведенной численности обучающихся  $q$ ;  $\alpha^{(1)} = 10$ ,  $\alpha^{(2)} = 100$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 50$ .

Студенты и магистранты, которые мало интересуются наукой, не будут обсуждать соответствующие вопросы в неформальном общении. Соответственно, фиксации первичной информации, получаемой в межличностных контактах, не будет иметь место, так как переход на еще более высокие компетенции практически не имеет места (этот случай отвечает малым значениям  $\alpha^{(2)}$ ).

Напротив, при больших значениях  $\alpha^{(2)}$  первичная информация, получаемая в неформальном общении, оказывается зафиксированной, так как с высокой вероятностью имеет место переход на более высокий уровень системы. Это приводит к появлению аналога фазового перехода, при котором заселенность верхнего уровня системы скачкообразно изменяется от минимального до максимального значения, причем чем выше значение  $\alpha^{(2)}$ , тем более выраженным становится фазовый переход.

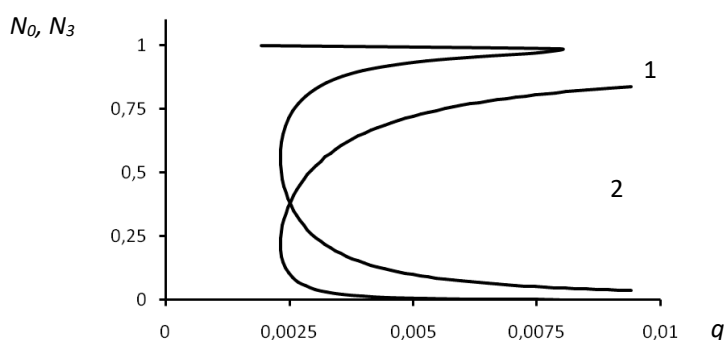


Рис.5. Зависимости заселенности уровней 0 (кривая 1) и 3 (кривая 2) от приведенной численности обучающихся  $q$ ;  $\alpha^{(1)} = 10$ ,  $\alpha^{(2)} = 1000$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 100$ .

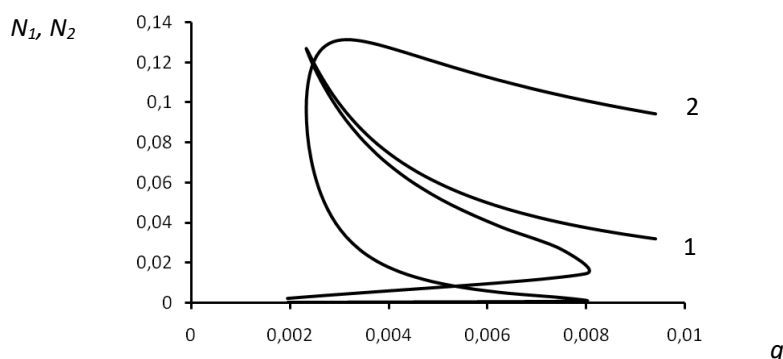


Рис.6. Зависимости заселенности уровней 1 (кривая 1) и 2 (кривая 2) от приведенной численности обучающихся  $q$ ;  $\alpha^{(1)} = 10$ ,  $\alpha^{(2)} = 1000$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 100$ .

Данный фазовый переход, что существенно, сопровождается эффектами фазового расслоения. А именно, в той области, где фазовый переход имеет место (область больших  $\alpha^{(2)}$ ), близкой к нулю

становится, в том числе, и заселенность промежуточных уровней, что и дает основания говорить о «стратегии чуда».

Подчеркнем, что именно для демонстрации фактов такого рода в данной работе внимание было сконцентрировано именно на системе, содержащей 4 уровня компетентности. Большое число уровней не позволяет получить наглядные результаты, а при меньшем числе уровней не проявляются эффекты выраженного фазового расслоения: нет возможности показать, что при эффективном функционировании формальных и, главное, неформальных институций, стимулирующих горизонтальное обучение, из системы уходят «среднячки», представляющие на сегодняшний день основной сдерживающий фактор для инновационного прорыва в РК.

На рис.7 – рис.11 представлены примеры численного решения уравнений (13) – (15), описывающих динамику заселенности уровней рассматриваемой системы.

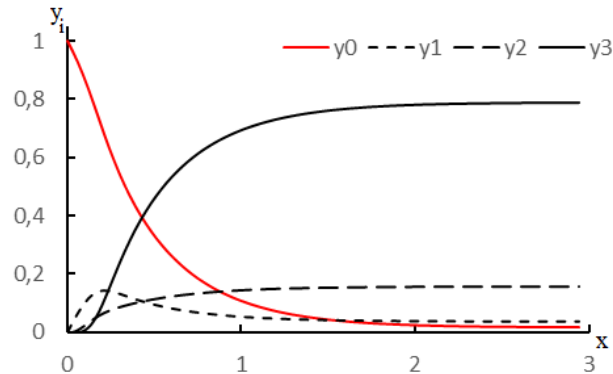


Рис. 7. Зависимость приведенной заселенности уровней рассматриваемой системы  $(y_0, y_1, y_2, y_3)$  от приведенного параметра времени  $x$  при  $\alpha^{(1)} = 5$ ,  $\alpha^{(2)} = 12$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 5$ ,  $q = 1,2$ .

Все примеры, представленные на рис. 7 – рис. 11 относятся к одним и тем же значениям управляющих параметров за исключением приведенного числа элементов системы  $q$ , которая изменяется от значения 1,2 (рис.7) до значения 0,1 (рис.11). При решении рассматриваемой системы дифференциальных уравнений во всех случаях использовались естественные начальные условия, т.е. приведенная заселенность низшего уровня предполагалась равной единице, а все остальных – нулю.

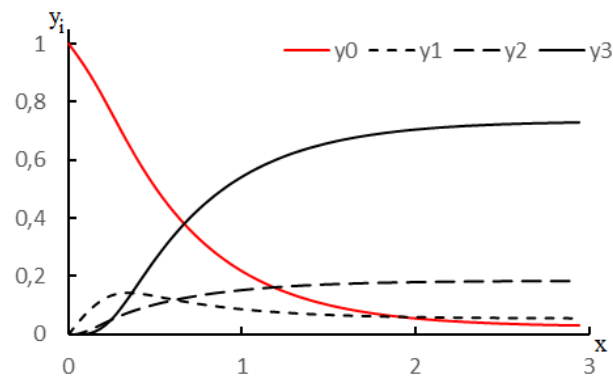


Рис. 8. Зависимость приведенной заселенности уровней рассматриваемой системы  $(y_0, y_1, y_2, y_3)$  от приведенного параметра времени  $x$  при  $\alpha^{(1)} = 5$ ,  $\alpha^{(2)} = 12$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 5$ ,  $q = 0,8$ .

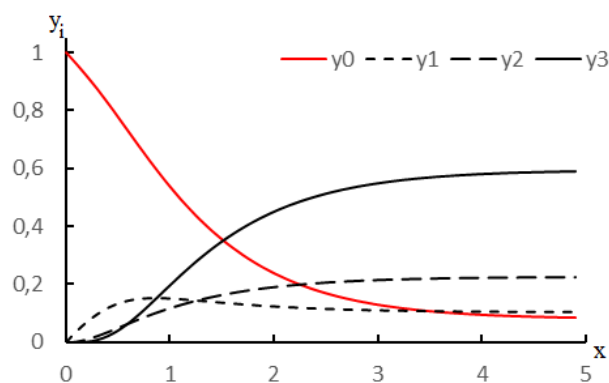


Рис. 9. Зависимость приведенной заселенности уровней рассматриваемой системы ( $y_0, y_1, y_2, y_3$ ) от приведенного параметра времени  $x$  при  $\alpha^{(1)} = 5, \alpha^{(2)} = 12, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5, q = 0,4$ .

Видно, что приведенная численность  $q$  самым существенным образом влияет на характер поведения системы, что подтверждает сделанные выше выводы. А именно, только при относительно больших значениях  $q$  заселенность верхнего уровня системы может стать достаточно большой. С уменьшением  $q$  происходит достаточно быстрый переход к ситуации, когда практически все элементы системы остаются на низшем уровне.

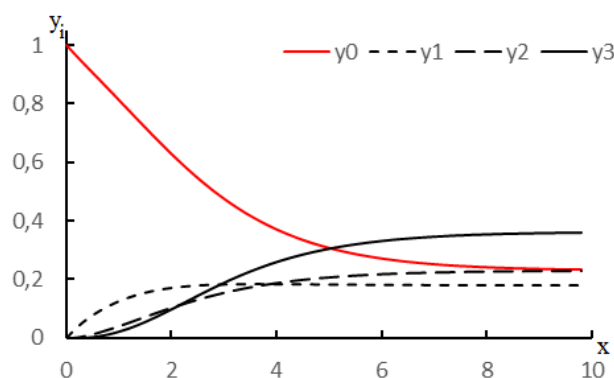


Рис. 10. Зависимость приведенной заселенности уровней рассматриваемой системы ( $y_0, y_1, y_2, y_3$ ) от приведенного параметра времени  $x$  при  $\alpha^{(1)} = 5, \alpha^{(2)} = 12, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5, q = 0,2$ .

Полученные решения также показывают, что заселение верхнего уровня рассматриваемой системы имеет место с выраженной временной задержкой; кривая описывающая динамику заселения верхнего уровня имеет точку перегиба. В отличие от нее, кривая описывающая убыль заселенность низшего уровня, близка к кривой экспоненциального распада, что позволяет использовать такой параметр как изменение характерного времени системы. Проведенные расчеты позволяют видеть, что данное характерное время также резко уменьшается по мере роста приведенной численности  $q$ .

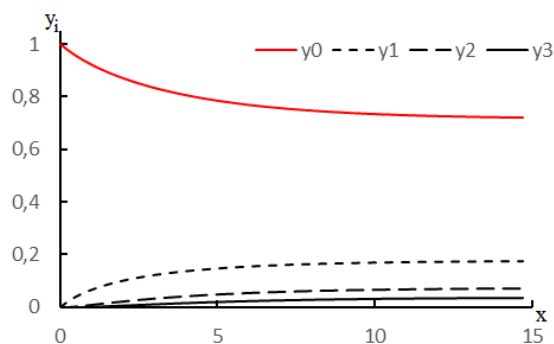


Рис. 11. Зависимость приведенной заселенности уровней рассматриваемой системы ( $y_0, y_1, y_2, y_3$ ) от приведенного параметра времени  $x$  при  $\alpha^{(1)} = 5, \alpha^{(2)} = 12, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5, q = 0,1$ .

Таким образом, проведенные модельные расчеты подтверждают точку зрения, отраженную в [1]. Для обеспечения прорывного развития инноваций и науки в РК, в первую очередь, требуется повышение коммуникационной связности научно-образовательного пространства. Этот же фактор вполне способен обеспечить скачкообразный рост качества высшего образования даже при низком уровне традиционных форм учебного процесса.

*Список использованной литературы:*

- 1 Suleimenov, I., Shaltykova, D., Obukhova, P., Stentsova, A., & Suleymenova, K. *Quantitative theory of effectiveness of highest education: role of interpersonal communications //European Journal of Educational Sciences (EJES)*. – 2014. – p. 171 - 180
- 2 Suleimenov, I. E., Mun, G. A., Panchenko, S. V., Tasbulatova, Z., & Nurtazin, A. (2017). *Phase Transitions in Communication Networks with Limited Elements of Valence. International Journal of Information and Electronics Engineering*, 7(3), 113-118.
- 3 Boud, D., & Lee, A. (2005). 'Peer learning' as pedagogic discourse for research education. *Studies in Higher Education*, 30(5), 501-516.

МРПТИ 27.01.45  
УДК 372.51.016

## FORMING OF THE CONTENTS OF A PROFESSIONALLY ORIENTED COURSE OF THE THEORY OF PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS IN A MILITARY INSTITUTION

Sydykhov B.D.<sup>1</sup>, Sapazhanov Y.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup> Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan

### *Abstract*

The paper discusses the features of the formation of the content of a professionally directed course of higher mathematics in a military university. It is important for cadets from the very first days of study at a military university to see the relationship of the studied disciplines with future professional activities. Systematic use of concepts, laws, ideas, and models related to specialty in teaching mathematical disciplines and a post handed illustration of mathematical. With this approach, cadets will be involved in the field of professional culture at the initial stage of training; therefore, fixing in the standards of the applied orientation of the course of mathematical disciplines is an important step towards improving the quality of training. The analysis of didactic and psychological-pedagogical aspects of the methodology for studying applied elements of higher mathematics in the process of training specialists in the field of "Protection of State Secrets" and "Air defence" showed that its implementation can qualitatively improve all the components of the process of teaching higher mathematics at a military institution. Thus, we came to the conclusion that it is necessary to create an educational and methodological complex in "Probability Theory and Mathematical Statistics" course.

**Keywords:** teaching higher mathematics, applied orientation, professional competence, educational complex, future.

### *Аңдатпа*

Б.Д. Сыдыхов<sup>1</sup>, Е. Сапажанов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup> Сулейман Демирель университеті, Қаскелең қ., Қазақстан

## ӘСКЕРИ ЖОО-ДА КӘСІБИ БАҒЫТТАЛҒАН БЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ МЕН МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТАТИСТИКА КУРСЫНЫҢ МАЗМҰНЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ

Еңбекте әскери жоғары оқу орындарында кәсіби бағытталған жоғары математика курсының мазмұнын қалыптастыру ерекшеліктері қарастырылады. Алғашқы кезеңнен бастап курсанттар үшін әскери институтта оқытылатын пәндердің болашақ кәсіби қызметімен байланысын көруі өте қажет. Математикалық пәндерді оқытуда мамандыққа байланысты ұғымдарды, заңдарды, идеяларды, модельдерді жүйелі қолдану арқылы «компьютерлік қауіпсіздіктің теориялық негіздері», «компьютерлік жүйелердегі ақпаратты қорғау» т.б. кәсіби пәндерді оқытуда математикалық материалдарды үнемі мысалдармен сипаттау маңызды болып табылады.

Курсанттарды бастапқы кезеңінен кәсіби бағыт саласына осылайша баулу, математикалық пәндерді кәсіби бағыт стандарттарына байланысты оқыту арқылы мамандарды даярлау, кәсіби бағыттың сапасын арттырудағы жетекші кадам болып табылады. Әскери жоғары оқу орнындарында, математиканың қолданбалы дидактикалық элементтерін зерттеу және психологиялық-педагогикалық аспектілерін талдау барысында, «Мемлекеттік құпияларды қорғау» және «Әуе қорғанысы» мамандарын даярлау процесінде жоғары математиканы кәсіби бағытта оқытудың барлық компоненттерінің сапасын жақсарту алатындығын көрсетті. Сол себепті әскери мамандықтарға сай кәсіби бағдар бойынша «Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика» пәніне арналған оқу кешенін құру қажеттілігіне алып келеді.

**Түйін сөздер:** жоғары математиканы оқыту, қолданбалы бағыттылық, кәсіби құзыреттілік, оқу-әдістемелік кешен, болашақ әскери мамандар, ұйымдастыру формалары, әдістер мен оқыту құралдары.

*Аннотация*

*Б.Д. Сыдыхов<sup>1</sup>, Е. Сапажанов<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан,*

*<sup>2</sup> Университет Сулейман Демиреля, г. Каскелен, Қазақстан*

**ФОРМИРОВАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНО НАПРАВЛЕННОГО КУРСА ТЕОРИИ  
ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ВОЕННОМ ВУЗЕ**

В работе рассматриваются особенности формирования содержания профессионально направленного курса высшей математики в военном вузе. Для курсантов важно уже с первых дней учебы в военном вузе видеть взаимосвязь изучаемых дисциплин с будущей профессиональной деятельностью. Систематическое использование в обучении математическим дисциплинам понятий, законов, идей, моделей и задач, связанных со специальностью, постоянная иллюстрация математического материала приложениями из «теоретических основ компьютерной безопасности», «защиты информации в компьютерных системах» и т.д. При таком подходе курсанты уже на начальном этапе обучения вовлекаются в сферу профессиональной направленности, поэтому закрепление в стандартах прикладной направленности курса математических дисциплин является важным шагом на пути к повышению качества подготовки специалистов. Анализ дидактических и психолого-педагогических аспектов методики изучения прикладных элементов высшей математики в процессе обучения специалистов в области информационной безопасности и противовоздушной обороны показал, что ее внедрение способно качественно повысить все компоненты процесса обучения высшей математике в вузе. Таким образом, это приводит к выводу о необходимости создания учебно-методического комплекса по предмету «Теория вероятностей и математической статистики» направленного для военных специальностей.

**Ключевые слова:** обучения высшей математике, прикладная направленность, профессиональная компетентность, учебно-методическая комплекс, будущие военные специалисты, организационные формы, методы и средства обучения.

Mathematics is an important element of human culture. It is becoming increasingly significant in various fields and spheres of human activity, especially in science and modern production. Most of the course in higher mathematics has a direct application in practice, and is the basis for the study of general professional and special disciplines. Therefore, the quality of professionally oriented mathematical knowledge of students should be at a high level. The goals and objectives of education, according to V. V. Davydov, are "in the unity of training and education, the formation of knowledge as beliefs... inculcating the ability to navigate knowledge independently and apply their in practice" [1]

In modern didactics, there are three main goals of teaching mathematics: practical, educational and educational. The importance of practical goals is obvious: students need to master the competence for life in modern society, in such a volume that would allow them to adapt to the rapidly changing conditions of production and life. The educational goals of teaching mathematics are no less important, graduates of military universities should have a sufficiently high level of mathematical culture, i.e. holistic and systemic knowledge about the structure of mathematics as a science used in other sciences, production and life. Currently, a military university, focusing on modern achievements and the needs of various branches of human activity, must meet the needs of tomorrow and provide a graduate with an educational base sufficient to take into account retraining and advanced training for his whole life. By the quality of specialist training, we understand the degree to which their level meets the requirements of the professional environment and the educational standard as an obligatory state norm. The market system, the educational demand of the population, and competition between educational institutions sharply raised the level of professional requirements for specialists, which necessitated the need for each educational institution to adjust the mechanism for managing the educational process so that it ensures the coordination of the population's requests, the quality of educational services provided, the quality of graduates and financial costs of their education [2].

The pedagogical standard of education sets the qualification level of the graduate and their professional qualities. The author sees the quality of professional education in the development of professional competence, which is understood as a personality-humanistic orientation. The ability to systematic vision of pedagogical reality and systemic action in a professionally pedagogical situation, orientation in the pedagogical field, in possession of modern pedagogical technologies related to cultural communication, the ability to integrate with domestic, foreign, historical and innovative experience, creativity in the professional field, availability reflective culture [3].

For a specific assessment of the quality of education, it is necessary to consider narrowing it to an assessment of the quality of knowledge, which can be used to evaluate the quality of education.

Many educators divide the quality of knowledge into three groups:

1. subject-substantive;
2. substantive and active;
3. substantive and personal [4, 5, 6].

Analyzing the presented classifications of the quality of knowledge, we highlight especially such parameters as completeness, assimilation, depth, systematicity, awareness, automation, difficulty and strength. It is these characteristics that are most often tested and evaluated in the learning progress, some of which we will take into account later in the experimental work.

The most important quality management tool is the educational standard of higher professional education in the specialties "Protection of State Secrets" and "Air Defence". In this standard, mathematical educational disciplines are assigned to the cycle "Natural sciences". The educational subjects of this unit, being basic for future specialists in the field of information protection and air defence, are designed to ensure the cadet's entry into professional culture as a systemic whole in the context of active educational activity [7].

Mathematical disciplines are studied at I - IV semesters, as a rule, without focus on a specialty. Many teachers believe that since professional disciplines at this time have not yet been included in the curriculum or are just beginning to be considered by students, therefore, teaching higher mathematics should be "classical", and applied sections should be studied separately in senior courses. Obviously, with such an organization of training, integration skills in transferring knowledge of one science to another and the ability to compose and analyze mathematical models of information phenomena and processes turn out to be insufficiently formed.

Insufficient use of the mathematical apparatus in applied problems, which indicates the average level of mathematical readiness of future graduates for professional activities. It should be noted that cadets of the specialty "Protection of State Secrets" and "Air Defence" use statistics elements in their work more often than students of other specialties. At the same time, it should be noted that the applied character in the specialty is not used enough. As for the information culture of future information protection specialists, it is at a high level [8].

The study indicates that some of the cadets, having become graduates, will not acquire the necessary skills for independent research work, and they will have difficulty in the need for the rational use of mathematical methods and models, and without it the high-quality work of a specialist in information protection is impossible today. Thus, the bulk of the graduates will be specialists at the level of performers, which does not meet the requirements of the standards and the modern model of information security specialist.

Education in higher mathematics should be continuous throughout the entire period of study at a military university and focused on the formation of professional competence, i.e. should include:

- basic course in Probability Theory and Mathematical Statistics with mandatory consideration of applied problems;
- computer workshop on mathematical modelling, which can be carried out both within the framework of the statistics course, and independently as a discipline of the university component;
- the study of individual applied mathematical methods in the framework of electives or courses for the choice of students, with their subsequent application in course and diploma design.

An analysis of the didactic and psychological-pedagogical aspects of the methodology for studying the applied elements of higher mathematics in the process of training specialists in the field of information security showed that its implementation can qualitatively improve all the components of the process of teaching higher mathematics at a university. Thus, we came to the conclusion about the need to create a training complex.

For cadets studying in the specialty "Protection of State Secrets" and "Air Defence", we developed an educational and methodological complex "Probability Theory and Mathematical Statistics" for the training of specialists, which can be used by students of other specialties.

*The main objectives of the educational complex:*

1. Lay the foundations of the students' scientific worldview and gain an understanding of the integral role of the discipline "Probability Theory and Mathematical Statistics" in other disciplines.
2. To expand the possibilities of the applied orientation of teaching higher mathematics, i.e. to help students learn mathematical theory in unity with its applied aspects.
3. To teach students to build mathematical models for solving applied problems, to lay the foundations of computer modelling.

Teaching the discipline "Probability Theory and Mathematical Statistics" aims to fundamentalize the education of cadets, the formation of their scientific worldview and the development of systemic thinking. The knowledge and practical skills acquired during the study of the discipline are used by students in the study of general professional and special disciplines, as well as in the implementation of term papers and dissertations.

*Course objectives:*

1. teaching students the basic methods of probability theory and mathematical statistics;
2. the formation of their skills in constructing and studying probabilistic models of real processes and phenomena;
3. expanding the interdisciplinary horizons of students;
4. facilitating the assimilation by students of mathematical theory in unity with its applied aspects.

*Course requirements*

As a result of studying the discipline, students should

*have an idea of:*

- the importance of probability theory and mathematical statistics, their place in the system of fundamental sciences and their role in solving practical and applied problems;
- the history of development and modern trends in probability theory and mathematical statistics;
- methodological issues of probability theory and mathematical statistics;

*know:*

- axiomatic and basic concepts of probability theory;
- basic methods of the theory of random processes;
- basic concepts and tasks of mathematical statistics;

*be able to:*

- apply standard methods and models to solving typical probabilistic and statistical problems;
- use calculation formulas, tables, graphs when solving statistical problems;

*have skills to:*

- use computer application libraries for solving probabilistic and statistical problems.

Checking the status of competencies obtained in the process of studying the materials of this course is carried out regularly during the entire educational process. By their types, the control of knowledge of students is divided into preliminary, current, milestone and final. When assessing applied knowledge, the main qualitative characteristics of mastering educational material are taken into account.

These include:

- the correctness and completeness of knowledge, which are manifested in the mastery of the applied content of the training content;
- awareness and strength of knowledge, which are manifested in the understanding of the dependencies and patterns of mathematical material and the willingness to use it to learn new applied knowledge;
- independence of assimilation, which is manifested in the application of the studied knowledge, in the ability to independently use various sources of information to replenish applied knowledge.

A feature of the compiled program is its professional orientation, when not only theoretical aspects of the problems studied are given, but their computer processing in the form of classes on computer simulation.

The implementation of this program was carried out on the basis of the developed educational methodological complex, which made it possible to combine all the issues studied in a single software environment.

As a rule, all students know the numerical characteristics of discrete random variables (expectation, variance, standard deviation, etc.), but not all of them are aware of using them in the classroom to calculate a quantitative risk assessment.

**Example 1 (for speciality "Air defence"):** according to the K, A can use Gamma type air defence equipment with a probability of 80% to strengthen his area and an Alpha type air defence weapon with a 20% probability. Gamma type air defence systems will repel an enemy attack with a probability of 40%, and Alpha

air defence systems will repulse this attack with a probability of 80%. The intelligence of K reported that B attacked positions of A, but to no avail. Are assumptions of K about the type of air defence systems established by enemy A changing?

In this case, the random variable X may take the value

$H_1$  – "Gamma type air defense systems are installed"

$H_2$  – "Alpha type air defense systems are installed"

Let's designate event E

E – "attack of the opponent B, on the strengthened area A will be repulsed"

Moreover, by the condition of the problem

$$P(H_1) = \frac{4}{5}; P(H_2) = \frac{1}{5}; P(E|H_2) = 0.4; P(E|H_1) = 0.8$$

By the formula of probability, we obtain

$$P(E) = P(H_1) \cdot P(D|H_1) + P(H_2) \cdot P(D|H_2) = 0.8 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.8 = 0.48$$

According to the Bayesian formulas, we recalculate the probabilities of hypotheses  $H_1$  and  $H_2$ , provided that event E.

$$P(H_1|E) = \frac{P(H_1) \cdot P(D|H_1)}{P(E)} = \frac{0.32}{0.48} = \frac{2}{3}; P(H_2|E) = \frac{P(H_2) \cdot P(D|H_2)}{P(E)} = \frac{0.16}{0.48} = \frac{1}{3}$$

So, taking into account additional information, K should assume that the probability of presence of Alpha type air defence weapon will be 1/3 not 1/5, as before.

**Example 2 (for speciality «Protection of State Secrets»):** As a result of checking 4 archival centers, it was revealed that every center has an information leak every year for some reason. It is necessary to calculate a quantitative risk assessment of the total loss of information in each center over 5 years. Compare the resulting estimate with an acceptable loss threshold of 15%. Validation data presented in the table for 5 years.

| Validation data |      |      |      |      |      |
|-----------------|------|------|------|------|------|
|                 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
| ■ Center 1      | 19   | 21   | 15   | 25   | 23   |
| ■ Center 2      | 12   | 18   | 16   | 28   | 5    |
| ■ Center 3      | 8    | 25   | 15   | 37   | 26   |
| ■ Center 4      | 12   | 25   | 9    | 42   | 25   |

Let's make a calculation for the archive center 1: In this case, the random variable X can take values (19,21; 15; 25; 23) whose probability is  $p = 0.2$ .

Then the mathematical expectation  $M(X)$  of the random variable X is determined by the equality

$$M(X) = (19 + 21 + 15 + 25 + 23) \cdot 0.2 = 20.6$$

Now it is possible to estimate the variance of the possible values of the random variable around its average value. The larger the standard deviation, the greater the spread of the possible result, and, therefore, the higher the entrepreneurial risk of information leakage. This value is determined by the formula:  $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ , where  $D(X)$ - variance, which in turn is calculated by the formula:  $D(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - M(X))^2 \cdot p_i$

In this case  $D(X) = 11,84$ ,  $\sigma(X) = 3,44$ .

After calculating the standard deviation for each random variable, it is necessary to analyze the results: making transactions is less risky with those centers where the spread of the result is minimal. In the case when it is necessary to compare two or more options of transactions with different expected results and different risks, the indicator, called the coefficient of variation, is of particular interest. The risk will be minimal in the case where the coefficient takes the smallest value:  $V = \frac{\sigma(X)}{M(X)} * 100$

In this task, for a archive center 1:  $V = 16,7\%$

As a result, the cadet incorrectly solves certain problems of this type or is not aware of applying the known solution method to them. The reason for this is that the number of training exercises for the study of this topic did not include applied tasks. To eliminate this, it is necessary to include applied tasks in the system of training tasks. The results of the experimental verification of the effectiveness of the proposed methodology for implementing the applied orientation of teaching higher mathematics (based on the material of the discipline "Probability Theory and Mathematical Statistics") showed:



- The developed program for the implementation of the applied orientation of teaching probability theory and mathematical statistics forms the applied competencies of cadets.

- A computer workshop allows students to visually see the connection of higher mathematics with their specialities, as well as evaluate the significant advantages of using computer technology in solving mathematical and professional problems.

- During the assignment, students gain experience in research work, namely planning, forecasting, building analytical models, and processing experimental results.

All this leads to increased interest among students, both in mathematical disciplines and in general professional and special disciplines, which ultimately positively affects the formation of professional competence of a future information protection specialist. Thus, to train highly qualified, competitive specialists who are able to compile and analyze mathematical models of information processes and phenomena, it is necessary to use the developed methodology for the implementation of the applied orientation of teaching higher mathematics, taking into account the contents of a professionally oriented course, probability theory and mathematical statistics in a military university.

#### References

1 Давыдов В.В. и Репкин В.В., *Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования*, Москва: Педагогика, 1986, pp. 170-178.

2 Bakker S., "Educational assessment in the Russian Federation," *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, vol. 6, no. 2, pp. 291-303, 1999.

3 Rust C., Price M. and O'Donovan B., "Improving students' learning by developing their understanding of assessment criteria and processes," *Assessment & Evaluation in Higher Education*, vol. 28, no. 2, pp. 147-164, 2003.

4 Кулибаба И. И., Красновский Е. А. и Согоян Т. Л., "Проблемы и методы исследования качественных и количественных характеристик знаний, умений и навыков учащихся," in *Дидактический анализ качества знаний учащихся*, Москва, 1976.

5 Burkhalter N. and Shegebayev M. R., "Critical thinking as culture: Teaching post-Soviet teachers in Kazakhstan," *International Review of Education*, vol. 58, pp. 55-72, 2012.

6 Rowland T., "The knowledge quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge," *Sisyphus-Journal of Education*, vol. 1, no. 3, pp. 15-43, 2013.

7 Волошина М., *Профессиональная инкультурация в образовании: Монография*, Новокузнецк: ИПК, 2001.

8 Сыдықов Б.Д., Сапажанов Е. Әскери жоғары оқу орнында математиканы кәсіби бағытта оқытудың теориялық ерекшеліктері. // *Хабаршы. «Физика-математика ғылымдары» сериясы*. -№4(60), Абай атындағы ҚазҰПУ. Алматы, 2017. –Б.95-100.

МРНТИ 27.41.41

УДК 519.6

Н.М. Темирбеков<sup>1</sup>, Ж.Р. Жаксылыкова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальная Инженерная академия Республики Казахстан, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

### ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД ДЛЯ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

#### Аннотация

В случаях, когда невозможно аналитически решить заданную сложную математическую задачу мы прибегаем к численным методам решения. В настоящее время решаются сложные научно - технические проблемы с использованием численных методов. Результат, получаемый при численном решении, зависит и от эффективности выбранного метода. Эффективность метода влияет на высокую точность результата, меньшее количество итерации в расчете, высокую скорость расчетов и т. д. В работе рассмотрены зависимые от одной переменной граничные задачи, в решении которых были использованы вариационные методы построения разностных уравнений (метод Рунге) и вариационные методы построения итерационных алгоритмов (метод сопряженных градиентов). В статье представлены результаты и погрешности вычислений, полученные при решении выбранной задачи вариационным методом, в виде рисунка и таблицы. Исходя из полученного результата, мы убедились, что вариационный метод, использованный при решении выбранной задачи, эффективен.

**Ключевые слова:** Задача Дирихле, разностная схема, метод Рунге, метод сопряженных градиентов.

Аңдатпа

Н.М. Темірбеков<sup>1</sup>, Ж.Р. Жақсылықова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ҚР Ұлттық Инженерлік академиясы, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

### ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШҮГЕ АРНАЛҒАН ВАРИАЦИЯЛЫҚ ӘДІС

Әдетте, біз берілген күрделі математикалық есептерді аналитикалық жолмен шешу мүмкін болмаған жағдайларда сандық шешу әдістеріне жүгінеміз. Қазіргі таңда сандық әдістерді қолдану арқылы күрделі ғылыми - техникалық мәселелер шешіліп жатыр. Сандық шешу барысында алынатын нәтиже таңдалған әдістің тиімділігіне де байланысты. Себебі, әдіс тиімділігі нәтиженің жоғары дәлдігіне, санаудағы итерация санының аз болуына, есептеу жылдамдығының жоғарылығына және тағы басқаларға әсер етеді. Бұл жұмыста бір айнымалыдан тәуелді шеттік есеп қарастырылып, оны шешуде айырымдық теңдеулерді құрудың вариациялық әдістері (Ритц әдісі) және итерациялық алгоритмдерді құрудың вариациялық әдістері (түйіндес градиенттер әдісі) қолданылды. Мақалада таңдалған есепті вариациялық әдіспен шешу барысындағы алынған нәтижелер мен есептеу қателіктері сурет және кесте түрінде көрсетілген. Алынған нәтижеге сүйене отырып, таңдалған есепті шешуде қолданылған вариациялық әдістің тиімді екендігіне көз жеткіземіз.

**Түйін сөздер:** Дирихле есебі, айырымдық схема, Ритц әдісі, түйіндес градиенттер әдісі.

Abstract

### VARIATIONAL METHOD FOR SOLVING BOUNDARY VALUE PROBLEMS

Temirbekov N.M.<sup>1</sup>, Zhaksylykova Zh.R.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Engineering Academy of RK, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

Usually, where it is analytically impossible to solve a given complex mathematical problem, we use numerical methods of solution. Currently, complex scientific and technical problems are solved using numerical methods. The result obtained by numerical solution depends on the effectiveness of the chosen method. The effectiveness of the method affects the high accuracy of the result, less iteration in the calculation, high speed of calculations, etc. In this paper considered one variable dependent boundary value problem, which in solution is used the variation methods for building difference equations (method of Ritz) and variation methods for building iterative algorithms conjugate gradient method). The article presents the results and calculation errors obtained by solving the selected problem by the variation method in the form of a figure and table. Based on the obtained result, we were convinced that the variation method used to solve the selected problem is effective.

**Keywords:** Dirichlet problem, difference scheme, Ritz method, conjugate gradient method.

Нахождение в аналитическом виде решения задач математической физики сопряжено со значительными математическими трудностями. Известные результаты относятся только к простейшим случаям. В остальных случаях используются разные численные методы приближенного решения. В работе рассматривается краевая задача второго порядка. При решении:

1) для построения разностных уравнений был применен вариационный метод, предложенный в 1908 году немецким математиком В. Ритцем, который называется методом Ритца [1-3].

Найденное этим методом решение  $u_n(x)$  при некоторых условиях, стремится к точному решению  $u(x)$ , когда  $n \rightarrow \infty$ . Вопросы сходимости решений, получаемых методом Ритца, рассматриваются в многочисленных работах и монографиях.

2) Для построения итерационных алгоритмов был применен метод сопряженных градиентов [4-5], который среди известных итерационных методов, используемых для решения систем линейных алгебраических уравнений, выделяется своей эффективностью.

Приведены примеры расчетов для модельных задач. Результаты вычислительного эксперимента демонстрируют высокую эффективность предлагаемого итерационного метода.

#### 1. Рассмотрим функционал

$$J(u) = \int_{x_0}^{x_1} \pi(x, u, u') dx \quad (1.1)$$

где  $\pi = \pi(x, u, u')$  - заданная функция, непрерывная вместе со своими производными до второго порядка включительно.

Функция  $u(x)$  непрерывна и на концах отрезка  $[x_0, x_1]$  принимает заданные значения

$$u(x_0) = u_0, \quad u(x_1) = u_1 \quad (1.2)$$

Определим  $\varepsilon$  - окрестность функции  $u = u(x)$  как семейство функций  $u_\varepsilon(x)$  удовлетворяющих на всём отрезке  $[x_0, x_1]$  неравенству

$$|u_\varepsilon(x) - u(x)| \leq \varepsilon \quad (1.3)$$

Задача ставится таким образом: среди всех функций, лежащих в  $\varepsilon$  - окрестности, имеющих непрерывную производную и удовлетворяющих условиям (1.2) найти ту функцию, которая доставляет экстремум (минимум) функционалу  $J(u)$ . Рассмотрим функцию  $\omega(x)$ , удовлетворяющую условиям

$$\omega(x_0) = \omega(x_1) = 0 \quad (1.4)$$

Построим, далее, новую функцию  $u_\varepsilon(x) = u(x) + \varepsilon \cdot \omega(x)$  где  $\varepsilon$  - малый параметр. Подставив эту функцию в (1.1), получим

$$J(u_\varepsilon) = \int_{x_0}^{x_1} \pi(x, u(x) + \varepsilon \cdot \omega(x), u'(x) + \varepsilon \cdot \omega'(x)) dx$$

Будем рассматривать  $J(u_\varepsilon)$  как функцию от параметра  $\varepsilon$ :  $J(u_\varepsilon) = \Phi(\varepsilon)$ . Первой вариацией функционала  $J$  будет производная от функции  $\Phi(\varepsilon)$  в точке  $\varepsilon = 0$ :  $\delta J(u) = \left. \frac{d\Phi}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}$ , а вторая вариация

$\delta^2 J$  функционала  $J$  определяется как вторая производная функции  $\Phi(\varepsilon)$  в точке  $\varepsilon = 0$ :

$\delta^2 J(u) = \left. \frac{d^2\Phi}{d\varepsilon^2} \right|_{\varepsilon=0}$ . Используя вид функционала (1.1) находим  $\delta J$  и  $\delta^2 J$ :

$$\delta J = \int_{x_0}^{x_1} (\pi_u \omega + \pi_{u'} \omega') dx \quad (1.5)$$

$$\delta^2 J = \int_{x_0}^{x_1} (\pi_{uu} \omega^2 + 2\pi_{uu'} \omega \cdot \omega' + \pi_{u'u'} (\omega')^2) dx \quad (1.6)$$

(где  $\pi_u = \frac{\partial \pi}{\partial u}$ ,  $\pi_{uv} = \frac{\partial^2 \pi}{\partial u \cdot \partial v}$ ,  $u' = \frac{\partial u}{\partial x}$ ).

Хорошо известно, что необходимым условием экстремума  $\Phi(\varepsilon)$  при  $\varepsilon = 0$  является равенство  $\Phi'(0) = 0$ , то есть  $\delta J(u) = \int_{x_0}^{x_1} (\pi_u \omega + \pi_{u'} \omega') dx = 0$ . С учетом условий (1.4) последнее выражение интегрируем по частям и получаем

$$\delta J(u) = \int_{x_0}^{x_1} \omega(x) \left( \pi_u - \frac{d}{dx} \pi_{u'} \right) dx \quad (1.7)$$

В силу произвольности функции  $\omega(x)$  приходим к выводу, что кривая  $u(x)$ , удовлетворяющая условиям (1.2) и доставляющая экстремум функционалу (1.1) должна удовлетворять дифференциальному условию

$$\pi_u - \frac{d}{dx} (\pi_{u'}) = 0 \quad (1.8)$$

которого называют уравнением Эйлера.

Для пояснения этой идеи на простом примере в качестве  $\pi$  возьмем функцию

$$\pi = \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + ku^2 - 2fu \quad (1.9)$$

$u_0 = u_1 = 0$ , где  $k, f$  - достаточно гладкие функции и  $k > 0$ . Тогда в рассмотренной выше вариационной задаче уравнение Эйлера (1.8) будет иметь вид

$$-\frac{d^2u}{dx^2} + ku = f(x) \quad (1.10)$$

Таким образом, получаем краевую задачу второго порядка.

2. Если  $u(x)$  является решением задачи

$$-\frac{d^2u}{dx^2} + ku = f(x), \quad 0 < x < 1 \quad (2.1)$$

$$u(0) = u(1) = 0 \quad (2.2)$$

то эта функция доставляет экстремум функционалу

$$J(u) = \int_0^1 \left( \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + ku^2 - 2fu \right) dx \quad (2.3)$$

в области определения  $[0;1]$ .

Заменим задачи (2.1), (2.2) вспомогательной задачей метода фиктивных областей

$$-\frac{d}{dx} \left( p(x) \frac{dv}{dx} \right) + kv = \tilde{f}(x), \quad 0 < x < 2 \quad (2.4)$$

$$v(0) = v(2) = 0 \quad (2.5)$$

$$p(x) \frac{dv}{dx} (1-0) = p(x) \frac{dv}{dx} (1+0) \quad (2.6)$$

$$p(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ \frac{1}{\varepsilon^2}, & 1 < x < 2 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x), & 0 < x < 1 \\ 0, & 1 < x < 2 \end{cases} \quad (2.8)$$

Решение задачи (2.4)-(2.8) доставляет экстремум функционалу в  $\overset{\circ}{W}_2^1(0,1)$

$$J(v) = \int_0^1 \left[ p(x) \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + k(x)v^2 - 2\tilde{f} \cdot v \right] dx \quad (2.9)$$

Далее применяем метод Ритца позволяющий строить приближённое решение задачи о минимуме функционала. Данная проблема о минимизации  $J(v)$  имеет единственное решение  $v \in \overset{\circ}{W}_2^1(D)$ , причем  $v(x) \in W_2^2(D)$  при  $\left| \frac{dp(x)}{dx} \right| < \infty$  и  $\|v\|_{W_2^2} \leq c \|\tilde{f}\|_{L_2}$ .

Определим базисные функции. Выберем в качестве базисных кусочно-линейные функции. Для их построения введем на  $(0,1)$  сетку

$$0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = 1, \quad h_i = x_i - x_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.10)$$

которая удовлетворяет ограничениям  $c_1 h \leq h_i \leq c_2 h$ ,  $c_1, c_2 > 0$  – постоянные, не зависящие от  $h_i$  и от  $h$ . Поставим в соответствие каждому узлу кусочно-линейную функцию (рис.1)

$$\varphi_i(x) = \frac{1}{\sqrt{h}} \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, & x \in (x_{i-1}, x_i) \\ \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i}, & x \in (x_i, x_{i+1}) \\ 0, & x \notin (x_{i-1}, x_{i+1}) \end{cases} \quad (2.11)$$

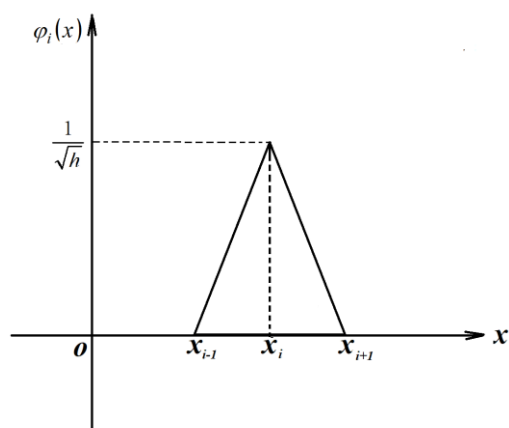


Рис. 1. Кусочно-линейная функция

Возьмем линейную комбинацию  $v_h(x) = \sum_{i=0}^N a_i \varphi_i(x)$  и потребуем, чтобы она удовлетворяла главным краевым условиям задачи, то есть  $v_h(0) = a_0 = 0$ ,  $v_h(1) = a_N = 0$ . Этим требованиям будет удовлетворять линейная комбинация вида

$$v_h(x) = \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i \varphi_i(x) \quad (2.12)$$

Множество таких линейных комбинации обозначим через  $W_{2,1,h} = F_h$ .

Очевидно, что  $W_{2,1,h} \subset W_2 = F_h$ .

Приближенное решение  $v_h$  ищем по формуле (2.12) где коэффициенты  $\alpha_i$  находятся из условия минимума функционала (2.9).

В (2.9) функцию  $v$  заменяя комбинацией (2.12) получаем

$$J = \int_0^1 \left( p \frac{d}{dx} \left( \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i \varphi_i(x) \right) \cdot \frac{d}{dx} \left( \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i \varphi_i(x) \right) + k \left( \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i \varphi_i(x) \right)^2 \right) dx - 2 \int_0^1 \left( \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i \varphi_i(x) \right) \cdot \tilde{f}(x) dx.$$

Далее, находим производные  $\frac{\partial J(v_h)}{\partial \alpha_i}$  и приравнявая его нулю, получаем следующие уравнения

$$\int_0^1 \left[ p \left( \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \right) \cdot \frac{d\varphi_i}{dx} + k \left( \sum_{i=1}^{N-1} \alpha_i \varphi_i(x) \right) \cdot \varphi_i(x) - \varphi_i(x) \cdot \tilde{f} \right] dx = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, N-1).$$

Если раскроем суммы получим следующее уравнение

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \left[ p \left( \alpha_1 \frac{d\varphi_1(x)}{dx} + \dots + \alpha_N \frac{d\varphi_N(x)}{dx} \right) \frac{d\varphi_1}{dx} + k(\alpha_1 \varphi_1(x) + \dots + \alpha_N \varphi_N(x)) \varphi_1(x) - \varphi_1(x) \cdot \tilde{f} \right] dx + \\ & + \int_0^1 \left[ p \left( \alpha_1 \frac{d\varphi_1(x)}{dx} + \dots + \alpha_N \frac{d\varphi_N(x)}{dx} \right) \frac{d\varphi_2}{dx} + k(\alpha_1 \varphi_1(x) + \dots + \alpha_N \varphi_N(x)) \varphi_2(x) - \varphi_2(x) \cdot \tilde{f} \right] dx + \\ & + \dots + \int_0^1 \left[ p \left( \alpha_1 \frac{d\varphi_1(x)}{dx} + \dots + \alpha_N \frac{d\varphi_N(x)}{dx} \right) \frac{d\varphi_N}{dx} + k(\alpha_1 \varphi_1(x) + \dots + \alpha_N \varphi_N(x)) \varphi_N(x) - \varphi_N(x) \cdot \tilde{f} \right] dx = 0 \end{aligned}$$

Вынося,  $\alpha_i$  за скобку приводим к виду

$$\left[ \int_0^1 \left( p(x) \left( \sum_{i=1}^{N-1} \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \right) \frac{d\varphi_i}{dx} + k(x) \left( \sum_{i=1}^{N-1} \varphi_i(x) \right) \varphi_i(x) \right) dx \right] \alpha_i = \int_0^1 \sum_{i=1}^{N-1} \varphi_i(x) \tilde{f}(x) dx$$

и получаем систему алгебраических уравнений при решении которого можно будет применять различные итерационные методы

$$\hat{A}\alpha = g \tag{2.13}$$

В уравнений (2.13)  $\alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N-1})^T$ ,  $g_i = \int_{x_i}^{x_{j+1}} \varphi_i(x) \tilde{f}(x) dx = (g_1, g_2, \dots, g_{N-1})^T$  и элементы

матрицы  $\hat{A}$  определяются по формуле

$$A_{ij} = \int_{x_i}^{x_j} \left( p(x) \frac{d\varphi_i(x)}{dx}, \frac{d\varphi_j(x)}{dx} + k(x) (\varphi_i, \varphi_j) \right) dx, \quad i = j-1, j, j+1 \tag{2.14}$$

Находим элементы  $A_{j-1,j}$ ,  $A_{j,j}$ ,  $A_{j+1,j}$  учитывая вид кусочно – линейной функций (2.11) и

применяя  $p_{j-\frac{1}{2}} = \int_{x_{j-1}}^{x_j} p(x) dx$ ,  $p_{j+\frac{1}{2}} = \int_{x_j}^{x_{j+1}} p(x) dx$ ,  $k_{j-\frac{1}{2}} = \int_{x_{j-1}}^{x_j} k(x) dx$ ,  $k_{j+\frac{1}{2}} = \int_{x_j}^{x_{j+1}} k(x) dx$

1) Вычисляем  $A_{ij}$  при  $i = j-1$ :

$$\begin{aligned} A_{j-1,j} &= \int_{x_{j-1}}^{x_j} p \frac{d\varphi_{j-1}}{dx} \cdot \frac{d\varphi_j}{dx} dx + \int_{x_{j-1}}^{x_j} k \cdot \varphi_{j-1} \cdot \varphi_j dx = \frac{1}{h} \int_{x_{j-1}}^{x_j} p \cdot \frac{d}{dx} \left( \frac{x_j - x}{x_j - x_{j-1}} \right) \cdot \frac{d}{dx} \left( \frac{x - x_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} \right) dx + \\ &+ \frac{1}{h} \int_{x_{j-1}}^{x_j} k \left( \frac{x_j - x}{x_j - x_{j-1}} \right) \cdot \frac{x - x_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} dx = -\frac{1}{h} \int_{x_{j-1}}^{x_j} p \cdot \frac{1}{(x_j - x_{j-1})^2} dx + \frac{1}{h} \int_{x_{j-1}}^{x_j} k \cdot \frac{x_j - x}{x_j - x_{j-1}} \cdot \frac{x - x_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} dx = \\ &= -\frac{p_{j-\frac{1}{2}}}{h(x_j - x_{j-1})^2} \int_{x_{j-1}}^{x_j} dx + \frac{k_{j-\frac{1}{2}}}{h(x_j - x_{j-1})^2} \cdot \int_{x_{j-1}}^{x_j} (-x^2 + (x_j + x_{j-1})x - x_j x_{j-1}) dx = \\ &= -\frac{p_{j-\frac{1}{2}}}{h(x_j - x_{j-1})^2} (x_j - x_{j-1}) + \frac{k_{j-\frac{1}{2}}}{h(x_j - x_{j-1})^2} \cdot \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{(x_j + x_{j-1})}{2} x^2 - x_j x_{j-1} \cdot x \right]_{x_{j-1}}^{x_j} = \\ &= -\frac{p_{j-\frac{1}{2}}}{h \cdot h_j} + \frac{k_{j-\frac{1}{2}}}{h \cdot h_j^2} \cdot \left[ -\frac{x_j^3 - x_{j-1}^3}{3} + \frac{(x_j + x_{j-1})}{2} (x_j^2 - x_{j-1}^2) - x_j x_{j-1} \cdot h_j \right] = \\ &= -\frac{p_{j-\frac{1}{2}}}{h \cdot h_j} + \frac{k_{j-\frac{1}{2}}}{h \cdot h_j} \cdot \frac{x_j^2 - 2x_j x_{j-1} + x_{j-1}^2}{6} = -\frac{p_{j-\frac{1}{2}}}{h \cdot h_j} + \frac{k_{j-\frac{1}{2}} \cdot h_j}{6h}; \end{aligned}$$

2) Вычисляем  $A_{ij}$  при  $i = j$ :

$$\begin{aligned} A_{j,j} &= \int_{x_{j-1}}^{x_j} \left( p \left( \frac{d\varphi_j}{dx} \right)^2 + k \varphi_j^2 \right) dx + \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( p \left( \frac{d\varphi_j}{dx} \right)^2 + k \varphi_j^2 \right) dx = \\ &= \frac{1}{h} \int_{x_{j-1}}^{x_j} \left[ p \cdot \left( \frac{d}{dx} \left( \frac{x - x_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} \right) \right)^2 + k \left( \frac{x - x_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{h} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left[ p \cdot \left( \frac{d}{dx} \left( \frac{x_{j+1} - x}{x_{j+1} - x_j} \right) \right)^2 + k \left( \frac{x_{j+1} - x}{x_{j+1} - x_j} \right)^2 \right] dx \\ &= \frac{p_{j-\frac{1}{2}}}{h \cdot h_j^2} \int_{x_{j-1}}^{x_j} dx + \frac{k_{j-\frac{1}{2}}}{h \cdot h_j^2} \cdot \int_{x_{j-1}}^{x_j} (x - x_{j-1})^2 dx + \frac{p_{j+\frac{1}{2}}}{h \cdot h_{j+1}^2} \int_{x_j}^{x_{j+1}} dx + \frac{k_{j+\frac{1}{2}}}{h \cdot h_{j+1}^2} \cdot \int_{x_j}^{x_{j+1}} (x_{j+1} - x)^2 dx = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{p_{j-1/2}}{h \cdot h_j} + \frac{k_{j-1/2}}{h \cdot h_j^2} \cdot \frac{(x-x_{j-1})^3}{3} \Big|_{x_{j-1}}^{x_j} + \frac{p_{j+1/2}}{h \cdot h_{j+1}} - \frac{k_{j+1/2}}{h \cdot h_{j+1}^2} \cdot \frac{(x_{j+1}-x)^3}{3} \Big|_{x_j}^{x_{j+1}} = \\
 &= \frac{p_{j-1/2}}{h \cdot h_j} + \frac{k_{j-1/2} \cdot h_j}{3h} + \frac{p_{j+1/2}}{h \cdot h_{j+1}} + \frac{k_{j+1/2} \cdot h_{j+1}}{3h};
 \end{aligned}$$

3) Вычисляем  $A_{ij}$  при  $i = j+1$ :

$$\begin{aligned}
 A_{j+1,j} &= \int_{x_j}^{x_{j+1}} p \frac{d\varphi_{j+1}}{dx} \cdot \frac{d\varphi_j}{dx} dx + \int_{x_j}^{x_{j+1}} k \cdot \varphi_{j+1} \cdot \varphi_j dx = \\
 &= -\frac{1}{h} \int_{x_j}^{x_{j+1}} p \cdot \frac{d}{dx} \left( \frac{x-x_j}{x_{j+1}-x_j} \right) \cdot \frac{d}{dx} \left( \frac{x_{j+1}-x}{x_{j+1}-x_j} \right) dx + \frac{1}{h} \int_{x_j}^{x_j} k \left( \frac{x-x_j}{x_{j+1}-x_j} \right) \frac{x_{j+1}-x}{x_{j+1}-x_j} dx = \\
 &= -\frac{1}{h} \int_{x_j}^{x_{j+1}} p \cdot \frac{1}{x_{j+1}-x_j} \cdot \frac{1}{x_{j+1}-x_j} dx + \frac{1}{h} \int_{x_j}^{x_{j+1}} k \cdot \frac{x-x_j}{x_{j+1}-x_j} \cdot \frac{x_{j+1}-x}{x_{j+1}-x_j} dx = \\
 &= -\frac{p_{j+1/2}}{h(x_{j+1}-x_j)^2} \int_{x_j}^{x_{j+1}} dx + \frac{k_{j+1/2}}{h(x_{j+1}-x_j)^2} \cdot \int_{x_j}^{x_{j+1}} (-x^2 + (x_{j+1}+x_j)x - x_j x_{j+1}) dx = \\
 &= -\frac{p_{j+1/2}}{h(x_{j+1}-x_j)^2} (x_{j+1}-x_j) + \frac{k_{j+1/2}}{h(x_{j+1}-x_j)^2} \cdot \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{(x_{j+1}+x_j)}{2} x^2 - x_j x_{j+1} \cdot x \right]_{x_j}^{x_{j+1}} = \\
 &= -\frac{p_{j+1/2}}{h \cdot h_{j+1}} + \frac{k_{j+1/2}}{h \cdot h_{j+1}} \cdot \frac{x_j^2 - 2x_j x_{j+1} + x_{j+1}^2}{6} = -\frac{p_{j+1/2}}{h \cdot h_{j+1}} + \frac{k_{j+1/2} \cdot h_{j+1}}{6h};
 \end{aligned}$$

В соответствии с выше определенными элементами матрицы  $\hat{A}$  на основе общего типа матрицы (2.14) построим матрицу  $\hat{A}$  при  $N=5$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \frac{p_{1/2}}{h \cdot h_1} + \frac{p_{3/2}}{h \cdot h_2} + \frac{k_{1/2} \cdot h_1}{3h} + \frac{k_{3/2} \cdot h_2}{3h} & -\frac{p_{3/2}}{h \cdot h_2} + \frac{k_{3/2} \cdot h_2}{6h} & 0 & 0 \\ -\frac{p_{3/2}}{h \cdot h_2} + \frac{k_{3/2} \cdot h_2}{6h} & \frac{p_{3/2}}{h \cdot h_2} + \frac{p_{5/2}}{h \cdot h_3} + \frac{k_{3/2} \cdot h_2}{3h} + \frac{k_{5/2} \cdot h_3}{3h} & -\frac{p_{5/2}}{h \cdot h_3} + \frac{k_{5/2} \cdot h_3}{6h} & 0 \\ 0 & -\frac{p_{5/2}}{h \cdot h_3} + \frac{k_{5/2} \cdot h_3}{6h} & \frac{p_{5/2}}{h \cdot h_3} + \frac{p_{7/2}}{h \cdot h_4} + \frac{k_{5/2} \cdot h_3}{3h} + \frac{k_{7/2} \cdot h_4}{3h} & -\frac{p_{7/2}}{h \cdot h_4} + \frac{k_{7/2} \cdot h_4}{6h} \\ 0 & 0 & -\frac{p_{7/2}}{h \cdot h_4} + \frac{k_{7/2} \cdot h_4}{6h} & \frac{p_{7/2}}{h \cdot h_4} + \frac{p_{9/2}}{h \cdot h_5} + \frac{k_{7/2} \cdot h_4}{3h} + \frac{k_{9/2} \cdot h_5}{3h} \end{pmatrix}$$

Таким образом, мы видим, что полученная нами матрица является симметричным и трехдиагональным.

Далее, для решения системы  $\hat{A}\alpha = g$  с такой трехдиагональной матрицей  $\hat{A}$  можно применять метод сопряженных градиентов.

3. Рассмотрим для иллюстрации метода задачу (3.1)-(3.2)

$$\left( \frac{du}{dx} \right)^2 - a^2 u^2 = a^2 (ax e^{1-ax} - 2e^{1-ax}), \quad 0 < x < 1, a = const > 1 \quad (3.1)$$

$$u(0) = u(1) = 0 \quad (3.2)$$

Вспомогательная задача метода фиктивных областей

$$\left(\frac{du}{dx}\right)^2 - a^2u = a^2(axe^{1-a} - 2e^{1-ax}), \quad 0 < x < 1, \quad a = const > 1$$

$$-\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{dv}{dx}\right) + q(x)v = \tilde{f}(x), \quad 0 < x < 2 \tag{3.3}$$

$$v(0) = v(2) = 0 \tag{3.4}$$

$$p(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ \frac{1}{\varepsilon^2}, & 1 < x < 2 \end{cases}, \quad q(x) = \begin{cases} a^2, & 0 < x < 1 \\ \frac{1}{\varepsilon^2}, & 1 < x < 2 \end{cases} \tag{3.5}$$

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} a^2(axe^{1-a} - 2e^{1-ax}), & 0 < x < 1 \\ 0, & 1 < x < 2 \end{cases} \tag{3.6}$$

Были проведены численные эксперименты. Ниже приводится таблица сравнения точного и приближенного решения задачи (3.3)-(3.6)

Таблица 1. Сравнение точного и приближенного решения задачи (3.3)-(3.6)

| <i>i</i> | $x_i=1/N$ | Приближенное решение | Точное решение | Погрешность |
|----------|-----------|----------------------|----------------|-------------|
| 0        | 0,0000000 | 0,0000000            | 0,0000000      | 0,0000000   |
| 1        | 0,0400000 | 0,1712905            | 0,1713129      | 0,0000224   |
| 2        | 0,0800000 | 0,3117139            | 0,3117580      | 0,0000441   |
| 3        | 0,1200000 | 0,4248302            | 0,4248952      | 0,0000650   |
| 4        | 0,1600000 | 0,5138349            | 0,5139194      | 0,0000845   |
| 5        | 0,2000000 | 0,5815933            | 0,5816957      | 0,0001024   |
| 6        | 0,2400000 | 0,6306726            | 0,6307911      | 0,0001185   |
| 7        | 0,2800000 | 0,6633708            | 0,6635036      | 0,0001328   |
| 8        | 0,3200000 | 0,6817432            | 0,6818880      | 0,0001448   |
| 9        | 0,3600000 | 0,6876257            | 0,6877803      | 0,0001546   |
| 10       | 0,4000000 | 0,6826565            | 0,6828187      | 0,0001622   |

На рис. 2 приведен результат решения при  $a = 2, \varepsilon = 10^{-4}$  и  $N=50$ , где 1 – линия приближенного решения, а 2 – линия точного решения.

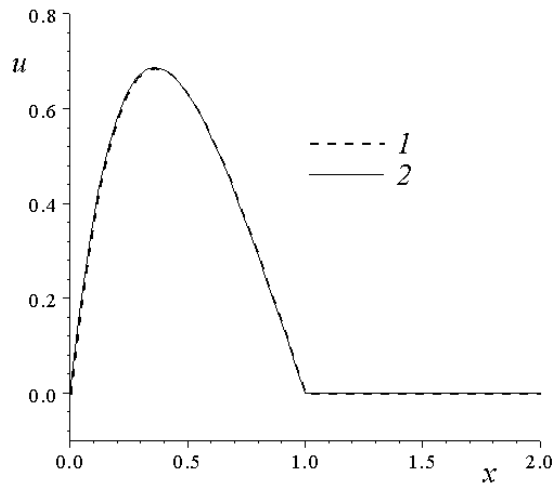


Рис.2. Сходство графиков точного и приближенного решения



Результаты метода показали, что при стремлении малого параметра к нулю решение вспомогательной задачи (3.3)-(3.6) сходится к решению исходной задачи (3.1)-(3.2).

#### **Заключение.**

На сегодняшний день остается актуальной задача разработки и модификации численных методов. Однако процесс развития вычислительной техники смещает упор с создания новых численных методов, на исследование и классификацию старых, с целью выявления лучших. Теперь для современных мощных компьютеров, такие характеристики как объем требуемой памяти, и число арифметических операций, не обязательно стоят на первом плане. Более предпочтительными становятся те методы, которые отличаются удобством реализации на ЭВМ, и позволяют решать более широкий класс задач.

Особыми достоинствами данного метода являются его простота и низкие затраты памяти, что делает его эффективным при решении задач большой размерности.

Приведенные результаты вычислительного эксперимента подтверждают работоспособность предлагаемого метода решения краевых задачи и ее достаточно высокую эффективность.

#### *Список использованной литературы:*

- 1 Самарский А.А. Теория разностных схем – М.: Наука, 1983. – 616 с.
- 2 Марчук Г.И. Методы вычислительной математики – М.: Наука, 1989. – 608 с.
- 3 Мухамбетжанов А. Т., Отелбаев М. О., Смагулов Ш. С. Об одном новом приближенном методе решение нелинейных краевых задач. Вычислительные технологии, Том 3, №4, 1998.
- 4 Бахвалов Н.С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы - Изд.: Бином, 2008.
- 5 Киреев В. И., Пантелеев А. В. Численные методы в примерах и задачах: учебное пособие. -4-е изд., испр.-спб.: Издательство «Лань», 2015.-488с.
- 6 Zhumagulov B.T., Temirbekov N.M., Zhaksylykova Zh.R. Variational method for approximate solution of the Dirichlet problem. International Journal of Mathematics and Physics 10, №1, 43 (2019).

МРНТИ 27.33.15, 27.41.19  
УДК 519.62/.64

*Л.Н. Темирбекова*

*Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан*

### **ДИСКРЕТИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА-КРЕЙНА И РЕГУЛЯРИЗАЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ**

#### *Аннотация*

В работе рассматривается начально-краевая обратная задача акустики для одномерного и многомерного случаев. Обратные задачи заключаются в восстановлении коэффициентов с помощью одномерного и многомерного аналогов интегральных уравнений Гельфанда-Левитана-Крейна. Известно что, такого рода уравнения являются линейным интегральным уравнениям Фредгольма первого рода, которые в свою очередь некорректны. Цель работы заключается в нахождении численного решения уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна с помощью итерационных регуляризирующих алгоритмов. С использованием специфики этих уравнений (ядро уравнения зависит от разности аргументов) удастся создать высокоэффективные итерационные регуляризирующие алгоритмы. Реализованные алгоритмы с успехом могут быть применены при решении таких задач как реконструкция смазанных и дефокусированных изображений, обратная задача гравиметрии, задача линейного программирования с неточно заданной матрицей ограничений, обратная задача геофизики, обратные задачи вычислительной томографии и т.д. Основными результатами работы являются произведенные дискретизации одномерного и многомерного уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна и построение итерационных регуляризионных алгоритмов.

**Ключевые слова:** уравнение гиперболического типа, акустическое уравнение, интегральные уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна, прямая задача, обратная задача, некорректная задача.

Аңдатпа

Л.Н.Темирбекова

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ГЕЛЬФАНД-ЛЕВИТАН-КРЕЙН ТЕНДЕУІН ДИСКРЕТИЗАЦИЯЛАУ ЖӘНЕ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯЛЫҚ АЛГОРИТМДЕР

Жұмыста бір өлшемді және көп өлшемді жағдайлар үшін акустиканың бастапқы-шекаралық шарттарды қанағаттандыратын кері есеп қарастырылады. Кері есептер Гельфанд-Левитан-Крейннің интегралды теңдеулерінің бір өлшемді және көп өлшемді аналогтарының көмегімен коэффициенттерді қалпына келтіруден тұрады. Бұл теңдеулер бірінші ретті Фредгольмнің сызықтық интегралды теңдеулері болып табылатыны белгілі, олар өз кезегінде қисынсыз. Жұмыстың мақсаты итерациялық регуляризация алгоритмдерінің көмегімен Гельфанд-Левитан-Крейн теңдеуінің сандық шешімін табу болып табылады. Осы теңдеулердің ерекшеліктерін пайдалана отырып (теңдеу ядросы аргументтердің айырмашылығына байланысты) жоғары тиімді итерациялық реттеу алгоритмдерін жасау мүмкін болады. Іске асырылған алгоритмдер майланған және дефокусталған бейнелерді қайта құру, гравиметрияның кері есебі, нақты берілген шектеу матрицасы бар сызықтық бағдарламалау есебі, геофизиканың кері есебі, есептеу томографиясының және т. б. сияқты міндеттерді шешу кезінде қолданылуы мүмкін. Жұмыстың негізгі нәтижелері Гельфанда-Левитан-Крейннің бір өлшемді және көп өлшемді теңдеуін дискреттеу және итерациялық регуляризациялық алгоритмдерді құру болып табылады.

**Түйін сөздер:** Гиперболалық типті теңдеулер, акустикалық теңдеу, Гельфанд-Левитан-Крейннің интегралдық теңдеулері, тура есеп, кері есеп, қисынсыз есеп.

Abstract

## DISCRETIZATION OF EQUATIONS GELFAND-LEVITAN-KREIN AND REGULARIZATION ALGORITHMS

Temirbekova L.N.

Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The paper considers the initial-boundary-value inverse problem of acoustics for one-dimensional and multidimensional cases. The inverse problems are to reconstruct the coefficients using one-dimensional and multidimensional analogues of the Gelfand-Levitan-Krein integral equations. It is known that such equations are linear integral Fredholm equations of the first kind, which in turn are incorrect. The aim of the work is to find a numerical solution of the Gelfand-Levitan-Krein equation using iterative regularizing algorithms. Using the specifics of these equations (the kernel of the equation depends on the difference of arguments) it is possible to create highly efficient iterative regularizing algorithms. The implemented algorithms can be successfully applied in solving such problems as reconstruction of blurred and defocused images, inverse problem of gravimetric, linear programming problem with inaccurately given matrix of constraints, inverse problem of Geophysics, inverse problems of computed tomography, etc. The main results of the work are the discretization of the one-dimensional and multidimensional Gelfand-Levitan-Krein equation and the construction of iterative regularization algorithms.

**Keywords:** Hyperbolic type equation, acoustic equation, Gelfand-Levitan-Krein integral equation, direct problem, inverse problem, ill-posed problem.

В работе рассматриваются одномерная и многомерная коэффициентные обратные задачи для уравнения гиперболического типа, которая сводится соответственно к одномерному и многомерному аналогу интегрального уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна [1-5].

Последние работы, связанные с рассматриваемым методом принадлежат С.И. Кабанихину [1], М.А. Бектемесову, А.Т. Нурсейтовой [2], Г.Б. Баканову [4] и т.д. В работе Н.С. Новикова [3] представлено численное решение двумерного аналога уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна методом Монте-Карло. М.А. Шишленин [5] в своей работе рассматривает прямые и итерационные методы решения обратных и некорректных задач гиперболического типа. В настоящее время существует широкий класс задач, для решения которых может быть применен метод Гельфанда-Левитана-Крейна. В работах [6 - 7] представлены прикладные задачи, такие как обработка большого количества данных, при выявлении геохимических аномалий на редкометальных месторождениях, где используется метод Гельфанда-Левитана.

Рассмотрим уравнение описывающее распространение акустических волн в случае одной пространственной переменной следующего вида [1,2]:

$$\frac{1}{c^2(z)} v'' = v_{zz} - \frac{\rho'(z)}{\rho(z)} v_z,$$

В уравнение функция  $\rho(z) > 0$  - описывает плотность среды,  $c(z) > 0$  - скорость распространения волн в среде,  $v(z, t)$  - акустическое давление. Рассматривается одномерная начально-краевая обратная задача акустики

$$\frac{1}{c^2(z)} v_{tt} = v_{zz} - \frac{\rho'(z)}{\rho(z)} v_z, \quad z > 0, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$v|_{t < 0} \equiv 0, \quad z > 0, \quad (2)$$

$$v_z|_{z=0} = \delta(t), \quad t > 0. \quad (3)$$

Прямая обобщенная начально-краевая задача заключается в определении акустического давления  $v(x, t)$  при известных гладких функциях  $\rho(z), c(z)$ .

Обратная задача заключается в восстановлении плотности либо скорости в среде по дополнительной информации следующего вида

$$v|_{z=0} = f(t), \quad t > 0. \quad (4)$$

Вводится новая пространственная переменная  $x = \varphi(z) = \int_0^z \frac{d\xi}{c(\xi)}$ . Известно, что функция  $c(z)$

неотрицательна, и существует функция  $\psi(x)$ , которая является обратной к  $\varphi(z)$  и удовлетворяет выражение  $\psi(\varphi(z)) = z$ . Используя данное выражение получим новые обозначения

$$u(x, t) = v(\psi(z), t), \quad a(x) = c(\psi(x)), \quad b(x) = \rho(\psi(x)).$$

Обратная задача (1) - (4) записывается в новых переменных  $(x, t)$

$$u_{tt} = u_{xx} - \frac{\sigma'(x)}{\sigma(x)} u_x \quad (5)$$

где  $\sigma(x) = c(\psi(x))\rho(\psi(x))$  - акустическая жесткость среды. В работе [3] показано, что можно определить одновременно коэффициенты  $c(x)$ ,  $\rho(x)$ , и их количество бесконечно большое. Таким образом, обратная задача примет вид

$$u_{tt} = u_{xx} - \frac{\sigma'(x)}{\sigma(x)} u_x, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (6)$$

$$u|_{t < 0} \equiv 0, \quad x > 0, \quad (7)$$

$$u_x|_{x=0} \equiv \delta(t), \quad t > 0, \quad (8)$$

$$u|_{x=0} \equiv f(t), \quad t > 0. \quad (9)$$

Данная обратная задача сводится к решению уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна:

$$-2f(+0)V(x, t) - \int_{-x}^x V(x, s)f'(t-s)ds = 1, \quad t \in (-x, x). \quad (10)$$

При этом решение обратной задачи  $\sigma(x)$  связано с решением уравнения Гельфанда - Левитана - Крейна  $V(x, x)$  следующим соотношением:

$$\sigma(x) = \frac{V(0, 0)}{2V^2(x, x)}.$$

В уравнении (5)  $f'(t)$  – производная данных обратной задачи, при этом  $f'(-t) = f'(t)$  для  $t < 0$ . Эффективность предложенных алгоритмов производилось на основе решения модельных задач, и сравнения полученного решения с точным. Для этого используется дополнительная информация полученные при решении рассмотренной прямой задачи для уравнения акустики при заданном коэффициенте  $\sigma(x)$ .

**Решение прямой задачи** [1- 5]. Схема решения прямой задачи, т.е. определения функции  $u(x, t)$  из соотношения (1) - (3). Для решения прямой задачи используется четное продолжение всех входящих функций по переменной  $x$

$$u(-x, t) = u(x, t), \quad \sigma(x) = \sigma(-x).$$

Функции  $u$ ,  $\sigma$  удовлетворяют следующим соотношениям:

$$u_{tt} = u_{xx} - \frac{\sigma'(x)}{\sigma(x)} u_x, \quad x \in (-T, T), \quad t \in (0, 2T),$$

$$u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = -2\delta(x).$$

Сингулярная составляющая функции  $u(x, t)$ :

$$u(x, t) = s(x)\theta(t - x) + \tilde{u}(x, t),$$

где

$$s(x) = -\sqrt{\frac{\sigma(x)}{\sigma(0)}}. \quad (11)$$

Из работ [1] следует, что значения функции  $u(x, t)$  на характеристике имеют вид:

$$u(x, |x|) = s(x) = -\sqrt{\frac{\sigma(x)}{\sigma(0)}}.$$

Из этого следует, что прямая задача (1) - (3) к задаче Гурса

$$u_{tt} = u_{xx} - \frac{\sigma'(x)}{\sigma(x)} u_x, \quad x \in (-T, T), \quad |x| < t < 2T - |x|, \quad (12)$$

$$u|_{t=|x|} = s(x). \quad (13)$$

Полученная прямая задача Гурса решается, конечно - разностным методом. Вводятся следующие обозначения  $u_i^k = u(ih, kh)$ ,  $s_i = s(ih)$ ,  $\sigma_i = \sigma(ih)$ , где  $h = \frac{T}{N}$  - шаг сетки,  $N$  - число разбиений.

Тогда решение задачи (12) – (13) можно найти с помощью следующей разностной схемы:

$$u_i^{k+1} = u_{i-1}^k \left( 1 + 2 \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_{i-1}}{\sigma_{i+1} + \sigma_{i-1}} \right) + u_{i-1}^k \left( 1 - 2 \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_{i-1}}{\sigma_{i+1} + \sigma_{i-1}} \right) - u_i^{k-1}, \quad k > |i|, \quad (14)$$

$$u_i^i = u_{-i}^i = s_i.$$

Схема (14) является устойчивой разностной схемой порядка сходимости  $O(h^2)$ .

**Дискретизация одномерного уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна.** Для приближенного решения интегрального уравнения (10) заменим интеграл в этом уравнении на сумму и при фиксированном  $x > 0$  и при каждом  $t_k$  получим систему линейных уравнений:

$$-2f(t_k)V(x, t_k) - \sum_{i=-n}^n f'(t_k - \tau_i)V(x, \tau_i)h = 1, \quad (15)$$

$$-x \leq t_k \leq x, \quad -n \leq k \leq n, \quad h = x/n.$$

Отсюда, в развернутом виде получим

при  $k = -n$ :

$$-2f(t_{-n})V(x, t_{-n}) - \sum_{i=-n}^n f'(t_{-n} - \tau_i)V(x, \tau_i)h = 1$$

при  $k = -n+1$ :

$$-2f(t_{-n+1}) - \sum_{i=-n}^n f'(t_{-n+1} - \tau_i)V(x, \tau_i)h = 1 \text{ и т.д.}$$

Таким образом, получим систему

$$AV = b \quad (16)$$

где матрица  $A$  имеет следующий вид

$$A = \begin{pmatrix} -2f(t_{-n}) - h \cdot f'(t_{-n} - \tau_{-n}) & h \cdot f'(t_{-n} - \tau_{-n+1}) & h \cdot f'(t_{-n} - \tau_{-n+2}) & \dots & h \cdot f'(t_{-n} - \tau_{-n-1}) & h \cdot f'(t_{-n} - \tau_{-n}) \\ h \cdot f'(t_{-n+1} - \tau_{-n}) & -2f(t_{-n+1}) - h \cdot f'(t_{-n+1} - \tau_{-n+1}) & h \cdot f'(t_{-n+1} - \tau_{-n+2}) & \dots & h \cdot f'(t_{-n+1} - \tau_{-n-1}) & h \cdot f'(t_{-n+1} - \tau_{-n}) \\ h \cdot f'(t_{-n+2} - \tau_{-n}) & h \cdot f'(t_{-n+2} - \tau_{-n+1}) & -2f(t_{-n+2}) - h \cdot f'(t_{-n+2} - \tau_{-n+2}) & \dots & h \cdot f'(t_{-n+2} - \tau_{-n-1}) & h \cdot f'(t_{-n+2} - \tau_{-n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h \cdot f'(t_n - \tau_{-n}) & h \cdot f'(t_n - \tau_{-n+1}) & h \cdot f'(t_n - \tau_{-n+2}) & \dots & h \cdot f'(t_n - \tau_{-n-1}) & -2f(t_n) - h \cdot f'(t_n - \tau_n) \end{pmatrix}$$

Вектор неизвестных и правая часть записываются следующим образом

$$V = \begin{pmatrix} V(x, \tau_{-n}) \\ V(x, \tau_{-n+1}) \\ V(x, \tau_{-n+2}) \\ \dots \\ V(x, \tau_n) \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, получается уравнение (16) с симметричной матрицей  $A$ , т.к. функция  $f'(t)$  является четной. Из матрицы  $A$  видно, что недиагональные элементы матрицы  $A$  определяется следующим образом

$$a_{ij} = f'(t_{-n+i-1} - \tau_{-n+j-1})h, \quad \text{где } i = 1, 2, \dots, 2n+1; \quad j = 1, 2, \dots, 2n+1.$$

Величины, входящие в аргумент функции  $f'(t)$  определяются по формулам

$$t_k = -x + (k-1)h, \quad k = 1, 2, \dots, 2n+1, \quad \tau_k = -x + (k-1)h, \quad k = 1, 2, \dots, 2n+1.$$

Итерационный процесс с регуляризацией М.М. Лаврентьева

$$\frac{V_{n+1} - V_n}{\tau} + (\mu E + A)V_n = b. \quad \text{где } \mu - \text{положительный параметр регуляризация М.М.Лаврентьева.}$$

Алгоритм расчета состоит в следующем [8, 9]:

1. Начальное приближение решения задается равной правой части  $b$ ;

2. Задается точность вычисления  $\varepsilon$ , для условия окончания итерационного процесса

$$|V_{n+1} - V_n| < \varepsilon;$$

3. Вычисления проводятся по следующему итерационному процессу  $\frac{V_{n+1} - V_n}{\tau} + (\mu E + A)V_n = b$ .

**Многомерная обратная задача Гельфанда-Левитана-Крейна.** Рассматривается последовательность прямых задач

$$u_t^{(k)} = u_{xx}^{(k)} + u_{yy}^{(k)} - \nabla \ln \rho(x, y) \nabla u^{(k)}, \quad x > 0, \quad y \in [-\pi, \pi], \quad t \in R, \quad k \in Z, \quad (17)$$

$$u^{(k)}|_{t < 0} = 0, \quad u_x^{(k)}(+0, y, t) = e^{iky} \delta(t); \quad (18)$$

$$u^{(k)}(+0, y, t) = f^{(k)}(y, t), \quad t > 0, \quad y \in (-\pi, \pi), \quad k \in Z, \quad (19)$$

$$u^{(k)}|_{y=-\pi} = u^{(k)}|_{y=\pi}.$$

Обратная задача заключается в определении функции  $\rho(x, y)$  по заданному семейству функции  $f^{(k)}(y, t) = u^{(k)}(+0, y, t)$ . Функция  $\rho(0, y)$  известна. Необходимое условие разрешимости обратной задачи.

$$f^{(k)}(y, +0) = -e^{iky}, \quad y \in (-\pi, \pi), \quad k \in Z.$$

Рассматривается вспомогательная последовательность прямых задач

$$\omega_t^{(m)} = \omega_{xx}^{(m)} + \omega_{yy}^{(m)} - \nabla \ln \rho(x, y) \nabla \omega^{(m)}, \quad x > 0, \quad y \in (-\pi, \pi), \quad t \in R, \quad (20)$$

$$\omega^{(m)}|_{x=0} = e^{imy} \delta(t), \quad \omega_x^{(m)}|_{x=0} = 0. \quad (21)$$

Решение вспомогательной прямой задачи имеет следующий вид

$$\omega^{(m)}(x, y, t) = \frac{1}{2} e^{imy} \sqrt{\frac{\rho(x, y)}{\rho(0, y)}} [\delta(x+t) + \delta(x-t)] + \tilde{\omega}^{(m)}(x, y, t),$$

где  $\tilde{\omega}^{(m)}(x, y, t)$  кусочно-постоянная функция.

Решение следующей задачи эквивалентно решению прямой задачи (17) - (18):

$$u_{tt}^{(k)} = u_{xx}^{(k)} + u_{yy}^{(k)} - \nabla \ln \rho(x, y) \nabla u^{(k)}, \quad x > 0, \quad y \in [-\pi, \pi], \quad t \in \mathbb{R}, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad (22)$$

$$u^{(k)}|_{t=0} = 0, \quad u_t^{(k)}|_{t=0} = -2e^{iky} \delta(x). \quad (23)$$

Двумерный аналог уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна:

$$\Phi^{(k)}(x, t) - 1/2 \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{-x}^x f_m^{(k)}(t-s) \Phi^{(m)}(x, s) ds = 1/2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{iky}}{\rho(0, y)} dy, \quad t \in (-x, x), \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (24)$$

**Дискретизация двумерного уравнения Гельфанда – Левитана-Крейна.** В уравнений Гельфанда-Левитана-Крейна (24) интеграл заменим суммой и при  $t = t_j, j = -N, -N+1, \dots, 0, \dots, N-1, N$  получим систему, состоящую из  $(2N+1)$  уравнений с  $M \times (2N+1)$  неизвестными  $\Phi^{(m)}(x, s_l), m = 1, 2, \dots, M; l = -N, -N+1, \dots, N-1, N$ ;

$$\Phi^{(k)}(x, t_j) - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{i=-N}^N f_m^{(k)}(t_j - s_i) \Phi^{(m)}(x, s_i) \tau = \frac{1}{2} \sum_{j=-\pi}^{\pi} \frac{e^{iky_j}}{\rho(0, y_j)}. \quad (25)$$

Уравнение (25) в матричной форме можно записать в следующем виде

$$\sum_{m=1}^M F_m \Phi^{(m)} = D^{(k)}, \quad (26)$$

где  $F_m = \{f_m^{(k)}(t_j - s_l)\}_{l=-N, N, j=-N, N}$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , матрица размерности  $(2N+1) \times (2N+1)$ .

Искомые векторы

$$\Phi^{(m)} = \{\Phi^{(m)}(x, s_l)\}_{l=-N, N}, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (27)$$

Правая часть

$$D^{(k)} = \frac{1}{2} \sum_{j=-\pi}^{\pi} \frac{e^{iky_j}}{\rho(0, y_j)}. \quad (28)$$

Далее мы предполагаем что  $m = 1$ , тогда формула (25) примет вид

$$\Phi^{(k)}(x, t_j) - \frac{1}{2} \sum_{l=-N}^N f^{(k)}(t_j - s_l) \Phi^{(k)}(x, s_l) \tau = D^{(k)}. \quad (29)$$

Перепишем уравнение (29) в операторной форме

$$A^{(k)} \Phi^{(k)} = D^{(k)}. \quad (30)$$

делая следующие обозначения

$$A^{(k)} \Phi^{(k)}(x, t) = \sum_{i=-N}^N f^{(k)}(t - s_i) \Phi^{(k)}(x, s_i) \tau,$$

$$D^{(k)}(y, t) = -\frac{1}{2} \sum_{j=-\pi}^{\pi} \frac{e^{iky_j}}{\rho(0, y_j)}.$$

Матрица  $A^{(k)}$  будет иметь следующий вид

$$A^{(k)} = \begin{pmatrix} 1-1/2f^{(k)}(t_{-N}-s_{-N})\tau & -1/2f^{(k)}(t_{-N}-s_{-N+1})\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_{-N}-s_1)\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_{-N}-s_N)\tau \\ -1/2f^{(k)}(t_{-N+1}-s_{-N})\tau & 1-1/2f^{(k)}(t_{-N+1}-s_{-N+1})\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_{-N+1}-s_1)\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_{-N+1}-s_N)\tau \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1/2f^{(k)}(t_0-s_{-N})\tau & -1/2f^{(k)}(t_0-s_{-N+1})\tau & \dots & 1-1/2f^{(k)}(t_0-s_1)\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_0-s_N)\tau \\ -1/2f^{(k)}(t_1-s_{-N})\tau & -1/2f^{(k)}(t_1-s_{-N+1})\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_1-s_1)\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_1-s_N)\tau \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1/2f^{(k)}(t_{N-1}-s_{-N})\tau & -1/2f^{(k)}(t_{N-1}-s_{-N+1})\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_{N-1}-s_1)\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_{N-1}-s_N)\tau \\ -1/2f^{(k)}(t_N-s_{-N})\tau & -1/2f^{(k)}(t_N-s_{-N+1})\tau & \dots & -1/2f^{(k)}(t_N-s_1)\tau & \dots & 1-1/2f^{(k)}(t_N-s_N)\tau \end{pmatrix}$$

Вектор неизвестных и правая часть

$$\vec{\Phi}^{(k)}(x, t) = \left( \Phi^{(k)}(x, s_{-N})\tau, \Phi^{(k)}(x, s_{-N+1})\tau, \dots, \Phi^{(k)}(x, s_{N-1})\tau, \Phi^{(k)}(x, s_N)\tau \right)^T,$$

$$\vec{D}^{(k)}(y, t) = \left( \frac{1}{2} \left[ \frac{\rho^{iky_{-N}}}{\rho(y_{-N})}, \frac{\rho^{iky_{-N+1}}}{\rho(y_{-N+1})}, \frac{\rho^{iky_{-N+2}}}{\rho(y_{-N+2})}, \dots, \frac{\rho^{iky_{N-1}}}{\rho(y_{N-1})}, \frac{\rho^{iky_N}}{\rho(y_N)} \right] \right)^T.$$

Для численного решения уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна (24) используется метод простой итерации (в теории некорректных задач – метод итераций Ландвебера) в сочетании с регуляризацией М.М. Лаврентьева. Уравнение (24) заменяется следующим корректным уравнением

$$(\mu E + A^{(k)})\Phi^{(k)} = D^{(k)} \tag{31}$$

где  $\mu$  - положительный параметр регуляризация М.М.Лаврентьева.

Итерационный процесс с регуляризацией М.М. Лаврентьева примет вид

$$\frac{\Phi_{n+1}^{(k)} - \Phi_n^{(k)}}{\tau} + (\mu E + A^{(k)})\Phi_n^{(k)} = D^{(k)}.$$

Алгоритм расчета методом итерации состоит в следующем [1, с.60-66; 8, с.82-126; 10, с.265-268]:

1. Начальное приближение задается равной правой части  $D^{(k)}$ ;
2. Задается точность вычисления  $\varepsilon$ , для условия окончания итерационного процесса

$$\left| \Phi_{n+1}^{(k)} - \Phi_n^{(k)} \right| < \varepsilon;$$

3. Вычисление проводится по следующему итерационному процессу

$$\frac{\Phi_{n+1}^{(k)} - \Phi_n^{(k)}}{\tau} + (\mu E + A^{(k)})\Phi_n^{(k)} = D^{(k)}.$$

Список использованной литературы:

- 1 Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. – Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. - 457 с.
- 2 Кабанихин С.И., Бектемесов М.А., Нурсеитова А.Т. Итерационные методы решения обратных задач и некорректных задач с данными на части границы: Монография. – Алматы-Новосибирск: ОФ «Международный фонд обратных задач»; благотворительный фонд обратных задач естествознания, 2006. - 432 с.
- 3 Новиков Н.С. Численное решение двумерного аналога уравнения Гельфанда - Левитана - Крейна. Сиб. электрон. матем. изв., 2014. –Т.11.- С.132-144
- 4 Баканов Г.Б. Методы решения конечно-разностных обратных задач теории распространения волн. - Кызылорда, 2011.
- 5 Кабанихин С.И., Шишленин М.А. Прямые и итерационные методы решения обратных и некорректных задач. Сиб. электр. матем. изв., Том 5, 2008, С.595 - 608.
- 6 Temirbekova L.N. Processing of Big Data in the Detection of Geochemical Anomalies of Rare-Earth Metal Deposits. Conference collection of International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2018). AIP Conference Proceedings. - Mersin, Turkey, 2018. - V.1997. - P.423 - 429. - ISSN 0094 - 243X.
- 7 Temirbekova L.N. Dairbaeva G. Gradient and Direct Method of Solving Gelfand-Levitan Integral Equation. Applied and Computational mathematics. An international Journal.–2013. – V. 12, №2. – P. 234 – 246.
- 8 Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 432с.
- 9 Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 608 с.
- 10 Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636 с.

МРНТИ 27.39.15  
УДК 517.98

А.М. Темирханова<sup>1</sup>, Б.К. Омарбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

**ВЕСОВАЯ ОЦЕНКА ОДНОГО КЛАССА КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ  
ОПЕРАТОРОВ: СЛУЧАЙ  $0 < q < \theta < p < \infty, p > 1$**

*Аннотация*

В последние годы интенсивно исследуются весовые оценки для различных классов квазилинейных операторов, которые имеют важное приложение в исследовании свойств ограниченности операторов из весового пространства Лебега в локальное локальное пространство типа Морри, а также в исследовании билинейных операторов в весовых пространствах Лебега. Дискретный случай квазилинейных неравенств является открытой задачей. В данной работе рассматривается весовое неравенство для одного класса квазилинейного дискретного оператора, а именно весовая оценка итерации дискретного оператора Харди в весовых пространствах последовательностей.

Неравенство, включающее итерацию дискретного оператора Харди, традиционно считается трудным для оценки, поскольку оно содержит три независимых весовых последовательностей и три параметра при их различных соотношениях. Решение этой проблемы является целью данной работы.

**Ключевые слова:** Неравенства, квазилинейный оператор, вес, дискретное пространство Лебега.

*Аңдатпа*

А.М. Темірханова<sup>1</sup>, Б.Қ. Омарбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

**КВАЗИСЫЗЫҚТЫ ДИСКРЕТТІ ОПЕРАТОРЛАРДЫҢ БІР КЛАССЫНЫҢ САЛМАҚТЫ БАҒАЛАУЫ:  
БІР ЖАҒДАЙЫ  $0 < q < \theta < p < \infty, p > 1$**

Соңғы жылдары квазисызықты операторлардың әртүрлі кластары үшін салмақты есептеулер қарқынды түрде зерттелуде, яғни олар Лебег салмақты кеңістігінен Морри типті локальді кеңістігіне шенелімділік қасиеттерін зерттеуде, сонымен қатар Лебег салмақты кеңістігіндегі бисызықты операторларды зерттеуде қолданылады. Квазисызықты теңсіздіктердің дискретті жағдайы ашық мәселе болып табылады. Бұл жұмыста квазисызықты дискретті оператордың бір класы үшін салмақты теңсіздікті қарастырамыз, атап айтқанда салмақты тізбектер кеңістігіндегі дискретті Харди операторының итерациясының салмақты бағасы.

Әдетте, дискретті Харди операторының итерациясымен болатын теңсіздіктер бағалау қиын деп саналады, өйткені оның құрамында үш тәуелсіз салмақты тізбек және әр түрлі қатынастағы үш параметр бар. Бұл мәселенің шешімі осы жұмыстың мақсаты болып табылады.

**Түйін сөздер:** Теңсіздіктер, квазисызықты оператор, салмақ, дискретті Лебег кеңістігі.

*Abstract*

**WEIGHTED ESTAMATES OF ONE CLASS OF QUASILINEAR DISCRETE OPERATORS:  
THE CASE  $0 < q < \theta < p < \infty, p > 1$ .**

Temirkhanova A.M.<sup>1</sup>, Omarbayeva B.K.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Eurasian National University The L.N. Gumilyov, Nur-Sultan, Kazakhstan

In recent years, weighted estimates for various classes of quasilinear operators have been intensively studied, which have an important application in the study of boundedness properties of operators from a Lebesgue weighted space to a local space of Morrey type, as well as in the study of bilinear operators in weighted Lebesgue spaces. The discrete case of quasilinear inequalities is an open problem. In this paper, we consider the weighted inequality for one class of a quasilinear discrete operator, namely, the weighted estimate of the iteration of the discrete Hardy operator in weighted spaces of sequences.

An inequality involving an iteration of the discrete Hardy operator is traditionally considered difficult to evaluate, since it contains three independent weight sequences and three parameters with different ratios. The solution to this problem is the aim of this work.

**Keywords:** Inequalities, quasilinear operator, weights, discrete Lebesgue space.



**1. Введение**

Пусть  $p \geq 1, 0 < q, \theta \leq \infty$  и  $u = \{u_i\}_{i=1}^\infty, v = \{v_i\}_{i=1}^\infty$  - положительные последовательности,  $\varphi = \{\varphi_k\}_{k=1}^\infty$  - неотрицательная последовательность действительных чисел.

Рассмотрим неравенство

$$\left( \sum_{n=1}^\infty \omega_n^\theta \left( \sum_{k=n}^\infty \left| \varphi_k \sum_{i=k}^\infty f_i \right|^q \right)^{\frac{\theta}{q}} \right)^{\frac{1}{\theta}} \leq C \left( \sum_{j=1}^\infty |u_j f_j|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad \forall f \in l_{p,u}, \tag{1.1}$$

где  $l_{p,u}$  - пространство последовательности  $f = \{f_i\}_{i=1}^\infty$  с конечной нормой

$$\|f\|_{p,u} = \left( \sum_{j=1}^\infty |u_j f_j|^p \right)^{\frac{1}{p}} < \infty, \quad p > 1.$$

где  $C > 0$  наилучшая константа в (1.1).

В последние годы непрерывному аналогу квазилинейных неравенств в виде (1.1) посвящено большое количество работ ([1] - [8]). Интерес к данному типу неравенств вызвал их применимость к пространствам типа Морри ([9], [10]). Более того, зная характеристику данных неравенств можно получить весовые неравенства для билинейных неравенств Харди ([11]). Однако дискретное квазилинейное неравенство в виде (1.1) почти не изучено, только, можно отметить работу [12].

В данной статье мы получаем критерии выполнения неравенства (1.1) в случае  $0 < q < p, \theta < \infty, p > 1$ . В данной работе принято следующее соотношение  $0 < q < \theta < p < \infty, p > 1$ .

**2. Вспомогательные утверждения и определения**

Здесь и далее  $M \leq cK$  означает  $M \ll K$  с некоторой постоянной  $c > 0$ , а соотношение  $M \approx K$  утверждает наличие двусторонней оценки  $M \ll K \ll M$ .

При доказательстве нашего основного результата нам потребуются следующие общеизвестные результаты о дискретном весовом неравенстве Харди ([13]) и ограниченности матричных операторов ([14]).

**Теорема 1.1.** ([13]). Пусть  $0 < q < p < \infty$ . Тогда неравенство

$$\left( \sum_{i=1}^\infty \left| \sum_{j=i}^\infty f_j v_j^q \right|^q \right)^{\frac{1}{q}} \leq C \left( \sum_{i=1}^\infty |u_i f_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \tag{1.2}$$

выполнено для некоторых  $C < \infty$  тогда и только тогда, когда

$$H \approx \left( \sum_{n=1}^\infty \left( \sum_{j=n}^\infty u_j^{-p} \right)^{\frac{q(p-1)}{p-q}} \left( \sum_{k=1}^n v_k^q \right)^{\frac{q}{p-q}} v_n^q \right)^{\frac{p-q}{pq}}. \text{ При этом, } H \approx C, \text{ где } C \text{ наилучшая константа в (1.2).}$$

**Утверждение.** Матрица  $\{a_{i,j}\}_{j=1}^\infty, i \geq j$  удовлетворяет (дискретному) условию Ойнарова, если существует  $d \geq 1, (a_{i,j})$ -неотрицательная матрица, элементы которой почти не убывают по  $i$  и почти не возрастают по  $j$ , так что неравенства

$$\frac{1}{d}(a_{i,k} + a_{k,j}) \leq a_{i,j} \leq d(a_{i,k} + a_{k,j}),$$

или  $a_{i,j} \approx a_{i,k} + a_{k,j}$  выполнено для всех  $i \geq k \geq j \geq 1$ .

**Теорема 1.2.** ([14]). Пусть  $1 < q < p < \infty$  а элементы матрицы  $a_{i,j}$  удовлетворяют дискретному условию Ойнарова. Тогда неравенство

$$\left( \sum_{i=1}^\infty \left| \sum_{j=1}^i a_{i,j} f_j \right|^q u_i^q \right)^{\frac{1}{q}} \leq C \left( \sum_{i=1}^\infty |v_i f_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \tag{1.3}$$

выполнено для некоторых  $C < \infty$  тогда и только тогда, когда  $M = \max\{M_1, M_2\} < \infty$ , где

$$M_1 = \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{j=k}^{\infty} a_{j,k}^q u_j^q \right)^{\frac{p}{p-q}} \left( \sum_{i=1}^k v_i^{-p} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} v_k^{-p} \right)^{\frac{p-q}{pq}},$$

$$M_2 = \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k a_{k,i}^p v_i^{-p} \right)^{\frac{q(p-1)}{p-q}} \left( \sum_{j=k}^{\infty} u_j^q \right)^{\frac{q}{p-q}} u_k^q \right)^{\frac{p-q}{pq}}.$$

При этом,  $C \approx M$ , где - наилучшая константа в (1.3).

Для доказательства некоторых результатов нам понадобится следующая лемма ([15]), такая что:

**Лемма 1.1.** Пусть  $\gamma > 0$  и  $\{B_k\}$  неотрицательная последовательность. Тогда

$$\left( \sum_{k=1}^j B_k \right)^{\gamma} \approx \sum_{k=1}^j B_k \left( \sum_{i=1}^k B_i \right)^{\gamma-1}, \quad j \geq 1,$$

Если  $\sum_k B_k < \infty$ ,  $1 \leq j, k < N \leq \infty$ , тогда  $\left( \sum_{k=j}^N B_k \right)^{\gamma} \approx \sum_{k=j}^N B_k \left( \sum_{i=k}^N B_i \right)^{\gamma-1}$ .

**1. Основной результат:**

**Теорема 2.1.** Пусть  $0 < q < \theta < p < \infty$ ,  $p > 1$ . Тогда весовая оценка (1.1) выполняется тогда и только тогда, когда  $\max\{E_1, E_2\} < \infty$ , где

$$E_1 = \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k \left( \sum_{r=i}^k \varphi_r^q \right)^{\frac{\theta}{q}} \omega_i^{\theta} \right)^{\frac{p}{p-\theta}} \left( \sum_{j=k}^{\infty} u_j^{-p} \right)^{\frac{p(\theta-1)}{p-\theta}} u_k^{-p} \right)^{\frac{p-\theta}{p\theta}},$$

$$E_2 = \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=k}^{\infty} \left( \sum_{j=i}^{\infty} u_j^{-p} \right)^{\frac{q(p-1)}{p-q}} \left( \sum_{r=i}^j \varphi_r^q \right)^{\frac{q}{p-q}} \varphi_i^q \right)^{\frac{\theta(p-q)}{q(p-\theta)}} \left( \sum_{i=1}^k \omega_i^{\theta} \right)^{\frac{\theta}{p-\theta}} \omega_k^{\theta} \right)^{\frac{p-\theta}{p\theta}}.$$

При этом,  $C \approx \max\{E_1, E_2\}$  с константами эквивалентности, зависящими только от  $k, p, q$  и  $\theta$ , где  $C$  - наилучшая константа в (1.1).

*Доказательство.* Пусть  $g = \{g_i\}_{i=1}^{\infty}$ ,  $g \geq 0 \Leftrightarrow g_i \geq 0, \forall i \geq 1$ . Если

$$C = \sup_{g \geq 0} \frac{\left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( \omega_n^q \sum_{k=n}^{\infty} \left| \varphi_k \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right|^q \right)^{\frac{\theta}{q}} \right)^{\frac{1}{\theta}}}{\left( \sum_{j=1}^{\infty} |u_j g_j|^p \right)^{\frac{1}{p}}} < \infty, \tag{2.1}$$

где  $C$  – наилучшая константа в (2.1).

Сначала возведем обе стороны неравенство (2.1) в степени  $q$  и получим

$$C^q = \sup_{g \geq 0} \frac{\left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( \omega_n^q \sum_{k=n}^{\infty} \left| \varphi_k \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right|^q \right)^{\frac{\theta}{q}} \right)^{\frac{q}{\theta}}}{\left( \sum_{j=1}^{\infty} |u_j g_j|^p \right)^{\frac{q}{p}}}. \tag{2.2}$$

Мы определяем  $r := \frac{\theta}{q}$ ,  $w^r := (\omega^q)^{\frac{\theta}{q}}$  и  $\Phi_n := \sum_{k=n}^{\infty} \left| \varphi_k \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right|^q$ . Тогда

$$\left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( w_n^q \sum_{k=n}^{\infty} \left( \varphi_k \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right)^q \right)^{\frac{1}{r}} \right)^{\frac{1}{r}} = \left( \sum_{n=1}^{\infty} (w_n \Phi_n)^r \right)^{\frac{1}{r}}.$$

Пусть  $h = \{h_i\}_{i=1}^{\infty}$ ,  $h_i \geq 0$ ,  $\forall i \geq 1$ . Так как  $r > 1$ , то

$$\left( \sum_{n=1}^{\infty} (w_n \cdot \Phi_n)^r \right)^{\frac{1}{r}} = \sup_{h \geq 0} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} h_n \Phi_n}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} h_k^r \cdot w_k^{-r} \right)^{\frac{1}{r}}} = \sup_{h \geq 0} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} h_n \sum_{k=n}^{\infty} \left( \varphi_k \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right)^q}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} (\omega_k^{-q} \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}}, \quad (2.3)$$

где  $r' = \frac{r}{r-1} = \frac{\theta}{\theta-q}$ .

Теперь положим (2.3) в (2.2) и находим

$$\begin{aligned} C^q &= \sup_{g \geq 0} \sup_{h \geq 0} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} h_n \sum_{k=n}^{\infty} \left( \varphi_k \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right)^q}{\left( \sum_{j=1}^{\infty} |u_j g_j|^p \right)^{\frac{q}{p}} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\omega_k^{-q} \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}} = \sup_{g \geq 0} \sup_{h \geq 0} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \left( \varphi_k \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right)^q \sum_{n=1}^k h_n}{\left( \sum_{j=1}^{\infty} |u_j g_j|^p \right)^{\frac{q}{p}} \left( \sum_{k=1}^{\infty} (\omega_k^{-q} \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}} = \\ &= \sup_{h \geq 0} \frac{1}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} (\omega_k^{-q} \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}} \sup_{g \geq 0} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \left( \varphi_k \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right)^q \sum_{n=1}^k h_n}{\left( \sum_{j=1}^{\infty} |u_j g_j|^p \right)^{\frac{q}{p}}}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Пусть  $H_k = \sum_{n=1}^k h_n$ . Оценим второй супремум, связанный с  $g$  отдельно. Используя теорему А, получаем,

$$\sup_{g \geq 0} \frac{\left( \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k^q H_k \left( \sum_{j=k}^{\infty} g_j \right)^q \right)^{\frac{1}{q}}}{\left( \sum_{j=1}^{\infty} |u_j g_j|^p \right)^{\frac{1}{p}}} \approx \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{k=1}^n \varphi_k^q H_k \right)^{\frac{q}{p-q}} \left( \sum_{j=n}^{\infty} u_j^{-p} \right)^{\frac{q(p-1)}{p-q}} \cdot \varphi_n^q H_n \right)^{\frac{p-q}{pq}}. \quad (2.5)$$

Подставляя (2.5) в (2.4), и используя утверждение Леммы 1.1, имеем

$$C^q \approx \sup_{h \geq 0} \frac{\left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{k=1}^n \varphi_k^q H_k \right)^{\frac{q}{p-q}} \left( \sum_{j=n}^{\infty} u_j^{-p} \right)^{\frac{q(p-1)}{p-q}} \varphi_n^q H_n \right)^{\frac{p-q}{p}}}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} (\omega_k^{-q} \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}} \approx$$

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{k=1}^n \varphi_k^q H_k \right)^{\frac{q}{p-q}} \varphi_n^q H_n \sum_{j=n}^{\infty} \left( \sum_{s=j}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} \cdot u_j^{-p'}}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} (\omega_k^{-q} \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}} \right)^{\frac{p-q}{p}} \\
 & \approx \sup_{h \geq 0} \frac{\left( \sum_{j=1}^{\infty} \left( \sum_{s=j}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} \cdot u_j^{-p'} \sum_{n=1}^j \left( \sum_{k=1}^n \varphi_k^q H_k \right)^{\frac{q}{p-q}} \varphi_n^q H_n \right)^{\frac{p-q}{p}}}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} (\omega_k^{-q} \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}} \approx \\
 & \approx \sup_{h \geq 0} \frac{\left( \sum_{j=1}^{\infty} \left( \sum_{s=j}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} \cdot u_j^{-p'} \left( \sum_{n=1}^j \varphi_n^q H_n \right)^{\frac{p}{p-q}} \right)^{\frac{p-q}{p}}}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} (\omega_k^{-q} \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}}.
 \end{aligned}$$

Далее отметим, что

$$\sum_{n=1}^j \varphi_n^q \cdot H_n = \sum_{n=1}^j \varphi_n^q \cdot \sum_{i=1}^n h_i = \sum_{i=1}^j h_i \cdot \sum_{n=i}^j \varphi_n^q, \tag{2.6}$$

и обозначим

$$U_j := \left( \left( \sum_{s=j}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} \cdot u_j^{-p'} \right)^{\frac{p-q}{p}} \quad \text{и} \quad W_k := \omega_k^{-q}. \tag{2.7}$$

Соответственно получаем

$$C^q \approx \sup_{h \geq 0} \frac{\left( \sum_{j=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^j h_i \cdot \sum_{n=i}^j \varphi_n^q \right)^{\frac{p}{p-q}} U_j^{\frac{p}{p-q}} \right)^{\frac{p-q}{p}}}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} (W_k \cdot h_k)^{\frac{\theta}{\theta-q}} \right)^{\frac{\theta-q}{\theta}}} = \sup_{h \geq 0} \frac{\left( \sum_{j=1}^{\infty} \left( U_j \sum_{i=1}^j a_{j,i} h_i \right)^{\tilde{q}} \right)^{\frac{1}{\tilde{q}}}}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} (W_k \cdot h_k)^{\tilde{p}} \right)^{\frac{1}{\tilde{p}}}},$$

где  $a_{j,i} = \sum_{k=i}^j \varphi_k^q$ ,  $j \geq i$ ,  $i \geq 1$ ,  $\tilde{q} := \frac{p}{p-q}$  и  $\tilde{p} := \frac{\theta-q}{\theta}$ .

В итоге получим

$$\left( \sum_{j=1}^{\infty} \left( U_j \sum_{i=1}^j a_{j,i} h_i \right)^{\tilde{q}} \right)^{\frac{1}{\tilde{q}}} \leq C^q \left( \sum_{k=1}^{\infty} (W_k \cdot h_k)^{\tilde{p}} \right)^{\frac{1}{\tilde{p}}}, \quad h \geq 0. \tag{2.8}$$

Здесь

$$a_{j,i} = \sum_{k=i}^j \varphi_k^q \leq \sum_{k=i}^m \varphi_k^q + \sum_{k=m}^j \varphi_k^q = a_{m,i} + a_{j,m},$$

и

$$a_{j,i} \geq \sum_{k=i}^m \varphi_k^q, \quad a_{j,i} \geq \sum_{k=m}^j \varphi_k^q \quad \text{так что} \quad a_{j,i} \geq \frac{1}{2}(a_{m,i} + a_{j,m}).$$

Мы заключаем, что

$$\frac{1}{2}(a_{m,i} + a_{j,m}) \leq a_{j,i} \leq a_{m,i} + a_{j,m} \quad \Leftrightarrow \quad a_{j,i} \approx a_{m,i} + a_{j,m}, \quad j \geq m \geq i,$$

это означает, что  $a_{j,i}$  удовлетворяет дискретное условие Ойнарова, кроме того,  $1 < \tilde{p} \leq \tilde{q} < \infty$  и для оператора  $A$ , определяемого как  $(Ah)_j = \sum_{i=1}^j a_{j,i} h_i, \quad j \geq 1$ , имеем

$$\left( \sum_{j=1}^{\infty} (U_j (Ah)_j)^{\tilde{q}} \right)^{\frac{1}{\tilde{q}}} \leq C^q \left( \sum_{k=1}^{\infty} (W_k \cdot h_k)^{\tilde{p}} \right)^{\frac{1}{\tilde{p}}}, \quad h \geq 0.$$

Соответственно, если  $C^q$  лучшая константа в (2.8), то по Теореме В это дает  $C^q \approx \max\{\tilde{E}_1, \tilde{E}_2\}$ , где

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1 &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{j=k}^{\infty} a_{j,k}^{\tilde{q}} u_j^{\tilde{q}} \right)^{\frac{\tilde{p}}{\tilde{p}-\tilde{q}}} \left( \sum_{i=1}^k W_i^{-\tilde{p}'} \right)^{\frac{\tilde{p}(\tilde{q}-1)}{\tilde{p}-\tilde{q}}} W_k^{-\tilde{p}'} \right)^{\frac{\tilde{p}-\tilde{q}}{\tilde{p}\tilde{q}}} = \\ \tilde{E}_2 &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k a_{k,i}^{\tilde{p}'} v_i^{-\tilde{p}'} \right)^{\frac{\tilde{q}(\tilde{p}-1)}{\tilde{p}-\tilde{q}}} \left( \sum_{j=k}^{\infty} u_j^{\tilde{q}} \right)^{\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}-\tilde{q}}} u_k^{\tilde{q}} \right)^{\frac{\tilde{p}-\tilde{q}}{\tilde{p}\tilde{q}}}. \end{aligned}$$

Теперь вычисляем значения  $\tilde{E}_1, \tilde{E}_2$ , используя Лемму 1.1 и (2.6), (2.7). Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1 &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{j=k}^{\infty} a_{j,k}^{\tilde{q}} u_j^{\tilde{q}} \right)^{\frac{\tilde{p}}{\tilde{p}-\tilde{q}}} \left( \sum_{i=1}^k W_i^{-\tilde{p}'} \right)^{\frac{\tilde{p}(\tilde{q}-1)}{\tilde{p}-\tilde{q}}} W_k^{-\tilde{p}'} \right)^{\frac{\tilde{p}-\tilde{q}}{\tilde{p}\tilde{q}}} = \\ &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{j=k}^{\infty} \left( \sum_{i=k}^j \varphi_i^q \right)^{\frac{p}{p-q}} \left( \sum_{s=j}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} u_j^{-p'} \right)^{\frac{\theta(p-q)}{q(p-\theta)}} \left( \sum_{i=1}^k \omega_i^{\theta} \right)^{\frac{\theta}{p-\theta}} \omega_k^{\theta} \right)^{\frac{q(p-\theta)}{p\theta}} \approx \\ &\approx \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{j=k}^{\infty} \sum_{i=k}^j \left( \sum_{r=i}^j \varphi_r^q \right)^{\frac{q}{p-q}} \varphi_i^q \left( \sum_{s=j}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} u_j^{-p'} \right)^{\frac{\theta(p-q)}{q(p-\theta)}} \left( \sum_{i=1}^k \omega_i^{\theta} \right)^{\frac{\theta}{p-\theta}} \omega_k^{\theta} \right)^{\frac{q(p-\theta)}{p\theta}}, \end{aligned}$$

изменяя порядки сумм и снова используя Лемму 1.1, мы получаем

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1 &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=k}^{\infty} \sum_{j=i}^{\infty} \left( \sum_{s=j}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} u_j^{-p'} \left( \sum_{r=i}^j \varphi_r^q \right)^{\frac{q}{p-q}} \varphi_i^q \right)^{\frac{\theta(p-q)}{q(p-\theta)}} \left( \sum_{i=1}^k \omega_i^\theta \right)^{\frac{\theta}{p-\theta}} \omega_k^\theta \right)^{\frac{q(p-\theta)}{p\theta}} \approx \\ &\approx \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=k}^{\infty} \left( \sum_{j=i}^{\infty} u_j^{-p'} \right)^{\frac{q(p-1)}{p-q}} \left( \sum_{r=i}^j \varphi_r^q \right)^{\frac{q}{p-q}} \varphi_i^q \right)^{\frac{\theta(p-q)}{q(p-\theta)}} \left( \sum_{i=1}^k \omega_i^\theta \right)^{\frac{\theta}{p-\theta}} \omega_k^\theta \right)^{\frac{q(p-\theta)}{p\theta}} = E_1^q. \end{aligned}$$

Используя Лемму 1.1, вычисляем  $\tilde{E}_2$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_2 &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k a_{k,i}^{\tilde{p}} v_i^{-\tilde{p}} \right)^{\frac{\tilde{q}(\tilde{p}-1)}{\tilde{p}-\tilde{q}}} \left( \sum_{j=k}^{\infty} u_j^{\tilde{q}} \right)^{\frac{\tilde{q}}{\tilde{p}-\tilde{q}}} u_k^{\tilde{q}} \right)^{\frac{\tilde{p}-\tilde{q}}{\tilde{p}\tilde{q}}} = \\ &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k \left( \sum_{r=i}^k \varphi_r^q \right)^{\frac{\theta}{q}} \omega_i^\theta \right)^{\frac{p}{p-\theta}} \left( \sum_{j=k}^{\infty} \left( \sum_{s=j}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} u_j^{-p'} \right)^{\frac{p(\theta-q)}{q(p-\theta)}} \left( \sum_{s=k}^{\infty} u_s^{-p'} \right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}} u_k^{-p'} \right)^{\frac{q(p-\theta)}{p\theta}} \approx \\ &\approx \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k \left( \sum_{r=i}^k \varphi_r^q \right)^{\frac{\theta}{q}} \omega_i^\theta \right)^{\frac{p}{p-\theta}} \left( \sum_{j=k}^{\infty} u_j^{-p'} \right)^{\frac{q(p-1)}{p-q} + \frac{p(\theta-q)}{q(p-\theta)} + \frac{p(q-1)}{p-q}} u_k^{-p'} \right)^{\frac{q(p-\theta)}{p\theta}} = \\ &= \left( \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^k \left( \sum_{r=i}^k \varphi_r^q \right)^{\frac{\theta}{q}} \omega_i^\theta \right)^{\frac{p}{p-\theta}} \left( \sum_{j=k}^{\infty} u_j^{-p'} \right)^{\frac{p(\theta-1)}{p-\theta}} u_k^{-p'} \right)^{\frac{q(p-\theta)}{p\theta}} = E_2^q. \end{aligned}$$

В итоге  $C^q \approx \max\{\tilde{E}_1, \tilde{E}_2\} \approx \{E_1^q, E_2^q\}$ , следовательно  $C \approx \{E_1, E_2\}$ . Теорема доказана.

Список использованной литературы:

- 1 Gogatishvili A., Mustafayev R., Persson L.-E. Some new iterated Hardy-type inequalities // *J. Func. Spaces Appl.* - 2012. - 30 p.
- 2 Gogatishvili A., Mustafayev R., Persson L.-E. Some new iterated Hardy-type inequalities: the case  $\theta = 1$  // *J. Inequal. Appl.* - 2013. - № 515 (2013) - 29p.
- 3 Gogatishvili A., Mustafayev R. Weighted iterated Hardy-type inequalities // *Math. Inequal. Appl.* - 2017. - № 3(20). - P. 683-728.
- 4 Прохоров Д.В., Степанов В.Д. Весовые оценки класса сублинейных операторов // *ДАН* - 2013. - № 5(453). - С. 486-488.
- 5 Прохоров Д.В., Степанов В.Д. О весовых неравенствах Харди в смешанных нормах // *Тр. МИАН* - 2013. - Т.283. - С. 155-170.
- 6 Прохоров Д.В., Степанов В.Д. Оценки одного класса сублинейных интегральных операторов // *ДАН* - 2014. №6(456). - С. 645-649.
- 7 Прохоров Д.В., Степанов В.Д. Весовые неравенства для квазилинейных интегральных операторов на полуоси и приложения к пространствам Лоренца // *Матем. сб.* - 2016. - №8(207). - С135-162.
- 8 Прохоров Д. В. Об одном классе весовых неравенств, содержащих квазилинейные операторы // *Тр. МИАН* - 2016. - Т.289. - С.280-295.

9 Burenkov V.I. and Oinarov R. Necessary and Sufficient conditions for boundedness of the Hardy-type operator from a weighted Lebesgue space to a Morrey-type space // *Math. Inequal. Appl.* – 2013. - №1(16). – P. 1-19.

10 Oinarov R., Kalybay A. On boundedness of the conjugate multidimensional Hardy operator from a Lebesgue space to a local Morrey-type space // *Int. J. Math. Anal.* – 2014. - №11(8). – P. 539-553.

11 Bernardis A.L., Salvador P.O. Some new iterated Hardy-type inequalities and applications // *J. Math. Ineq.* - 2017. - №2(11). - P.577-594.

12 Martin K., Lubos P. Weighted inequalities for iterated Copson Integral operators [electronic resource]. – 2019. - URL: <https://www.researchgate.net/publication/332962081> (date of the application: 21.10.2019).

13 Kufner A., Maligranda L. and Persson L.E. The Hardy Inequality About its History and Some Related Results / Kufner A., Maligranda L. and Persson L.E. - Pilsen Czech Republic, 2007. - 161p.

14 Temirkhanova A. Estimates for Discrete Hardy-type Operators in Weighted Sequence Spaces. PhD thesis, Department of Math., Lulea University of Technology. - 2015.

15 Oinarov R., Okpoti C.A. and Persson L.E. Weighted inequalities of Hardy type for matrix operators: the case  $q < p$  // *Math. Inequal. Appl.*, Croatia. -2007. - №4(10). – P.843-861.

**МРНТИ 20.51.23**  
**УДК 004**

*Е.К. Толенбеков<sup>1</sup>, С.С. Аубакиров<sup>2</sup>, Ж. Абенов<sup>2</sup>, К.Е. Абдулкаримова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Международный Университет Информационных Технологий, г. Алматы, Казахстан,*

<sup>2</sup>*Университет Международного Бизнеса, г. Алматы, Казахстан*

## **АНАЛИЗ ПОТОКА ФИНАНСОВЫХ ТРАНЗАКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФОВ**

### *Аннотация*

Ежегодно усиливаются санкции к субъектам финансово мониторинга за позднее обнаружение ненадежных операций. Организациям грозят репутационные потери, риски выплат высоких штрафов, приостановление деятельности и даже лишение лицензии. Крупные компании выполняют до 20 млн транзакций в день, обнаружение подозрительных операций связано с ручной работой, что может вызвать риск ошибок и ложных срабатываний. Разработка и внедрение высокотехнологичных АМЛ-систем, отвечающих всем современным тенденциям и требованиям цифровой экономики актуальна. Среди современных инструментов АМЛ можно отметить анализ потоков финансовых транзакций при помощи визуализации. Этот инструментарий позволяет совершенствовать риск-ориентированные подходы и дает возможность успевать за развитием технологий отмывания денег.

**Ключевые слова:** финансовые рынки, обработка информации, неструктурированные данные, АМЛ, networkX, Gephi, D3JS.

### *Аңдатпа*

*Е.К. Толенбеков<sup>1</sup>, С.С. Аубакиров<sup>2</sup>, Ж. Абенов<sup>2</sup>, К.Е. Абдулкаримова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Халықаралық Бизнес Университеті, Алматы қ., Қазақстан,*

<sup>2</sup>*Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## **ГРАФ ҚҰРУ АРҚЫЛЫ ҚАРЖЫЛЫҚ ОПЕРАЦИЯЛАРДЫҢ АҒЫНДАРЫН ТАЛДАУ**

Жыл сайын қаржылық мониторинг субъектілеріне сенімсіз транзакцияларды уақтылы анықтамағаны үшін санкциялар күшейтіледі. Ұйымдар беделді шығындарға, жоғары айыппұлдарды төлеу, операциялардың тоқтау және лицензиядан айырылу қаупіне тап болады. Ірі компаниялар күніне 20 миллионға жуық транзакцияны жүзеге асырады, күдікті транзакцияларды анықтау кәсіпкерлер мен жалған позитивтер қаупін тудыруы мүмкін қолмен жасалатын жұмыстармен байланысты. Сандық экономиканың барлық заманауи тенденциялары мен талаптарына жауап беретін жоғары технологиялық АМЛ жүйесін құру және енгізу өзекті болып табылады. Қазіргі кездегі АМЛ құралдарының ішінде визуализацияны қолдана отырып қаржылық операциялардың ағынын талдауды атап өтуге болады. Бұл құрал тәуекелге негізделген тәсілдерді жетілдіруге мүмкіндік береді және ақшаны жылыстату технологиясының дамуымен қатар жүруге мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** қаржы нарықтары, ақпаратты өңдеу, құрылымданбаған мәліметтер, АМЛ, networkX, Gephi, D3JS.

Abstract

**FLOW ANALYSIS OF FINANCIAL TRANSACTIONS USING GRAPH CONSTRUCTION**

Tolenbekov E.<sup>1</sup>, Aubakirov S.,<sup>2</sup> Abenov Zh.<sup>2</sup>, Abdulkarimova K.E.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>University of International Business, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup>International IT University, Almaty, Kazakhstan

Every year, sanctions against financial monitoring entities for late detection of unreliable transactions are strengthened. Organizations face reputational losses, the risks of paying high fines, suspension of operations, and even the loss of a license. Large companies carry out up to 20 million transactions per day, the detection of suspicious transactions is associated with manual work, which can cause the risk of errors and false positives. The development and implementation of high-tech AML systems that meet all modern trends and requirements of the digital economy is relevant. Among modern AML tools, one can note the analysis of financial transaction flows using visualization. This toolkit allows improving risk-based approaches and makes it possible to keep pace with the development of money laundering technologies.

**Keywords:** financial markets, information processing, unstructured data, AML, networkX, Gephi, D3JS.

**Введение**

Исследованиям в области финансовых рынков посвящены труды зарубежных и казахстанских учёных: Jack Glen [1], Адамбековой А.А. [2], Искаковой З.Д. [3], Osborn R. Vaughn C. [4], Дарибаева М.Ж. [5], Лежневой В.М. [6], Жоламановой М.Т. [7].

Вопросы управления информацией на основе использования облачных технологий изучены в трудах Клементьева И.П. [8], Крупина А.С. [9], Осолкова И. [10], Романченко В. [11], Топровер О. [12], Федорова А.Г., Мартынова Д.Н. [13].

Вместе с тем, вопросы обработки больших неструктурированных данных финансовых потоков с использованием облачных технологий в казахстанской практике остаются недостаточно разработанными.

Огромный поток финансовой отчетности и аналитики усложняют процессы обработки информации. Быстрый сбор из внутренних и внешних источников и быстрая обработка больших потоков информации с помощью мобильных устройств и сервисов позволяют ускорить весь бизнес процесс от сбора – хранения до обработки и составления отчетов, так как современные облачные сервисы позволяют использовать мощные вычислительные ресурсы. Сбор информации из разных источников через облачные data сервисы позволяет осуществить доступ к разным источникам независимо от места расположения данных.

В настоящее время происходят радикальные изменения в сфере финансовых технологий, затрагивающие всю инфраструктуру финансового сектора. Практически любая финансовая операция может осуществляться с помощью мобильного устройства, предоставляющего возможности личного финансового менеджмента, биометрических платежей, социальных выплат.

Активно растет число транзакций, построенных на обмене продукцией или на использовании альтернативных валют в рамках онлайн-платформ; широкое распространение получает совершенно новый тип проведения финансовых операций между устройствами без участия человека. Нарастает важность проблем кибербезопасности, защиты персональных данных, идентификации личности в информационном пространстве при совершении транзакций. Объем венчурных инвестиций в финансовые технологии увеличился за последние 5 лет, что подтверждает рост интереса к технологическим инновациям в данной сфере. Активно развиваются компании за пределами традиционной индустрии финансовых услуг.

28 августа 2009 года президент Казахстана подписал закон "О противодействии легализации (отмыванию) доходов, полученных преступным путем, и финансированию терроризма". 9 марта 2010 года этот закон вступил в силу. С этого момента начинается деятельность Комитета по финансовому мониторингу как национального подразделения финансовой разведки (ЕАГ).

В 2020 году Республике Казахстан предстоит пройти второй раунд взаимных оценок, в рамках которой ЕАГ будет оценена система финансового мониторинга Казахстана [14]. ЕАГ будет оценивать соответствие правовой и институциональной системы ПОД/ФТ Республики Казахстан установленным международным стандартом ФАТФ и присваивать стране рейтинги технического соответствия и эффективности системы. Присвоенные рейтинги накладывают определенные обязательства, невыполнение которых может привести к санкциям экономического характера, применяемых к стране. Согласно международным стандартам ФАТФ, каждая страна должна оценить свои риски отмывания денег и финансирования терроризма. С этой целью на уровне закона создана правовая основа для



проведения такой оценки, приняты необходимые подзаконные правовые акты, которые определяют правила проведения такой оценки рисков отмыwania денег и финансирования терроризма в Казахстане и по результатам которой предусматривают принятие на уровне Правительства решения, направленного на минимизацию выявленных рисков.

Ежегодно требования законодательства к субъектам финансового мониторинга ужесточаются, усиливаются санкции за позднее обнаружение ненадежных операций. Организациям грозят не только значительные репутационные потери, но и риски выплат высоких штрафов, приостановление деятельности и даже лишение лицензии. Крупные компании выполняют до 20 млн транзакций в день, в то время как обнаружение подозрительных операций связано с ручной работой, что может вызвать риск ошибок и ложных срабатываний. Именно поэтому крайне важна разработка и внедрение высокотехнологичных АМL-систем, отвечающих всем современным тенденциям и требованиям цифровой экономики. Среди современных инструментов АМL можно отметить big data, machine learning, AI. Этот инструментарий позволяет совершенствовать риск-ориентированные подходы и дает возможность успевать за развитием технологий отмыwania денег.

Аббревиатура ПОД/ФТ дословно расшифровывается как «противодействие отмыванию денег и финансированию терроризма» (зарубежный аналог АМL/CFT – Anti-money laundering and combating the financing of terrorism). Под этим термином принято понимать сложившуюся международную систему борьбы с легализацией преступных доходов и финансированием терроризма, включающую национальные подразделения финансовой разведки, надзорные и правоохранительные органы, межправительственные структуры и организации [15].

Ключевым элементом ПОД/ФТ служит сбор сведений о подозрительных операциях и ненадлежащих клиентах службами внутреннего контроля банков, страховых компаний, организаций – участников рынка ценных бумаг и др. подотчетных структур. Противодействием и регулированием данной проблемой занимается межправительственная организация ФАТФ (FATF) которая формирует мировые стандарты в сфере противодействия отмыванию преступных доходов и финансированию терроризма (ПОД/ФТ), а также занимается оценением соответствия национальных систем ПОД/ФТ этим стандартам.

Для того что бы Казахстан в полной мере выполнял как требования Законодательства, так и требования международной организации ФАТФ, возникает необходимость в создании системы по противодействию отмыванию денег и финансированию терроризма для Платежных организаций, которая будет соответствовать всем стандартам.

**Обзор.** На сегодняшний день, на рынке существует много АМL решений, которые помогают субъектам финансового мониторинга, соблюдать все требования, указанные в законе «О противодействии отмыwania денег и финансирования терроризма» и требования ФАТФ, тем самым оберегая их от карательных санкций, значительных репутационных потерь и, наконец, прекращения деятельности, но каждое из решений имеет определённые преимущества недостатки.

Существующие АМL-решения не способны обрабатывать операции в режиме онлайн. Интеллектуальный анализ выполняется фильтрацией транзакций в соответствии с определенными правилами, т.е. на него влияют установленные ограничения. Все отфильтрованные транзакции считаются «законными» и не проходят процедуру анализа. Существующие АМL-системы рассматривают только индикаторы, непосредственно связанные с операцией или ее участниками, и не учитывают косвенных показателей. В результате возникают ложные срабатывания и ошибки.

На рынке представлены следующие решения: SAS AML, Oracle Mantas AML, Nice Actimize AML, FLEXTERA.

Подробное рассмотрение каждой системы позволило выявить следующие недостатки систем:

- обработка и анализ транзакций возможны только в режиме отсрочки;
- невозможность самообучения системы по фактическим данным – только путем ручной корректировки правил;
- отсутствие анализа для расширенного уровня данных по юридическим лицам – участникам сделок;
- чрезвычайно высокая стоимость лицензирования, внедрения и владения. Решение могут себе позволить только крупные банки.

Один из главных недостатков вышеуказанных информационных систем – они работают в рамках одной организации. В связи с чем пропадает возможность видеть полную картину и все денежные потоки.

**Метод.** Решением указанных проблем является создание интеллектуальной автоматизированной системы сбора-анализа и распределения больших неструктурированных данных финансовых потоков в облачной среде. Используя методы интеллектуального анализа данных, можно выявить несколько стратегий для выявления узлов с повышенным риском мошенничества. Одним из популярных методов выявления наиболее значимых вершин и ребёр является использование мер централизованности – степени (in-degree, out-degree, all-degree), близость (closeness) и межцентральность (betweenness centrality). Степени централизованности В реальной жизни мы часто считаем людей, имеющих много связей, важными. Аналогично и в социальном графе, актеры, у которых много контактов, считаются важными. Поэтому централизованность является мерой измерения важности узла в сети. Степень централизованности  $C_d$  для узла  $v_i$  в неориентированном графе равна

$$C_d(v_i) = \sum^n d_i \quad (1)$$

где  $d_i$  - степень (число соседних ребер) узла  $v_i$ .

Входящая степень (in-degree) – эта мера подсчитывает количество входящих связей, то есть, сколько раз клиент действовал как продавец. Во взвешенной версии значения входящих дуг суммируются. (Взвешенная) входящая степень для общего узла  $g_i$  представляется уравнением:

$$(Di(g_i)) = \sum^n x_{ji} \quad (2)$$

Исходящая степень (out-degree) – эта мера подсчитывает количество исходящих связей, то есть количество случаев, когда клиент выступает в качестве должника. Взвешенная исходящая степень общего узла  $g_i$  представлен уравнением:

$$(Do(g_i)) = \sum x_{ji} \quad (3)$$

Общая степень - при помощи этой меры подсчитывается число связей, объединяющих узел с другими узлами, независимо от их направленности. Во взвешенной версии фактор риска вычисляется как сумма весов всех дуг, связанных с одним узлом. Эта мера заменяет входящие и исходящие степени в неориентированных сетях. (Взвешенная) общая степень для общего узла  $g_i$  в направленном графе представлена уравнением:

$$(DA(g_i)) = \sum^n (x_{ij} + x_{ji}) \quad (4)$$

Существует разные способы выделения сообществ: betweenness — алгоритм, основанный на коэффициенте «централизации посредничества», определяемом как число кратчайших путей между всеми парами вершин, проходящих через определенное ребро. Если между вершинами  $N$  кратчайших путей, то каждое ребро добавляется  $N - 1$  к значению коэффициента. Чем больше значение, тем вероятнее, что ребро соединяет вершины из разных сообществ. Например, когда разные группы связаны одним ребром, все кратчайшие пути от одного сообщества к другому проходят через это ребро. Этот алгоритм является одним из первых алгоритмов по выделению сообществ в сетях. Данный метод разработан Ньюманом и Гирваном и работает по следующей схеме:

1. Подсчет коэффициентов “центральности по посредничеству” на всех ребрах графа.
2. Поочередное удаление ребер с самым большим коэффициентом.
3. Сообществами считаются оставшиеся компоненты связности.
4. Процедура удаления связей завершается, когда достигает максимума модулярность результирующего разбиения.

Обработка данных включает в себя установление настроек, выбор атрибутов, группировка узлов в Сообщества. Данный анализ позволяет проследить пути выведения денег за границу, размыв деньги в многочисленных счетах, обратное введение в страну, зачислив на другие счета. Каждый из этих этапов сопровождается группой тесно связанных банковских счетов, которые будут формировать сообщества.

**Эксперимент.** Был проведен сравнительный анализ существующего программного обеспечения для визуализации графов: python networkX, Gephi, D3JS. Анализ проводился на 28000 транзакциях с участием 20000 контрагентов. В исследовании проводился анализ целесообразности использования методов интеллектуального анализа данных при отслеживании отмывания денег для увеличения эффективности мониторинга отмывания денежных средств.

Граф на рисунках 1, 2 и 3 показывает, что при выведении денежных средств, два узла имеют наибольшее число связей с другими узлами.

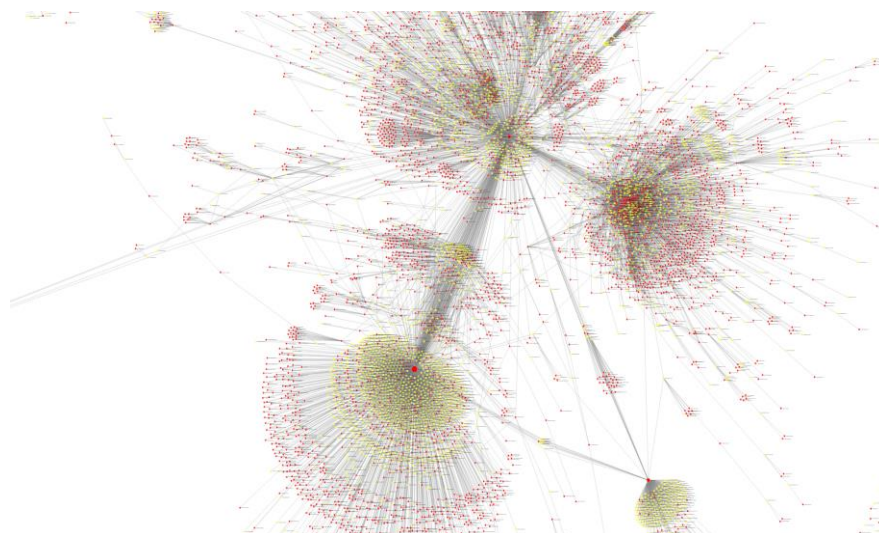


Рис 1. Визуализация на d3js

Из этих счетов выводится наибольший объем денежных средств. Эти узлы также взаимосвязаны друг с другом. Весь этот процесс говорит о многочисленных транзакциях между определенными счетами, целью которых является скрытие следов отмывания денег.

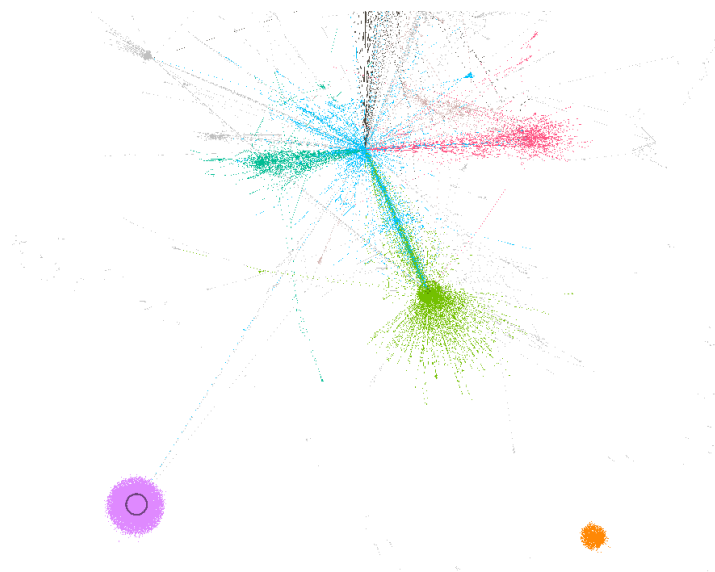


Рис 2. Визуализация на Gephi

На графе видно обособленное сообщество, узлы которого также имеют внутренние связи. Учитывая тесные связи между узлами этого сообщества, крайне малочисленные связи с узлами других сообществ, а также отдаленность от основного графа, можно утверждать, что счета данного сообщества являются заграничными счетами.

В это сообщество деньги поступают из одного счета, проводится манипуляция перекалывания денег между счетами этого сообщества, затем деньги выводятся в Сообщество 1, которое является крупнейшим, внутри этого сообщества деньги также перекалываются и возвращаются в стартовые узлы. Таким образом, социальные графы позволяют отслеживать отмывание денег в банковской сфере.

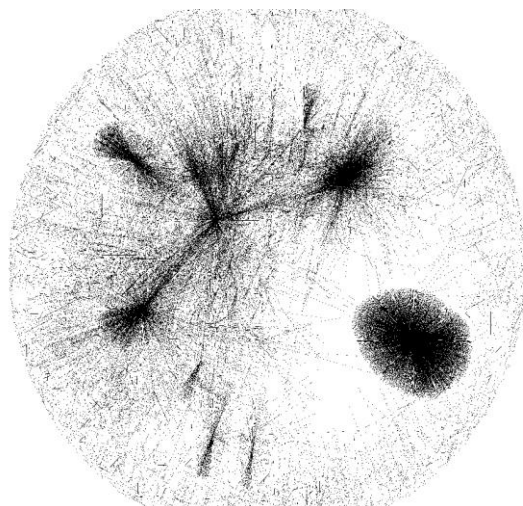


Рис 3. Визуализация на python network C

*Заключение.* Проводился анализ целесообразности использования методов интеллектуального анализа данных при отслеживании отмывания денег для увеличения эффективности мониторинга отмывания денежных средств. Визуализация продемонстрировала способность выполнять задачу мониторинга транзакций денежных средств. Выявлены недостатки существующих платформ при работе с большим количеством транзакций. Подсчета всех коэффициентов, построения графа и визуализация является ресурсоемкой задачей и требуется распараллеливания на платформах высокопроизводительных вычислений.

Статья написана в рамках проекта гранатового финансирования AP05136146-OT-18 «Облачные приложения в управлении информационными потоками на финансовых рынках» Министерство образования и науки Республики Казахстан

*Список использованной литературы:*

- 1 Jack Glen. *International Comparison of Stock Trading Practices. Paper presented at the World Bank Conference on Stock Markets // Corporate Finance and Economic Growth.*-1995, february- 16. -P2.
- 2 Адамбекова А. Десмо-инструменты и показатели мульти-зависимости как индикаторы развития финансового рынка // *Экономика и Статистика. Агентство Республики Казахстан по статистике.*-2010.- №2.- С.24-30
- 3 Искакова З.Д. *Теоретические основы финансов, кредита и роль финансовой системы в развитии Стратегии Казахстана: научное издание.*- Алматы, 2014.- 254 с.
- 4 Osborn R., Vaughn C. *Forms of Interorganizational Governance for Multinational Alliances // Academy of Management Journal.*-2010.- № 33 (3).- P.503-519
- 5 Дарибаева М.Ж. Развитие финансового рынка Республики Казахстан в условиях глобализации // *Вестник КНУ-2013-№ 3.*- С. 132-137
- 6 Лежнева В.М. Развитие фондового рынка в Казахстане. *Статья. Publishing house Education and Science. // s.r.o. IČO : 271 56 877 Frydlanská 15/1314 , Praha 8 MS v Praze , oddíl C,vložka 100614*
- 7 Жоламанова М.Т. Особенности развития валютного рынка Республики Казахстан. *Международная научно-практическая конференция «Актуальные вопросы экономики и финансов в условиях современных вызовов Российского и мирового хозяйства» 25 марта 2013 г. – Самара, стр 296-303.*
- 8 Клементьев И.П., Устинов В.А. *Введение в Облачные вычисления.* - Екатеринбург: УрГУ, 2009. 233с.
- 9 Крупин А.С. «CloudComputing: высокая облачность». *Компьютерра*, 2009
- 10 Осколков И. Ещё раз об облачных вычислениях / И.Осколков // *КомпьютерраOnline.* 2009. №6. С. 9-11
- 11 Романченко В. Облачные вычисления на каждый день / В.Романченко // *3dNews.* 2009. №5. С. 7-9.
- 12 Топровер О. Десять вопросов об облачных вычислениях / О.Топровер // *Открытые системы.* 2009. №16. С. 19-20.
- 13 Федоров А. Г., Мартынов Д. Н. *WindowsAzure: облачная платформа Microsoft.,* 2010. 76с.
- 14 United nations convention against illicit traffic in narcotic drugs and psychotropic substances.– [https://www.unodc.org/pdf/convention\\_1988\\_en.pdf](https://www.unodc.org/pdf/convention_1988_en.pdf) (01.05.19)
- 15 Официальный сайт международной организации FATF.– <http://www.fatf-gafi.org>

МРНТИ 27.17.27  
УДК 512.623

## INVESTIGATION OF IRREDUCIBLE NORMAL POLYNOMIALS SPECIAL TYPE OVER A FIELD OF CHARACTERISTIC 2

*Turusbekova U.K.<sup>1</sup>, Azieva G.T.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *Kazakh University of Economics, Finance and International Trade, Nur-Sultan, Kazakhstan*

<sup>2</sup> *L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

### *Abstract*

Irreducible polynomials have been applied in various areas of mathematics, information technology and information security. The use of the properties of irreducible polynomials allows one to maximize the efficient computer implementation of arithmetic in finite fields, which is of particular importance for cryptography and coding theory. The paper is devoted to the study of irreducible normal polynomials of a special type. The focus is on normal polynomials of the third degree and their root polynomials. In addition, the work contains a survey of known results on irreducible normal polynomials and the sets of their root polynomials over arbitrary fields. The main purpose of the present paper is to develop a technique related to irreducible normal polynomials. We got the explicit formulas of root polynomials for normal polynomials of the third degree over fields of characteristic 2. The results of the article can be used in cryptographic applications and coding theory.

**Keywords:** root polynomial, field, irreducible polynomial, normal polynomial, root.

### *Аңдатпа*

*У.Қ. Тұрысбекова<sup>1</sup>, Г.Т. Азиева<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *Қазақ экономика, қаржы және халықаралық сауда университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан,*

<sup>2</sup> *Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*

### **АРНАЙЫ ТҮРДЕГІ КЕЛТІРІЛМЕЙТІН ҚАЛЫПТЫ КӨПМҮШЕЛІКТІ СИПАТТАМАСЫ 2 ӨРІСТЕ ЗЕРТТЕУ**

Келтірілмейтін көпмүшеліктер математиканың, ақпараттық технологияның әр түрлі салаларында, сонымен қатар ақпаратты қорғауда өз қолданысын тапты. Келтірілмейтін көпмүшеліктердің қасиеттерін қолдану, криптография мен кодтау теориясы үшін маңызы зор болатын, ақырлы өрістердегі арифметиканы тиімді компьютерлендіруге мүмкіндік береді. Ұсынылған жұмыс арнайы түрдегі келтірілмейтін қалыпты көпмүшеліктерді зерттеуге арналған. Ерекше назарда - үшінші дәрежелі қалыпты көпмүшеліктер мен олардың түбірлік көпмүшеліктері. Бұған қоса, мақалада еркін өрістердегі келтірілмейтін қалыпты көпмүшеліктер мен олардың түбірлік көпмүшеліктері жиіны бойынша белгілі нәтижелерге шолу жасалған. Жұмыстың негізгі мақсаты - келтірілмейтін қалыпты көпмүшеліктермен байланысты техниканы дамыту. Сипаттамасы 2 болатын өрістердегі үшінші дәрежелі қалыпты көпмүшеліктер үшін түбірлік көпмүшеліктердің айқын формулалары алынды. Мақаланың нәтижелерін криптографиялық қосымшаларда және кодтау теориясында қолдануға болады.

**Түйін сөздер:** түбірлік көпмүшелік, өріс, келтірілмейтін көпмүшелік, қалыпты көпмүшелік, түбір.

### *Аннотация*

*У.К. Турусбекова<sup>1</sup>, Г.Т. Азиева<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *Казахский университет экономики, финансов и международной торговли, Нур-Султан, Казахстан,*

<sup>2</sup> *Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

### **ИССЛЕДОВАНИЕ НЕПРИВОДИМЫХ НОРМАЛЬНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА НАД ПОЛЕМ ХАРАКТЕРИСТИКИ 2**

Неприводимые многочлены нашли свое применение в различных областях математики, информационной техники и защите информации. Использование свойств неприводимых многочленов позволяет максимизировать эффективную компьютерную реализацию арифметики в конечных полях, что имеет особое значение для криптографии и теории кодирования. Работа посвящена исследованию неприводимых нормальных многочленов специального вида. В центре внимания находятся нормальные многочлены третьей степени и их корневые многочлены. Кроме того, работа содержит обзор известных результатов по неприводимым нормальным многочленам и множествам их корневых многочленов над произвольными полями. Главной целью данной работы является развитие техники, связанной с неприводимыми нормальными многочленами. Получены явные формулы корневых многочленов для нормальных многочленов третьей степени над полями характеристики 2. Результаты статьи могут быть использованы в криптографических приложениях и теории кодирования.

**Ключевые слова:** корневой многочлен, поле, неприводимый многочлен, нормальный многочлен, корень.

**Introduction.** Irreducible polynomials, by means of which the Galois fields are actually constructed, are analogous to prime numbers in the natural series. Finding them, like prime numbers, is made by selection and requires a lot of computational power of ultra-high-speed computers. The polynomials of finite fields of characteristic two are used to describe the shift registers, which are the basic device for the operation of most technical encryption devices in cryptography [1]. We give the basic definitions and information [2].

Let  $F$  be a field and  $\overline{F}$  a algebraic closure of a field  $K$ . Recall that an irreducible polynomial is a polynomial that does not decompose into lower degree factors. A unitary polynomial (a polynomial with a leading coefficient equal to 1)  $f(x)$  from  $F[x]$  is called normal over  $F$  if all its roots are rationally expressed over  $F$  through any root of the polynomial  $f(x)$ .

Let  $f(x)$  be a normal polynomial over  $F$ , that is,

$$f(x) = (x - \xi_1)(x - \xi_2) \dots (x - \xi_n),$$

where  $\xi_i \in \overline{F}$  and  $\xi_i = g_i(x)$  for all  $i = 1, 2, \dots, n$ , where  $g_i(x)$  are polynomials from  $F[x]$  of degree less than  $n$ .

The polynomials  $g_i(x)$  are uniquely determined by the polynomial  $f(x)$ . If it is irreducible in  $F[x]$ , then they are called *root polynomials* for  $f(x)$ .

Note that  $g_1(x) = x$ , we form the set of root polynomials  $M = \{g_1(x) = x, g_2, \dots, g_n\}$ . Let a degree  $f(x)$  equal to  $n$  be greater than two and  $F$  be a formally real field. In this case, H. Kleiman [3] proved the following theorems.

*Theorem 1.* The normal polynomial  $f = x^n + \sum_{j=0}^{n-1} a_{(n-1)-j} x^{(n-1)-j}$  with coefficients in a formally real field  $F$

is uniquely determined by the set  $S = \{M, a_{n-2}\}$ , where  $M$  is the set of root polynomials for  $f(x)$ . In addition, the set  $M$  contains at least one nonlinear polynomial, provided that  $n > 2$ . If the set  $M$  contains a root polynomial of degree two, then the normal polynomial  $f(x)$  is uniquely determined by the set  $M$ .

Let  $\Phi_n(x)$  be a circular polynomial of order  $n$ ,  $n > 6$ , therefore, the degree of the polynomial  $\Phi_n(x)$  is greater than or equal to 4.

*Theorem 2.* Each polynomial in the class of circular polynomials of degree  $\geq 4$  is uniquely determined by its root polynomials.

*Theorem 3.* Let  $F$  be a field of characteristic 0. Let  $f(x) \in F(x)$  - an irreducible polynomial over  $F$  and all roots of the polynomial  $f(x)$  are linear functions of a single root  $\alpha$ . Then the decomposition field of the polynomial  $f(x)$  is a cyclic extension of the field  $F$  and the field  $F$  contains a primitive root of degree  $n$  of unity.

H. Muthsam proved the following assertion [4].

*Theorem 4.* Let  $F$  be a formally real field,  $f(x)$  - an irreducible normal polynomial of degree  $n > 1$  from  $F[x]$ , whose roots are linearly independent over  $F$ . Then the set  $M$  of root polynomials for  $f(x)$  uniquely determines  $f(x)$ .

K. Girstmair [5] investigated normal polynomials of the third degree (that is, cyclic polynomials) over fields  $F$  of a characteristic unequal 2 and 3.

Let  $f(t) = t^3 + a_1 t^2 + a_2 t + a_3$  is a cyclic polynomial from  $F(x)$  with discriminant  $D(f)$  and root polynomials:

$$z_1 = t, \quad z_2 = w_{22} t^2 + w_{21} t + w_{20}, \quad z_3 = w_{32} t^2 + w_{31} t + w_{30},$$

where  $z_2, z_3 \in F[x]$ ,  $w_{22} \neq 0$ ,  $w_{32} \neq 0$ . Then the theorem [1] is valid.

*Theorem 5.* Cyclic cubic polynomial  $f(t) \in F[t]$  uniquely determined by its root polynomials.

If for simplicity we denote a non-trivial root polynomial  $z_2$  in the form of

$$z_2 = w_2 t^2 + w_1 t + w_0,$$

then the coefficients of the cyclic polynomial  $f(t) = t^3 + a_1 t^2 + a_2 t + a_3$  can be find from ratios:

$$a_1 = -(w_{20} + w_{30}),$$

$$a_2 = \frac{a_1^2 w_2 + a_1(1 - w_1) + 3w_0}{2w_2},$$

$$a_3 = a_1 a_2 - \frac{a_1^3}{3} + \frac{a_1^2 w_1 - a_2(1 + 2w_1) - a_1 w_0}{3w_2}.$$

With these conditions, the theorem [3] is valid.

*Theorem 6.* Let  $F$  be a field of characteristic that is unequal to 2 and 3, and not containing the roots of the third degree of unity. Then square polynomial  $z = w_2 t^2 + w_1 t + w_0$ , where  $w_2 \neq 0$ ,  $w_2, w_1, w_0 \in F$ , is the root polynomial of some cyclic cubic polynomial  $f(x)$  only if the element

$$s(z) = (w_1 - 1)^2 - 4w_0w_2 - 8$$

is a square in the field  $F$ :  $s(z) = r^2$ ,  $r \in F$ . In this case, there are two polynomial  $f_i(t) = t^3 + a_{i1}t^2 + a_{i2}t + a_{i3}$ ,  $i = 1, 2$  with the root polynomial  $z$ :

$$a_{11} = \frac{3w_1 + 1 + r}{2w_2}, \quad a_{21} = \frac{3w_1 + 1 - r}{2w_2}$$

and the coefficients  $a_{i2}, a_{i3}$ ,  $i = 1, 2$  are determined using  $a_{11}, a_{21}$  and  $z$  from relations (Theorem 5).

### Main results.

Let  $F$  be a field and  $f(x) = x^3 + ax + b$  be the irreducible polynomial over  $F$  with the cyclic Galois group  $C_3$ , that is, any two roots of this polynomial are rationally expressed over the field  $F$  through the third remaining root. Let  $\alpha, \beta, \gamma$  be the roots of  $f(x)$ , then:

$$\beta = s_2(\alpha) = A\alpha^2 + B\alpha + C, \quad \gamma = s_3(\alpha) = A_1\alpha^2 + B_1\alpha + C_1 \quad (1)$$

where  $A, B, C, A_1, B_1, C_1 \in F$ .

*Theorem.* Let  $F$  be a field of the characteristic 2 that admits cyclic extensions of degree 3. Then cyclic polynomials of the third degree have the form

$$f(x) = x^3 + \frac{B^2 + B + 1}{A^2}x + \frac{B^2 + B + 1}{A^3} \quad (1')$$

or

$$f(x) = x^3 + \frac{B^2 + B + 1}{A^2}x + \frac{B^2 + B}{A^3} = x^3 + (B^2 + B + 1)Cx + (B^2 + B)C^3 \quad (1'')$$

and for polynomials of the form (1'), the root polynomials are described by equalities

$$s_2(x) = Ax^2 + Bx, \quad s_3(x) = Ax^2 + (B + 1)x,$$

and for polynomials of the form (1''), the root polynomials are determined by equalities

$$s_2(x) = \frac{1}{C}x^2 + Bx + C, \quad s_3(x) = \frac{1}{C}x^2 + (B + 1)x + C.$$

*Proof.* It is easy to prove that in the case of the irreducibility of the polynomial  $f(x)$ , the coefficients  $A$  and  $A_1$  are unequal to zero, while the polynomials  $s_2(x)$  and  $s_3(x)$  have the form:

$$s_2(x) = Ax^2 + Bx + C, \quad s_3(x) = A_1x^2 + B_1x + C_1 \quad (2)$$

and they are called root polynomials for a cyclic polynomial  $f(x)$ .

Let  $D(f)$  be the discriminant of a polynomial  $f(x) = x^3 + ax + b$ , that is:

$$D(f) = -4a^3 - 27b^2.$$

In the case of a cyclic polynomial  $f(x)$ , the discriminant  $D(f) = d^2$ ,  $d \in F$ , and for a field  $F$  the characteristics are unequal 2 and 3, Girstmair [3] proved that in equalities (1) and (2) we have:

$$s_2(x) = -\frac{2a^2}{d} + \left(\frac{9b}{2d} - \frac{1}{2}\right)x - \frac{3a}{d}x^2, \quad s_3(x) = \frac{2a^2}{d} + \left(\frac{9b}{2d} - \frac{1}{2}\right)x + \frac{3a}{d}x^2. \quad (3)$$

Formulas (3) give the explicit form of root polynomials for  $f(x)$ , but these formulas do not make sense if the field  $F$  has characteristic 2 or 3.

Let us further consider the case when the field  $F$  has characteristic 2 and in  $F[x]$  there exist cyclic polynomials of third degree.

Every third degree polynomial over a field  $F$  with the help the corresponding linear substitution can be reduced to the form:

$$f(x) = x^3 + ax + b. \quad (4)$$

In [6], it was proved that an irreducible polynomial over  $F$  of type (4) has a cyclic Galois group over a field  $F$  of characteristic 2, only if equation:

$$y^2 + by + a^3 + b^2 = 0$$

has roots in the field  $F$ .

Let us find in this case the explicit form of root polynomials. Let be  $\alpha$  is an arbitrary root of the polynomial  $f(x) = x^3 + ax + b$  from  $F$ , the characteristic of the field  $F$  is 2 and the Galois group of the polynomial  $f(x)$  is third-order cyclic. Then the polynomial  $f(x)$  takes the form:

$$f(x) = x^3 + ax + b = (x - \alpha)(x^2 + \alpha x + a + \alpha^2).$$

Let the remaining two roots  $\alpha_2$  and  $\alpha_3$  of the polynomial  $f(x)$  be represented as:

$$\alpha_2 = A\alpha^2 + B\alpha + C, \quad \alpha_3 = K\alpha^2 + L\alpha + N$$

where the coefficients  $A, B, C, K, L, N \in F$ ,  $\alpha_2$  and  $\alpha_3$  are the roots of the polynomial  $g(x) = x^2 + \alpha x + a + \alpha^2$ . Therefore, the following relations are true:

$$\alpha_2 + \alpha_3 = \alpha, \quad \alpha_2 \cdot \alpha_3 = a + \alpha^2. \quad (5)$$

From (5), due to the irreducibility of the polynomial  $f(x)$  over the field  $F$ , we have:  $B + L = 1$ ,  $C + N = 0$ ,  $A + K = 0$ , whence  $C = N$ ,  $L = B + 1$ ,  $A = K$ . Thus,

$$\alpha_2 = A\alpha^2 + B\alpha + C, \quad \alpha_3 = A\alpha^2 + (B + 1)\alpha + C.$$

Since  $g(\alpha_2) = (A\alpha^2 + B\alpha + C)^2 + \alpha(A\alpha^2 + B\alpha + C) + a + \alpha^2 = 0$ , we have:

$$A^2\alpha^4 + B^2\alpha^2 + C^2 + A\alpha^3 + B\alpha^2 + C\alpha + a + \alpha^2 = 0.$$

Considering the ratio

$$\alpha^3 = a\alpha + b, \quad \alpha^4 = a\alpha^2 + b\alpha$$

we get the following equality:

$$A^2(a\alpha^2 + b\alpha) + B^2\alpha^2 + C^2 + A(a\alpha + b) + B\alpha^2 + C\alpha + a + \alpha^2 = 0.$$

From here we have the equation system:

$$\begin{cases} C^2 + Ab + a = 0, \\ A^2b + C + Aa = 0, \\ B^2 + A^2a + B + 1 = 0. \end{cases} \quad (6)$$

From the third equation of the system we get

$$a = \frac{B^2 + B + 1}{A^2},$$

and since  $A \neq 0$ , then from the second equation of system (6) we have:

$$b = \frac{C + Aa}{A^2} = \frac{C + \frac{B^2 + B + 1}{A}}{A^2} = \frac{AC + B^2 + B + 1}{A^3}.$$

Then, from the first equation of system (6) follows the equality

$$C^2 + A \cdot \frac{AC + B^2 + B + 1}{A^3} + \frac{B^2 + B + 1}{A^2} = 0.$$

Simplifying the last equality, we get:

$$AC(AC + 1) = 0.$$

From the last equality, considering that  $A \neq 0$ , we have only two possibilities for  $C$ : or  $C = 0$ , or  $C = \frac{1}{A}$ . In

the first case  $a = \frac{B^2 + B + 1}{A^2}$ ,  $b = \frac{B^2 + B + 1}{A^3}$  and then, the polynomial  $f(x)$  has the form:

$$f(x) = x^3 + \frac{B^2 + B + 1}{A^2}x + \frac{B^2 + B + 1}{A^3}. \quad (7)$$

In this case, the root polynomials are:

$$s_2(x) = Ax^2 + Bx, \quad s_3(x) = Ax^2 + (B + 1)x.$$

If a polynomial  $f(x)$  of the form (7) with given  $A, B \in F$  is irreducible over  $F$ , then this is a cyclic polynomial.



In the second case, when  $C = \frac{1}{A}$  we have  $a = \frac{B^2 + B + 1}{A^2}$ ,  $b = \frac{B^2 + B + 1}{A^3}$  and the polynomial  $f(x)$  takes the form:

$$f(x) = x^3 + \frac{B^2 + B + 1}{A^2}x + \frac{B^2 + B}{A^3} = x^3 + (B^2 + B + 1)C^2x + (B^2 + B)C^3. \quad (8)$$

In this case, the root polynomials are:

$$s_2(x) = \frac{1}{C}x^2 + Bx + C, \quad s_3(x) = \frac{1}{C}x^2 + (B+1)x + C.$$

If the polynomial  $f(x)$  of the form (8) with given  $B, C \in F$  is irreducible over  $F$ , then this is a cyclic polynomial.  $\square$

Consider some examples.

*Example 1.* Let  $F = Z_2(p)$ ,  $B=1$ ,  $A = \frac{1}{p}$  then

$$f(x) = x^3 + p^2x + p^3.$$

This polynomial is irreducible over  $Z_2(p)$ , since the elements  $1, p, p^2, p^3$  are not its roots. Therefore, this polynomial is cyclic and its root polynomials have the form:

$$s_2(x) = x + \frac{1}{p}x^2, \quad s_3(x) = \frac{1}{p}x^2.$$

Nontrivial automorphisms of the decomposition field of a polynomial  $f(x)$  over  $F$  are determined by the maps:

$$\begin{aligned} \sigma(k + l\alpha + m\alpha^2) &= k + l\left(\alpha + \frac{1}{p}\alpha^2\right) + m\left(\alpha + \frac{1}{p}\alpha^2\right)^2 = \\ &= k + l\alpha + \frac{l}{p}\alpha^2 + m\alpha^2 + \frac{1}{p^2}m\alpha^4 = k + l\alpha + \frac{l}{p}\alpha^2 + m\alpha^2 + \frac{m}{p^2}(p^2\alpha^2 + p^3\alpha) = \\ &= k + l\alpha + \frac{l}{p}\alpha^2 + m\alpha^2 + m\alpha^2 + mp\alpha = k + (l + mp)\alpha + \frac{l}{p}\alpha^2 = \\ &= k + \frac{l}{p}\alpha^2 + m\alpha^2 + mp\alpha = k + (mp)\alpha + \left(\frac{l}{p} + m\right)\alpha^2, \quad k, l, m \in F. \end{aligned}$$

*Example 2.* Let the field  $F = Z_2(p)$ ,  $B=p$ ,  $C=1$ . Then from (8) we have

$$f(x) = x^3 + (p^2 + p + 1)x + (p^2 + p).$$

This polynomial is irreducible in  $Z_2(p)$ , since the elements  $1, p, p+1$  are not the roots of this polynomial, hence, this is a cyclic polynomial with root polynomials:

$$s_2(x) = 1 + px + x^2, \quad s_3(x) = 1 + (p+1)x + x^2.$$

If  $\alpha$  is one root of the polynomial  $f(x)$ , then the other two roots of this there is a polynomial

$$\beta = s_2(\alpha) = 1 + p\alpha + \alpha^2, \quad \gamma = s_3(\alpha) = 1 + (p+1)\alpha + \alpha^2$$

and the nontrivial automorphisms of the decomposition field of a polynomial  $f(x)$  over  $F$  are determined by the maps:

$$\begin{aligned} \sigma(k + l\alpha + m\alpha^2) &= k + l(s_2(\alpha)) + m(s_2(\alpha))^2, \\ \sigma^2(k + l\alpha + m\alpha^2) &= k + l(s_3(\alpha)) + m(s_3(\alpha))^2, \end{aligned}$$

where  $k, l, m \in F$ .

Let  $F$  be the field of characteristic 2 over which there are cyclic extensions of degree 3, i.e. there are cyclic, irreducible over  $F$  cubic polynomials with coefficients from a field  $F$ . We will show that under certain conditions on a field  $F$  there are cyclic third degree polynomials do not have three linear root polynomials.

Let  $f(x) = x^3 + qx + r$  be irreducible over a cyclic field  $F$  polynomial and  $\alpha, a\alpha + b, c\alpha + d$  are its roots, i.e.  $x, ax + b, cx + d$ , where  $a, b, c, d \in F$ , are its root polynomials.

Since  $\alpha + (a\alpha + b) + (c\alpha + d) = 0$ , then  $a + c + 1 = 0$ ,  $b + d = 0$ , whence we get  $c = a + 1$ ,  $b = d$ , and therefore,  $\alpha$ ,  $a\alpha + b$ ,  $(a + 1)\alpha + b$  are the roots of the polynomial  $f(x)$ . Then

$$\alpha \cdot (a + \alpha) + \alpha \cdot ((a + 1)\alpha + b) + (a\alpha + b)((a + 1)\alpha + b) = q.$$

Simplifying this equality, we get

$$(a^2 + a + 1)\alpha^2 + b\alpha + b^2 = q,$$

wherefrom  $b = 0$ ,  $q = 0$ ,  $a^2 + a + 1 = 0$ .

So, in the case under consideration (when all three root polynomials of  $f(x)$  are cyclic), we have:  $f(x) = x^3 + r$  and the equation  $x^2 + x + 1 = 0$  has a root in the field  $F$ .

The field  $F = Z_2(p)$  admits cyclic extensions of the third degree and the equation  $x^2 + x + 1 = 0$ , obviously, has no roots in the field  $Z_2(t)$ . Thus, the cyclic polynomials of the third degree with coefficients from  $Z_2(p)$  have one linear root polynomial  $x$  and two polynomials of the second degrees, since, obviously, two linear root polynomials and one of the second degree cannot have a cyclic polynomial of the third degree over a field of any characteristic.

Analogous results for irreducible polynomials are given in the papers [7-9].

#### References:

- 1 Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля: в 2 т. / пер. с англ. М.: Мир, 1988. Т. 1. 430 с.
- 2 Прасолов В.В. Многочлены. - М.: МЦНМО.- 2003. - 336 с.
- 3 Kleiman H. Methods for polynomials and related theorems, Monatshefte fur Mathematik, 73, 1969, p. 63 - 68.
- 4 Girstmair K. On root polynomials of cyclic cubic equation // Arch. Math Vol. 36, 1981. p. 313 - 326.
- 5 Muthsam H. Eine bemerkung uber die wurzelpolynome Galoiischer gleichungen // Monatshefte fur Mathematik, 83, 1977, p. 155 - 157.
- 6 Sergeev A.E. On the task of I. Kaplansky // News of universities; North Caucasus region. Natural Sciences. 2001. No. 1. p. 14 - 17.
- 7 Hua Huang, Shanmeng Han, Wei Cao. Normal bases and irreducible polynomials// Finite Fields Appl. – 2018. - №50. – P. 272-278.
- 8 Титов С. С., Торгашова А. Генерация неприводимых многочленов, связанных степенной зависимостью корней // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Томск: ТУСУР.- 2010. -№2 (22).- С.310-318.
- 9 Хомич Е.А. Неприводимые многочлены над конечными полями и связь с криптографией// Академическая публицистика.-2017.- №3.- С.19-24.

МРНТИ 28.17.19  
УДК 001.891.573

К.К. Шакенов<sup>1</sup>, А.А. Байтелиева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

### РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ ПУТЕМ СВЕДЕНИЯ К ЗАДАЧЕ СТЕФАНА

#### Аннотация

Рассматривается задача о нахождения рациональной цены опционов Американского типа за оптимальное время остановки (оптимальный момент остановки) на диффузионных рынках акций. Сначала опцион рассматривается с точки зрения покупателя – опцион покупателя. Проблема определения рациональных значений рассматривается в предположении, что покупатель опциона выбрал оптимальный момент представления опциона, и определение в этот момент цены акции сводится к проблеме Стефана или к проблеме со свободной границей. Даются точные формулировки соответствующих задач Стефана для двух опционов покупателя и продавца и описываются качественные свойства соответствующих решений. Задача Стефана решается численно, рациональное значение стандартного варианта американского опциона кол и цена акций в оптимальный момент представления опциона считаются детерминированными.

**Ключевые слова:** рациональные значения, покупатель, продавец, оптимальное время остановки, задача Стефана.

Аңдатпа

К.К. Шакенов<sup>1</sup>, А.А. Байтелиева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>эл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің профессоры, Алматы қ., Қазақстан

**ҚАРЖЫ МАТЕМАТИКАСЫНЫҢ БІР ЕСЕБІН СТЕФАН ЕСЕБІНЕ  
АЛЫП КЕЛУ АРҚЫЛЫ ШЕШУ**

Диффузиялық қор нарықтарында тоқтаудың оңтайлы уақытына (тоқтатудың оңтайлы моменті) Американдық типтегі опциондардың ұтымды бағасын табу мәселесін қарастырамыз. Ең алдымен, опцион сатып алушы тұрғысынан қарастырылады - сатып алушы опционы. Ары қарай қарастырылып отырған рационалды мәндерді анықтау есебі үшін опцион сатып алушы опционды ұсынатын оңтайлы уақыт моментін таңдады деп есептеп алып, осы моменттегі акциялар бағасын анықтау Стефан есебіне немесе еркін шекаралы есепке алып келеді. Стефанның сатып алушы мен сатушының екі нұсқасы үшін де нақты тұжырымдары келтірілген және сәйкес шешімдердің сапалық сипаттамалары берілген. Стефан есебі сандық шешіледі, американдық опцион колдың стандартты нұсқасының мәні мен акция бағасы опционды ұсынған оңтайлы уақытта детерминерленген деп есептеледі.

**Түйін сөздер:** оңтайлы мәндер, сатып алушы, сатушы, тоқтаудың оңтайлы уақыты, Стефан есебі.

Abstract

**SOLUTION OF THE SAME FINANCIAL MATHEMATICS PROBLEM BY REDUCING  
TO THE STEFAN PROBLEM**

Shakenov K.K.<sup>1</sup>, Baiteliyeva A.A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

The problem of finding the rational price of American options for the optimal stopping moment in the diffusion stock markets is considered. At first, an option is considered from the point of view of the buyer - the buyer option. The considered problem of finding rational values in the assumption that the buyer of the option chose the optimal moment of presenting the option, and determining at that moment the price of the share is reduced to the Stefan problem, or to the problem with a free border. The Stefan problem is solved numerically, the rational value of the standard American call option and the stock price at the optimal moment of option presentation are determined.

**Keywords:** rational values, buyer, seller, optimal stopping time, Stefan problem.

Введение.

Следуя работе [1,2] рассмотрим некоторые особенности расчетов цены опциона  $V(t, x)$ , цены акции  $x(t)$  и оптимального момента  $\tau (\equiv t)$  остановки (исполнения) на конечных и бесконечных временных интервалах. Затем рассматривается задача о нахождения рациональной цены опционов Американского типа за оптимальное время остановки (оптимальный момент остановки) на диффузионных  $(B, S)$ -рынках акций. Далее, рассматривается задача о нахождения рациональной цены опционов Европейского типа. Сначала опцион рассматривается с точки зрения покупателя – опцион покупателя. Затем рассматривается опцион продавца. [3,4]. Все рассматриваемые задачи решаются точно, если заранее найден оптимальный момент остановки, или численно, путем сведения их к задаче Стефана. Основное уравнение аппроксимируется неявной схемой и численно решается методом прогонки. [5,6].

**1. Теория расчетов в стохастических финансовых моделях. Опционы Американского типа на диффузионных  $(B, S)$ -рынках акций. Задача об оптимальной остановке**

Рассмотрим одну задачу об оптимальной остановке (дискретный и конечный случай) некоторой стохастической последовательности  $f = (f_n)_{n \leq N}$ . Эта задача тесно связана опционами Американского типа, в которых покупатель опциона имеет право выбора момента исполнения, что и может рассматриваться здесь как «оптимизационный элемент».

Итак, пусть  $f = (f_n, F_n)_{0 \leq n \leq N}$  – некоторая стохастическая последовательность на  $(\Omega, F, (F_n)_{0 \leq n \leq N}, \mathbf{P})$ ,  $F_0 = \{\emptyset, \Omega\}$ ,  $F_N = F$ . Будем предполагать, что  $\mathbf{E}|f_n| < \infty$  при всех  $0 \leq n < \infty$ . Интересуемая нас задача состоит: 1) в отыскании функций (цен)

$$V_n^N = \sup_{\tau \in M_n^N} \mathbf{E}f_\tau, \quad (1)$$

где  $\sup$  берется по классу  $M_n^N$  всех моментов остановки  $\tau$  таких, что  $0 \leq \tau \leq N$ , и 2) в отыскании оптимального момента остановки (таковой в данной ситуации существует). Особенность этого конечного ( $N < \infty$ ) случая состоит в том, что можно методом индукции назад, являющийся одним из основных приемов отыскания и цен  $V_n^N$ , и соответствующих оптимальных моментов остановки.

Введем последовательность  $\gamma^N = (\gamma_n^N)_{0 \leq n \leq N}$  следующим искусственным образом:

$$\gamma_N^N = f_N, \quad \gamma_n^N = \max(f_n, \mathbf{E}(\gamma_{n+1}^N | F_n)). \quad (2)$$

Положим так же для  $0 \leq n \leq N$

$$\tau_n^N = \max\{n \leq i \leq N : f_i = \gamma_i^N\}. \quad (3)$$

Следующий результат является одним из центральных в теории задач об оптимальной остановке на конечном временном интервале  $0 \leq n \leq N$ . Смотрите [3,4].

**Теорема 1.**

Последовательность  $\gamma^N = (\gamma_n^N)_{0 \leq n \leq N}$ , определенная рекуррентными соотношениями (2), и моменты  $\tau_n^N$ ,  $0 \leq n \leq N$ , обладают следующими свойствами:

- (a)  $\tau_n^N \in M_n^N$ ;
- (b)  $\mathbf{E}(f_{\tau_n^N} | F_n) = \gamma_n^N$ ;
- (c)  $\mathbf{E}(f_\tau | F_n) \leq \mathbf{E}(f_{\tau_n^N} | F_n) = \gamma_n^N$  для любого  $\tau \in M_n^N$ ;
- (d)  $\gamma_n^N = \text{ess sup}_{\tau \in M_n^N} \mathbf{E}(f_\tau | F_n)$  и, в частности,  $\gamma_0^N = \sup_{\tau \in M_0^N} \mathbf{E}f_\tau = \mathbf{E}f_{\tau_0^N}$ ;
- (e)  $V_n^N = \mathbf{E}\gamma_n^N$ .

**2. Задача Стефана**

В математической физике задача Стефана возникает при изучении физических процессов, связанных с фазовым превращением вещества. Простейшим примером такой двухфазной задачи Стефана является следующая задача [5,6].

Пусть известно, что пространство «время-состояние»  $R_+ \times E = \{(t, x) : t \geq 0, x > 0\}$  состоит из двух фаз

$$C^{(1)} = \{(t, x) : t \geq 0, 0 < x < x(t)\}$$

и

$$C^{(2)} = \{(t, x) : t \geq 0, x(t) < x < \infty\},$$

где  $x = x(t)$ ,  $t \geq 0$ , есть некоторая граница разделения фаз, скажем, граница «лед-вода» внутри замерзающей воды. Предполагается, что температура  $u(t, x)$  в момент времени  $t$  в сечении  $x$  в каждой из фаз  $C^{(i)}$ ,  $i = 1, 2$  удовлетворяет «своему» уравнению теплопроводности

$$c_i \rho_i \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2}, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

где  $c_i$  – удельные теплоемкости,  $\rho_i$  – плотности фаз,  $k_i$  – коэффициенты теплопроводности.

Уравнения (4) рассматриваются при

$$\text{граничном условии } u(t, 0) = \text{Const},$$

$$\text{начальном условии } u(0, x) = \text{Const}$$

и, например, при следующем условии на границе фаз: при  $t > 0$

$$u(t, x(t-)) = u(t, x(t+)), \quad (5)$$

$$\frac{\partial u(t, x(t-))}{\partial x} = \frac{\partial u(t, x(t+))}{\partial x}, \quad (6)$$

с дополнительным условием, что  $x(0) = 0$ .

При сформированных условиях задача Стефана состоит в том, что бы найти функцию  $u = u(t, x)$ , описывающую температурный режим фаз, и границу  $x = x(t)$ ,  $t \geq 0$ , разделения этих фаз.

Этот пример двухфазной задачи Стефана из математической физики подчеркивает как их общность, так и отличие от тех задач Стефана, которые возникают в связи с отысканием оптимальных правил остановки и, в частности, в связи с опционами Американского типа.

Как отмечалось, в случае стандартных опционов покупателя и продавца также имеет место двухфазная ситуация – при отыскании оптимальных правил остановки можно ограничиться рассмотрением лишь двух односвязных фаз: области продолжения наблюдений  $C^T$ , где для  $Y^*(t, x)$  действует уравнение (14), и области  $D^T$ , где  $Y^*(t, x)$  совпадает с функцией  $g = g(x)$ .

### 3. Задача Стефана для стандартных опционов покупателя и продавца

Здесь, следуя опять работе [2], мы дадим точные формулировки соответствующих задач Стефана для двух опционов покупателя и продавца и опишем качественные свойства соответствующих решений  $Y^* = Y^*(t, x)$  и  $x^* = x^*(t)$ .

А) Опцион покупателя. Предположим, что  $(B, S)$ -рынок описывается соотношением (5) с  $\mu = r$ ,  $0 \leq t \leq T$ , и функция выплат в момент  $t$  имеет вид  $f_t = e^{-\lambda t} g(S_t)$ , где  $\lambda \geq 0$  и  $g(x) = (x - K)^+$ ,  $x \in E = (0, \infty)$ . Основные результаты, относящиеся к рассматриваемому опциону, состоят в следующем.

1) Рациональная стоимость  $V^*(T, x)$ ,  $x = S_0$ , такого дисконтированного опциона определяется формулой

$$V^*(T, x) = \sup_{\tau \in M_0^T} \mathbf{E}_x e^{-\beta \tau} g(S_\tau), \quad (7)$$

где  $\beta = \lambda + r$  и  $\mathbf{E}_x$  – усреднение по исходной магтингальной мере в предположении  $S_0 = x$ .

2) Пусть для  $t \in [0, T]$  и  $x \in E$

$$Y^*(t, x) = \sup_{\tau \in M_{t,x}^T} \mathbf{E}_{t,x} e^{-\beta(\tau-t)} g(S_\tau), \quad (8)$$

где  $\mathbf{E}_{t,x}$  – усреднение по магтингальной мере в предположении  $x = S_t$ .

Функция  $Y^* = Y^*(t, x)$  является наименьшей  $\beta$ -эксцессивной мажорантой функции  $g(x)$ .

3) Рациональная стоимость есть

$$V^*(T, x) = Y^*(0, x), \quad (9)$$

и рациональным моментом прекращения покупателем наблюдений с предъявлением опциона к исполнению является момент

$$\tau_T^* = \inf \{0 \leq t \leq T : Y^*(t, S_t) = g(S_t)\} \quad (10)$$

или, равносильно,

$$\tau_T^* = \inf \{0 \leq t \leq T : (t, S_t) \in D^T \cup \{(T, x) : x \in E\}\}. \quad (11)$$

4) Область остановки  $D^T$  и продолжения наблюдений  $C^T$  являются односвязными и имеют следующую структуру:

$$D^T = \bigcup_{0 \leq t < T} \{(t, x) : Y^*(t, x) = g(x)\}, \quad (12)$$

$$C^T = \bigcup_{0 \leq t < T} \{(t, x) : Y^*(t, x) > g(x)\}. \quad (13)$$

5) Функция  $Y^* = Y^*(t, x)$  на  $[0, T] \times E$  принадлежит классу  $C^{1,2}$ .

При каждом фиксированном  $x \in E$  функция  $Y^*(\cdot, x)$  является невозрастающей по  $t$ ; при каждом фиксированном  $t \in [0, T)$  функция  $Y^*(\cdot, x)$  является неубывающей и выпуклой вниз по  $x$ .

6) Пограничная функция  $x^* = x^*(t)$  является невозрастающей на  $[0, T)$ , и множества  $C_t^T$  и  $D_t^T$  при  $t < T$  имеют следующий вид:

$$C_t^T = \{x \in E : S_t < x^*(t)\}, \\ D_t^T = \{x \in E : S_t \geq x^*(t)\}.$$

При  $t = T$  множество  $C_T^T = \emptyset$  и  $D_T^T = E$ .

Если  $\lambda = 0$ , то  $x^*(t) = \infty$ ,  $t < T$ , что соответствует тому, что при каждом  $t < T$

$$C_t^T = E, \quad D_t^T = \emptyset.$$

Иначе говоря, для всех  $t < T$  наблюдения следует продолжать независимо от того, какие значения принимают цены  $S_t$ , что является следствием того, что процесс  $(e^{-rt}(S_t - K)^+)_{t \geq 0}$  является субмартингалом, и по теореме Дуба об остановке для любого  $\tau \in M_0^T$

$$\mathbf{E}_x e^{-r\tau} (S_\tau - K)^+ \leq \mathbf{E}_x e^{-rT} (S_T - K)^+.$$

Для случая дискретного времени также имеет место подобный результат, который интерпретировался следующим образом: стандартный опцион-колл Американского типа и Европейского типа «совпадают».

7) Функция  $Y^* = Y^*(t, x)$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $x \in E$ , и пограничная функция  $x^* = x^*(t)$ ,  $0 \leq t < T$ , является решением следующей «двухфазной» задачи Стефана, или задачи с подвижной (свободной) границей:

в области  $C^T = \{(t, x) : x < x^*(t), t \in [0, T)\}$

$$-\frac{\partial Y^*(t, x)}{\partial t} + \beta Y^*(t, x) = LY^*(t, x); \quad (14)$$

в области  $D^T \cup \{(T, x) : x \in E\}$

$$Y^*(t, x) = g(x); \quad (15)$$

на границе  $x^* = x^*(t)$ ,  $0 \leq t < T$ , раздела «двух фаз» выполнено условие Дирихле:

$$Y^*(t, x^*(t)) = g(x^*(t)); \quad (16)$$

и условие Неймана:

$$\left. \frac{\partial Y^*(t, x)}{\partial x} \right|_{x \uparrow x^*(t)} = \left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x \downarrow x^*(t)}, \quad (17)$$

которое часто называют условием гладкого склеивания.

По поводу разрешимости задачи Стефана (14) – (17) и свойств граничной функции  $x^* = x^*(t)$  смотрите [7], [8].

В). Опцион продавца. В этом случае  $g(x) = (K - x)^+$ . Свойства 1) – 4) опциона покупателя остаются в силе, и функция  $Y^* = Y^*(t, x)$  снова принадлежит классу  $C^{1,2}$ . Для каждого фиксированного  $x \in E$  функция  $Y^*(\cdot, x)$  является невозрастающей по  $t$ ; при каждом фиксированном  $t \in [0, T)$  функция  $Y^*(t, \cdot)$  является невозрастающей и выпуклой вниз по  $x$ .

При любом  $\lambda \geq 0$  множества  $C_t^T$  и  $D_t^T$  имеют при  $t < T$  следующий вид:

$$C_t^T = \{x: S_t > x^*(t)\},$$

$$D_t^T = \{x: S_t \leq x^*(t)\}.$$

При  $t = T$  множество  $C_T^T = \emptyset$  и  $D_T^T = E$ .

Пограничная функция  $x^* = x^*(t)$  является неубывающей функцией по  $t$ ; если  $\lambda = 0$ , то  $\lim_{t \uparrow T} x^*(t) = K$ .

Задача Стефана для  $Y^*(t, x)$  и  $x^*(t)$  формулируется аналогичным образом. При этом уравнение (14) и условия (16), (17) сохраняются, и, условие (17) для  $0 \leq t < T$  принимает следующий вид:

$$\left. \frac{dY^*(t, x)}{dx} \right|_{x \downarrow x^*(t)} = \left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x \uparrow x^*(t)}, \quad (18)$$

где

$$\left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x \uparrow x^*(t)} = -1, \quad (19)$$

поскольку  $g(x) = (K - x)^+$  и  $x^*(t) < K$ .

Дополнительную информацию о свойствах функций  $Y^*(t, x)$  и  $x^*(t)$  можно найти в статье [10], специально посвященной стандартному опциону-пут Американского типа и содержащей обширную информацию, относящуюся и к другим опционам.

Некоторые информации о броуновском движении и стохастических процессах, об управляемых диффузионных процессах, о ценах опционов и их моделях и вычислениях, об Американских опционах, об оптимальной остановке в Американских опционах-пут содержатся в следующих работах: [9, 10, 11, 12, 13].

#### 4. Численное решение задачи Стефана (14) – (17) для опциона покупателя

В области  $C^T = \{(t, x): x < x^*(t), t \in [0, T)\}$  рассмотрим уравнение

$$-\frac{\partial Y^*(t, x)}{\partial t} + \beta Y^*(t, x) = LY^*(t, x), \quad (20)$$

где  $\beta = \lambda + r$ ,  $LY^*(t, x) = rx \frac{\partial Y^*(t, x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 Y^*(t, x)}{\partial x^2}$

и в области  $D^T \cup \{(T, x): x \in E\}$  рассмотрим

$$Y^*(t, x) = g(x) \quad (21)$$

на границе  $x^* = x^*(t)$ ,  $0 \leq t < T$ , раздела «двух фаз», выполнено условие Дирихле:

$$Y^*(t, x^*(t)) = g(x^*(t)); \quad (22)$$

и условие Неймана:

$$\left. \frac{\partial Y^*(t, x)}{\partial x} \right|_{x \uparrow x^*(t)} = \left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x \downarrow x^*(t)}. \quad (23)$$

Дискретизируем фазовую область  $C^T = \{(t, x) : x < x^*(t), t \in [0, T]\}$  по  $t$  с шагом  $\tau$ ,  $t_n = n\tau$ ,  $n = 0, 1, \dots, N$ ,  $\tau = \frac{T}{N}$ , по  $x$  с шагом  $h$ ,  $x_i = ih$ ,  $i = 0, 1, \dots$ . Дискретизируем также область  $D^T \cup \{(T, x) : x \in E\}$ . Опускаем индекс  $*$  над  $Y^*(t, x)$ . Аппроксимируем (20) неявной схемой и для дискретной области  $C_{ni}^T$  получаем разностное уравнение

$$\alpha_i Y_{i+1}^{n+1} + \beta_i Y_i^{n+1} + \gamma_i Y_{i-1}^{n+1} = -\frac{1}{\tau} Y_i^n, \quad (24)$$

где  $\alpha_i = -\left(\frac{rx_i}{h} + \frac{\sigma^2 x_i^2}{2h^2}\right)$ ,  $\beta_i = \left(\frac{rx_i}{h} + \frac{\sigma^2 x_i^2}{h^2} + \beta - \frac{1}{\tau}\right)$ ,  $\gamma_i = -\frac{\sigma^2 x_i^2}{2h^2}$ . В дискретной области  $D_{ni}^T$  запишем условие Дирихле (22):

$$Y_i^n = g_i \text{ или } Y^n(x_i^*) = g(x_i^*) \quad (25)$$

и условие Неймана (23):

$$\left. \frac{Y_{i+1}^n - Y_i^n}{h} \right|_{x_i = x_i^* + 0} = \left. \frac{g_{i+1} - g_i}{h} \right|_{x_i = x_i^* - 0}. \quad (26)$$

Пусть задано начальное условие  $Y_i^0 = Y^0$ , тогда (24) можно решить, например, методом прогонки. И (24) решаем так, чтобы на границе  $(x^*)_i^n$ ,  $0 \leq n < N$ , раздела «двух фаз», выполнялись условия (25) и (26). Каждый раз будем следить за тем, чтобы «фронт»  $(x^*)_i^n$  определялся в узле сетки, если не так, то можем менять шаги  $\tau$  и  $h$ .

Таким образом, вычислим  $Y^*(t, x)$  и  $x^*(t)$ . [5, 7, 8].

### 5. Численное решение задачи Стефана (14) – (16), (18) – (19) для опциона продавца

В области  $C^T = \{(t, x) : x < x^*(t), t \in [0, T]\}$  рассмотрим уравнение

$$-\frac{\partial Y^*(t, x)}{\partial t} + \beta Y^*(t, x) = LY^*(t, x), \quad (27)$$

где  $\beta = \lambda + r$ ,  $LY^*(t, x) = rx \frac{\partial Y^*(t, x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 Y^*(t, x)}{\partial x^2}$

и в области  $D^T \cup \{(T, x) : x \in E\}$  рассмотрим

$$Y^*(t, x) = g(x) \quad (28)$$

на границе  $x^* = x^*(t)$ ,  $0 \leq t < T$ , раздела «двух фаз», выполнено условие Дирихле:

$$Y^*(t, x^*(t)) = g(x^*(t)); \quad (29)$$

и условие Неймана:

$$\left. \frac{dY^*(t, x)}{dx} \right|_{x \downarrow x^*(t)} = \left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x \uparrow x^*(t)}, \quad (30)$$

где



$$\left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x \uparrow x^*(t)} = -1, \quad (31)$$

поскольку  $g(x) = (K - x)^+$  и  $x^*(t) < K$ .

Эта задача численно решается точно также как задача (20) – (23), но на границе  $(x^*)_i^n$ ,  $0 \leq n < N$ , раздела «двух фаз», кроме условий (25) и (26) выполняется условие

$$\left. \frac{g_{i+1} - g_i}{h} \right|_{x_i = x_i^* - 0} = -1. \quad (32)$$

Смотрите [5, 6, 14, 15].

*Список использованной литературы:*

- 1 Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. Факты. Модели. Москва: ФАЗИС, 1998. - 512 с
- 2 Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 2. Теория. Москва, ФАЗИС, 1998. - 930 с
- 3 Ширяев А.Н. Статистический последовательный анализ. Оптимальные правила остановки. Изд. 2. Переработанное. М.: Наука, 1976
- 4 Chow Y.S., Robbins H., Siegmund D. Great Expectations: The Theory of Optimal Stopping. Boston: Houghton Mifflin Comp., 1971
- 5 Ме́йрманов А.М. Задача Стефана. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1986. - 240 с
- 6 Javierre-Perez E. Literature Study: Numerical methods for solving Stefan problems. Delft: Delft University of Technology, Report 03-16, 2003. 94 p
- 7 Van Moerbeke P. L. J. On optimal stopping and free boundary problems // Archive for Rational Mechanics and Analysis. 1976. V. 60. № 2. P. 101–148
- 8 Myneni R. The pricing of the American option // Annals of Applied Probability. 1992. V. 2. № 1. P. 1–23
- 9 Wilmott P., Dewynne J., Howison S. Option Pricing: Mathematical Models and Computation. Oxford: Oxford Financial Press, 1993
- 10 Geske R., Johnson H. E. The American put options valued analytically // Journal of Finance. 1984. V. 39. P. 1511–1524
- 11 Jacka S.D. Optimal stopping and the American put // Mathematical Finance. 1991. V. 1. № 2. P. 1–14
- 12 Karatzas I. On the pricing of American options // Applied Mathematics and Optimization. 1988. V. 17. P. 37–60
- 13 McKean H.-P. A free boundary problem for the heat equation arising from a problem of mathematical economics // Industrial Management Review. 1965. V. 6. P. 32–39
- 14 Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономическая схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана. // ЖВМ и МФ. 1965 Т. 5, № 5. С. 816 – 827
- 15 Бородин С.Л. Численные методы решения задачи Стефана. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 1(1). С. 164 – 175

## ФИЗИКА, ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ ФИЗИКА, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

МРНТИ 47.09.41:44.31.03

УДК 666.71:621.1.016.4

Д. Баймолда<sup>1</sup>, Т. Чехак<sup>2</sup>, М.Қ. Құлбек<sup>1</sup>, Ш.И. Хамраев<sup>1</sup>, Б. Ерженбек<sup>1</sup>, Н. Айтан<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Чех техникалық университеті Прага қ., Чехия Республикасы

### ПОЛИФАЗАЛЫҚ ҮЛГІЛЕРДЕГІ «ҚҰЛБЕК САҚИНАЛАРЫ» -ДЕГЕН АТПЕН БЕЛГІЛІ БОЛҒАН КОНЦЕНТРЛІ-ЗОНАЛЫҚ ТҮРЛІ ТҮСТІ БОЯУЛЫҚ ЭФФЕКТИЛЕРДІ РЕНТГЕНФЛУОРЕСЦЕНТТІК ӘДІСІМЕН ЗЕРТТЕУ

*Аңдатпа*

Ғылыми мақалада полифазалық керамикалық үлгілерде «Құлбек сақиналары»-деген атпен белгілі болған жаңа көлемдік-беттік концентрлі-зоналық түрлі түсті бояулық эффектілердің бір нұсқасын зерттеу нәтижелері келтірілген. Зерттеу нысаны ретінде Екібастұз көмірін жағудан бөлінетін күл шикізаты негізінде алынған полифазалық керамикалық үлгі қарастырылған. Керамикалық цилиндрлік үлгінің қимасы бетіндегі концентрлі-зоналық түрлі түсті бояулық жолақтар рентгенфлуоресценттік анализ әдісімен зерттелді. Тәжірибелік зерттеу жұмыстары Прага қаласындағы Чех техникалық университетінің Ядролық физика және физикалық инженерия факультетінің лабораториясында жүргізілді. Зерттеу барысында алынған рентген спектрлері сапалық және сандық тұрғыдан салыстырыла отырып талданды. Алынған ғылыми нәтижелер полифазалық керамикалық материалдарда анықталған жаңа концентрлі-зоналық түрлі түсті бояулық эффектілерді түсіндіруге мүмкіндік ашады.

**Түйін сөздер:** керамика; рентгенфлуоресценттік әдіс; күйдіру; бояулық эффектілер; үлгі; спектрлер; элементтер; тотықтар.

*Аннотация*

Д. Баймолда<sup>1</sup>, Т. Чехак<sup>2</sup>, М.Қ. Құлбек<sup>1</sup>, Ш.И. Хамраев<sup>1</sup>, Б. Ерженбек<sup>1</sup>, Н. Айтан<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет им.Абая, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Чешский технический университет, г. Прага, Чешская Республика

### ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРИЧЕСКИ-ЗОНАЛЬНЫХ ЦВЕТОВЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛИФАЗНЫХ КЕРАМИЧЕСКИХ ОБРАЗЦАХ, ИЗВЕСТНЫХ ПОД НАЗВАНИЕМ «КОЛЬЦА КУЛБЕКА» МЕТОДОМ РЕНТГЕНОФЛУОРЕСЦЕНТНОГО АНАЛИЗА

В научной статье приведены результаты исследования новых объемно-поверхностных концентрически-зональных цветовых эффектов в полифазных керамических образцах, известных под названием «Кольца Кулбека». В качестве объекта исследования служил полифазный керамический образец, полученный на основе золы от сжигания угля Екибастузского бассейна. Концентрически-зональные цветовые полосы на поверхности поперечного сечения керамического цилиндрического образца были исследованы методом рентгенофлуоресцентного анализа. Экспериментальные работы проводились на специальной установке лаборатории факультета Ядерной физики и физической инженерии Чешского технического университета (г. Прага). Проведен качественный и количественный сравнительный анализ, полученных рентген спектров. Полученные научные результаты, в определенной мере, позволяют объяснить природу новых концентрически-зональных цветовых эффектов в исследуемых образцах.

**Ключевые слова:** Керамика; рентгенофлуоресцентный анализ; обжиг; цветовые эффекты; образец; спектры; элементы; оксиды.

*Abstract*

### INVESTIGATION OF CONCENTRIC-ZONAL COLOR EFFECTS IN POLYPHASE CERAMIC SAMPLES KNOWN AS "KULBEK RINGS" BY X-RAY FLUORESCENCE ANALYSIS

Baymolda D.<sup>1</sup>, Chehak T.<sup>2</sup>, Kulbek M. K.<sup>1</sup>, Khamraev Sh. I.<sup>1</sup>, Yerzhenbek B.<sup>1</sup>, Aytan N.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Czech technical University in Prague, Czech Republic

The scientific article presents the results of the study of new volume-surface concentric-zonal color effects in polyphase ceramic samples known as "Kulbek Rings". The object of the study was a polyphase ceramic sample obtained

on the basis of ash from coal burning in the Ekibastuz coal basin. Concentric-zonal color bands on the cross-sectional surface of a ceramic cylindrical sample were investigated by X-ray fluorescence analysis. The experimental work was carried out at a special facility of the laboratory of the faculty of Nuclear physics and physical engineering of the Czech technical University in Prague. A comparative qualitative and quantitative analysis of the obtained X-ray fluorescence spectra was carried out. The obtained scientific results, to a certain extent, allow to explain the nature of the new concentric-zonal color effects in the studied samples.

**Keywords:** Ceramics; X-ray fluorescence analysis; firing; color effects; sample; spectra; elements; oxides.

Бүгінгі таңда еліміздің металлургия, химия, жылу энергетикасы сияқты өнеркәсіп орындарынан жыл сайын миллиондаған тонна болып бөлініп жатқан қалдықтарды залалсыздандырып кәдеге асырудың мәселелері үлкен проблемаға айналып отыр. Бүгінде бұл мәселелер тек қана біздің еліміздің ғана емес бүкіл әлемдік деңгейдегі ауқымды проблема болып отыр. Кейінгі жылдарда бұл бағытта әлемнің бірқатар алдыңғы елдерінде біраз тәжірибе жинақталды. Дегенмен бұл проблема әлі күнге дейін түбегейлі шешімін тапқан жоқ. Біздің елімізде аталған өнеркәсіп қалдықтарын құрылыс материалдарын жасау, жол салу жұмыстарында т.б. салаларда пайдалану жөнінде біраз жұмыстар атқарылды. Оның жарқын бір мысалы ретінде өткен 20-шы ғасырдың екінші жартысында бір топ қазақ ғалымдары әлемдік практикада ең алғаш болып көп функционалды “золокерам” атты жаңа керамикалық материалдардың қор үнемдегіш технологиясын ғылыми тұрғыдан негіздеп жасап шыққанын айтуға болады. Бұл ғылыми-технологиялық жұмыстардың нәтижелері кезінде елімізде, сондай-ақ бірқатар шетелдерде өндіріске енгізілген болатын [1].

Кейінен (1985ж. бастап) бұл жұмыстардың кейбір бағыттары (жылуфизикалық, физика-химиялық және физика-технологиялық) Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университетінің «Қолданбалы жылу физикасы және жаңа технологиялар» ғылыми зерттеу лабораториясының базасында жалғасын тапты.

Осы бағыттағы ғылыми – зерттеу жұмыстарын жүргізу барысында өткен ғасырдың соңында профессор М. Құлбеков алғаш болып тәжірибелік жолмен золокермикалық материалдардағы жаңа көлемдік-беттік концентрлі-зоналық түрлі түсті бояулық эффекттерді ашты [2]. Бұл құбылыстар «Түрлі-түсті Құлбек сақиналары» немесе қысқаша «Құлбек сақиналары» – деген шартты атқа ие болды. Мұндай құбылыстардың табиғаты әлі күнге дейін толық ашылмай отыр, олар зерттелу үстінде. Бұл ашылған жаңалықтың негізінде алынатын түрлі-түсті керамикалық материалдардың жасау тәсілдеріне 10 шақты авторлық куәліктер мен патенттер алынған [2 - 6]. «Құлбек сақиналары» ғылым әлемінде белгілі «Ньютон сақиналарына», «Лизеганг сақиналарына» [5], сондай-ақ табиғаттағы түрлі-түсті тастарға (Яшма, Агат, Сердолик, Кремень т.б.) ұқсас келеді.

Ғылыми мақалада осындай түрлі түсті концентрлі-зоналық бояулық бедерлері бар үлгілердің бір нұсқасы рентгенфлуоресценттік әдісімен зерттеу нәтижелері келтірілген.

Зерттеу нысаны ретінде Екібастұз көмірін жағудан бөлініп жатқан Ақсу ГРЭС-інің күлінен 75%-ы (массасы бойынша) және 25%-ы жергілікті каолинитті лай шикізатынан тұратын қоспадан дайындалған керамикалық үлгілер алынды.

Бұл үлгілерді рентгенфлуоресценттік әдісімен зерттеу жұмыстары Прага қаласындағы Чех техникалық университетінің ядролық физика және физикалық инженерия лабораториясындағы арнайы қондырғыда жүргізілді [7].

Зерттеу нысанын дайындауға қолданылған күлдің химиялық құрамы мынадай (%):

$SiO_2$  (62,66);  $Al_2O_3$  (25,54);  $Fe_2O_3$  (4,15);  $FeO$  (1,00);  $TiO_2$  (1,02);  $CaO$  (1,53);  $MgO$  (0,27);  $SO_3$  (0,38);  $K_2O$  (0,30);  $Na_2O$  (0,10); п.п.п. (3-4).

Ал, лай шикізатының химиялық құрамы мынадай тотықтардан тұрады (%):

$SiO_2$  (68,97);  $Al_2O_3$  (16,00);  $Fe_2O_3$  (2,50);  $FeO$  (0,26);  $TiO_2$  (0,86);  $CaO$  (1,37);  $SO_3$  (0,63);  $K_2O$  (0,25);  $Na_2O$  (0,25); п.п.п. (8,45).

Зерттеу нысанын дайындауға қолданылған күлдің минерологиялық құрамы мынадай (%): аморфизацияланған сазды агрегаттар (10-15); шыныфазасы (60-65); органика (2-5); дала шпаты (5-10); кальцит (2); гидрогранаттар, муллит, темір тотығы (3); корунд (5-10). Ал лай шикізатының минерологиялық құрамы келесідей (%): сазды минералдар (25); кварц (30); дала шпаты (35); карбонаттар (3-5); тотықтар (3-5); қоспалар (3).

Зерттеу нысаны ретінде алынған полифазалық керамикалық үлгілер күл мен лайдың жоғарыда көрсетілген пайыздық қатынастардан тұратын қоспадан пластикалық әдіспен дайындалды. Құрғақтай

алынған қоспа әуелі өте мұқият араластырылып, 20-21 пайыздық мөлшерінде ылғалдандырылғаннан кейін 1-2 тәулік бойына эксикаторда сақталды.

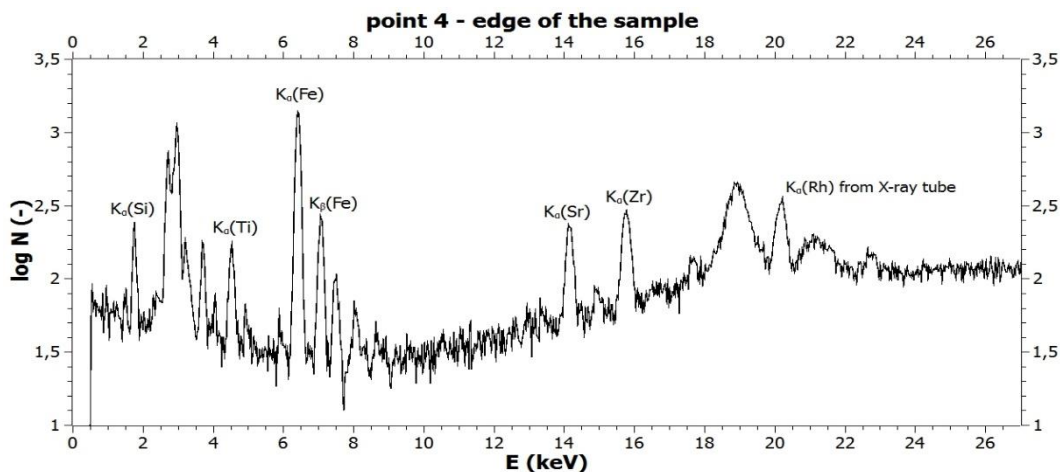
Бірыңғай ылғалдылыққа ие болған осындай қоспадан цилиндр пішіндегі металл қалыпта механикалық пресс көмегімен өлшемдері  $d=50\text{мм}$ ,  $h=100-105\text{мм}$  болатын үлгілер дайындалды. Қалыптан жаңа шыққан үлгілер әуелі бөлме жағдайында біршама дегдітіліп, кейіннен СНОЛ типті электрлік кептіргіште 5-6 пайыз ылғалдылыққа дейін кептірілді.

Содан соң осылайша кептірілген үлгілер арнайы электрондық басқарғыш жүйесімен жабдықталған СНОЛ типті электрлік пешінде мынадай режиммен күйдірілді: үлгілер  $550^{\circ}\text{C}$  температураға дейін орташа шамасы  $20^{\circ}\text{C}/\text{мин}$  жылдамдықпен қыздырылып, содан соң  $900^{\circ}\text{C}$  температураға дейін  $10^{\circ}\text{C}/\text{мин}$  жылдамдықпен қыздырылып, осы жағдайда 50мин бойы қақталады. Содан соң әрі қарай үлгілер  $1120^{\circ}\text{C}$  температураға дейін  $20^{\circ}\text{C}/\text{мин}$  жылдамдықпен қыздырылып, осы жағдайда 25 мин бойы қақталады. Осылайша күйдіру циклінің жалпы ұзақтығы шамамен 2,48 сағатты құрайды.

Осындай режиммен күйдірілген цилиндр пішіндегі керамикалық үлгілер суытылғаннан кейін көлденең, яғни диаметрі бойынша қажетті қалыңдықтарда (5-10 мм) жекелеген плиткаларға кесіледі. Келтірілген технология бойынша дайындалған плиткалардың беттерінде (бүкіл көлемі бойынша) концентрлі-зоналық түрлі түсті бояулық жолақтар орналасқан. Оның ортаңғы бөлігінде (центрінде) сырты жіңішке ашық ақшыл жолақпен көмкерілген қанық сұр (көгілдір) дөңгелек орналасқан. Олардың сыртында қызғылт-күлгін түсті сақина жайғасқан.

Ал үлгі бетіндегі сыртқы сақина ашық қоңыр (ақшыл) түске ие болған. Үлгі бетінде осылайша концентрлі –зоналық тәртіппен орналасқан түрлі түсті жолақтар керамикалық үлгіге қайталанбайтын сәнді пішін беріп тұр. Осындай тәсілмен дайындалған керамикалық үлгілердің (плиткалардың) беріктігі 25-35 МПа, тығыздығы  $1400-1600\text{кг}/\text{м}^3$ , су сіңіргіштігі 8-18%, ал аязға тұрақтылығы 75Мрз мәндерге ие болады.

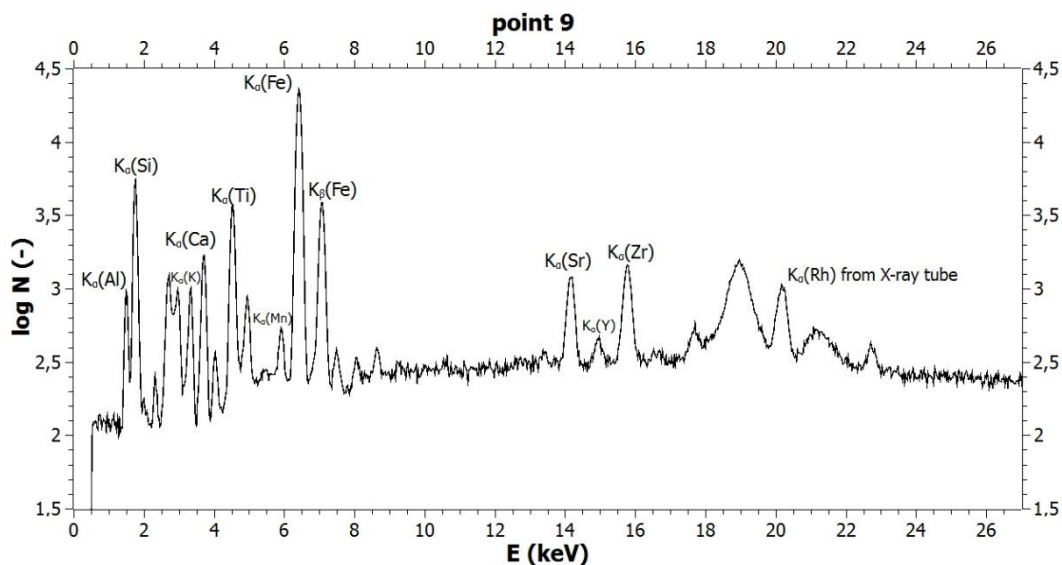
Рентгенфлуоресценттік әдісімен зерттеу барысында спектрлер түрлі-түсті жолақты үлгі бетінің диаметрі бойынша әр 1 мм нүктелерде (барлығы 60 нүкте) алынды. Төменде мысал ретінде үлгі бетіндегі бояулық зоналарға сәйкес келетін 4 нүктенің (4; 9; 19; 30) спектрлері келтірілген (1-4 суреттер).



Сурет 1. Керамикалық үлгінің рентгенфлуоресценттік спектрі (4 нүкте- үлгі бетінің сол жақ шетінен)

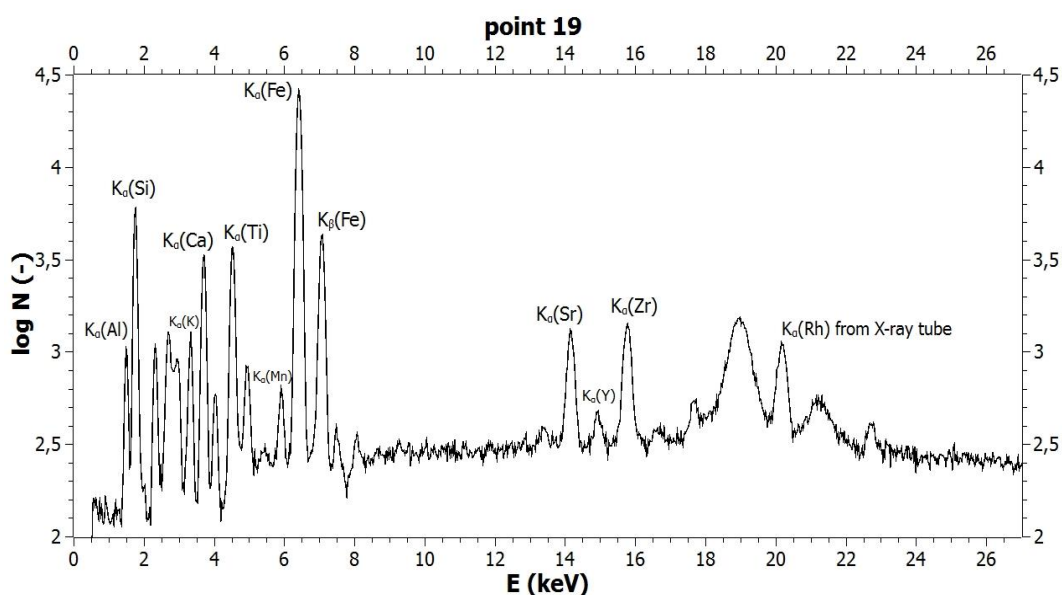
Керамикалық үлгінің рентгенфлуоресценттік спектрлерінен алюминий (Al), кремний (Si), калий (K), кальций (Ca), титан (Ti), марганец (Mn), темір (Fe), стронций (Sr), иттрий (Y) және цирконий (Zr) элементтеріне тән пиктерді (шыңдарды) байқауға болады.

Олардың арасында темір, кремний, кальций және титан элементтеріне тән пиктердің қарқынды екендігі көрінеді. Келтірілген рентгенфлуоресценттік спектрлерді салыстырып қарасақ, олардың сапалық тұрғыдан бір-біріне өте ұқсас екендігі байқалады. Ал сандық тұрғыдан салыстырып қарасақ, спектрлердің, әсіре 4-ші нүкте мен (1-сурет) қалғандарының (2 - 4 суреттер) арасында айтарлықтай айырмашылықтың бар екенін көруге болады. Сонда үлгі бетінің шеткі зонасындағы темір, кремний және титан элементтеріне тән пиктердің қарқындылығы (1-сурет) оның ішкі қабаттарына қарағанда (2-4 суреттер) айтарлықтай баяу екендігі байқалады.



Сурет 2. Керамикалық үлгінің рентгенфлуоресценттік спектрі  
(үлгі бетінің сол жағынан 9-нүкте)

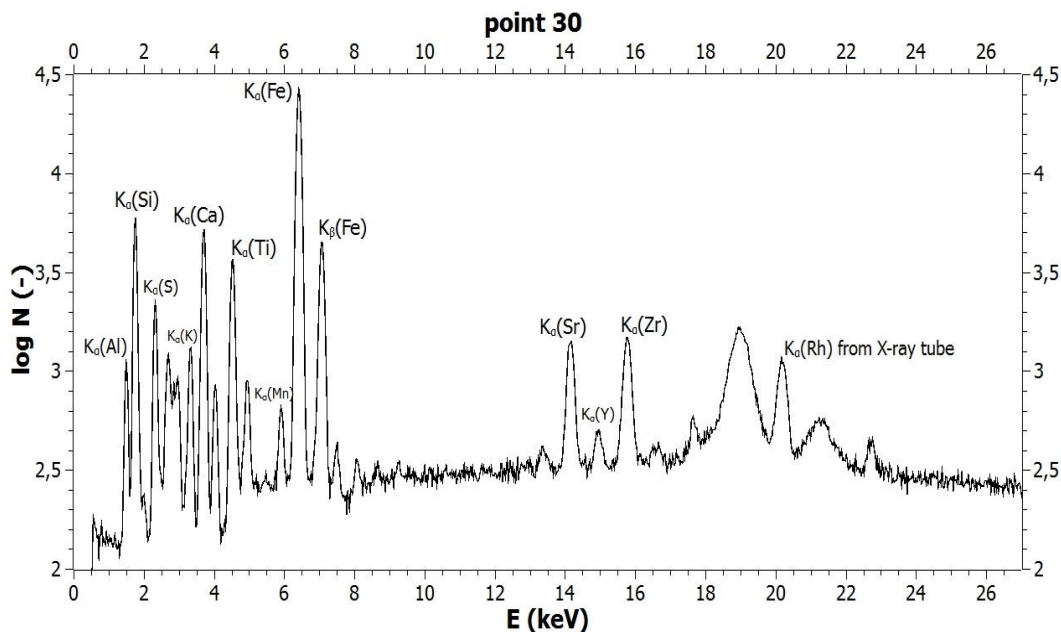
Аталған элементтердің аздығы шеткі зона түсінің ақшыл болып келуін түсіндіруге мүмкіндік береді. Бұл аталған спектрлердің тағы бір ерекшелігі үлгі бетінің ішкі зоналарында (2-4 суреттер) марганец элементіне тән пиктің пайда болуында.



Сурет 3. Керамикалық үлгінің рентгенфлуоресценттік спектрі  
(үлгі бетінің сол жағынан 19-нүкте)

Керамикалық үлгінің рентгенфлуоресценттік спектрлерінде анықталған элементтер, әдетте оның бойында тотықтар, олардың әртүрлі қосылыстары түрінде, сондай ақ кристалдық және шыны тектес фазалардың құрамында кездеседі де, жеке күйінде өте сирек болады.

Осы кезге дейін керамикалық материалдардың түр-түсінің қалыптасуы бойынша жинақталған тәжірибелер оның негізінен мынадай факторларға тәуелді екендігін көрсетті. Атап айтқанда, олардың химиялық-минералогиялық құрамы мен күйдірудің газды-температуралық режимдеріне тікелей байланысты екендігі анықталды. Керамикада түр түстің қалыптасуында қоспа құрамындағы, әсіресе темір және титан тотықтары мен олардың қатысуымен пайда болатын түрлі қосылыстардың рөлі ерекше екендігі белгілі болды.



Сурет 4. Керамикалық үлгінің рентгенфлуоресценттік спектрі  
(үлгі бетінің сол жағынан 30-нүкте)

Сонымен қатар, үлгі бойындағы концентрлі-зоналық түрлі-түсті бояулық зоналардың пайда болуын күйдіру барысында оның қабаттарында әртүрлі газды-температуралық жағдайлардың болуымен де түсіндіре аламыз. Себебі, керамикалық үлгі құрамындағы күлде болатын отын бөлшектерінің жануы барысында оның беті мен ішкі қабаттарында газды ортаның тотықтырғыш (окислительная) дәрежеден қалыптастырғыш (восстановительная) жағдайға дейін өзгеретіндігі белгілі. Үлгі ортасындағы (центріндегі) қанық сұр (қара сұр) дөңгелек зона түсінің қалыптасуын жоғарыда аталған факторлармен қатар қатты қалыптастырғыш орта жағдайында жанбай қалған отын (көміртегі) бөлшектерінің болуымен түсіндіре аламыз.

Сонымен, жоғарыда келтірілген рентгенфлуоресценттік талдау әдісімен алынған зерттеу нәтижелері «Құлбек сақиналары» құбылысының қарастырылған нұсқасындағы (үлгісіндегі) концентрлі-зоналық түрлі түсті бояулық жолақтардың қалыптасу себептерін белгілі дәрежеде түсіндіріп негіздеуге мүмкіндіктер ашады.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Сайбулатов С.Ж., Сулейменов С.Т., Кулбеков М.К. Золы ТЭС в производстве строительной керамики.- Алма-Ата: Казахстан, 1986.-144 с., ил.
- 2 Способ изготовления керамических декоративных плиток. А.С. №1680666(СССР) / Кулбеков М.К. – Б.И. №36, 30.09.91.
- 3 Кулбек М.К. Инновационный патент на изобретение №24252. Название: Способ изготовления керамических отделочно-декоративных плиток. Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений РК 24.05.2011г.опубл. бюл. № 7., от 15.07.2011.
- 4 Кулбек М.К. Инновационный патент на изобретение №25555. Название: Способ изготовления керамических отделочно-декоративных плиток.Зарегистрировано в Государственном реестре изобретений РК 17.02.2012г.опубл. бюл. № 3. от 15.03.2012.
- 5 Layla Badrand Rabih Sultan. Ring Morphology and pH Effects in 2D and 1D Co(OH)<sub>2</sub> Liesegang Systems. Publication Date (Web): May 21, 2009. – p. 200.
- 6 Кулбеков М.К. О новых объемно-поверхностных концентрически- зональных цветовых эффектах в золокерамических материалах. // Вестник КазНПУ имени Абая. Серия физико-математические науки, № 1 (57), 2017г. –с.124-129.
- 7 Baimolda D., Application of X-ray fluorescence analysis in the coal industry // Monograph. – Almaty. Publishing house `Ulagat` KazNPU named after Abai, 2018.

МРНТИ 30.15.27  
УДК 531+539.376

К. Бисембаев<sup>1,2</sup>, А. Сманов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Казахский национальный педагогический университет им. Абая,*

<sup>2</sup> *Институт механики и машиноведения им. акад. У.А.Джолдасбекова, Алматы, Казахстан*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ СЕЧЕНИЯМИ НА ВИБРООПОРАХ

*Аннотация*

Создание средств виброзащиты, использующих опоры качения, в настоящее время получило широкое распространение в транспортной технике и сейсмозащите сооружений. В этой работе рассматривается математическое моделирование колебательного движения упругих конструкций, имеющих различные формы. Получены уравнения движения упругих конструкций на виброопорах ограниченных поверхностями вращения высокого порядка принципом Остроградского-Гамильтона. Определены собственные частоты упругих конструкций, имеющих стержнеобразные, клинообразные, пирамида-образные и конусообразные формы. Установлено, что значение собственных частот упругих конструкций уменьшается с увеличением высоты и растет с расширением ширины оснований. Отношение собственной частоты второй формы на собственные частоты первой формы не зависит от геометрических параметров конструкций.

**Ключевые слова:** виброзащита, виброопора, собственные частоты, собственные формы, упругие конструкции.

*Аңдатпа*

К. Бисембаев<sup>1,2</sup>, А. Сманов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан,*

<sup>2</sup> *акад. У.А.Джолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы қ. Қазақстан*

## ДІРІЛТІРЕГІНЕ ОРНАТЫЛҒАН КӨЛДЕНЕҢ ҚИМАСЫ АЙНЫМАЛЫ СЕРПІМДІ ҚҰРЫЛҒЫНЫҢ ТЕРБЕЛІСІН МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛДЕУ

Теңселмелі тіректі пайдаланатын дірілден қорғау қондырғысын жасау, қазіргі кезеңде транспорттық техникада және ғимараттарды сейсмоқорғауда кеңінен таралған. Бұл жұмыста әртүрлі формадағы көлденең қимасы айнымалы серпімді құрылғылардың тербелмелі қозғалысын математикалық моделдеу қарастырылады. Жоғары дәрежелі айналу беттерімен шектелген теңселмелі дірілтірегіне орнатылған серпімді құрылғының қозғалыс теңдеуі Остроградский-Гамильтон қағидасына сүйеніп алынды. Сырықтәрізді, сынатәрізді, пирамидатәрізді және конустәрізді серпімді құрылғының меншікті жиелігі анықталды. Серпімді құрылғының меншікті жиелігінің мәні, құрылғының биіктігі артқан сайын кемитіндігі және табанының ені ұлғайғанда артатындығы тағайындалды. Екінші форманың меншікті жиелігінің бірінші форманың меншікті жиелігіне қатынасы құрылғының геометриялық параметрлеріне тәуелді болмайды.

**Түйін сөздер:** дірілденқорғау, дірілтірек, меншікті жиелік, меншікті форма, серпімді құрылғы.

*Abstract*

## MATHEMATICAL MODELING OF VIBRATIONAL MOVEMENTS OF ELASTIC CONSTRUCTIONS WITH VARIABLE SECURITIES ON VIBRATING SUPPORTS

Bissembayev K. <sup>1,2</sup>, Smanov A. <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup> *Institute of Mechanics and Machine Science named after the Academician U.A. Dzholdasbekov, Almaty, Kazakhstan*

Creation of vibro-protective devices on rolling contact bearings is widely spread in transportation technology and seismic protection. In this work, mathematical modeling of the oscillation movements of the elastic constructions will be considered. The equations of motion for elastic structures on vibration supports bounded by high-order rotation surfaces by the Ostrogradsky-Hamilton principle are obtained. The natural frequencies of elastic structures with rod-shaped, wedge-shaped, pyramid-shaped and conical shapes are determined. It is established that the value of the natural frequencies of elastic structures decreases with increasing height and increases with the width of the bases. The ratio of the natural frequency of the second form to the natural frequency of the first form does not depend on the geometrical parameters of the structure.

**Keywords:** vibration protection, vibration support, natural frequencies, natural forms, elastic design.



## 1. Введение

Во многих сейсмозащитных и виброзащитных устройствах в качестве основного элемента используются тела качения различного вида. В работе [1] указывается на перспективность использования опоры качения для снижения сейсмической нагрузки, действующей на здания в условиях землетрясения. Сейчас известно большое количество подобных устройств, применение которых основано на известных принципах пассивной виброизоляции объектов, подверженных вибрационным воздействиям. В работе [2] даются классификация и сравнение таких устройств, являющихся составной частью фундаментов зданий. Кинематические и динамические свойства опоры, ограниченной поверхностями высокого порядка с достаточной полнотой описаны в работах [3, 4]. В статье [5] рассматривается об оценке вибрации однородной упругой конструкции на опорах качения ограниченных поверхностями вращения высокого порядка при воздействии горизонтальной сейсмической нагрузки с учетом трения качения на релаксирующих грунтах. Представляет интерес задача о колебании упругой конструкций с переменными сечениями на опорах качения со спрямленными поверхностями с учетом наличия трения качения на релаксирующих грунтах.

В статье рассматривается математическое моделирование упругих конструкций с переменными сечениями на виброопорах при наличии трения качения и содержатся результаты, по оценке собственных частот упругих конструкций имеющих различных форм.

## 2. Постановка задачи

Модель кинематического фундамента показана на рис.1. Опора качения ограничена снизу и сверху поверхностями, описанными уравнениями, соответственно:

$$y_1 = a_1 x_1^n \text{ и } y_2 = a_2 x_2^m$$

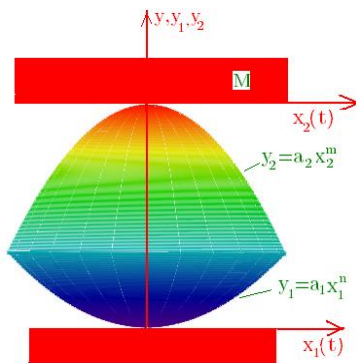


Рис.1. Схема опоры качения с опорными поверхностями высокого порядка

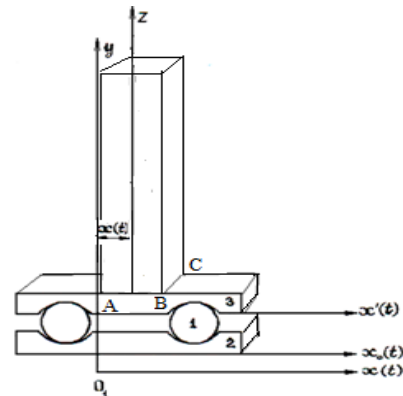


Рис.2. а) Схема стержнеобразной конструкции на подвижном основании

Горизонтальное смещение нижнего и верхнего оснований кинематического фундамента обозначим, соответственно  $x_0(t)$  и  $x(t)$ . Рассмотрим плоские колебания упругой конструкции с переменными сечениями, опирающейся на подвижное основание с опорами качения (см. рис. 2а – рис 2 г),  $H$  – высота опоры.

Горизонтальные смещения точки виброзащищаемого тела относительно неподвижных систем координат  $x_{O_1}y$  описываются функцией  $u(z, t)$ , а относительно подвижных систем координат  $xOz$ , связанных с верхним основанием -  $u_1(z, t)$ .



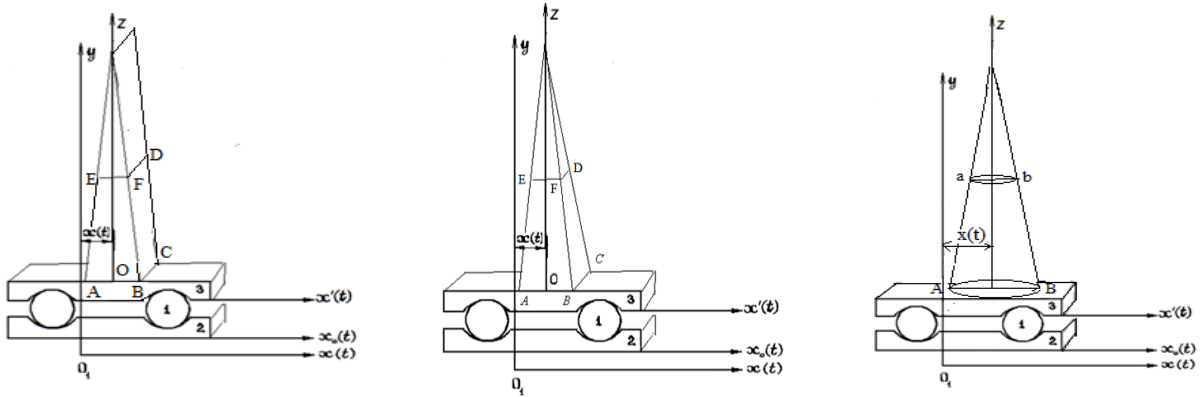


Рис.2. Схемы клинообразной (2б), пирамидаобразной (2в), конусообразной (2г) конструкции на подвижном основании

Горизонтальное смещение каждой точки виброзащищаемого тела относительно неподвижных систем координат имеет вид

$$u(z, t) = x(t) + u_1(z, t) \quad (1)$$

### 3. Уравнения колебательного движения упругой конструкции с переменными сечениями на опорах качения со спрямленными поверхностями.

Рассмотрим изгибные колебания упругой конструкции с переменными сечениями.

При выводе уравнения поперечных колебаний стержня (или балок) мы предполагаем, что в недеформированном состоянии так называемая упругая ось стержня прямолинейна и совпадает с линией центров тяжести поперечных сечений стержня. Эту прямолинейную ось мы примем за координатную ось  $z$ , и от нее будем отсчитывать отклонения элементов стержня при поперечных колебаниях. При этом мы будем считать, по крайней мере, на первых порах, что отклонения отдельных точек оси стержня происходят перпендикулярно к прямолинейному, недеформированному ее направлению, пренебрегая смещениями этих точек, параллельными оси.

Далее, мы предполагаем, что отклонения точек оси упругих конструкций при поперечных колебаниях происходят в одной плоскости (плоскость колебаний) и являются малыми отклонениями в том смысле, что возникающие при этом восстанавливающие силы остаются в пределах пропорциональности.

Обозначим через  $m(z)$  массу единицы длины стержня, через  $EJ$  – жесткость на прогиб,  $E$  – модуль упругости,  $J$  – момент инерции поперечного сечения упругих конструкций с переменными сечениями относительно нейтральной оси сечения, перпендикулярной к плоскости колебаний. Предположим, что  $E = const$ .

Кинетическая и потенциальная энергия системы имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l m(z) \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dz + \frac{1}{2} [M + m(z)l] \dot{x}^2, \quad (2)$$

$$П = \frac{1}{2} \int_0^l EJ \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right)^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^l m(z) [g + \ddot{y}_0(t)] \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} \right)^2 dz + [M + m(z)l] [g + \ddot{y}_0(t)] \Delta y; \quad (3)$$

где

$$\Delta y = y(t) - y_0(t) = -\frac{1}{2H} (x - x_0)^2 + \frac{(n-1)}{nH} N_n (x - x_0)^{\frac{n}{n-1}}, \quad N_n = \frac{1}{(nH)^{\frac{1}{n-1}}} \left( \frac{1}{\sqrt[n-1]{a_1}} + \frac{1}{\sqrt[n-1]{a_2}} \right)$$

Для вывода уравнения движения используем принцип Остроградского-Гамильтона. Функционал  $S$  Остроградского-Гамильтона для упругой конструкции с переменными сечениями имеет здесь вид

$$S = \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^t \left\{ m(z) \left( \frac{du_1}{dt} \right)^2 + m(z) \dot{x}^2 + \frac{M}{l} \dot{x}^2 - EI \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right)^2 + m(z) [g + \ddot{y}_0(t)] \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} \right)^2 - 2m(z) [g + \ddot{y}_0(t)] \Delta y - \frac{2M}{l} [g + \ddot{y}_0(t)] \Delta y \right\} dz dt \quad (4)$$

Уравнение поперечных колебаний упругой конструкции с тяжелым основанием мы получим, составив для функционала  $S$  уравнение Эйлера-Лагранжа [6]. Это уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( EJ \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( EJ \frac{\partial^3 u_1}{\partial t \partial z^2} \right) + [g + \ddot{y}_0(t)] \frac{\partial}{\partial z} \left( m(z) \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) + m(z) \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = -m(z) \ddot{x}(t);$$

$$\ddot{x} + \frac{\frac{M}{l} + m(z)}{\frac{M}{l} + 2m(z)} \cdot \frac{\varepsilon \omega_0^2 N_n}{n-1} \frac{\dot{x} - \dot{x}_0}{(x - x_0)^{n-1}} + \frac{\frac{M}{l} + m(z)}{\frac{M}{l} + 2m(z)} \left[ 1 + \frac{\ddot{y}_0(t)}{g} \right] \times \times \left[ \omega_0^2 N_n (x - x_0)^{\frac{1}{n-1}} - \omega_0^2 (x - x_0) \right] = -\frac{m(z)}{\frac{M}{l} + 2m(z)} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}. \quad (5)$$

При условии  $M \gg mh$ ,  $y_0 = 0$  система уравнения (5) преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( EI(z) \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right) + g \frac{\partial}{\partial z} \left( m(z) \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) + m(z) \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = -m(z) \ddot{x}(t)$$

$$\ddot{x} + \varepsilon \dot{\Phi}(x - x_0) + \Phi(x - x_0) - \omega_0^2 (x - x_0) = 0 \quad (6)$$

где

$$\Phi(x - x_0) = \omega_0^2 N_n (x - x_0)^{\frac{1}{n-1}}, \quad \omega_0^2 = \frac{g}{H} \quad (7)$$

$g$  – ускорение свободного падения.

#### 4. Расчет частот собственные колебаний упругой конструкции с переменными сечениями методом Ритца.

Сущность метода заключается в приведении вариационной задачи к задаче на разыскание экстремума функции многих независимых переменных. Такое приведение осуществляется путем отбора из всех возможных допустимых функций, на которых рассматриваются значения функционала, некоторых специального класса функций, зависящих от конечного числа сначала неопределенных параметров. Постановка таких функций в выражение функционала превращает его в функцию этих параметров, экстремум которой может быть найден известными элементарными способами.

Имея в виду определение собственных частот и форм главных колебаний, подставим в функционал (4)

$$x_0 = 0, \quad x = 0, \\ u_1(z, t) = \varphi(z) \sin(\omega t + \gamma) \quad (8)$$

и после интегрирования по  $t$  в пределах периода  $\frac{2\pi}{\omega}$  получим

$$S = \frac{2\pi}{\omega} \int_0^l \left\{ m(z) \omega^2 [\varphi(z)]^2 - EI [\varphi''(z)]^2 + m(z) g [\varphi'(z)]^2 \right\} dz = 0 \quad (9)$$

По Ритцу значения функционала (9) рассматриваются на совокупности выражений вида

$$S(\varphi) = S(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \quad (10)$$

где  $\alpha_i$  – параметры, варьируя которые мы получаем нужный класс допустимых функций, а  $\varphi_i(z)$  – так называемые базисные или координатные функции специально выбираемые или задаваемые известным функции, удовлетворяющие по крайней мере геометрическим краевым условиям рассматриваемой задачи. На совокупности функции (10) соответствующий функционал обращается в функцию  $n$  неизвестных переменных  $\alpha_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$

$$S(\varphi) = S(\alpha_1, \alpha_2, \dots, n)$$

и его первая вариация

$$\delta S(\varphi) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial \alpha_i} \delta \alpha_i$$

Найдем значения параметров  $\alpha_i$  из уравнений

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{11}$$

и подставив их в (9) мы получим приближенное решение поставленной задачи.

Так как функционалы, соответствующие дифференциальным уравнениям малых колебаний упругих конструкции, являются квадратичными относительно  $\varphi(z)$ , то уравнения (11) линейны относительно  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ . Они имеют вид аналогичный уравнениям малых колебаний систем с конечным числом степеней свободы. Приравнявая к нулю определитель системы (11), мы получим уравнение, из которого найдутся приближенные значения первых частот системы, определение которых в большинстве случаев и является целью расчета. Эти уравнения называются уравнениями частот Ритца.

Для определения уравнений частот Ритца, подставив минимизирующую форму (10) в (9), обратим  $S$  в квадратичную форму параметров  $\alpha_i$

$$S(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \omega^2 \sum_{i,k=1}^n T_{ik} \alpha_i \alpha_k - \sum_{i,k=1}^n U_{ik} \alpha_i \alpha_k + g \sum_{i,k=1}^n K_{ik} \alpha_i \alpha_k \tag{12}$$

где

$$T_{ik} = \int_0^l m(z) \varphi_i \varphi_k dz, \quad U_{ik} = \int_0^l EI(z) \varphi_i'' \varphi_k'' dz, \quad K_{ik} = \int_0^l m(z) \varphi_i' \varphi_k' dz, \tag{13}$$

Уравнения (11) будут иметь вид

$$\begin{aligned} (\omega^2 T_{11} - U_{11} + g K_{11}) \alpha_1 + (\omega^2 T_{12} - U_{12} + g K_{12}) \alpha_2 + \dots + (\omega^2 T_{1n} - U_{1n} + g K_{1n}) \alpha_n &= 0 \\ (\omega^2 T_{21} - U_{21} + g K_{21}) \alpha_1 + (\omega^2 T_{22} - U_{22} + g K_{22}) \alpha_2 + \dots + (\omega^2 T_{2n} - U_{2n} + g K_{2n}) \alpha_n &= 0 \\ (\omega^2 T_{n1} - U_{n1} + g K_{n1}) \alpha_1 + (\omega^2 T_{n2} - U_{n2} + g K_{n2}) \alpha_2 + \dots + (\omega^2 T_{nn} - U_{nn} + g K_{nn}) \alpha_n &= 0 \end{aligned}$$

Условие, при котором не все  $\alpha_i$  одновременно равны нулю, пишется следующим образом

$$\begin{vmatrix} (\omega^2 T_{11} - U_{11} + g K_{11}) & (\omega^2 T_{12} - U_{12} + g K_{12}) & \dots & (\omega^2 T_{1n} - U_{1n} + g K_{1n}) \\ (\omega^2 T_{21} - U_{21} + g K_{21}) & (\omega^2 T_{22} - U_{22} + g K_{22}) & \dots & (\omega^2 T_{2n} - U_{2n} + g K_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\omega^2 T_{n1} - U_{n1} + g K_{n1}) & (\omega^2 T_{n2} - U_{n2} + g K_{n2}) & \dots & (\omega^2 T_{nn} - U_{nn} + g K_{nn}) \end{vmatrix} = 0 \tag{14}$$

(14) является уравнением частот Ритца.

Краевые условия при

$$z = 0$$

$$\varphi(0) = 0, \quad \varphi'(0) = 0$$

при  $z = l$

$$\varphi''(l) = 0, \quad \varphi'''(l) = 0 \tag{15}$$

Базисные функции, удовлетворяющие геометрические условия (19), имеют вид

$$\varphi_1(z) = \left(1 - \frac{z}{l}\right)^2, \quad \varphi_2(z) = \left(1 - \frac{z}{l}\right) \frac{z}{l}, \quad \varphi_3(z) = \left(1 - \frac{z}{l}\right) \frac{z^2}{l^2}. \quad (16)$$

Минимизирующая форма, составленная из таких функций, будет иметь вид

$$\varphi(x) = \alpha_1 \varphi_1(z) + \alpha_2 \varphi_2(z) + \alpha_3 \varphi_3(z) \quad (17)$$

Подставив (16) и (17) в (13) и после некоторого вычисления, получим

$$\begin{aligned} T_{11} &= \int_0^l m(z) \varphi_1^2(z) dz, \quad T_{12} = \int_0^l m(z) \varphi_1(z) \varphi_2(z) dz, \quad T_{13} = \int_0^l m(z) \varphi_1(z) \varphi_3(z) dz, \quad T_{22} = \int_0^l m(z) \varphi_2^2(z) dz, \\ T_{23} &= \int_0^l m(z) \varphi_2(z) \varphi_3(z) dz, \quad T_{33} = \int_0^l m(z) \varphi_3^2(z) dz, \quad T_{12} = T_{21}, \quad T_{31} = T_{13}, \quad T_{23} = T_{32} \\ U_{11} &= \int_0^l EI(z) (\varphi_1''(z))^2 dz, \quad U_{12} = \int_0^l EI(z) \varphi_1''(z) \varphi_2''(z) dz, \quad U_{13} = \int_0^l EI(z) \varphi_1''(z) \varphi_3''(z) dz, \\ U_{22} &= \int_0^l EI(z) (\varphi_2''(z))^2 dz, \quad U_{23} = \int_0^l EI(z) \varphi_2''(z) \varphi_3''(z) dz, \quad U_{33} = \int_0^l EI(z) (\varphi_3''(z))^2 dz, \quad U_{12} = U_{21}, \quad U_{13} = U_{31}, \\ U_{23} &= U_{32}, \quad K_{11} = \int_0^l m(z) (\varphi_1'(z))^2 dz, \quad K_{12} = \int_0^l m(z) \varphi_1'(z) \varphi_2'(z) dz, \quad K_{13} = \int_0^l m(z) \varphi_1'(z) \varphi_3'(z) dz, \\ K_{22} &= \int_0^l m(z) (\varphi_2'(z))^2 dz, \quad K_{23} = \int_0^l m(z) \varphi_2'(z) \varphi_3'(z) dz, \quad K_{33} = \int_0^l m(z) (\varphi_3'(z))^2 dz, \quad K_{13} = K_{31}, \quad K_{32} = K_{23}, \end{aligned}$$

в первом одночленном приближении уравнения частот примет вид

$$T_{11} \omega^2 - U_{11} + gK_{11} = 0. \quad (18)$$

откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{U_{11} - gK_{11}}{T_{11}}} \quad (19)$$

Во втором приближении уравнении частот примет вид

$$\begin{aligned} &[T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}] \omega^4 - [(U_{11} - gK_{11})T_{22} + (U_{22} - gK_{22})T_{11} - (U_{12} - gK_{12})T_{21} - (U_{21} - gK_{21})T_{12}] \omega^2 + \\ &+ (U_{11} - gK_{11})(U_{22} - gK_{22}) - (U_{12} - gK_{12})(U_{21} - gK_{21}) = 0 \end{aligned}$$

или

$$a \omega^4 - b \omega^2 + c = 0 \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} a &= T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}, \quad b = (U_{11} - gK_{11})T_{22} + (U_{22} - gK_{22})T_{11} - (U_{12} - gK_{12})T_{21} - (U_{21} - gK_{21})T_{12} \\ c &= (U_{11} - gK_{11})(U_{22} - gK_{22}) - (U_{12} - gK_{12})(U_{21} - gK_{21}) \end{aligned}$$

Решения биквадратного уравнения (20) имеет вид

$$\omega^2 = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} \quad (21)$$

## 5. Вычисление собственные частоты

Теперь вычислим момент инерции поперечного сечения стержнеобразной, клинообразной, пирамида образной и конусообразной конструкции относительно нейтральной оси сечения, перпендикулярной к плоскости колебаний. На рисунках 2 (а, б, в, г) показаны все параметры упругих конструкции с переменными сечениями. Момент инерции поперечного сечения и погонной масса стержня определяется формулой соответственно

$$J = 2 \int_0^{a/2} x^2 b dx = \frac{ba^3}{12}, \quad m = \rho ab$$

Момент инерции поперечного сечения клина определяется формулой соответственно

$$J = 2b \int_0^{AB/2} x^2 dx = \frac{b(AB)^3}{12}$$

Справедливы следующие геометрические соотношения:

$$\frac{AB}{a} = \frac{z}{h}$$

Следовательно, момент инерции поперечного сечения и погонной масса клинообразной упругой конструкции имеет вид

$$J(z) = \frac{ba^3}{12} \frac{z^3}{h^3}, \quad m(z) = \frac{\rho ba}{2} \frac{z}{h}$$

Момент инерции поперечного сечения и погонной массы пирамиды и конуса определяется формулой соответственно

$$J(z) = \frac{ba^3}{12} \frac{z^4}{h^4}, \quad m(z) = \frac{\rho ab}{3} \frac{z^2}{h^2}$$

$$J(z) = \frac{\pi R^4}{4} \frac{z^4}{h^4}, \quad m(z) = \frac{\pi \rho R^2}{3} \frac{z^2}{h^2}$$

где  $m(z)$  - погонная масса системы

При следующих значениях параметров системы

$$a = 10 \text{ м}, b = 10 \text{ м}, h = 60 \text{ м}, EI = 21.6 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}, \rho = 7.7 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

проведен расчет частот собственного колебания стержнеобразной, клинообразной, пирамидаобразной и конусообразной упругой конструкции по формуле (19) и (21). Значение собственной частоты системы соответствующей первой и второй форме для различных значений геометрических параметров показано в таблице 1 и 2.

Таблица 1

| № | форма    | a  | b  | R | $h_1$ | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $h_2$ | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $h_3$ | $\omega_1$ | $\omega_2$ |
|---|----------|----|----|---|-------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|
| 1 | стержень | 10 | 10 |   | 60    | 18.993     | 147.826    | 80    | 10.683     | 83.152     | 100   | 6.837      | 53.217     |
| 2 | клин     | 10 | 10 |   | 60    | 32.897     | 103.911    | 80    | 18.504     | 58.45      | 100   | 11.843     | 37.408     |
| 3 | пирамида | 10 | 10 |   | 60    | 67.42      | 185.236    | 80    | 37.923     | 104.195    | 100   | 24.271     | 66.685     |
| 4 | конус    |    |    | 5 | 60    | 58.387     | 160.419    | 80    | 32.843     | 90.236     | 100   | 21.019     | 57.751     |

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 3.159 \text{ клин} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = 7.784 \text{ стержень} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2.748 \text{ пирамида} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2.748 \text{ конус}$$

Таблица 2

| № | форма    | b [м] | h [м] | R [м] | $a_1$ [м] | $\omega_1$ [1/с] | $\omega_2$ [1/с] | $a_2$ [м] | $\omega_1$ [1/с] | $\omega_2$ [1/с] | $a_3$ [м] | $\omega_1$ [1/с] | $\omega_2$ [1/с] |
|---|----------|-------|-------|-------|-----------|------------------|------------------|-----------|------------------|------------------|-----------|------------------|------------------|
| 1 | стержень | 10    | 60    |       | 5         | 9.496            | 73.912           | 10        | 18.993           | 147.826          | 15        | 28.49            | 221.74           |
| 2 | клин     | 10    | 60    |       | 5         | 16.448           | 51.955           | 10        | 32.897           | 103.911          | 15        | 49.346           | 155.867          |
| 3 | пирамида | 10    | 60    |       | 5         | 33.709           | 92.618           | 10        | 67.42            | 185.236          | 15        | 101.13           | 277.855          |
| 4 | конус    |       | 60    |       | 2.5       | 29.193           | 80.209           | 5         | 58.387           | 160.419          | 7.5       | 87.581           | 240.629          |

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 3.159 \text{ клин} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = 7.783 \text{ стержень} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2.748 \text{ пирамида} \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2.748 \text{ конус}$$

Частоты собственного колебания системы уменьшаются с возрастанием высоты конструкций, а с возрастанием ширины оснований конструкций увеличиваются. Отношение собственных частот системы, соответствующие второй и первой формы не зависят от геометрических параметров конструкций.

## 6. Вывод

Составлена механическая модель упругих конструкции с переменными сечениями на виброопорах со спрямленными поверхностями. Получены уравнения движения упругой конструкции с переменными сечениями на виброопорах со спрямленными поверхностями при наличии внутреннего трения упругой конструкции и трения качения на релаксирующих грунтах.

Установлено, что системы уравнения движения являются существенно нелинейными с переменными коэффициентами, так как нелинейность сохраняется при малых перемещениях. Проведен расчет частот собственного колебания стержнеобразной, клинообразной, пирамида-образной и конусообразной упругой конструкции. Установлено, что частоты собственного колебания системы уменьшаются с возрастанием высоты конструкций, а с возрастанием ширины оснований конструкций увеличиваются. Отношение собственных частот соответствующие второй и первой форм не зависит от геометрических параметров конструкций.

### Список использованной литературы

- 1 Поляков С.В. Современное состояние и основные направления новых исследований в области сейсмического строительства. // Строительная механика и расчет сооружений, 1975, №4.с. 21-40
- 2 Зеленский Г.А., Шевляков Ю.А. Сейсмоизоляция зданий. // Основания, фундаменты и механика грунтов. - 1976. -№4. с.19-21.
- 3 Бисембаев К. Колебания тела на опорах со спрямленными поверхностями// Изв. АН КазССР. сер. физ.-мат. 1988. №3. с. 65-69.
- 4 Бисембаев К., Пятецкий В. О. Дослідження нелінійних коливань тіла на опорах кочення зіспрямленими поверхнями // Вісник Київського Університету. Физ.-мат. Науки. №5. с.12-17.
- 5 Bissebayev K., Omyrzhanova O., Sultanova K., Oscillations specific for the homogeneous rod like elastic structure on the kinematic absorber basis with rolling bearers having straightened surfaces, Mechanisms and Machine Science, 2019, 68, pp.187-195.
- 6 Бабаков И.М. Теория колебания. М.: «Наука» 1965г. - 560с.

МРНТИ 29.15.17

УДК 539.17

Н. Буртебаев<sup>1</sup>, С.К. Сахиев<sup>2</sup>, Т.К. Жолдыбаев<sup>1</sup>, М. Насурла<sup>1</sup>, Б.М. Садыков<sup>1</sup>, Н. Амангелді<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан,

<sup>3</sup>Евразийский Университет им.Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

## V-W НЕОДНОЗНАЧНОСТЬ ОПТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ИОНОВ <sup>3</sup>He НА ЯДРЕ <sup>14</sup>N

### Аннотация

Исследовано упругое рассеяние ионов <sup>3</sup>He на ядре <sup>14</sup>N в широком диапазоне энергии. Измеренные дифференциальные сечения проанализированы в рамках оптической модели ядра с использованием потенциалов вуде-саксоновской параметризации, включающих в себя как объемное, так и поверхностное поглощение. Параметры потенциалов находились феноменологически из подгонки расчетных сечений к экспериментальным данным. Для каждой энергии найдено по три потенциала, одинаково хорошо описывающие эксперимент в полном угловом диапазоне. Анализ показал, что значения как реальной, так и мнимой частей найденных потенциалов отличается более, чем в два раза. Наблюдаемый разброс объясняется сильной корреляцией между глубинами действительной и мнимой частей потенциала, обусловленных существованием V-W - неоднозначности.

**Ключевые слова:** упругое рассеяние, оптический потенциал, V-W - неоднозначности.

Аңдатпа

Н. Буртебаев<sup>1</sup>, С.К. Сахиев<sup>2</sup>, Т.К. Жолдыбаев<sup>1</sup>, М. Насурлла<sup>1</sup>, Б.М. Садыков<sup>1</sup>, Н. Амангелді<sup>3</sup>  
**<sup>3</sup>He ИОНДАРЫНЫҢ <sup>14</sup>N ЯДРОЛАРЫНАН СЕРПІМДІ ШАШЫРАУЛАРЫН ЗЕРТТЕУДЕГІ  
ОПТИКАЛЫҚ ПОТЕНЦИАЛДАРДЫҢ V-W – БЕЛГІСІЗДІКТЕРІ**

<sup>1</sup>Ядролық физика институты, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>3</sup>Л.Н. Гумилев Евразия ұлттық университеті, Нур-султан қ., Қазақстан

<sup>3</sup>He иондарының <sup>14</sup>N ядроларынан серпімді шашыраулары энергияның кең аумағында зерттелді. Өлшенілген дифференциалдық кималар көлемдік және беттік жұтылуды ескерген вудс-саксон потенциалының параметризациясын қолданған оптикалық модель шеңберінде сарапаталды. Потенциалдардың параметрлері кималардың есептелген мәндердің эксперименталдық деректермен сәйкестендіру нәтижесінде анықталды. Әр энергия үшін эксперименттерді толық бұрыштық аумақта біркелкі жақсы сыйпаттайтын үш потенциал табылды. Сараптаманың нәтижесінде табылған потенциалдардың реалды және саналы бөліктерінің мәндері екі есеге дейін ауытқыйтыны көрсетілді. Байқалған ауытқулар V-W – белгісіздік негізінде пайда болған потенциалдың реалды және саналы бөліктерінің тереңдіктерінің арасындағы күшті корреляциямен түсіндіріледі.

**Түйін сөздер:** серпімді шашырауы, оптикалық потенциал, V-W – белгісіздіктер.

Abstract

**V-W - AMBIGUITY OF THE OPTICAL POTENTIAL IN THE STUDY  
OF ELASTIC SCATTERING OF <sup>3</sup>He IONS AT THE <sup>14</sup>N NUCLEUS**

Burtebayev N. <sup>1</sup>, Sakhyev S.K. <sup>2</sup>, Zholdybayev T.K. <sup>1</sup>, Nassurlla M. <sup>1</sup>, Sadykov B.M. <sup>1</sup>, Amangeldi N. <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,

<sup>3</sup> L.N. Gumilev Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

The elastic scattering of <sup>3</sup>He ions on the <sup>14</sup>N nucleus was studied in a wide energy range. The measured differential cross sections were analyzed within the framework of the optical model using the potentials of Woods – Saxon parametrization, including both volume and surface absorption. The parameters of the potentials were found phenomenologically from fitting the calculated cross sections to the experimental data. Three potentials were found for each energy, which describe the experiment equally well in the full angular range. The analysis showed that the values of both the real and imaginary parts of the potentials found differ by more than two times. The observed variation is explained by a strong correlation between the depths of the real and imaginary parts of the potential, due to the existence of the V – W ambiguity.

**Keywords:** elastic scattering, optical potential, V – W ambiguity.

Определение межъядерного потенциала взаимодействия сложных частиц с ядрами остается одной из приоритетных задач ядерной физики низких и средних энергий. Исходная информация о нем извлекается из анализа экспериментальных данных по дифференциальным сечениям процессов упругого рассеяния частиц и ядер с ядрами с последующим их анализом в рамках оптической модели ядра. Известные неоднозначности параметров потенциала, присущие этому подходу, могут быть сокращены при постановке экспериментов в максимально полном угловом диапазоне с проявлением при энергиях  $\geq 30$  МэВ эффектов «аномального рассеяния» назад и «ядерной радуги», обусловленных преломляющими свойствами потенциала.

Измерения дифференциальных сечений рассеяния ионов <sup>3</sup>He при энергиях 50 и 60 МэВ на ядре <sup>14</sup>N проводились на выведенном пучке изохронного циклотрона У-150М Института ядерной физики. Использовалась газовая мишень, представляющая собой цилиндрический контейнер, наполненный естественным азотом (с содержанием <sup>14</sup>N 99,61%) до ~ 1 атмосферы. Эффективная толщина мишени составляла от 1 до 7 мг/см<sup>2</sup> в зависимости от угла измерений. Ошибка в оценке толщины мишени составляла не более 3%. Более подробно конструкция мишени описана в работе [1].

Полученные экспериментальные данные представлены на рисунках 1 и 2. Рассеяние ионов <sup>3</sup>He при E = 50 и 60 МэВ на исследуемой ядре носит обычный дифракционный характер в области передней полусферы углов с последующим проявлением эффекта ядерной радуги. Явления аномального рассеяния назад не обнаружено.

Для анализа экспериментальных данных по упругому рассеянию использовалась стандартная оптическая модель ядра [2], которая является основным методом извлечения информации о потенциалах взаимодействия частиц с атомными ядрами. В рамках этого подхода задача о рассеянии

на многочастичной системе – ядре, сводится к более простому процессу – рассеянию в поле комплексного оптического потенциала, форма и величина которого определяются оптимизацией расчетных значений параметров модели с соответствующими экспериментальными данными.

Поиск параметров оптического потенциала осуществлялся на основе теоретических расчетов угловых распределений с последующим их сравнением с экспериментальными данными в рамках оптической модели ядра по программе SPI-GENOA [3]. В качестве стартовых параметров оптического потенциала использованы рекомендации из работ [4, 5] и подбирались таким образом, чтобы достичь наилучшего согласия между теоретическими и экспериментальными угловыми распределениями упругого рассеяния.

Поиск оптимальных параметров оптического потенциала подбирался таким образом, чтобы достичь наилучшего согласия между теоретическими и экспериментальными угловыми распределениями упругого рассеяния. Параметры потенциала, отвечающие оптимальному соответствию экспериментальных и теоретических значений сечений, находились минимизацией величины  $\chi^2$ . Наряду с критерием  $\chi^2$  для отбора физически значимых потенциалов, использовалась величина объемного интеграла от реальной части оптического потенциала.

Полученные оптимальные параметры потенциала взаимодействия, значение объемного интеграла  $J_V$  и величины  $\chi^2$  приведены в таблицах 1 – 3. Параметр кулоновского радиуса принимался фиксированным  $r_c = 1,3$  фм.

В дополнение, был выполнен анализ экспериментальных данных по упругому рассеянию на ядре  $^{14}\text{N}$  ионов  $^3\text{He}$  при энергии 72 МэВ [6].

На рисунках 1 – 3 совместно с экспериментальными сечениями рассеяния ионов  $^3\text{He}$  на ядре  $^{14}\text{N}$  представлены результаты теоретического анализа сечений в рамках оптической модели ядра.

Таблица 1. Параметры оптических потенциалов взаимодействия ионов  $^3\text{He}$  с энергией 50 МэВ на исследуемом ядре

| Набор | V (МэВ) | $r_V$ (фм) | $a_w$ (фм) | W (МэВ) | $r_w$ (фм) | $A_V$ (фм) | $W_D$ (МэВ) | $r_D$ (фм) | $a_D$ (фм) | $J_R$ (МэВ фм <sup>3</sup> ) | $\chi^2/N$ |
|-------|---------|------------|------------|---------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------------------------|------------|
| A     | 108.6   | 1.15       | 0.866      |         |            |            | 13.32       | 1.357      | 0.800      | 452.2                        | 57.0       |
| G1    | 168.4   | 0.69       | 0.945      | 4.865   | 2.58       | 0.583      | 8.190       | 1.02       | 0.326      | 223.4                        | 12.4       |
| G2    | 119.8   | 1.000      | 0.850      | 4.44    | 2.500      | 0.660      | 6.360       | 1.120      | 0.650      | 372.6                        | 10.5       |
| G3    | 108.7   | 1.150      | 0.810      | 6.780   | 2.230      | 0.760      | 8.150       | 1.150      | 0.470      | 425.4                        | 13.1       |

Таблица 2. Параметры оптических потенциалов взаимодействия ионов  $^3\text{He}$  с энергией 60 МэВ на исследуемом ядре

| Набор | V (МэВ) | $r_V$ (фм) | $a_w$ (фм) | W (МэВ) | $r_w$ (фм) | $A_V$ (фм) | $W_D$ (МэВ) | $r_D$ (фм) | $a_D$ (фм) | $J_R$ (МэВ фм <sup>3</sup> ) | $\chi^2/N$ |
|-------|---------|------------|------------|---------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------------------------|------------|
| A     | 110.0   | 1.15       | 0.817      |         |            |            | 13.0        | 1.32       | 0.800      | 433.7                        | 13.2       |
| H1    | 144.4   | 0.69       | 0.918      | 3.690   | 2.581      | 0.359      | 6.473       | 1.02       | 0.577      | 265.4                        | 13.3       |
| H2    | 110.0   | 1.000      | 0.803      | 5.11    | 2.482      | 0.570      | 8.600       | 1.100      | 0.618      | 321.7                        | 34.5       |
| H3    | 111.1   | 1.150      | 0.802      | 4.300   | 2.227      | 0.718      | 12.74       | 1.375      | 0.460      | 430.7                        | 16.6       |

Таблица 3. Параметры оптических потенциалов взаимодействия ионов  $^3\text{He}$  с энергией 72 МэВ на исследуемом ядре

| Набор | V (МэВ) | $r_V$ (фм) | $a_w$ (фм) | W (МэВ) | $r_w$ (фм) | $A_V$ (фм) | $W_D$ (МэВ) | $r_D$ (фм) | $a_D$ (фм) | $J_R$ (МэВ фм <sup>3</sup> ) | $\chi^2/N$ |
|-------|---------|------------|------------|---------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------------------------|------------|
| F1    | 115,8   | 1,2        | 0,686      | -       | -          | -          | 18,54       | 1,4        | 0,606      | 435                          | 15,83      |
| F2    | 130,9   | 1,06       | 0,740      | 5,54    | 1,36       | 0,801      | 13,98       | 1,36       | 0,656      | 395                          | 14,91      |
| F3    | 116,7   | 1,15       | 0,688      | -       | -          | -          | 18,62       | 1,211      | 0,741      | 398                          | 15,81      |



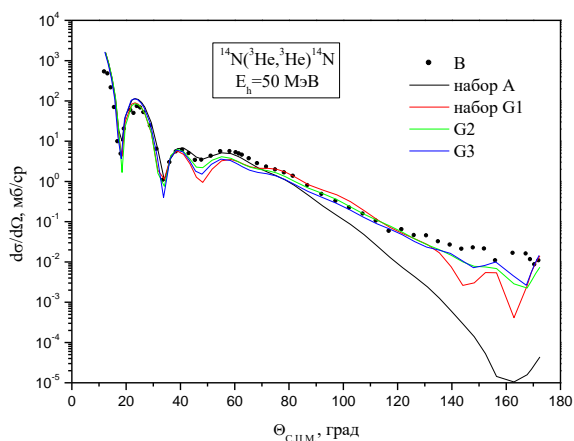


Рисунок 1. Дифференциальные сечения упругого рассеяния ионов  $^3\text{He}$  с энергией 50 МэВ на ядре  $^{14}\text{N}$ , где точки – экспериментальные данные, сплошные кривые – теоретические расчеты с параметрами из Таблицы 1.

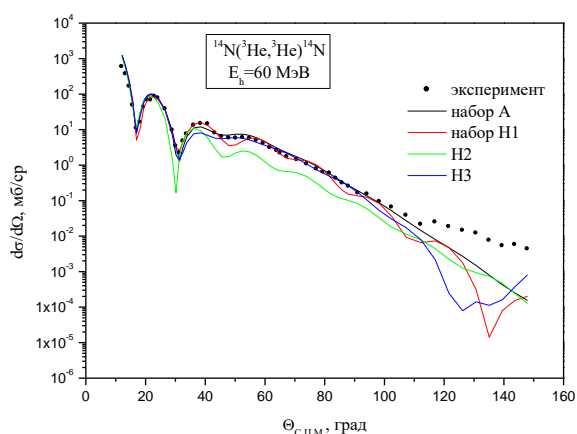


Рисунок 2. Дифференциальные сечения упругого рассеяния ионов  $^3\text{He}$  с энергией 60 МэВ на ядре  $^{14}\text{N}$ , где точки – экспериментальные данные, сплошные кривые – теоретические расчеты с параметрами из Таблицы 2.

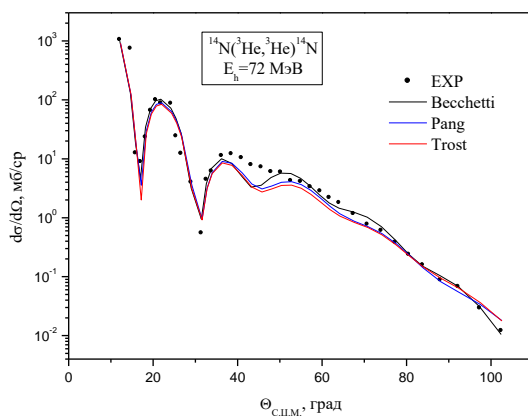


Рисунок 3. Дифференциальные сечения упругого рассеяния ионов  $^3\text{He}$  с энергией 72 МэВ на ядре  $^{14}\text{N}$ , где точки – экспериментальные данные, сплошные кривые – теоретические расчеты с параметрами из Таблицы 3.

Несмотря на то, что все найденные потенциалы одинаково хорошо воспроизводят экспериментальные данные, соответствующие им матрицы рассеяния могут сильно отличаться. В качестве примера на рис.4 показаны их комплексные элементы ( $S_l$ ), относящиеся к наборам потенциалов табл.1 – 3 для парциальных волн с максимальным вкладом в сечение. Указанные потенциалы, как видно из рисунка, не являются фазовоэквивалентными и, следовательно, не относятся к семействам, связанным с обычными дискретной и непрерывной неоднозначностями. Потенциалы из этих семейств, как известно, приблизительно фазовоэквивалентны.

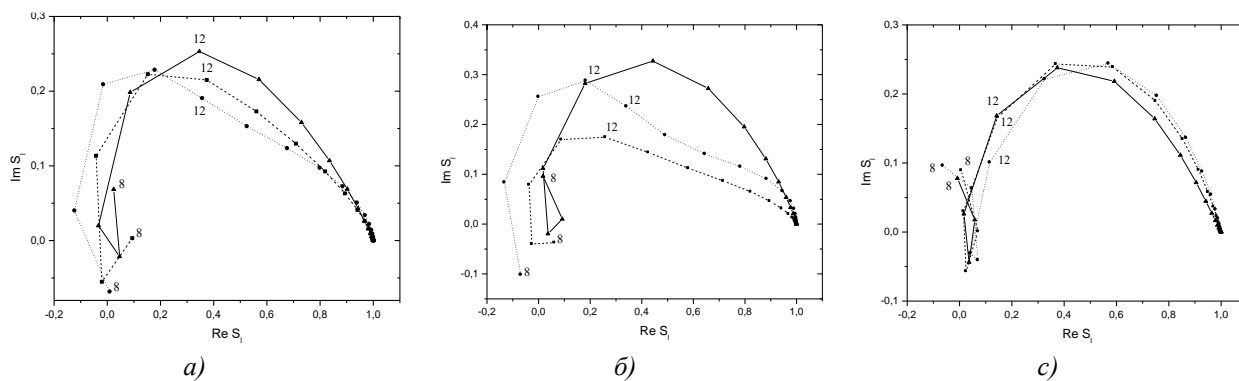


Рисунок 4. Комплексные элементы матрицы рассеяния для потенциалов из таблицы. Цифры на рисунке указывают значения парциальных волн.

Исследуем свойства найденных потенциалов на примере описания рассеяния  ${}^3\text{He} + {}^{14}\text{N}$  при энергиях 50, 60 и 72 МэВ. Радиальные зависимости соответствующих наборов потенциалов показаны на рисунок 5 – 7. Там же приведены отношения  $V(r)/W(r)$ , а также элементы матрицы рассеяния  $|S_{l+1/2}|$ . Из этого рисунка хорошо видно, что:

1. Несмотря на сильное различие значений реальной части потенциалов в области чувствительности (2-5 фм) (рис.5а, 6а, 7а), все они одинаково хорошо описывают экспериментальные данные.

2. Несмотря на то, что радиальные зависимости мнимой части всех трех потенциалов отличаются (рис.5б, 6б, 7б), они пересекаются при  $r = 5$  фм на радиусе сильного поглощения ( $R_{SA} \approx 5$  фм), вследствие чего наборы потенциалов одинаково хорошо воспроизводят дифракционную структуру экспериментальных угловых распределений.

3. Несмотря на то, что радиальные зависимости реальной и мнимой частей наборов потенциалов различны, их отношения  $V(r)/W(r)$  в области от 3 до 5 фм близки (рис.5в, 6в, 7в). Это прямо указывает на существование нового типа неоднозначности  $V/W$ , когда изменение в некоторых пределах реальной части потенциала может быть скомпенсировано соответствующими изменениями мнимой части так, что качество подгонки остается неизменным.

4. Найденным потенциалам соответствуют различные  $S$  – матрицы (рис.5г, 6г, 7г), однако при  $L = 12$  их значения одинаковы  $|S(L)| \approx 1/2$ .

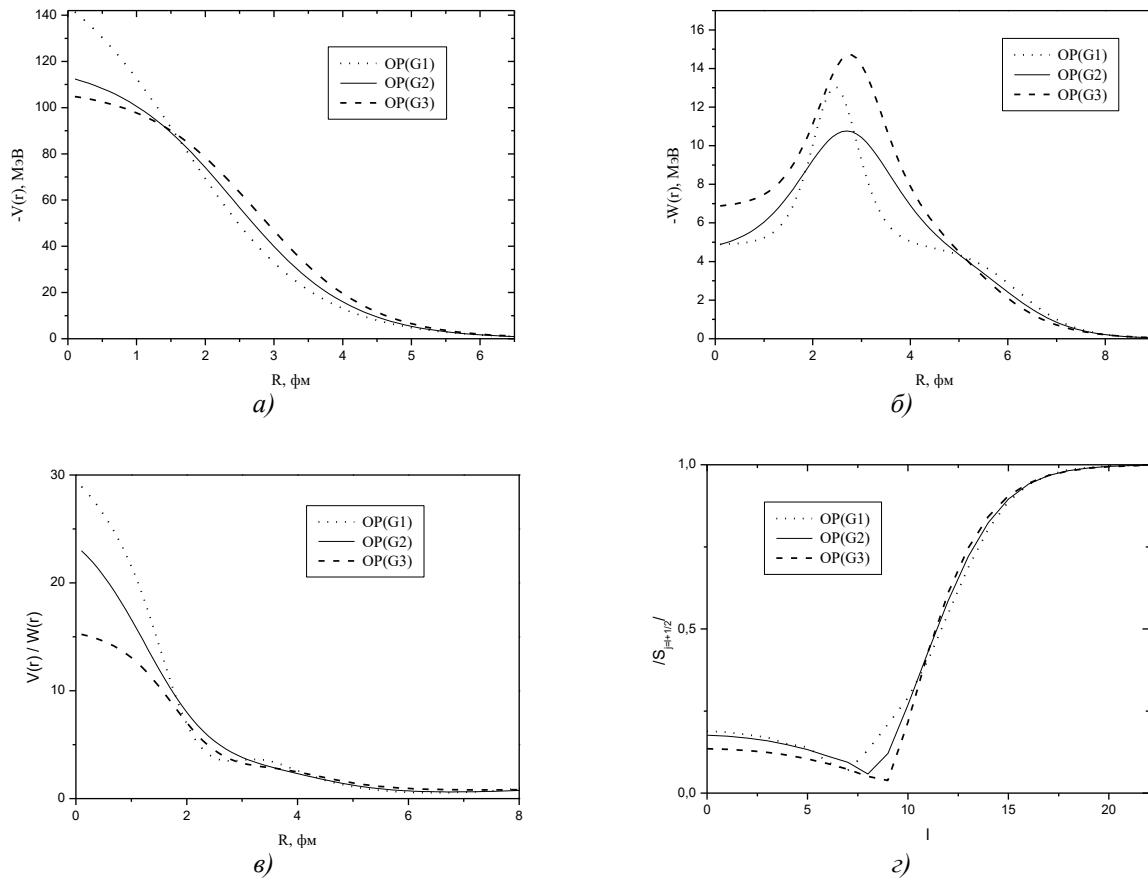


Рисунок 5. а) радиальные зависимости действительной части потенциалов  $V(r)$ ;  
 б) радиальные зависимости мнимой части потенциалов  $W(r)$ ;  
 в) отношения  $V(r)/W(r)$ ; г) элементы матрицы рассеяния  $|S_{l+1/2}|$ .  
 Сплошная, штриховая и штрихпунктирные линии соответствуют потенциалам G2, G1, G3.

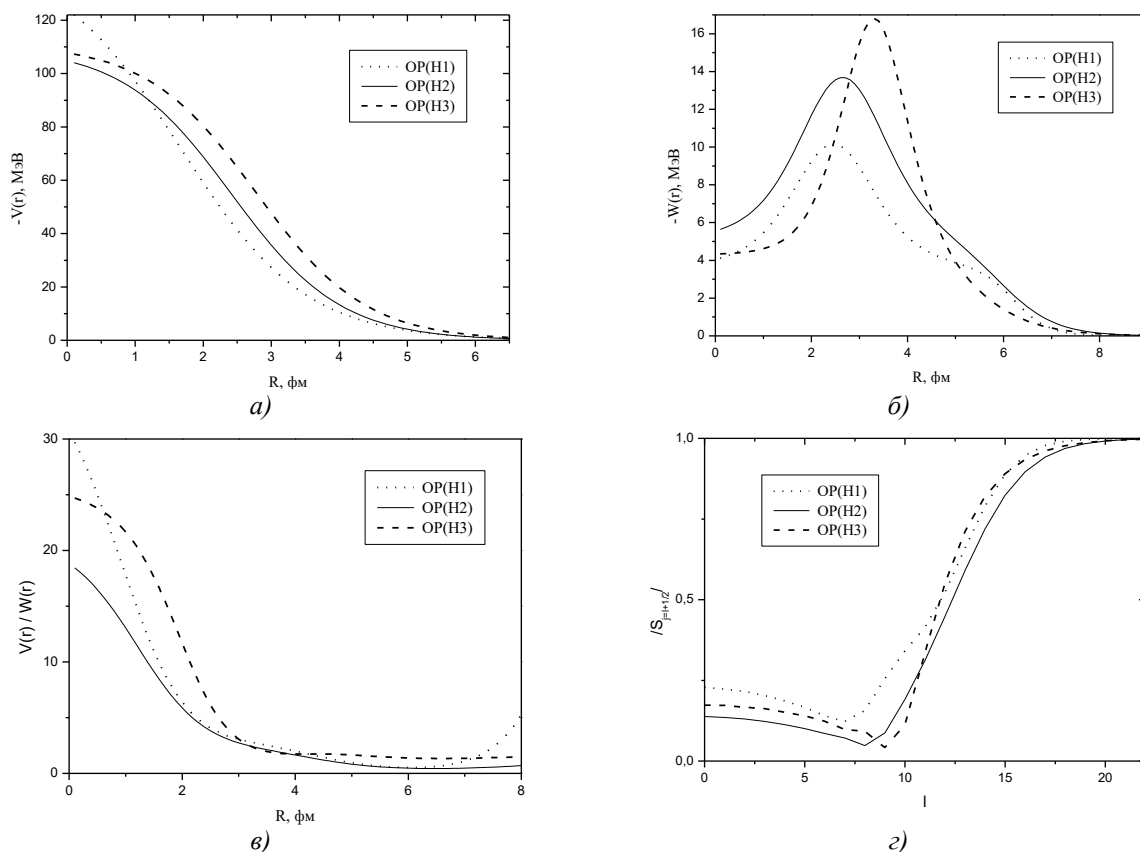


Рисунок 6. а) радиальные зависимости действительной части потенциалов  $V(r)$ ; б) радиальные зависимости мнимой части потенциалов  $W(r)$ ; в) отношения  $V(r)/W(r)$ ; г) элементы матрицы рассеяния  $|S_{l+1/2}|$ . Сплошная, штриховая и штрихпунктирные линии соответствуют потенциалам H2, H1, H3.

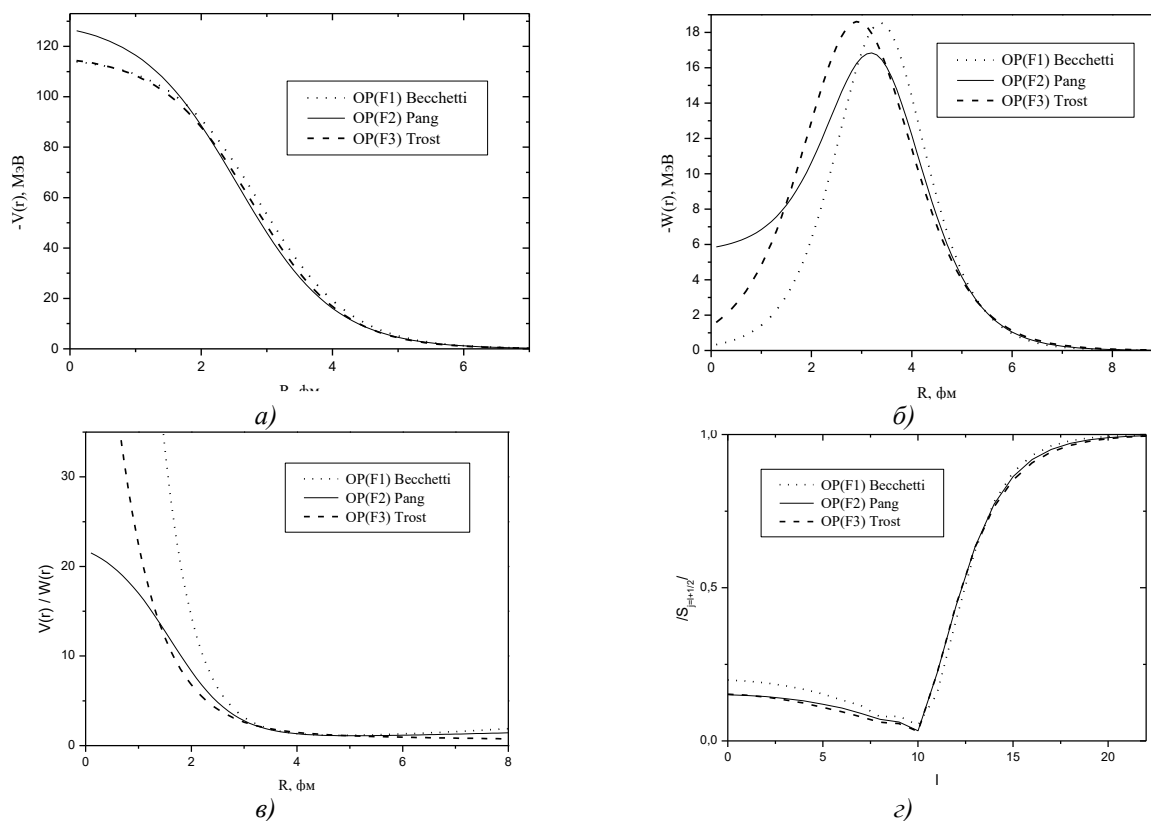


Рисунок 7. а) радиальные зависимости действительной части потенциалов  $V(r)$ ; б) радиальные зависимости мнимой части потенциалов  $W(r)$ ; в) отношения  $V(r)/W(r)$ ; г) элементы матрицы рассеяния  $|S_{l+1/2}|$ . Сплошная, штриховая и штрихпунктирные линии соответствуют потенциалам F2, F1, F3.

На рисунке 8 приведено разложение вычисленных сечений на так называемые «ближнюю» и «дальнюю» компоненты, соответствующие рассеянию на ближнем и дальнем (от детектора) краях ядра. Видно, что в районе радужного максимума сечения целиком определяются дальней компонентой и, следовательно, обусловлены преломляющими свойствами ядерного потенциала. Радужный максимум проявляется наиболее четко в дальней компоненте, рассчитанной с равной нулю мнимой частью.

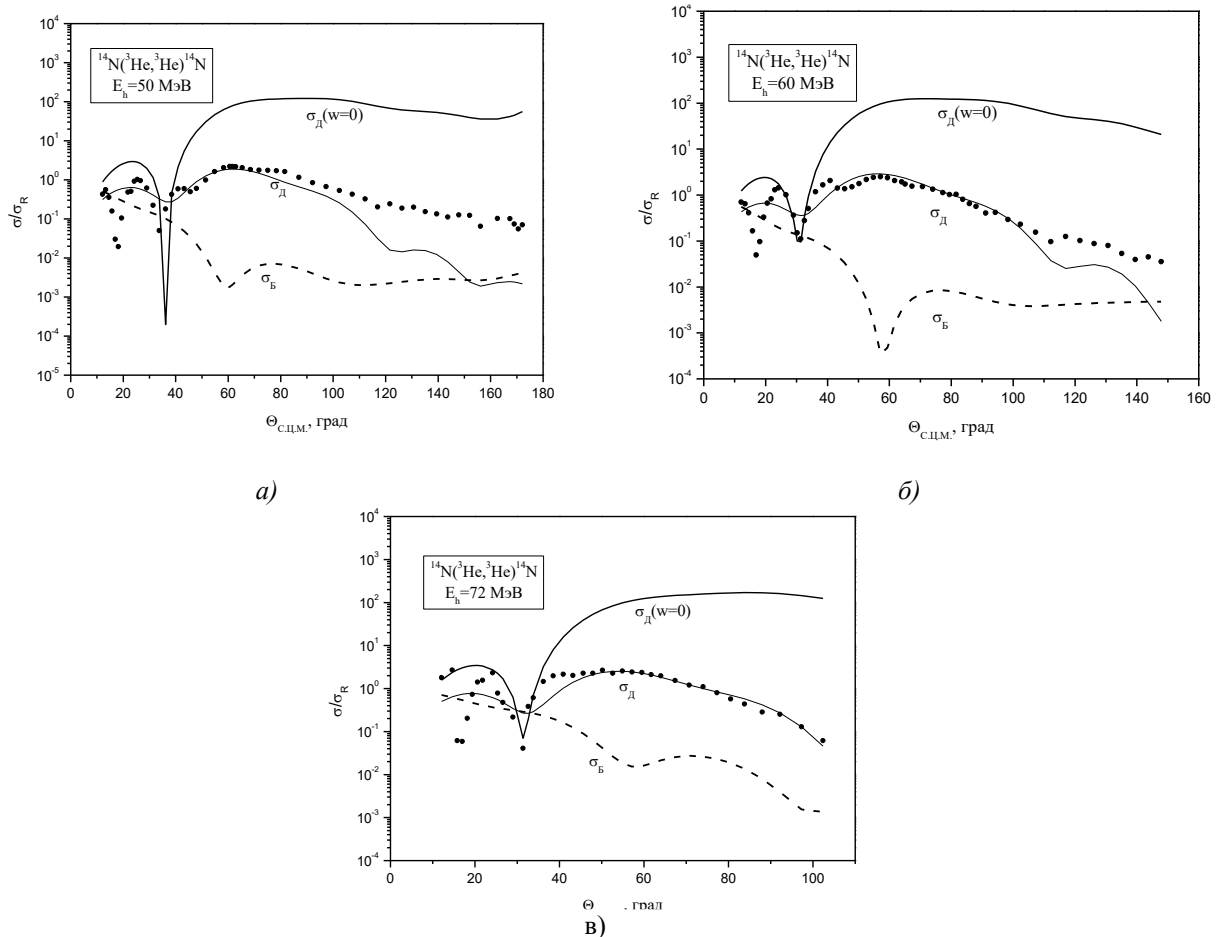


Рисунок 8. Дифференциальные сечения упругого рассеяния ионов  $^3\text{He}$  на ядре  $^{14}\text{N}$  при энергии 50 (а), 60 (б) и 72 (в) МэВ. Разложение сечений на ближнюю и дальнюю компоненты:  $\sigma_D$  – дальняя и  $\sigma_B$  – ближняя компоненты. Наверху показаны расчетные сечения для дальней компоненты с нулевым поглощением ( $W=0$ ).

Исследовано упругое рассеяние  $^3\text{He}$  на ядре  $^{14}\text{N}$  при энергиях 50, 60 и 72 МэВ. Анализ экспериментальных данных был выполнен в рамках оптической модели ядра с использованием потенциалов вудс-саксоновской формы, включающих в себя как объемное, так и поверхностное поглощение. Оптимальные параметры оптических потенциалов находились из подгонки расчетных сечений к экспериментальным данным. При каждой энергии налетающих ионов  $^{14}\text{N}$  найдено несколько потенциалов с одинаковым качеством описывающих экспериментальные данные по упругому рассеянию в полном угловом диапазоне. Величины объемных интегралов для реальной части варьировались от 200 до 450 МэВ\*фм<sup>3</sup>. Было показано, что значения глубин реальной и мнимой частей найденных потенциалов отличаются более, чем в два раза, даже в области чувствительности, и объясняется сильной корреляцией между параметрами глубин действительной и мнимой частей потенциала. То есть, при значительном изменении глубины реальной части могут быть скомпенсированы соответствующими изменениями мнимой (и наоборот), что указывает на существование V-W – непрерывной неоднозначности при выборе оптических потенциалов. Такая неоднозначность затрудняет получение однозначной информации о распределении ядерной плотности в ядре из данных феноменологического анализа и требует использования дополнительных критериев.

Список использованной литературы:

- 1 Дүйсебаев А.Д., Буртебаев Н., Иванов Г.Н., Бергер В.Д., Арзуманова З.М. Газовая мишень //Изв.АН КазССР. Сер. физ. – мат. – 1984. – №4. – С.73-74.
- 2 Hodgson P.E. The nuclear optical model // Rep. Of Progress in Physics. – 1971. – Vol.34. – P.765-819.
- 3 Perey F.G. SPI-GENOA an optical model search code // NBI version, 1976.
- 4 Trost H.-J., Lezoch P., Strohhusch U. Simple optical model treatment of the elastic  $^3\text{He}$  scattering // Nucl. Phys. – 1987. – Vol.462. – P.333.
- 5 Pang D.Y., Dean W.M., Mukhamedzhanov A.M. Optical model potential of  $A=3$  projectiles for 1 p-shell nuclei // Phys. Rev. – 2015. – Vol.91. – P.024611.
- 6 Demyanova A.S., Ogloblin A.A., Ershov S.N., et.al. Rainbows in nuclear reactions and the optical potential // Phys. Scr. – 1990. – Vol.T32. – P.89.

МРНТИ 29.01.45  
УДК 530.1(556.3.02)

**ELEMENTS OF INNOVATION IN TEACHING PHYSICS TO STUDENTS OF TECHNICAL SPECIALTIES IN THE CONDITIONS OF MODERNIZATION OF EDUCATION**

*Kassenova L.G.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Kazakh University of Economics, Finance and international trade, Nur-Sultan city, Kazakhstan*

*Abstract*

Obviously, with the pragmatic aspirations of young people, a sharp decline in interest in all natural sciences, especially in fundamental and applied sciences, has led to a rather noticeable personnel vacuum, not only in the industrial and production environment, but also in other vital sectors of the country's developing economy. The necessity, relevance of solving the problem of training and the formation of the competent human resources of the country, especially engineering and technical specialties, is obvious. And it is also obvious that the solution to this problem should begin with raising the level of cognitive interest of students to all natural sciences, and especially to physics – the basis of all engineering Sciences. For the development of interest, in particular to physics, in addition to socio-economic changes, new innovative approaches to teaching physics at school and University are needed. One of these ways is recognized competence approach in the training of industry specialists.

The article considers the problems of the formation of interdisciplinary competencies among students, reflects the specifics of the implementation of the competency-based approach in the process of teaching physics. The possibilities of using active teaching methods and system-activity approach are analyzed, the ratio of competences with types of educational activities and forms of diagnostics of students is given.

**Keywords:** competence approach, physics, education.

*Аңдатпа*

*Л.Г. Қасенова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Қазақ экономика, қаржы және халықаралық сауда университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*

**БІЛІМ БЕРУДІ ЖАҢҒЫРТУ ЖАҒДАЙЫНДА ТЕХНИКАЛЫҚ МАМАНДЫҚТАР СТУДЕНТТЕРІНІҢ ФИЗИКА ПӘНІН ОҚЫТУДАҒЫ ИННОВАЦИЯ ЭЛЕМЕНТТЕРІ**

Қазіргі кезде жастардың прагматикалық талпыныс жағдайында барлық жаратылыстану ғылымдарына, әсіресе іргелі және қолданбалы ғылымдарға деген қызығушылықтың күрт төмендеуі салдарынан индустриялық-өндірістік ортада ғана емес, елдің дамушы экономикасының басқа да өмірлік маңызды салаларында да айтарлықтай кадрлық вакуумға әкеп соққаны анық. Елдің құзыретті кадрлық әлеуетін, әсіресе инженерлік-техникалық мамандықтарды дайындау және қалыптастыру проблемасын шешудің қажеттілігі мен өзектілігі айқын. Сондай – ақ, бұл мәселенің шешімін барлық жаратылыстану ғылымдарына, ең алдымен барлық инженерлік-техникалық ғылымдар негізі болып табылған физика пәніне білім алушылардың танымдық қызығушылық деңгейін көтеруден бастау қажет. Әлеуметтік-экономикалық өзгерістерден басқа, пәнге деген қызығушылықты дамыту үшін мектеп пен ЖОО-да физиканы оқытудың жаңа инновациялық тәсілдері қажет. Мұндай жолдардың бірі салалық мамандарды даярлаудағы құзыреттілік тәсіл деп танылды.

Мақалада студенттердің пәнаралық құзыретін қалыптастыру мәселелері қарастырылған, физика пәнін оқыту үдерісінде құзыреттілік тәсілдемені жүзеге асыру ерекшелігі көрсетілген. Оқытудың белсенді әдістерін және жүйелік-іс-әрекет тәсілін қолдану мүмкіндіктері талданды, құзыреттіліктердің оқу қызметінің нұсқалары және білімалушылардың диагностикасының түрлері мен арақатынасы келтірілген.

**Түйін сөздер:** құзыреттілік тәсіл, физика, білім беру.

Аннотация

Л.Г. Касенова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Казахский университет экономики, финансов и международной торговли, г.Нур-Султан, Казахстан*

## **ЭЛЕМЕНТЫ ИННОВАЦИЙ В ОБУЧЕНИИ ФИЗИКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ МОДЕРНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ**

Очевидно, что при прагматических устремлениях молодежи резкий спад интереса ко всем естественным наукам, в особенности к фундаментальным и прикладным наукам привел к довольно ощутимому кадровому вакууму не только в индустриально-производственной среде, но и в других жизненно важных отраслях развивающейся экономики страны. Необходимость, актуальность решения проблемы подготовки и формирования компетентного кадрового потенциала страны, особенно инженерно-технических специальностей, очевидна. И также очевидно, что решение этой проблемы следует начинать с поднятия уровня познавательного интереса обучающихся ко всем естественным наукам, и прежде всего к физике – основе всех инженерно-технических наук. Для развития интереса, в частности к физике, помимо социально-экономических перемен, необходимы новые инновационные подходы к обучению физике в школе и вузе. Одним из таких путей признан компетентностный подход в подготовке отраслевых специалистов.

В статье рассмотрены проблемы формирования межпредметных компетенций у студентов, отражена специфика реализации компетентностного подхода в процессе обучения физике. Проанализированы возможности использования активных методов обучения и системно-деятельностного подхода, приведено соотношение компетентностей с видами учебной деятельности и формами диагностики обучающихся.

**Ключевые слова:** компетентностный подход, физика, образование.

### **The main ideas of the competence approach**

At present, in the conditions of the development of a new economy, in which mobile and highly qualified human capital is becoming the main resource, a new education system is emerging in Kazakhstan. The main result of education is the readiness and ability of young people who graduate from a higher educational establishment to bear personal responsibility for their own well-being and for the well-being of society. Important goals of education should be the development of bachelors' ability to act and be successful, the formation of such qualities as professional universalism, the ability to change the scope of activities, methods of activity at a sufficiently high level. Such personal qualities as mobility, decisiveness, responsibility, ability to assimilate and apply knowledge in unfamiliar situations, ability to build communication with other people are in demand. The main result of the activities of an educational establishment should not be a system of knowledge and skills, but the ability of a person to act in a particular life situation. Competence approach is a kind of attempt to bring higher education in line with the requirements of the labor market, the needs of the personality and society [1]. In the modern higher educational establishment, the competence approach in teaching academic disciplines, including Physics, is relevant. For the teacher in his practical work it is extremely important to search for psychological and pedagogical mechanisms that contribute to the formation of over-subject competencies, which include:

- ability to cast a problem, identify its statements and unknown components, select and create solutions;
- ability to follow the algorithm, create the algorithm of new activities;
- ability to see and isolate problems, make assumptions about the possible causes of physical phenomena and their consequences, see the phenomena of the material world in dynamics, put forward hypotheses and justify them;
- ability to build individual and collective activities in its full cycle, namely, set goals, analyze situations, plan and design, implement and obtain a finished product, analyze results, evaluate their actions;
- ability of self-assessment of own knowledge and skills, labor efforts;
- ability to carry out reflection of the activity.

All these competencies reflect the subjective nature of the student, the conditions for the manifestation and development of which should be created in the educational process [2]. Below are the skills that are tested in the tasks of the international research:

- recognize questions, ideas, or problems that can be scientifically researched;
- identify the information (objects, facts, experimental data, etc.) necessary to prove or confirm the findings of a scientific research;
- make a conclusion or evaluate an already made conclusion, taking into account the proposed situation;
- demonstrate communication skills; formulate conclusions and evidence reasonably and clearly;
- demonstrate knowledge and understanding of natural science concepts.

Thus, the verification of natural science literacy is aimed primarily at assessing the two main components:

1) research skills, i.e. those skills that reflect the understanding of the ways of functioning of science and its role in the modern world;

2) natural science knowledge; but here, due to the mandatory use of the "life" context, the emphasis is not on traditional educational algorithms of actions, but on the free use of minimal knowledge in the most different situations, i.e. on the free operation of the knowledge gained in new situations [3].

In the methodology of teaching physics, for example, the following types of tasks are useful for adaptation to our conditions.

1. Tasks with missing data, more precisely, tasks in which, instead of calculations or estimates, common sense is necessary. For instance:

Timur poured himself a cup of coffee, the temperature of which was about  $90^{\circ}\text{C}$ , and a cup of cold mineral water with a temperature of about  $5^{\circ}\text{C}$ . Both cups are the same and the volume of drinks is also the same. The temperature in the room where Timur was located was about  $20^{\circ}\text{C}$ . What is the most likely temperature of coffee and mineral water in 10 minutes?

A)  $70^{\circ}\text{C}$  and  $10^{\circ}\text{C}$ ; B)  $90^{\circ}\text{C}$  and  $5^{\circ}\text{C}$ ; C)  $70^{\circ}\text{C}$  and  $25^{\circ}\text{C}$ ; D)  $20^{\circ}\text{C}$  and  $20^{\circ}\text{C}$ .

Well "trained" students who are not accustomed to seeing real life in educational tasks, immediately remember that drinks should come to thermal equilibrium, and choose the answer (D). However, common sense suggests that in 10 minutes a cup of almost boiling coffee usually does not cool to room temperature. Therefore, the correct answer is (A), as the most appropriate for this case.

2. Tasks for understanding the individual elements of scientific research.

3. Tasks for searching the optimal information.

For instance: The following statement emphasizes a few words. "According to astronomers, in the current century, from the planet Neptune it is possible to observe the transit of Saturn across the disk of the Sun." What three underlined words would be most useful when searching the Internet or libraries if you need to know exactly when this transit can occur? Answer: "Saturn /Neptune/transit".

### Competence approach in teaching Physics

The implementation of the competence approach in teaching Physics is expressed in solving the following main tasks:

- Mastering the structure of activity from the perspective of the competence approach.
- Differentiation of subject content, ensuring the development of basic and advanced levels of training.
- Development and selection of tools, methods, techniques, and use of technologies that provide an activity approach to learning.
- Creation of a simple and objective monitoring system.
- System application in the educational process of the lesson of design and research methods.
- Constructive use of information and communication technology [4].

### Ratio of competencies to the types of educational activities and diagnostic forms

| <i>Type of activity</i>                                                                                             | <i>Forms of diagnosis</i>                                                                                      | <i>Competence</i>                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <i>Working with educational literature</i>                                                                          | <i>Execution of "for compliance" tasks</i>                                                                     | <i>Information, educational</i>                |
| <i>Doing student's independent works</i>                                                                            | <i>Selective quiz, defense of works</i>                                                                        | <i>Cognitive, informational</i>                |
| <i>Doing individual homeworks</i>                                                                                   | <i>Inclusion of tasks in the scheduled review works</i>                                                        | <i>Cognitive, informational</i>                |
| <i>Presentation of information work</i>                                                                             | <i>Demonstration of the presentation in the auditorium</i>                                                     | <i>Informational, communicative</i>            |
| <i>Monitoring the progress of the physical phenomenon, the process at home, writing a brief or detailed report.</i> | <i>Demonstration at the seminar lesson, at the classes of student-teacher independent work, subject decade</i> | <i>Cognitive, informational</i>                |
| <i>Implementation of virtual physical experience in pairs in the group, drawing conclusions</i>                     | <i>Selective quiz, final check of the work done at the end of the lesson</i>                                   | <i>Cognitive, informational, communicative</i> |
| <i>Creative works of a research nature, as one of the forms of homework</i>                                         | <i>Demonstration at the seminar lesson</i>                                                                     | <i>Cognitive, informational</i>                |
| <i>Performing a review-feedback on the work of the classmate</i>                                                    | <i>Speech during mini-conferences, subject decade, defense of term papers</i>                                  | <i>Informational, communicative</i>            |
| <i>Preparation of term papers</i>                                                                                   | <i>Presentation, defense</i>                                                                                   | <i>Cognitive, informational, communicative</i> |
| <i>Doing home problem research work</i>                                                                             | <i>Demonstration at the seminar lesson</i>                                                                     | <i>Cognitive, informational</i>                |
| <i>Development of the integrated science project</i>                                                                | <i>Presentation, defense</i>                                                                                   | <i>Cognitive, informational</i>                |

### From experience

A few years ago, while reading a book, I came across the wisdom of the ancient Chinese philosophers: "Tell me and I forget. Teach me and I remember. Involve me and I learn." The words impressed me with their simplicity and capacity at the same time. I took this phrase as an exclamation of my student: "I'll do it myself!". This wisdom reflects the main idea of student-centered education - the student is a carrier of individual personal experience, he himself seeks to reveal his own potential given to him by nature. Since then, I have deliberately passed my functions as a teacher on to my students.

One of the most important moments of the lesson is the formulation of educational tasks, setting of goals. I tried to formulate goals together with students before, and now we do it only together. We manage to do this most successfully at the beginning of any topic. Let me give a few examples.

The topic "Interaction of bodies"

I put questions to students:

- Is it necessary to study mechanical phenomena?
- What for?
- Where can we use that?

These are standard questions that can be used in almost every lecture. Listening to the opinions of students, I focus on personally colored examples. The activity of students is enriched with a fundamentally new content, characterized by a focus on the development of students' ability to set goals and reflect their own knowledge.

Topic "Electric phenomena".

Here I suggest students to formulate questions to which they would like to search and find answers. Of the many questions formulated, the students themselves separate those that relate to the physical essence of the phenomenon, its origin, patterns, manifestations and establishment of cause-and-effect relationships. With this technique, I stimulate the formation of a student's cognitive request to the teacher, some of the questions of which I refer to other sources (popular-science literature, Wikipedia).

Almost always there are sources of knowledge among peers, to the subjective experience of which I draw attention. As a result, students formulate learning goals or tasks as freely chosen on the basis of their needs and interests.

Most often, students find out how many hours are devoted to the topic, whether there will be laboratory works and experimental tasks. From class to class, bachelors develop ability to plan their actions and predict results, ability to create a route to the unknown by their own efforts, that is, to learn (to teach themselves). Thus, we together create a situation of the vital need for new knowledge.

Another way to implement the competence approach is the project method.

The project method is a search for a solution to a problem, a problem situation, it is a joint work of a teacher and a student, aimed at finding a solution to a problem that has arisen, a problem situation. This method is one of the student-centered technologies, ways of organizing independent activities of students, aimed at solving the problems of an educational project, integrating the problem approach, group methods, reflexive, research and other techniques.

The practical topics "Heat engines", "Heat phenomena", "Electric current in various environments" are studied in the form of mini - projects which allow reducing the time for their study and improving its quality by several times.

Any laboratory work can become a mini - project if we do not conduct under a detailed instruction, behind which the meaning of the work is sometimes lost, but give students only a task for which they themselves should choose equipment, develop a work plan, conduct an experiment on their own and draw a conclusion. With this performance, as a rule, students better understand what they are doing, better absorb the material [5].

Physics classes structured in such a way contribute to the formation of students' over-subject competencies.

I want to write these words again:

"Tell me and I forget. Teach me and I remember. Involve me and I learn." These words were modern in the ancient China and they are priceless in the modern world.

### References

1 Ruzakhodzhaeva, G.A., & et.al (2015). *Sushchnost i sodержaniie kompetentnostnogo podkhoda [The essence and content of the competence approach]. Education and science: theoretical and methodological aspects. Mezhdunarodnaia nauchno-prakticheskaia konferentsiia. - International scientific and practical conference. (pp. 127-130). Moskva [in Russian].*



2 Khutorskoy, A.V. (2002). *Kliuchevyie kompetentsii i obrazovatelnyie standarty [Key competencies and educational standards]. Eidos: Internet-Journal. Retrieved from: <http://www.eidos.m/journal/2002/04-23.htm> [in Russian].*

3 Aleksandrov, I.V., Afanasieva, A.M., & Strokin, I.V. (2008). *Kompetentnostnyi podkhod i otsenka kachestva yestestvennonauchnoi podgotovki v inzhernom obrazovanii [Competence approach and quality assessment of natural science training in engineering education]. School and University: achievements and problems of continuous physical education. Rossiiskaya nauchno-metodicheskaya konferentsiya - Russian scientific and methodological conference. (pp. 9-12). Yekaterinburg [in Russian].*

4 Ponomarenko, Ye.V. (2013). *Analiz sovremennogo sostoianiia metodiki prepodavaniia fiziki v vysshei shkole [Analysis of the current state of physics teaching methods in higher education: competence approach.]. Mezhdunarodnyi zhurnal eksperimentalnogo obrazovaniia - International journal of experimental education, 10, 207-210 [in Russian].*

5 Kasenova, L.G. (2017). *Virtualnyi laboratornyi praktikum po fizike dlia distantsionnoi formy obucheniia studentov [Virtual laboratory workshop on physics for distance learning students]. Vestnik Karagandinskogo universiteta - Bulletin of the Karaganda university, 3 (87), 76-81 [in Russian].*

МРНТИ 29.19.13

УДК 539.16.04

Б.А. Қожамқұлов<sup>1</sup>, Б.Е. Ақитай<sup>1</sup>, А.К. Джумадилаева<sup>1</sup>, Ж.Е. Примкулова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая,  
Алматы, Казахстан

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ И РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИТОВ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

### Аннотация

В статье рассмотрена модель расчета взаимодействия высокоэнергетических электронов с полимерной матрицей композитов с учетом одновременного столкновения трех атомов. Предложены модели расчета количества дефектов, образованных излучением в композитах и их средних механических характеристиках. Показано, что учет трех атомных столкновений приводит к меньшей длине пробега ПВА по сравнению с другими моделями. Но при этом количество разорванных межатомных связей больше. А при облучении полимеров большими дозами в них увеличиваются размеры и количество аморфных зон. Кристаллическо - аморфный полимер постепенно переходит в чистую аморфную форму. Что приводит к изменению механической прочности и долговечности. При облучении дозами  $\sim 3 \cdot 10^6$  Грей в них могут накапливаться газы, состоящие из водорода, это приводит образованию поверхностных трещин или набуханию, что на практике наблюдается очень часто. Усредненные механические свойства композитов рассчитывались по методике, предложенной Тамужем и Регелем.

**Ключевые слова:** радиационные дефекты, композиты, электроны, облучение, долговечность, разрушение.

### Аңдатпа

Б.Ә. Қожамқұлов<sup>1</sup>, Б.Е. Ақитай<sup>1</sup>, А.К. Жұмаділлаева<sup>1</sup>, Ж.Е. Примкулова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ЖОҒАРЫ ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ ЭЛЕКТРОНДАРМЕН ӘСЕР ЕТУ КЕЗІНДЕ КОМПОЗИТТЕРДІҢ КҮЙРЕУІ МЕН ҰЗАҚБЕРІКТІЛІГІН МОДЕЛЬДЕУ

Мақалада жоғары энергиялы электрондардың композиттердің полимерлі матрицасымен әрекеттесуін үш атомдық соқтығыстарды ескере отырып есептеу моделі қарастырылған. Композиттерде оны сәулелендіргенде түзілетін ақаулар санын және композиттердің орташа механикалық сипаттамаларын есептеу моделдері ұсынылған. Үш атомдық соқтығыстарды есептеу АҰША-ның еркін жүру қашықтығы, басқа моделдермен салыстырғанда, аз болатынын нәтижеге алып келетіні көрсетілген. Бірақ, бұл кезде атомаралық байланыстардың үзілу саны артады. Полимерлерді үлкен дозамен сәулелендіргенде ондағы аморфты аймақтардың саны да, өлшемдері де артады. Кристалды-аморфты полимер біртіндеп таза аморфты күйге ауысады. Бұл механикалық беріктіліктің өзгеруіне алып келеді.  $\sim 3 \cdot 10^6$  Грей дозамен сәулелендіргенде полимерлерде сутегіден тұратын газдар жинақталады, бұл беттік қабатта сызат пен ісінудің пайда болуына алып келеді, мұндай құбылыс практикада жиі бақыланады. Композиттердің орташа механикалық қасиеттері Тамуж бен Регел ұсынған модель арқылы есептелді.

**Түйін сөздер:** радиациялық дефектілер, композиттер, электрондар, сәулелендіру, ұзақтөзімділік, күйреу.

Abstract

**MODELING DURABILITY AND DESTRUCTION OF COMPOSITES UNDER EXPOSURE TO HIGH-ENERGY ELECTRONS**

Kozhamkulov B.<sup>1</sup>, Akitay B.<sup>1</sup>, Jumadillayeva A.<sup>1</sup>, Primkulova Zh.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

In article the model of calculation of interaction of high-energy electrons with a polymeric matrix of composites taking into account simultaneous collision of three atoms is offered. Models of calculation of amount of the defects formed by radiation in composites and their average mechanical characteristics are offered. It is shown that the inclusion of three atomic collisions leads to a shorter length of the IBA path in comparison with other models. But at the same time the number of broken interatomic bonds is greater. A crystalline - amorphous polymer gradually transforms into a pure amorphous form. Which leads to a change in mechanical strength and durability. When irradiated with doses of  $\sim 3 \cdot 10^6$  Gray, gases consisting of hydrogen can accumulate in them; this leads to the formation of surface cracks or swelling, which is often observed in practice. The averaged mechanical properties of the composites were calculated by the method proposed by Tamuzhs and Regel.

**Keywords:** radiation defects, composites, electrons, irradiation, durability, destruction.

**Введение**

При прохождении электронов через вещество, из-за малости массы, основная доля энергии расходуется на ионизационные и радиационные потери, которые считаются непрерывными по глубине прохождения частицы. При взаимодействии электрона с атомами образуются первично-выбитые атомы (ПВА), но сечение этих взаимодействий на два порядка меньше сечений ионизационных и радиационных потерь. ПВА сталкиваясь с атомами вещества, образует каскад смещенных атомов. При этом образуются пары Френкеля (создается вакансия и междоузельный атом). Взаимодействие излучения с полимерными матрицами немного отличается от этого. В полимерах большинство смещенных атомов быстро сшиваются с другими атомами внутри молекулы или атомом другой молекулы.

Концентрация и распределение дефектов в веществе определяет, в основном, его механические свойства: прочность, пластичность, долговечность и т.д.

**Математическая модель процессов образования дефектов в композитах**

Во время экспериментальных исследований физико-механических свойств композитов, подвергшихся облучению электронами накопились огромные материалы, которые требуют теоретических обобщений.

Расчеты велись по следующей схеме:

1. Основная доля потерь, ионизационные и радиационные, вычислялись по формулам Бете-Блоха [1,2]

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = -\frac{2\pi}{\beta^2} n_e r_0^2 m_e c^2 \left[ \ln\left(\frac{m_e c^2 T_e \beta^2}{2\bar{I}^2(1-\beta^2)}\right) - \left(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2\right) \ln 2 + 1 - \beta^2 \right] \quad (1)$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = -n_e E \frac{Zr_0^2}{137} \left(4 \ln \frac{2E}{m_e c^2} - \frac{4}{3}\right) \quad 1 < E/m_e c^2 < 137/Z^{1/3} \quad (2)$$

где  $m_e$  – масса электрона ( $m_e c^2 = 511$  кэВ – энергия покоя электрона);  $T_e$  – кинетическая энергия электрона;  $c$  – скорость света;  $\beta = v/c$ ;  $v$  – скорость частицы;  $n_e = N_A (Z/A)\rho$  – плотность электронов вещества, где  $N_A$  – число Авогадро,  $Z$  – заряд ядер вещества среды в единицах заряда позитрона,  $A$  – атомный вес среды,  $\rho$  – плотность среды;  $\bar{I}$  – средний ионизационный потенциал атомов вещества среды, через которую проходит частица:  $\bar{I} = 13,5Z$  эВ;  $r_0 = e^2/m_e c^2 = 2,818 \cdot 10^{-13}$  см – классический радиус электрона.

2. Количество образованных, одним электроном ПВА рассчитывался по формуле Мак-Кинли-Фешбаха [1, 3]

$$\sigma_d = \frac{4\pi a_0^2 Z_2 E_R}{m_e^2 c^2} \frac{1-\beta^2}{\beta^4} \left(\frac{a_{12} E_1}{E_d} - 1\right) - \beta^2 \ln \frac{a_{12} E_1}{E_d} + a' \beta^2 \left(\frac{a_{12} E_1}{E_d}\right)^{1/2} - 1 - \ln \frac{a_{12} E_1}{E_d} \quad (3)$$

При взаимодействии излучения с композитом основные повреждения образуются в полимерной матрице. В данной работе рассматриваются органические полимеры, которые в основном состоят из атомов углерода и водорода. Отношение количества атомов водорода к количеству атомов углерода лежат в пределах от 1 (полистирол) до 2 (полиэтилен и полипропилен). Энергии связи атомов в полимерах приведены в таблице 1 [4].

Таблица 1.

| Вид связи   | C–C | C=C  | C≡C | H–H, sp <sup>2</sup> | H–H, sp <sup>3</sup> |
|-------------|-----|------|-----|----------------------|----------------------|
| Энергия, эВ | 3,6 | 6,44 | 8,5 | 4,3                  | 4,52                 |

Используя данные таблицы, рассчитаем энергию смещения атомов углерода и водорода в полимерной матрице композита. Средняя энергия смещения для водорода  $E_{дн} \approx 4,4$  эВ, а для углерода  $E_{дс} \approx 15$  эВ, так как водород связан только одним атомом, а углерод связан с тремя или четырьмя атомами. Расчеты с использованием уравнения (3) дает, что сечение взаимодействия электрона с атомом углерода гораздо больше, чем сечение взаимодействия электрона с атомом водорода. Поэтому один электрон создает больше ПВА углерода, но ПВА водорода получают энергию на порядок больше. Например, электрон с энергией 10 МэВ может передать атому углерода максимальную энергию 2100 эВ, а водороду – на порядок больше, т.е. их можно рассматривать классическими частицами. При получении достаточно большой энергии ( $E_{ПВА} \gg E_d$ ), ПВА создадут каскад смещенных атомов, образуя пары Френкеля. Но в каскаде число смещенных атомов водорода будет гораздо больше. Это связано с одной стороны с тем, что  $E_{дн} < E_{дс}$ , а с другой стороны с тем, что атомы углероды быстрее восстанавливают разорванную связь, сшиваясь с полимерной молекулой.

3. Число дефектов (смещенных атомов) рассчитывались на основе классического принципа Гамильтона. На последнем пункте остановимся более подробно.

#### Учет одновременного взаимодействия трех частиц

При классическом рассмотрении энергию связи атомов в полимерной матрице можно рассматривать как сумму двух слагаемых:

$$u(r) = -\frac{1}{2} \alpha N \sum_i \frac{1}{r_i^m} + \frac{1}{2} \beta N \sum_i \frac{1}{r_i^n} \quad (4)$$

где первый член энергия притяжения между атомами, а второй член – энергия отталкивания,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $m$ ,  $n$  – положительные величины, причем  $m < n$ ,  $N$  – общее число атомов. Межатомное расстояние –  $r_0$  соответствует минимуму энергии в уравнении (4). Потенциальная энергия решетки напоминает потенциал взаимодействия двухатомной молекулы (рисунок 1).

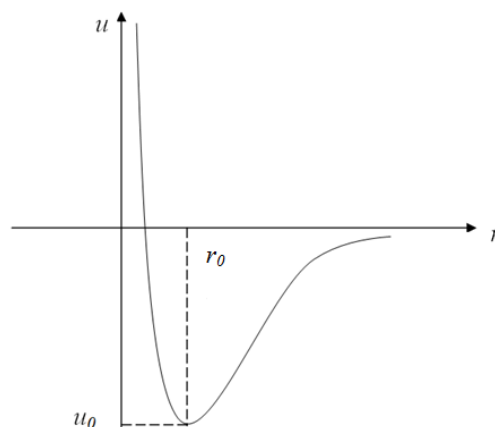


Рисунок 1. Зависимость потенциальной энергии решетки от расстояния

В таблице 2 приведены расстояние между атомами и размеры атомов полимеров для различных видов связи [4]. Из таблицы 2 видно, что расстояние между атомами, приблизительно совпадает с размерами атомов.

Таблица 2.

| Вид связи               | C–C    | C=C    | C≡C    | H–H, sp <sup>2</sup> | H–H, sp <sup>3</sup> | C     | H     |
|-------------------------|--------|--------|--------|----------------------|----------------------|-------|-------|
| Расстояние и размер, нм | 0,1541 | 0,1337 | 0,1204 | 0,107                | 0,110                | 0,154 | 0,106 |

Это позволяет сделать вывод, что налетающий атом не всегда взаимодействует одной частицей, и с большой вероятностью может взаимодействовать двумя атомами одновременно. Для решения этой задачи:

- Была записана функция Гамильтона для системы трех частиц;
- Уравнение движения было записано в форме Гамильтона;
- Система уравнений решались методом Рунге-Кутты;
- Если налетающая частица (атом водорода или углерода) передает покоящимся атомам энергию больше энергии смещения, то количество дефектов (смещенных атомов) увеличивались. Расчет велся до тех пор, пока энергия налетающей частицы каскада не становилось меньше энергий смещения атомов.

Рассматривались два случая: в первом случае атом попадал в центр межатомной связи, а во втором случае происходило лобовое столкновение (рисунок 2 а) и в)).

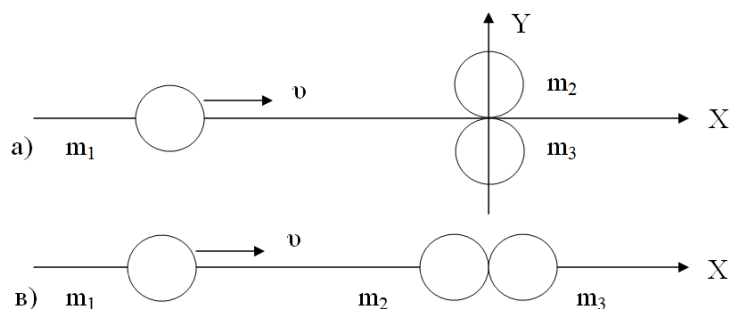


Рисунок 2. Трехатомное взаимодействие

Рассмотрим первый случай (рисунок 2 а): изначально два атома покоятся, их потенциал взаимодействия обозначим  $-V(rr)$ , на них налетает другой атом скоростью, которой направлен по оси X. Она взаимодействует с каждым из атомов. Если два атома симметричны, например, два атома углерода полимерной цепи, то расчет упрощается из-за симметрии. В этом случае достаточно рассмотреть движение одного атома.

Введем следующие переменные:  $x_1$  – координата налетающей частицы,  $p_{x1}$  – его импульс,  $x_2, y_2$  – координаты покоящегося атома,  $p_{x2}, p_{y2}$  – компоненты его импульса. Были испробованы различные аналитические аппроксимации межатомных потенциалов. Используя уравнения (4) можно определить энергию связи атомов:

$$u_0 = u(r_0) = -\frac{1}{r_0^m} \left( 1 - \frac{m}{n} \right) \quad (5)$$

Положив  $n = 1$ ,  $u(r) = -1$  для глубины потенциальной ямы, получим:

$$u(r) = \frac{m}{n-m} \cdot \left( \frac{1}{r^n} - \frac{n}{m \cdot r^m} \right) \quad (6)$$

Гамильтониан процесса определяется уравнением:

$$H = \frac{p_{x1}^2}{2m_1} + \frac{p_{x2}^2 + p_{y2}^2}{2m_2} + 2V(rr) + u(r) \quad (7)$$

Напишем систему уравнений в форме Гамильтона:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{p_{x1}}{m_1}; & \dot{p}_{x1} = -2 \frac{\partial V(rr)}{\partial x_1} \\ \dot{x}_2 = \frac{p_{x2}}{m_2}; & \dot{p}_{x2} = -2 \frac{\partial V(rr)}{\partial x_2} \cdot \left( -\frac{\partial u(r)}{\partial y_2} \right) \\ \dot{y}_2 = \frac{p_{y2}}{m_2}; & \dot{p}_{y2} = -2 \frac{\partial V(rr)}{\partial y_2} - \frac{\partial u(r)}{\partial y_2}; \quad r = 2y_2 \end{cases} \quad (8)$$

Для второго случая (рисунок 2 в) аналогично получим:

Гамильтониан процесса:

$$H = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + \frac{p_3^2}{2m_3} + V_{12} + V_{13} + V_{23}; \quad V_{23} = u(r) \quad (9)$$

Потенциалы взаимодействия:

$$V_{12} = \frac{k_1}{\sqrt{(x_1^2 - x_2^2)}}; \quad V_{13} = \frac{k_2}{\sqrt{(x_1^2 - x_3^2)}} \quad (10)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – коэффициенты взаимодействия.

Система уравнений в форме Гамильтона для этого случая имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{p_1}{m_1}; & \dot{p}_1 = -\frac{\partial V_{12}}{\partial x_1} - \frac{\partial V_{13}}{\partial x_1} \\ \dot{x}_2 = \frac{p_2}{m_2}; & \dot{p}_2 = -\frac{\partial V_{12}}{\partial x_2} - \frac{\partial V_{23}}{\partial x_2} \\ \dot{x}_3 = \frac{p_3}{m_3}; & \dot{p}_3 = -\frac{\partial V_{13}}{\partial x_3} - \frac{\partial V_{23}}{\partial x_3} \end{cases} \quad (11)$$

Системы уравнений решаются методом Рунге–Кутты. Программный комплекс расчета разработан на языке программирования С#. На рисунке 2 приведены наиболее идеализированные варианты столкновения трех частиц. Для того, чтобы смоделировать реальное взаимодействия налетающего атома с полимерной матрицей композита, было произведено усреднение по наиболее вероятным направлениям взаимодействий. Если после взаимодействия атом имеет энергию больше энергии смещения атома, то количество дефектов увеличивается на одну, и он движется дальше энергией меньшей на энергию смещения атома  $E_d$ . Умножая количество смещений на количество электронов, в потоке излучения находим общее количество дефектов.

### Результаты и их обсуждение

При облучении композитных материалов электронами основная доля энергии электрона расходуется на ионизационные и радиационные потери. В облученном композите происходят необратимые процессы, ведущие к структурированию и деструкции. При структурировании образуются поперечные внутри молекулярные и межмолекулярные связи, а при деструкции разрываются связи в боковых группах и главной цепи. Это в основном С – С и С – Н связи. Линейные полимерные цепи превращаются в разветвленные, перепутанные структуры. Поэтому изменяются механические свойства композитов. Изменение механических свойств зависит от дозы облучения и энергии электронов. Наши расчеты показали, что при энергии электрона менее 2 МэВ электроны образуют единичные ПВА. Один электрон может сместить около -15 атомов. Причем количество ПВА углерода больше чем ПВА водорода 2,5 – 3 раза. Это связано с тем, что сечение взаимодействия углерода гораздо больше. Но ПВА водорода приобретают большую энергию (больше на порядок). Но уже в следующем шаге каскада доля выбитых атомов водорода быстро возрастает. При энергии 2 МэВ каждый ПВА полимерной матрицы способен выбить всего 1-2 атома, т.е. каскад не образуется. При

энергиях порядка 10 МэВ электрон способен передать атому углерода максимальную энергию около 2 кэВ, а водороду 20 кэВ, это гораздо больше энергии смещения, такие ПВА способны создать каскад атомных смещений.

Расчеты с учетом трех атомных столкновений приводит к меньшей длине пробега ПВА по сравнению с другими моделями. Но при этом количество разорванных межатомных связей больше. Так как налетающий атом передает энергию не одному атому, а двум атомам.

Увеличение общего количества дефектов в композите, изменяет его средние механические свойства. Зная количество и распределение дефектов образованных излучением (потоками электронов,  $\gamma$ -лучей, протонами, ионами и т.д.) можно определить усредненные механические свойства композитов по методике предложенной Тамужем и Регелем [5,6]. Если известна функция распределения дефектов  $\Pi_i(\theta, \varphi)$ , то усредненные механические характеристики и процессы разрушения композита вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} = & \frac{3}{S} \int_S \left[ \frac{\sigma_{zz} (1 + k_1 \Pi_{iz}) l_{iz} l_{jz}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} l_{ix} l_{jx} + \sigma_{yy} l_{iy} l_{jy}) \right] dS + \\ & + \frac{3}{S} \int_S \left[ \sigma_{xz} (l_{ix} l_{jz} + l_{jz} l_{ix}) + \sigma_{yz} (l_{iy} l_{jz} + l_{jz} l_{iy}) \right] \frac{1 + k_2 \Pi}{2G} dS; \end{aligned} \quad (12)$$

$$k_1 = \frac{16}{9} (1 - \nu^2) \varepsilon; \quad k_2 = \frac{32}{9} \left( \frac{1 - \nu}{2 - \nu} \right) \varepsilon; \quad \frac{1}{S} \int_S \Pi_z dS = 1; \quad \varepsilon = \frac{Na^3}{V};$$

где  $a$  – диаметр,  $N/V$  – плотность трещины.

При облучении полимеров большими дозами в них увеличиваются размеры и количество аморфных зон. Кристаллическо - аморфный полимер постепенно переходит в чистую аморфную форму. Что приводит к изменению механической прочности и долговечности. При облучении дозами  $\sim 3 \cdot 10^6$  Грей в них могут накапливаться газы, состоящие из водорода, это приводит образованию поверхностных трещин или набуханию, что на практике наблюдается очень часто.

### Заключение

Таким образом, в работе предложена модель расчета взаимодействия высокоэнергетических электронов с полимерной матрицей композитов с учетом одновременного столкновения трех атомов. Предложены модели расчета количества образованных облучением дефектов в композитах и их усредненных механических характеристик. Выявлены особенности поведения атомов водорода и углерода. Показано, что длина пробега ПВА в этом случае меньше по сравнению с другими моделями, но при этом количество разорванных межатомных связей больше. Предсказано изменение механических свойств и долговечности при облучении композитов.

*Работа выполнена при поддержке гранта МОН РК, проект: № AP05133342 «Теоретические и экспериментальные исследования физико-механических свойств композитов при радиационных и других внешних воздействий».*

### Список использованной литературы:

- 1 Беспалов В.И. Взаимодействие ионизирующих излучений с веществом / Учебное пособие – Томск: изд. ТПУ, 2008. – 368 с.
- 2 Aryutkin K.N., Voronova N.A., Kupchishin A.I., Kozhamkulov B.A., Taipova B.G. Cascade-probability model of destruction of polymer composite materials XVI international conference materials. - Riga, 2010. – P. 45.
- 3 Купчишин А.А., Купчишин А.И., Кусаинов А.Т., Шмыгалева Т.А. Компьютерное моделирование радиационных дефектов в твердых телах, облученных легкими ионами // Известия научно-технического общества «КАХАК». – Алматы. – 2011. – № 1 (31). – С. 5-9.
- 4 Тюкавкина Н. А., Бауков Ю. И., Зурабян С. Э. Биоорганическая химия: учебник / М: - 2010. - 416 с.
- 5 Tamuzh V. P., Tikhomirov P. W., Jushanov S. P. The fracture mechanism in materials having a heterogeneous structure. — Proc. IV Int. Conf. on Fracture. Toronto, Canada, 1977 (in press).
- 6 Регель В.Р., Тамуж В.П. Разрушение и усталость полимеров и композитов. Обзор. Механика полимеров, 1977, № 3, с. 458 - 478.

МРНТИ 29.03.77  
УДК 53.072; 53:004

А.Қ. Қозыбай<sup>1</sup>, К.Ж. Авезова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ПЕДАГОГИКАЛЫҚ ЖОҒАРЫ ОҚУ ОРЫНДАРЫНДА ФИЗИКА ПӘНІН ОҚЫТУДА АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ҚОЛДАНУДЫҢ МАҢЫЗЫ

*Аңдатпа*

Осы мақалада ақпараттық-коммуникациялық оқыту технологиясын физика пәнін оқытуда қолданудың ерекшеліктері мен артықшылығын баяндайды. Сонымен қатар аталған технологияның тиімділігін көрсетіп, физика пәнінде сабақ мазмұнына сәйкес құбылыстарды анимация түрінде көрсету арқылы, оқушылардың қызығушылығы артатындығын және өтілген сабақтың нәтижелі болатындығын дәлелді түрде түсіндіреді. Физиканы оқытуда компьютерлерді қолданудың тиімділігін зерттеген ғалымдардың еңбектері қарастырылып, электрондық техникаларды қолдану мүмкіндіктері көрсетілген. Физика пәнін оқытуда білімді ақпараттандырудың маңызы талқыланып, сұлба түрінде мақалада берілген: электрондық бағалау жүйелерін пайдалану; электрондық поштаны пайдалану; телеконференциялар; онлайн режиміндегі дәрістер, пікір алмасулар форумдар; мультимедиялық презентациялар дайындау; чат, web сайттар жасау және пайдалану; электрондық оқулықтар жасау және пайдалану; электрондық журналдар және т.б. Мақалада болашақ физика мұғалімдерін даярлауда білімді ақпараттандыру мәселелері қарастырылған және физика саласында қолданыстағы ақпараттық технологияларға талдау жасалынды.

**Түйін сөздер:** ақпараттық технологиялар, лабораториялық жұмыстар, интернет, компьютер, презентация.

*Аннотация*

А.Қ. Қозыбай<sup>1</sup>, К.Ж. Авезова<sup>1</sup>

## <sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВУЗАХ

В статье раскрываются особенности и преимущества использования информационно-коммуникационных технологий в обучении физике. Кроме того, наглядно демонстрируется эффективность данной технологии, объясняется, что в предмете физики, в соответствии с содержанием урока, проявляется анимация явлений, повышается интерес учащихся и результативность урока. Рассмотрены труды ученых, изучающих эффективность использования компьютеров в обучении физике, представлены возможности использования электронной техники. В ходе изучения физики изучается значение информатизации знаний, представленное в виде схемы: использование систем электронного оценивания; использование электронной почты; телеконференции; лекции в режиме онлайн, дискуссии форумы; подготовка мультимедийных презентаций; создание и использование чата, web сайтов; создание и использование электронных учебников; создание и использование электронных журналов и др. В статье рассмотрены вопросы информатизации образования в подготовке будущих учителей физики и анализируются существующие информационные технологии в области физики.

**Ключевые слова:** информационные технологии, лабораторные работы, интернет, компьютер, презентация.

*Abstract*

## USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN TEACHING PHYSICS IN PEDAGOGICAL UNIVERSITIES

Kozybay A. <sup>1</sup>, Avezova K. <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

This article reveals the features and benefits of using information and communication technologies in teaching physics. In addition, clearly demonstrates the effectiveness of this technology, explains that in the subject of physics, in accordance with the content of the lesson, the animation of phenomena, increases the interest of students and the effectiveness of the lesson. The works of scientists studying the effectiveness of the use of computers in teaching physics are considered, the possibilities of using electronic technology are presented. In the process of studying of discipline of "Physics" studies the value of information knowledge represented in the form of a diagram: use of e-assessment; use e-mail; newsgroups; lectures online discussion forums; prepare multimedia presentations; create and use chat web sites; creating and using e-textbooks; the creation and use of electronic journals etc. The article considers the issues of Informatization of education in the training of future physics teachers and analyzes the existing information technologies in the field of physics.

**Keywords:** information technology, laboratory work, Internet, computer, presentation.

Елбасының 2018-ші жылғы «Төртінші өнеркәсіптік революция жағдайындағы дамудың жаңа міндеттері» Жолдауында осы міндеттерді одан әрі жалғастыру бағдарланып отыр. Елбасы осы арада он түрлі міндетті алға қояды. Ол Қазақстанның индустриясын ең жаңа технологияларды енгізудің көшбасшысына айналдыру, өндірістік үдерістерді цифрландыру арқылы өнеркәсіптегі еңбек өнімділігін арттыру, ресурстық әлеуетті тиімді пайдалану, өндіріске ақпараттық технологиялық шешімдерді батыл енгізу, агроөнеркәсіп кешенін жаңа технологиялық деңгейге көтеру, көлік пен логистикалық инфрақұрылымды одан әрі дамыту міндеттерін қамтиды.

Жолдауда жоғары білім беру жүйесіне қатысты көптеген жаңа міндеттер айқындалып отыр. Мұнда, әсіресе ақпараттық технологиялар бойынша білім беруді барынша дамыту, жоғары оқу орындарына білім беру бағдарламаларын жасауға көбірек құқық беріп, олардың академиялық еркіндігін заңнамалық тұрғыдан бекіту қажеттігі айтылды.

Осы арада оқытушылардың қайта даярлықтан өтуіне күш салып, жоғары оқу орындарына шетелдік менеджерлерді тартып, әлемдік университеттердің кампустарын ашу қажет деді Елбасы [1].

Болашақ мамандарды кәсіби дайындау үдерісінде жаңа тұлғаны тәрбиелеу мен оқытуда жоғары оқу орынының алатын орны ерекше. Оның қызметі үнемі дамуда. Жаңа заман талаптарына сәйкес жоғары оқу орнының (ЖОО) дамуы көптеген қоғамдық- әлеуметтік мәселелерді шешуді қамтамасыз етуі керек. ЖОО-ның алдына қойған ең бірінші мақсаты – қоғамға қажетті жоғарғы білімді мамандарды даярлау.

Қазіргі ақпараттық технологиялардың қарқынды даму кезеңінде орта білім беретін оқу орындарының оқу үдерісінің тиімділігі болашақ мұғалімнің кәсіби дайындығына тікелей қатысты. Сол себепті ақпараттық технологиялар құралдарын педагогикалық іс-әрекетте кеңінен қолдана білу іскерліктерінің жоғары деңгейде қалыптасуы мектеп мұғалімдерінің кәсіби дайындығына қойылатын талаптар қатарына енеді.

Осы орайда, жоғары оқу орындарында болашақ мұғалімдерді педагогикалық үдерісте ақпараттық технологиялар мен бағдарламалық құралдарды қолдануға ғана емес, осы құралдарды жасауға дайындау өзекті мәселе болып табылады [2].

Бүгінгі таңда әлемде болып жатқан қарқынды өзгерістер – бұл білім саласындағы педагогикалық жоғары оқу орындары үшін, соның ішінде болашақ мұғалімдерге – ХХІ ғасырда нені оқыту керек? және Болашақ мұғалімдерді қалай дайындайды? деген сұрақтарға жауап қарастыру маңызды мәселер. Қазіргі кезде Еуропалық білім беру жүйесінің негізгі бөлігін құрайтын кредиттік білім беру жүйесі Қазақстандық жоғары оқу орындарының да оқу бағдарламаларына қазіргі уақытта белсенді енгізілген.

Мұндағы негізгі мақсат дамыған елдермен бәсекелестікке қабілетті, қазіргі қоғам талабына сай әлеуметтік бейімділігі жоғары, мәдениетті, ұлттық тәлім-тәрбие алған, білімі мен біліктерін өмірде пайдалана алатын, жан-жақты дамыған, шығармашылығы қалыптасқан жеке тұлғаны жасау мәселесі болып табылады.

Білімді ақпараттандыру ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдалануға негізделеді. Ақпараттық-коммуникациялық технолгиялар физиканы оқытудың аса тиімді құралы болып табылады.

Себебі, оны физика саласында кеңінен қолдануға болады. Мысалы: компьютерді және онымен байланысты болған басқада құрылғылар, құралдар мен бағдарламаларды физикалық құбылыстарды модельдеуде, лабораториялық жұмыстар жасауға және есептер шығаруға, лабораториялық қондырғылармен жұмысты басқаруда, бағдарламалы оқыту мен білімді тексеруде қолдануға болады.

Демек, педагогикалық жоғары оқу орындарында физиканы оқытуда ақпараттық-коммуникациялық технологияларды қолдану қазіргі білім беру жүйесінің негізгі стратегиялық мақсаттарына жетуде маңызды қызмет атқарады.

Қазіргі таңда кез-келген жоғары оқу орнында оқытушы ақпараттық және телекоммуникациялық технологиялардың көптеген түрлі құралдарын оқу үдерісіне енгізуге мүмкіндігі бар. Оларға ақпараттар банкі, интернеттен алынған ақпараттар, көптеген электрондық оқыту құралдары, сөздіктер мен анықтамалар, дидактикалық материалдар, презентациялар, білім бақылауға арналған автоматтандырылған бағдарламалар (MS Excel, MS PowerPoint және т.б. бағдарламалау тілдерінде жасалған тесттер, бақылаулар), тілдесу форумдары және т.б. жатады. Осыған байланысты білім мазмұны өзгереді және байланыс жасау қарқынды ақпарат алмасуға мүмкіндік береді [3].

Білім беру жүйесінде қазіргі заманауи білім беру технологияларын әртүрлі салалар бойынша қолданатын, білімді, қабілетті мамандарға деген сұраныстар көбеюде. Оларды қазіргі заманауи білім беру мен ақпараттық технологияларды меңгеру, оларды кәсіптік деңгейде даярлау, сонымен қатар осы сала бойынша білімділігі мен қабілеттілігі қазіргі заман талаптарына сай болуы болашақ физика



мұғалімдерінің кәсіби даярлығы үшін өте маңызды мәселе болып, үлкен ғылыми-әдістемелік зерттеу жұмыстарды жүргізуді қажет етеді.

Бүгінгі таңда ақпараттық технологияларды физиканы оқу үдерісінде қолдану, болашақ мұғалімдерге шексіз көлемде оқу ақпаратын игеруге, яғни әлемдік ақпараттық білім беру кеңістігіне қосылуды қамтамасыз етеді.

Жоғары кәсіби білім беруде компьютерлік модельдер, электрондық оқулық, мультимедиалық, Интернет т.б. жаңа ақпараттық технологияларды қолданудың дидактикасы мен технологиясы кеңінен қолданылып келе жатқаны шет елдік және отандық ғалымдардың еңбектерінде қарастырылғаны мәлім. Көптеген ғалымдар білімді ақпараттандыру сөзін, компьютерлендіру сөзімен синоним ретінде қолданады. Себебі, білім беру саласын ақпараттандыруда «компьютер» басты қажеттілік деп санайды.

Қазіргі уақытта оқу орындарында құрал-жабдықтар қатарынан зиянды әсері бар, құрамында сынабы бар аспаптар алынып тасталды; сонымен қатар электрондық сәуле шоғырының қасиетін көрсетуге арналған катодтық түтікшелер де лабораторияларға шығарылмайды; қуатты рентген түтігін қолдануда шектелінген. Осы және тағы басқа жайттар оқытуда қиындықтарды арттыра түседі. Физикалық құбылысты көзбен көріп бақылауды еш нәрсе алмастыра алмайтыны мәлім.

Материалды тек сөзбен баяндағанда білімгерлерде зерттелініп отырған құбылыс туралы айқын түсінік қалыптаса бермейді. Бақылау мен тәжірибенің тек әңгімеге айналуы белсенді ойлау әрекетін төмендетеді. Көзбен көрген бейнелер ғана құбылыстың заңдылығын өз бетінше зерделеуге негіз болады.

Оқыту құралы ретінде компьютерлер – қолданыстағы шынайы көрнекіліктің дамуына жол ашады. Компьютерлер оқыту көрнекілігінің тиімділігін арттырып, тікелей бақылау бола бермейтін микроғаламды да зерттеуге мүмкіндік береді.

Физиканы оқытуда компьютерлерді қолдануды ұсынған ең алғашқылардың қатарында бірнеше ғалымдарды атауға болады.

Мұнда физиканы оқыту барысында компьютерді қолнау мүмкіндіктерін зерттей отырып, В.В. Лаптев физика бойынша оқыту құралдарының қатарына қосылған электрондық техника, пәнге деген қызығушылықты арттырады деп, физиканы оқыту бағытында оларды пайдалануды тереңірек зерттеу қажеттігін ұсынды [4].

Дегенмен, автордың ойынша, компьютер білімгерлердің танымдық іс-әрекетінің құралы ғана болады, ал оны басқару мұғалімнің міндеті.

В.В. Лаптев білім беру мазмұнына электрондық техниканың әсерін және физиканы оқыту барысындағы дербес компьютердің мүмкіндіктерін анықтады. Автор физиканы оқытудың дидактикалық циклінің элементтерін сараптап, электрондық техниканы қолдану мүмкіндіктерін ашты, сол арқылы физика пәні электрондық техниканы пәндік-бейімділік пайдалану туралы пікірді кеңейтті және электрондық техниканың құрал-жабдықтық қолданылу ерекшеліктерін ашып көрсетті.

Оқыту үдерісіне ақпараттық технологияларды пайдалану және физика пәнін оқытудағы білім беру бағдарламаларының анықтау базасы негізінде, сонымен қатар, оқытуда білім мен біліктілікті талап ете отырып, білім беру жүйесін қалыптастырудың жолдарын қарастыру бүгінгі кезде өзекті істердің бірі. Оған сәйкес әрбір мамандықтар бойынша арнайы білім беру бағдарламалары жасалған.

Оқу пәнінің мазмұнын іріктеу мәселелері бүгінгі таңда ғалымдардың, әдіскерлердің, оқытушылардың назарын ұдайы өзіне аударатын күрделі де, өзекті мәселелер болып табылады. Өйткені физиканы, сол сияқты табиғи – ғылыми пәндерді оқытудың алуан түрлі тәсілдері, жолдары бар. Оларды жасау және іске асыру барысында пәндер тілі қалыптасып, оқытылатын пәндердің негізгі мазмұны айқындала отырып, оқытудың құрылымы анықталады.

Қазіргі білімді ақпараттандыру саласының дамып тұрған қоғамның жоғары оқу орындарында физиканы оқытудың тиімділігін арттыру мақсатында, болашақ физика мұғалімдерінің қазіргі қоғам талаптарына сай етіп даярлауда жаңа ақпараттық технологиялардың маңызы 1-суретте берілген.

Сонымен қорытындылай келгенде ақпараттық оқыту – болашақ мамандардың білім алуға және ақпарат жинауға деген құқықтарын іске асыратын үздіксіз білім беру жүйесі нысандарының бірі ретінде мамандардың негізгі қызметін атқара жүріп білімін, біліктілігін арттыруға мүмкіндік береді.

Болашақ физика мұғалімдерін даярлауда білімді ақпараттандыру мәселелерін зерртей отырып, физика саласында қолданыстағы ақпараттық технологияларға талдау жасалынды.



Сурет 1. Физиканы оқытуда білімді ақпараттандырудың маңызы

Физиканы оқытудың тиімділігін арттыру мақсатында қолданылып жатқан компьютерлік бағдарламаларға, интернет ресурстарға талдау жасалынып, олардың ерекшеліктерін айқындап, болашақ физика мұғалімдерін даярлауда оларды қолдануды ұсынамыз.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

1 Қазақстан Республикасының тұңғыш Президенті Н.Ә. Назарбаевтың «Төртінші өнеркәсіптік революция жағдайындағы дамудың жаңа мүмкіндіктері», атты Қазақстан халқына Жолдауы. 2018 жыл 10 қаңтар. //Интернет ресурc: <http://www.akorda.kz>

2 Хмель Н.Д. Теоретические основы профессиональной подготовки учителя. - Алматы: Ғылым, 1998. -320 с.

3 Berkimbayev K.M., Sarybayeva A.Kh., Usembayeva I.B., Ramankulov Sh.Zh. Teaching of using information and computer technology for preparation of competitive specialists // Materials of the II international «Research and practice conference». - 2013, april 17th Vol. 2. - P.425-429.

4 Лаптев В.В. Современная электронная техника в обучении физике школе. - Л., 1988.

МРНТИ 14.35.09  
УДК 378:58

А.Қ. Қозыбай<sup>1</sup>, Г.И. Жанбекова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ТЕХНИКАЛЫҚ ЖОҒАРЫ ОҚУ ОРЫНДАРЫНДА ФИЗИКА ПӘНІН ОҚЫТУДА СТУДЕНТТЕРДІҢ КӘСІБИ ҚҰЗЫРЕТТІЛІГІН ҚАЛЫПТАСТЫРУДЫҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

*Аңдатпа*

Бұл мақалада техникалық жоғары оқу орында студенттерге физика пәнін оқытуда кәсіби құзыреттілікті қалыптастырудың мәселелері қарастырылады. Құзыреттілік ұғымдары зерделеніп ғалымдардың еңбектеріне талдау жасалды. Зерттеу пәнінің сипаты, қолданылатын зерттеу құралдарының түрі, зерттеу әдістерінің ерекшеліктері анықталды. Студенттердің іс-әрекетін бақылауда зерттеудің ғылыми әдістерін пайдалана отырып, кәсіби құзыреттіліктерді қалыптастыру ерекшеліктері баяндалады. Молекулалық физика бойынша сабақтар өткізу әдістемелік нұсқауларында студенттердің назары статистикалық орта шамаларды қарастыруға көшудің принципті қажеттілігіне баса назар аударылады. Көп бөлшектерден тұратын физикалық жүйе ретінде молекулалық физика пәнінің арнайы ерекшеліктері, макроскопиялық жүйелерді зерттеудің термодинамикалық және статистикалық әдістерінің мәні туралы және олардың моделдік түсінігін, молекулалық физиканың негізгі заңдары мен принциптері және молекулалық физика бойынша есептерді шешудің негізгі әдістері мен тәсілдері зерделеніп баяндалды.

**Түйін сөздер:** құзыреттілік, интерпритация, статистикалық қасиеттер, білім, біліктілік, іскерлік, дағды.

*Аннотация*

А.Қ. Қозыбай<sup>1</sup>, Г.И. Жанбекова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Казахский Национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

## ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ СТУДЕНТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ ФИЗИКЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗАХ

В данной статье рассматриваются проблемы формирования профессиональной компетентности в преподавании физики в техническом вузе. Были изучены понятия компетентности, проанализированы труды ученых. Определены характер предмета исследования, вид используемых средств исследования, особенности методов исследования. Излагаются особенности формирования профессиональных компетенций с использованием научных методов исследования в контроле деятельности студентов. В методических указаниях по проведению занятий по молекулярной физике особое внимание студентов уделяется принципиальной необходимости перехода к рассмотрению величины статистической среды. Были изучены и изложены специальные особенности предмета молекулярной физики как физической системы, состоящей из множества частиц, сущность термодинамических и статистических методов исследования макроскопических систем и их модельные понятия, основные законы и принципы молекулярной физики и основные методы и способы решения задач по молекулярной физике.

**Ключевые слова:** компетентность, интерпретация, статистические свойства, знания, умения, навыки.

*Abstract*

A.K. Kozibay<sup>1</sup>, G.I. Zhanbekova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

## FEATURES OF FORMATION OF PROFESSIONAL COMPETENCE OF STUDENTS WHEN TEACHING PHYSICS IN TECHNICAL UNIVERSITIES

This article deals with the problems of formation of professional competence in teaching physics in a technical University. The concepts of competence were studied, the works of scientists were analyzed. The nature of the subject of research, the type of research tools used, especially research methods. Features of formation of professional competences with use of scientific methods of research in control of activity of students are stated. In the Guidelines for conducting classes in molecular physics, special attention is paid to the fundamental need of students to consider the magnitude of the statistical environment. The special features of the subject of molecular physics as a physical system consisting of many particles, the essence of thermodynamic and statistical methods for studying macroscopic systems and their model concepts, the basic laws and principles of molecular physics and the basic methods and methods for solving problems in molecular physics were studied and presented.

**Keywords:** competence, interpretation, statistical properties, knowledge, skills.

### **Кіріспе**

Еліміздің Тұңғыш Президенті Н. Назарбаев «Төртінші өнеркәсіптік ревалюция жағдайындағы дамудың жаңа міндеттері» атты Жолдауында ең басты 10 міндетті атап көрсеткен. Ол міндеттер біздің еліміздің әлемдік ғылыми прогрестің ұлы көшінен қалмай, жедел түрде экономикалық, технологиялық, әлеуметтік-тұрмыстық тұрғыдан нығайып, қазіргі заманғы сын-қатерлерге толық жауап бере алуы. Бұл 10 міндет еліміздің –индустрия саласына жаңа инновациялық технологиялар енгізу, мемлекеттік ресурсты одан әрі дамыту, «Ақылды технологиялар» – агроөнеркәсіптік кешенін барынша қарқынды дамыту, көлік логистика инфрақұрылымының тиімділігі мен заманға сай дамуына, адами капиталды жаңа сапаға көтеру сынды келелі мәселелер [1].

Қазақстан Республикасының «Білім туралы» Заңында «Білім беру жүйесінің басты міндеті – ұлттық және жалпы адамзаттық құндылықтар, ғылым мен практика жетістіктері негізінде жеке адамды қалыптастыруға, дамытуға және кәсіби шыңдауға бағытталған білім алу үшін қажетті жағдайлар жасау керек»- деп атап көрсетілген [2].

Елбасының ширек ғасырдан астам уақыттан бері ел білімі мен ғылымын кезек күттірмес маңызды міндет екенін, білім мен ғылым ел дамуының қайнар көзі деп, бұрыннан-ақ айтып, білім мен ғылымның дамуына ерекше назар аударуы бұл мемлекет жастарына деген үлкен қамқорлық. Еліміз тәуелсіздік алған алғашқы жылдардан-ақ мемлекет жастарына білім беру ісі күн тәртібінен түспей, қайта жылдан-жылға әлемдік стандарттағы бағдарламаларға сай білім берудің жаңа үлгілері енгізіліп, жаңа тұрпатқа өзгертіліп жатыр.

### **Тақырыптың өзектілігі**

Әлемдік қоғамдастықтың әлеуметтік-экономикалық және мәдени-саяси өмірінің артып келе жатқан жаһандану жағдайында жоғары оқу орындарының мәдениеті күзиретті оқытуды талап етеді [3]. Қазіргі таңда техникалық жоғары білім беру орындарындағы білім беруді ұйымдастырудағы түрлі жаңартулардың басым бағыты жеке тұлға әлеуетін, маманның кәсіби деңгейін көтеруге бағытталып отыр. Сондықтан техникалық жоғары оқу орындарындағы білім беру үрдісі білім алушының тұлғалық әлеуетін арттыра отырып, олардың мәселені өз бетімен шеше алу қабілетін дамытуға, білімін, біліктілігін және дағдысын кез-келген жағдайда қолдана алуқүзиреттілігін жетілдіруге бағытталады.

### **Зерттеудің дерек көздері**

Педагогикалық ғылымда білім беру мазмұны ұғымын түсіндіруде көптеген тәсілдер бар: когнитивті, мәдениеттанушылық, жеке тұлғаға бағытталған, құзыреттілік және т. б. Когнитивті тәсіл өкілдері (Ю.К. Бабанский, В.П. Беспалько, В.В. Давыдов және т. б.) білім беру мазмұнын қоршаған орта туралы білімнің жиынтығы ретінде түсінеді, қоғамда тұлғаның жан-жақты дамуын қамтамасыз ететін іскерліктер мен дағдылар, жастардың өмір сүруге дайындығы. Мәдениеттанушылық көзқарас (И.А. Зязюн, С.А. Сысоева, В.А. Слостенин және т. б.) жалпыадамзаттық, ұлттық және жеке-мәдени құрылымдардың бірлігін қамтамасыз ете отырып, білім, біліктілік және дағды, шығармашылық сипаты және әлемге эмоциялық-құндылық қарым-қатынаспен педагогикалық бейімделген жүйесін білдіреді.

Жеке тұлғаға бағытталған тәсіл (Е.В. Бондаревская, С.В. Кульневич, Т.В. Лаврикова, И.С. Якиманская және т. б.) оқу-тәрбие үрдісінің орталығында жеке тұлға, оның өзіндік ерекшелігі және өзіндік құндылығы, жеке тәжірибесі туралы ережемен қамтамасыз етіледі. Осыған сәйкес, білім беру мазмұны, әдістемелер мен білім беру технологиялары тұлғаның кәсіби қалыптасуының субъектілік тәжірибесі мен заңдылықтарына сәйкес келеді. Құзыреттілік тәсіл (Ш. Таубаева, Қ.Ж. Аганина, К. Құдайбергенова, Б. Тұрғынбаева, И.А. Зимняя, Н. Кузьмина) қазіргі заманғы жоғары мектептің білім беру кеңістігінде кең таралды. Оқу-тәрбие процесінің мазмұны жеке тұлғаның (негізгі және кәсіби) құзыреттілігінде іске асырылатын нәтижелі құраушыға бағытталған білім берудің практикалық бағдарын айқындайды.

### **Зерттеу нәтижелері**

Жоғары оқу орындарда техникалық мамандықтар бойынша студенттердің оқу іс-әрекетін бақылау оқытудың күрделі және қауырттылық кезеңі, себебі бұл жалпы физика курсының іргелі ұғымдарын қалыптастыру және осы білімді физикалық процестер мен дене қасиеттерін түсіндіруде, практикалық есептерді шешуде, сонымен қатар пән саласындағы кәсіби білімнің, іскерлік пен дағдылардың негізін құрайтын арнайы пәндерді меңгеруде қолдану болып табылатынын көрсетеді. Білім алушылардың жалпы пән бойынша білімдерін жетілдіру сол пәннің негізін құрайтын білім құраушыларын игерту болып табылады. Оқытудың сапасын көтеру, оның заман талабына сай болуы білім жүйесінің маңызды құраушыларының бірі болатын, ғылыми ұғымдарды білім алушылардың меңгеруімен тығыз

байланысты [4]. Физика пәннің негізгі ұғымдары техникалық мамандықтар бойынша болашақ кәсіби қызмет саласына бағытталған кәсіби құзыреттіліктің негізі болып табылады.

«Құзірет», «Құзыреттілік» ұғымдары бүгінгі педагогика саласындағы ғылыми айналымға салыстырмалы түрде жаңадан енген, терең зерттелу үстіндегі ұғымдар болғандықтан олардың анықтамасы әртүрлі зерттеушілермен әр-түрлі берілуде. Қазақстанның Ұлттық энциклопедиясында құзірет ұғымы (лат.competentia – жетемін, лайықпын) екі мағынада түсіндіріледі: заңмен, жарғымен немесе өзге құжатпен берілген өкілеттіліктер шеңбері. Белгілі бір саладағы білім, тәжірибе, біліктілік[5]. Жаңа педагогикалық парадигма бойынша қазіргі стандарттардың өзінде «білім, біліктілік, дағды» ретінде қарастырылған білім беру нәтижелерінің орнына құзіреттілікті қалыптастыру өмір талабына сай тұлғаның әлеуметтенуін, өзін-өзі іске асыруын қамтамасыз ететін білім беру жүйесінен күтілетін нәтиже ретінде қарастырылуда[6].

Физикалық заңдар мен ұғымдар бүкіл жаратылыстану ғылымдарының негізі болып табылады және онда білімнің теориялық және эмпирикалық деңгейлері ерекшеленеді. Осы білім деңгейлерімен:

- а) зерттеу пәнінің сипаты;
- б) қолданылатын зерттеу құралдарының түрі;
- в) зерттеу әдістерінің ерекшеліктері анықталады.

Оқытушының міндеті-студенттердің кәсіптік тәжірибесін дұрыс ұйымдастыру: бұрын қабылданған нәрселерді, яғни бұрынғы тәжірибемен таныс заттарды немесе құбылыстарды ұғынуға немесе еске түсіруге сүйену; көрнекі материалға сүйену. Студенттердің іс-әрекетін бақылауда зерттеудің ғылыми әдістерін пайдалана отырып, арнайы негізгі құзыреттіліктерді қалыптастыру маңызды:

- идеализация (идеалданған үдерістерді, объектілерді құру әдісі);
- идеалданған модельдермен ой эксперименті;
- теорияны құру әдістері (абстрактіден нақтыға, аксиоматикалық, гипотетико-дедуктивтік әдістер);
- логикалық, тарихи және т.б. әдістер.

Молекулалық физика бөлімдегі ұғымдарды қалыптастыруда типтік іріктеудің маңызы бар:

- көп бөлшектерден тұратын физикалық жүйе ретінде молекулалық физика пәнінің арнайы ерекшеліктерін білу;
- бөлшектер саны аз жүйеде болмаған жаңа, таза статистикалық және ықтималдылық заңдылықтардың пайда болуын түсіну (мысалы, механикада);
- макроскопиялық жүйелерді зерттеудің термодинамикалық және статистикалық әдістерінің мәні туралы және олардың моделдік түсінігі туралы білу;
- молекулалық физиканың негізгі заңдары мен принциптерін білу;
- молекулалық физика бойынша есептерді шешудің негізгі әдістері мен тәсілдерін білу;
- физикалық есептерді шешу алгоритмінде жалпыланған тәсілдерді, оның құрылымдық элементтері мен жеке операциялардың мазмұнын көрсете білу;
- молекулалық физиканың философиялық және әдіснамалық мәселелерін түсіну.

Іргелі білім мен іскерлікті қалыптастыру кезінде, бөлімдер мен тақырыптарды зерттеу реттілігін анықтаумен қатар, оқу материалының күрделілігін ескеру керек. Біздің бақылауымыз іргелі ұғымдардың қалыптасуының соңғы нәтижелері оқыту процесіндегі субъективті және объективті факторлардың өзара қарым-қатынасының динамикасына байланысты екенін көрсетеді. Оқыту үдерісінде жүзеге асырылатын танымдық іс-әрекет әдістерін анықтау және зерделеу, оларды қолдану мүмкіндіктері мен шекараларын түсінуге негізделген саналы пайдалану субъектінің қызметін неғұрлым ұтымды және тиімді етеді. Атап айтқанда, таным – абстрагирлеу, ерекше ойлауды қабылдау, ол қандай да бір процесті ұғымды зерттеу кезінде белгілердің, қасиеттердің және қарым-қатынастардың тұтас қатарынан бір мезгілде бізді қызықтыратын олардың жалпы қасиеттерін бөле отырып, алаңдатудан тұрады. Бұл танымның жалпы әлеуметтік әдісін меңгеру негізінде жеке алынған физикалық ұғымдар мен санаттар, сондай-ақ олардың жүйелері құрылады. Мысалы, заттардың физикалық қасиеттерін (тұтқырлығы, диффузиясы, жылу алмасу және т.б.) түсіндіру және олардың сипаттарын анықтау, елестететін заттар (молекулалар сияқты, олардың өзара әрекеттесуі және т.б.) туралы ұғымдарға сүйене отырып, оларды көруге және тікелей өлшеуге болмайтынын түсіндіру қажет. Мұнда әртүрлі интерпретацияға жол беретін сұрақтар туындайды [7].

Тәжірибелік сабақтарда газдардың кинетикалық теориясындағы кейбір іргелі макроскопиялық ұғымдарды интерпретациялау мысалында абстракция және жалпылау бір-бірімен өзара байланыстылығы талқыланады. Кинетикалық теорияның тәсілі мынадай екі себеппен ерекшеленеді. Біріншіден, ешкім бастапқы жағдайды дәл білмейді, яғни берілген бастапқы сәтте әрбір молекуланың

қозғалыс жағдайы мен күйі белгісіз. Екіншіден, мұндай мәліметтер болса да, газды құрайтын молекулалардың үлкен санының қозғалысын бақылау үлкен міндеттің бірі. Сондықтан да жекелеген молекулалардың жағдайын қарастырудың қажеті жоқ, тек статистикалық қасиеттерді ғана: аз уақыт аралығында орташаланған көлем элементіндегі молекулалардың орташа саны, импульсі немесе энергиясы, не болмаса сызықтық жылдамдықтар мен осы молекулалардың арасындағы басқа да қозғалыстардың орташа бөлінуін қарастырған жөн. Мұндай ойлар студенттерге газдардың кинетикалық теориясындағы ықтималдық ұғымдарды қолдануды түсіндіреді және мәселенің мән-жайына физикалық сәйкес келетін статистикалық ұғымдардың қажеттілігін түсінеді, себебі нақты газ массасы бар эксперименттерде температура, көлем, қысым, тығыздық және т. б. сияқты "орташаланған" қасиеттер ғана өлшенеді.

Бұл мысалда абстрактілі көріністердің қарапайым жиынтығы құбылыстың табиғатын, оның жұмыс істеуі мен дамуын сипаттай алуы екіталай. Біздің мақсатымыз газ молекулаларының орташаланған қозғалысы барлық жағынан нақты қасиеттерді көрсететінін, ал қабылданған молекулалық моделдер нақты молекулаларға сәйкес келетіндігін анықтау болды. Жалпы көріністі жасау үшін процесті оның байланыстары мен қарым-қатынасының толық және күрделілігін ойша орнату қажет. Келтірілген мысалда мұндай тәсіл тек динамиканы ғана емес, сонымен қатар молекулалық соқтығыстар статистикасын да қарастыруды көздейді. Бұл жалпы жағдайда молекулалар аз көлем бойынша "хаотикалық" немесе тең ықтимал үлестірілген сияқты ықтимал жорамалдар қажеттілігін қалыптастыруға алып келеді. Бұл молекулалардың хаотикалық қозғалысы, молекулалар арасындағы ілгерлемелі қозғалыстың кинетикалық энергиясының таралуы сияқты белгілі бір абстракциялардың көмегімен көрсетілген байланысты бөліп көрсетуге мүмкіндік береді. Содан кейін, бірте-бірте олардың мазмұнын жетілдіре отырып, газдың кинетикалық теориясының жеке байланыстары, сонымен қатар осы байланыстардың нақты өзара әрекеттесуін де ашатын түсініктердің біртұтас жүйесін құруға болады. Зерттеудің мұндай әдісі абстрактіден нақты жолға шығу әдісі ретінде белгілі. Осы әдіспен оқытуда терең білімді қалыптастыруға және көптеген физикалық теорияларды құру негіздерін түсінуге көмектеседі, оның нәтижесінде жеке тұлғаның оқу қызметінің одан әрі дамытуы болады. Бұл жағдайда оқу-танымдық іс - әрекет білімді шығармашылық игерумен қарастыратын ғылыми-зерттеу әдістерін тарта отырып шешілетін міндеттермен байланысты. Келтірілген мысал студенттерге жеке молекуланың қандай жылдамдықпен қозғалатынын және уақыттың әр сәтінде қай жерде болатынын болжау мүмкін еместігін көрсетеді. Дегенмен белгілі бір жағдайларда ғана (газда) берілген жылдамдықпен қозғалатын молекулалардың үлесін немесе берілген көлемде болатын олардың үлесін есептеуге болады. Бірақ шын мәнінде, газдың негізгі сипаттамалары - қысым, температура, тығыздық және т. б. бір молекуланың күрделі әрекетімен емес, олардың жиынтық әсерімен (статистикалық, синергетикалық әсері) анықталады. Сондықтан зерттелетін объектілердің ерекшелігі міндетті түрде білімнің дәлелдемесі мен негіздемесінің сипатына, түсініктемелері мен сипаттамаларына, сондай-ақ оны құру мен ұйымдастыруынан тұрады.

### **Қорытынды**

Молекулалық физика бойынша сабақтар өткізу әдістемелік нұсқауларында студенттердің назары статистикалық орта шамаларды қарастыруға көшудің принципті қажеттілігіне баса назар аударылады. Нақты газдар қасиеттерінің идеал газдардың ұқсас қасиеттерінен ауытқуын талдай отырып, осы ауытқулардың себептері –нақты газ молекулаларында молекулааралық өзараәсерлесу күштерінің және олардың елеулі жақтары мен қасиеттерін сипаттайтын меншікті көлемінің болуы болып табылады [8]. Мысалы, білім алушы нақты газдың әрекетін сипаттайтын және молекулааралық өзараәсерлесу күшін ескеретін заңдарды зерделеудің бірқатар ықтимал жолдарын қарастырады. Нақты газдардың қасиеттерін зерделеу үшін теориялық негізі бар күй теңдеулерін іздестірумен байланысты болғанын айту керек. Сондай-ақ, осындай теңдеулер «вириал» түрдегі күй теңдеуі болып шықты. Ол макроскопиялық эксперименттің нәтижелерін молекулааралық өзараәсерлесу тұрғысынан түсіндіруге және дәл осы күштер заттың көптеген макроскопиялық қасиеттерін өзара байланыстыратынын ашуға мүмкіндік береді. Осылайша, студенттер Менделеев-Клапейрон заңына қарағанда Ван-дер-Ваальс теңдеуі нақты газдардың әрекетін айқындай түсетініне көз жеткізеді..

Демек, газ күйінің теңдеулерін оқып үйрену студенттердің күрделі іргелі түсініктерін қалыптастырады, олардың қалыптасуы мен игеруінің маңызды шарттары болып табылатын білімді дамытудың өзара байланысты деңгейлерін бөліп алу. Бұл жағдайда қалыптасудың бірінші деңгейі барлық идеал жүйелер үшін ортақ Менделеев-Клапейрон теңдеуімен берілген. Екінші деңгей Ван-дер-Ваальстің күй теңдеуін құрайды, ол нақты газдарда өтетін құбылыстарды түсіндіру мүмкіндігін

көрсетеді. Молекулалық физиканың іргелі түсініктерін осылай талдау білім алушының білімінің дамуы үшін, ең алдымен қиял мен теориялық ойлауды дамытуда ортақ мәнге ие болады. Осыған байланысты ғылыми таным негіздерін меңгеру төменгі курстарда пән бойынша базалық құзыреттілікті нәтижелі қалыптастыру үшін қажетті шарттардың бірі болып табылатын оқыту үрдісінің тиімділігіне ықпал ететінін атап өту қажет, ол одан әрі маманның кәсіби қалыптасуы үрдісінде дамиды.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Қазақстан Республикасының Президенті Н.Ә.Назарбаевтың «Төртінші өнеркәсіптік революция жағдайындағы дамудың жаңа мүмкіндіктері», - атты Қазақстан халқына Жолдауы. 2018 жыл 10 қаңтар. // Интернет ресурс: <http://www.akorda.kz>
- 2 Қазақстан Республикасының «Білім туралы» Заңы. Алматы 2008 б-б.
- 3 Аганина К.Ж., Уалиева Н.Т. // *Культура ВУЗа как условие компетентностного профессионального образования. В мире образования, 2014., №1.*
- 4 Сыдықова Ж.Қ. *Мектеп оқушыларының физикалық ұғымдарды меңгеруінің әдістемелік ерекшеліктері: пед.ғыл.канд. дис. - Алматы, 2007. -129 б.*
- 5 Қазақ совет энциклопедиясы. - Алматы: Қазақстан, 1997.- 123 б.
- 6 Таубаева Ш.Т., Иманбаева С.Т., Берикханова А.Е. *Педагогика: Оқулық. - Алматы: ОНОН. 2017, -340 б.*
- 7 Молдабекова М.С. *Фундаментализация подготовки учителя физики как основа профессиональной деятельности. Системно-синергетический подход. - Алматы: Қазақ университеті, 2000.- 201 с.*
- 8 Аскарлова А.С., Молдабекова М.С. *Молекулалық физика: Оқулық. - Алматы: Қазақ университеті, 200 б.- 246 б.*

МРНТИ 47.09.41:44.31.03  
УДК 539.21:536.77

М.Қ. Құлбек<sup>1</sup>, Қ.Ш. Әбидин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті Алматы қ., Қазақстан

## ҚЫЛТҮТІКТІҚУЫСТЫ МАТЕРИАЛДАРДЫҢ КЕБУ БАРЫСЫНДАҒЫ ИНВЕРСИЯЛЫҚ ҮДЕРІСТЕР ТУРАЛЫ

### *Аңдатпа*

Қазіргі техника мен технологияда құрылымы жағынан қылтүтіктіқуысты топқа жататын әртүрлі материалдар кеңінен қолданылады. Көп жағдайларда бұл материалдар белгілі дәрежеде ылғалдық күйде болып технология барысында оларда кебу үдерісі орын алады. Ғылыми мақалада осындай қылтүтікті қуысты материалдардың кебу үдерісінің екінші сатысында орын алуы мүмкін инверсиялық эффектілер теориялық тұрғыдан қарастырылған. Инверсиялық сипаттағы термодинамикалық эффектілер кебу үдерісінің механизмі мен кинетикасымен байланыстырылып талданған. Бұл құбылыстар изотермиялық және изотермиялық емес жағдайларда қарастырылған. Алынған нәтижелердің ғылыми практикалық мәні көрсетілген.

**Түйін сөздер:** техника, технология, қылтүтіктіқуысты материалдар, инверсия, эффект, механизм, кинетика.

### *Аннотация*

М.Қ. Құлбек<sup>1</sup>, Қ.Ш. Әбидин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Казахский национальный педагогический университет им.Абая, Алматы, Казахстан

## ОБ ИНВЕРСИОННЫХ ПРОЦЕССАХ ПРИ СУШКЕ КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

В современной технике и технологии широко применяются различные капиллярнопористые материалы. Эти материалы часто бывают во влажном состоянии и в технологии происходят их сушка. В научной статье с теоретических позиций рассмотрены инверсионные эффекты возможно имеющие место во втором периоде процесса сушки в таких материалах. Такие термодинамические эффекты инверсионного характера проанализированы совместно с механизмом и кинетикой процесса сушки. Эти явления рассмотрены в изотермических и неизотермических условиях. Показаны научно-технические значения полученных результатов.

**Ключевые слова:** техника, технология, капиллярнопористые материалы, инверсия, эффект, механизм, кинетика.

Abstract

ON THE INVERSE PROCESS IN DRYING CAPILLARY-POROUS MATERIALS

Kulbek M. K.<sup>1</sup>, Abidin K.Sh.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

In modern technology and technology, various capillary-porous materials are widely used. These materials are often wet and are dried in technology. In a scientific article, from the theoretical point of view, inversion effects are considered, possibly taking place in the second period of the drying process in such materials. Such thermodynamic effects of inversion character are analyzed together with the mechanism and kinetics of the drying process. These phenomena are considered in isothermal and non-isothermal conditions. The scientific and technical values of the results obtained are shown.

**Keywords:** technology, technology, capillary porous materials, inversion, effect, mechanism, kinetics.

Табиғатта көптеген заттар, материалдар әдетте белгілі бір дәрежеде ылғал күйінде болады. Ал техника мен технологияда материалдарға қосымша су қосу арқылы кейбір үдерістер іске асырылады. Осындай технологиялық үдерістерде кеңінен қолданылатын қылтүтіктіқуысты материалдардың бойында әртүрлі байланыстағы су мөлшерлері болады. Қылтүтіктіқуысты материалдар жеңіл өнеркәсіп саласында, құрылыс материалдар технологиясында тағы басқа өнеркәсіп орындарында жиі қолданыс табады. Белгілі теория бойынша [1] бұндай қылтүтіктіқуысты материалдардың бойындағы суларды байланыс түрлеріне қарай негізінен мынадай үш топқа бөлуге болады: физикалық, физика-химиялық және кристалдық (химиялық).

Физикалық байланыстағы су материал бойынан  $100^{\circ}\text{C}$  одан да жоғары температуралар аймағында қарқынды түрде ыдырап (буланып) шыға бастайды. Физика-химиялық байланыстағы су материалдан  $150-200^{\circ}\text{C}$  одан да жоғары температуралар жағдайында ыдырап шығады. Ал, материал бойындағы кристалдық байланыстағы су  $450-550^{\circ}\text{C}$  одан да жоғары температуралар аймағында ыдырап шығады.

Бұл ғылыми мақалада қылтүтіктіқуысты мысалы, керамикалық материалдардың кебуі барысында орын алуы мүмкін инверсиалық үдерістер жайында баяндалған. Қазіргі қалыптасқан теория бойынша қылтүтіктіқуысты материалдардың кебу үдерісін олардың механизмі мен кинетикалық ерекшеліктеріне қарай екі сатыға бөлуге болады [1, 2]. Біріншісі тұрақты жылдамдық сатысы, екіншісі кемімелі жылдамдық сатысы. Үдерістің бірінші сатысында кебу үлгі бетінен булану арқылы жүреді де, ал үлгі ішіндегі су оның түтікшелері арқылы беткі қабытына тасымалданып отырады. Ал үдерістің екінші сатысында булану беті үлгінің ішкі қабаттарына жылжып отырады да пайда болған бу оның кепкен қуысты қабаттары арқылы сыртқы ортаға шығарылып отырады. Үдерістің бірінші сатысының аяқталуы мен екінші сатысының басталу сәтіне сәйкес келетін үлгінің ылғалдылығы – кризистік ылғалдық деп аталады.

Кебу үдерісінің екінші сатысына тән осы механизм, кезінде ғылыми практикалық мәні өте зор термодинамикалық эффектіні ашуға негіз болған Джоуль-Томсон тәжірибесіне [3, 4] өте ұқсас екендігін байқауға болады. Бұл құбылыс ғылымда Джоуль-Томсон эффектісі, ал техникада Дроссель эффект деп аталады.

Су буының алғашқы көлемі ( $V_1$ ) ретінде үлгі ішіндегі қуыстардың жалпы көлемін алуға болады, сонда  $V_1 = \gamma \cdot V_Y$  ( $V_Y$  - үлгінің көлемі, ал  $\gamma$  - үлгінің кеуектік дәрежесі). Көптеген қылтүтікті қуысты үлгілер үшін кеуектік дәрежесінің мәні әдетте ( $\gamma = 0.2 - 0.8$ ) аралығында болады.

Үдерістің екінші сатысында үлгінің ішкі қабаттарында пайда болған су буының көлемін  $V_1$ , қысымын  $P_1$  деп алып, ал үлгінің кепкен қабаттарындағы қуыс түтікшелері арқылы сыртқы ортаға шығарылып ұлғайған бу көлемін  $V_2$ , қысымын  $P_2$  деп белгілейік. Әдетте  $P_1 > P_2$ ,  $V_1 < V_2$  болады. Бұл кезде жүйенің үстінен мынадай жұмыс атқарылып  $A = P_1V_1 - P_2V_2$ , ол үлгінің кепкен сыртқы қуысты қабаттарынан тасымалданған су буының ішкі энергиясының өзгерісіне тең болады. Бұл кезде кебу үдерісі изотермиялық режимде қарқынды жүретіндіктен оны адиябаттық жағдайда өтеді деп есептеуге болады. Осыған байланысты үдерістер кезіндегі энтальпия өзгермей тұрақты қалады, яғни

$$U_1 + P_1V_1 = U_2 + P_2V_2. \quad (1)$$



Осы үдеріс кезінде үлгінің ішкі қабаттарындағы су буының қысымы ( $P_1$ ) оның қоршаған ортадағы қысымынан ( $P_2$ ) едәуір артық болатындықтан, бұл жағдайда интегральды Джоуль-Томсон эффектісі орын алады деп есептеуге болады.

Жалпы жағдайда интегральды эффект кезіндегі үлгі ішіндегі газ ( $T_1$ ) мен оның сыртқа шыққан кездегі ( $T_2$ ) температуралар айырымын мынадай интегралмен өрнектеуге болады [3, 5].

$$T_2 - T_1 = \int_{P_1}^{P_2} \frac{T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V}{C_P} dP. \quad (2)$$

Егер газ (бу) күйлерінің теңдеулері белгілі болса, онда бұл интегральды шешуге әрекеттенуге болады. Біздің жағдайымызда қарастырылып отырған термодинамикалық эффектіні талдап бағалау мақсатында мынадай қарапайым тәсілді қолдануға болады. Үлгі ішіндегі сығылған жағдайдағы буды нақты газ деп, ал сыртқы ортаға шығып ұлғайған буды идеал газ деп қарастырайық. Аталған газдардың күйлерін сипаттау үшін Клапейрон және Ван-дер-Ваальс теңдеулерін қолданып жоғарыда келтірілген (1) өрнекке сүйеніп, инверсиялық сипаттағы термодинамикалық эффектіні бағалауға мүмкіндік беретін теңдеуді алуға болады.

Газдың 1 молине қатысты есептеулер жүргізейік. Ұлғайған кездегі газдың көлемі айтарлықтай үлкен болатындықтан, оны жеткілікті дәлдікпен идеал газ деп есептеуге болады. Сондықтан,  $P_2 V_2 = RT_2$ , ал  $U_2 = C_V \cdot T_2$  деп жаза аламыз. Жоғарыда қарастырылған нақты газ қысымның өрнегін Ван-дер-Ваальс теңдеуін пайдаланып

$$P_1 V_1 = \left[ \frac{RT_1}{(V_1 - b)} - \frac{a}{V_1^2} \right] V_1 \quad (3)$$

деп өрнектеуге болады. Нақты газдың ішкі энергиясын  $U_1 = C_V T_1 - \frac{a}{V_1}$  тең екенін білеміз. Енді осы өрнектердің бәрін (1) теңдеуіндегі орындарына қойып, мынаны аламыз:

$$C_V T_1 - \frac{a}{V_1} + \frac{RT_1 V_1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1} = C_V T_2 + RT_2. \quad (4)$$

Теңдеудің сол жағындағы үшінші мүшені мына түрге келтіруге болады:

$$\frac{RT_1 V_1}{V_1 - b} = \frac{RT_1 (V_1 - b + b)}{V_1 - b} = RT_1 + \frac{RT_1 b}{V_1 - b}.$$

Осы өрнекті ескеріп, (4) теңдеуінен мынаны табамыз:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{R + C_V} \left( \frac{RbT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right), \quad (5)$$

мұндағы  $a$  және  $b$  - қарастырылып отырған су буының Ван-дер-Ваальстік тұрақтылары.

Қарастырылып отырған инверсиялық үдерісте мынадай үш жағдай орын алуы мүмкін:  $\Delta T = 0$  (нольдік эффект),  $\Delta T < 0$  қарастырылып отырған технологиялық үдеріс жағдайында мұны теріс эффект деп қарастыруға болады, себебі сыртқа шыққан бу ұлғаю жағдайында суиды да, қажетті температуралық режимді қамтамасыз ету үшін қосымша жылу мөлшері қажет болады, ал  $\Delta T > 0$  бұл жағдайды оң эффект деп қабылдаймыз, себебі су буы ұлғаю кезінде қызады да белгілі жылу мөлшерінің шығынын азайтуға мүмкіндік туады.

Жоғарыда келтірілген (5) – теңдеуден  $\Delta T$  -ның таңбасы жақша ішіндегі өрнектің таңбасымен анықтауға болатындығын көреміз.

Егер

$$T_u = \frac{2a}{Rb} \frac{V - b}{V}, \quad (6)$$

болса, онда инверсиялық эффект орын алмайды ( $\Delta T = 0$ ). Ал егер  $T$  -ның мәні өрнек мәнінен кіші болса, эффект теріс болып, су буы суиды. Ал температура мәні одан үлкен болса – термодинамикалық эффект оң болып, су буы қызады.

Су буының (6) өрнекпен анықталатын бастапқы температурасы инверсиялық деп аталады. Ал,  $T$ ,  $V$  жазығындағы (6) өрнекке сәйкес график инверсия қисығы деп аталып, ол шын мәнінде оң және теріс эффектілердің шекаралық қисығы болып табылады, яғни осы инверсия қисығынан жоғарыда жатқан нүктелер біздің қарастырып отырған жағдайымыздағы оң эффектіге ( $\Delta T > 0$ ), ал төменде жатқан нүктелер – теріс эффектіге ( $\Delta T < 0$ ) сәйкес келеді. Қалыптасқан тәжірибе инверсиялық температура мәнінің шамамен заттың кризистік температурасынан ( $T_k$ ) алты есе үлкен мәніне тең екенін көрсетіп отыр. Яғни

$$T_u \approx 6T_k = \frac{48a}{27bR}. \quad (7)$$

Өртүрлі заттар (газдар) үшін температураның осы мәндерін білу арқылы аталған инверсиялық эффектілерді сапалық тұрғыдан бағалауға болады. Біздің жағдайымызда бұл үдерістер нақты су буына қатысты қарастырылып отыр. Су буының кризистік температурасы шамамен  $T_k \approx 647K$  екені белгілі [6], олай болса бұл жағдай үшін инверсиялық температура  $T_u = 3883K$ , ал қарастырылып отырған кебу үдерісі өнеркәсіпте (мысалы, керамикалық материалдар өндірісінде) әдетте 470-490K температуралар жағдайында жүргізілетіндігі белгілі. Яғни үдеріс кезіндегі үлгі ішіндегі су буының алғашқы температурасы инверсиялық температурадан әлде қайда аз болатындығын байқаймыз. Бұл жағдайда теріс инверсиялық эффект ( $\Delta T < 0$ ) орын алатындығы анық. Қылтүтікті қуысты материалдардың кебу технологиясын іске асыру барысында жоғарыда қарастырылған инверсиялық эффектілерді ескерудің қажеттілігі туындайды.

Жоғарыда келтірілген инверсиялық эффектілерді сапалық және сандық тұрғыдан бағалау мақсатында кебу үдерістерін сипаттайтын кинетикалық теңдеулерді қарастырайық. Кебу үдерісінің екінші сатысы зоналық диффузиялық сипатта өтетіндіктен оларды модельдік үлгілер үшін (шексіз пластина, шексіз цилиндр және шар) сипаттау мақсатында мынадай дифференциалды теңдеулерді қолдануға болады.

Пластина үшін:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{D_{\phi}}{x}; \quad (8)$$

Цилиндр үшін:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{D_{\phi}}{(R-x) \ln \frac{R}{R-x}}; \quad (9)$$

Шар үшін:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{D_{\phi}}{x} \cdot \frac{R}{R-x}, \quad (10)$$

мұндағы,  $D_{\phi}$  -эффективті диффузиялық коэффициент;  $\tau$ - уақыт;  $x$ -үлгінің кебу үдерісі жүріп өткен сыртқы бөлігінің қалыңдығы;  $R$ - анықтаушы өлшем, цилиндр және шар үшін оның радиусы, ал пластинка үшін оның қалыңдығының жартысы. Келтірілген (8) - (10) дифференциалды теңдеулерін  $\tau = 0, x = 0$  болатын бастапқы шартты ескере отырып интегралдау арқылы мынадай өрнектерді аламыз:

$$\frac{x^2}{2} = D_{\phi} \tau; \quad (11)$$

$$\frac{(R-x)^2}{2} [\ln(R-x) - \ln R - \frac{1}{2}] + \frac{R^2}{4} = D_{\phi} \tau \quad (12)$$

$$\frac{x^2}{2} \left( 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{R} \right) = D_{\phi} \tau. \quad (13)$$

Келтірілген теңдеулерді пайдаланып қылтүтіктіқуысты модельдік үлгілердегі кебу бетінің ішкі қабаттарға жылжу механизмін бағалауға болады. Келтірілген теңдеулерді түрлендіру арқылы кебу барысындағы су буының салыстырмалы массасының өзгерісін, яғни модельдік үлгілердегі үдеріс кинетикасын сипаттайтын мынадай теңдеулерді алуға болады:

$$\frac{\left(\frac{\Delta m_{\tau}}{m_c}\right)^2}{2} = \frac{D_{\text{эф}} \tau}{R^2}; \quad (14)$$

$$\frac{1}{4} \left[ \left(1 - \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c}\right) \ln \left(1 - \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c}\right) + \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c} \right] = \frac{D_{\text{эф}} \tau}{R^2}; \quad (15)$$

$$\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{2}{3} \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c} - \left(1 - \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c}\right)^{2/3} \right] = \frac{D_{\text{эф}} \tau}{R^2}, \quad (16)$$

бұлардағы  $\Delta m_{\tau}$  - кебу барысында ( $\tau$  уақыт ішінде) үлгіден сыртқы ортаға диффузиялық жолмен шығып кеткен бу массасы,  $m_c$  - кебу үдерісінің екінші сатысы басталар сәттегі үлгі бойындағы физикалық байланыстағы судың жалпы массасы.

Келтірілген (14)-(16) теңдеулердің оң жағындағы бірдей өрнек массатасымалдау үшін (диффузиялық) Фурье критерийі  $F_{0m} = \frac{D_{\text{эф}} \tau}{R^2}$  болып табылады. Бұл жағдайдағы ( $F_{0m}$ ) Фурье критерийі үлгілердегі екінші сатыдағы кебу үдерісінің жалпылама ұзақтығын сипаттайды.

Келтірілген кинетикалық теңдеулерді пайдаланып инверсиялық үдерістерге байланысты туындайтын жылуэффеқтілерін сандық тұрғыдан жоғарыда келтірілген (5) теңдеу арқылы былай бағалауға болады

$$Q_v = C_p v (T_2 - T_1) = v \left( \frac{RbT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right), \quad (17)$$

мұндағы  $v$  - су буының мөлшері.

Жоғарыда изотермиялық жағдайдағы кебу үдерісінің механизмі мен кинетикасы қарастырылды. Кейбір жағдайларда бұл үдерістер қыздыру барысында, яғни изотермиялық емес режимдерде жүруі мүмкін.

Қыздыру барысындағы диффузиялық коэффициенттің температураға тәуелділігін сипаттайтын мынандай заңдылық белгілі

$$D_{\text{эф}} = D_0 e^{-E/R_c \cdot T} \quad (18)$$

мұндағы  $D_0$  – қарастырылып отырған үдеріс үшін тұрақты шама,  $E$  – активациялық энергияны сипаттайтын шама,  $R_c$  - универсал газ тұрақтысы,  $T$ - температура. Осы өрнекті ескеріп модельдік үлгілердегі (пластина, цилиндр және шар) кебу үдерісінің екінші сатысының механизмін жуықтап сипаттайтын теңдеулерді жоғарыдағы (11) - (13) негізінде былай жазуға болады:

$$\frac{x^2}{2} = D_0 e^{-E/R_c \cdot T} \tau; \quad (19)$$

$$\frac{(R-x)^2}{2} \left[ \ln(R-x) - \ln R - \frac{1}{2} \right] + \frac{R^2}{4} = D_0 e^{-E/R_c \cdot T} \tau. \quad (20)$$

$$\frac{x^2}{2} \left( 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{R} \right) = D_0 e^{-E/R_c \cdot T} \tau. \quad (21)$$

Қарастырылып отырған кебу үдерістерінің изотермиялық емес жағдайдағы кинетикасын жуықтап сипаттау мақсатында (19)-(21) негізінде мынадай теңдеулерді алуға болады:

$$\frac{\left(\frac{\Delta m_{\tau}}{m_c}\right)^2}{2} = \frac{D_0 e^{-E/R_s T} \tau}{R^2}; \quad (22)$$

$$\frac{1}{4} \left[ \left(1 - \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c}\right) \ln \left(1 - \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c}\right) + \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c} \right] = \frac{D_0 e^{-E/R_s T} \tau}{R^2}; \quad (23)$$

$$\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{2}{3} \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c} - \left(1 - \frac{\Delta m_{\tau}}{m_c}\right)^{2/3} \right] = \frac{D_0 e^{-E/R_s T} \tau}{R^2}. \quad (24)$$

Жоғарыда келтірілген модельдік үлгілердегі кебу үдерісінің екінші сатысындағы механизмі мен кинетикасын сипаттайтын теңдеулерді қолдана отырып, изотермиялық емес жағдайда орын алатын инверсиялық эффектілерді сапалық және сандық тұрғыдан жуықтап бағалауға мүмкіндік бар.

Сонымен жоғарыда келтірілген нәтижелер қылу үдерістерінің екінші сатысында орын алуы мүмкін инверсиялық сипаттағы термодинамикалық эффектінің салдарынан болатын жылу шығынын, яғни технологиялық отын шығынын ескеру қажет екен.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Лыков М.В. Теория сушки «Энергия». - Москва.- 1968.- 472 с.
- 2 Кулбек М.К., Хамраев Ш.И. К теории второго периода сушки капиллярнопористых материалов. – Сборник научных докладов «Современные проблемы теории волн и разрушения». – Алматы, 2001г. –32-36 стр.
- 3 Сивухин Д.В. Общій курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика.-М.: Наука,1990.-С.592.
- 4 Құлбекұлы М. Молекулалық физика және термодинамика .- Алматы : «Қарасай» баспасы, 2005.-240б.
- 5 Кулбеков М.К. К термодинамике процессов газопереноса при фазовых и химических превращениях в теплотехнологии капиллярнопористых материалов. – Поиск (Изденіс). №1(1)/2012.–135-139 бб.
- 6 Рид Р., Праускиц Дж., Шервуд Т.Свойства газов и жидкостей. Пер. с англ. –Л.: Химия, 1982. –592с.

МРНТИ 20.01.45:14.07.09  
УДК 002.6:37.016:37.013

М.Т. Салбырова<sup>1</sup>, А.Н. Бейкитова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

**PISA ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ЗЕРТТЕУІН ЖҮРГІЗУ АЯСЫНДА ОҚУШЫЛАРДЫҢ ФИЗИКА САБАҒЫНДА ЖАРАТЫЛЫСТАНУ САУАТТЫЛЫҒЫН ДАМУ**

*Аңдатпа*

Мақалада тұлғаны қалыптастыру мен алған білім сапасын сырттай бағалаудың маңызды құралы PISA (Programme for International Student Assessment) халықаралық мониторингтік зерттеуі қарастырылады. Бұл зерттеу - көптеген халықаралық сарапшылар үшін білім беру сапасының бірден-бір көрсеткіш. Ол оқушылардың пәндер бойынша білімді меңгеру деңгейі мен сапасын ғана емес, оқушылардың оқу жетістігін сырттай бағалау аясында функционалдық сауаттылықтың мынадай түрлері бағаланады: оқу сауаттылығы (қазақ тілі, орыс тілі); математикалық сауаттылық; жаратылыстану ғылыми сауаттылық (физика, имия, биология, география). Халықаралық зерттеулерде оқушылардың білім мен білік сапасының негізгі көрсеткіштерінің бірі - жаратылыстану сауаттылығы болып табылады. Ғылыми жаратылыстану сауаттылығы нақты жағдайларда ғылыми әдіс көмегімен шешілетін және зерттелінетін мәселелерді анықтау. Сондай –ақ, жаратылыстану ғылыми сауаттылық, ғылыми және инновациялық қызметтің қолдауына қабілеттілігін енгізе отырып, қоғамның мәдениет деңгейін көрсетеді.

**Түйін сөздер:** PISA, зерттеу, оқу сауаттылығы, математикалық сауаттылық, жаратылыстану ғылыми сауаттылық,қызығушылық, оқу стратегиясы, ақпарат көздері.

Аннотация

М.Т. Салбырова<sup>1</sup>, А.Н. Бейкитова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Казахский национальный педагогический университет им.Абая, Алматы, Казахстан

**PISA ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ЗЕРТТЕУІН ЖҮРГІЗУ АЯСЫНДА ОҚУШЫЛАРДЫҢ ФИЗИКА САБАҒЫНДА ЖАРАТЫЛЫСТАНУ САУАТТЫЛЫҒЫН ДАМУ**

В статье рассматривается международное мониторинговое исследование PISA (Программа международной оценки студентов), которая является важным инструментом для внешней оценки качества образования. Это исследование является единственным показателем качества для многих международных экспертов. Оценивается не только уровень и качество знаний студентов по дисциплинам, но и внешняя оценка академических достижений студентов: грамотность (казахский, русский); математическая грамотность; естественнонаучная грамотность (физика, химия, биология, география). В международных исследованиях одним из ключевых показателей знаний и умений учащихся является естественная грамотность. Научная грамотность может быть решена в научно-практических ситуациях и для выявления проблем, требующих изучения. Естественнонаучная грамотность, а также умение поддерживать научную и инновационную деятельность демонстрируют культуру общества.

**Ключевые слова:** PISA, исследование, грамотность, математическая грамотность, естественнонаучная грамотность, интерес, стратегии обучения, источники информации.

Abstract

**POSSIBILITIES AND ADVANTAGES OF THE PERSON - ORIENTED TRAINING OF PUPILS THROUGH INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES Salbyrova**

Salbyrova M.T.<sup>1</sup>, Beikitova A.N.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The article deals with the international PISA surveys (International Students' Appraisal Program), which is a major tool for internationally recognized students. This research is a unique example of international expertise for many years. Appreciate not only the degree and qualification of students in the discipline, but also the exception of the academic achievement of academic students: literacy mathematical certificate; natural genre (physics, name, biology, geography).

In the world of research, one of the key figures of knowledge and understanding is based on the purest grammar. The scientific literacy of science can be resolved in scientifically-practical situations and for the development of the problem, demanding learning. The gifted certificate, as well as the science and innovation, demonstrate the culture of society.

**Keywords:** PISA, research, grammar, mathematical certificate, natural writing, Interests, strategies, learning resources.

Қазақстан Республикасы 2011 - 2020 жылдарға арналған білім беруді дамытудың Мемлекеттік бағдарламасында «Қазақстан Республикасында ел басшылығының адами капиталды дамытудың қажеттілігі мен маңыздылығын түсініп, білім беру жүйесін реформалауды бастауға және жүргізуге жан-жақты қолдау көрсетуінің нәтижесінде білім беруді қарқынды дамыту мен жаңғырту мүмкін болып отыр» делінген [1]. Бұл Қазақстанның білім беру жүйесінің 2020 жылға дейін білім сапасын халықаралық деңгейде нәтиже беретінін айқындайды. Бүгінгі таңда ақпараттық білім кеңістігінде білім берудің ролін арттыру жағдайында еліміздің әлеуметтік-экономикалық даму деңгейінің өлшемі ретінде білім беру жүйесін жаңа тәсілдерге бағдарлау маңызды.

Қазақстан Республикасының «Білім туралы» заңының 8 – бабында «Білім беру жүйесінің басты міндеті – ұлттық және жалпы адамзаттық құндылықтар, ғылым мен іс - тәжірибе жетістіктері негізінде жеке адамды қалыптастыруға, дамытуға және кәсіби шыңдауға бағытталған білім алу үшін қажетті жағдайлар жасау» деп атап көрсетілген [2].

Тұлғаны қалыптастыру мен алған білім сапасын сырттай бағалаудың маңызды құралы PISA (Programme for International Student Assessment) халықаралық мониторингтік зерттеуі болып табылады. Бұл зерттеу - көптеген халықаралық сарапшылар үшін білім беру сапасының бірден-бір көрсеткіші.

Халықаралық PISA зерттеуінің мақсаты - 15-16 жас аралығындағы білім алушылардың оқу сауаттылығы, математикалық сауаттылық пен жаратылыстану сауаттылығын бағалау. 2009 жылы Қазақстан 15 жастағы білім алушылардың сауаттылығын тексеруге арналған PISA зерттеуіне қатысып көрді. PISA-2000 бірінші кезеңіне 43 ел қатысты, оның ішінде 34 ел ЭЫДҰ-ның мүшесі, ал PISA-2015 кезеңіне 71 ел қатысты [3]. Ол оқушылардың пәндер бойынша білімді меңгеру деңгейі мен сапасын ғана емес, оқушылардың оқу жетістігін сырттай бағалау аясында функционалдық сауаттылықтың мынадай түрлері бағаланады: оқу сауаттылығы (қазақ тілі, орыс тілі); математикалық сауаттылық; жаратылыстану ғылыми сауаттылық (физика, химия, биология, география). Халықаралық зерттеулерде оқушылардың білім мен білік сапасының негізгі көрсеткіштерінің бірі - жаратылыстану сауаттылығы.

Ғылыми жаратылыстану сауаттылығы нақты жағдайларда ғылыми әдіс көмегімен шешілетін және зерттелінетін мәселелерді анықтау болып табылады. Жаратылыстануға арналған тапсырмаларды орындау барысында оқушылардан жаратылыстанудың тексерілетін бөлімдері бойынша негізгі түсініктерді, заңдар мен ұстанымдарды білуін көрсете алуы ғана емес, оларды мәселелерді шешуде пайдалана алу қабілеттері, табиғат құбылыстарына түсінік беруі, қарапайым зерттеулер жүргізіп, олардың нәтижелерін ұсынулары талап етіледі. Ғылыми жаратылыстану сауаттылық, ғылыми және инновациялық қызметтің қолдауына қабілеттілігін енгізе отырып, қоғамның мәдениет деңгейін көрсетеді. Мектепте алған білімін күнделікті өмірдегі жағдайларда қолдану, қойылған мәселені ғылыми әдіспен шешу, әртүрлі ақпарат көздерімен жан-жақты жұмыс істей алу және оны сыни тұрғыдан бағалау, әр түрлі болжамдар көрсете отырып, оның дұрыс немесе бұрыстығына зерттеулер жүргізу, айтылған көзқарастарды дәлелдеу және негіздеу қабілеттілігі бағаланады [4].

Жаратылыстану сауаттылығы дегеніміз - жаратылыстану білімдерін қолдану, проблемаларды анықтау және қоршаған әлемді және адам іс-әрекетіндегі өзгерістерді түсіну үшін, сондай-ақ тиісті шешімдер қабылдау үшін қажетті тұжырым жасау қабілеті [5].

PISA тапсырмаларына мысал:

Мыс сымды темір төске қойып соққылаған. Сол кезде оның ішкі энергиясы қалай өзгереді? Әрбір пайымдауда «Иә» немесе «Жоқ» жауаптарының бірін айналдыра сызыңыз.

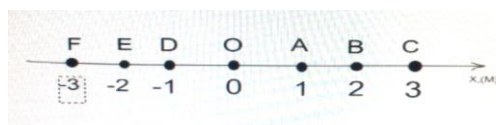
| Келесі жағдайлар орындала ма? | Иә немесе Жоқ |
|-------------------------------|---------------|
| Ішкі энергиясы өзгермейді     | Иә/ Жоқ       |
| Жылу алмасу арқылы артады     | Иә/ Жоқ       |
| Жылу істеу арқылы артады      | Иә / Жоқ      |
| Жылу алмасу арқылы азаяды     | Иә / Жоқ      |

Газға изобаралық жолмен  $Q$  жылу мөлшері берілгенде ол  $A$  жұмыс атқарды. Жүйенің ішкі энергиясының өзгерісі қалай болады? Әрбір пайымдауда «Иә» немесе «Жоқ» жауаптарының бірін айналдыра сызыңыз.

| Жүйенің ішкі энергиясының өзгерісі     | Иә немесе Жоқ |
|----------------------------------------|---------------|
| Кері таңбамен алынған жұмысқа тең      | Иә/ Жоқ       |
| Жылу мөлшеріне тең                     | Иә/ Жоқ       |
| Жылу мөлшерінен жұмысты шегергенге тең | Иә / Жоқ      |
| Жүйенің ішкі энергиясы жоқ болады      | Иә / Жоқ      |

Ауасы сорылған түтіктің бір шетінде бытыра, тығын және құс қауырсыны бар. Түтікті төңкерген кезде, үшеуі бірдей қозғала бастайды. Түтіктің төменгі шетіне бұрын қайсысы жетеді? Әрбір пайымдауда «Иә» немесе «Жоқ» жауаптарының бірін айналдыра сызыңыз.

| Түтіктің төменгі шетіне бұрын жетеді | Иә немесе Жоқ |
|--------------------------------------|---------------|
| Бытыра                               | Иә/ Жоқ       |
| Бытыра, тығын және құс қауырсыны     | Иә/ Жоқ       |
| Үшеуі бірдей                         | Иә / Жоқ      |
| Құс қауырсыны                        | Иә / Жоқ      |



Бала түзу сызықты қозғала отырып D нүктесінен бастап B нүктесіне барады, кейін E нүктесіне барады. Осы кездегі жол мен орын ауыстыру қалай болады?

- A. 6 м және 2м                      B. 7 м және 1м  
C. 6 м және 2м                      D. 7 м және 2м

PISA-ны дамыған мемлекеттердің статистика, білім және өндіріс салаларының ең мықты мамандары құрып, жылда жетілдіріп отырады. PISA халықаралық зерттеуі оқушы қабілетін мектепте оқып жүрген кезінде алған білімін пайдалануға, пәнаралық және практикалы-бағытталған мазмұнды түрлі есептерді шешуге, келешекте әрі қарай оқуға және қоғамда табысты әлеуметтену үшін математикалық және жаратылыстану ғылыми сауаттылығын дамытуға бағытталған.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

1 Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасын бекіту туралы ҚР Президентінің 2010 жылғы 7 желтоқсанындағы №1118 Жарлығы.

2 Мектеп оқушыларының функционалдық сауаттылығын дамыту жөніндегі 2012 – 2016 жылдарға арналған іс - қимыл жоспары. ҚР 2012 жылғы 25 маусымдағы № 832 Қаулысы

3 Білім алушылардың жетістігін халықаралық бағалау бағдарламасы // URL: [www.bilim-pavlodar.gov.kz](http://www.bilim-pavlodar.gov.kz)

4 Ковалева Г.С. Основные результаты международного исследования качества математического и естественнонаучного образования TIMSS-2011. Аналитический отчет. -М.: ИСМО РАО, НФПК, 2013. – 58 с.

5 2019-2020 оқу жылында Қазақстан Республикасының орта білім беру ұйымдарында оқу-тәрбие процесін ұйымдастырудың ерекшеліктері туралы: Әдістемелік нұсқау хат. – Нұр-Сұлтан: Ы. Алтынсарин атындағы Ұлттық білім академиясы, 2019. – 440 б.

МРНТИ 29.01.45

УДК 31:167/168:32.973

*Ж.Қ. Сыдықова<sup>1</sup>, Р.Р. Жумабекова<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## **ЕСТУ СЕЗІМТАЛДЫҒЫНЫҢ СИПАТТАМАЛАРЫ. КЛИНИКАДАҒЫ ДЫБЫСТЫҚ ЗЕРТТЕУ ӘДІСТЕРІНІҢ ФИЗИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІНІҢ КЕЙБІР МӘСЕЛелЕРІ**

*Аңдатпа*

Бұл мақалада дыбыс есту сезім мүшелерінің көзі болғандықтан оның объективті сипаттамаларымен бірге субъективті, яғни адам және басқа да тірі ағзалардың тітіркену қабілетіне қарай анықталатын сипаттамалары қарастырылды. Есту мүшесі дыбыстарды анықтап ажыратуға көмектеседі. Зертхана негізінде өлшеу аспаптарының бірі- аудиометр құралы арқылы адам құлағының ең жақсы есту аралығын анықтау. Дыбыстың қаттылығы есту мүшесінің шектік деңгейі көрсетіліп, қаттылық дыбыстың қарқындылығына тәуелді болуы керек. Бұл тәуелділік дыбыс толқыны әсерінің құлақ сезімталдығына негізделген күрделі сипат алады. Сезімталдық құлақтың дыбыс толқынының физикалық сипаттамасына тәуелді физиологиялық қасиеті анықталды. Дыбыстың қаттылығын өлшеу үшін дыбыс тербелістерін элетр тербелістеріне айналдыратын шуыл өлшегіштер қолданылды сонымен қатар есту мүшесінің биофизикасы, құлылысы, есту мүшесінің гигиенасы, құлақ мүкістігі, диагнозы, емдеу шаралары жасалынды.

**Түйін сөздер:** Октава, шуыл өлшегіштер, реверберация, тұрғын толқындар, құлақ мүкістігі.

*Abstract*

## **CHARACTERISTICS OF HEARING SENSITIVITY. SOME PROBLEMS OF PHYSICAL FOUNDATIONS OF SOUND RESEARCH METHODS IN THE CLINIC**

*Sydykova Zh .K. <sup>1</sup>, Zhumabekova R. R. <sup>1</sup>*

*<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

In this article, sound is a source of auditory sensations, along with its objective characteristics, characteristics of the subject, which are determined by the irritating ability of humans and other living organisms. A hearing aid helps detect sounds. One of the laboratory-based measuring instruments is to determine the best human hearing tone using an audiometer. The acoustic level of the ear should be determined by the level of the hearing aid, and the stiffness depends on the intensity of the sound. This dependence is compounded by the sensitivity of the sound signal to sound. The physiological properties of the sensory ear are determined depending on the physical characteristics of the sound wave. Noise measurements were used to measure sound vibrations in the form of electrode vibrations for measuring sound volume, as well as for biophysics, hearing loss, hearing loss, ears, diagnostics and therapeutic measures.

**Keywords:** octave, sound level meter, reverberation, longitudinal wave, ear hearing loss.

Аннотация

Ж.К.Сыдыкова<sup>1</sup>, Р.Р.Жұмабекова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СЛУХА. НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИЧЕСКИХ ОСНОВ ЗВУКОВЫХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ В КЛИНИКЕ

В статье исследуется природа слуха, как источника сенсорного восприятия, а также его объективные характеристики, которые определяются субъективной, то есть раздражающей способностью людей и других живых организмов помогать обнаруживать и различать звуки. Слуховой аппарат помогает обнаруживать звуки. Одним из лабораторных измерительных приборов для определения наилучшего диапазона слуха человека является аудиометр. Громкость звука должна определяться уровнем слуха, а жесткость зависит от интенсивности звука. Эта зависимость усугубляется чувствительностью уха к воздействию звуковых волн. В статье определены физиологические свойства сенсорного уха в зависимости от физических характеристик звуковой волны. Измерения шума были использованы для измерения звуковых колебаний в форме колебаний электрода для измерения громкости звука, а также для биофизики, потери слуха, нарушений слуха, диагностики и терапевтических мер.

**Ключевые слова:** Октава, шумомеры, ревеберация, продольная волна, ушная тугоухость.

Дыбыс есту сезім мүшелерінің көзі болғандықтан оның объективті сипаттамаларымен бірге субъективті, яғни адам және басқа да тірі ағзалардың тітіркену қабілетіне қарай анықталатын сипаттамалары да қарастырылады.

Есту мүшесінде дыбыстың субъективті сипаттамаларына мыналар жатады: 1) жоғарылығы; 2) ырғақ (тембр); 3) қаттылығы. Дыбыс жоғарылығы тонның жиілігімен, сонымен қатар аздаған мөлшерде тон күрделілігі мен қарқындылығы арқылы сипатталады. Ырғақ – спектрлік құраммен анықталады. Қаттылық – тербеліс амплитудасымен анықталады.

Дыбыстың жоғарылығын бағалау үшін құлақ еститін дыбыс аймағы *октава* деп аталатын интервалдарға бөлінеді. Октава – шеткі екі жиілігінің қатынасы екіге тең болатын тон жоғарылығының ара қашықтығы [1].

Бірдей жиіліктегі күрделі тондар тербеліс түрі, яғни гармониялық спектрлері бойынша ерекшеленеді. Бұл ерекшелік құлаққа дыбыс ырғағы ретінде қабылданады. Мысалға, әртүрлі адамдардағы жиілігі бірдей сөздік дыбыстар ырғақтары бойынша ерекшеленеді.

Ортада еркін таралатын дыбыс *қума толқын* болып табылады. Ортаның белгілі бір аймағында ғана таралатын дыбыс толқындарын *тұрғын толқындар* деп атайды. Дыбыс толқыны тербеліс жиілігінің ортаның меншікті жиілігімен дәл келуі әсерінен тербеліс амплитудасы кенеттен артып кетеді, бұл құбылыс *дыбыстық резонанс* деп аталады және дыбысты күшейту үшін қолданылады.

Дыбыстың қаттылығы есту мүшесінің шектік деңгейін көрсетеді. Қаттылық дыбыстың қарқындылығына тәуелді. Бұл тәуелділік дыбыс толқыны әсерінің құлақ сезімталдығына негізделген күрделі сипат алады. Сезімталдық – құлақтың дыбыс толқынының физикалық сипаттамасына тәуелді физиологиялық қасиеті. Барлық сезім ағзаларының жалпы қасиетіне байланысты тітіркендіруші күшке бейімделуін *адаптация* деп атайды. Бейімделу әсерінен құлақтың сезімталдығы төмендейді немесе артады. Сондықтан құлақ өте кең аралықтағы қарқынды дыбыстарды қабылдай алады, алайда бірдей тербеліс жиілігіндегі дыбыс қаттылығы мен қарқындылығының арасында да тура пропорционалдық жоқ.

Тәжірибе көрсеткендей, тітіркендіру деңгейінің аздаған тітіркену өзгерісі  $\Delta I$ - ді тудыратын, бейімделумен байланысты тітіркендіру күшінің өсуі  $\Delta I$ , бастапқы тітіркендіру күші  $I$ -ге қатынасы тітіркенудің барлық аймағында  $\Delta I / I$  қатынасы тұрақты болатындай тәуелділікте болады. Бұл *Вебер заңы* деп аталады [2].

Алайда, дыбыстың тітіркендіру шамасын геометриялық прогрессия бойынша өзгертсек, оны сезіну арифметикалық прогрессия бойынша өзгереді.

Мысалы:  $aI_0, a^2I_0, a^3I_0 - (a - \text{коэфф.}); E_0, 2E_0, 3E_0$  т.с.с.

Дыбыс қаттылығын сезіну мен тітіркендіруші арасындағы байланысты *Вебер-Фехнер заңы* бойынша өрнектеуге болады:

$$E = k \lg(I / I_0), \quad (1.1)$$

мұндағы  $k$  - жиілік пен қарқындылыққа тәуелді пропорционалдық коэффициент.

Шартты түрде 1кГц жиілік кезіндегі дыбыстың қаттылығы мен қарқындылығы бір-бірімен сәйкес келеді деп есептейді, яғни  $k = I$  және,

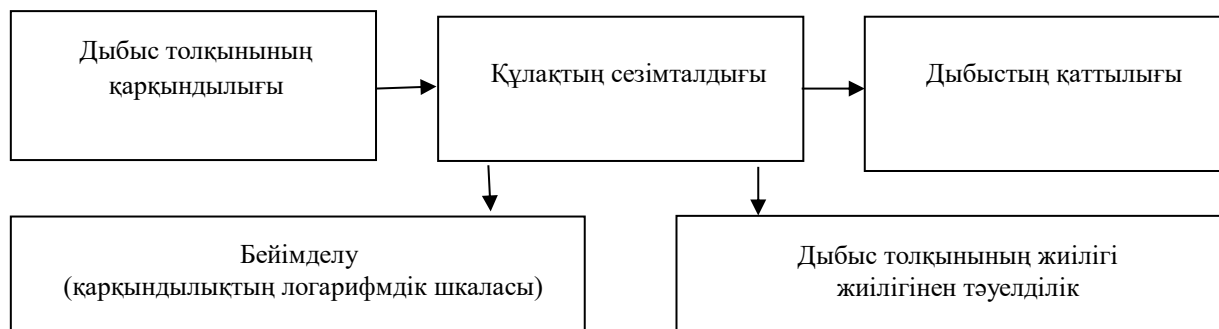


$$E_B = \lg(I / I_0) \text{ немесе } E_\phi = 10 \lg(I / I_0) . \quad (1.2)$$

Қарқындылық шкаласынан қаттылық шкаласын ажырату үшін децибелді *фонмен* алмастырады. Адам құлағының ең жақсы есту аралығы 2500-3000 Гц .

Есту шапшаңдығын өлшеу әдісін *аудиометрия* деп атайды. Аудиометрия арқылы әртүрлі жиіліктегі есту сезімталдығын анықтайды, алынған қисықты *аудиограмма* деп атайды [3].

Аудиометрия аудиометр деп аталатын аппараттың көмегімен жүзеге асырылады. Оның негізгі тегігі дыбыстық жиіліктің барлық аймағындағы дыбыс қарқындылығының деңгейі мен жиілігін аса дәлдікпен және тәуелсіз реттеп отыратын дыбыстық генератор болып табылады (1-сурет).



Сурет 1. Дыбыстық генератор сызбасы

Адам ағзасындағы биологиялық өзгерістерді зерттеудің ең кең тараған түрі – *аускультация* (тыңдау) деп аталады. Аускультация үшін *стетоскоп* немесе *фонендоскоп* қолданылады. Аускультация өкпедегі шуылдар мен сырылдарды анықтауға көмектеседі. Жүректің жұмыстық режимін анықтау үшін осы әдіске ұқсас *фонокардиография* әдісі қолданылады. Бұл әдістен басқа денені тікелей тоқылдату арқылы зерттеу әдісін *перкуссия* деп атаймыз.

Дыбыстық толқындар өз жолындағы бөгеттерге соғылу арқылы жұтылады және шағылады. Ең көп жұтатыны жұмсақ денелер, ал шағылдыратыны қатты денелер.

Дыбыс көзін ажыратқаннан кейінгі дыбыстың бірте-бірте өшу үрдісі *реверберация* деп аталады. Дыбыстың қаттылығын өлшеу үшін дыбыс тербелістерін электр тербелістеріне айналдыратын – *шуыл өлшегіштер* (шумомеры) қолданылады.

### Есту мүшесінің биофизикасы

Адам есту мүшесі арқылы қоршаған ортадан әр түрлі дыбыстарды қабылдап талдайды. Есту мүшесі дыбыстарды анықтап ажыратуға көмектеседі. Адамдармен сөз арқылы қарым-қатынас жасайды. Еңбек майданында да есту мүшесінің алатын орны ерекше. Есту мүшесі дыбыс пен тепе-теңдікті сезеді.

Құрылысы: есту мүшесі - құлақ. Құлақ 3 бөлімнен тұрады: сыртқы, ортаңғы, және ішкі құлақ.

Сыртқы, құлаққа құлақ қалқаны, мен сыртқы дыбыс жолы жатады. Құлақ қалқаны ауадағы дыбыс тербелістерін құлақтың ішіне бағыттайды. Сыртқы дыбыс жолдарының ішкі шеті жұқа, тығыз, керілген дабыл жарғағымен бітеді. Оның шеміршекті бөлігінде май бездері мен сарғыш түсті секрет – құлық көп бөлінеді. Ал сыртқы есту жолындағы түктер қорғаныш қызметін атқарады: шаң, тозаңды, ұсақ жәндіктерді, микробтарды тұтып қалады. Құлақ қалқаны дыбыс тербелістерін қабылдайды да оны дабыл жарғағына жібереді. Сыртқы дыбыс жолдары арқылы дыбыс толқындары дабыл жарғағына, содан соң ортаңғы құлаққа өтеді. Дабыл жарғағы сыртқы құлақты ортаңғы құлақтан бөліп тұрады.

Ортаңғы, құлақ дабыл жарғағынан кейін басталады, ол самай сүйегінің ішінде орналасқан. Ортаңғы құлақтың ішінде ауа болады. Ортаңғы құлақ қуысы есту түтігі арқылы жұтқыншақпен жалғасады. Адам есінегенде, жұтынғанда есту түтігінің өзегі жұтқыншаққа ашылады, жай уақытта жабық болады. Ортаңғы құлақтың қуысында бірімен-бірі буын арқылы байланысқан 3 дыбыс сүйекшелері (балғашық, төс, үзеңгі) орналасқан. Үшеуін қосқандағы салмағы шамамен 0,05 г. Сүйекшелердің сырты сілемейлі қабықшамен қапталған. Балғашық, төс, үзеңгі деген атаулар пішіндері осы заттарға ұқсайтындықтан қойылған. Балғашық сүйегінің жіңішке шеті дабыл жарғағымен бітісіп кеткен. Жуандау шеті буын арқылы төс сүйекшесімен, ол үзеңгі сүйекшесімен қозғалмалы байланысады. Бұл сүйекшелер ортаңғы құлақтың қуысы арқылы дыбыс толқынын өткізеді. Дабыл жарғағының тербелісі алдымен осы үш сүйекке, содан соң ішкі құлаққа беріледі. Ортаңғы құлақ қуысындағы қысым атмосфера қысымымен

бірдей. Қысым кенеттен төмендеп немесе жоғарылап кетсе, құлақ бітеліп уақытша естімей қалады (әсіресе бұл ұшқанда байқалады).

Мұндай жағдайда жиі-жиі жұтыну керек. Адам жұтынғанда ортаңғы құлақ қуысындағы қысым атмосферадағы ауа қысымымен теңеседі.

Ортаңғы құлақтың бұлшық еттері дабыл жарғағы мен дыбыс сүйекшелері тізбегінің қалыпты тонусын сақтау, ішкі құлақты шамадан тыс дыбыстық тітіркендірулерден қорғау; дыбыс өткізгіш аппараты дыбыстық толқындарға бейімдеу қызметтерін атқарады.

Ішкі құлақтағы қуыстар мен иірім өзекшелерден тұратын күрделі жүйені шытырман (лабиринт) деп атайды. Мұндағы шытырманның сыртқысы - сүйекті, ал ішкісі - жарғақты шытырман деп аталады. Шытырмандар - есту мен тепе-теңдік мүшелері. Сүйекті шытырманның ішінде жарғақты шытырман орналасады. Жарғақты шытырманның қабырғалары жалпақ эпителиймен қапталған жұқа дәнекер тақташадан (пластинка) түзілген. Жарғақты шытырманның ішінде лимфа сұйықтығы болады. Оралма тәрізді ширатылған ұлу-дене - есту мүшесі. Бұл ұлудененің қуысы сұйықтыққа толы болады. Ұлуденедегі сезімтал жасушалар дыбыс толқынын қабылдап, козуды естужүйкесіне өткізеді. Қозу есту жүйкесі арқылы ми қыртысының самай бөлігіндегі есту орталығына жеткізіліп, талданып жинақталады [4-5].

Дыбыс өткізгіш аппаратына құлақтың сыртқы, ортаңғы, ішкі бөліктері мен перилимфа, эндолимфа, геликотрема жатса, дыбыс қабылдағыш аппаратына кортий мүшесінің сезімтал жасушалары ұлудың сүйекті бөлігіндегі спиральді түйін, есту жүйкесінің өткізгіш жолдары мен ядролары, ми қыртысының самай бөлігіндегі оң және сол жақтағы (ми орталығы) орталықтары жатады.

#### **Есту мүшесінің гигиенасы**

Есту мүшесінің қалыпты жұмыс істеуі алдымен тазалық сақтауға байланысты. Ол үшін құлақты сабындап жылы сумен жуып тұру керек. Әдетте, құлақтың сыртқы дыбыс жолының бездерінен құлық бөлінеді. Құлық шаң-тозаң мен зиянды микробтарды ішке өткізбей қорғаныштық қызмет атқарады. Дегенмен, құлақта құлық көбейсе, адам естімей, керең болып қалуы мүмкін. Сондықтан құлықты ауық-ауық тазалап тұрған жөн. Құлынқты тазалағанда қатты, үшкір заттарды пайдалануға болмайды. Дабыл жарғағы зақымдануы мүмкін.

#### **Есту мүшесіне ішімдік өте зиян**

Мас адам дыбысты естігенімен, қай жақтан шыққанын бағдарлай алмайды. Тәлтіректеп барып қолайсыз жағдайға ұрынуы мүмкін.

Құлақ аурулары – құлақтың сыртқы, ортаңғы және ішкі бөліктерінде кездесетін дерттер. Құлақ аурулары жедел және созылмалы деп бөлінеді. Жиі кездесетін сыртқы құлақ ауруларына отит, перихондрит, отогематома, құлық, т.б. жатады. Әсіресе, балаларда жиі кездесетін түрі – сыртқы есту жолына бөгде дененің түсуі. Бұл кезде баланың құлағы қышып, есту қабілеті төмендейді. Осының салдарынан есту жолы терісі қабынып, сұйық зат бөлінеді. Емдеу үшін бөгде денені жою мақсатында спиртті тамшы тамызады, стерильді жылы ерітіндімен есту жолын тазалайды. Ауру асқынып кетсе хирургиялық операция жасалады. Ішкі құлақ ауруларынан есту жүйкесінің невриті мен отосклероз жиі кездеседі. Есту жүйкесінің невриті түрлі жұқпалы аурулардың (тұмау, қызылша, қызамық, т.б.) асқынуынан және құлаққа түрлі инфекциялардың түсуінен болады. Белгісі: құлақ үнемі шуылдап тұрады, адамның естуі төмендеп, тіпті сөйлеудің өзі қиындайды. Науқасты емдеу үшін мидың қан айналысын жақсартатын препараттар, В, С тобының витаминдерін ішкізеді, кейде лазерлі және төмен жиілікті магниттік терапия қолданылады. Отосклероз (грек. otos – құлақ, sklerosis – қатаю) – екі құлақтың да есіту қабілетінің төмендеуі [6]. Әдетте дыбыс толқыны дабыл жарғағынан және есіту сүйекшелерінен өтіп, есіту жүйкелерін тітіркендіреді. Ауру кезінде ортаңғы құлақты ішкі құлақпен жалғастыратын үзеңгі, төсше және балғашық сүйекшелері қозғалғыштық қабілетінен айырылады. Соның нәтижесінде дыбыс есіту жүйкелеріне жетпейді. Аурудың белгісі бірден байқалмайды, адамның естуі бірте-бірте төмендейді. Дәрі-дәрмекпен емдеу көп нәтиже бермейтіндіктен, көбіне есіттіргіш аппараттарды пайдалану не хирург. операция жасау қажет.

Құлақ мүкістігі – есту органының дерті. Құлақ мүкістігі әр түрлі құлақ аурулары (отит, отосклероз, т.б.) салдарынан, қабыну, мұрын, жұтқыншақ ауруларының, сондай-ақ, қызылша, тұмау, қызамық, т.б. жұқпалы аурулардың асқынуынан пайда болады. Кейде ұрықтың дамуы кезінде ортаңғы, ішкі құлақтың жетілмеуінен бала іштен туа естімейтін болуы мүмкін. Мұндайды туа пайда болған құлақ мүкістігі деп атайды. Бұл баланың дұрыс сөйлеуіне де әсерін тигізеді. Ересек адамның естімеуі, көбінесе, айқай-шудың ұзақ уақыт әсер етуінен, есту жүйкесі қызметінің бұзылуынан, уланудан, дәрі-дәрмектерді шамадан тыс ішуден, т.б. болады. Кейде адам уақытша естімей қалуы мүмкін. Мысалы,

құлаққа құлық қатқанда, құлақ ішіне ірінді жара шыққанда, т.б. Емі: құлақ мүкістігіне шалдықтырған ауруды тауып емдеу. Іштен туа біткен кемістікке кей жағдайда хирургиялық операция жасайды. Құлақ мүкістігінен тілі бұзылған баланы арнайы балабақша мен мектептерде сөйлеуге үйретеді.

**Диагноз.** Диагнозды қойғанда жұмысшы организмiне қатынасты ультрадыбыстың әсерiнiң жиiлiгi мiндеттi түрде көрсетiлген еңбек жағдайына санитарлық-гигиеналық сипаттаманы ескере отырып, клиникалық көрiнiстерiне сүйене, бiртiндеп дамығанын анықтаймыз. Ультрадыбыстық вегетативтi полиневропатияның дәл мәлiмет беретiн диагностикалық тестерi- алгезиметрия, динамометрия, термография, перифериялық реовазография.

### **Емдеу**

Вегетативтi полиневрит кезiнде емдiк шаралар қолданылады. Процестердiң айқындылық деңгейлерiне байланысты қолдың вегетативтi полиневриттерi кезiнде еңбек ету қабiлетiнiң сараптамасының сұрақтары шешiледi. Ол болмаған кезде немесе ауырсыну синдромы аз айқындылықта болса, жұмыс қабiлетi сақталынады. Жиi парестезия немесе ауырсыну сезiмдерiмен жүретiн вегетативтi тамырлар немесе сезiмталдықтың бұзылуларының айқындылығы кезiнде, науқастар ультрадыбыспен байланыстары бар жұмыстардан шектелiнедi. Алдын алу шаралары дыбыс қысымының адам ағзасына әсерлерiн төмендетуге арналған. Яғни оған ультрадыбыспен қатынаста болатын уақыт ұзақтығының қысқаруы, дистанционды басқаруларды қолдану, электромагниттiк толқындардан дыбыстарды шектейтiн экрандарды қолданулар, жеке басының қорғаныс заттарын қолдану жатады. Ультрадыбыспен қолдардың байланысын үзу мүмкiн болмаған жағдайларда резиналы перчаткаларды қолданады. Құралдардың шектейтiн қол саптары болу керек. Кезендi түрде 12 айда бiр рет, жұмыс басталғаннан кейiн алғашқы 36 айда бiр рет медициналық қараудан өту керек. Барлық тексерушiлерге суықтық сынамасын, вибрациялық сезiмталдықтарын тексеру керек. Шеткi тамырлардың ангиоспазмы, Рейно ауруы, облитерирлеушi эндартерит, шеткi жүйке жүйесiнiң сүлелi аурулары ультрадыбыспен байланыста болатын жұмыстар үшін медициналық қарсы көрсеткiш болып табылады

Негiзгi емдеу симптоматикалық және жалпы сауықтандыруға бағытталған. Ерте кезендiнде витаминотерапия – В1, В6, В12 витаминдерi, физиотерапия – тұзды-емдiк ванналар, парафинозокерит, лазеротерапия жүргiзiледi. Дәрiлiк заттардан мепробомат 0,2г iшке күнiне 2 реттен, айқын кезеңiнде-транквилизаторларды (аз мөлшерде аминозин, мепротан, триоксазин және т.б.) витаминдермен қоса тағайындайды. Мысалы: В1-күнде 1мл 6% ертiндiнi бұлшықетке (15-20 иньекция), В6-1мл 5% ертiндi (20 иньекция), В12-300-500мкг күн ара бұлшықет iшiне (15 иньекция); кокарбоксилаза бұлшықет iшiне 0,05г-нан 20-25 күн аралығында. Беллатамал (белластен) күнiне 2-3 реттен 1 таблетка, рудатель күнiне 1 таблетка. Физикалық әдiстердiң iшiнде Щербак әдiсiмен гальванизацияны кеңiнен пайдаланады, дарсонвализация, жалпы УК-сәулелер, озокериттi аппликация, массаж, радоидты, тұзды, күкiрт сутектi ванналар мен қатар рефлексотерапия [7].

### **Жұмысқа жарамдылықты тексеру**

Сырқаттылықтың айқындылығына байланысты экспертиза жекелеген және мақсатты болады. Аурудың бастапқы кезеңiнде уақытылы және белсендi емдеу жасалса, терапия тиiмдi болса еңбекке жарамдылығы сақталады. Жоғарғы аяқтамалардың тұрақты невропатиялық симптомдары кезiнде уақытша жұмыстан босатылуы, кәсiптiк бюллетень 2 айға емдеумен бiр уақытта берiледi. Санатории-профилакторияларда сауықтандыру тағайындалуы және толық диспансерлiк бақылауға алынуы.

Аурудың айқын симптомдарында және терапевтикалық әсердiң болмауында науқасты өндiрiстiк органның физикалық факторына ұшырамайтын жұмысқа (ультрадыбыс, шу, дiрiл) ауыстыру қажет. Егер рациональды жұмысқа орналастыру оның квалификациясын төмендетсе, ВТЭК-ке жұмысқа қаблеттiлiгiнiң жоғалту деңгейiн анықтау үшін жiберiледi. Кейiн реабилитациялық шаралар мен диспансерлiк бақылау жүргiзу керек.

### **Профилактика**

Ұйымдастыру-техникалық, гигиеналық және емдiк-профилактикалық шаралар ұсынылады. Өнеркәсiптiк ультрадыбысты қондырғылардың жетiлуi қажет, оған ультрадыбысты станоктар мен пiсiру машиналарының дыбыс қысымын төмендету, ультрадыбысты аппараттармен қолмен жұмыс жасауды шектеу және т.б. Қазiргi кезде құрал-жабдықтарды дистанционды жүргiзу таралуда. Жеке басты қорғау заттары: резеңкелi қолғаптар, шуға қарсы заттар. Емдеу-профилактикалық шараларға көктем-қыс мезгiлiнде витаминофилактика, физиотерапевтикалық процедуралар, гимнастикалық жаттығулар кешенi және т.б. жатады.

*Пайданылған әдебиеттер тiзiмi:*

- 1 Сайбеков Т. Көшенов Б. /Медициналық биофизика. Оқулық - Алматы «Қарасай» 2014 жыл, 53 б.
- 2 Адибаев Б.М. Алмабаева Н.М., Абилова М. // Биофизика пәнінен оқу әдістемелік құралы, Алматы, 2015 ж. 11-13 б.
- 3 Федорова В.Н., Степанова Л.А. // Краткий курс физики, Москва «Физматлит» 2008. 124 с.
- 4 Ремизов А.Н. Медицинская и биологическая физика: учебник – 4-е изд., М.: «ГЕОТАР-Медиа», 2012- 58 с.
- 5 Антонов В.Ф. Физика и биофизика: учебник. - М. «ГЕОТАР-Медиа», 2008. - 162с
- 6 Уалиханова Б.С., Турмамбеков Т.А. Медициналық факультет студенттеріне физиканы оқыту процесінде кәсіби құзіреттіліктерін қалыптастыру технологиясын қолдану // II Международная научно-практическая интернет конференция «Тенденции и перспективы развития науки и образования в условиях глобализации». Украина, 2015. - №2. - С. 265-270.
- 7 Байзақ У.А., Турмамбеков Т.А., Уалиханова Б.С., Байзақова Б. Физика пәні – медициналық биофизиканың теориялық негізі // «Қазақстанның қарқынды даму кезеңінде жаратылыстану-гуманитарлық білім беру және ғылымды жетілдіру мәселелері» атты халықаралық ғылыми-практикалық конференция жинағы, Түркістан қаласы, 2014. Б. 200-205.

МРНТИ 29.31.26

УДК 53.04

К.Б. Тлебаев<sup>1</sup>, А.И. Купчишин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ПОЛИТЕТРАФТОРЭТИЛЕНЕ МЕТОДОМ ИНФРАКРАСНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

*Аннотация*

Методом инфракрасной (ИК) спектроскопии исследованы фазовые переходы в Политетрафторэтилене (ПТФЭ) при различных температурах измерения. Получены ИК- спектры образцов политетрафторэтилена в диапазоне частот 4000 – 400 см<sup>-1</sup> при температурах T = 15, 19 и 30<sup>0</sup> С. На всех полученных ИК - спектрах ПТФЭ наблюдаются интенсивные полосы поглощения при частотах 518, 553 и дуплет при 638 см<sup>-1</sup>, три более слабые полосы при частотах 720, 740 и 778 см<sup>-1</sup>, а также наблюдаются еще дополнительные три полосы 526, 508 и 506 см<sup>-1</sup> в виде плеч при полосе 518 см<sup>-1</sup>.

Установлено, что полоса при 628 см<sup>-1</sup>, связана с дефектной структурой – участками цепи, где происходят переходы между лево – и правовращающимися спиральями, а полоса при 638 см<sup>-1</sup> связана с наличием регулярной спирали.

**Ключевые слова:** фазовые переходы, политетрафторэтилен, ИК- спектры, температура, диапазон частот, интенсивность полосы.

*Abstract*

## STUDY OF THE INFLUENCE OF THE TEMPERATURE ON PHASE TRANSITIONS IN POLYTETRAFLUORETHYLENE BY INFRASTRUCTURE SPECTROSCOPY

Tlebaev K.B.<sup>1</sup>, Kupchishin A.I.<sup>1</sup>

Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The phase transitions in polytetrafluoroethylene (PTFE) at various measurement temperatures were studied by infrastructure (IR) spectroscopy. The IR spectra of polytetrafluoroethylene samples were obtained in the frequency range 4000 - 400 cm<sup>-1</sup> at temperatures T = 15, 19 and 30<sup>0</sup> C.

All the obtained IR spectra of PTFE show intense absorption bands at frequencies of 518, 553 and a doublet at 638 cm<sup>-1</sup>, three weaker bands at frequencies of 720, 740 and 778 cm<sup>-1</sup>, and are also observed three additional bands 526, 508 and 506 cm<sup>-1</sup> in the form of shoulders at band 518 cm<sup>-1</sup>. It was found that the band at 628 cm<sup>-1</sup> is related to a defective structure - sections of the chain where transitions occur between left- and right-handed helices, and the band at 638 cm<sup>-1</sup> is related to the presence of a regular helix.

**Keywords:** Phase transitions, Polytetrafluoroethylene, IR spectra, temperature, frequency ranges, band intensity.

Аңдатпа

Тілебаев Қ. Б.<sup>1</sup>, Қупчишин А. И.<sup>1</sup>

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ИК-СПЕКТРОСКОПИЯ ӘДІСІМЕН ПОЛИТЕТРАФТОРЭТИЛЕНДЕГІ ФАЗАЛЫҚ АУЫСУЛАРҒА ТЕМПЕРАТУРАНЫҢ ӘСЕРІН ЗЕРТТЕУ

ИК-спектроскопия әдісімен әртүрлі өлшеу температураларындағы политетрафторэтилендегі (ПТФЭ) фазалық ауысулар зерттелді. Политетрафторэтилен үлгілерінің ИК спектрлері  $T = 15.19$  және  $30^0$  С температурлардағы  $4000 - 400 \text{ см}^{-1}$  жиілік диапазонында алынды.

ПТФЭ-нің барлық алынған ИК - спектрлерінде  $518, 553$  жиіліктер кезіндегі қарқынды жұтылу жолақтары және  $638 \text{ см}^{-1}$  кезіндегі дуплет,  $720, 740$  және  $778 \text{ см}^{-1}$  жиіліктер кезіндегі үш әлсіз жолақтар байқалады, сондай-ақ  $518 \text{ см}^{-1}$  жолағында иық түрінде тағы да қосымша  $526, 508$  және  $506 \text{ см}^{-1}$  жолақтары байқалады.  $628 \text{ см}^{-1}$  кезіндегі жолақ ақаулы құрылыммен – сол және оң айналмалы спиральдар арасында өтетін тізбек учаскелерімен байланысты, ал  $638 \text{ см}^{-1}$  кезіндегі жолақ тұрақты спиральдың болуымен байланысты екені анықталды.

**Түйін сөздер:** фазалық ауысулар, Политетрафторэтилен, ИК-спектрлер, температура, жиілік диапазоны, жолақтың қарқындылығы.

### Введение

Политетрафторэтилен (ПТФЭ) обладает набором свойств, многие из которых уникальны. К примеру, он обладает наивысшей термостойкостью среди полимеров, что обеспечивает широкий температурный интервал эксплуатации материала: от 4 до 530 К. Для него характерен рекордно низкий коэффициент трения (0.05 по стали), обеспечивший внесение фторопласта в «Книгу рекордов Гиннеса» – как наиболее скользкого материала. ПТФЭ химически стоек ко многим агрессивным средам, за что иногда именуется «органической платиной», в то же время он биологически совместим с живыми тканями. Материал гидрофобен, имеет прекрасные электроизоляционные характеристики и очень низкие диэлектрические потери.

Отмеченные свойства предопределили разнообразие практического применения ПТФЭ: химическая промышленность, электротехника, микроэлектроника, медицина, авиация, космонавтика, атомная энергетика, все виды транспорта, бытовая техника – далеко не полный перечень отраслей использования материала.

Однако в последнее время при исследовании физико-механических свойств ПТФЭ выяснилось, что при изменении температуры в нем происходят некоторые структурно-фазовые превращения. Это проблема приобрела весьма важное значение, обусловленное тем, что кроме хорошо известных превращений типа плавления и стеклования, обнаружены еще несколько типов структурных превращений, интерпретация которых во многих случаях оказалось затруднительной [1, 2].

При температурах структурно-фазовых превращений или релаксаций имеют место наиболее важные изменения в физико-механических свойствах, поэтому необходимо точно знать области проявлений температур таких переходов. Однако не всегда исследователи придерживаются единой точки зрения относительно областей этих переходов, это связано с тем, что различные методы дают разные данные.

В последнее время для исследования фазовых переходов в линейных полимерах применяются разнообразные физические методы: дилатометрия, рентгенография, Инфракрасная спектроскопия (ИК), спектроскопия ядерного магнитного резонанса (ЯМР), исследования диэлектрических и механических потерь, термодинамический метод, вискозиметрия и др. Достаточно хорошая количественная корреляция данных измерения удельных теплоемкостей полимеров обычно наблюдается лишь при сравнении с данными дилатометрических наблюдений. Сравнение с данными, полученными иными методами, как правило, вызывает значительные затруднения и не дает желаемых результатов.

Так, например, такие «статические» измерения, как дилатометрия и калориметрия, обычно показывают более низкую температуру для того же самого перехода, чем динамические методы (механические, диэлектрические и ЯМР). При измерениях динамическими методами с повышением частоты точка перехода сдвигается в область более высоких температур. Еще более усложняет вопрос то обстоятельство, что статические методы иногда могут показать существование перехода, не обнаруживаемого динамическими методами, и наоборот.

Таким образом, в настоящее время существуют определенные противоречия между данными разных методов о наличии и характере структурно-фазовых превращений в полимерах.

Поскольку полимерные материалы, и в частности ПТФЭ, находят широкое применение в атомной и космической технике и других областях, где они могут подвергаться нагреву и охлаждению, воздействию ионизирующего излучения и агрессивных сред, вследствие чего в значительной мере могут изменяться их физические и механические свойства, очень важно иметь точные данные об особенностях, происходящих в них структурно-фазовых превращений под воздействием различных факторов.

Так как ИК - спектроскопия является распространенным физическим методом исследования строения полимеров, то нами были проведены исследования фазовых переходов в ПТФЭ при различных температурах измерения в диапазоне частот 400 – 1000 см<sup>-1</sup> методом ИК - спектроскопии с целью выяснения механизма фазовых переходов и их интерпретации.

### Методика эксперимента

ИК - спектры образцов политетрафторэтилена в виде пленок, записывали на ИК - спектрофотометре с Фурье – преобразователем «FTIR Mattson Satllite 3000» в диапазоне частот 4000 – 400 см<sup>-1</sup> в лаборатории ИК - спектроскопии Института химии Казахского национального университета имени аль-Фараби. Схема установки приведена на рисунке 1.

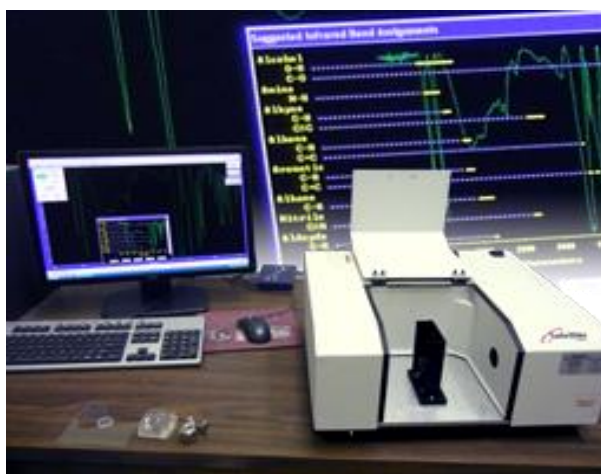


Рис.1 Схема установки инфракрасного спектрофотометра, с Фурье –преобразователем «FTIR Mattson Satllite 3000»

Образцы политетрафторэтилена представляли собой пленки в виде круга диаметром  $d = 4$  см, которые крепились на специальную рамку с таким же диаметром отверстия.

Рамка с образцом из политетрафторэтилена находится в рабочей камере, которая плотно закрывается. Для снятия ИК - спектров образцов ПТФЭ как в области фазовых переходов при 19, 30°С так и выше, мы проводили измерения ИК-спектров при температуре помещения 30° С, оставляя крышку рабочей камеры, открытой некоторое время, чтобы температура рабочей камеры и рамки с образцом приняли температуру помещения.

При достижении той или иной температуры крышка рабочей камеры плотно закрывалась, и начинали снимать ИК - спектры. Охлаждение образцов ниже температуры фазовых переходов осуществлялось путем обдува образцов парами жидкого азота, поступающих через шланг, который одним концом опускался в сосуд Дьюара с жидким азотом и плотно закреплялся с помощью пробки из пенопласта в горловине сосуда. С помощью переходника шланг с парами азота соединялся со шлангом соединенный с компрессором, в котором нагнетался воздух.

Контроль температуры в образце осуществлялся через терморезистр, соединенный с вольтамперметром значение, которого были откалиброваны заранее.

Данные от ИК - спектрофотометра поступали на компьютер, где программа «WinFirst» после обработки сигнала выдавала ИК – спектры в виде графика.

### Обсуждение результатов

На рисунках 2 – 4 приведены ИК – спектры ПТФЭ в диапазоне частот 400 – 1000 см<sup>-1</sup> при температурах  $T = 15^\circ, 19^\circ$  и  $30^\circ$  С.

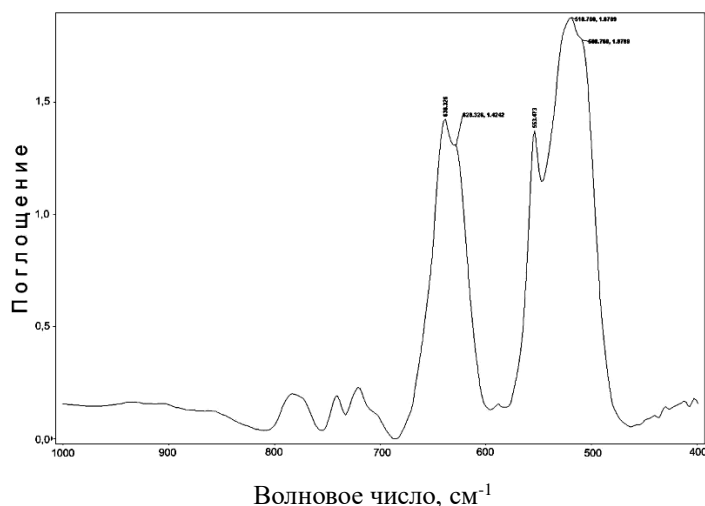


Рисунок 2. ИК – спектр ПТФЭ при температуре измерения  $T = 15^{\circ}\text{C}$

На всех трех рисунках (рис. 2-4) ИК - спектра ПТФЭ наблюдаются интенсивные полосы поглощения при частотах 518, 553 и дуплет при  $638\text{ см}^{-1}$ , а также три более слабые полосы при частотах 720, 740 и  $778\text{ см}^{-1}$ . Кроме указанных полос наблюдаются еще дополнительные три полосы  $526, 508\text{ и }506\text{ см}^{-1}$  в виде плеча при полосе  $518\text{ см}^{-1}$ . С повышением температуры соотношения интенсивностей полос при  $638\text{ и }628\text{ см}^{-1}$ , наблюдаемых в ИК - спектрах изменяются, интенсивность полосы  $628\text{ см}^{-1}$  растет, в то время как полосы  $638\text{ см}^{-1}$  ослабевают.

Аналогичное соотношение интенсивностей полос наблюдается и для полосы при  $518\text{ см}^{-1}$ . Интенсивность полос  $508, 526\text{ и }506\text{ см}^{-1}$  также растут с ростом температуры, а интенсивность полосы  $518\text{ см}^{-1}$  уменьшается. В ИК - спектрах ПТФЭ, полученные в [3] дополнительные полосы поглощения при полосе  $518\text{ см}^{-1}$  не наблюдались, что связали с плохой разрешаемостью прибора.

Согласно [3, 4] полосы  $518, 553, 628\text{ и }638\text{ см}^{-1}$  являются структурно - чувствительными полосами, характеризующие кристалличность  $518\text{ и }628\text{ см}^{-1}$ , упорядоченность  $638, 628\text{ и }518\text{ см}^{-1}$ , а полосы  $720, 740\text{ и }778\text{ см}^{-1}$  относят к аморфным областям или дефектам.

Появление дуплетной полосы  $628\text{ см}^{-1}$  и триплетных полос  $508, 526\text{ и }506\text{ см}^{-1}$  в ИК - спектрах ПТФЭ при полосах  $638\text{ и }518\text{ см}^{-1}$  связаны с тем, что при этих полосах поглощения обнаруживаются фазовые переходы, наблюдаемые в ПТФЭ при комнатных температурах.

Рост интенсивности полосы при  $628\text{ см}^{-1}$  с повышением температуры и ослабление интенсивности полосы при  $638\text{ см}^{-1}$  обусловлен с изменением спиральной конформации макромолекул и их упаковки.

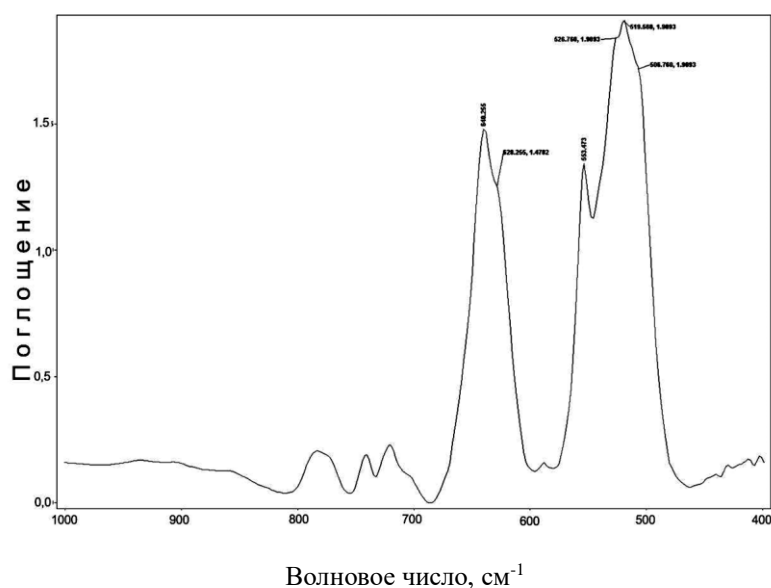


Рисунок 3. ИК – спектр ПТФЭ при температуре измерения  $T = 19^{\circ}\text{C}$

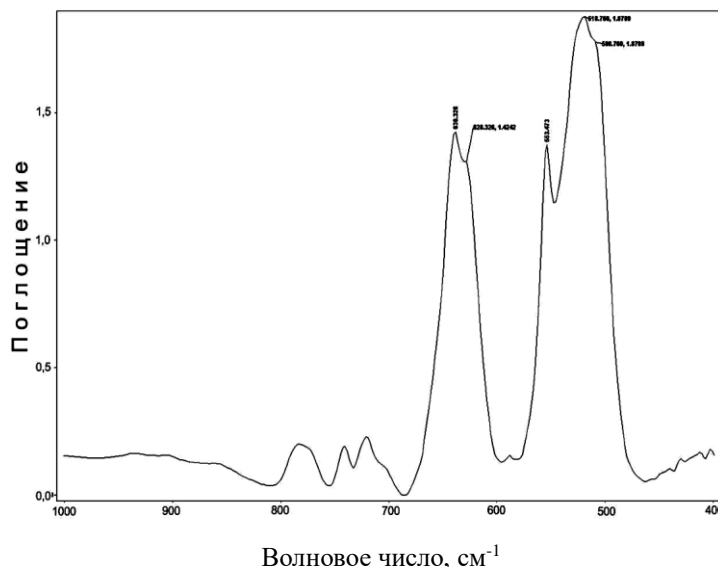


Рисунок 4. ИК- спектры ПТФЭ при температуре измерения  $T = 30^{\circ}C$

Считается [4], что полоса при  $628\text{ см}^{-1}$ , связана с дефектной структурой – участками цепи, где происходят переходы между лево – и правовращающимися спиралями, а полоса при  $638\text{ см}^{-1}$  связана с наличием регулярной спирали.

Ослабление интенсивности полосы при  $638\text{ см}^{-1}$  связано с тем, что в спиральной конформации ПТФЭ активны три моды симметрии  $A_2$  ( $518, 638$  и  $1210\text{ см}^{-1}$ , обусловленные колебанием дипольного момента параллельно оси), из них две ( $638$  и  $1210\text{ см}^{-1}$ ) происходят от неактивных мод в планарной конфигурации, в которых не происходят изменения в дипольном моменте молекулы.

Рост интенсивностей полос при  $526$  и  $506\text{ см}^{-1}$  с повышением температуры и особенно при  $T = 19^{\circ}C$  связан с возрастанием беспорядка в структуре кристаллического ПТФЭ, а их исчезновения при  $T = 30^{\circ}C$  и рост интенсивности полосы  $518\text{ см}^{-1}$  свидетельствуют об иной кристаллической структуре.

#### Заключение

Методом ИК-спектроскопии исследованы фазовые переходы в ПТФЭ при различных температурах измерения. Получены ИК- спектры образцов ПТФЭ в диапазоне частот  $4000 - 400\text{ см}^{-1}$  при температурах  $T = 15, 19$  и  $30^{\circ}C$ . На всех полученных ИК - спектрах ПТФЭ наблюдаются интенсивные полосы поглощения при частотах  $518, 553$  и дуплет при  $638\text{ см}^{-1}$ , а также три более слабые полосы при частотах  $720, 740$  и  $778\text{ см}^{-1}$ .

Кроме указанных полос наблюдаются еще дополнительные три полосы  $526, 508$  и  $506\text{ см}^{-1}$  в виде плеч при полосе  $518\text{ см}^{-1}$ .

Показаны, что с повышением температуры соотношение интенсивностей полос при  $638$  и  $628\text{ см}^{-1}$ , наблюдаемых в ИК - спектрах изменяется, интенсивность полосы  $628\text{ см}^{-1}$  растет, в то время как полосы  $638\text{ см}^{-1}$  ослабевает.

Установлено, что полоса при  $628\text{ см}^{-1}$ , связана с дефектной структурой – участками цепи, где происходят переходы между лево – и правовращающимися спиралями, а полоса при  $638\text{ см}^{-1}$  связана с наличием регулярной спирали.

#### Пайданылган әдебиеттер тізімі:

1 Bunn C.W., Howells H.R. Structures of molecules and crystals of fluorocarbons // Nature. – 1954. – Vol. 174. – P.549 - 554.

2 Marx P and Dole M. Specific Heat of Synthetic High Polymers. Order –disorder Transition in Polytetrafluoroethylene // J. Amer. Chem. Soc. – 1955. – Vol. 77. – P.4771– 4777.

3 Lappan U., Gebler U., Lunkwitz K. Electron beam irradiation of polytetrafluoroethylene in vacuum at elevated temperature: An infrared spectroscopic study // J. Appl. Polymer Sci. -1999. –Vol. 74. –P.1571-1579.

4 Dube G., Kriegsmann H. Investigations of the structure of thin fluorocarbon films by x-ray diffraction and infrared spectroscopy // J. Chem. -1964. –Vol.4. –P.430.



# ИНФОРМАТИКА. ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ. БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ ИНФОРМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ. ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

МРНТИ 20.53.01

УДК 004

*Ш.Ш. Байбусинова<sup>1</sup>, А.К. Курмангалиева<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Костанайский государственный университет имени А.Байтурсинова, г. Костанай, Казахстан*

## РОБОТОТЕХНИКА КАК СРЕДСТВО МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ ДИСЦИПЛИН ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ

*Аннотация*

В данной статье описаны основные направления развития образовательной робототехники, рекомендации к образовательному процессу. Рассмотрены новые подходы в образовательном процессе робототехники, основанные на использовании конструкторов Lego Mindstorms. Также рассмотрен вопрос использования робототехники на занятиях математики. С помощью правильно организованного учебного процесса повышается заинтересованность к обучению. Соответственно, интеграция робототехники и математики формирует универсальные познавательные качества учащихся. В робототехнике имеется не так много основополагающих навыков, одним из которых является математика. На базовом уровне робототехника связана со способностью понимать и оперировать абстрактными понятиями, часто представляемыми функциями или уравнениями.

Образовательная робототехника – это мощный инструмент синтеза знаний, закладывающий прочные основы системного мышления, объединяющий классические подходы к изучению основ техники современного направления – информационное моделирование, программирование, информационно-коммуникативные технологии.

**Ключевые слова:** робототехника, образовательный процесс, математика, интеграция, автоматизация.

*Аңдатпа*

*Ш.Ш. Байбусинова<sup>1</sup>, А.К. Курмангалиева<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>А. Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті, Қостанай қ, Қазақстан*

## ЖАРАТЫЛЫСТАНУ-МАТЕМАТИКА БАҒЫТЫНДАҒЫ ПӘНДЕР БОЙЫНША РОБОТОТЕХНИКА БІЛІМ АЛУШЫЛАРДЫ ҒЫНТАЛАНДЫРУ ҚҰРАЛЫ РЕТІНДЕ

Бұл мақалада оқу-робототехниканың дамуының негізгі бағыттары, оқу үдерісіне арналған ұсыныстарды сипатталады. Lego Mindstorms конструкторларын пайдалану негізінде робототехниканың оқу үдерісінде жаңа тәсілдер қарастырылады. Сонымен қатар роботты математика сабақтарында қолдану қарастырылады. Тиісті түрде ұйымдастырылған оқу үдерісінің көмегімен оқытуға деген қызығушылық артып келеді. Тиісінше, робототехника мен математиканың интеграциясы студенттердің әмбебап танымдық қасиеттерін қалыптастырады. Робототехникада негізгі дағдылар көп емес, олардың бірі математика. Робототехника базалық деңгейде абстрактілі ұғымдарды, жиі ұсынылатын функциялармен немесе теңдеулермен түсіну және әрекет ету қабілетіне байланысты.

Білім беру робототехника – бұл жүйелік ойлаудың берік негізін қалайтын, заманауи бағыттағы техника негіздерін-ақпараттық моделдеу, бағдарламалау, ақпараттық-коммуникативтік технологияларды зерделеуге классикалық тәсілдерді біріктіретін білім синтезінің қуатты құралы.

**Түйін сөздер:** робототехника, білім беру процесі, математика, интеграция, автоматтандыру.

*Abstract*

## ROBOTICS AS A MEANS OF MOTIVATION OF STUDENTS IN THE EDUCATIONAL PROCESS OF NATURAL-MATHEMATICAL DISCIPLINES

*Baibussinova Sh.Sh.<sup>1</sup>, Kurmangaliyeva A. K.<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup> A. Baitursynov Kostanay state University, Kostanay, Kazakhstan*

This article describes the main directions of development of educational robotics, describes the recommendations for the educational process. New approaches in the educational process of robotics, based on the use of Lego Mindstorms constructors, are considered. Also discusses the use of robotics on the lesson of mathematics. With the help of a properly

organized learning process, interest in learning is increasing. Accordingly, the integration of robotics and mathematics forms the universal cognitive qualities of students. In robotics, there are not many fundamental skills, one of which is mathematics. At a basic level, robotics is related to the ability to understand and operate on abstract concepts, often represented by functions or equations. Educational robotics is a powerful tool for the synthesis of knowledge, laying a solid Foundation for system thinking, combining classical approaches to the study of the basics of modern technology — information modeling, programming, information and communication technologies.

**Keywords:** robotics, educational process, mathematics, integration, automation.

В современном образовании робототехника занимает приоритетную позицию, так как совмещает в себе не только различные направления технического и научного прогресса, но и объединяет в себе элементы информационных технологий, развивающихся по настоящее время, искусственного интеллекта и физики. В свою очередь данное направление является не новым, потому как история берет начало наряду с развитием науки, техники, также с того периода, когда появились первые изобретения человечества. При внедрении робототехники в образование оно играет роль инструмента, которое может интегрировать информатику, математику, черчение, естественные науки с целью развития технического и научного мышления обучающихся.

XXI век является эпохой накопления различного уровня информации, знаний, который постепенно переходит в очередную стадию преобладания искусственного интеллекта и механизмов. Как можно заметить по нынешней ситуации, происходящей в мире, время, когда роботы и техника приходят на смену человеческому капиталу, при производственной работе у которых есть недостатки и многие называют соответствующим образом «человеческий фактор». Чтобы изменить и улучшить показатели, постепенный переход к автоматизированным системам возрастает. Тем самым можно сказать, что робототехника – это ключевой инструмент развития общества, необходимый в современном мире.

В связи с изменениями приоритетов, требующих внимания в современном мире, данное направление информатики необходимо внедрять во все структуры образования, а не только в школы IT направления. Сложность заключается лишь в финансировании учебных организаций, так как стоимость оборудования является высокой, которое бюджет государства не потянет. Но при этом, желая получить конкурентоспособных личностей, необходимо вкладывать в образование и развитие педагогического состава. «В современном сознании, сформированном не одним поколением фантастов, робот представляет собой некоторый человекоподобный механизм, выполняющий полезную людям работу (или, наоборот, бунтующий и чрезвычайно опасный). Однако промышленные роботы редко похожи на людей или животных. Само слово «робот» является существительным, обозначающим неодушевленный предмет, и мы говорим: «строим роботы». Сравните: «строим мосты» и «разводим слонов». Но ребенку свойственно анимировать попадающую ему в руки игрушку, т. е. воображать ее подобной живому существу, одушевленной. А разве взрослым не хочется того же? Отчасти поэтому допустимы два варианта склонения.

Роботы очаровательны. Идея неживой материи, которая самостоятельно выполняет сложные задания, просто поразительна! С тех пор как роботы стали такими технологически сложными и современными, можно было бы подумать, что для их конструирования и программирования необходимы большие знания и навыки. Однако серия кибернетических конструкторов Lego Mindstorms делает робототехнику легкой и увлекательной как для взрослых, так и для детей» [1, 2].

Любая деятельность, требующая творческого подхода, должна исключать работу с документацией. Так как это влияет на эмоциональную составляющую процесса, в данном случае образовательного. Робототехника требует внимания и творчества. Без этих компонентов качественный показатель развития снижается. В образовании из-за данной специфики теряются действительно хорошие педагогические кадры. Для реализации повсеместного и качественного внедрения робототехники в образовательный процесс необходимо:

1. Подготовить качественный педагогический состав;
2. Обеспечить материально-техническую базу в учебных заведениях;
3. Создать единый учебно-методический комплекс и планы занятий в электронном варианте, в который можно вносить корректировки каждым преподавателем индивидуально;
4. Обеспечить возможность участия в конкурсах республиканского и международного значения обучающихся;
5. Организовать внеклассную деятельность;
6. Обеспечить достойную оплату труда педагогическому составу преподавателей.

При рассмотрении проблемы организации учебной деятельности обучающихся в сфере робототехники в образовании, то в настоящее время на рынке есть возможность приобретения лишь ряда конструкторов, которые сможет собрать в короткий промежуток времени учащийся, подключив электродвигатели и датчики, составив код (программу), затем запустить саму модель робота. Конструктор LEGO Mindstorms EV3 и ARDUINO – наиболее распространенные конструкторы, применяющиеся в образовательном процессе большинства учебных заведений. Выпуск данного вида конструкторов начался в 1998 году и широкое использование получил не только в России, Казахстане, но и во многих странах мира. Как известно конструкторы LEGO всегда отличались от других аналогов простотой сборки, не требующей никаких дополнительных инструментов, высоким качеством, безопасностью и прочностью деталей. Также необходимо обращать внимание на возрастную категорию обучающихся при использовании необходимых систем программирования. Постоянное усовершенствование и расширение систем для конструирования даст возможность увеличить заинтересованность обучающихся, однако в данном вопросе останется вопрос ценовой политики, так как стоимость обновления будет возрастать [3].

Обращая внимание на возрастные особенности пользователей данными конструкторами, платформой создания на начальном этапе должен быть графический язык программирования, который даст возможность визуализации полученной информации. В последующих уровнях и категориях необходим постепенный переход к другим языкам программирования. Использование графического языка программирования не требует специальных навыков сборки и предварительного получения специальных знаний. Процесс программирования будет сведен к воспроизведению алгоритма программы, ее блок-схемы.

«Опыт педагогических систем многих стран показывает, что использование образовательных технологий и нового цифрового оборудования способствует лучшему усвоению материала и эффективному приобретению школьниками учебно-познавательных компетенций. Требования общества к уровню подготовки выпускников образовательных учреждений предполагает высокий уровень развития самостоятельной познавательной деятельности, умения активно действовать и находить правильные решения в нестандартных ситуациях, использовать статистические, измерительные навыки познания. За сравнительно небольшое время комплекты легио конструкторов обрели широкую популярность детей и учителей, поскольку их использование позволяет сочетать активную познавательную деятельность с игровыми моментами. Соревнования по конструированию и программированию робототехники стали традицией, участие в них школьников носит массовый характер» [4].

Таким образом, в настоящее время в целях реализации научно-технического прогресса возникает потребность в правильной организации учебной и внеучебной деятельности, которая будет направлена на развитие учащихся в соответствии с требованиями современного общества и времени.

Выводом из вышеописанного является то, что в эпоху развития науки и техники, необходимым условием конкурентоспособности любого государства являются качественно подготовленные кадры. В свою очередь всесторонне развитую личность надо подготавливать с раннего возраста, тем самым постепенно повышая уровень развития и активности на протяжении всей жизни. В современном обществе, где каждый ребенок развивается в окружении информационных технологий, возникает необходимость и важность обучения детей всем элементам той компетенции, которая стала повсеместной, и соответственно проявившей заинтересованность педагогического сообщества в условиях развития образовательной робототехники. Робототехника является звеном, которое способствует гармоничному повышению компетенций обучающихся с повышением мотивации к получению знаний, что также остается немаловажным [5].

Отличительной чертой современного периода жизни является увеличение темпа развития и, соответственно, изменений. Наше поколение стало свидетелями бурного развития высоких технологий, в силу преобразования идей и ценностей общества. В конкурентном мире претерпевает изменения абсолютно все, где исключением не стало и образование. Новое время требует изменений в облике ученика, потому как он должен быть готов к жизни в настоящем, постоянно развивающемся высокотехнологичном мире.

Это возможно осуществить посредством изучения достижений прошлого, также технологий, которые могут принести пользу и в будущем. 15 лет назад компьютер был не особенно важным компонентом любой деятельности, что нельзя сказать о настоящем времени. Соответственно можно заключить, что нас окружает компьютеризированная техника, которая и является роботом.

Свидетельствует все вышесказанное только тому, что робототехника выходит на первый план необходимости в повседневной жизни, значит и образования.

Рассматривая историю робототехники, то она берет начало еще в глубокой древности, поскольку тогда зарождались идеи создания различных технических средств, упрощающим физический труд. Из различных исторических источников можно узнать о статуях богов с подвижными частями тела и многие другие автоматизированные устройства древнего мира. Источником энергии использовали пар, воду, гири (гравитацию) [6].

До развития электротехники и электроники популяризировались часовые механизмы, есть также факты создания человекоподобных устройств и механических птиц. Позднее получило развитие создание роботов-андроидов, выполняющие голосовые команды либо электроприводные механизмы, способные производить манипуляции частями тела. В 30-40-е годы возросла потребность в усовершенствовании вооружения, которое послужило толчком прогресса кибернетики и вычислительной техники. Начало коммерческому производству положили промышленные манипуляторы, созданные в США в 1959 году. Также и в других странах производились на уровне экспериментальных моделей роботы, управляемые ЭВМ.

Далее робототехника получила свое развитие и появилась потребность в обучении подрастающего поколения этим навыкам разработки и написания алгоритмов. На данный момент существует огромное количество программ, обучающих детей с раннего возраста этим технологиям. Каждый год содержание образования обновляется, и робототехника занимает высокие позиции в учебном процессе.

«Усвоение системы научных понятий формирует научный тип мышления, который подросток приобретает в школе, ориентирует его на общекультурные образцы, нормы, эталоны и закономерности взаимодействия с окружающим миром. Понятия числа, слова, литературного образа и многие другие, составляющие основу научного мышления, делают доступными непосредственному опыту подростка такие стороны действительности, которые в принципе недоступны ему в личном опыте и житейской практике» [7, 8].

На сегодняшний день робототехнические конструкторы применяют в учебных экспериментах, как демонстрационный вариант, на занятиях по математике, физике, химии и других.

В информатике одним из сложных разделов является программирование. Однако для повышения интереса к образовательному процессу, разнообразия учебной деятельности способствует внедрение робототехники. При программировании роботов учащиеся могут изучить и понять некоторые математические законы, что, в свою очередь, способствует организации межпредметной связи информатики с другими дисциплинами естественно-математического направления.

Компьютеры вошли в повседневную жизнь детей в качестве источника игровой деятельности, но не образовательной. Есть пагубное влияние на здоровье и самочувствие неокрепшего детского организма. Вместо занятия активным отдыхом, учебой, дети увлеклись компьютерными играми. Как показало время, в учебном процессе использовать компьютер также эффективно. Однако игровая деятельность над учебной преобладает, потому как отсутствие заинтересованности к последнему низкая. После появления образовательных наборов Lego и другим аналогичным конструкторам интерес к информационным технологиям начал вновь набирать обороты. На протяжении нескольких лет робототехника показала эффективность в образовательном процессе, однако необходимо развивать дальнейшие перспективы его использования. Одним из таких перспектив является интеграция робототехники с другими дисциплинами, выбор сделан в пользу естественно-математического направления, поскольку это близкие дисциплины, способствующие развитию системному мышлению.

«Проектирование новых типов учебной деятельности и учебного сотрудничества учащегося, задающих новые уровни мотивации, — это стратегия формирования мотивации учения.

Развитие познавательных интересов в подростковом возрасте является важной задачей. В связи с тем, что для значительного числа младших подростков по-прежнему характерна высокая откликаемость на новые стимулы и впечатления» [9].

Довольно интересно проходят занятия на стыке математики и робототехники, поскольку последняя способна помочь понять абстрактную науку математику в действии на примерах с роботами. К примеру, возможно для одной группы учеников – запрограммировать робота на решение определенных задач из теории игр, а для второй группы учеников – предложить выработать стратегию, чтобы обыграть робота. Д.Г. Копосов утверждает, что таким образом будет создана определенная игра-стратегия в реальном мире в соревновании с роботом [10, 11].

Основная задача при интеграции робототехники с математикой это формирование учебного процесса, который выполняет учебную цель, посредством правильно подобранного теоретического материала, основательно обработанной информации, применения необходимых технологий, подходящих к определенному этапу учебной деятельности.

Необходимость внедрения различных экспериментов с раннего школьного возраста также способствует повышению интереса к процессу обучения. Главными проблемами в данном случае может стать однообразность заданий и неспособность преподавателя построить учебный процесс.

Примером интеграции дисциплин могут послужить подобные задачи:

1. Задача №1. Тема: Периметр треугольника. Класс: 3

Определите вид фигуры и найдите ее периметр. Для определения фигуры необходимо проследить маршрут движения робота, сделать необходимые замеры.

2. Задача №2. Тема: Площадь прямоугольного треугольника. Класс: 5

Определите высоту прямоугольного треугольника, если площадь равна  $24 \text{ дм}^2$ , а основание бдм.

По фигуре, пройденной роботом необходимо сделать замеры соответствующих сторон.

«Творческая инициатива, самостоятельность, конструкторские и рациональные навыки – одна из задач современной школы. Учащиеся не только должны разбираться в гуманитарных науках, но и уделять особое внимание техническим наукам, которые влияют на формирование личности учащихся» [12].

Образовательная робототехника закладывает основы мышления инженерного направления. Возможно при развитии и интеграции со всеми учебными дисциплинами у обучающихся повысится интерес к выбору профессий данной направленности. Научно-техническое творчество-это ключ к самообразованию, мотивации учебной успешности. Однако необходимо помнить о том, что однотипность со временем приведет к упадку, чего можно избежать, разрабатывая новые образовательные среды, способствующие вдохновению подрастающего поколения. Желательно отойти от стандартных форм образовательного процесса и поощрять творческий подход детей, способность к анализу, применения навыков в решении проблем окружающего мира. Самостоятельность в создании или изобретении чего-то нового помогает учащемуся понимать смысл многих задач и того материала, который преподаватель старается до него донести посредством стандартного образовательного процесса. Что в свою очередь на занятиях с применением робототехники и его элементов реализуется.

#### Список использованной литературы:

- 1 Робототехника для детей и родителей. С.А.Филиппов. СПб: Наука, 2010.
- 2 Шахинпур М. Курс робототехники: Пер. с англ. – М.; Мир, 1990. 527 с.
- 3 Развитие УУД на занятиях по образовательной робототехнике. Алексеева Н.В.
- 4 Методическое пособие «Станция сборки с роботом», КарГТУ 2008г., 58 с.
- 5 Образовательная робототехника на уроках информатики и физике в средней школе: учебно-методическое пособие / Т. Ф. Мирошина, Л. Е. Соловьева, А. Ю.Могилева, Л. П. Перфильева; под рук. В. Н. Халамова; М-во образования и науки Челябинской обл., ОГУ "Обл. центр информ. и материально-технического обеспечения образовательных учреждений, находящихся на территории Челябинской обл." (РКЦ) —Челябинск: Взгляд, 2011. — 160 с
- 6 Попов Е.П., Письменный Г.В. Основы робототехники: Введение в специальность: Учеб. для вузов по спец. «Робототехнические системы и комплексы» – М.: Высш. шк., 1990. – 224 с.
- 7 Копосов Д.Г. Первый шаг в робототехнику: практикум для 5-6 классов. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012г. – 286с.
- 8 Робототехника для детей и родителей. Филиппов С.А. 2010г. 195 с.
- 9 Уроки по ардуино. Интернет ресурс <http://dvrobot.ru/forum> -.
- 10 Развитие технических способностей у младших школьников посредством образовательной робототехники. Кравчук Е.В. Шадринск: ШГПУ, 2018. – 56 с.
- 11 Копосов, Д.Г Использование LEGO Mindstorms на уроках информатики и математики [Электронный ресурс] / Д.Г. Копосов. – Режим доступа: <http://koposov.info/?p=3658>. – 01.12.2018.
- 12 Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская; под редакцией А.Г. Асмолова 2-ое изд. – М.: Просвещение, 2011. – 159с.

МРНТИ 10.19.61  
УДК 004.056

А.А. Бедельбаев<sup>1</sup>, А.К. Майханова<sup>1</sup>, Г.К. Ордабаева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный аграрный университет, Алматы, Казахстан

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕДОНОСНОГО ТРАФИКА ДЛЯ РАННЕГО ОБНАРУЖЕНИЯ DDoS АТАК

*Аннотация*

В статье рассматриваются результаты проведенных исследований авторов для раннего обнаружения распределенных DDoS-атак. Показано, что далее обнаружить вредоносный трафик на стороне атакуемого ресурса будет не сложной программной процедурой. Проведен анализ мониторинга DDoS-атак. Описана выявленная тенденция к развитию массовых атак, направленных на региональные ресурсы в Интернете. Сформулированы требования к методике и средствам по обнаружению атак. Результаты исследований помогут администраторам сетей принять решение отказать пользователям в обслуживании и выделить вредоносные трафики наличия DDoS-атак.

**Ключевые слова:** DDoS-атака, распределенная атака, сетевые ресурсы, хост, вредоносный трафик, раннее обнаружение атак, мониторинг атак.

*Аңдатпа*

А.А. Бедельбаев<sup>1</sup>, А.К. Майханова<sup>1</sup>, Г.К. Ордабаева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Қазақ ұлттық аграрлық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## DDoS ШАБУЫЛДАРДЫ АНЫҚТАУ ҮШІН ЗИЯНДЫ ТРАФИКТІ ЗЕРТТЕУ

Мақалада DDoS-шабуылдарды алдын-ала анықтау жөнінде зерттеулер жүргізілді. Мұнда шабуыл жасалынған тұстан қауіпті трафиктерді анықтау қиын емес екені көрсетілген. DDoS-шабуылына талдау жасалынған. Интернет желісінде жаппай шабуыл жасау жиі кездесетін мәселе екені анықталған. Шабуылдарды анықтау әдістемесіне және құрылғыларына арналған міндеттемелер құрастырылды. Мақала нәтижелері желі администраторларына DDoS-шабуылы жасалып жатқан қауіпті трафикті анықтауға мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** DDoS-шабуыл, тармақталған шабуыл, желілік ресурстар, хост, қауіпті трафик, шабуылды алдын-ала анықтау, шабуылды талдау.

*Abstract*

## THE STUDY OF THE MALICIOUS TRAFFIC FOR THE EARLY DETECTION OF DDoS ATTACKS

Bedelbaev A.A.<sup>1</sup>, Maikhanova A.K.<sup>1</sup>, Ordabayeva G.K.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kazakh national University named Al-Farabi, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Kazakh national agrarian University, Almaty, Kazakhstan

The article discusses the results of studies conducted by auto-dips for the early detection of distributed ddos attacks. It is shown that further to detect malicious traffic on the side of the attacked resource will not be a complicated program procedure. The analysis of the monitoring of ddos-attacks. The described tendency to the development of mass attacks aimed at regional resources on the internet is described. Formulated requirements for methods and tools for detecting attacks. The results of the research will help network administrators to decide to deny users service and highlight the malicious traffic of the presence of ddos-attacks.

**Keywords:** Ddos attack, distributed attack, network resources, host, malicious traffic, early detection of attacks, monitor-ring attacks.

### Введение

DDoS-атаки выявляются, когда устанавливаются грани по численности запросов к серверу. При несоблюдении которой несомненно станет закрепляться нештатная обстанов-ка. Такое явление может определить сумму чисел запросов к серверу и количество возможных запросов. Этот подход установки предельной границы определяется оповещением администраторов и активацией необходимых модулей [1-2].

Серии экспериментов, проведенные авторами данной статьи, позволил определить оптимальное значение верхней границы в диапазоне от 2.2 - 2.9σ. Поэтому для обнаружения начала DDoS-атаки значение верхней границы может варьироваться. Но есть возможность изменять это значение оператором обнаруживаемой DDoS-атаки [3-6]. Описанный подход также имеет потенциальную

уязвимость - злоумышленник может постепенно наращивать мощность атаки, сдвигая при этом границу СКО. Устранить данную уязвимость возможно путем учета сезонных колебаний проводимых атак [2].

### Методика исследований

Для формирования методики раннего обнаружения начала атаки авторами начато еще одно исследование по изучению сезонных колебаний количества запросов к сетевым ресурсам Интернет. Результаты исследования смогли бы подтвердить перспективность подхода учета сезонных колебаний.

Задачей исследования являлось регистрация фактов существования сезонных периодов в работе веб-сайтов и определить, может ли быть случайный всплеск в посещаемости ресурсов Интернет. Такая посещаемость будет вызывать публикацию ссылки на часто посещаемый ресурс, или вызвать нарушение сезонности, подтверждая ложное срабатывание.

Для проведения исследования выбраны статистические данные крупнейших сервисов статистики liveinternet.ru. Сервис, описанный в источнике [4] обслуживает более 1,5 миллионов сайтов, а также регистрирует каждый день в пределах 10 миллиардов просмотров. Обслуживание собирает и обрабатывает различные статистические данные, характеризующие [7, 8]: популярность веб-сайта, информаторы переходов; популярность по времени дня и ночи, государства и ареалы юзеров, их операционные системы и браузеры.

К примеру, просмотр отчетов, сгенерированных обслуживанием liveinternet.ru, доступен именно хозяину веб-сайта, а еще имеет возможность быть по заключению обладателя предоставлен и иным юзерам [3-4].

### Основные результаты исследований

В рамках исследования проанализирована статистика 60 сайтов. Анализ показал, что установлено наличие сезонных периодов в работе веб-сайтов. Если в анализе рассмотреть месячную посещаемость одного из крупнейших новостных порталов, например, Алтайского края, то в его деятельности заметные недельные сезонные периоды (рис. 1).

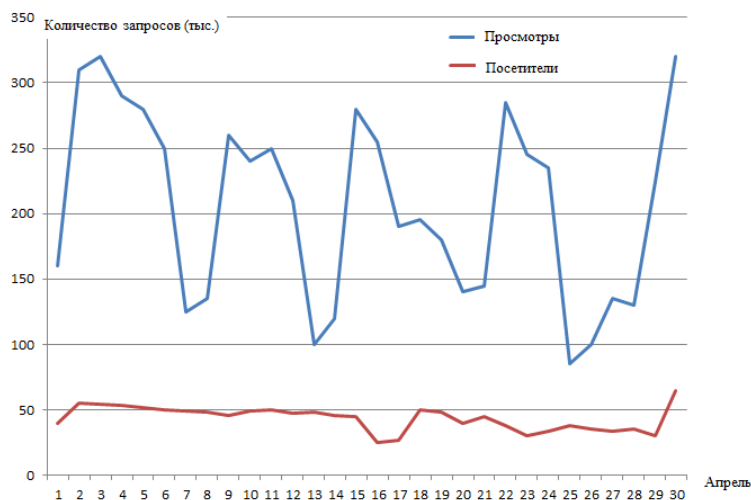


Рисунок 1. Месячный график посещаемости и просмотра страниц, сайта ИА «Амител»

Также можно увидеть всплеск просмотра страниц:

- в начале рабочей недели;
- спад просмотров в течение всей недели;
- низкая активность пользователей на выходных.

Анализ внутри суточного количества просмотров показывает, что видно наличие сезонных периодов (рис.2). Минимальное количество просмотров ночью возрастает с началом рабочего дня (график построен для московского времени, значит в Алтае начало активности в 8 часов утра) и уменьшается к вечеру.

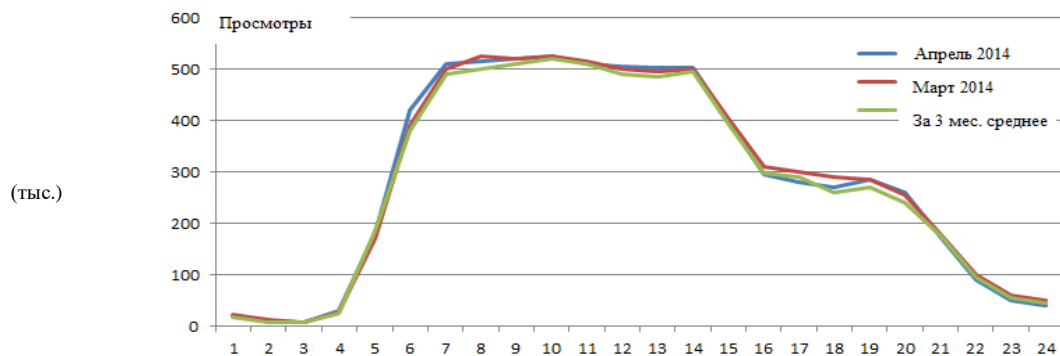


Рисунок 2. Почасовые просмотры страниц сайта ИА «Амител»

Этот же вид имеется на графике дневной энергичности юзеров за последние 2 месяца и в среднем за 3 месяца. Присутствие выраженных изнутри сезонных периодов связано, что ведущей группой юзеров вебсайта считаются юзеры, живущие в одном регионе. Тест рисунков 3 и 4 демонстрируют, что ведущими юзерами вебсайта считаются гости из всех регионов РФ. Между них доминируют гости из Барнаула и Новосибирска, живущие в одном часовом поясе.

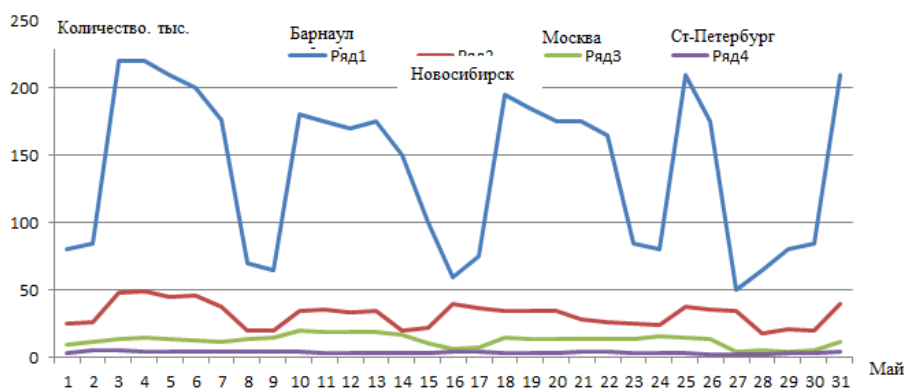


Рисунок 3. Количество просмотров страниц сайта ИА «Амител» по городам и регионам России

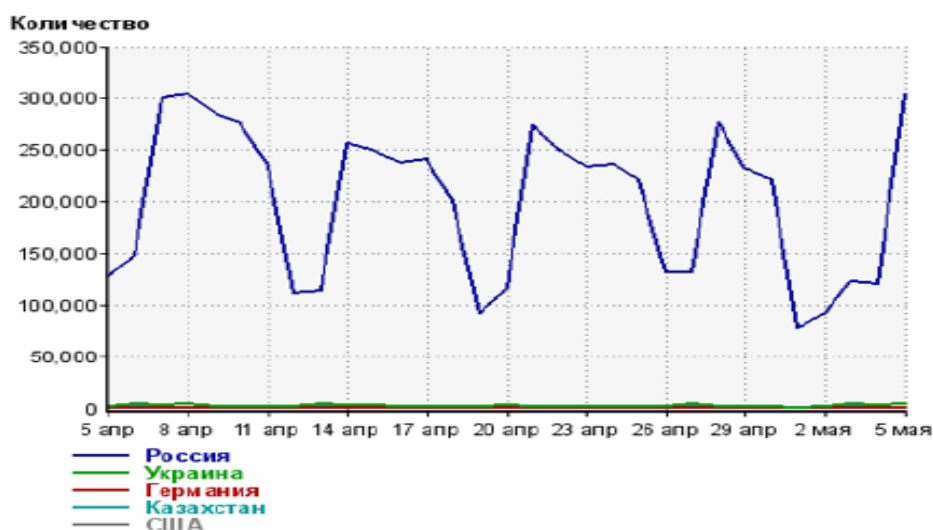


Рисунок 4. Количество просмотров страниц сайта ИА «Амител» по странам

Ярким примером популярности сайта может быть наличие развлекательного портала «Я плакаль», имеющего большую популярность в странах СНГ. Анализ графика, характеризующего его посещаемость, показывает, что ведущими гостями считаются юзеры не только РФ, но и юзеры из Украины, Беларуси и Казахстана (рис. 5 и 6).



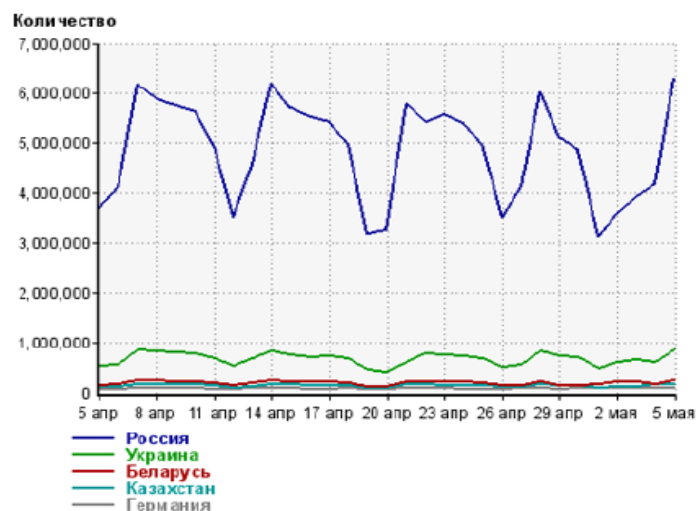


Рисунок 5. Месячный график просмотра страниц сайта «Я плакаль» по странам мира

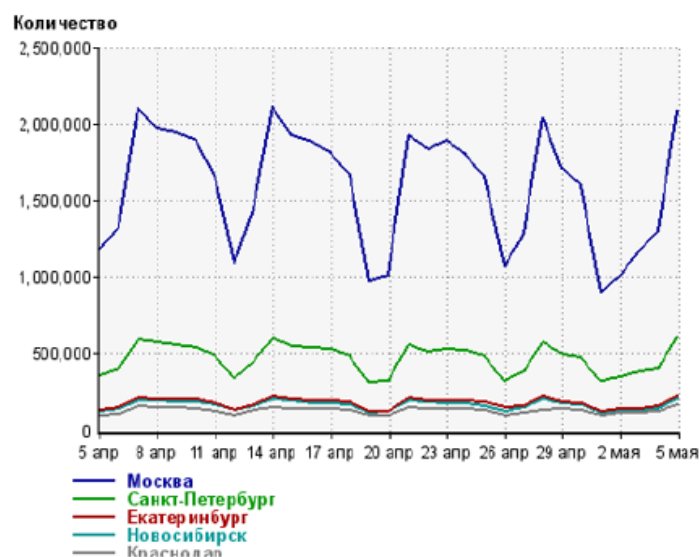


Рисунок 6. Месячный график просмотра страниц сайта «Я плакаль» по городам и регионам России

Анализ данных графиков подтверждает наличие недельной сезонности, который присущ всем посетителям независимо от их региона. Если наблюдать (рис. 7), то также заметно наличие недельной сезонности.

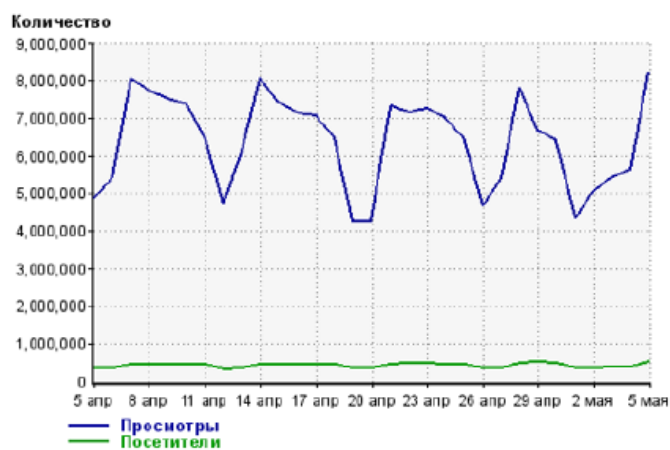


Рисунок 7. Месячный график количества посетителей и просмотра страниц сайта «Я плакаль»

Разброс пользователей по различным часовым поясам не повлиял на наличие внутри суточной сезонности.

Резюмируя полученные результаты исследований с достаточной достоверностью можно заключать о существовании сезонности в работе различных веб-сайтов. Но результаты исследований показывает отсутствие всплесков обращений к сайтам, которые нарушили бы существующие сезонные периоды [9-10]. Например, если изучить график перехода гостей с других вебсайтов (рис. 8), возможно увидеть собственно, что 5 мая с вебсайта news.yandex.ru на вебсайт перешли в пределах 15 тысяч гостей.

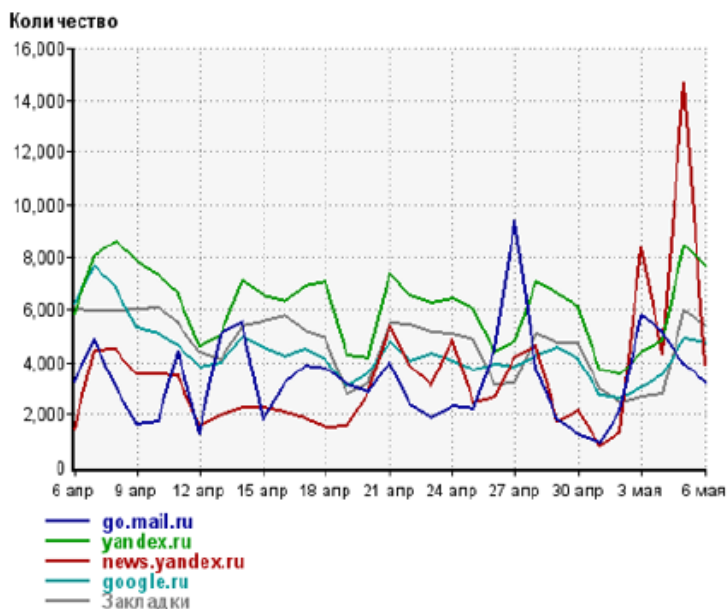


Рисунок 8. Количество переходов на сайт ИА «Амител» с сайтов, основных источников трафика

Эта ситуация расценивается как начавшаяся DDoS-атака. Как показывают данные исследований (просмотр месячной и суточной посещаемости) такой мощный всплеск DDoS-атаки не нарушили верхнюю границу актуального сезонного периода.

#### Заключение

Завершаем изложение статьи формулировкой заключения в следующем содержании:

1 Рассмотренная методика обнаружения DDoS-атак и вредоносного трафика позволит разработать алгоритм обнаружения точки начала атаки на ранних стадиях.

2 Разрабатываемый алгоритм учтет сезонные отклонения в нагрузке трафиков, что позволит определить точку начала атаки на ранних стадиях.

3 Подтверждены факты существования сезонности и выявления типичных сезонных периодов атаки. Исследованы недельная, суточная и неопределенная сезонность атаки, а также причины её возникновения.

4 По обсуждаемой методике можно составить выборки и с классификацией поступающего трафика вредоносных и благонадежных запросов.

5 Рассмотренный алгоритм может составить основу методики обнаружения DDoS-атак и вредоносного трафика с выяснением их физических параметров.

#### Список использованной литературы:

1 Абрамов Е.С., Сидоров И.Д., Способ обнаружения распределённых информационных воздействий на базе нейронной сети // Известия ЮФУ. Технические науки, 2009, №. 11 (100) С. 154-164.

2 Mostis D., Kotzankolou P. Evaluating secure control against HTTP based DDoS attacks Fourth International Conference on Information Systems and Applications (ISA), 2013. URL: [iexplore.iee.org/abstract/document/6623756/](http://iexplore.iee.org/abstract/document/6623756/)

3 C. Doligeris and A. Mitrkotsa, "DDoS attack and defense mechanism: " Elsevier Computer Networks, vol. 44, no. 5, pp. 643–665, April 2004.

4 Ievgen Durykin; Anastasiya Loktonova; Anders Carlson Method of slow-attack detection 2014 First International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology URL: [iexplore.ieee.org/document/6925341/](http://iexplore.ieee.org/document/6925341/)

5 Тарасов Я.В. Модель низкоинтенсивной сетевой атаки "отказ в обслуживании" // МГТУ им. Баумана, В сборнике трудов VII всероссийской научно-технической конференции "Защищенность информационных технологий" (ВИТ - 2016), с. 75-80.

6 Chucheva I.A. Model prediction of time series based on a sample of maximum similarity // PhD degree work. М.:2012, 147 с.

7 Fogler H.R. A pattern recognition model for forecasting // Management science. 1974, No.8. pp. 1178 – 1189.

8 Discovering Patterns in Electricity Price Using Clustering Technique/ F. Martinz Alvarz [at al.] // ICREPQ International Conference on Renewable Energies and Power Quality, Spain, Sevilla, 2007: URL: icrpq.com/icrepq07/155- martinz.pdf. Инженерный вестник Дона, №3 (2017) idon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4254  
Электрический научный журнал «Инженерный вестник Дона», 2007–2017

9 Рутковская Д., Пилинский М., Рутковская Л., Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. 2006. 452с.

10 Круглов В.В., Дли М.И., Голунов Р.Ю., Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. 2001. 224с.

МРНТИ 20.01.07

УДК 004.041

Г.Б. Джунпарбаева<sup>1</sup>, М.Т. Байжанова<sup>1</sup>, Б.О. Тастанбекова<sup>1</sup>, А.Б. Сейтханова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан

## ҚОЛДАНБАЛЫ ПАКЕТ ҮЛГІСІНДЕГІ ҮШӨЛШЕМДІ КЕҢІСТІКТЕГІ ГРАФИКА ЖӘНЕ АНИМАЦИЯ

*Аңдатпа*

Мақалада "үш өлшемді кеңістік", "объектілерді іздеу міндеті" және "координаттарды пайдалану" бағдарлауы қарастырылады. Үш өлшемді примитивтер компьютерлік графиканың көптеген бағдарламалық пакеттерінің негізін құрайды және қарапайым формадағы әр түрлі объектілерді құру мүмкіндігін қамтамасыз етеді. Көптеген жағдайларда қажетті модельді қалыптастыру үшін үш өлшемді примитивтерді біріктіруге немесе түрлендіруге тура келеді. Үш өлшемді модельдеу мен анимация қолданылатын көптеген салалар бар. Мысалы, 3D Studio MAX бағдарламасын сынау кезінде пайдаланушылар осы бағдарламаны әртүрлі салаларда қолдана отырып, үлкен жұмыс атқарды: статикалық жарнама мен телеарналарға арналған динамикалық заставкаларды жасаудан бастап апатты үлгілеу мен үш өлшемді анимацияға дейін. Үш өлшемді графика мен анимация компьютерлік технологиялар арасында ерекше орын алады, өйткені олардың көмегімен web-беттерді, электрондық таратылымдарды, презентациялар мен слайд-шоуларды тірі әрі әсерлі етіп қана қоймай, сонымен қатар көрермендердің назарын олардың қандай да бір маңызды фрагменттеріне аударуға болады. Алайда, үшөлшемді модельдеудің дәстүрлі пакеттерін игеру және пайдалану қиын және сонымен қатар өте қымбат. Бұл ретте оларда статикалық және анимациялық көлемді элементтерді құру көп еңбекті қажет етеді және көп білімдерді қажет етеді — модельдің қаңқалы көрінісін салу керек, содан кейін сандық қаңқаға арнайы жасалған материалдарды салу, көлеңке мен жарықпен манипуляция жолымен көлемдік иллюзиясын жасау керек, ал соңғы кезеңде сахнаның объектілерін анимациялау керек. Сондықтан үшөлшемді нысандарды әзірлеу және оларды анимациялау, әдетте, кәсіби мамандардың прерогативасы болып табылады.

**Түйін сөздер:** координаттар, орфографиялық прецизиялар, L-экструзия денесі, қарабайыр, әсер, блокбастер, виртуалды нысандар.

*Аннотация*

Г.Б. Джунпарбаева<sup>1</sup>, М.Т. Байжанова<sup>1</sup>, Б.О. Тастанбекова<sup>1</sup>, А.Б. Сейтханова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южно-Казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, г. Шымкент, Қазақстан

## ГРАФИКА И АНИМАЦИЯ В ТРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВО ПРИМЕНЕНИИ ПРИМЕНИМОГО ПАКЕТА

В статье рассматриваются понятия "трехмерное пространство", "задача поиска объектов и ориентации", "использование координат". Трехмерные примитивы составляют основу многих программных пакетов компьютерной графики и обеспечивают возможность создания разнообразных объектов простой формы. Во многих случаях для формирования нужной модели приходится объединять или модифицировать трехмерные примитивы. Существует огромное количество областей, где применяется трёхмерное моделирование и анимация. Например, при испытании программы 3D Studio MAX пользователи проделали колоссальную работу, применяя

эту программу в различных областях: от создания статической рекламы и динамических заставок для телеканалов до моделирования катастроф и трёхмерной анимации.

Трёхмерная графика и анимация занимают особое место среди компьютерных технологий, ведь с их помощью можно не только сделать более живыми и эффектными web-страницы, электронные рассылки, презентации и слайд-шоу, но и акцентировать внимание зрителей на каких-то их важных фрагментах. Однако традиционные пакеты трёхмерного моделирования сложны в освоении и использовании и к тому же очень дороги. При этом построение в них статичных и анимационных объёмных элементов трудоёмко и требует немалых знаний — ведь нужно построить каркасное представление модели, затем на цифровой каркас наложить специально созданные материалы, создать иллюзию объёмности путем манипуляций с тенями и светом, а на последнем этапе еще и анимировать объекты сцены. Поэтому разработка трёхмерных объектов и их анимация, как правило, являются прерогативой профессионалов.

**Ключевые слова:** координаты, точность орфографии, L-экструзия тела, примитив, удар, блокбастер, виртуальные объекты.

#### *Abstract*

### **GRAPHICS AND ANIMATION IN A THREE-DIMENSIONAL SPACE USING THE APPLICABLE PACKAGE**

*Dzhuparbaeva G.B.<sup>1</sup>, Baizhanova M.T.<sup>1</sup>, Tastanbekova B.O.<sup>1</sup>, Seitkhanova A.B.<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>M.Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan*

The article discusses the concept of "three-dimensional space", "the task of finding objects and orientation", "the use of coordinates". Three-dimensional primitives form the basis of many software packages and computer graphics offer the ability to create a variety of objects with a simple shape. In many cases, the formation of the desired three-dimensional model of the primitives have to combine or modify. There are many areas where the three-dimensional modeling and animation is used. For example, when testing the program 3D Studio MAX users have done a great job, using this program in various fields: from the creation of static and dynamic advertising screensavers for TV channels to disaster simulation and three-dimensional animation.

Three-dimensional graphics and animation occupy a special place among computer technologies, because with their help you can not only make web pages, e-mails, presentations and slide shows more lively and effective, but also focus the audience on some of their important pieces. However, the traditional packages of three-dimensional modeling are difficult to learn and use and are very expensive. Therefore, the development of three-dimensional objects and their animation, as a rule, are the prerogative of professionals.

**Keywords:** coordinates, spelling precision, L-extrusion body, primitive, impact, blockbuster, virtual objects.

Қазіргі уақытта CGI-бейнелер (Computer Graphics Imagery сөздерінен алынған – компьютерде жасалған сурет) бізді барлық жерде қоршаған: теледидарда, кинода, тіпті журналдардың беттерінде. Компьютерлік графика компьютерші-ғалымдардың тар шеңберлі саласындағы жұмысынан өзін осы салағаарнаған адамдардың ісіне айналып кетті. PC типті компьютерде жұмыс істеуге арналған үш өлшемді графикалардың бағдарламалық комплекстеріішінде жетекші орынды 3D Studio MAX2 алады.

Белгілі бір объектінің қолдануымен жүретін кеңістіктің ең кіші облысы болып нүкте (point) танылады. Әрбір нүктенің орналасуы координаталар (coordinates) деп аталатын үштік сандармен анықталады. Координаталарға үштік сандар (0;0;0) мысал болаалады. Олар үш өлшемді кеңістіктің орталық нүктесін анықтайды, орталық нүкте сонымен бірге координаталар басы (origin point) деп те аталады. Үштік координаталарға басқа да мысалдар келтіруге болады: (200;674;96) немесе (23;67;12).

Үш өлшемді кеңістіктің әрбір нүктесі үш координатадан тұрады, олардың біреуі нүкте орнының биіктігін, біреуі – енін, енді біреуі – нүктенің тереңдігін анықтайды. Осылайша, әрбір нүкте арқылы киберкеңістіктің үш координата осін жүргізуге болады.

Координата осі (axis) – бұл киберкеңістіктің ойдағы сызығы, олар координата бағытының өзгерісін анықтайды. 3D Studio MAX2-де үш стандартты осьтер бар: X, Y және Z. Шартты түрде оларды былай бөлген дұрыс: X осі ен координатасын, Y осі биіктік координатасын, ал Z осі тереңдікті білдіреді.

#### *3D объектілер*

Егер киберкеңістікте екі нүктені қосар болсақ, сызық (line) пайда болады. Мысалы, (0;0;0) және (5;5;0) нүктелерін қоса отырып сызық жасауға болады. Егер бұл сызықтың бір түбін (9;3;0) нүктесімен жалғап жалғастырса, полисызық (poliline), яғни бірнеше сегменттен тұратын сызық пайда болады. (3D Studio MAX2-де сызық және полисызық бірін-біріалмастыратын терминдер.) Егер соңғы нүктені біріншімен қосар болсақ, тұйық форма (closed shape) пайда болады. Тұйық форма дегеніміз – ішкі және сыртқы облыстары бар форма. Бейнеленген форма үш жақты көпбұрыш (polygon) жасайды, ол шек (face) деп те аталады. Үш жақты көпбұрыш виртуалды үш өлшемді кеңістікте жасалған объектілердің негізін құрайды. Көпжақтың келесідей базалық элементтері бар: ұшы, қыры, шегі [1].

Көпжақтың ұшы (vertex) дегеніміз – сызықтардың кез келген саны байланысатын нүкте. Көпжақтың шегі (face) дегеніміз – көпбұрыштың қырларымен шектелген, кеңістіктің фрагменті. Қабырға (edge) – бұл шектің шекарасын қалыптастыратын сызық. 3D Studio MAX2-де объектілер көпбұрыштардан, Безье кесінділерінен немесе NURBS типінің беттерінен құралады, айта кетерлігі көп жағдайда керекті форманың қабығын құрастыру үшін арнайы орналасатын көпбұрыштар пайдаланылады. Бірқатар жағдайларда объектілерді қалыптастыруда бірнеше ғана көпбұрыштар керек. Алайда көп жағдайда объектілерді қалыптастыру мәліметтердің ауқымды массивін қалыптастыратын жүздеген және мыңдаған көпбұрыштарды талап етеді. Мысалы, кубпен жұмыс жасау процесі кезінде компьютер көпжақтың сегіз түрлі ұшын, алты шегін және он екі қабырғасын қадағалап отыруы тиіс. Одан да күрделі объектілер үшін көпбұрыштардан тұратын элементтер ондаған және жүздеген мыңға жетуі мүмкін.

### *3D объектілердің проекциялары*

Бақылау нүктесі (viewpoint) – бұл үш өлшемді кеңістіктегі бақылаушының орналасуын айқындайтын позиция. Бақылау нүктесі MAX терезелердегі проекция (viewpoint) қалыптасуының негізі болып табылады, олардың әрбірі белгілі нүктеден перпендикулярлы бағыттағы бақылауға үш өлшемді сахнадағы объектілер проекциясының жалпақтық нәтижесін көрсетеді.

Бақылау нүктесінен перпендикулярлы өтетін ойдағы жалпақтық кескін жалпақтығы деп аталады. Ол бақылаушыға көрінетін облыстардың шекарасын анықтайды. Кескін жалпақтығын кейде бөлу жалпақтығы деп те атайды. Кескін жалпақтығының артында орналасқан объектілерді көру үшін бақылау нүктесін өзгерту керек. Немесе біздің назарымыздағы объектілер жалпақтық алдына шығып кетпес бұрын бөлу жалпақтығын «жылжыту» керек.

Виртуалды үш өлшемді әлемге көз салуға мүмкіндік беретін MAX терезелер проекция терезелері (viewports) деп аталады. Монитор экраны негізінен кескін жалпақтығы болып табылады. Себебі қолданушы монитор экранының жалпақтығы артындағы киберкеңістіктегіні ғана көре алды. Проекция терезесінде көрсетілетін аумақтың қапталдағы шегі терезе шегімен анықталады.

3D Studio MAX2-дегі проекция терезелеріндегі төрт терезенің үшеуі ортографиялық проекциялардың терезелері болып келеді. Бұл терезелерде бейнені құрау кезінде бақылау нүктесі сахнадан шексіз қашықтыққа дейін өшірілген болып есептеледі, ал бақылау нүктесінен объектілерге тарайтын барлық сәулелер тиісті координаталар осіне параллельді келеді. MAX проекциясындағы төртінші терезе, Perspective (Перспектива), ортографиялық проекцияның емес, орталық проекцияның терезесі болып табылады. Ол үш өлшемді сахнаның шынайы бейнесі көрсетеді, оның құрылуы кезінде сәулелер бақылау нүктесінен шығады.

### *Примитивтер*

MAX 2.0 примитивтің екі түрлі жинағын ұсынады: стандартты (Standard Primitives) және жетілдірілген (Extended Primitives). Стандартты примитивтерге параллелепипед, сфера, геосфера, конус, цилиндр, тұрба, сақина, пирамида, шәйнек, призма жатады. Жетілдірілген примитивтер қатарына көпжақ, тороидальді түйін, жүзі бар параллелепипед, цистерна, капсула, веретено, L-экструзия денесі, жинақталған көпбұрыш кіреді. Примитивтермен жұмыс істей отырып керекті объектілерді жасау үшін оларды әрдайым түрлендіріп немесе модификациялап отыру керек. Мысалы, ғимарат қабырғасының моделін жасау үшін қалыңдығы жұқа параллелепипедтердің ұзын және биік түрлерін қолдануға болады. Қосымшааз өлшемді тікбұрышты блоктарды жасай отырып терезе мен есік ойықтарын кескіндеуге болады. Примитивтер негізінен сирек қолданылады. Құрамдас объектілер – екі немесе одан да көп қарапайым объектілерден (шартты түрде примитивтер объектілерінен) құралған денелер.

Морфингті объектілер. Бұл типтегі объектілер бір денеден екінші денеге бір сарынды түрде өту анимациясын жасауға мүмкіндік береді [2].

Бульдік объектілер. Бұл типтегі объектілер екі немесе одан да көп үш өлшемді денелерді біріктіріп жаңа бір денені жасап шығаруға мүмкіндік береді. Олар көлемді денелерде саңылау немесе ойық жасауға немесе бірнеше объектілерді бір объектіге топтастыру үшін қолданылады. Бұл тип сәулеттік модельдеуге немесе көлемін өлшеуге арналған өзге кез келген тапсырмаларды орындау үшін таптырмайтын тип.

Бөлінген объектілер. Бұл типтегі объектілер бір үш өлшемді дененің сыртына қатысы бойынша бөлінген дубликаттар нәтижесін көрсетеді. Олар шөп сабағын жасауда, гольф добының бетіндегі ойықтарды кескіндеуде немесе ландшафт моделіндегі ағаштарды кескіндеуде қолданылады.

Сәйкес объектілер. Бұл тип бір үш өлшемді дененің екінші бір дененің формасын қайталауға мүмкіндік береді. Бұл тип балку, еру, тамшылау эффектілерін жасау үшін өте оңтайлы. Байланыстырушы объектілер. Бұл типтегі объектілер екі объектінің өзара байланысуын қамтамасыз етеді. Формаарқылы ықшамдыланған объектілер. Бұл типтегі объектілер сплайн формаларды үш өлшемді дененің бетімен байланыстыруға арналған. Бұл дегеніміз, аталған объекті .үш өлшемді денелердің бетінде сурет салуға мүмкіндік береді.

Компьютерлік техниканы заманауи өмірде қолдану қажеттілік санатына кіріп кетті. Көптеген салада түрлі-түрлі мәселелердің түйінін табу үшін есептеуіш машиналарды қолданады. Бұған дейінгі уақыт өлшеміндегі барлық компьютерлік техникада үшін тек қосымша көмекші құрал ретінде ғана қызмет атқарып келеді. Компьютер түрлі есептеулерді жүргізіп отырады. Бірақ негізгі жұмыс адамның мойнында болды. Адамзаттың алдында компьютердің күші мен санасы жетпейтін сан қилы зәулім құрылыс жұмыстары, түрлі сынақтар тұрды. Уақыт өте келе мықты графикалық операциялар пайда болып, олар компьютерге түрлі қиындықтарға тапсырмаларды орындауға, күрделі технологиялық процестерді экранда визуализациялауға мүмкіндік берді, осылайша компьютер өнеркәсібінде жаңа дәуір басталды. Компьютерлік үш өлшемді модельдеу, анимация мен графикадағы шынайы шығармашылықты жоймайды, керісінше адамды физикалық жұмыстардан босатып, максималды түрде назарды өз туындысына аударуға себеп болады. Әрине, қазір белгілі бір машықсыз графикамен айналысу мүмкін емес, бірақ технология бір орында тұрақтап тұрып қалмайды, бәлкім болашақта адамның туындылары тек оның ойларына тәуелді болады.

Кинематография саласындаарнайы эффектілерді физикалық моделдерді, мөлдір сурет тәсілі мен бағалы оптикалық принтерлерді қолдану арқылы арнайы повильондарда жасаған. Енді бұл мәселенің қиындығы мен күрделілігі заманауи бағдарламалар көмегімен шешіледі. Енді модельдерді жасау үшін мыңдаған сағатты шығындаудың қажеті жоқ. Бір маманды қарапайым дербес компьютерге отырғызып, арнайы эффектілерді жасату жеткілікті. Ол болса, шынайы өмірдің кескінін толыққанды жеткізе алады. Қазір визуалды эффектілердің қаптап кетуіне ешкім таң қалмайды. Блокбастерлерден ертегілердегі, ойындар мен мультимедиялық презентациялардағы түрлі эффектілер, кино мен телевизиядағы, үш өлшемді және мультимедиялық эффектілер, мұның барлығын біріктіретін бір ғана нәрсе олар компьютер көмегімен жасалған. Бүгін біз тек қана мұхиттың арғы бетіндегі өндіруші – аниматорлар жөніндегі де айтааламыз. 19 және 23 мамыр аралығында халықаралық сауда орталығында жыл сайынғы компьютерлік анимация мен графика фестивалі өтті. Фестивальде жаңашыл дүние көрсетілді – телевизиялық виртуалды студия. Режиссерлер мен продюсерлерге шексіз мүмкіндіктер туды: үлкен повильондар мен қымбат декорацияларсыз-ақ бағдарлама жасауға болады. Актерлерді немесе бағдарлама жүргізушісін көк немесе жасыл фонға түсіріп, оны компьютер кеңістігіне қою арқылы эффектілер мен анимация жасауға болатынын көрсетті.

Үш өлшемді анимация мен виртуалды технология кинода, телевизияда қолдану міндетті болып кетті, алайда жаңа технологияларды қолданудың басқа да тәсілдері бар. Мысалы, 1998 жылы 6-8 мамыр аралығында Осло қаласында Silicon Graphics пен Telenor компанияларымен ұйымдастырылған визуализация бойынша алғашқы халықаралық симпозиум өтті. Бұл конференцияда жұртшылыққа виртуалды объектілерге қатысты түрлі техникалық құралдар ұсынылды. Ерекше ықпалға виртуалды қала проектісі бөленді.

Виртуалды қалада бір ғана емес мыңдаған виртуалды объектілер орналаса алатын болды.

Дербес компьютерді қолданудың белгілі бір бағыты компьютерлік графика болып табылады. Әр ұйымда жарнамалық хабарландыруларға, парақшаларға, буклеттерге және т.б. қажеттілік туындайды. Ғаламтордың пайда болуы мен дамуына байланысты графикалық бағдарламалық әдістерді қолданудың кең мүмкіндігі жарық көрді. Графикалық бағдарламалық әдістердің кеңінен танылуына миллиондаған «жергілікті парақшаларды» біріктірген World Wide Web («дүниежүзілік тор») дамуы ықпал етті. Компьютерлік графиканың үш түрін ажыратады: растрлы графика, векторлы графика және фрактальды графика. Олар экранда бейнелеу немесе қағазға басып шығару кезіндегі суреттің қалыптасу принциптарымен ерекшеленеді.

Растрлы графиканы электронды (мультимедиялық) және полиграфиялық баспаларды құрауда қолданады. Растрлы графика әдісімен жасалған иллюстрацияларды компьютерлік бағдарламаларда сирек жасайды. Ол үшін суретшімен қағазда алдын ала дайындалған немесе фотосуреттегі иллюстрацияларды сканерлейді. Соңғы уақытта, растрлы суреттерді компьютерге енгізу үшін сандық фото- және видеокамералар кең қолданыс тапты. Ғаламторда, әзірге, тек растрлы иллюстрациялар қолданылады. Векторлық графикамен жұмыс істеуге арналған бағдарламалар, керісінше, өңдеу

қажеттілігіаз дәрежедегі иллюстрацияларды қалыптастыру үшін арналған. Мұндай әдістерді жарнамаагенттіктерінде, дизайнерлік бюроларда, редакциялар мен баспаларда кеңінен қолданады [3].

Қаріптер мен қарапайым геометриялық элементтерді қолдануда негізделген безендіру жұмыстары векторлық графика әдістерімен оңай орындалады. Векторлық графика әдісімен жасалған жоғарысапалы туындылар үлгісі бар, бірақ, олар шарттан гөрі ерекше жағдай болар. Фрактальды графикамен жұмыс істеуге арналған бағдарламалық әдістер математикалық есептеу арқылы суреттердің автоматты генерациясына бағытталған. Фрактальды көркемдік композициясын жасау сурет салуда немесе безендіруде емес бағдарламалау негізінде жатыр. Фрактальды графиканы жиі ойын-сауық бандарламаларында қолданады.

Үшөлшемді графика үшөлшемді кеңістіктегі объектілерге сүйенеді. Негізінде нәтижесі өзіндік тегіс суретті, проекцияны ұсынады. Үшөлшемді компьютерлік графика кино, компьютерлік ойындарда кеңінен қолданылады. Үшөлшемді компьютерлік графикада барлық нысаналар жазықтықтың немесе бөлшектердің жиынтығы ретінде ұсынылады. Минималды жазықтықты полигон деп атайды. Полигон ретінде, көбіне үшбұрыштарды таңдайды. 3D-графикадағы барлық визуальды өзгерістерді матрицалар басқарады.

3.0 версиясындағы 3D Studio MAX бағдарламасы (әрі қарай жай ғана MAX 3.0 деп аталады) Autodesk компаниясының меншігі болып табылады және оның компьютерлік графика және анимация әдістерін құру бағдарламаларын шығаруға мамандалған Discreet деген жеке фирмасымен құрастырылған. MAX 3.0 бағдарламасы үшөлшемді компьютерлік графиканың немесе 3D-графика (3 Dimensional — үшөлшемді) деп аталатын бағдарлама жанұясына жатады, және шынайы өмір қойылымдарын немесе ойдан шығарылған әлемді фотосуреттік бөлшектерімен және сапасымен имитациялайтын жеке суреттердің синтезіне және осындай суреттердің кадрларының бірізділігіне, нысандар мен анимацияларының орындалуыжүзеге асыруғаарналған. MAX 3.0 бағдарламасының жеке суреттер мен анимациялар құраудағы тек кейбір мүмкіндіктері:

- кезкелген үшөлшемді нысандардың геометриялық пішінін модельдеу – сфера, цилиндр немесе тікбұрышты параллелепипед деген сияқты қарапайым түрлерінен жануарлар денесі, ағаштар немесе тоқынатып жатқан су беткейі сияқты пішіні бойынша қиын табиғи тектегі нысандарға дейін;

- нысан материалдарының бұдыр, жылтыр, мөлдір, жарқырау және т.с., көпреттік айналық көрініс және жарықтың сәулелерінің сыну, мұнарлану немесе тұман сияқты атмосфералық көріністердің, қар, түтін немесе от сияқты табиғи көріністердің физикалық қасиеттерінің имитациясы;

- үшөлшемді қойылымның кезкелген жағдайдағы, терең ғарыш пен ашық аспанды күнге дейінгі жарықтандырудың имитациясы және модельденген нысандардың шынайы фотосуреттік көлеңкелі фонда, осы фона түстер кескіндермен визуализациялау;

- әртүрлі қозғалыстардың шынайы имитациясын қамтамасыз ететін анимация барысында орын ауыстыру немесе қасиетін өзгертуін басқарудың әртүрлі мүмкіндіктерін іске асыру;

- иерархиялық тізбекті құрау және олардың бір нысанның қозғалысы басқа нысандардың сәйкес қозғалысын тудыратын тікелей немесе кері кинематика әдістерімен анимациясы;

- пішіні мен сырт көрінісі өзгешеленетін нысандардың өзараауысып отыруын модельдеу (морфинг);

- соқтығысуын, ауырлық күшін, желдену немесе тығыздығын есепке ала отырып нысандардың динамикалық қасиеттерін модельдеу.

- синтезирленген суреттерге өткірліктің тереңдігі немесе әйнек жарықтары сияқты сияқты фото-немесе видеокамералардың қасиеттерін имитацияларын қосаалып, әртүрлі фильтрларды қолдану.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

1 Ли Дж., Уэр Б. *Трёхмерная графика и анимация*. - 2-е изд. - М.: Вильямс, 2002. - 540 б.

2 Херн Д., Бейкер М. П. *Компьютерная графика и стандарт OpenGL*. - 3-е изд. - М., 2005. - 188 б.

3 Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. *Модели и методы 3D моделирования*. М.: Научный мир, 2009. - 520 б.



МРНТИ 20.01.45  
УДК 004.041

## PROBLEMS OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES USE IN TEACHING SUBJECTS

Zhaylaubaev N.M.<sup>1</sup>, Amirov M.M.<sup>1</sup>, Shaymerdenova G.S.<sup>1</sup>, Ermurzaeva A.Sh.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>South Kazakhstan State University named M. Auezov, Shymkent, Kazakhstan

### Abstract

Many of the technologies used by modern teaching have been enhanced by personality, the foundation of which is the effectiveness of teaching. Only one of these is the use of information and communication technologies as an effective learning tool. Information and communication technologies based on electronic calculations, using computers, simulation, electronic books, using interactive pins, accessing Internet, computer programs, teaching.

The basic use of basic technology is the volume that will enable students to apply practical skills to thoroughly study materials. This software is a software product, how to use electronic tutorials, software checks, software programs. In the learning area of the computer - this is the manual for the tutor and the tutor for the tutor. At the same time, the system will be computerized, and one of the most effective ways to use the interactive whiteboard will be used.

**Keywords:** Information and communication technologies, interactive whiteboard.

### Аннотация

Н.М. Жайлаубаев<sup>1</sup>, М.М. Амиров<sup>1</sup>, Г.С. Шаймерденова<sup>1</sup>, А.Ш. Ермурзаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южно-Казахстанский государственный университет им.М.Ауезова, г. Шымкент, Казахстан

## ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ И КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИН

Многие технологии, используемые в современном обучении, направлены на улучшение личности, создание основы для эффективного обучения. Одним из этих факторов является использование информационных и коммуникационных технологий как эффективного способа повышения качества образования. Информационные и коммуникационные технологии основаны на работе с электронными вычислениями, использовании компьютеров в процессе обучения, электронными учебниками, использованием интерактивных досок, доступом в Интернет, компьютерными программами обучения. Основная цель использования коммуникационных технологий состоит в том, чтобы обеспечить студентов практическими занятиями, чтобы полностью освоить учебные материалы. Для достижения этих целей служат такие программные продукты, как электронные учебники, программы проверки, программы для обучения. В области образования компьютер – это учебник для чтения и учитель для ученика. В настоящее время вся система обучения компьютеризирована, и одним из наиболее эффективных способов информатизации является использование интерактивной доски.

**Ключевые слова:** Информационные и коммуникационные технологии, интерактивная доска.

### Аңдатпа

Н.М. Жайлаубаев<sup>1</sup>, М.М. Амиров<sup>1</sup>, Г.С. Шаймерденова<sup>1</sup>, А.Ш. Ермурзаева<sup>1</sup>

М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан Мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан

## ПӘНДЕРДІ ОҚЫТУДА АҚПАРАТТЫҚ КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ҚОЛДАНУ МӘСЕЛЕЛЕРІ

Қазіргі оқыту барысында қолданылып жүрген көптеген технологиялар жеке тұлғаның жетілуіне, оқытудың тиімділігінің негізін құруға бағытталған. Соның бірі - ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдалану білім сапасын арттырудың тиімді жолы болып отыр. Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар электрондық есептеуіш техникасымен жұмыс істеуге, оқу барысында компьютерді пайдалануға, модельдеуге, электрондық оқулықтарды, интерактивті тақтаны қолдануға, интернетте жұмыс істеуге, компьютерлік оқыту бағдарламаларына негізделген. Коммуникациялық технологияларды пайдаланудың басты мақсаты-оқушылардың оқу материалдарын толық меңгеруі үшін оқу материалдарының практикалық жағынан тиімді ұсынылуына мүмкіндік беру. Бұл мақсаттарға жету жолында электрондық оқулықтар, тексеру программалары, оқыту программалары сияқты программалық өнімдер қызмет етеді. Білім саласында компьютер оқу үшін оқу құралы, ал мұғалім үшін жұмысшы болып табылады. Қазіргі таңда білім жүйесінің барлық саласы компьютерленген сондай-ақ, ақпараттандыру тәсілінің тиімді жетістіктерінің бірі-интерактивті тақтаның қолданылуы көп мүмкіндікке жол ашуда.

**Түйін сөздер:** Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, интерактивті тақта.



Modern conditions with the possibilities of automated (computer) collection, accumulation, processing, storage and use of information impose increased requirements on the training of specialists who must have sufficiently deep theoretical knowledge, practical skills, independent thinking, broad outlook and common culture. The achievement of these goals is best promoted by the system of education using the varied possibilities of Information and communication technologies (ICT), the possession of which is an essential element of the teacher's culture [1].

XXI century - the century of high computer technology. The modern student lives in the world of electronic culture. The role of the teacher in the information culture is changing - he must become the coordinator of the information flow. The teacher, keeping up with the times, today is psychologically and technically ready to use information technology in teaching.

The inclusion of ICT in the educational process allows the teacher to:

- organize various forms of educational and educational activities in the classroom,
- make active and focused independent work of students.
- a computer can be used at all stages: both in the preparation of a lesson and in the learning process: in explaining (introducing) a new material, fixing, repeating, and controlling. It is the last stage that interests us.

ICT includes all sorts of ways and methods (verbal, visual, etc.) of sharing knowledge, facts, rules, using both special software and technical, and traditional means. The last group includes printed and spoken words, natural objects, posters, film and video films, educational tasks for practical work, control tasks, problem situations, etc. mail, information processing systems. ICT can be considered as a means of access to educational information, providing the ability to search, collect and work with a source, including the Internet, as well as a means of delivering and storing information. The use of ICT in the educational process allows improving the quality of educational material and enhancing educational effects. Any pedagogical technology is an information technology, since the basis of the technological process of learning is the receipt and transformation of information. With the use of software and hardware, new learning tools and knowledge storage are being created, which include electronic textbooks and multimedia; electronic libraries, global and local educational networks, information retrieval and information reference systems, etc. One of the important directions of development of modern education, pedagogical and methodical science is the introduction of ICT in the learning process [2]. Despite the fairly accumulated practice, scientific and methodological illumination of this problem, the authors of new articles continue to share their experience, discuss the problems of using ICT in teaching various subjects. Moreover, there is new software, applications to the most modern computers and mobile communications, which can also be reflected in the construction of the educational process. Modern specialists have rather high demands on knowledge and skills, the volume of which is changing and expanding, and this leads to a search for ways to intensify and improve the effectiveness of the system for training specialists. The opinion is quite reasonable that the introduction of ICT in the learning process accelerates the transfer of knowledge and accumulated experience from teacher to student and from one student to another. ICT, helping to improve the quality of education, allows a person to successfully adapt to changes in the educational and social environment. In particular, ICTs help to increase the interest and enhance mental activity of students; they allow you to simulate and visualize processes that are difficult to demonstrate in reality; allow you to individualize learning and give students the opportunity to show independent research qualities (Figure 1).

The didactic functions of information and communication technologies are largely determined by their interactivity, due to hypertext and multimedia technologies, which gives reason to talk about the transition to a qualitatively different level of information transfer [2]. With all the advantages of ICT, one can talk about some of their negative aspects. In particular, individualization of education can reduce the lively dialogical communication of participants in the educational process – teachers and students, students among themselves – that are so deficient in the educational process by offering “dialogue with a computer” instead.

Within the framework of open and distance learning, most of the time a student goes into “silent” independent study of information. The overall individualization of learning with the help of personal computers may ultimately lead to a weakening of the possibility of the formation of creative thinking, which by its very origin is based on dialogue. In addition, the constant use of educational resources published on the Internet leads to the temptation to borrow ready-made essays, term papers, projects. This trend, unfortunately, is true for all technologies and forms of education and does not contribute to improving the efficiency and quality of education. In preparing for classes, most people use the resources that the search engine gives them on request. But only 5% use resources in a foreign language. Among the reasons for this are insufficient knowledge of the language, irrelevance of foreign language sources for the subject being studied.

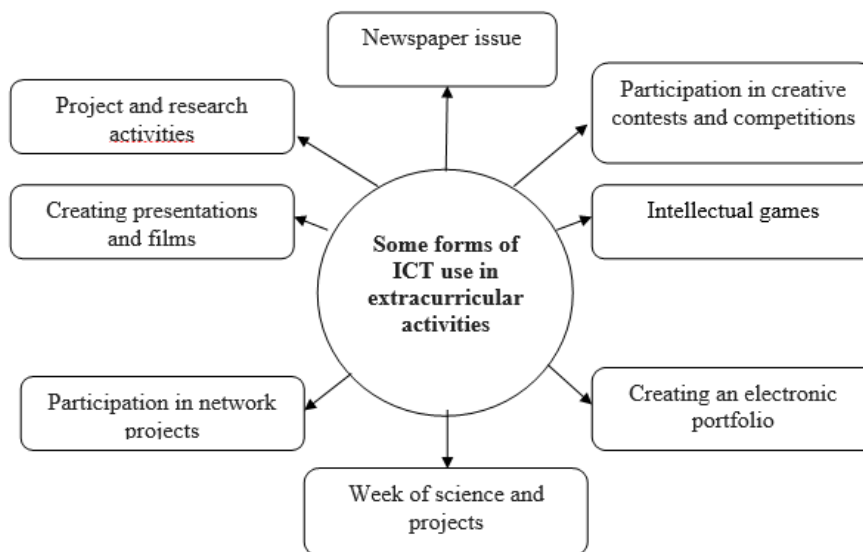


Figure 1. Forms of ICT use in extracurricular activities

Thus, to avoid a formal approach to performing independent tasks in a foreign language or simply cheating from others, the teacher must select such tasks and types of independent work that would show students their progress and be relevant to current educational goals. Independent work of a student in preparation for seminars in most cases is informational and communicative in nature and takes place with the use of information technology. The use of ICT for a teacher is the selection of educational material, and he must follow the main didactic principles: systematic, sequences, availability, differentiated approach, scientific, etc. We must remember that the computer does not replace the teacher, but only complements it.

Methodological support at this stage consists in providing students with a set of issues discussed on the topic, a list of recommended literature sources and the right to use Internet resources. At the same time, a target installation is given to provide an intelligent product of minimal volume with a good content part. A variety of information sources allows students to show their creative abilities and thus examine information on a specific issue, in order to present it to their comrades in the most comprehensible, visual and effective form.

The following are typical of ICT applications:

1. The principle of adaptability: the adaptation of the computer to the individual characteristics of the child;
2. Manageability: at any time correction by the teacher of the learning process is possible;
3. Interactivity and interactive nature of learning: ICT have the ability to "respond" to the actions of the student and teacher; to "engage" with them in dialogue, which is the main feature of computer-training methods.
4. The optimal combination of individual and group work;
5. Maintaining the student's state of psychological comfort when communicating with a computer.

The use of ICT in the process of teaching schoolchildren increases the overall level of the educational process, enhances the cognitive activity of students. To do this, the teacher must master a number of skills. Basic teacher skills:

- technical, that is, the skills necessary for working on a computer as standard software use;
- methodical, i.e., the skills necessary for the competent training of schoolchildren;
- technological, that is, the skills necessary for the competent use of educational information tools in different lessons.

The use of ICT in the learning process enhances:

- positive learning motivation
- activates the cognitive activity of students
- expands the possibility of independent activities;
- develops research skills and provides access to various reference systems, electronic libraries, and other information resources;
- Contributes to the improvement of education quality

The use of ICT allows you to fully implement the basic principles of enhancing cognitive activity: the principle of trust; the principle of feedback; the principle of taking a research position.

The main purpose of ICT is: development of thinking, the formation of methods of mental activity, implementation of standards of general education in computer science and ICT [3].

Not every student is able to express the specified content of educational material from the first time using the optimal combination of verbal text, charts, tables, formulas. In this case, the student can rely on the advice of the teacher. At the same time, on each course creative individuals are identified who, working with information, create creative educational products themselves, often in the form of presentations. In this case, ICT, originally designed to create information products of various kinds and possessing great creative potential, become an effective tool in the hands of future subject teachers [3].

Thus, information and communication technologies are a powerful stimulator of cognitive and educational activities, capable of combining the efforts of students and teachers of the university in cognition of the academic discipline, as well as one of the most important ways of teaching students who can give academic work a problem, creative, research character. The use of ICT using the system of modern and traditional means allows to realize the ideas of individualization and differentiation of education, contributes to improving the mental performance of students, the formation of the necessary qualification competencies, which is especially important in the conditions of increased requirements for graduates of pedagogical universities. In general, the use of ICT (or individual elements of modern communication technologies) in the process of any subject can contribute to solving the problem of improving the efficiency and quality of education and training qualified personnel.

#### References

1 Rudenko T.V. *Didactic Functions and Possibilities for Using Information and Communication Technologies in Education [Electronic resource]: an educational complex*. URL: <http://ido.tsu.ru> (appeal date: August 26, 2012).

2 *New pedagogical and information technologies in the education system* / Ed.E.S.Polat. М.: Publishing center "Academy", 2005. - 272с. 2. Апатова, N.V. *Information technology in school education*. М.: Institute of secondary school RAO, 1994. - 228 p.

3 Trainev V.A. *Information communication pedagogical technologies (generalization and recommendations): studies. manual 3rd ed.* - М.: Publishing house of trading corporation "Dashkov and K", 2008

**МРНТИ 20.01.04**  
**УДК 622/0200**

*С.С. Жузбаев<sup>1</sup>, А. Байконыс<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан*

<sup>2</sup>*Казахский гуманитарно-юридический инновационный университет, г. Семей, Казахстан*

## **«ОТКРЫТЫЕ УНИВЕРСИТЕТЫ» В ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

### *Аннотация*

В статье рассматриваются многие области человеческой деятельности, которые проходят через процессы информатизации, компьютеризации и автоматизации. В основном это связано с уровнем вычислительной производительности электронно-вычислительных машин, высокий уровень динамики развития компьютерной техники предоставляет возможность с помощью электронно-вычислительных машин делать за доли секунды настолько объемные вычисления, на которые у человека может уйти огромное количество часов, дней и даже месяцев. Поэтому, развитие компьютерных технологий дало шанс переложить на ЭВМ большинство рутинных операций, а также вычислений, требующих точности в расчетах. Из ключевых направлений формирования современного образования необходимо выделить тот факт, что из-за большого количества учебных программ студентам высших учебных заведений для успешного изучения многих дисциплин необходимо освоить часть учебного материала самостоятельно. С целью самостоятельного изучения дисциплин учащиеся вузов используют разные ресурсы: печатные издания, материалы из библиотек, учебники, Интернет. Однако с развитием современной науки появляется вопрос актуальности информации в используемом источнике.

**Ключевые слова:** образование, глобализация, информатика, компьютеризация, автоматизация, инновация.

Аңдатпа

С. С. Жүзбаев<sup>1</sup>, А. Байқоныс<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Қазақ инновациялық гуманитарлық-заң университеті, Семей қ., Қазақстан

**АҚПАРАТТЫҚ-БІЛІМ БЕРУ КЕҢІСТІГІНДЕ «АШЫҚ УНИВЕРСИТЕТТЕР»**

Мақалада ақпараттандыру, компьютерлендіру және автоматтандыру процестерінен өтетін адам қызметінің көптеген бағыттары талқыланады. Негізінен бұл электронды-есептеуіш машиналардың есептеу өнімділігінің деңгейімен байланысты, компьютерлік техниканың даму динамикасының жоғары деңгейі электронды-есептеуіш машиналардың көмегімен секундтың үлесімен көлемді есептеулерді жасауға мүмкіндік береді. Оған адамсағат, күн және тіпті айлардың үлкен мөлшерін кетіруі мүмкін. Сондықтан, компьютерлік технологиялардың дамуы ЭЕМ-ге күнделікті операциялардың, сондай-ақ есептеулерде дәлдікті талап ететін есептеулердің көпшілігін аударуға мүмкіндік берді. Қазіргі заманғы білім беруді қалыптастырудың негізгі бағыттарынан жоғары оқу орындарының студенттеріне көптеген пәндерді табысты оқу үшін оқу материалдарының бір бөлігін өз бетінше меңгеру қажет екендігін атап өту қажет. Пәндерді өз бетінше оқу мақсатында жоғары оқу орындарының оқушылары әртүрлі ресурстарды пайдаланады: баспа басылымдары, кітапханалардан материалдар, оқулықтар, Интернет. Алайда қазіргі ғылымның дамуымен қолданылатын деректерде ақпараттың өзектілігі мәселесі пайда болады.

**Түйін сөздер:** білім беру, жаһандану, информатика, компьютерлендіру, автоматтандыру, инновация.

Abstract

**«OPEN UNIVERSITIES» IN THE INFORMATION AND EDUCATIONAL SPACES**

S.S. Zhuzbaev<sup>1</sup>, A. Baikonyis<sup>2</sup>

<sup>1</sup>L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

<sup>2</sup>Kazakh Humanitarian-Law Innovation University, Semey, Kazakhstan

The article deals with many areas of human activity that go through the processes of Informatization, computerization and automation. This is mainly due to the level of computing performance of electronic computers, a high level of dynamics of computer technology provides the ability to use electronic computers to do in a fraction of a second so large calculations that a person can take a huge number of hours, days and even months. Therefore, the development of computer technology has given a chance to shift to the computer most routine operations, as well as calculations that require accuracy in the calculations.

Among the key directions of the formation of modern education it is necessary to highlight the fact that due to the large number of educational programs for students of higher educational institutions for the successful study of many disciplines it is necessary to master part of the educational material on their own. For the purpose of self-study of disciplines, University students use different resources: printed publications, materials from libraries, textbooks, the Internet. However, with the development of modern science there is a question of relevance of information in the source used.

**Keywords:** education, globalization, Informatics, computerization, automation, innovation.

Инновацией в области образования считается внедрение технологий дистанционного обучения. При использовании дистанционного обучения функции преподавателя в большинстве будут иметь консультативное значение, освобождая преподавателю времени для занятия научной деятельностью. Безусловно, это будет являться преимуществом для университетов, которые используют такие инновации, так как развитие образовательных технологий подразумевает интенсивное развитие научной и деятельности в высших учебных заведениях республики. Кроме того, применение информационных технологий повышает интерес студентов к процессу обучения.

В последнее десятилетие в Казахстане получило развитие электронное обучение. Ведется много исследовательских работ, а также частично в университетах вводится дистанционное информирование и дистанционные образовательные тесты. Данная работа посвящена изучению возможности использования современных технологий в образовательном процессе высшего учебного заведения и разработка платформы для предоставления образовательных услуг.

Кроме того, возникает ряд общепедагогических и социально-педагогических проблем или аспектов информатизации образования. Появился термин "визуальное образование", который означает, что в обучении изображение, образ, модели, знаки будут играть все большую роль, оттесняя привычные тексты. Работа со знаками и знаковыми системами, перевод из одной знаковой системы в другую, кодирование и декодирование - эти и другие процедуры должен уметь делать человек информационного общества. В связи с этим возникает вопрос об информационной культуре личности, под которой понимают наличие знаний в области информации и умения работать с информацией.

Информационную культуру личности, считают ученые, надо формировать в школе. Поэтому во второй половине XX века в педагогике формируется направление -медиа-образование, которое исследует вопрос об изучении школьниками средств массовой коммуникации. Главные задачи медиа-образования ученые понимают так: подготовить школьников к жизни в информационном обществе, сформировать у них умения пользоваться информацией в различных видах, владеть способами общения с помощью информационных технологий и средств, то есть осуществлять коммуникации, осознавать последствия воздействия на человека средств информации, в особенности средств массовой коммуникации. В школах развитых стран изучается специальный предмет, призванный решать эти задачи.

Важной задачей разработки системы дистанционного образования является сочетание традиционных способов обучения с современными способами поиска информации. Ассоциация образования в Казахстане признала необходимость использования интернет технологий для создания уникального информационного пространства. «Главной центральной реформой системы образования должно стать внедрение современных информационных технологий в учебный процесс», - говорится в послании Президента Казахстана Нурсултана Назарбаева. Концептуальной, методологической, материальной основой работы является Закон РК «Об информатизации». Основная цель сферы информатизации - предоставить образовательной организации образовательное программное обеспечение.

Внедрение открытых технологий в образовательное пространство требует, чтобы образовательная организация создавала уникальную информационную среду. Следует отметить, что развитие информационных технологий прямо и косвенно влияет на уровень образования. В этих системах основное внимание следует уделять педагогической и психологической поддержке.

Глобализация рынка образования и высокое качество образования напрямую связаны с целями Болонского процесса: академической мобильностью, признанием дипломов, внедрением кредитной системы, управлением знаниями. Педагогические и технологические инновации обеспечат выполнение этих требований. Инновации в образовании - это использование новых знаний, восприятия и технологий для получения результатов обучения, которые отличаются от социальных и рыночных потребностей.

Изучение инновационной практики показывает, что большинство инноваций посвящено развитию технологий. Основной целью инновационной образовательной среды университета является выбор необходимой модели:

- создание и внедрение информационных ресурсов;
- качественное воспитание студентов - активные усилия по автоматизации учебного процесса;
- внедрение и обработка качественных образовательных услуг, определяющих ответственность преподавательского состава университета;
- применение и разработка инновационной образовательной методологии;
- создание мониторинга для исследований в области образования

Для создания системы дистанционного обучения необходимо полное понимание современных процессов обучения. Обучение разбито на 3 составляющих: теоретические знания, фактическое применение их на практике, проверка знаний. Процесс обучения состоит из лекционных занятий, практических семинаров, лабораторных занятий и самостоятельной работы. Проверка полученных знаний и навыков происходит путем сдачи экзаменов. Промежуточный контроль осуществляется с помощью тестирования [1].

Главным шагом в развитии образования является оптимизация времени, необходимого на самостоятельную работу. В настоящее время студенты при подготовке к занятиям проводят меньше времени в библиотеках и читальных залах, предпочитая им поиск информации в интернете.

Рассмотрев возможности применения современных технологий для обучения студентов, можно сделать вывод, что глобальная сеть Интернет является наиболее подходящей коммуникационной средой для организации системы открытого университета. При этом созданный сайт в полной мере иллюстрирует основные возможности применения такого обучения.

С технической точки зрения внедрение системы не требует больших экономических затрат и может быть развернуто на базе сайта Открытый университет. Объектно-ориентированный подход, использованный в процессе разработки, позволяет осуществлять дальнейшую модернизацию системы.

Факультеты разделяются на кафедры, осуществляющие подготовку студентов в рамках определенной квалификации. В зависимости от изучаемого направления, учащиеся объединяются в

группы. При этом имеются дополнительные обслуживающие подразделения, отвечающие за управление обучением и за проверку учебного процесса. Общая структура учебного заведения представлена на рисунке 1. Из рисунка видно, как связаны подразделения учебного заведения. Таким образом, при внедрении системы дистанционного обучения необходимо принимать во внимание административное деление. Таким образом, есть возможность облегчить работу учащихся и преподавателей. Однако для этого необходимо разобраться с основами сегодняшнего образования. В современном обществе высшие учебные заведения включают в себя факультеты. Под факультетом понимается учебно-научное отделение высшего учебного заведения, выполняющее подготовку студентов согласно одной или нескольким схожим специальностям, где преподаются дисциплины, относящиеся к какой-либо одной области знаний.



Рисунок 1. Структурно-административное деление высшего учебного заведения

Для моделирования системы дистанционного образования нужно учитывать и процесс организации обучения. Содержание дисциплин, которые требуется изучить студенту для получения определенной специальности, строго регламентированы государственными стандартами. Есть большое количество учебных пособий, применяемых для изучения различных курсов, которые одобрены министерством образования. На технической стороне, существует потребность в развертывании, эффективных технологий основанного на знаниях [2].

Открытые университеты – это университеты, которые доступны для людей без формальной академической квалификации. Открытые университеты предлагают дистанционное обучение с использованием специальной дидактики и средств массовой информации. Цель открытых университетов - предлагать всем равные возможности для развития своих компетенций, повышения их уровня образования и получения переподготовки. С другой стороны, это также способ привлечения потенциальных студентов, которые в какой-то момент хотели бы получить степень.

В большинстве открытых университетов можно получить степень бакалавра, а также неакадемическую квалификацию, такую как дипломы и сертификаты [3]. Термин «открытый» университет обычно относится к университету с открытой академической политикой, то есть без требований к поступлению. Вот почему открытые университеты обычно «открыты» для всех студентов. Первоначальная мысль открытых университетов заключалась в том, чтобы сделать высшее образование доступным для всех людей. Вот почему сегодня открытые университеты доступны для вас, даже если у вас нет сертификата из средней школы.

Кроме того, открытые университеты имеют специальные услуги для людей с ограниченными возможностями и для людей, обучающихся на дому / на рабочем месте в свободное время и в ночное время. Открытые университеты разработали четкую политику в отношении открытости. Выбрав институт, пользователь должен проверить свою политику по этим критериям открытости. Обычно открытые университеты принимают любого учащегося без ограничений по возрасту и без предварительного образования. Однако некоторые университеты дистанционного обучения применяют жесткие требования к въезду, как это делают обычные университеты. В этом случае те же требования к подаче заявки применяются как для программ на кампусе, даже на уровне бакалавра.

В последнее время на передний план выступает новая область технологий – информационная индустрия, которая имеет связь с воссозданием технических методов, средств, различного рода технологий, предназначенных для воспроизведения новых знаний. Данная индустрия имеет достаточно тесную связь с совершенствованием компьютерных технологий.

По причине того, что общество имеет проблемы с восприятием и переработкой новой информации, появляются противоречия между способностями человека и огромными потоками информации, которая хранится и передается по сети каждую минуту. На настоящий момент интернет переполнен большими массивами избыточной информации, поэтому порой человеку крайне тяжело вычлнить и найти необходимые данные, следствием чего, появляется необходимость в применении автоматизированных информационных систем.

Кроме того, в настоящее время появилась новая проблема развития образования в Казахстане. В настоящее время знания очень быстро стареют, а научно-технические знания стареют еще быстрее. Объем знаний студентов университетов увеличиваются каждые два, три года. В случае если никак не изменять образовательных технологий, то качество подготовки квалифицированных специалистов начнет отставать от потребностей рынка труда. Получение знаний студентами с использованием информационных и коммуникационных технологий примерно в два раза быстрее, нежели с помощью обычных технологий.

Самой оптимальной формой организации процесса обучения с применением электронных обучающих систем является дистанционное обучения. Схема организации дистанционного обучения представлена на рисунке 2.

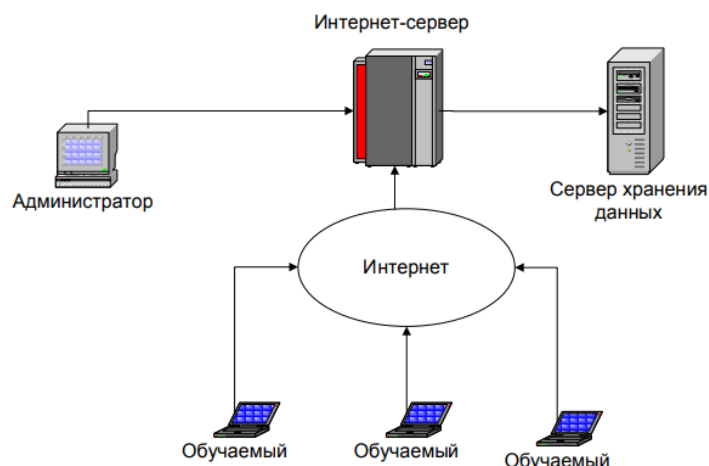


Рисунок 2. Процесс электронного обучения

Вследствие непрерывного роста конкуренции среди выпускников на рынке труда каждому университету необходимо применять инновационные методы обучения, для того чтобы сохранять статус учебного заведения и поддерживать авторитет среди работодателей. Инновации необходимы практически для любой сферы деятельности человека, и по этой причине они и становятся объектом исследования. Инновации становятся результатом научных поисков, передового педагогического опыта отдельных преподавателей и целых коллективов. Этот процесс не может быть стихийным, он нуждается в управлении.

Рабочая учебная программа, учебно-методический комплекс, образовательные технологии любого высшего учебного заведения не зависят от формы обучения. В большинстве университетах появилась тенденция создания электронных версий учебных материалов. Если весь учебный материал находится на электронных источниках, то не имеет значения, куда подать эти знания: в аудиторию или же студенту, который находится за пределами университета [4]. Современные информационные технологии могут передать необходимую информацию и обеспечить доступ к ней наравне с традиционными средствами обучения, а иногда и гораздо быстрее. Также важным преимуществом дистанционных технологий считается стоимость обучения.

Так экспертами было установлено, что телекоммуникационное преподавание обходится в четыре раза дешевле традиционного.

Таким образом, применение технологий дистанционного обучения имеет ряд преимуществ:

- дает возможность повысить эффективность процесса самостоятельной подготовки учащихся;
- хранение учебных материалов в электронном варианте облегчает доступ студентам и преподавателям к нужной информации;
- автоматизация обучения облегчает работу преподавателей;
- современные технологии повышают интерес студентов к процессу обучения;
- дистанционные технологии позволяют учебному заведению расти и развиваться в мировой образовательной системе;
- применение систем дистанционного обучения имеет меньшую стоимость обучения.

Из-за этих преимуществ системы дистанционного обучения пользуются большой популярностью и стали неотъемлемой частью образовательного процесса в высших учебных заведениях мира.

*Заключение.* Проникновение в образование новых информационных технологий заставляет посмотреть на дидактический процесс как на информационный процесс, в котором происходит получение информации учащимися, ее переработка и использование. Программированное обучение и вслед за ним технология обучения показали, что учение, понимаемое как процесс переработки информации, может быть строго управляемо, подобно процессам в сложных системах, которыми занимается кибернетика. Поэтому информатизацию образования следует рассматривать не просто как использование компьютера и других электронных средств в обучении, а как новый подход к организации обучения, как направление в науке, которое ученые называют педагогической информатикой. Информационный подход к обучению ставит перед дидактикой и в целом перед педагогикой ряд проблем.

Быстрое развитие образовательного сегмента сети Интернет входит в некое противоречие с классическим образованием. Растущая популярность электронного обучения приводит либо к пересмотру традиционного дистанционного обучения, либо к его трансформации.

Следует отметить, что созданная система является начальным этапом по внедрению современных технологий в процессы обучения. При дальнейшей работе необходимо учитывать конкретные требования образования высшего учебного заведения. В частности, возможно внедрение технологий видеосвязи, как следующий этап разработки системы.

В рамках проведенного исследования были определены понятия открытого университета, рассмотрены цели и задачи систем управления обучением, их функционал. Кроме того, были рассмотрены уже существующие системы и проведен небольшой анализ наиболее популярных из них. Были получены навыки создания системы дистанционного обучения с помощью LMS Moodle открытого университета, а также разработки различных электронных курсов.

В настоящее время создание, разработка и применение электронных курсов имеет немаловажное значение для повышения эффективности учебного процесса.

*Список использованной литературы:*

- 1 Олифер В.Г. *Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы.* – СПб.: Издательство Питер, 2009. - 715 с.
- 2 Rynson W.H., Frederick W.B. *Advances in Web-Based Learning. International Journal of Distance Education Technologies*, 2010. - p. 1-2.
- 3 Passerini, Katia; Granger, Mary J. *A developmental model for distance learning using the Internet. Computers & Education*, 2010. - p. 1-15.
- 4 Каплан Л. *Строим систему дистанционного обучения*, 2008, вып. 12. URL: <http://www.osp.ru/cio/2008/12/5679944/>



МРНТИ 14.35.09  
УДК 378.147

*Н.Н. Керімбаев<sup>1</sup>, Р.А. Самбетова<sup>2</sup>, А.К. Утелбаева<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің профессоры, Алматы қ., Қазақстан*

<sup>2</sup>*М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан*

## ЖАППАЙ АШЫҚ ОНЛАЙН КУРСТАРДЫ ҚОЛДАНУ ЖОЛДАРЫ

*Аңдатпа*

Мақалада қашықтықтан оқытудың бір түрі - жаппай ашық онлайн-курс (ЖАОК) қарастырылған, ЖАОК-тің негізгі даму кезеңдері, оның ерекшеліктері мен артықшылықтары және ашық онлайн-курстарды қолдану жолдары сипатталған. Авторлар қашықтықтан оқыту курстары әр түрлі іс-шаралардың үлкен кешенін қамтитын жеке оқыту әдістемесі екендігін көрсетеді. Студенттердің техникалық сауаттылығын арттыруға бағытталған жаппай ашық онлайн-курс жеке тұлғаның дамуына, мұғалім мен студенттің қарым-қатынасына ықпал етеді. Сонымен қатар, онлайн курс білім беру мәселелерін шешіп қана қоймай, сыни ойлауды дамытуға да ықпал етеді. Мақалада «Ақпараттық және коммуникациялық технологиялар» (АКТ) пәніне арналған онлайн курс құру туралы айтылады. Жаңа АКТ білім беру ортасын өзгертуде, барлық адамдарға жоғары білім алуға, өмір бойы білім алуға, сонымен қатар білім беру іс-әрекетінің озық құралдарын жасауға мүмкіндік береді. Авторлар ашық онлайн курстың артықшылықтары мен кемшіліктерін ашады.

**Түйін сөздер:** жаппай ашық онлайн курс, платформа, қашықтықтан оқыту, ақпараттық технологиялар, видео дәріс.

*Аннотация*

*Н.Н. Керімбаев<sup>1</sup>, Р.А. Самбетова<sup>2</sup>, А.К. Утелбаева<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*

<sup>2</sup>*Южно-Казахстанский государственный университет имени М.Ауезова, г. Шымкент, Казахстан*

## СПОСОБЫ ПРИМЕНЕНИЯ МАССОВЫХ ОТКРЫТЫХ ОНЛАЙН КУРСОВ

В статье рассматривается один из видов дистанционного обучения – массовый открытый онлайн-курс (МООК), описаны основные этапы развития МООК, его особенности и преимущества, способы применения открытых онлайн курсов. Авторы указывает, что дистанционные курсы образования – это отдельная методика обучения, включающая в себя большой комплекс разнообразной деятельности. Массовый открытый онлайн-курс направлен на повышение технической грамотности студентов, способствует развитию личности, отношений между учителем и учеником. В то же время, онлайн курс решает не только проблемы образования, но и способствует развитию критического мышления. В статье рассмотрено создание онлайн-курса по информационно-коммуникационным технологиям (ИКТ). ИКТ изменяют среду обучения, позволяют всем людям получать высшее образование, обучение на протяжении всей жизни и разрабатывать передовые образовательные инструменты. Авторы раскрывают достоинства и недостатки открытого онлайн-курса.

**Ключевые слова:** массовый открытый онлайн курс, платформа, дистанционный обучение, информационная технология, видеолекция.

*Abstract*

## WAYS OF APPLICATION OF MASSIVE OPEN ONLINE COURSES

*Kerimbayev N.<sup>1</sup>, Sambetova R.<sup>2</sup>, Utelbaeva A.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan*

The article discusses one of the types of distance learning - a massive open online course (MOOC), describes the main stages of the development of MOOC, its features and advantages, and how to use open online courses. The author points out that distance education courses are a separate teaching method, which includes a wide range of diverse activities. Mass open online course aimed at improving the technical literacy of students, contributes to the development of personality, the relationship between teacher and student. At the same time, the online course not only solves the problems of education, but also contributes to the development of critical thinking. In article, we will look at creating an online course on information and communication technologies (ICT). New ICTs are changing the learning environment, allowing all people to get higher education, lifelong learning and develop advanced educational tools. The authors reveal the advantages and disadvantages of an open online course.

**Keywords:** Massive Open Online Course, platform, information technology, distance learning, videolecture.

Жаппай ашық онлайн курсәлемнің ірі университеттерінде басталған. Олар территориялық және уақыттық кедергілерді жойып, бір университет қабырғасымен, аудиториямен шектелмей, оқытудың әлемнің түкпір-түкпіріне, Интернет бар жеріне кең тараған және қолжетімді формасына айналды. Қашықтықтан оқыту технологияларын дамыту және сандық контентті пайдалану жоғары білім алу мүмкіндіктерін кеңейтіп, оның сапасын арттыруға, ұлтаралық коммуникацияны өркендетуге ықпал етеді. Бұл факторлардың дамушы елдер үшін маңызы ерекше екені айтпасақ та түсінікті. Жаппай ашық онлайн курс концепциясы оқытудың жаңа теориясы коннективизмнің басты принциптеріне сүйенеді. Олар: оқыту әдістерінің көптүрлілігі, оқыту мен танымды өзгермейтін жағдай емес, үнемі дамып отыратын, желі қалыптастырып, шешімдер қабылдауға жетелейтін үдеріс ретінде қарастыру. ЖООАК тыңдаушылардың технологиялық сауаттылығын арттырып, белгілі бір сала немесе ғылым бойынша білімін молайтады, өзін-өзі дамытуға ықпал етеді, өз бетінше жұмыс жасау дағдыларын қалыптастырып, оқытушы мен студент арасындағы қарым-қатынасты күшейтеді. Ашық онлайн курсты түрлі салаларда, әртүрлі мақсатта қолдануға болатынын ғалымдардың еңбектерінен кездестіре аламыз.

Сарапшылар 2028 жылға дейін білім беруді дамытудың ең перспективалы 30 трендінің ішіне ЖООАК-ты енгізді. Қазақстан Ұлттық ғылым академиясы сервер әкімшілігін технологиялық қамтамасыз етеді, оқу курстарын әзірлейді және жүргізеді [1]. Біз ашық оқытуды жоғары білім беру жүйесіндегі білім сапасының қолжетімділігі мен жетілуіне ықпал ететін жаңа элемент ретінде қалыптастырамыз және алға жылжытамыз. Қазіргі заманғы платформа «Ашық білім беру» Қазақстанның жоғары оқу орындарында оқыған негізгі бакалавриат пәндері бойынша онлайн курстарын ұсынады [2]. Онлайн оқыту платформасын білім беру процесінде қолдану мүмкіндіктері әр саланың ерекшелігі мен қажеттілігіне байланысты күннен күнге дамуда. Сондықтан білім беру мекемелерінде ЖООАК технологиялары мен әдістемесі әлі де жетілдіруді көздейді. Осыған орай ашық онлайн курсының ұйымдастыру барысында өз тыңдаушыларын өз бетімен жұмыс жасай білуді, үлкен жауапкершілікті қажет етеді.

Л. Элизабет, Б. Шамус, П. Смиттің «Жоғары білім берудегі ЖООАК үшін бизнес-моделдерді зерттеу» [3] атты еңбегінде ЖООАК-ты экономика саласына ұсыну үшін бірнеше түрлі бизнес-модельдік мәселелерді қарастыратын және анықтайтын мүмкіндіктерін зерттеп, дәлелдеп көрсеткен. Сондай-ақ, бұл бизнес-модельде ашық онлайн курс арқылы студенттерді жұмыс берушілерге байланыстыру, сертификаттарды ұсыну арқылы табыстың мүмкіндіктері, институтта бетпе-бет курстарын араластыру немесе ауыстыру мүмкіндіктері бар екенін атап көрсеткен. «ЖООАК-ның дамуы білімнің ашықтығы идеалдарына негізделген, білімді еркін түрде бөлісу керек және үйренуге деген ниет демографиялық, экономикалық және географиялық шектеулерсіз орындалуы керек» деп айтылған [4]. Жоғары оқу орындарына ашық онлайн курстарды ұсынудың негізгі себептерінің бірі- білімге өзіне ыңғайлы уақытта қол жеткізу болып табылады.

А.М. Карпан және оның әріптестерінің мақаласында қашықтан оқыту, шектеусіз қатысуға мүмкіндік беретін ашық қолжетімді онлайн-курстар екендігі дәлелденіп, жоғары оқу орындары мен корпоративтік білім беру саласында революцияланды деп айтылған. Осы мақалада онлайн қашықтықтан оқыту феноменін егжей-тегжейлі талдау жасалған [5]. Д. Бадарч пен Н.Г. Токареваның пікірінше ашық онлайн курстар жаңа білім ортасын қалыптастыруға, бүкіл әлем бойынша университеттер арасындағы байланысты нығайтуға, жаңа орта мен жаңа достар қалыптастыруға үлесі зор екендігін айтқан [6].

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті OpenEdx ашық платформасында ЖООАК енгізуден Қазақстандағы университеттер ішіндегі көшбасшысы. 2014-2015 оқу жылынан бастап әл-Фараби атындағы ҚазҰУ-нің қашықтықтан білім беру орталығы оқытушылық-профессорлық құраммен бірлесе отырып ЖООАК құру жұмысын бастады және қазіргі уақытта <http://open.kaznu.kz> адресі бойынша Open edX жүйесінің негізінде жеке ЖООАК платформа жұмыс істеп тұр. Жаңа білім беру бағдарламалары негізінде университеттің білім беру қызметтерінің мобильділігін арттыру мақсатында "e-learning" дамыту бойынша іс-шаралар кешенін іске асыру және қашықтықтан оқыту технологияларының (ҚОТ) базасында кадрлар даярлау үшін ҚАББҰП жұмысын ұйымдастыру және қашықтықтан білім беру орталығының жұмысын күшейту шеңберінде университет басшылығы құрамында ұлттық платформаның жобалық офис деңгейінде жаппай ашық онлайн курстар орталығы құрылған. 2018 жылдың желтоқсан айындағы жағдай бойынша ҚАББҰП онлайн курстарды пайдалану арқылы білім беру бағдарламаларын жүзеге асыру үшін желілік өзара әрекеттесу консорциумына қатысатын он екі университетті және әріптес-университеттерді біріктіреді: Қазіргі уақытта платформада 54 белсенді курстар бар, олар авторлармен келісілген мерзімде жаңартылады. Ондағы

мақсат – қашықтықтан оқытуды және заманауи ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдалануды барынша сапалы білім беру бағдарламаларын жүйелі дамыту арқылы Ұлттық ашық білім беру платформасын құру. Сондай-ақ сапасын әрмен қарай жақсарту бойынша ұсыныстар да қаралуда [7].

ЖАОК-тың бастапқы мақсаты – пайданаушыларға «ашық» білім беру болып табылады. Көпшіліктік ашық онлайн курстың басқа курстардан екі негізгі айырмашылығы бар: ашық қолжетімділігі, яғни кез келген адам тегін онлайн курсына қосыла алады және көлемділігі – курсқа шексіз адамдар қатыса алады. ЖАОК феноменін типографияның пайда болуымен салыстыруға болады.

Жаппай ашық онлайн курстардың тарихы мен даму кезеңін зерттей келе бірқатар артықшылықтарына көз жеткіздік:

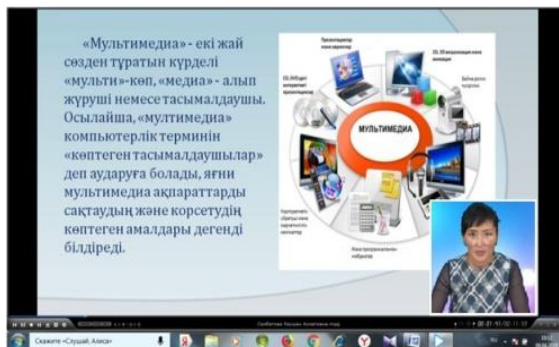
1. Курстар тегін ұсынылады;
2. Курстар бүкіл әлем бойынша кең тарайды және барлық аудитория үшін қол жетімді;
3. Курстың басталуы барысында алынған мәліметтерді пайдалана отырып, студенттердің жұмысын оңай бақылауға болады;
4. Тәжірибелі мамандардың дәрістері көпшілікке таралып, бұл педагогикалық әдістер мен білім алмасуды жақсартады;
5. Оқушылар сыныптан тыс ақпаратқа қол жеткізе алатын аралас оқу бағдарламасында құрал ретінде қолданыла алады;
6. Курстардан кейін қатысушылар ақпаратты интернеттен толықтыруға мүмкіндік бар;
7. Материалдың қарапайым электрондық мазмұнын емес, арнайы дайындалған дәрістерді пайдалану (бейнегаспа, тесттік тапсырмалар, шығармашылық тапсырмалар)
8. ЖАОК негізінен белсенді оқуға, ынтымақтастықта оқытуға, студенттік автономиялы және ынталандыруды арттыруға негізделген.

Аталған артықшылықтарына сүйене отырып, жаппай ашық онлайн курстарын даярлау және ұйымдастыру бойынша біздің М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан Мемлекеттік университетінде де бірқатар жұмыстар қолға алынып отыр. Ғылыми-педагогикалық кадрлардың біліктілігін арттыру бөлімі мен қашықтықтан оқыту институтының бірлесіп ұйымдастыруымен 2017-2018 оқу жылында «Жаппай ашық онлайн курстар: даярлау және ұйымдастыру» біліктілікті арттыру курсы өз жұмысын бастады. Өйткені университетімізде қашықтықтан оқыту және кешкі оқу түрі бар. Аталған мамандықтағы студенттер үшін ашық онлайн курсы таптырмас оқу құралы болып табылады. Қашықта тұратын студенттер мен күндіз жұмыс жасайтын студенттер өзіне ыңғайлы уақытта білімін толықтыра алады. Курстың жұмыс оқу бағдарламасы 72 сағатқа жоспарланған. Тақырыптар аясы мына бағыттарды қамтыған: материалдарды ықшамдап беру – бір тақырыпты немесе жекелеген тақырып бөліктерін қамтитын қысқа бейнероликтер енгізу; білім деңгейін тексеру – тесттен өткізу; Онда түсірілімге қатысу, видеоны өңдеу, курс құрылымын әзірлеу және әр қатысушының жеке ашық онлайн курстарының прототипін жасау шаралары және т.б. бойынша сабақтар өтуде.

Сонымен қатар 2017-2018 оқу жылынан бастап университет оқытушыларына 72 сағаттан тұратын ЖАОК-ны оқытатын бөлім ашылып, өз жұмысын жалғастыруда. Оқытушы оқу курсын толық аяқтап болған соң, өз онлайн курсын жасауы шарт және қорытынды емтихан тапсырады. Аталған сынақтардан өткен жағдайда, ЖАОК меңгергені туралы сертификатқа ие болады.

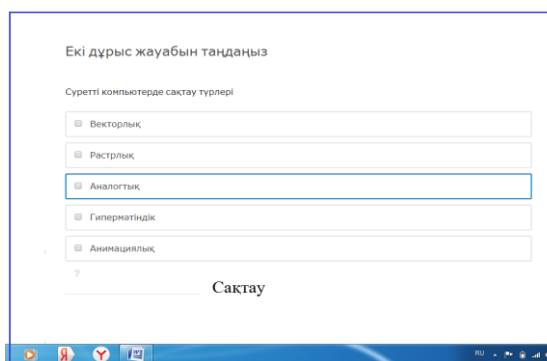
Жаппай ашық онлайн курс бойынша «Ақпараттық коммуникациялық технологиялар» (АКТ) пәнін ашық онлайн түрінде оқытуды жоспарладық. Ол үшін MS Excel электрондық кестесі, MS Access мәліметтер базасы, мультимедиа технологиясы, интернет технологиясы, операциялық жүйелер жайлы бейнедәріс түсірілді. Бейнедәрістерді түсіруге қолайлы болғандықтан Media Monkey медиаплеері қолданылды. Медиаплеерді таңдап алуымыздың басты себебі, тегін қолдануға болады, сонымен қатар онда әртүрлі плагиндер мен скриндер қоса орнатылған. 1-суретте АКТ пәнінен мультимедиа технологиялары тақырыбын оқытуға арналған бейнедәрістен үзінді келтірілген. Бейнедәріс жиырма минуттан тұрады. Сол уақыт аралығында бейнедәрісте мультимедиа тарихы, оның түрлері, техникалық құралдары, оның мүмкіндіктері және оның қолданылу аймақтары жайлы айтылған.

Сонымен қатар осы тақырыптар бойынша дәріс сабақтары әзірленді. Студент аталған тақырыптар бойынша толық мәлімет алып болған соң, олардың білімін деңгейлерін тексеру үшін тест тапсырмалары орындалады. Оны біз iSpring QuizMaker бағдарламасында құрастырдық.



Сурет 1. Бейнедәріс

Тест тапсырмасы 2-суретте.



Сурет 2. Тестілеу ортасы

Атқарылған жұмыстардың барлығын жинақтап, [www.eduardo.studio](http://www.eduardo.studio) (OpenEdx) платформасында «Ақпараттық коммуникациялық технологиялар» атты жаппай ашық онлайн курсына құрдық. Қазіргі таңда тыңдаушы ЖАОК арқылы оқу материалдарын өз бетінше меңгерулеріне мүмкіндік ашылды. Ал бұл жағдайда мұғалім тьютордың ролін атқарады.

Ашық онлайн курсына қолдану барысында күндізгі бөлім студенттеріне қарағанда сыртқы бөлім студенттері мен қашықтықтан оқитын студенттер онлайн курсына жазылу пайызы жоғары болды. Осы мәселені негізге ала отырып, бірқатар қиындықтарды байқадық.

1. Жаппай ашық онлайн курстар өз тыңдаушыларын өз бетімен жұмыс жасай білуді, үлкен жауапкершілікті қажет етеді. Оқыту үдерісіне қадағалауға бағынып қана қатысып үйренгендер (әсіресе, мектеп оқушылары), өзіндік жауапкершілігі төмен адамдар курстың соңына дейін жете алмайды.

2. «ЖАОК – білім беруді демократияландыру құралы» деген қағида да әлемдік деңгейде дәлелдене қоймады. Білім алудың өте ыңғайлы, қолжетімді, басым көпшілігі тегін формасы болғанымен, оларға қатысатындар негізінен алғанда жоғары білімге ие адамдар, студенттер. Қоғамның төменгі сатыларының өкілдері оларға әлі де болса аз жазылады. Мысалы, «Wall Street Journal» журналы ашық онлайн курстарды дамытушы белсенді университеттердің бірі Пенсильван университетінің курстарының 200 елден жазылған 35 000 тыңдаушысының арасында сауалнама жүргізгенде, олардың басым көпшілігі университет дипломы бар аумақты адамдар болып шыққан. Ал Ресей, Бразилия, Қытай, Үнді және Оңтүстік Африка сияқты елдерде ашық онлайн курсқа қызығушылық танытқан.

3. Жаппай ашық онлайн курстарға жекелеген пәндер бойынша емес, тұтас оқу бағдарламаларын ұсыну.

4. Ашық онлайн курстарды ағылшын тілінде дайындалуға ұмтылған дұрыс, сонда ғана олардың таралу кеңістігі кеңейе түседі.

5. ЖАОК – тың негізгі кемшіліктерінің арасында студенттер мен мұғалімдер арасындағы жеке қарым-қатынасқа мүмкіндік болмауы, тапсырманы кім орындағанын бақылау қабілетсіздігі және оқуды қысқартудың ықтималдығы (ең соңғысы студенттерге тән) көрсетілген. Білім беру сапасын төмендету қаупі айтарлықтай азайған.

Қорыта келгенде ашық онлайн курстары – негізгі білім беру бағдарламалары бойынша оқытуды жетілдірудің заманауи жолы. Осындай бірқатарқиындықтарға, аландаушылықтарға қарамастан, осы саланы дамыту қажет. Өйткені қазір жаппай ашық онлайн курсы бүкіл әлемде сапалы білімге деген сұранысты қанағаттандыратын жолдарының біреуі болып табылады. ЖАОК дайындау біз үшін жаңа, қиын және қызықты болды және болашақта басқа да пәндер бойынша да ЖАОК жоспарлап отырмыз. Жаппай ашық онлайн курстың оншақты жыл ішінде қарқынды қанат жайғанына қарағанда онлайн-білім берудің рөлі тұрақты түрде өседі және ол болашақта қандай болатынын нарықтың қажеттіліктеріне байланысты болады. Ақпараттық технологиямыздың тез дамуы, ол еліміздің дамыған елу елдің қатарына ертерек енуіне тікелей септігін тигізері анық.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Maudarbekova B., Kashkinbayeva Z. Internationalization of higher education in Kazakhstan // Procedia-Social and Behavioral Sciences. – 2014. – Т. 116. – С. 4092-4097.
- 2 Rummyantseva N. L. Higher education in Kazakhstan: The issue of corruption // International Higher Education. – 2004. – Т. 37. – №. Fall 2004. – С. 24-25. N. Pouel, T. Iuan MOOCs in borgerskaber i Viborg idet 17. århundrede // Person al historisk 1.
- 3 Pouel Iyan: <https://cyberleninka.ru/article/n/podhod-k-sozdaniyu-akademicheskikh-massovykh-otkrytyh-onlayn-kursov>
- 4 Kaplan A.M. Massive open online course least squares analysis // Understanding statistics. – 2004. Т. 3. №. 4. С. 283-297.
- 5 Badarch D., Tokareva N. G., Tsvetkova M. S. MOOC: Reconstruction of Higher Education // Vysshee obrazovanie v Rossii. – 2014. № 3–С. 135-146.
- 6 Wikipedia (2012), Massive open online course.

**МРНТИ 14.25.19**  
**УДК 373.1:371.8**

*А.Н. Кошербаева<sup>1</sup>, Л.К. Орынбаева<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан*

**ВИДЫ И ОСОБЕННОСТИ СРЕДСТВ ИНФОРМАТИЗАЦИИ, ПРИМЕНЯЕМЫХ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ЛИЧНОСТНЫХ КАЧЕСТВ ШКОЛЬНИКОВ ВО ВНЕУЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

*Аннотация*

В статье рассматриваются возможности использования внеучебной деятельности школьников для формирования у них значимых личностных качеств. Подчеркивается, что одним из ключевых элементов такой подготовки в современных условиях является применение средств информатизации образования. В свою очередь в числе таких средств необходимо выделять, классифицировать и исследовать технологии, основанные на трёхмерном моделировании, объёмной печати, компьютерной графике. Показано, что основными средствами для подобного личностного развития могут стать компьютерные системы для создания трёхмерных объектов, цифровые ресурсы, предоставляющее возможность решать задачи компьютерного моделирования, средства для создания компьютерных игр и оперирования ими, а также универсальные электронные средства. Внеклассная или внеурочная деятельность школьников определяются как виды работы, дающая возможность учителям определить наличие у каждого учащегося индивидуальных интересов и личностных качеств на пути их развития. А так же новые информатизационные технологии позволяющие школьникам рассмотреть важные детали для наиболее подходящей визуализации и реализации проекта для достижения результатов общего труда. Применение предложенных подходов и технологий для моделирования позволяет формировать у школьников представления о взаимосвязи учебной и внеучебной работы с повседневной и профессиональной практической деятельностью.

**Ключевые слова:** моделирование, информатизация образования, качества личности, факторы, развитие школьников, внеучебная деятельность.

Аңдатпа

А.Н. Кошербаева<sup>1</sup>, Л.К. Орынбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ОҚУШЫЛАРДЫҢ САБАҚТАН ТЫС ІС-ӘРЕКЕТ АЯСЫНДА ЖЕКЕ ҚАСИЕТТЕРІН ДАМУҒА ҮШІН ҚОЛДАНЫЛАТЫН АҚПАРАТТАНДЫРУ ҚҰРАЛДАРЫНЫҢ ТҮРЛЕРІ МЕН ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Мақалада оқушылардың маңызды тұлғалық қасиеттерін қалыптастыру үшін оқудан тыс іс-әрекетін қолдану мүмкіндігі қарастырылады. Қазіргі жағдайда білім беруді ақпараттандыру құралдарын қолдану осындай дайындықтың негізгі құралдарының бірі болып табылатыны атап өтіледі. Өз кезегінде мұндай қатарларда үш өлшемді модельдеуге, көлемді басып шығаруға, компьютерлік графикке негізделген технологияларды бөліп, жіктеу және зерттеу қажет. Осындай жеке даму үшін негізгі құралдар үш өлшемді объектілерді құру үшін компьютерлік жүйелер, компьютерлік модельдеу міндеттерін шешуге мүмкіндік беретін цифрлық ресурстар, компьютерлік ойындар мен оларды операция жасауға арналған құралдар, сондай-ақ әмбебап электрондық құралдар болуы мүмкін. Оқушылардың сыныптан тыс немесе сабақтан тыс іс-әрекеті мұғалімдерге әрбір оқушының даму жолында жеке қызығушылықтары мен жеке қасиеттерінің болуын анықтауға мүмкіндік беретін жұмыс түрлері ретінде анықталады. Сондай-ақ оқушыларға жалпы еңбек нәтижелеріне қол жеткізу үшін жобаны іске асыру және визуализация үшін маңызды мәліметтерді қарастыруға мүмкіндік беретін жаңа ақпараттандыру технологиялары қарастырылған. Модельдеу үшін ұсынылған тәсілдер мен технологияларды қолдану оқушылардың оқу және оқудан тыс жұмысының күнделікті және кәсіби практикалық қызметімен өзара байланысы туралы түсініктерін қалыптастыруға мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** моделдеу, білім беруді ақпараттандыру, тұлғаның сапасы, факторлар, оқушылардың дамуы, оқудан тыс қызмет.

Abstract

## TYPES AND FEATURES OF INFORMATIZATION TOOLS USED FOR THE STUDENTS PERSONAL QUALITIES DEVELOPMENT IN EXTRACURRICULAR ACTIVITIES

Kosherbaeva A.N.<sup>1</sup>, Orynbaeva L.K.<sup>1</sup>

Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The article discusses the possibility of using extracurricular activities of schoolchildren to form their significant personal qualities. It is emphasized that one of the key elements of such training in modern conditions is the use of Informatization of education. In turn, among such funds it is necessary to allocate, classify and research technologies based on three-dimensional modeling, three-dimensional printing, computer graphics. It is shown that the main means for such personal development can be computer systems for creating three-dimensional objects, digital resources that provide the opportunity to solve problems of computer modeling, tools for creating computer games and operating them, as well as universal electronic tools. Extracurricular or extracurricular activities of schoolchildren are defined as types of work that enable teachers to determine whether each student has individual interests and personal qualities in the way of their development. As well as new information technologies allowing students to consider important details for the most appropriate visualization and implementation of the project to achieve the results of the overall work. Application of the proposed approaches and simulation technologies allows to form students' understanding of the relationship of educational and extracurricular work with everyday and professional practice activities.

**Keywords:** modeling, Informatization of education, personality qualities, factors, development of students, extracurricular activities.

Внеучебная деятельность учащихся школы обладает безусловным потенциалом с точки зрения формирования и совершенствования у школьников личностных качеств. Не следует забывать, что наряду с обучением и развитием подобные воспитательные процессы составляют основу всего образования, получаемого в школе. При этом применение современных информационных технологий постепенно расширяется на всю образовательную деятельность педагогов и школьников. Существенное влияние такие технологии оказывают и на эффективность воспитания и личностного развития молодежи.

Подобное развитие предусмотрено мерами по совершенствованию республиканской системы образования, отражёнными в стратегическом послании Президента Республики Казахстан Н.А. Назарбаева народу Казахстана от 10 января 2018 года «Новые возможности развития в условиях четвертой промышленной революции». Для изучения направлений и степени указанного влияния необходим анализ видов и преимуществ использования средств информатизации образования, функциональные возможности которых допускают их участие в совершенствовании внеучебной работы школьников.

Подобный анализ необходимо проводить, учитывая, что помимо основной учебной деятельности

на развитие личностных качеств школьников оказывают существенное влияние и другие виды их работы – внеурочная, внеаудиторная, внеклассная (которые могут быть видами учебной деятельности) и, наконец, внеучебная, непосредственно не связанная с обучением конкретным школьным дисциплинам. При этом возможны любые сочетания таких видов деятельности. Так, например, внеклассную или внеурочную деятельность школьников часто определяют как вид работы, осуществляемой с отдельной группой школьников или целым классом во время, не относимое к основной урочной деятельности, для удовлетворения потребностей обучающихся в содержательном досуге (культпоходы, клубы, досуговые мероприятия, дискотеки, тематические встречи). Кроме того, к такой деятельности относят участие учащихся в школьном самоуправлении, работу, имеющую явную общественную пользу, а также участие в молодёжных общественных организациях и объединениях. Подобная работа со школьниками даёт возможность учителям определить наличие у каждого ребёнка персональных интересов и особых личностных качеств, выявить перспективные пути их развития.

В научных трудах педагогов и учёных представлены теоретические и методические основы осуществления разных видов внеучебной и внеурочной деятельности обучающихся, определены содержание и методы внеурочной работы школьников по отдельным дисциплинам и направлениям, описан существующий опыт организации такого вида деятельности учащихся [1-4]. Многие из соответствующих исследований затрагивают общие или частные вопросы развития внеучебной работы в школе, связанной с ней творческой и проектной деятельности школьников по разным предметам, применения электронных ресурсов в рамках дополнительного образования.

Примечательно, что в настоящее время уже существует большое количество публикаций, посвящённых применению информационных технологий в основной учебной деятельности. При этом практически неизученными остаются вопросы использования современных информационных технологий, таких как компьютерная графика, 3D-моделирование, объёмная печать, виртуальная и дополненная реальность в рамках внеурочной деятельности школьников, что, безусловно, является значимым для более эффективного развития у них требуемых качеств личности [5].

Формирование таких качеств на базе использования средств информатизации должно осуществляться с учётом того, что школе необходимо не только находить и учитывать время для основной учебной деятельности, но и заниматься планированием и реализацией внеучебной работы со школьниками, выискивая наиболее подходящие формы для этой полезной деятельности, выявляя педагогические подходы к чередованию учебной и внеучебной работы в рамках образовательных программ, предусматривающих обучение, воспитание и развитие [6]. Организация и осуществление внеучебной работы со школьниками требуют от руководства и учителей школ дополнительных компетенций в области данной деятельности, реализуемой в новых технологических условиях. Связанные между собой внеурочная и внеучебная деятельности школьников сочетают все виды работы обучающихся (кроме непосредственной основной учебной работы на занятиях в школе), в которых целесообразно и возможно решение задач их воспитания и социализации [7].

Эффективность подобной деятельности определяется не только ходом и результатами работы активных школьников, но и профессиональными способностями педагогов придавать мотивации и естественным интересам обучающихся социально значимую направленность, применением новейших подходов и технологий, опорой на интересную для детей актуальную тематику внеучебных проектов. Существенным условием результативности планирования и организации внеучебной деятельности является подбор таких направлений, тем и ресурсов, чтобы реализация внеучебных проектов побуждала школьников к самопознанию, творчеству и развитию своих личных способностей [8].

Существует несколько способов и видов применения современных средств информатизации для достижения таких целей внеучебной работы со школьниками. Почти все они опираются на выполнение школьниками индивидуальных и групповых проектов, в которых используются или создаются те или иные компьютерные модели. При этом использовавшиеся многие годы плоские двумерные модели и изображения постепенно отходят на второй план и не позволяют эффективно работать со школьниками. Всё чаще внеучебная работа опирается на применение компьютерных трёхмерных объектов, 3D-моделирования, объёмных моделей и изображений. Использование таких технологий требует наличия специального программного обеспечения, оборудования, особого опыта и профессиональных качеств у педагогов по созданию и применению подобных средств обеспечения внеучебной деятельности школьников. Специализированный вид средств информатизации образования предоставляет возможность работать с трёхмерными моделями, что приближает компьютерные средства и изображения к объектам реального мира, позволяет использовать их во

взаимосвязи. Так, например, многие из реальных конструкторов, применявшихся в кружковой или досуговой работе со школьниками, в настоящее время при определённых условиях могут быть эффективно заменены на их трёхмерные компьютерные аналоги. Новые технологии позволят школьникам рассмотреть все необходимые детали, подобрать наиболее подходящий способ визуализации, проверить правильность реализации проекта, увидеть результат индивидуального или коллективного труда.

В некоторых случаях внеучебная деятельность может заключаться в непосредственном создании моделей при помощи компьютеров. Это позволяет говорить о том, что подобные информационные технологии обладают существенным дидактическим потенциалом для развития требуемых личностных качеств школьников. Важным эффектом от таких информатизированных внеучебных мероприятий является приобретение школьниками современных практических умений и навыков. В свою очередь, это способствует в будущем более успешному овладению ими техническими специальностями в условиях, когда всё больше профессий становятся связанными с техникой и технологиями.

Внеучебные мероприятия и проекты, на которых школьники создают любые компьютерные модели, вырабатывают у них такие значимые личностные качества, как стремление к творчеству, умение работать в команде, отстаивать свою точку зрения, демонстрировать и защищать полученный результат. Параллельно с этим развиваются интеллектуальные умения в области пространственного моделирования, расширяются знания и умения, формируемые, в том числе и в рамках основной учебной деятельности. В этом случае можно говорить об усилении интеграции этих разных по сути и форме видов работы обучающихся.

При таком подходе важно изучать и классифицировать разные компьютерные средства, позволяющие моделировать, но обладающие разными возможностями, свойствами и потенциалом с точки зрения формирования целей и направлений внеучебной деятельности.

Большинство из современных средств компьютерного графического трёхмерного моделирования можно разделить на четыре основные группы:

- компьютерные средства для создания трёхмерных объектов (объекты, которые могут быть распечатаны на 3D-принтере);
- специальные цифровые ресурсы, предоставляющие возможность решать конкретные задачи компьютерного моделирования, такие как изображения движения жидкостей или формирование текстур;
- средства для создания компьютерных игр и оперирования ими («игровые движки»);
- универсальные средства создания и визуализации трёхмерных изображений.

Одним из наиболее распространённых средств, применение которого возможно для моделирования в рамках внеучебной деятельности школьников, является система 3ds Max. Её использование можно рекомендовать для двух последних классов основной школы и всех классов старшей школы. При помощи этого средства старшие школьники могут приобщиться к элементам персональной деятельности специалистов, занимающихся оперированием с профессиональными трёхмерными моделями.

Сервис Tinkercad представляет собой доступную при помощи сети Интернет среду для обучения 3D-моделированию как в рамках обучения соответствующим разделам курса информатики, так и во внеучебной работе со школьниками. Простота оперирования этой системой делает её значимой для подготовки учителей к созданию образцов трёхмерных моделей, которые затем могут быть использованы при организации внеучебной деятельности обучающихся. Такое средство делает внеучебную работу более наглядной, поскольку оно основано на применении технологии WebGL, позволяющей распечатывать результаты творчества школьников на 3D-принтере.

В числе других значимых преимуществ этого сервиса можно выделить наличие отдельной Интернет-платформы, позволяющий работать при помощи браузера и простого в использовании редактора графических изображений. Применение такой системы ориентировано на создание и эксплуатацию школьниками различных электронных схем, что характерно для многих видов кружковой деятельности и дополнительного образования в школе. Применение встроенной библиотеки моделей многих популярных компонентов электронных схем и специального симулятора позволяет школьникам создавать виртуальные электронные устройства, подключать их к источнику питания, наблюдать, как они будут работать в условиях, когда имеются различные воздействия на включённые в схему цифровые датчики. К этим возможностям необходимо добавить редактор Arduino



с функционалом пошаговой отладки, библиотеку проектов Arduino с готовыми и доступными схемами и кодами, а также встроенные учебные пособия, инструкции и систематизированный набор готовых проектов.

Наличие таких свойств и возможностей у Tinkercad предоставляет школьникам в рамках внеучебной деятельности овладеть умениями поиска нужного решения, оптимизацией собственных действий, способностью обоснования правильности выбранного пути решения, потребностью в базировании собственной деятельности на результатах труда других людей.

В числе универсальных средств информатизации внеучебного моделирования можно выделить компьютерный 3D-редактор Blender. Учащиеся, выполняющие с его помощью внеучебные проекты, имеют возможность разрабатывать компьютерные модели, анимировать их, работать с текстурами и освещением, формировать представление о наличии и свойствах разных материалов, из которых могут быть сделаны материальные объекты. При этом необходимо учитывать, что взаимодействие с этим электронным ресурсом является достаточно сложным. Его использование рекомендуется в последних классах основной школы и в старшей школе. В случае умелого сочетания педагогами учебной и внеклассной работы по математике и информатике школьники могут разрабатывать собственные проекты с применением кривых Безье, библиотек готовых трёхмерных объектов, текстур и материалов, NURBS-поверхностей, слоёв, разделяющихся поверхностей, интерактивного раскрашивания вершин, оперативного формирования структур и других профессиональных приёмов. Организация и проведение соответствующих внеучебных мероприятий может сформировать у школьников очень важное современное понимание междисциплинарного характера науки, производства и практики.

Представление об использовании новых технологий в быту и повседневной деятельности в рамках внеучебных мероприятий можно сформировать на основе использования сервиса для создания и редактирования трёхмерных графических изображений Google SketchUp. Работа с этой системой основана на геометрическом подходе «прямого моделирования», в рамках которого ученик или учитель первоначально создают из имеющихся заготовок плоское изображение-контур, в последствии растягивая его для придания или удаления объёма. На следующем этапе конструирования модели придаётся требуемая форма за счёт перемещения её составных частей – вершин и граней.

Работая со SketchUp вне основного учебного времени, школьники приобретают возможность моделировать деятельность взрослых по созданию на компьютере архитектурно-строительных объектов, определению дизайна жилых и нежилых помещений, разработке компьютерных игр, проектированию элементов мебели и декора. Опыт работы со школьниками показывает, что применение этой системы оказывается эффективным, в том числе и благодаря обширной встроенной библиотеке трёхмерных объектов. В рамках внеучебной деятельности школьникам становятся доступными образцы мебели, зданий, вымышленных персонажей, машин, конструкций и других объектов. Более того, каждый школьник в рамках творческой деятельности имеет возможность разрабатывать свои модели и добавлять их в общую библиотеку, чувствуя себя сопричастным к большой коллективной работе. Применение этого подхода к моделированию позволяет сформировать у школьников представления о взаимосвязи учебной и внеучебной работы с повседневной практической деятельностью.

Как уже отмечалось, в отдельный вид технологий информатизации, значимых для повышения эффективности внеучебной работы со школьниками, следует отнести технологию 3D-печати. Такая печать становится возможной на базе подхода к созданию материального объекта за счёт последовательно наносимых слоёв специального материала. Используя 3D-принтеры, получаемые с их помощью целевые трёхмерные объекты практически любой геометрической формы на основе предварительно проведённого компьютерного моделирования, школьники знакомятся с современным понятием «аддитивное производство» (получение материальных объектов по их компьютерным аналогам).

Соответствующее трёхмерное прототипирование, осуществляемое школьниками, позволяет сформировать у них значимое представление о взаимосвязи компьютерных моделей и реальных объектов, расширяющихся возможностях конвертации материальных объектов в виртуальные, и наоборот, позволяет демонстрировать педагогу и другим обучающимся результаты своей творческой деятельности в материальном виде, использовать материальные объекты в рамках аргументации собственных принятых решений.

Применение вышеописанной классификации и компьютерных средств с указанными свойствами в рамках внеурочной деятельности школьников позволяет достичь нескольких основных целей, в числе

которых:

- развитие знаний школьников о ключевых подходах к творческому моделированию, его положительных и отрицательных аспектах, областях перспективного использования, приёмах работы с графической информацией, представленной в цифровом виде;
- приобретение навыков индивидуальной и коллективной творческой работы по созданию 3D-моделей, их визуализации и обоснованию;
- формирование навыков и потребности в персональном применении технологий и средств трёхмерного моделирования в быту и профессиональной деятельности, при осуществлении индивидуальной и коллективной учебной и внеучебной работы;
- развитие у школьников соответствующих творческих качеств, познавательной активности и любознательности, практического опыта использования новейших информационных технологий в персональной практической деятельности;
- общее повышение внимания и способности к восприятию учебного материала при получении образования в школе;
- повышение эффективности и разнообразия видов внеучебной работы в школе.

За рамками рассмотрения в настоящей статье остались многие другие технологии, которые могут существенно влиять на формирование личностных качеств школьников в процессе их учебной и внеучебной работы. К числу таких технологий можно отнести социальные сети и сервисы для межличностного общения, технологии доступа к информационным ресурсам и средствам планирования деятельности, системы для демонстрации результатов собственной творческой деятельности.

В то же время, технологии, основанные на компьютерной графике, моделировании и работе с трёхмерными объектами в настоящее время являются одними из самых неизученных с точки зрения их образовательного потенциала. Классификация и описание таких технологий значимы для установления связей между ними и способностями внеучебной деятельности развивать те или иные личностные качества обучающихся. Необходимо проведение дальнейших исследований по изучению влияния использования 3D-технологий на интеграцию разных видов образовательной деятельности школьников и повышения эффективности их внеучебной работы.

*Список использованной литературы:*

1. Абатуров Е.И. Воспитание экологической культуры подростков в процессе интеграции учебной и внеучебной деятельности. // Дис. канд. пед. наук / Челябинск, – 2014. 212 с.
2. Абрамова Н.А. Патриотическое воспитание младших школьников во внеучебной деятельности в общеобразовательных учреждениях. // Дис. канд. пед. наук / М., – 2009. 139 с.
- 4 Петрова Л.Н. Внеурочная деятельность как один из путей развития творчества младших школьников. // Человек и природа: образование и воспитание. / Пенза, – 2002. Вып. 3. С. 53-62.
- 5 Петунин О.В. Учебная и внеурочная работа в классах естественно- научного профиля. // Педагогика. – 2004. № 8. С. 50-56.
- 6 Гриншкун В.В., Орынбаева Л.К. Международный опыт использования инновационных и информационных технологий для формирования личностных качеств и воспитания школьников. // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. / М.: РУДН, – 2017. Т.14. №1. С. 7-16.
- 7 Меженин А.В. Технологии 3D-моделирования для создания образовательных ресурсов. // Учебное пособие. / СПб., – 2008. 112 с.
- 8 Куприянов Б.В. Дополнительное образование и внеурочная деятельность. // [Электронный ресурс] Официальный сайт журнала «Воспитание и дополнительное образование в Новосибирской области». / Новосибирск, – 2012, №3. – Режим доступа: <http://www/sibvido.ru/>
- 9 Koshherbaeva A.N. Theory and methods of educational work. // Textbook for undergraduate majors group «Education» / Almaty, – 2017. 220 p.

МРНТИ 20.23.17  
УДК 004.041

М.М. Медетбеков<sup>1</sup>, Г.Т. Джусупбекова<sup>1</sup>, Г.С. Шаймерденова<sup>1</sup>, С.С. Момбекова<sup>1</sup>

Южно-Казахстанский Государственный университет им.М.Ауезова, г. Шымкент, Казахстан

## УПРАВЛЕНИЕ ИТ ТЕХНОЛОГИЯМИ БОЛЬШИХ ДАННЫХ В КОМПАНИЯХ (ЧАСТЬ 1)

### Аннотация

В статье рассматривается суть управления большими данными, так как несмотря на инвестиционный энтузиазм и стремление использовать преимущества больших данных для преобразования компании, результаты варьируются с точки зрения успеха. Компании все еще пытаются создать то, что можно было бы назвать культурой, основанной на данных. Большие преобразования требуют времени, и в то время как большинство фирм стремятся быть «управляемыми данными», гораздо меньший процент реализовал это стремление. Аппаратные и программные решения могут быть использованы для обнаружения, оценки и развертывания прогнозных сценариев путем обработки больших данных. Эти данные могут помочь компаниям подготовиться к тому, что произойдет и решить проблемы, анализируя и понимая их.

**Ключевые слова:** большие данные, интеллектуальное управление, технологии, стратегическая, информационная, транзакционная, трансформационная.

### Abstract

## MANAGING IT BIG DATA TECHNOLOGIES IN COMPANIES (PART 1)

Medetbekov M.M.<sup>1</sup>, Jussupbekova G.T.<sup>1</sup>, Shaymerdenova G.S.<sup>1</sup>, Mombekova S.S.<sup>1</sup>

South Kazakhstan State University named M. Auezov, Shymkent, Kazakhstan

This article explores the essence of big data management despite investment enthusiasm and the desire to use the power of data to transform a company, the results vary in terms of success. Companies are still trying to create what might be called a data-driven culture. Large transformations take time, and while the vast majority of firms strive to be "data driven," a much smaller percentage have realized this aspiration. Hardware and software solutions can be used to detect, evaluate, and deploy predictive scenarios through big data processing. Such data can help companies prepare for what is about to happen and help solve problems by analyzing and understanding them.

**Keywords:** big data, intellectual management, technology, strategic, informational, transactional, transformational.

### Аңдатпа

М.М. Медетбеков<sup>1</sup>, Г.Т. Джусупбекова<sup>1</sup>, Г.С. Шаймерденова<sup>1</sup>, С.С. Момбекова<sup>1</sup>

М.Әуезов атындағы Оңтүстік қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан

## КОМПАНИЯЛАРДАҒЫ ҮЛКЕН МӘЛІМЕТТЕРДІ ИТ ТЕХНОЛОГИЯМЕН БАСҚАРУ (1 БӨЛІМ)

Бұл мақалада инвестициялық ынта мен компанияны басқару үшін деректерді пайдалануға үлкен деректерді басқарудың мәні қарастырылады, нәтижелер табыс тұрғысынан өзгеріп отырады. Компаниялар әлі күнге дейін деректерге негізделген мәдениеттерді атауға болады деп айтуға тырысуда. Үлкен түрлендірулер уақытты талап етеді және фирмалардың басым көпшілігі "басқарылатын деректер" болуға ұмтылады, ал бұл ұмтылысты әлдеқайда аз пайызы жүзеге асырды. Аппараттық және бағдарламалық шешімдер үлкен деректерді өңдеу жолымен болжамды сценарийлерді табу, бағалау және өрістету үшін пайдаланылуы мүмкін. Мұндай деректер компанияларға орын алуы тиіс нәрсеге дайындалуға және проблемаларды талдай отырып және түсіне отырып, шешуге көмектесе алады.

**Түйін сөздер:** үлкен деректер, зияткерлік басқару, технология, стратегиялық, ақпараттық, транзакциялық, трансформациялық.

Принимая во внимание все эти причины, показана методология повторного поиска, которая использовалась для изучения конкретных преимуществ и рисков технологий больших данных и их применения в компаниях. Для этого исследования мы проводили анкетирование среди средних и крупных Казахских компаний.

Когда компании принимают новые технологические решения, как и технологии больших данных, эти компании могут использовать преимущества, но им также необходимо знать о возможных рисках, которые они могут понести. С одной стороны, инвестиции в новые технологии требуют изменений со временем в организациях, чтобы воспользоваться всеми преимуществами. Фактически, компании должны поддерживать ряд управленческих действий, чтобы гарантировать, что они получают выгоду

от технологических инвестиций. Выгоды, связанные с технологическими инвестициями, можно классифицировать по четырем типологиям: стратегическая, информационная, транзакционная и трансформационная.

Термин «большой» начал употребляться в 2011 году. Ведущие компании, такие как IBM, вложили огромные средства в создание мощной платформы для анализа больших данных с целью предоставления новых бизнес - идей, например, снижения затрат на хранение и обслуживание. «Большие данные - это большие объемы, высокоскоростные и разнообразные информационные активы, которые требуют экономически эффективных инновационных форм обработки информации для расширенного понимания и принятия решений». В этом определении объем относится к генерации и сбору огромного количества данных, где масштаб данных становится все более высоким, «скорость» относится к своевременности, с которой большие данные создаются, собираются и анализируются.

Иногда данные, необходимые для обработки компании, могут храниться на нескольких платформах и в нескольких форматах. Программные обеспечения очень полезно для фильтрации, агрегирования и анализа таких больших данных, также позволяет подключаться к внешним источникам данных и интегрировать их в поток приложений.

Важным параметром для обработки больших данных является качество данных. Программное обеспечение для обеспечения качества данных может проводить очистку и обогащение больших наборов данных, используя параллельную обработку. Эти программные средства широко используются для получения последовательных и надежных результатов обработки больших данных.

Разнообразие указывает на различные типы данных, которые могут быть получены структурированным и неструктурированным способом, такие как аудио, видео, веб-страницы и тексты. Большие данные также могут быть классифицированы как сгенерированные машиной, которые относятся к данным, которые создаются машиной без вмешательства человека, или как сгенерированные человеком, которые относятся к данным, которые люди создают при взаимодействии с компьютерами. Первый относится к аудио, музыке, изображениям, речевым и видео данным, к данным датчиков, таким как метки RFID, используемые для отслеживания местоположений, к датчикам интеллектуального управления освещением (ILC), используемым, например, для определения местоположения и состояния товаров в цепочке поставок, и к интеллектуальному счетчику, медицинскому устройству или данным глобальной системы позиционирования (GPS). Последний вместо этого ссылается на твиты Twitter, посты в социальных сетях, данные о кликах и веб-контент [1].

Важность больших данных подтверждается тем фактом, что данные ежедневно создаются во многих формах и из разных источников. Например, каждые шестьдесят секунд пишется более 98 000 твитов, на Facebook публикуется 695 000 обновлений статуса, пишется 11 миллионов мгновенных сообщений, запускается 685,445 поисковых запросов в Google, отправляется более 169 миллионов электронных писем, создается более 1820 ТБ данных. и есть 217 новых пользователей мобильного Интернета.

Когда компании принимают новые технологические решения, как и технологии больших данных, эти компании могут использовать преимущества, но им также необходимо знать о возможных рисках, которые они могут понести. С одной стороны, инвестиции в новые технологии требуют изменений со временем в организациях, чтобы воспользоваться всеми преимуществами. Фактически, компании должны поддерживать ряд управленческих действий, чтобы гарантировать, что они получают выгоду от технологических инвестиций. Выгоды, связанные с технологическими инвестициями, можно классифицировать по четырем типологиям: стратегическая, информационная, транзакционная и трансформационная.

Стратегическими выгодами являются те, которые могут изменить то, как компании конкурируют, или характер их продуктов.

Информационные преимущества – это те, которые предоставляют информацию и коммуникацию, которые могут быть использованы для улучшения процесса принятия решений в компании.

Транзакционные выгоды относятся к инвестициям, которые поддерживают операционное управление и способны сократить расходы, которые несут компании. Ключевой операционной задачей для большинства организаций, работающих с большими данными, является обработка терабайт (или петабайт) данных таким образом, чтобы они могли быть полезны для конечных результатов клиентов. Инструменты интеграции данных позволяют компаниям оптимизировать данные в ряде решений для

больших данных, таких как Amazon EMR, Apache Hive, Apache Pig, Apache Spark, Hadoop, MapReduce, MongoDB и Couchbase.

Наконец, трансформационные выгоды относятся к результатам изменений, которые фирма должна внести в структуру и в способность осуществлять технологические инвестиции.

Организации, с другой стороны, должны повысить свою способность управлять рисками, связанными с новыми технологическими инвестициями, если они хотят иметь успешные внедрения. Руководители чувствуют необходимость минимизировать системные риски, возникающие в результате использования информационных технологий (ИТ). Соответственно, оценка рисков, которые могут возникнуть у менеджеров, очень важна, и она позволяет менеджерам идентифицировать любые результаты, которые могут помешать достижению ожидаемых выгод [2, 3, 4]. Например, могут быть риски, связанные с нарушением безопасности информационных систем, или риски, связанные с расходами на отказ систем для компании.

Анкета была распространена, чтобы оценить преимущества и риски, с которыми сталкиваются эти компании при принятии и внедрении решений больших данных. Чтобы решить, принадлежит ли компания к категории среднего или крупного размера, мы приняли европейское определение, которое учитывает количество сотрудников. Фирма среднего размера – это компания с числом сотрудников от 50 до 249, в то время как в крупной компании работает более 249 сотрудников.

Поскольку наше исследование проводилось на уровне фирмы, мы следовали направлениям предыдущих исследований и нацеливались на Главного информационного директора (CIO). Мы внедрили метод случайной выборки, чтобы отобрать 1 962 средних и крупных казахстанских компаний для опроса из 19 875 компаний, зарегистрированных в базе данных. Анкета была разделена на две части. В первом разделе были включены вопросы об источниках больших данных, используемых компаниями, и технологиях больших данных. Во второй части были заданы вопросы о преимуществах и рисках использования больших данных.

Во-первых, было проведено пилотное исследование по выборке компаний, чтобы проверить понятность вопросов, включенных в вопросник, а также выявить возможные критические ситуации и установить ожидаемый уровень ответов. Все ответы были положительными, вопросы казались ясными, и поэтому окончательный вопросник был оставлен без изменений. Уровень ответов пилотного теста был равен 21,13%, ответили 30 компаний.

После пилотного тестирования в опросе приняли участие еще 170 компаний. Процесс сбора данных состоял из трех этапов. На первом этапе с компанией связались, чтобы проинформировать их о цели исследования и запросить разрешение на контакт с Главным информационным агентом (CIO). На втором этапе с CIO связались и спросили о его/ее готовности принять участие в опросе. Когда IT-директор был недоступен во время, согласованное в первом звонке, назначалась вторая встреча.

Таким образом, анкета была заполнена на втором или третьем этапе в зависимости от наличия IT-директора. Когда IT-директор определенно не хотел отвечать на вопросник, другой человек, имеющий право на инвестиции и принятие решений для анализа больших данных, был найден, и ему было предложено заполнить вопросник. Всего было заполнено 200 анкет. Окончательная выборка состояла из 86,5% средних и 13,5% крупных компаний, что обеспечило уровень достоверности 95% и доверительный интервал 6,9%.

В таблице 1 показаны все элементы темы, которые основаны на семибальной шкале Лайкерта, с ответами в диапазоне от «полностью не согласен» (-3) до «полностью согласен» (+3).

Таблица 1. Исследование по семибальной шкале Лайкерта

| Респонденты                                                            | №=200 | В процентах |
|------------------------------------------------------------------------|-------|-------------|
| Главный директор                                                       | 53    | 26.50%      |
| Главный исполнительный директор                                        | 8     | 4.00%       |
| Главный информационный отдел                                           | 127   | 63.50%      |
| Другой человек, квалифицированный об аналитике больших данных вложения | 12    | 6.00%       |
| Размер фирмы в зависимости от количества сотрудников                   | 173   | 86.50%      |
| Средний (50–249 сотрудников)                                           | 27    | 13.50%      |
| Большой (более 249 сотрудников)                                        | 57    | 28.50%      |
| Промышленные секторы производство Сервисы                              | 85    | 42.50%      |
| Розничная торговля                                                     | 41    | 20.50%      |
| Строительство                                                          | 17    | 8.50%       |

Респондентам было предложено оценить, в какой степени решения в области больших данных, принятые их компаниями, привели к выгодам (транзакционным, стратегическим, трансформационным или информационным) и рискам.

Это исследование выявило преимущества и риски технологий больших данных и внедрения этих технологий в фирмах. Учитывая скудные эмпирические данные об этих проблемах в литературе, а также отсутствие данных об эмпирическом исследовании существования различий в зависимости от размера и отраслевого сектора компаний, эта статья добавила знания в литературу по большим данным. Результаты этого исследования могут также использоваться менеджерами в качестве инструмента, помогающего им понять наиболее важные транзакционные, трансформационные, стратегические и информационные преимущества и риски технологий больших данных. Это могло бы помочь им избежать распространенной формы поведения руководства, основанной на игнорировании или неэффективной оценке эффекта инвестиций больших данных в их операции и стратегии. Исследование выявило следующие шесть основных результатов:

- контент интернет-портала является источником больших данных, наиболее часто используемых компаниями;
- программное обеспечение для визуальной аналитики – это технология больших данных, наиболее часто используемая организациями;
- улучшение управления данными – это преимущество, которое было оценено выше всех отраслей промышленности и для двух рассматриваемых аспектов компании;
- принимая во внимание риски, связанные с внедрением технологий больших данных, организации в различных отраслях промышленности существенно различаются только для одного риска;
- конфиденциальность является наиболее часто упоминаемым риском, связанным с внедрением технологий больших данных;
- только инвестиции в два больших источника данных были подвержены влиянию.

В заключение следует отметить, что большие данные уже используются для повышения операционной эффективности, и способность принимать обоснованные решения на основе самой последней актуальной информации быстро становится основной нормой. Нет никаких сомнений в том, что большие данные будут продолжать играть важную роль во многих различных отраслях промышленности по всему миру. Это определенно может творить чудеса для бизнес-организации. Чтобы получить больше преимуществ, важно обучить своих сотрудников управлению большими данными. При правильном управлении большими данными ваш бизнес будет более продуктивным и эффективным.

*Список использованной литературы:*

- 1 *Min Chen, Shiwen Mao, Yin Zhang, Victor C.M. Leung.* Big Data. Related Technologies, Challenges, and Future Prospects. – Springer, 2014. – 100 p.
- 2 *Виктор Майер-Шенбергер, Кеннет Кукьер.* Большие данные. Революция, которая изменит то, как мы живём, работаем и мыслим = Big Data. A Revolution That Will Transform How We Live, Work, and Think / пер. с англ. Инны Гайдюк. – М.: Манн, Иванов, Фербер, 2014. – 240 с. – ISBN 987-5-91657-936-9.
- 3 *Алан Моррисон и др.* Большие Данные: как извлечь из них информацию. *Технологический прогноз. Ежеквартальный журнал, российское издание, 2010 выпуск 3.*
- 4 *James Manyika et al.* Big data: The next frontier for innovation, competition, and productivity (англ.) (PDF). *McKinsey Global Institute, June, 2011.* McKinsey (9 August 2011).

МРНТИ 20.23.17  
УДК 004.041

С.С. Момбекова<sup>1</sup>, К.У. Нышанбаева<sup>1</sup>, Б.Р. Колбоев<sup>1</sup>, Д.А. Бибулова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южно-Казахстанский Государственный университет им.М.Ауезова, г. Шымкент, Казахстан

## УПРАВЛЕНИЕ ИТ ТЕХНОЛОГИЯМИ БОЛЬШИХ ДАННЫХ В КОМПАНИЯХ (ЧАСТЬ 2)

*Аннотация*

В этой статье мы рассматриваем, как организации собирают, создают и используют данные, меняет способ работы этих организаций. Руководители, академики и бизнес - аналитики должны знать об этом изменении, которое изменит порядок управления организациями, а также изменит экономику и общество, в котором они работают. Эта революция внесла несколько изменений в компании. Например, теперь у них есть больше данных для использования, чем когда-либо прежде. Эти данные могут быть внутренними или внешними, структурированными или неструктурированными. Используя внутренние и внешние данные, компании начинают понимать модели потребительской активности, которые когда-то было невозможно воспринимать или воздействовать. Компании также используют новые технологические решения, чтобы понять свои собственные операции и вести себя на более тонком уровне детализации.

**Ключевые слова:** большие данные, интеллектуальное управление, технологии, стратегическая, информационная, транзакционная, трансформационная.

*Abstract*

## MANAGING IT BIG DATA TECHNOLOGIES IN COMPANIES (PART 2)

С.С. Момбекова<sup>1</sup>, К.У.Нышанбаева<sup>1</sup>, Б.Р.Колбоев<sup>1</sup>, Д.А. Бибулова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>South Kazakhstan State University named M. Auezov, Shymkent, Kazakhstan

In this article, we look at how organizations collect, create and use data, change the way these organizations work. Executives, academics, and business analysts should be aware of this change, which will change the way organizations are governed, as well as the economy and society in which they work. This revolution has made several changes to the company. For example, they now have more data to use than ever before. This data can be internal or external, structured or unstructured. Using internal and external data, companies are beginning to understand the patterns of consumer activity that were once impossible to perceive or influence. Companies also use new technology solutions to understand their own operations and to behave at a more subtle level of detail.

**Keywords:** big data, intelligent management, technology, strategic, information, transactional, transformational.

*Аңдатпа*

С.С. Момбекова<sup>1</sup>, К.У.Нышанбаева<sup>1</sup>, Б.Р.Колбоев<sup>1</sup>, Д.А. Бибулова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан Мемлекеттік университеті,  
Шымкент қ., Қазақстан

## КОМПАНИЯЛАРДАҒЫ ҮЛКЕН МӘЛІМЕТТЕРДІ ІТ ТЕХНОЛОГИЯМЕН БАСҚАРУ (2 БӨЛІМ)

Бұл мақалада біз ұйымдардың деректерді қалай жинайтынын, жасайтынын және пайдаланатынын, осы ұйымдардың жұмыс тәсілін өзгертетін мәселелерін қарастырамыз. Басшылар, академиктер және бизнес - талдаушылар ұйымдарды басқару тәртібін, сондай-ақ олар жұмыс істейтін экономика мен қоғамды өзгертетін осы өзгерістер туралы білуі тиіс. Бұл революция компанияларда бірнеше өзгерістер енгізеді. Мысалы, қазір оларда бұрын - соңды пайдаланылмаған үлкен деректер бар. Бұл деректер ішкі немесе сыртқы, құрылымдалған немесе құрылымсыз болуы мүмкін. Ішкі және сыртқы деректерді пайдалана отырып, компаниялар бір кездері қабылдау немесе әсер ету мүмкін емес тұтыну белсенділігінің моделін түсіне бастайды. Компаниялар сондай-ақ өз операцияларын түсіну және егжей-тегжейлі деңгейде өзін ұстау үшін жаңа технологиялық шешімдерді пайдаланады.

**Түйін сөздер:** үлкен мәліметтер, интеллектуалды басқару, технологиялар, стратегиялық, ақпараттық, транзакционды, трансформацияланған.

Для представления результатов использовалась четырехэтапная процедура. Во-первых, были рассчитаны рейтинги для каждого источника больших данных и каждой технологии больших данных, а также для общего числа источников больших данных, используемых компаниями, и для общего числа технологий больших данных, принятых компаниями. Рейтинг был также рассчитан с учетом преимуществ и рисков, с которыми сталкиваются респонденты в связи с технологиями больших данных [1].

Важный исследовательский вопрос, который можно задать о больших наборах данных, заключается в том, нужно ли вам смотреть на полные данные, чтобы сделать определенные выводы о свойствах данных, или же образец достаточно хорош. Само название big data содержит термин, связанный с размером, и это важная характеристика больших данных. Но выборка позволяет выбрать правильные точки данных из большего набора данных для оценки характеристик всей совокупности.

Различные виды выгод могут быть получены от инвестиций в ИТ. В случае, когда фирмы не достигают желаемой цели, они должны пересмотреть свои инвестиции и способы их воздействия на них. В таблице 1 показаны типы преимуществ, которые компании могут получить, внедрив технологии больших данных, и структуры для каждого типа преимуществ. Согласно данным, представленным в Таблице 1, выигрыш в сделках, наиболее часто признаваемый опрошенными компаниями, заключается в повышении производительности труда.

Таблица 1. Преимущества больших данных

|      |                                                                          |                          |
|------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| TAB2 | Сокращение эксплуатационных расходов                                     | Транзакционная выгода    |
| TAB3 | Сокращение расходов на связь                                             | Транзакционная выгода    |
| TAB4 | Избежание необходимости увеличения рабочей силы                          | Транзакционная выгода    |
| TAB5 | Увеличение доходности финансовых активов                                 | Транзакционная выгода    |
| TAB6 | Повышение производительности труда сотрудников                           | Транзакционная выгода    |
| SB1  | Создание конкурентного преимущества                                      | Стратегическая выгода    |
| SB2  | Согласование ИТ с бизнес-стратегией                                      | Стратегическая выгода    |
| SB3  | Установление полезных связей с другими организациями                     | Стратегическая выгода    |
| SB4  | Включение более быстрого ответа на изменения                             | Стратегическая выгода    |
| SB5  | Улучшение отношений с клиентами                                          | Стратегическая выгода    |
| SB6  | Предоставление лучших продуктов или услуг                                | Стратегическая выгода    |
| TFB1 | Достижение повышенного уровня квалификации для сотрудников               | Трансформационная выгода |
| TFB2 | Развитие новых возможностей для бизнеса                                  | Трансформационная выгода |
| TFB3 | Расширяющие возможности                                                  | Трансформационная выгода |
| TFB4 | Улучшение бизнес-моделей                                                 | Трансформационная выгода |
| IB1  | Включение более быстрого доступа к данным                                | Информационная выгода    |
| IB2  | Обеспечение более легкого доступа к данным                               | Информационная выгода    |
| IB3  | Улучшение управленческих данных                                          | Информационная выгода    |
| IB4  | Повышение точности данных                                                | Информационная выгода    |
| IB5  | Предоставление данных в более удобных форматах                           | Информационная выгода    |
| R1   | Нежелание сотрудников адаптироваться к изменениям                        | Риск                     |
| R2   | Отсутствие поддержки инфраструктуры информационной системы               | Риск                     |
| R3   | Техническая неопределенность                                             | Риск                     |
| R4   | Минимальная ИТ-экспертиза                                                | Риск                     |
| R5   | Неопределенность в отношении того, как измерить потенциальные выгоды     | Риск                     |
| R6   | Неопределенность в отношении того, как измерить связанные затраты        | Риск                     |
| R7   | Капитальные затраты без гарантии вероятного возврата                     | Риск                     |
| R8   | Проблемы безопасности                                                    | Риск                     |
| R9   | Переназначение персонала, обученного решениям для анализа больших данных | Риск                     |
| R10  | Вопросы конфиденциальности                                               | Риск                     |

Это означает, что компании, работающие с большими данными, могут достичь целей с точки зрения эффективности. Одним из ключевых мотивов, который занял второе место после внедрения технологий больших данных для достижения трансформационных выгод, является сокращение операционных расходов, в то время как повышение доходности финансовых активов заняло третье место, а также экономия на управлении цепочкой поставок Город был на четвертом месте. Вместо этого внедрение технологий больших данных для снижения затрат на связь и предотвращения увеличения рабочей силы не было признано транзакционным преимуществом. Это означает, что эти технологии не оказывают какого-либо особого влияния на структуру рабочей силы или на



внутрифирменные и межфирменные расходы на связь. Принимая во внимание стратегические преимущества технологий больших данных, наиболее часто признаваемые связаны со способностью доказывать лучшие продукты и услуги. На самом деле, многие продукты претерпели изменения в своих функциях благодаря большим данным. Например, компания Babolat поместила датчики и устройства связи в свои ручки теннисных ракеток, чтобы пользователи могли отслеживать и анализировать скорость мяча, вращение и точное расположение в реальном времени, чтобы улучшить игру игроков. Вторым стратегическим преимуществом является возможность согласовать ИТ с бизнес-стратегией, которая демонстрирует, что большие данные представляют собой один из способов улучшения внутренних процессов компании. Третье преимущество, наиболее часто встречающееся среди опрошенных компаний, касается возможности быстрого реагирования на изменения, происходящие в бизнес-среде, в которой действуют компании [2, 3].

Наиболее часто признаваемая трансформационная выгода от больших данных касается возможности расширения возможностей компании, потому что когда компания инвестирует в новые технологии, ей необходимо развивать новые навыки и нанимать новых людей, способных справиться с новыми технологиями. Возможности больших данных позволяют компаниям собирать и интегрировать структурированные и неструктурированные данные из разных источников в течение короткого периода времени. Это преимущество сопровождается развитием новых бизнес-возможностей, поскольку есть компании, которые благодаря решениям для больших данных могут работать в новых цепочках создания стоимости, в которых они ранее не были. Давайте рассмотрим, например, данные, созданные Foodmaster продукты. Они позволяют улучшить здоровье людей, отслеживая их активность, физические упражнения, питание, вес и сон, и эти данные могут быть в то же время проданы страховым компаниям, чтобы позволить им понять профили разных людей и предоставить различные страховые пакеты в соответствии с их профилем. Таким образом, благодаря большим данным, могут появиться новые возможности для бизнеса между двумя различными компаниями, работающими в различных отраслях промышленности. Точные данные о погоде выгодны для многих организаций, поскольку некоторые компании могут использовать информацию о погоде для улучшения деловой активности в качестве планирования своей цепочки поставок или рекламы. Третье место в трансформационном преимуществе связано с сотрудниками, поскольку компании заявили, что благодаря большим данным уровень квалификации их сотрудников повысился. Наконец, наиболее часто признаваемые информационные преимущества связаны с управлением данными, точностью данных и облегчением доступа к данным. Благодаря технологиям больших данных компании получают более высокое качество данных и имеют меньше проблем с доступом к ним.

Эволюции больших данных проблемы для большинства компаний не связаны с технологиями. Самые большие препятствия на пути принятия связаны с культурными проблемами: организационным выравниванием, сопротивлением или отсутствием понимания и управлением изменениями.

Риски – это элементы, которые следует учитывать, когда компании решают инвестировать в решения для больших данных. Несмотря на то, что большие данные могут иметь большое значение, компании должны учитывать вопросы конфиденциальности и безопасности, прежде чем использовать технологии больших данных. Эти два риска чаще всего распознаются опрошенными компаниями. Это происходит потому, что различные источники данных могут быть найдены в распределенных местах, и поэтому они определяют уязвимости безопасности. Технологии больших данных позволяют собирать, обрабатывать и анализировать данные из разных мест, а также определять задачи с точки зрения соблюдения различных правил по всему миру в странах, откуда поступают большие данные. Фактически, подобные данные могут обрабатываться различными способами, в зависимости от того, где они получены или собраны. С точки зрения рисков конфиденциальности, например, в случае медицинских данных, иногда неясно, кто является владельцем данных, но использование данных без надлежащей правовой основы или согласия пациента может вызвать серьезные проблемы. Третий наиболее часто встречающийся риск связан с отсутствием поддержки структуры информационной системы. Вместо этого другие риски, такие как связанные с неопределенностью в отношении того, как измерить потенциальные выгоды, связанные с этим расходы и переназначение персонала компании, обученного использованию решений для анализа больших данных, не считались приоритетными рисками для опрошенных компаний [3].

Не следует недооценивать преимущества и риски технологий больших данных компаниями, которые решили инвестировать в технологии больших данных. Риски и преимущества использования ИТ в организациях получили большое внимание со стороны ученых и специалистов-практиков, но все

еще имеется мало эмпирических данных о рисках и преимуществах технологий больших данных, выбранных компаниями, и об оценке. Различия существуют в зависимости от размера и промышленного сектора компаний. Предыдущие исследования исследовали два основных аспекта, связанных с большими данными.

Во-первых, они рассмотрели финансовые последствия больших данных для компаний.

Во-вторых, была проведена предварительная работа, чтобы дать представление о проблемах и возможностях больших данных в качественном и агрегированном виде, демонстрируя тем самым, что по-прежнему не хватает эмпирических данных о эти проблемы.

Учитывая этот пробел в исследовании, настоящее исследование предлагает возможность эмпирически понять больше о внедрении технологий больших данных в компаниях, а также об их преимуществах и рисках. Это было достигнуто путем изучения наличия каких-либо различий в зависимости от размера и промышленного сектора. Результаты проливают свет на уровень внедрения технологий больших данных и демонстрируют, что наиболее распространенными технологиями являются технологии визуальной аналитики, языки сценариев и программное обеспечение для анализа в памяти.

Источниками больших данных, которые компании используют чаще всего, являются содержимое онлайн-портала, данные POS и данные интеллектуальных счетчиков. Этот результат показывает, что компании по-прежнему более склонны использовать большие данные, которые являются собственностью, чем покупать другие данные о клиентах у третьих лиц, такие как те, которые могут быть получены в социальных сетях.

Это исследование также пролило свет на наиболее частые преимущества технологий больших данных. Эти технологии, с точки зрения транзакционных выгод, позволяют в большей степени повысить производительность труда сотрудников, предоставить более качественные продукты и услуги в качестве стратегических выгод, расширить возможности компании с точки зрения трансформационных выгод и данные управления должны быть улучшены, с точки зрения информационных выгод.

Компании начали применять оптимизированный метод для оптимального распределения ресурсов, чтобы проложить путь роста компании, а не полагаться на метод проб и ошибок. Лучшим методом внедрения стало внедрение методов анализа больших данных. Бизнес-данные, получаемые крупными корпорациями в течение длительного периода времени, слишком сложны для обработки обычными приложениями обработки данных.

Существуют лучшие способы извлечения полезной информации, которая может поддержать правильное принятие решений и помочь выявить закономерности в данных, которые в противном случае выглядят случайным образом. Эти методы составляют основу анализа больших данных. Существует много способов, с помощью которых малый и средний бизнес использует большие данные для получения наилучших результатов для своих фирм.

Эти данные позволяют исследователям и менеджерам одновременно знать о наиболее потенциальных преимуществах, которые технологии больших данных могут предложить их компаниям, и действовать соответствующим образом, чтобы максимизировать отдачу от своих инвестиций и извлечь большую выгоду из больших данных.

Технологические достижения в области хранения и вычислений также определили многие риски для компаний. Менеджеры должны признать, что невозможно связать только большие положительные результаты с большими данными, и что им также необходимо справляться с основными рисками, которые они определяют, такими как вопросы безопасности и конфиденциальности.

Таким образом, они будут готовы принять участие в революции больших данных и позаботиться о рисках инвестиций в большие данные, чтобы минимизировать связанные с ними риски.

Если смотреть дальше этого исследования, будущие исследования могут обогатить выводы этого документа, проводя тематические исследования среди компаний, использующих технологии больших данных, чтобы войти в черный ящик динамики их принятия.

В будущих исследованиях также можно было бы изучить тенденции внедрения технологий больших данных в других условиях, чтобы установить, существуют ли различия между странами, и, если они существуют, выявить факторы, которые их определяют. Будущий повторный поиск может также посмотреть на влияние решений для больших данных на несколько финансовых показателей, таких как производительность компаний, путем интеграции данных баланса с данными, собранными в ходе опросов, с целью проверки степени принятия технологии больших данных объективно повлияли

на финансовые показатели фирм. В этом контексте будущие исследования могут посмотреть на это явление с объективной точки зрения. В этом направлении будущие исследования могут добавить дополнительные знания для руководителей компаний и помочь им избежать недооценки любых аспектов, которые могут быть связаны с преимуществами и рисками инвестиций, связанных с решениями для больших данных.

*Список использованной литературы:*

- 1 Давенпорт М. Большие данные на работе: развеивание мифов, раскрытие возможностей. 2014г. 5(2).
- 2 Грегор С., Мартин М., Фернандес В., Стерн С. и Витале М. Трансформационное измерение в реализации стоимости бизнеса от информационных технологий. Журнал стратегических информационных систем, 2006г. 15 (3).
- 3 Фарби Б., Лэнд Ф. и Таргетт Д. Движущаяся лестница - проблемы оценки и оценка в турбулентной среде. Информационные технологии и люди, 1999г. 12 (3).

**МРНТИ 28.23.01**  
**УДК 004.01**

*С.М. Нарбаева<sup>1</sup>, Т.И. Бакибаев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан*

<sup>2</sup> *Алматы Менеджмент Университет (AlmaU), г. Алматы, Республика Казахстан*

## **БЕЗОПАСНАЯ СИСТЕМА МОНИТОРИНГА ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА ОСНОВЕ БЛОКЧЕЙНА**

*Аннотация*

Основной целью данной статьи является разработка системы, позволяющая собирать данные с датчиков транспортных средств явным (открытым) образом. Основная идея состоит в том, что транспортные средства, находящиеся поблизости в заданном радиусе, подтверждают текущее географическое местоположение данного транспортного средства. Каждая из сторон подписывает свои сообщения, все сообщения отправляются непосредственно в блокчейн-систему на платформе Ecomum, что обеспечивает безопасную и надежную систему регистрации местоположения и скорости каждого транспортного средства в любое фиксированное время. Такая система может помочь в принятии решений, автономных транспортных средств и в уголовных расследованиях и нарушениях правил дорожного движения. Одним из самых важных вопросов в этой системе является безопасность, никто из участников не в состоянии подделать сообщения других, а также не сможет подделать информацию о своём собственном местоположении.

**Ключевые слова:** блокчейн, факторы, Ecomum, средства защиты, передача данных.

*Аңдатпа*

*С.М. Нарбаева<sup>1</sup>, Т.И. Бакибаев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *ал-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы*

<sup>2</sup> *Алматы Менеджмент Университеті (AlmaU), Алматы, Қазақстан Республикасы*

## **БЛОКЧЕЙН НЕГІЗІНДЕ КӨЛІК ҚҰРАЛДАРЫН МОНИТОРИНГЛЕУДІҢ ҚАУІПСІЗ ЖҮЙЕСІ**

Бұл мақаланың негізгі мақсаты көлік құралдары датчиктерінің деректерін анық жинауға мүмкіндік беретін жүйені әзірлеу болып табылады. Идея жақын жердегі көлік құралдары ағымдағы географиялық жағдайды растайды. Барлық тараптар өз хабарламаларына қол қояды, барлық хабарлар тікелей блок-жүйеге жіберіледі, бұл кез келген тіркелген уақытта әрбір автомобильдің орналасқан жері мен жылдамдығын тіркеудің қауіпсіз және сенімді жүйесін қамтамасыз етеді. Бұл жұмыста Ecomum платформасы негізіндегі блок жүйесі арқылы автомобиль әрекеттерін бақылау жүйесі ұсынылады. Мұндай жүйе дербес автомобильдермен шешім қабылдауға және қылмыс пен жол қозғалысы ережелерін бұзуды тергеуге көмектесе алады. Бұл жүйеде ең маңызды мәселелердің бірі қауіпсіздік болып табылады, ешкім басқалардың хабарламасын жалған жасай алмайды және ешкім өзінің орналасқан жерін жалған жасай алмайды.

**Түйін сөздер:** блокчейн, факторлар, Ecomum, қорғаныс құралдары, деректерді жіберу.

*Abstract*

**SECURE VEHICLE MONITORING SYSTEM BASED ON BLOCKCHAIN**

*Narbayeva S.M.<sup>1</sup>, Bakibayev T.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *al-Farabi Kazakh National university, Almaty, Kazakhstan,*

<sup>2</sup> *Almaty Management University (AlmaU), Almaty, Kazakhstan*

The main goal of this project is to develop a system that allows collect data of vehicles' sensors with evident. The idea is that vehicles nearby are confirming the current geographical location. All parties sign their messages, all messages are sent directly to a blockchain system on platform Exonum, therefore providing a secure and reliable system for logging location and speed of each vehicle at any fixed time. Such a system could help in decision-making, Autonomous vehicles and in criminal investigations and traffic offenses. One of the most important question in this system is the security, no one should be able to fake messages of others, and no one should be able to fake their own location.

**Keywords:** blockchain, factors, Exonum, security, data transfer.

Интеллектуальная автомобильная технология развивается очень быстро, и последние достижения предполагают, что автономная навигация автомобиля будет возможна в ближайшем будущем. На современных перекрестках светофоры и стоп-сигналы помогают водителям безопасно преодолевать перекрестки на своем транспортном средстве.

Однако, будут ли иметь смысл в будущем для автомобилей с бортовыми компьютерами "за рулем", механизмы управления пересечением, которые были разработаны с учётом современных человеческих водителей? Учитывая преимущества, которые свойственны для интеллектуальных роботов-водителей – более точный контроль, лучшие датчики и меньшее время реакции – по нашему мнению, автомобильные поездки в будущем могут быть не только безопаснее и проще, но и намного эффективнее.

Тренды в области интеллектуализации транспортных систем. Росту мобильности населения в настоящее время существенно содействует служба, предоставляющая в реальном масштабе времени информацию о дорожной ситуации и оптимальных маршрутах поездки (Real-time Traffic and Travel Information (RTTI)).

Эту информацию (все чаще в сочетании с услугами спутниковой навигации) сейчас предлагают, как государственные, так и частные источники. В более долгосрочной перспективе, как ожидается, раскроют весь свой потенциал системы, устроенные по принципу сотрудничества между участниками движения и элементами инфраструктуры, к числу которых относятся системы, предусматривающие связь и обмен информацией между транспортными средствами V2V (vehicle-to-vehicle), между транспортным средством и инфраструктурой V2I (vehicle-to-infrastructure) и между разными элементами инфраструктуры I2I (infrastructure-to-infrastructure). При необходимости эти системы будут дополняться системой определения местоположения и времени Global Navigation Satellite System (GNSS).

Одно из основных направлений ИТС, которое активно продвигается последние 15 лет, - реализация концепции интеллектуального автомобиля. Работает международная программа «Транспортные средства повышенной безопасности». Уже первые опыты использования бортовых интеллектуальных систем показали, что они способны уменьшить число ДТП на 40 процентов, а число ДТП со смертельным исходом - на 50 процентов. Переход от создания систем помощи водителю к разработке полуавтономных и беспилотных транспортных средств является мировым трендом и объясняется желанием разработчиков обеспечить устойчивость и безопасность транспортной системы. Вместе с тем, следует понимать, что появление новых технических и технологических решений сопряжено с возникновением новых проблем, для решения которых могут понадобиться новые методы и средства. Так, появление автомобилей нового типа с принципиально новыми системами управления может вызвать проблемы в области безопасности и взаимодействия с другими участниками движения. Необходимо выявить возможные риски, прогнозировать вероятность их возникновения, определить возможные последствия. Кроме того, должны быть разработаны способы предотвращения рисков ситуаций и снижения тяжести последствий в случае возникновения. В этих условиях возрастает необходимость поиска решений в области кибербезопасности, которые исключили бы или, по крайней мере, свели к минимуму возможность постороннего вмешательства в систему управления как транспортным средством, так и системой в целом.

Технология блокчейн с точки зрения применимости в транспортных системах. Рассмотрим технологию блокчейн с точки зрения возможности применения для решения поставленной проблемы.

Блокчейн – это технология надёжного распределённого хранения записей обо всех, когда-либо совершенных биткойн транзакциях. Он представляет собой цепочку блоков данных, объём которой постоянно растёт, по мере добавления майнерами новых блоков с записями самых последних транзакций, то есть, такое добавление происходит каждые 10 минут. Блоки записываются в блокчейн в линейном последовательно - хронологическом порядке. На каждом полном узле, то есть компьютере, подключенном к сети биткойна с помощью клиента, выполняющего проверку и передачу транзакций, хранится копия блокчейна, которая автоматически загружается, когда майнер присоединяется к биткойн-сети. В реестре сохраняется полная информация обо всех адресах и балансах, начиная с генезис-блока, то есть самого первого блока транзакций, до самого последнего добавленного блока.

Ехонум - это платформа, которая позволяет создавать децентрализованные, безопасные и надёжные приложения на блокчейне. Платформа предназначена для компаний, организаций и даже правительств. Используя решение Ехонум, эти организации могут создать собственную приватную сеть, которая отвечает запросам конкретной компании и обеспечивает беспрецедентную безопасность за счет интеграции проекта с блокчейном [1].

Ехонум самый быстрый приватный блокчейн, который может обрабатывать до 9000 транзакций в секунду. Программы для блокчейн-платформы Ехонум пишутся на языке Rust, который эксперты Bitfury называют самым безопасным языком программирования, гарантирующим отсутствие проблем с управлением памятью. Rust программа компилируется сразу в машинный код, поэтому выполняется быстрее, чем виртуальный байткод.

На данный момент платформа Ехонум используется для пилотных проектов в государственных реестрах трех стран: Грузия, Украина, Россия.

Рассмотрим инновационную технологию блокчейн и математические основы работы этой технологии.

Эллиптическая кривая Blockchain - это, в основном, общедоступная книга, в которой участники вводят данные и подтверждают их принятие транзакции с помощью алгоритма цифровой подписи эллиптической кривой (ECDSA).

Эллиптическая кривая – это уравнение вида  $y^2 = x^3 + ax + b$ . В биткойне и большинстве других реализаций  $a = 0$  и  $b = 7$ , поэтому уравнение можно записать в следующем виде:  $y^2 = x^3 + 7$  (рис. 1).

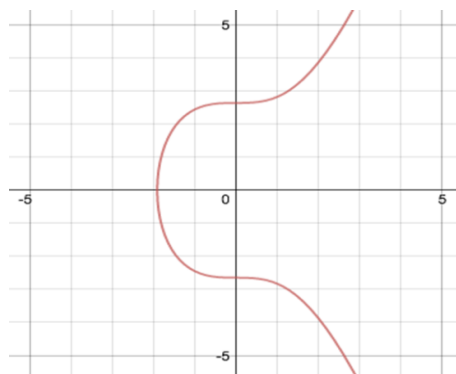


Рисунок 1. Уравнение  $y^2 = x^3 + 7$ .

Эти свойства можно использовать, чтобы определить две операции над точками, составляющими кривую: сложение точек и удвоение.

Для сложения точек,  $P + Q = R$  необходимо провести через точки  $P$  и  $Q$  прямую, которая, по свойствам эллиптических кривых, пересекает кривую в некоторой третьей точке  $R'$ .

Затем, находим точку на кривой, симметричную точке  $R'$  относительно оси  $X$ . Именно эта точка  $R$  и будет считаться суммой  $P$  и  $Q$ . Это легче всего понять по изображению, приведенному на рисунке 2.

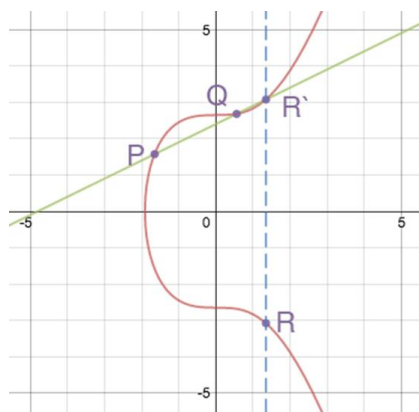


Рисунок 2.  $P + Q = R$

Более сложный вариант представляет собой случай, когда требуется сложить точку саму с собой. Для этого случая определяется операция удвоения точки,  $P + P = R$ . При удвоении следует провести прямую, касательную к данной эллиптической кривой в точке  $P$ , которая, согласно свойствам кривой, должно пересекать ее в еще одной точке  $R'$ . Точка  $R$ , симметричная  $R'$  относительно оси  $X$ , и будет считаться точкой удвоения  $P$ . На графике это выглядит следующим образом: (рис. 3).

Эти две операции можно использовать, чтобы определить операцию скалярного умножения,

$R = aP$ , определяемую как добавление точки  $P$  к самой себе  $a$  раз.

Например,  $R = 7P$  или  $R = P + (P + (P + (P + (P + P))))$

Процесс скалярного умножения, как правило, можно упростить, используя комбинацию сложения и удвоения точек.

Например,  $R = 7P$

$R = P + 6P$

$R = P + 2(3P)$

$R = P + 2(P + 2P)$

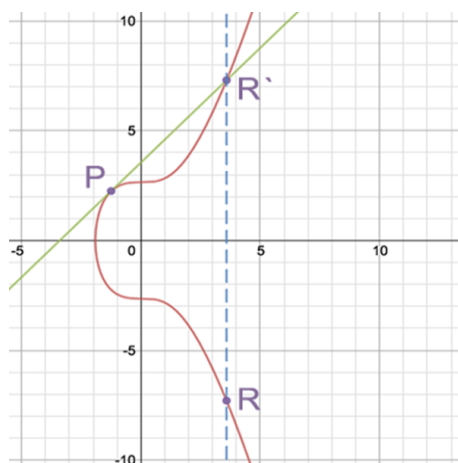


Рисунок 3.  $R = aP$

Здесь операция  $7P$  была разбита на два этапа удвоения точек и два этапа сложения точек — в итоге, вместо семи операций нужно выполнить всего четыре.

Действительно, на кривой можно определить «сложение», считая третью точку соответствующей двум заданным. Это, в основном, то, что делается в ECDSA. Вычисление открытого ключа выполняется с помощью тех же операций удвоения и сложения точек. Это тривиальная задача, которую обычный персональный компьютер или смартфон решает за миллисекунды, в то время как обратная задача (получение секретного ключа по значению публичного) — является проблемой дискретного логарифмирования, которая считается вычислительно сложной. Лучшие известные алгоритмы ее решения, вроде ро-алгоритма ( $\rho$ -алгоритм), предложенного Джоном Поллардом [6], имеют экспоненциальную сложность. Для  $\text{secp256k1}$ , чтобы решить задачу, нужно порядка  $2^{128}$

операций, что потребует времени вычисления на обычном компьютере, сопоставимого со временем существования Вселенной. Следует подчеркнуть, что приведенный пример включает в себя чрезвычайно скромные целые числа. В реальном приложении Bitcoin или blockchain это обычно целые числа длиной 256 бит, что приводит к значительному росту стоимости выполнения вышеуказанных операций, однако, с другой стороны, это существенно повышает затраты «нарушителей» системы, требуемые для того, чтобы, например, с помощью вычислительной попытки восстановить закрытый ключ из открытого ключа [7].

Системная архитектура. На рисунке показан основной принцип архитектуры системы (рис. 4).

Отправка данных в блокчейн работает в 3 этапа, следующим образом:

1. Основное транспортное средство определяет свое положение с помощью любой глобальной системы позиционирования, составляет сообщение, содержащее следующую информацию:

- его идентификационный номер
- его географические координаты
- точная текущее время и дату
- подпись сообщения (ключ подписи выдается регистрирующим органом).

2. Основным средством отправляет эти данные через короткие расстояния модуля приемопередатчика похожие на NRF24L01. Он должен посылать беспроводные сигналы на расстояние до 150 метров, чтобы в процессе связи принимали участие только те транспортные средства, которые находятся поблизости (близлежащие транспортные средства) [2,3].

3. Каждый соседний автомобиль получает сигнал и составляет новое сообщение, которое включает в себя следующую информацию: его идентификационный номер, его географические координаты, полная неизменная копия исходного сообщения.

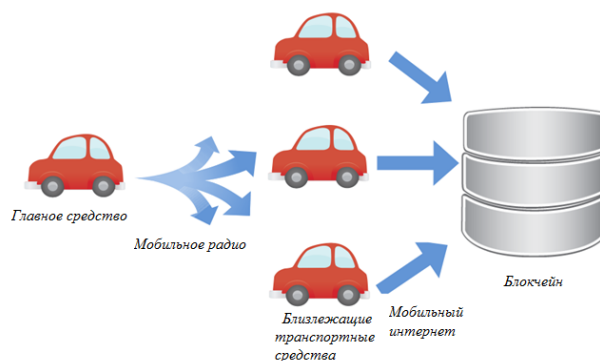


Рисунок 4. Основной принцип архитектуры системы

Обратите внимание, что нет необходимости включать текущую дату и время на соседних транспортных средствах. Они фиксируются системой back-end (blockchain) автоматически. Хотя важно, чтобы основной автомобиль включал его, так как это важно по соображениям безопасности.

Мы предполагаем, что терминалы используют следующее оборудование:

1. Некоторые простые компьютерные платы, похожие на Arduino или Rasberry Pi.
2. 3G/4G мобильный интернет модуль, который поддерживает отправку сообщений на SIM-карту с просьбой подписать его.
3. Трансивер, подобный NRF24L01, должен работать с таким же протоколом и покрывать по крайней мере зону радиуса 150 метров.
4. Любая глобальная система позиционирования, позволяющая получить точные географические координаты.

Хотя мы используем систему Blockchain (Exonum), чтобы гарантировать, что никто не сможет добавить какую-либо информацию с обратной датой, и никто не сможет редактировать любую информацию, которая уже хранится, есть несколько других проблем безопасности, о которых мы должны позаботиться [4].

*Случай 1.* Ближайший автомобиль пытается подделать полученное сообщение.

Он может попытаться изменить идентификатор, положение или время автомобиля. В этом случае подпись основного транспортного средства не будет совпадать. Попытка подделать подпись занимает слишком много времени, система проверяет, не превышает ли разница между временем в сообщении

и текущим временем системы 1 минуту. В то же время 1 минута-достаточно большой интервал, который позволит иметь некоторые неточные системы синхронизации.

Соседний автомобиль может сохранить последовательность сообщений в некотором положении и попытаться подделать ту же позицию позже. Это было бы невозможно, поскольку отметка даты и времени в сообщениях также подписывается основным транспортным средством. Вот почему важно включить его в сообщение основного транспортного средства, а не включать его в сообщения соседних транспортных средств.

*Случай 2.* Основной автомобиль пытается подделать свой идентификатор, время или местоположение.

Проблема времени уже рассматривалась в предыдущем случае. Подделать id не просто, так как нужно иметь подпись транспортного средства, и он надежно хранится внутри SIM-карты.

Итак, нам нужно рассмотреть проблему подделки его местоположения. Если основное транспортное средство отправляет другое местоположение, соседние транспортные средства не должны беспокоиться об этом, они все равно отправляют сообщение дальше в блокчейн [5-7]. Но близлежащие транспортные средства также отправляют свои собственные местоположения, поэтому система может обнаружить, что расстояние между двумя транспортными средствами слишком велико (более 1 км) и отметить его как потенциальное мошенничество. 1 км должно быть достаточно для SIM-карты, чтобы подписать сообщение.

*Случай 3.* Как основной автомобиль, так и близлежащие транспортные средства пытаются подделать местоположение основного автомобиля.

Рассмотрим случай, когда несколько транспортных средств взломаны, и они пытаются подделать местоположение одного из них (основного транспортного средства). Этот сценарий возможен, и система может сохранить все данные точно так же, как они были отправлены.

Имея полный путь с отметками даты и времени основного транспортного средства, легко проверить другие транспортные средства, которые заявили о своем положении в то же время и в том же положении до 150 метров. Также будет подозрительно, что все сообщения основного транспортного средства подтверждаются теми же близлежащими транспортными средствами [5, 8].

К сожалению, если на пути транспортного средства не было других автомобилей, очень сложно проверить со 100% вероятностью, подделан ли случай. Хотя, проверка данного случая еще возможна: так как все данные отправляются через мобильный интернет. Таким образом, имея IP-адреса близлежащих транспортных средств, можно запросить провайдера связи, какие станции использовались этим клиентом.

В данной работе были рассмотрены случаи наличия некоторых стационарных терминалов, которые не обязательно используют реальную глобальную систему позиционирования и мобильное подключение к интернету, но устанавливаются поставщиком системы, чтобы действовать как близлежащие транспортные средства вдоль некоторых дорог в городе или на автомагистралях с некоторыми интервалами [4-5]. Такие клиенты могут помочь контролировать автомобили со 100% надежностью. Даже одного сообщения, подписанного терминалом, было бы достаточно, чтобы утверждать, что автомобиль проезжал мимо.

В работе рассматривается система, которая является безопасной и позволяет регистрировать движение большого количества транспортных средств. Имея свои данные о местоположении в любой момент времени, относительно несложно вычислить среднюю скорость, а также скорость в определенный момент времени. Если автомобиль будет использован для какой-то преступной цели, данная система поможет нам её вычислить. Конечно, в случае нарушения закона, злоумышленники могут отключить внутреннюю систему оповещения, тогда автомобиль с выключенной системой уже является объектом особого внимания и будет подозрительным для всей системы. Также, для того чтобы доказать, что транспортное средство не принимало участия в каком-либо правонарушении, достаточно проверить журналы записи системы, это и будет надежным доказательством невиновности.

*Список использованной литературы:*

- 1 Kohei Arai, Rahul Bhatia Editors. *Advances in Information and Communication - Proceedings of the 2019 Future of Information and Communication Conference (FICC) – Volume 1– San Francisco, USA from March 14 to 15, 2019.*– p. 724
- 2 Свон М. *Блокчейн. Схема новой экономики.*– М.: Олимп-бизнес, 2016.–240 с.
- 3 <https://www.forbes.ru/tehnologii/360953-umnye-mashiny-kak-iskusstvennyy-intellekt-menyaet-avtorynok>



4 Kurt Dresner, Peter Stone. A Multiagent Approach to Autonomous Intersection Management, *Journal of Artificial Intelligence Research* 31 (2008) 591-656

5 Dresner K. *Autonomous Intersection Management. PhD thesis, The University of Texas at Austin, 2009.*

6 Василенко О. Н. *Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии.* – М.: МЦНМО, 2003. – 328 с. – ISBN 5-94057-103-4.

7 Что такое блокчейн [Электронный ресурс] – Электрон. текстовые дан. - режим доступа <https://habrahabr.ru/company/emercoin/blog/329276/>, свободный;

8 Dresner K. and P. Stone. A multiagent approach to autonomous intersection management. *Journal of Artificial Intelligence Research (JAIR)*, March 2008.

МРНТИ 05.25.00; 05.13.17; 13.00.02

УДК 002.6:37.016

Ж.К. Нурбекова<sup>1</sup>, П.К. Тазабекова<sup>1</sup>, К.М. Байгушева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

## ОБНОВЛЕНИЕ СОДЕРЖАНИЯ ОБУЧЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ ИНФОРМАТИКИ

*Аннотация*

В статье рассматриваются вопросы обновления содержания обучения компьютерному моделированию будущих учителей информатики в вузе в условиях цифровизации образования. Выделены факторы, влияющие на отбор содержания обучения компьютерному моделированию, определены инвариантная и вариативная составляющие содержания обучения компьютерному моделированию. Рассматриваемый подход к обновлению содержания обучения компьютерному моделированию на основе учета компетенций и результатов обучения будущих учителей информатики, предложен к применению в качестве основы разработки методической системы обучения компьютерному моделированию, подбору форм, средств и методов обучения компьютерному моделированию.

**Ключевые слова:** обучение компьютерному моделированию, обновленное содержание, инвариантная и вариативная составляющие содержания, будущие учителя информатики.

*Аңдатпа*

Ж.К. Нурбекова<sup>1</sup>, П.К. Тазабекова<sup>1</sup>, К.М. Байгушева<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

## БОЛАШАҚ ИНФОРМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНЕ КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛЬДЕУДІ ОҚИТУДЫҢ ЖАҢАРТЫЛҒАН МАЗМҰНЫ

Мақалада білім беруді цифрландыру жағдайында ЖОО-дағы болашақ информатика мұғалімдеріне компьютерлік модельдеуді оқытудың мазмұнын анықтау мәселелері қарастырылады. Компьютерлік модельдеуді оқытудың мазмұнын іріктеуге әсер ететін факторлар, компьютерлік модельдеуді оқытудың мазмұнының инварианттық және вариативті құрамдас бөліктері анықталды. Қарастырылатын ықпал болашақ информатика мұғалімдерінің құзыреттіліктері мен оқыту нәтижелерін есепке алу негізінде компьютерлік модельдеуді оқытудың жаңартылған мазмұнын анықтауға, компьютерлік модельдеуді оқытудың әдістемелік жүйесін әзірлеудің негізі ретінде, компьютерлік модельдеуге оқытудың формаларын, құралдарын және әдістерін таңдауда ұсынылады.

**Түйін сөздер:** компьютерлік модельдеуді оқыту, жаңартылған мазмұн, мазмұнның инвариантты және вариативті құрамдас бөліктері, болашақ информатика мұғалімдері.

*Abstract*

## UPDATING THE CONTENT OF TEACHING COMPUTER MODELING IN THE TRAINING OF FUTURE COMPUTER SCIENCE TEACHERS

Nurbekova ZH.<sup>1</sup>, Tazabekova P.<sup>1</sup>, Baigusheva K.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

The article is devoted to the issues of updating learning content the computer modeling for training future teachers of computer science in terms of digitalization of education. The factors influencing the selection of the content of training in computer modeling, determination of invariant and variable components of the content of training in computer

modeling are allocated. The approach to the definition of the training content to computer based modelling competencies and learning outcomes of future teachers of computer science can be used as the basis of development of methodical system of training of computer modeling, selection of forms, means and methods of computer modeling.

**Keywords:** Computer-modeling training, updated content, invariant and variable components of the content, future computer science teachers.

В условиях цифровизации общества актуальной является задача научно-обоснованного внедрения цифровых технологий в образовательный процесс. При стремительном развитии цифровых технологий и информатики как науки, государство и современное общество предъявляют высокие требования к профессионализму учителя, важное значение приобретает повышение качества профессиональной подготовки будущего учителя информатики согласно современным вызовам цифровой экономики.

На национальном уровне определены основные концептуальные подходы перехода на обновленное содержание, которые включает в себя переход от знаний к компетенциям. Обновление содержание школьного образования в контексте STEM-обучения, обозначенные в Государственной программе развития образования и науки (2019-2020 годы) предполагает междисциплинарные и программные подходы к обучению, которые в свою очередь активизирует познавательный процесс школьников [1].

В процессе обучения будущих учителей информатики особое внимание уделяется содержательной компоненте, в связи с постоянным обновлением и развитием информационных технологий. Исходя из этого содержание образовательной программы необходимо формировать с ориентацией на развитие компетенций, необходимых для использования цифровых технологий в профессиональной деятельности.

Рассмотрим национальные и международные требования к формированию профессиональных компетенций будущих учителей информатике, в части обучения компьютерному моделированию. Международная организация – Ассоциация по вычислительной технике (АСМ) в учебном плане для программ бакалавриата по информатике, представляет следующие компетенции: понимание структуры компьютерных систем и процессов, связанных с их построением и анализом, а также применение полученных знаний для решения реальных задач. Моделирование данных, сопоставление соответствующих моделей данных, различия между реляционными моделями данных и другими моделями выделена как компетентность по компьютерному моделированию [2, 3].

В национальном стандарте одними из ключевых профессиональных компетенций будущих учителей информатиков показывает:

1) применение знаний теоретической информатики; умение анализировать и обрабатывать информацию, моделировать объекты и процессы; владение методами и средствами информационных технологий, методами решения задач;

2) владение современными компьютерными системами и моделями, изучение методов защиты информации, системных подходов к моделированию, формализации и визуализации с использованием интерактивных компьютерных моделей [4].

В образовательной программе 5В011100-Информатика ЕНУ им. Л.Н. Гумилева выделены четыре профессиональных компетенций (рис. 1). *ПП<sub>1</sub> - Способность к алгоритмизации и программированию; ПП<sub>2</sub> - Способность к разработке приложений с использованием современных технологий; ПП<sub>3</sub> - Способность к анализу данных и выполнению компьютерных вычислений; ПП<sub>4</sub> - Способность к использованию современных информационных технологий.* Для формирования указанных компетенций и получения соответствующих им результатов обучения в состав образовательной программы включен ряд дисциплин, среди которых 50% дисциплин взаимосвязаны с компьютерным моделированием. На схеме (рисунок 1) синим цветом выделены результаты обучения и наименования дисциплин, относящихся к компьютерному моделированию. Таким образом, компьютерное моделирование является междисциплинарной областью [5].

С учетом национальных стандартов и международных требований к будущим учителям информатики выделим факторы, влияющие на отбор и обновление содержания подготовки будущих учителей информатики по компьютерному моделированию:

– компьютерное моделирование является как средством обучения, так и объектом изучения будущих учителей информатики;

– определение инвариантной и вариативной составляющих содержания обучению компьютерному моделированию в подготовке будущих учителей информатики обусловлены постоянным обновлением и темпами развития информационных технологий.

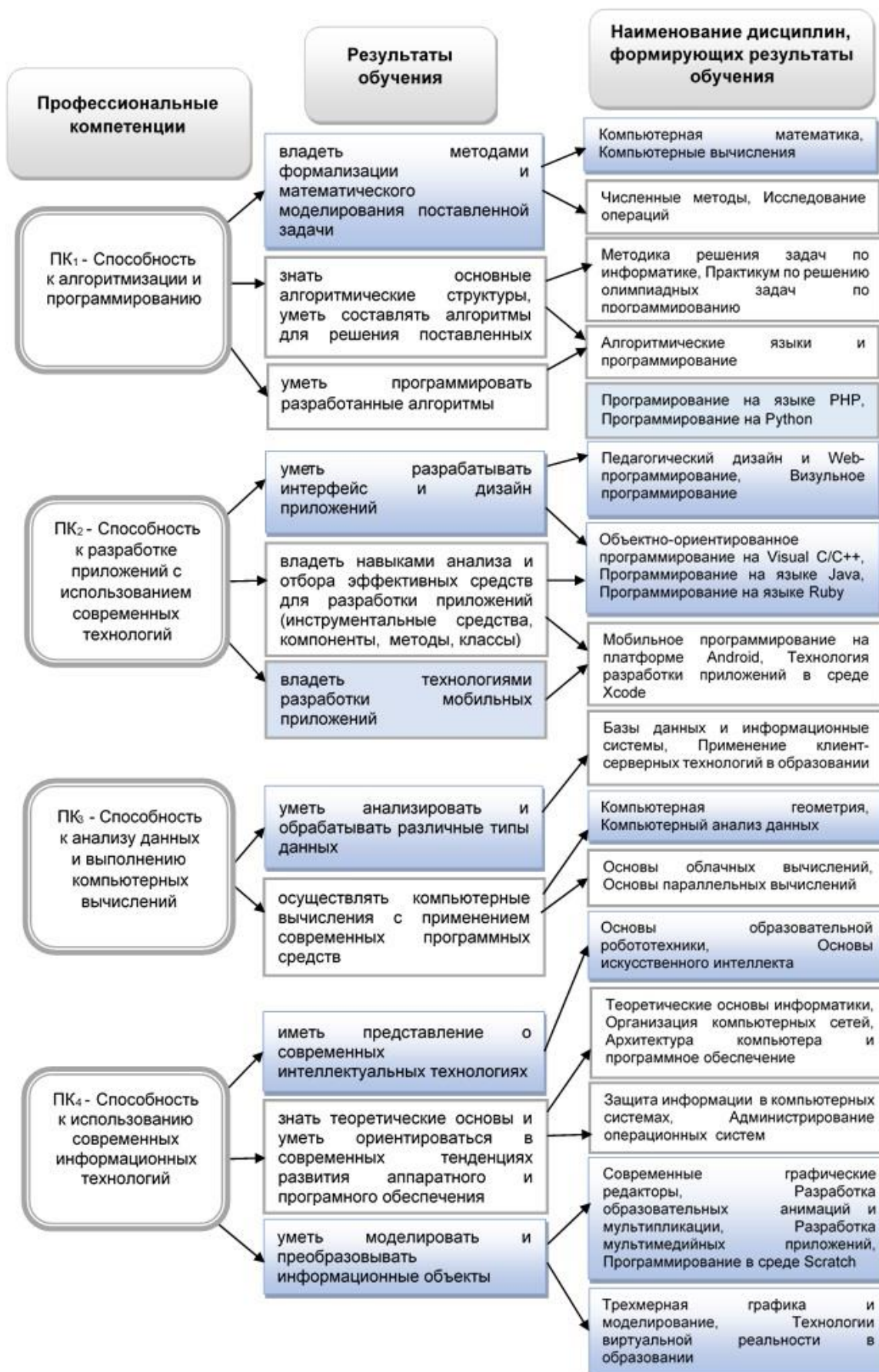


Рисунок 1. Междисциплинарные связи в области компьютерного моделирования

С учетом вышесказанного, следует определить инвариантные и вариативные составляющие обновленного содержания обучения будущих учителей информатики для формирования компетенций в области компьютерного моделирования. Рассмотрим инвариантные и вариативные составляющие обновленного содержания обучения компьютерному моделированию (рис. 2).

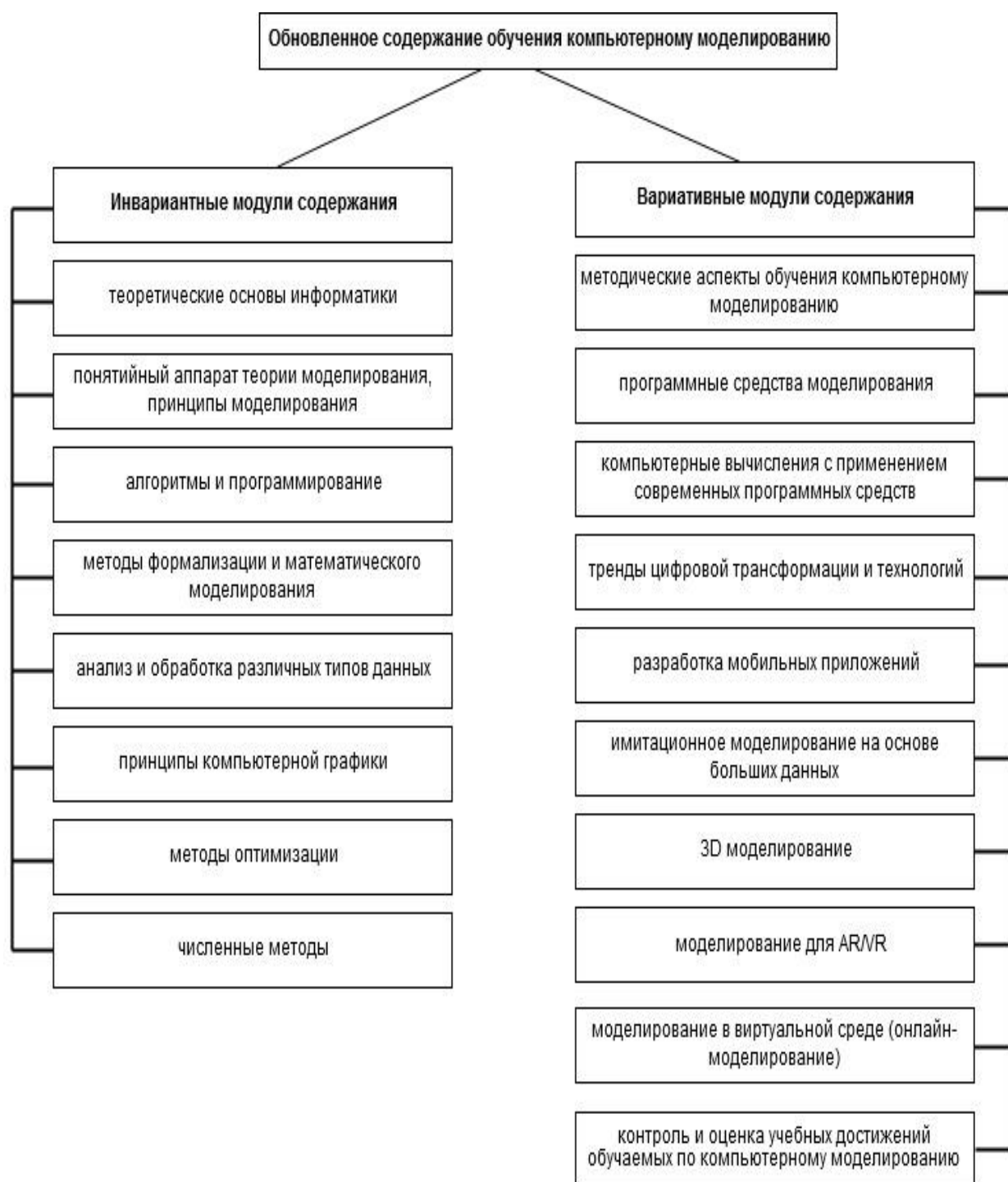


Рисунок 2. Обновленное содержание обучения компьютерному моделированию

Инвариантная часть содержит модули, образующие фундаментальные знания будущих учителей информатики и направленные на формирование глубокой понятийной и математической основ компьютерного моделирования, тогда как вариативная часть направлена на освоение компетенций, связанных с актуальными трендами цифровых технологий компьютерного моделирования. Содержание вариативной части направлены на изучение передовых технологий в сфере

компьютерного моделирования и поэтому будет меняться согласно темпу развития цифровых технологий.

Постоянная актуализация образовательной программы с ориентиром обучения на освоение новых цифровых технологий позволит сформировать профессиональные компетенции будущих учителей информатики в области компьютерного моделирования.

Перспективой данных исследований являются вопросы создания адаптивной модели обучения компьютерному моделированию, проектирование методической системы обучения компьютерному моделированию студентов ИТ-направления, подбор средств, форм и методов обучения для дальнейшей разработки информационно-дидактической системы обучения компьютерному моделированию и ее использованию в учебном процессе вуза.

*Список использованной литературы:*

- 1 Нурбекова Ж.К., Жаксылыков А.Е. Разработка контрольно-измерительных материалов по школьной информатике в рамках обновленного содержания образования // Информатизация образования: Теория и Практика: Матер. Междунар. конф., - Омск, Россия, 2017. – С. 47-49
- 2 Computer Science Curricula 2017. June, 2017. Association for Computing Machinery (ACM). // <http://csecc.acm.org/guidance/computer-science/objectives/>
- 3 Computer Science Curricula 2013. December 20, 2013. Association for Computing Machinery (ACM).
- 4 Государственный общеобразовательный стандарт высшего образования. Утвержден постановлением Правительства Республики Казахстан от 23 августа 2012 года № 1080.
- 5 Образовательная программа по направлению 5В011100 – Информатика. ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Электронный ресурс. <http://enu.kz>

МРНТИ 81.93.29  
УДК 002:004.056

А.Ю. Пыrkова<sup>1</sup>, Г.К. Ордабаева<sup>1</sup>, Г.Т. Джусупбекова<sup>2</sup>, Ж.Д. Изтаев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup> Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, г. Шымкент, Казахстан

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕТИ В CISCO PACKET TRACER

### *Аннотация*

В данной статье описываются основные аспекты проектирования корпоративных сетей, однако может быть применен и для среднего и малого бизнеса. Естественно, что в рамках этой статьи невозможно рассмотреть все потребности всех организаций в части сетевой инфраструктуры. Основная цель объединения компьютеров в сеть - разделение ресурсов. Пользователи компьютеров, подключенные к сети или приложения, выполняемые на этих компьютерах, получают возможность автоматического доступа к разнообразным ресурсам остальных компьютеров сети, к числу которых относятся: периферийные устройства, такие как диски, принтеры, плоттеры, сканеры; данные, хранящиеся в оперативной памяти или на внешних запоминающих устройствах. Для обеспечения пользователей разных компьютеров возможностью совместного использования ресурсов сети, на все компьютеры нужно установить дополнительные сетевые средства. В настоящей статье представляется лишь некий “шаблон” которого стоит придерживаться при проектировании сетей, но он может быть изменен или модернизирован в соответствии с требованиями Заказчика.

**Ключевые слова:** топология, сетевая технология, Cisco Packet Tracer, роутер, коммутатор, соединение, сервер, шлюз.

### *Аңдатпа*

А.Ю. Пыrkова<sup>1</sup>, Г.К. Ордабаева<sup>1</sup>, Г.Т. Джусупбекова<sup>2</sup>, Ж.Д. Изтаев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ал-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup> М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан

## CISCO PACKET TRACER-ДЕ ЖЕЛІНІ МОДЕЛДЕУ

Бұл мақалада корпоративтік желілерді жобалаудың негізгі аспектілері сипатталған, алайда бұл жоба орта және шағын бизнес үшін де қолданылуы мүмкін. Әрине, осы мақаланың шеңберінде желілік инфрақұрылым бөлігінде барлық ұйымдардың қажеттіліктерін қарастыру мүмкін емес. Компьютерлерді желіге біріктірудің негізгі мақсаты - ресурстарды бөлу. Желіге қосылған компьютерлерді немесе осы компьютерлерде орындалатын қосымшаларды

пайдаланушылар желінің басқа компьютерлерінің әртүрлі ресурстарына автоматты түрде қол жеткізу мүмкіндігін алады, олардың қатарына мыналар жатады: дискілер, принтерлер, плоттерлер, сканерлер сияқты перифериялық құрылғылар; жедел жадыда немесе сыртқы есте сақтау құрылғыларында сақталатын деректер. Әр түрлі компьютерлерді пайдаланушыларды желі ресурстарын бірлесіп пайдалану мүмкіндігімен қамтамасыз ету үшін барлық компьютерлерге қосымша желілік құралдарды орнату қажет. Осы мақалада желілерді жобалау кезінде ұстанатын "шаблон" ғана ұсынылады, бірақ ол Тапсырыс берушінің талаптарына сәйкес өзгертілуі немесе жаңғыртылуы мүмкін.

**Түйін сөздер:** топология, желілік технология, Cisco Packet Tracer, роутер, коммутатор, қосылу, сервер, шлюз.

*Abstract*

**MODELING NETWORK IN CISCO PACKET TRACER**

<sup>1</sup>Pyrkova A.Y., <sup>2</sup>Ordabayeva G.K., <sup>3</sup>Dzhusupbekova G.T., <sup>4</sup>Iztaev Zh.D.

<sup>1</sup> Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup> M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan

This article describes the main aspects of designing corporate networks, but can also be applied to small and medium businesses. Naturally, within the framework of this article it is impossible to consider all the needs of all organizations in terms of network infrastructure. The main purpose of networking computers is resource sharing. Computer users connected to the network or applications running on these computers can automatically access various resources of other network computers, including peripheral devices such as disks, printers, plotters, scanners; data stored in RAM or on external storage devices. To provide users of different computers with the possibility of sharing network resources, additional network facilities must be installed on all computers. This article presents only a certain "template" which is worth adhering to when designing networks, but it can be changed or modernized in accordance with the requirements of the Customer.

**Keywords:** topology, network technology, Cisco Packet Tracer, router, switch, connection, server, gateway.

Появление сетей существенно отразилось на нашей повседневной жизни. Помимо нашего образа жизни, они также повлияли на рабочие процессы и способы развлечений. Сети позволяют нам общаться, сотрудничать и взаимодействовать в совершенно новой форме. Мы по-разному используем сети - пользуемся веб-приложениями, IP-телефонией, проводим видеоконференции, играем онлайн, учимся и делаем покупки через Интернет и т. д.

Существуют физические и логические топологии:

- физическая топология - схема расположения кабелей, сетевых устройств и конечных систем. В ней описывается, как сетевые устройства соединены между собой с помощью проводов и кабелей;

- логическая топология - это путь, по которому данные передаются по сети. В ней описывается, как пользователи видят соединения сетевых устройств.

Свойства сетевых технологий:

- скорость - это количество переданных данных по какому-либо каналу сети, измеряемое в битах в секунду (бит/с);

- безопасность - это степень защищенности сети, в том числе защищенности информации, передаваемой по сети;

- доступность - это возможность использования сети в момент обращения пользователя;

- масштабируемость - это вместимость числа пользователей и соответствие требованиям передачи данных;

- надежность - это степень безотказности компонентов, из которых состоит сеть: маршрутизаторов, коммутаторов, компьютеров и серверов.

Сетевая технология – это согласованный набор программных и аппаратных средств (например, драйверов, сетевых адаптеров, кабелей и разъемов), а также механизмов передачи данных по линиям связи, достаточный для построения вычислительной сети [1].

Проектирование локальной вычислительной сети (ЛВС) является важным этапом, на котором определяется структура ЛВС исходя из числа компьютеров, назначения сети, типа данных передаваемых в пределах одного или нескольких уровней сети, с последующим выбором средств физической реализации ЛВС — оборудование, тип кабеля, программное обеспечение.

Локальными сетями называют частные сети, размещающиеся, как правило, в одном здании или на территории какой-либо организации. Их часто используют для объединения компьютеров и рабочих станций в офисах компании или предприятия бытовой электроники для предоставления совместного

доступа к ресурсам (например, принтерам) и обмена информацией. Когда локальные сети используются предприятиями, их называют сетью предприятия (enterprise networks) [2].

Понятие "сетевая архитектура" подразумевает многое из того, что можно найти в словаре под словом "архитектура". Сетевая архитектура имеет отношение и к проектированию и построению сети, и к науке, искусству или профессии проектирования и построения сетей, и к конструкции и взаимодействию отдельных компонентов сети.

Сетевую архитектуру можно понимать, как поддерживающую конструкцию или инфраструктуру, лежащую в основе функционирования сети. Данная инфраструктура состоит из нескольких главных составляющих, в частности компоновка или топология сети, кабельная проводка и соединительные устройства - мосты, маршрутизаторы и коммутаторы. Проектируя сеть, необходимо принимать во внимание каждый из этих сетевых ресурсов и определить, какие конкретно средства следует выбрать и как их надо распределить по сети, чтобы оптимизировать производительность, упростить управление оборудованием и оставить возможности для последующего роста [3-5].

Чтобы нагляднее представить, как будет выглядеть наша сеть смоделируем ее в Cisco Packet Tracer [5].

Построим сеть с использованием 3 коммутаторов, 3 маршрутизаторов и 1 сервера. 1 коммутатор состоит из – 5, 2 коммутатор из - 6, 3 коммутатор из - 7 компьютеров.

- 1) Создаем новый файл под названием «Network 1»;
- 2) Из вкладки «End Device» выбираем компьютеры (рис. 1);

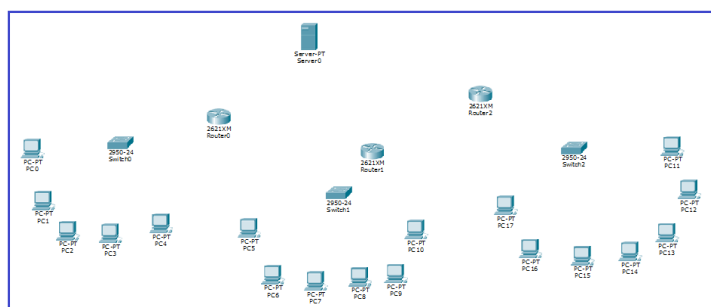


Рисунок 1. Выбор объектов

3) Для подключения сериал портов для роутера во-первых - выключаем каждый роутер и добавляем сериал порты командой «Physical- NM -4A/S», потом заново включаем роутеры (рис. 2). Данное действие аналогично выполняем для двух остальных роутеров;

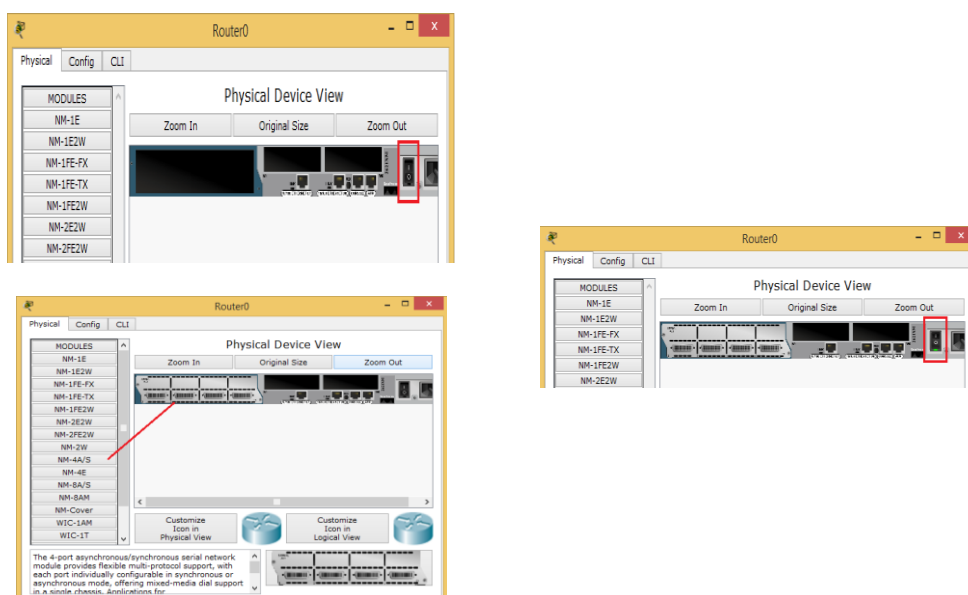


Рисунок 2. Выключение, добавление сериал портов и включение роутера



4) Компьютеры соединяем с коммутаторами, для этого из вкладки «Connection» выбираем тип соединения (рис. 3);

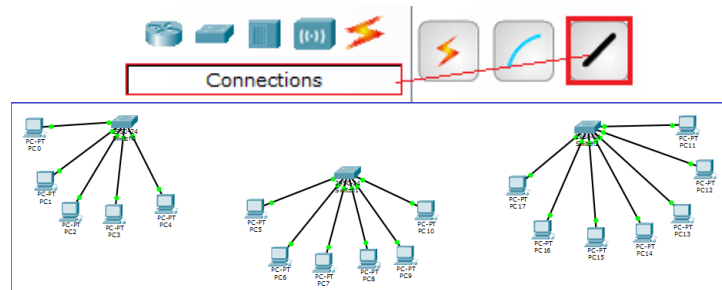


Рисунок 3. Соединение компьютеров с коммутаторами

5) Соединяем коммутаторы с роутерами и роутеры между собой (рис. 4)

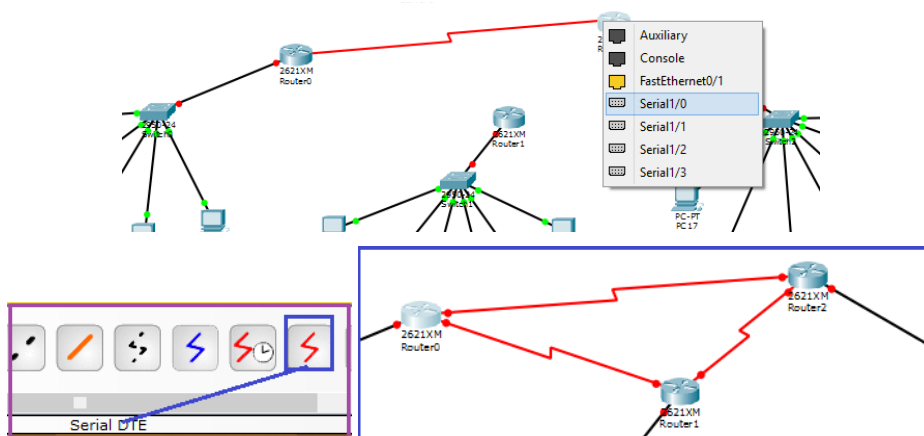


Рисунок 4. Соединение компьютеров с роутерами и роутеры между собой

6) Роутеров соединяем с сервером (рис.5);

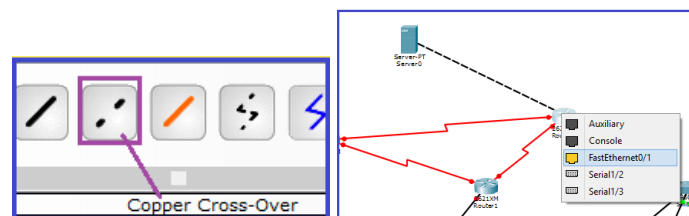


Рисунок 5. Соединение сервера с роутером

7) Для настройки сети используем интерфейс:

7.1) Для каждого роутера напишем IP адреса (рис. 6):

|                                                                                                                                             |                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>router0 // FastEthernet 0/0 192.168.1.1 mask 255.255.255.0  Serial 1/0 192.168.10.1 Serial 1/1 192.168.11.1 mask 255.255.255.252</pre> | <pre>router1 // FastEthernet 0/0 192.168.2.1 mask 255.255.255.0  Serial 1/0 192.168.12.1 Serial 1/1 192.168.13.1 mask 255.255.255.252</pre> | <pre>router2 // FastEthernet 0/0 192.168.3.1 FastEthernet 0/1 215.35.168.250 mask 255.255.255.0  Serial 1/0 192.168.14.1 Serial 1/1 192.168.15.1 mask 255.255.255.252</pre> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Рисунок 6. IP адреса каждого роутера



7.2) Данные IP адреса заполняем для каждого роутера (рис. 7):

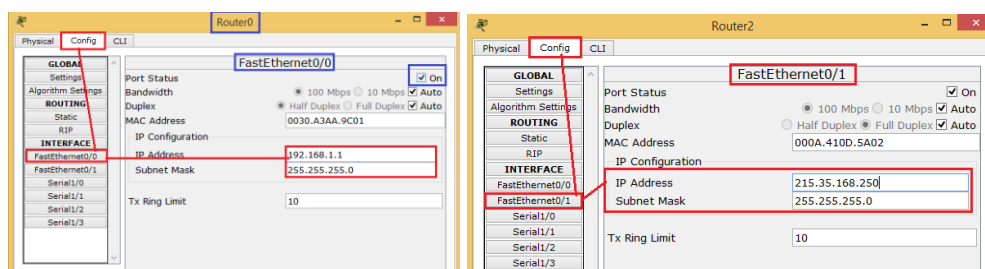


Рисунок 7. Адрес подсети

7.3) Заполняем IP адрес для Serial 1/0 и Serial 1/1 (рис. 8). Аналогично заполняем для двух других роутеров:

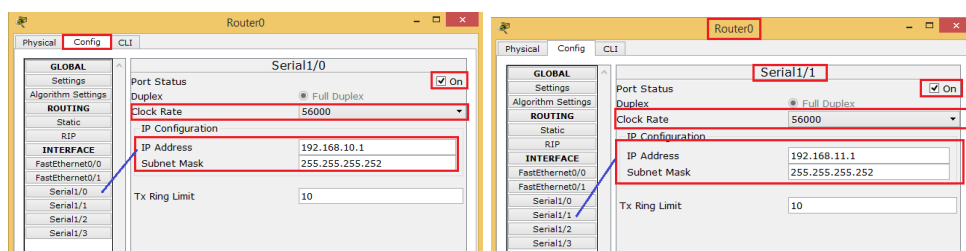


Рисунок 8. IP адрес для Serial 1/0 и Serial 1/1

8) Вводим IP адреса для компьютеров (рис. 9):

1 network – 192.168.5.1.....  
mask – 255.255.255.0

2 network – 192.168.6.1.....  
mask – 255.255.255.0

3 network – 192.168.7.1.....  
mask – 255.255.255.0

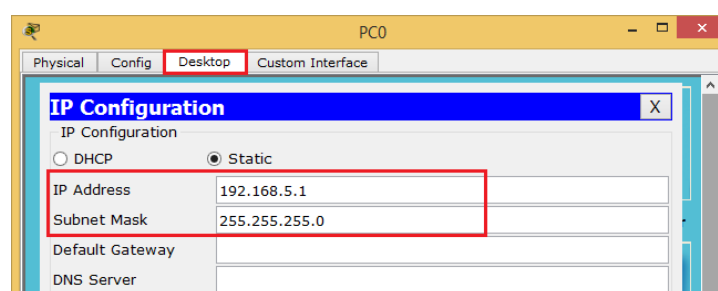


Рисунок 9. IP адреса для компьютеров

9) Настраиваем шлюз по умолчанию:

1 network – Gateway – 192.168.20.1

2 network – Gateway – 192.168.30.1

3 network – Gateway – 192.168.40.1

10) Вводим одинаковый DNS адрес для всех компьютеров – 215.35.168.50 (рис. 10)

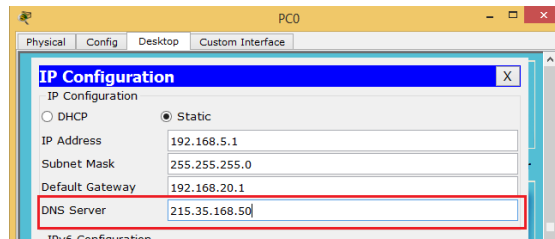


Рисунок 10. DNS адрес для всех компьютеров

11) Выполняем настройку сервера (рис. 11):

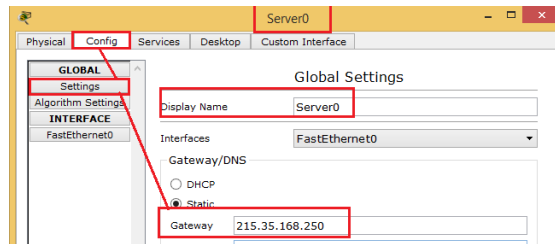


Рисунок 11. Настройка сервера

12) Вкладка HTTP – это страница, в которой хранится код самой страницы. Здес мы можем написать название сайтов (рис. 12):

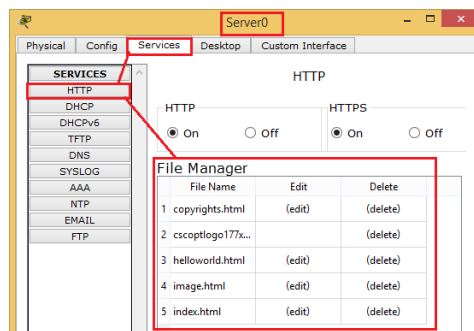


Рисунок 12. Вкладка HTTP

13) В вкладке DNS - напишем адрес сайта. Но прежде, в вкладке FastEthernet0 мы должны написать адрес сервера (рис. 13):

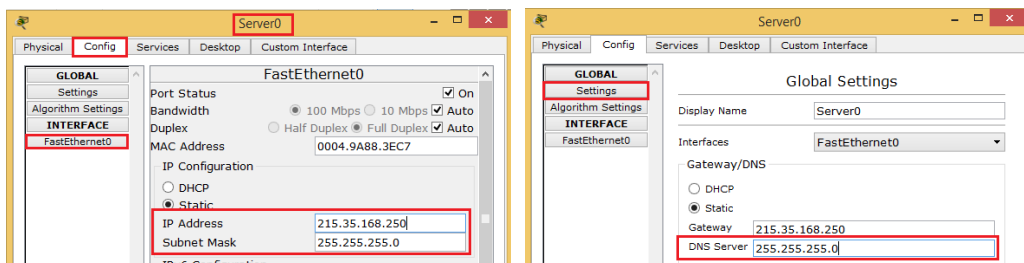


Рисунок 13. Адрес сервера

14) Напишем имя сайта в вкладке DNS (рис. 14):

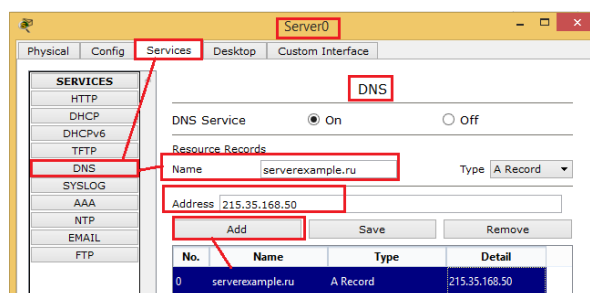


Рисунок 14. Имя сайта в вкладке DNS

15) Через команду ping мы можем посмотреть доступен ли хост (рис.15). В результате мы увидим, что хост недоступен:

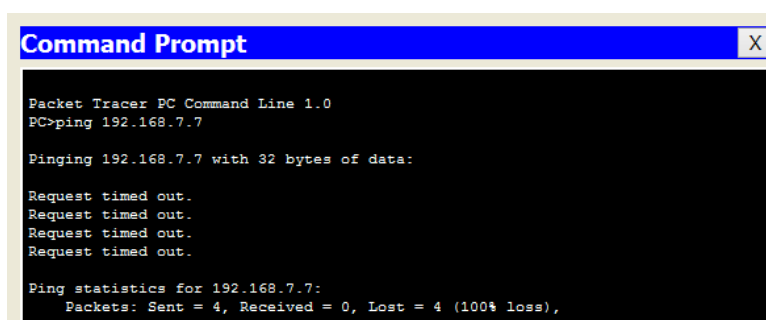


Рисунок 15. Просмотр хоста

16) Для доступности хоста, мы настроим статическую маршрутизацию и напишем следующую команду – **ip route 0.0.0.0 0.0.0.0 serial 1/0** (рис. 16). Аналогично настройку повторим для **serial 1/1**. Также, настроим статическую маршрутизацию для других роутеров.

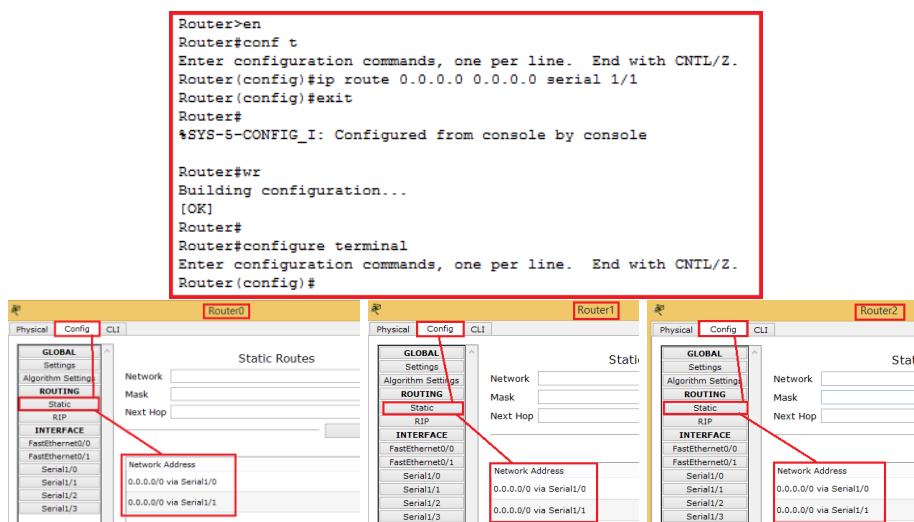


Рисунок 16. Настройка статической маршрутизации

17) Конечная наша сеть показана на рисунке 17.

Понимание основ сетевой архитектуры является ключевым при планировании и разработке сети независимо от того, создается сеть "с нуля" или обновляется существующая система.

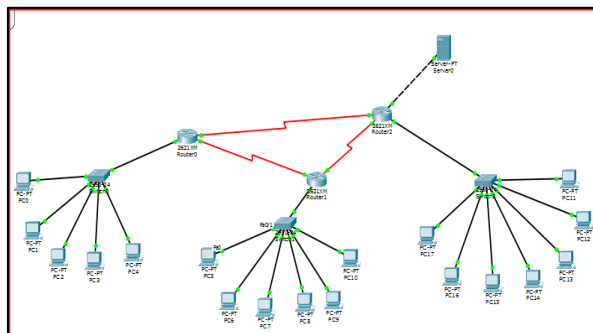


Рисунок 17. Конечная сеть

При планировании, доработке или обновлении вашей сетевой инфраструктуры помните, что схема сети переживет большинство компьютеров, объединяемых к настоящему времени в сеть. Постарайтесь убедиться в том, что ваша разработка обладает достаточной гибкостью для внесения как технических усовершенствований, так и организационных изменений.

*Список использованной литературы:*

- 1 В.Г.Олифер и др. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. - СПб: Издательство "Питер", 2016. - 996 с.
- 2 Таненбаум Э., Уэзеролл Д. Т18 Компьютерные сети. 5-е изд. — СПб.: Питер, 2012. — 960 с.: ил.
- 3 В.П.Косарев и другие. Компьютерные системы и сети: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2013 – 356с.
- 4 Куроуз, Джеймс. Компьютерные сети: Нисходящий подход / Джеймс Куроуз, Кит Росс. – 6-е изд. – Москва: Издательство «Э», 2016. – 912 с.
- 5 Одом, Уэнделл. Официальное руководство Cisco по подготовке к сертификационным экзаменам CCNA ICND2 200-101: маршрутизация и коммутация, акад.изд.: Пер. с англ. – М.: ООО «И.Д.Вильямс», 2015. – 736 с.:ил. – Парал.тит.англ.

МРНТИ 14.35.09  
УДК 378.146

Т.М. Сембаев<sup>1</sup>, Ж.К. Нурбекова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

## ОҚУ ӘРЕКЕТІН БАҚЫЛАУ МАҚСАТЫНДА ЗАМАНАУИ АҚПАРАТТЫҚ-КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ҚОЛДАНУ

### Аңдатпа

Мақалада 21 ғасырда ең өзекті болып табылатын он дағдыны қалыптастыруда оқу әрекетінің маңыздылығы түсіндіріліп, оның күзіреттілікке тікелей әсері баяндалады. Оқу әрекетін әдістемелік тұрғыдан зерттеген ғалымдардың еңбектеріне сүйене отыра, оның өзектілігі айқындалған, оқу әрекеттері өзінің сан түрлі болу себебіне байланысты өзіндік ерекшеліктері мен функцияларына қарай классификациялау жүргізілген. Венн диаграммасы көмегімен және Блум таксономиясы бойынша топтастырулар оқу әрекеттеріне бақылау жасауға жол ашады. Бақылаудың теориялық-әдістемелік негіздерін зерттеген ғалымдардың еңбектерін саралай келе, оқу әрекетін бақылау үшін заманауи ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайладану қажеттілігі тұжырымдалып, соңғы жылдары трендке енген толықтырылған шынайылық (augmented reality) технологиясы ұсынылды. Бұл технология бақылаудың интерактивтілік, абстракциялық ұғымдарды визуализациялау, циклдік сынды талаптарын қанағаттандыратындығы дәлелденіп, объективті нәтиже беретіні баяндалған. Осы бағытта жүргізілетін зерттеулер жоғары перспективаға ие, себебі толықтырылған шынайылық оқу үрдісін оптимизациялауға жағдай жасайды.

**Түйін сөздер:** Оқу әрекеті, бақылау, классификация, толықтырылған шынайылық

Аннотация

Т.М. Сембаев<sup>1</sup>, Ж.К. Нурбекова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЦЕЛЯХ КОНТРОЛЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В статье раскрывается значимость учебной деятельности в формировании десяти навыков, наиболее актуальных в 21 веке, излагается его непосредственное влияние на компетенцию. Основываясь на трудах ученых, методически изучивших учебную деятельность, была определена его актуальность, проведена классификация учебной деятельности в зависимости от их особенностей и функций. Классификация с помощью диаграммы Венна и таксономии Блума позволяет осуществлять контроль учебной деятельности. Проанализировав труды ученых, исследовавшие теоретико-методические основы контроля, была сформулирована необходимость использования современных информационно-коммуникационных технологий для контроля учебной деятельности, была предложена технология дополненной реальности (augmented reality), вошедшая в тренд в последние годы. Изложено, что данная технология дает объективные результаты, доказывая, что контроль удовлетворяет требованиям интерактивности, визуализации абстрактных понятий, цикличности. Исследования, проводимые в этом направлении, имеют высокую перспективу, так как дополненная реальность способствует оптимизации учебного процесса.

**Ключевые слова:** Учебная деятельность, контроль, классификация, дополненная реальность

Abstract

## USING MODERN INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES FOR CONTROL OF LEARNING ACTIVITIES

Sembayev T.M.<sup>1</sup>, Nurbekova Zh.K.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan city, Kazakhstan

The article reveals the importance of learning activities in the formation of ten skills, which the most relevant in the 21st century. The classification of learning activities depending on their features and functions. Classification using Venn diagram and Bloom taxonomy allows the control of learning activities. After analyzing the works of scientists who studied the theoretical and methodological foundations of control, the need for the use of modern information and communication technologies for the control of learning activities was formulated, the augmented reality technology was proposed, which has become a trend in recent years. It is stated that this technology gives objective results, proving that the control satisfies the requirements of interactivity, visualization of abstract concepts, cyclicity. Research conducted in this direction has a high prospect, as augmented reality contributes to the optimization of the educational process.

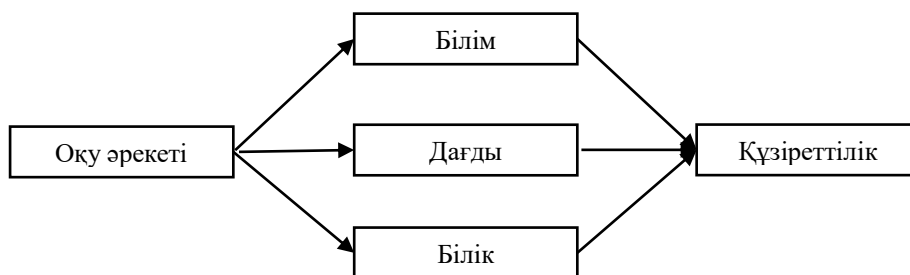
**Keywords:** Learning activities, assessment, classification, augmented reality.

Білім беру мен ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың жаһандық түрде қарқынды дамуы өзімен бірге үлкен өзгерістерді алып келді. Білім беруге деген жаңа көзқарастар, жаңа шешімдер мен әдіс-тәсілдер заманауи талаптарды орындауға, қанағаттандыруға бағытталған.

Ақпаратпен жұмыс істеудің шарықтауын бүкіләлемдік интернет желісінің дамуынан көре аламыз, яғни ақпаратты өңдеу, сақтау, тасымалдау сынды операциялар жылдам әрі қиындықсыз орындалуда. Бұл үрдіс білім беруге де ықпал етіп, адамның білімді жинақтауынан бұрын дағдыларын дамытуға үлкен басымдылық берген. Олардың қазіргі замандағы ең қажеттісі әрі өзектілері «XXI ғасыр дағдылары» атты тізімде жіктеліп жазылған.

«Assessment and teaching of 21st century skills» атты жобада XXI ғасырдың негізін құрайтын 10 дағды дараланып, *ойлау жолдарымен* қоса 4 топқа жіктеліп көрсетілген (креативтілік және инновация; сыни ойлау, мәселені шешу, шешім қабылдау; оқуды үйрену, мета-таным); *жұмыс істеу жолдары* (коммуникация; коллаборация); *жұмыс істеу құралдары* (ақпараттық сауаттылық; АКТ сауаттылық) және *әлемде өмір сүру* (азаматтық; өмір және мансап; жеке және әлеуметтік жауапкершілік) [1]. Дағдылардың маңыздылығын мойындай отыра оларды қалай қалыптастыру, дамыту, бақылау және бағалау керектігі жайлы сұрақтар туындайды. Оқытудың теориялық-әдістемелік аспектілерін саралай отырып, кез-келген дағды тек тәжірибе арқылы толыққанды меңгерілетініне көз жеткізуге болады. Оқу үрдісіндегі тәжірибенің айнасы оқу әрекеті болып табылады.

Гони *әрекетті* оқыту үрдісін дамыту үшін жасалатын жұмыс десе, Еуропалық комиссия *оқу әрекеті* деп білім алушының білімін, біліктілігін, дағдысын арттыру мақсатында ұйымдастырылатын кез-келген әрекет деп анықтама берген [2]. Осыдан, оқу әрекеті тікелей дағдыларды қалыптастырушы деп қорытуға болады. Ал, дағды өз кезегінде білім және біліктілікпен бірлесе отыра құзіреттілікті қалыптастырады (Сурет 1).

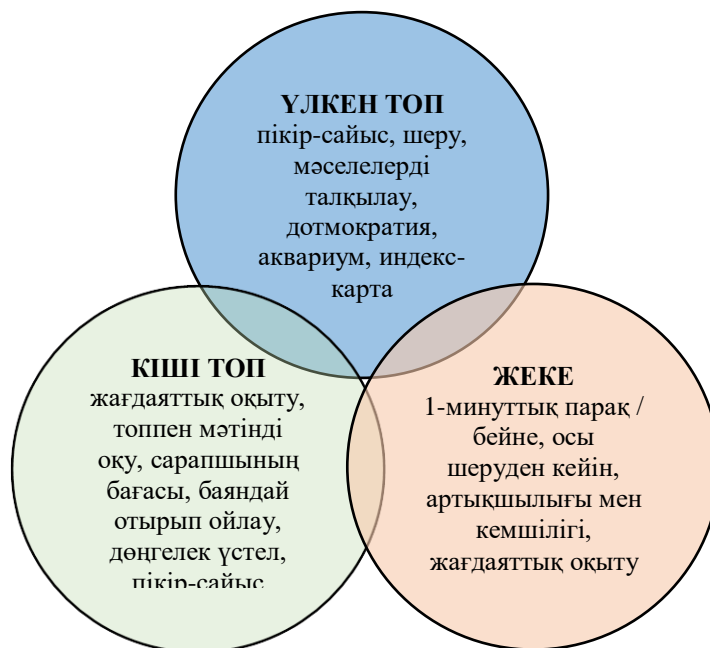


Сурет 1. Оқу әрекетінің құзіреттілікке әсері

Оқу әрекетін әдістемелік тұрғыдан Новиков А.М., Новиков Д.А., Лернер И.Я., Трайнев В.А. сынды ғалымдар дәстүрлі түрде түбегейлі зерттеп, оның оқу үрдісінде алатын орнын айқындаған болатын.

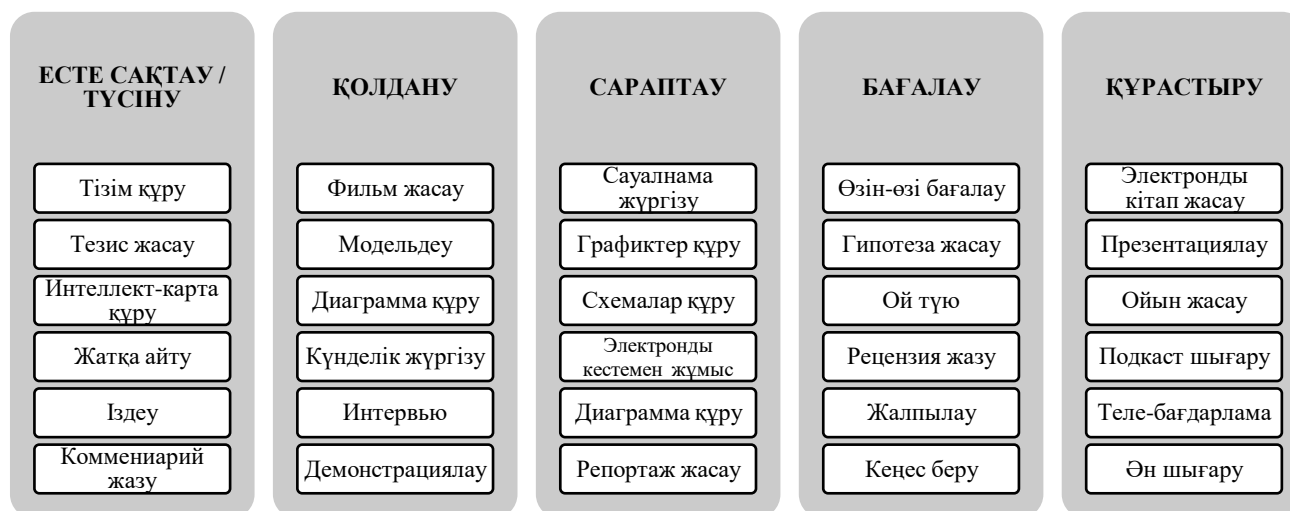
Оқу әрекетінің маңыздылығын түсіндіру үшін Amy Brualdi өзінің «Implementing Performance Assessment in the Classroom» мақаласында келесідей мысал келтіреді: «Ағылшын тілі бойынша тест нәтижесі студенттің кез-келген шығарма кіріспеден, негізгі және қорытынды бөлімдерден тұратынын жақсы білетінін көрсетті. Алайда, ол студент шығарманы сапалы түрде кіріспе, негізгі және қорытынды бөлімдерін сақтай орытып жаза алатынына кепілдік бере алмайды» [3]. Бұл мысал, біліп қана қоя жеткіліксіз, оқу әрекетінің сапалы орындалуы ғана нәтиже беретінін көрсетеді.

Оқу әрекетінің сан түрлілігін біле отыра, оларды оқу үрдісінде тиімді қолдану үшін белгілі қасиеттері мен атқаратын функцияларына қарай классификациялау оңтайлы нәтиже беретіні дәлелденген. Оқу әрекеті Маркова А. К., Шамова Т.И. және т.б. ғалымдардың еңбектеріне сүйене отырып классификацияланды. Салыстырмалы түрде, «Teaching and learning in high education» порталы оқу әрекетін студент санына баланысты: жеке, кіші топқа арналған және үлкен топқа арналған деп жіктейді [4]. Венн диаграммасында оқу әрекетінің топтастырылуы көрсетілген (Сурет 2).



Сурет 2. Оқу әрекетінің топтастырылуы

Оқу әрекетін оқыту мақсаты және қабілетімен байланыстыру (білу-түсіну-қолдану-анализ-синтез-бағалау) арқылы классификациялау ең кең таралған болып саналады және ол Блум таксономиясы (Сурет 3) деген атаумен танымалдылыққа ие [2]. Ол нақты көзделген нәтижеге, сабақтың соңында студенттің игеруі тиіс дағдыны қалыптастыруға бағытталған.



Сурет 3. Оқу әрекетінің Блум таксономиясы бойынша топтастырылуы

Кез-келген оқу әрекетінің тиімділігін, әсерін, дағдыларды қалыптастыруға ықпалын қадағалап отыруда бақылау үлкен орын алады. Бақылау арқылы таңдалған оқу әрекетінің дұрыс-бұрыстығын, мазмұндық тұрғыдан сәйкестігін, студенттің мотивациясына әсерін және т.б. маңызды критерийлерін анықтап, оның қалыптастырушы, қолдаушы және дамытушы қызметтерін қолдана аламыз. Әр курстың оқыту нәтижесі дағдылар ретінде анықталатындықтан, студенттер оқыту үрдісінде сол дағдыларды игеру деңгейіне сәйкес бағалануы керек.

Бақылаудың теориялық-әдістемелік негіздерін Беспалько В.П., Ильина Т.А., Аванесов В.С., Талызина Н.Ф., Кулибаба И.И., Перовский Е.И., Скаткин М.Н. және т.б. ғалымдар зерттеген.

Қазақстанда бақылау әдістемесін Абдыманапов С.А., Бидайбеков Е.Б., Медеуов Е.Ө., Мутанов Ғ.М., Бектемесов М.Ә., Тасболатов Т.Д., Нұрбекова Ж.К., Балықбаев Т.О., Сағымбаева А.Е. және т.б. ғалымдар зерттеген. Олар өз еңбектерінде кері байланыс құралдарының, бақылауда заманауи технологияларды қолдану арқылы іске асыру қажеттілігін ерекше атап өткен. Балықбаев Т.О. өзінің монографиясында оқушылардың білім, біліктілік және дағдыларын ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдаланбай кешенді түрде анықтау мүмкін емес деп жазады.

Сағымбаева А.Е. өзінің диссертациясында Беспалько В.П. анықтаған бақылау барысындағы оқушы іс-әрекетінің төрт деңгейін (танысу, есіне түсіру, біліктілік, өзгерте алу) толықтыра отырып, бақылаудағы абстракция сатысына тоқталады [5]. Бұдан бақылаудың абстракция сатысын заманауи ақпараттық-коммуникациялық технологиялар көмегімен жүзеге асыруға деген сұраныс барын байқаймыз. Абстракциялық ұғымдарды визуализациялау қажеттіліктерін ескере отыра бақылаудың заманауи технологиясы ретінде толықтырылған шынайылықты (Augmented reality) ұсынуға болады. Ол интерактивтілік, 3D-модельдеу, толықтыру, мәліметтерді жинақтау және т.б. мүмкіндіктері арқылы объективті түрде бақылау мен бағалауды ұйымдастырумен ерекшеленеді.

Толықтырылған шынайылық – ағымдағы уақыттағы объектілерге компьютерлік графиканы немесе мәтіндік ақпаратты қоюға мүмкіндік беретін жаңа интерактивті технология. Толықтырылған шынайылық технологиясының міндеті – қолданушының қоршаған ортамен ақпараттық байланысын кеңейту. Қоршаған ортадағы объектілерге, суреттерге беттестірілген сәйкес объектілер оның ақпараттық сипаттамасын өзгертіп, мазмұнын толықтырады. Соның арқасында, ағымдағы уақыт режимінде шынайы объектілердің ақпараттық көлемі ұлғайып, қолданушы еркін қатынауға мүмкіндік алады.

Толықтырылған шынайылық (Augmented reality) технологиясы – жаңа ғасырдың тренді. Виртуалды және толықтырылған шынайылық (Virtual reality / Augmented reality) технологиясы адам басқара алатын жасанды әрі шындыққа жақын орта құруға мүмкіндік береді. Осы артықшылығы, яғни қоршаған ортаны модельдеу арқылы, медицинада адам өміріне еш қатерсіз ота жасауға, әскери қауіпсіздік саласында имитацияланған әскери жаттығу жұмыстарын жүргізуге, көлік басқаруға үйретуге, білім беру саласында адам қабылдауына қиын ақпаратты визуализациялауға және т.б. жағдай жасайды.

Атаулы заманауи технология түрлі салаларда сұранысқа ие: қарулы күштер мен полицияда – қараңғы уақытта сенсорлар арқылы адамдар мен жануарлардың жылу бейнелерін көрсететін навигациялық

көмек түрінде, медицинада – ота жасау барысында науқастың денсаулық жағдайы туралы көрсеткіштерді бейнелеу үшін және т.б. Қазіргі уақытта автомобиль жасау саласында көліктің параметрлері мен көрсеткіштерін автомобильдің алдыңғы терезесіне шығаратын технологиялар жасақталуда. Оның негізгі болып толықтырылған шынайлық технологиясы таңдалынған. Электронды сауда, жарнама, компьютерлік ойындар, туризм, жиһаз жинау, дизайн, автокөлік жасау, өндіріс және т.б. салаларда толықтырылған шынайлық технологиясын қолдану перспективасы жоғары.

Бұл технологияның білім беру саласындағы потенциалы, орны мен мүмкіндіктерінің мол екені байқалуда, себебі адамның жалпы дамуы мен қалыптасуына үлкен әсер ете алады. Сабақ барысында ұсынылатын ақпаратты оқушыларға мультимедиалық контекстпен, виртуалды формада жеткізу, олардың үлкен қызығушылығын тудырады. Толықтырылған шынайлық адамның кеңістіктік ойлауын қалыптастыруға үлкен көмек жасайды. Кеңістіктік ойлау түрлі объектілерді немесе өз-өзін қоршаған орта мен кеңістікте орнын физикалық немесе ойша ауыстыруды, оны ұғынуды меңзейді.

Толықтырылған шынайлық технологиясы 1960 жылдардың басында Америка Құрама Штаттарының (АҚШ) Ұлттық Оқыту Зертханасы (National Training Laboratories) құрастырған Оқыту Пирамидасына сай, шынайлықты имитациялау арқылы материалдың 90%-ын игеруге мүмкіндік береді. Ол оқу әрекеті студентке барынша жақын, әрі шынайы болған сайын, оның меңгеру мүмкіндігі өсетінін көрсетеді.

Толықтырылған шынайлықтың оқу әрекетін бақылау үшін қолданудың келесі артықшылығы – оның циклдік қасиеті (Сурет 4) [6]. Циклдік қасиеті бізге бақылау үрдісін қалаған нәтижеге жеткенше дейін қайталай алу мүмкіндігін береді.



Сурет 4. Толықтырылған шынайлық технологиясының циклдік қасиеті

Қорытындылай келе, оқыту үрдісіндегі оқу әрекетінің ерекше маңыздылығын айқындау арқылы, оны бақылау қажеттілігі мен функционалды әсері тұжырымдалды. Оқу әрекетіне қойылатын жоғары талаптар адамның білімімен қатар, тұлғалық қасиеттерін, ептілігі мен дағдылық ерекшеліктерін еселей түседі. Оқу әрекетінің сандық және сапалық көрсеткіштерін шығару үшін сауатты түрде бақылау жүргізе алуымыз керек. Ол білім беру үрдісіндегі түрлі мәселелерді диагностикалауға, қолданыстағы бағдарламаның сапасын анықтауға, оқу әрекетін игеру динамикасын көруге, өзін-өзі тексеруді дамытуға жол ашады. Барлық әдістемелік және дидактикалық талаптарды қанағаттандыратын бақылаудың заманауи тренді ретінде толықтырылған шынайлық технологиясы ұсынылды. Толықтырылған шынайлық технологиясы мен педагогикалық технологияларды интеграциялау білім беру саласын цифрландырудың елеулі бағыты болмақ. Осы бағытта жүргізілетін зерттеулер жоғары перспективаға ие, себебі толықтырылған шынайлық оқу үрдісін оптимизациялауға жағдай жасайды.



*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Siddiq F., Gochyev P., Wilson M. *Learning in Digital Networks e ICT literacy: A novel assessment of students' 21st century skills* // Fazilat Siddiq, Perman Gochyev, Mark Wilson / *Computers & Education*, 2017, 109 (2017), p 11-37
- 2 Guerrero-Roldan A., Noguera I. *A model for aligning assessment with competences and learning activities in online courses* // Ana-Elena Guerrero-Roldán, Ingrid Noguera / *The Internet and Higher Education*, 2018, 38 (2018), p 36–46
- 3 Brualdi A. *Implementing Performance Assessment in the Classroom* // Amy Brualdi / *Practical Assessment, Research & Evaluation*, November, 1998, Volume 6, Number 2
- 4 *Teaching and learning in high education [Интернет-ресурс]* // *Teaching and learning in high education* / May 2019 – URL: [http://www.queensu.ca/teachingandlearning/modules/active/12\\_exampls\\_of\\_active\\_learning\\_activities.html](http://www.queensu.ca/teachingandlearning/modules/active/12_exampls_of_active_learning_activities.html)
- 5 Сағымбаева А.Е. «Болашақ информатика мұғалімдерін оқушылардың білімін бақылау мен бағалауға дайындаудың теориялық-әдістемелік негіздері» педагогика ғылымдарының докторы ғылыми дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның авторефераты // А.Е. Сағымбаева / Алматы, 2010, 19-бет.
- 6 Degen R.J. *Effective Student Assessment in Virtual Learning Courses Based on the Guided-Experience Approach* // Ronald Jean Degen / *Working paper*, 2012, 93/2012.

МРНТИ 20.01.07  
УДК 378.147:004

М. Серік<sup>1</sup>, Д.Б. Баумуратова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

<sup>2</sup>М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ., Қазақстан

## ТЕХНИКАЛЫҚ ЖӘНЕ КӘСІПТІК БІЛІМ БЕРУ ЖҮЙЕСІНДЕ БҰЛТТЫҚ ШЕШІМДЕР БОЙЫНША ОҚЫТУ МҮМКІНШІЛІКТЕРІ

### *Аңдатпа*

ҚР Тұңғыш Президенті Н.Ә.Назарбаевтың «Қазақстанның Үшінші жаңғыруы: жаһандық бәсекеге қабілеттілік» атты Қазақстан халқына Жолдауында «Цифрлы Қазақстан» бағдарламасын жүзеге асырудың негізгі бағыттары көрсетілген. Осы бағыттардың бірі – жаңа тұрпатты тұлғаның өзіндік дамуына сәйкес келетін заманауи білім қалыптастыру үшін оқу үрдісіне цифрлық және ақпараттық коммуникациялық технологияларды пайдалану. Мақалада зерттеу жұмысына байланысты экономика салаларын цифрландыру мен адами капиталды дамыту бойынша мәселелері қарастырылған. Зерттеу жұмысында техникалық және кәсіптік білім беру жүйесіндегі бұлттық шешімдер бойынша оқыту мүмкіншіліктері қарастырылған. Колледждің ақпараттық технологияларға байланысты мамандықтарының оқу үрдісіне бұлттық шешімдер бойынша арнайы пәндер ендіріліп, сәйкесінше білім мазмұнын жаңартуды іске асыру жолдары қарастырылған. Оқу үрдісінде бұлттық технологияларды қолданудың артықшылықтары мен кемшіліктері көрсетілген. Сонымен қатар бұлттық шешімдер бойынша оқыту мүмкіншіліктерін қолдануда пәнаралық байланыс принциптері қарастырылған.

**Түйін сөздер:** техникалық және кәсіптік білім беру жүйесі, колледждегі оқу үрдісі, оқу үрдісіндегі бұлттық шешімдер, бұлттық технологиялар, арнайы пәндер.

### *Аннотация*

М. Серік<sup>1</sup>, Д.Б. Баумуратова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нұр-Сұлтан, Казахстан

<sup>2</sup> Южно-Казахстанский государственный университет им.М.Ауэзова, г. Шымкент, Казахстан

## ВОЗМОЖНОСТИ ОБУЧЕНИЯ ОБЛАЧНЫМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ В СИСТЕМЕ ТЕХНИЧЕСКОГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В Послании Первого Президента РК Н.А. Назарбаева народу Казахстана «Третья модернизация Казахстана: глобальная конкурентоспособность» обозначены основные направления реализации программы «Цифровой Казахстан». Одним из этих направлений является использование в учебном процессе цифровых и информационно-коммуникационных технологий для формирования современных знаний, соответствующих саморазвитию личности новой формации. В статье рассматриваются связанные с исследованием вопросы цифровизации экономических отраслей и развития человеческого капитала. В исследовательской работе рассматриваются возможности обучения по облачным решениям в системе технического и профессионального образования. В колледже в учебном процессе для специальностей, связанных с информационными технологиями, вводятся специальные дисциплины по облачным решениям, то есть таким образом, рассматриваются пути реализации обновления содержания образования. Наряду с этим рассматриваются принципы междисциплинарных связей при изучении облачных решений.

**Ключевые слова:** техническая и профессиональная система образования, учебный процесс колледжа, облачные решения в учебном процессе, облачные технологии, специальные предметы.

Abstract

## LEARNING OPPORTUNITIES OF CLOUD COMPUTING IN THE SYSTEM OF TECHNICAL AND PROFESSIONAL EDUCATION

Serik M.<sup>1</sup>, Baumuratova D.B.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Eurasian National University named after L.N. Gumilev, Nur-Sultan, Kazakhstan,

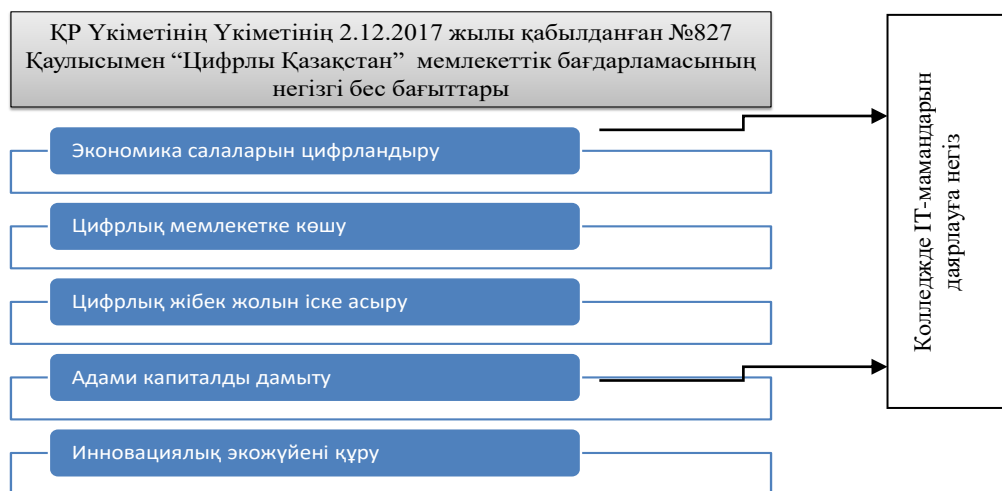
<sup>2</sup>South Kazakhstan State University named by M. Auezova, Shymkent, Kazakhstan

In the Address of the First President of the Republic of Kazakhstan N.A. Nazarbayev to the people of Kazakhstan "Third Modernization of Kazakhstan: Global Competitiveness" the main directions for the implementation of the "Digital Kazakhstan" program are outlined. One of these areas is the use of digital and information and communication technologies in the educational process to form modern knowledge corresponding to the self-development of the personality of a new formation. The article deals with the research-related issues of digitalization of economic sectors and the development of human capital. The research study examines the possibilities of learning cloud solutions in the system of technical and vocational education. In the college, in the educational process for specialties related to information technology, special disciplines on cloud solutions are introduced, that is, in this way, ways to implement updating the content of education are considered. Along with this, the principles of intersubject communications in the study of cloud solutions are considered.

**Keywords:** technical and professional education system, college learning process, cloud solutions in the learning process, cloud technologies, special items.

"Цифрлы Қазақстан" мемлекеттік бағдарламасын бекіту туралы Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2017 жылғы 12 желтоқсанындағы №827 Қаулысының "Цифрлы инфрақұрылымды дамыту" атты 3.3 бабында ақпараттық-технологиялық инфрақұрылым экономикалық дамудың маңызды элементі болып қалыптасуда екендігі аталған. Заманауи қолжетімді телекоммуникациялық инфрақұрылымсыз Қазақстанның әлемдік экономикалық және ақпараттық кеңістікте орнығуы мүмкін еместігін және АКТ қолжетімділігі цифрлық экономиканы құрудың іргетасы екендігі келтірілген [1].

Заманауи АКТ саласының мамандарын даярлау заман ағымынан кешікпей, қадам алда болуы қажет. Сондықтан техникалық және кәсіптік білім беру жүйесінде АКТ мамандарын даярлау күрделі өзекті мәселенің бірі. Аталған бағдарлама төмендегідей бес бағытты қамтитыны белгілі және біз зерттеу жұмысымызда негіз ретінде экономика салаларын цифрландыру мен адами капиталды дамыту бойынша сұрақтарға тоқталамыз (сурет 1).



Сурет 1. "Цифрлы Қазақстан" мемлекеттік бағдарламасының негізгі бес бағыттары мен зерттеу пәні бойынша колледжде студенттерді даярлауға алынған бағыттан көрініс

Аталған мақалада зерттеу жұмысымызға байланысты экономика салаларын цифрландыру мен адами капиталды дамыту бойынша мәселелерді қысқаша қарастырып өтеміз. Заманауи компьютерлік технологиялардың дамуы қазіргі қоғамда, әлеуметтік-экономикалық салалардағы үрдістердің жетілдірілуіне қатты әсер етеді. Желілік технологияларды, әртүрлі қосымшаларды пайдаланып, үйден шықпай-ақ түрлі операцияларды жасауға мүмкіндік береді, мысалы төлемдерді төлеу, ақпарат алмасу және т.б.

Күнделікті көптеген желі арқылы өтетін ақпараттар серверлерде үлкен орын алатыны белгілі. Сондықтан да мамандар үнемі бағдарламаларды жетілдіріп отырады, оларды ыңғайлы әрі ықшам етеді.

Қазіргі уақыттағы ең жетілдірілген бағдарламалардың бірі бұлттық технологияларға байланысты бағдарламалар мен қосымшалар немесе желіде таратылатын көптеген серверлерде деректерді сақтаудың онлайн-моделі екені белгілі және бұл технологияда клиенттерге ақпараттық-коммуникациялық сервистерді ұсыну негізінен үшінші тараптың ұсынылуымен жүзеге асырылады.

Қазіргі кезде ақпаратты бұлтта сақтау толық жүзеге асырылмайды, ол бір жағынан клиенттердің ақпараттарының қауіпсіздігі, құпия ақпараттарды жеке меншік серверлерде сақтау және т.б. себептерге байланысты. Болашақ кәсіби мамандарды кәсіби даярлау үрдісінде бұл технологияларға оқыту қазір жүзеге асырылып келеді. Ғылыми және әдістемелік әдебиеттерге, Интернет басылымдарға назар аударсақ, бұл тақырып бойынша іс-әрекеттер жасалуда. Сондықтанда бұлттық технологиялар бойынша жоғары білімді, білікті мамандарды даярлау заман талабы. Техникалық және кәсіптік білім беру ұйымдарында қазіргі кезде жоғары құзыретті мамандар даярланатыны белгілі. Осы мәселеге байланысты алдымен біз мынадай түсініктерге көңіл бөлеміз. Харченко Л.Н. "Колледж түлектері стандартты емес креативті шешімдерді талап ететін жаңа кәсіби міндеттерді шешуге және өзін өзі дамытуға даяр болу керек екенін атап өтеді. Колледж студенттерінде креативтіліктің қалыптасуы педагогикалық шарттардың құрылуымен, белгілі бір сала бойынша кәсіби даярлықтарының жоғары дәрежеде болуымен де ұштастырады. Сонымен бірге кәсіби білім алуда мотивацияның жоғары болуы, интегративті қабілетілік, белсенділік сияқты тұлғалық қасиеттердің қажеттігін атайды" [2].

Креативтілік туралы Асфаров О.В. "Орта кәсіби білім беру адами капитал концепциясын жүзеге асыруы керек, пәндік-ақпараттық білімнен кәсіптік-іскерлік білімге, анықтаудың орнына алға жылжуды, репродуктивтіден шығармашылыққа ауысуды талап етеді. Колледж студентінің креативтілігі олардың кәсіби-тұлғалық жаңа сатыға көтерілуін, кәсіби іс-әрекетте шығармашылығын, стандартты еместігін, икемділігін танытады" деп атап өтеді [3].

Колледж студенттерінде жоғарыда келтірілген және т.б. креативтілік туралы айтқан авторлардың ойларын, біз зерттеу жұмыстары кезінде оқу үрдісіне ендірген жаңа пәндерді игеру кезінде жүзеге асырылғанын, соның ішінде стандартты емес ойлау мен креативті іс-әрекеттерінің көрініс тапқанын атап өтеміз. Бұл қасиеттер бұлттық шешімдерге оқытуда, бұлттық сервистердің әдістерін меңгеруде жүзеге асырғанында көрініс табууда.

"Цифрлы Қазақстан" мемлекеттік бағдарламасының 5.4 бабында адами капиталды дамытуға байланысты бөлімінде "Кадрлар біліктілігі саласында Бағдарламада қойылған мақсаттарға қол жеткізу үшін білім беру жүйесі ең үздік әлемдік тәжірибелерге сәйкес толығымен жаңартылатын болады. Жаңа білім беру деректер мен формулаларды жаттап алуға емес, ең алдымен ақпаратты талдау дағдылары мен креативті ойлаудың дамуына екіпін қойып, цифрлық экономиканың қажеттіліктеріне жауап беретін болады" - деп те атап өткен [1].

Қазіргі кезде Қазақстан Республикасының орта мектептерінде, кәсіптік білім беру жүйесінде, жоғары оқу орындарында бұлттық технологияларға оқытуда бұлттық шешімдердің негіздеріне қарай көп көңіл бөлінген. Сонымен бірге біз оқу үрдісінде бұлттық технологияларға байланысты мынадай мүмкіншіліктердің ескерілуін атап өтеміз:

- ұйымның локальды желісін пайдаланып, локальды домендегі бұлттық қойма құруды ұйымдастыру;
- серверлерде жеке меншік бұлт құруды үйрену және оны ауқымды желіде хостингте орналастыру мен пайдалана алу;
- ашық, жабық, гибридті бұлттардың принциптерін пайдаланып жұмыс істеу;
- үлкен деректерді (Big Data) сақтау мен оларды өңдеуді игеру;
- жоғары өнімді бұлттық есептеулерді жүзеге асыру;
- on-line компилятор ұйымдастыру;
- бұлттық технологиялар клиент-сервер технологиясының жетілдірілген версиясы принципін жүзеге асыра білу;
- заманауи виртуалдау технологиясын игеріп, жүзеге асыру мен оқу үрдісінде қолдану;
- академиялық бұлттардың сервистерін қажетінше тиімді қолдана білу мен альтернативті нұсқасын ұйымдастыруға баулу.

Білім беру ұйымдарында оқу үрдісінде бұлттық технологияларға оқыту мүмкіншіліктері бойынша жазылған кейбір еңбектерде олардың артықшылықтары мен кемшіліктеріне тоқталады.

Бұлттық технологиялардың артықшылықтары:

- қашықтағы серверде тегін орналастыру мүмкіншілігі;
- Интернетке қосылған кез келген компьютер арқылы деректерге жету мүмкіншілігі;
- заманауи деректер қорын ұйымдастыру мүмкіншілігі;
- аппараттық ақаулық болған жағдайда да деректердің сақталуының жоғары ықтималдығы;
- смартфон, планшет, т.б. құрылғылар арқылы ақпарақа жету мүмкіншілігі.

Бұлттық технологиялардың кемшіліктері:

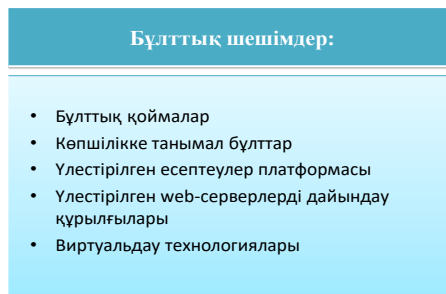
- бұлтты провайдердің құпия деректерді ұстап алу мүмкіндігі және оларды кейіннен дешифрлеуі (егер шифрленген болса);
- Интернетке қосылудың жоғары талаптары;
- барлық деректерді Интернет-провайдерге тек сақтау үшін ғана емес, сонымен қатар өндеу үшін де сенуге болмайтындығы [4].

Колледждерде оқу үрдісінде бұлттық технологияларды қолдануда барлық ең танымал десктопты мен мобильді платформаларда жұмыс істеу мүмкіншілігін пайдалануы қарастырылған:

- Windows, Linux; UNIX, MacOC, iOS, Android және Windows Phone жүйелерін компьютердің сипаттамасына қарай қолдануы;
- қандай құрылғыда болсаңыз да, бұлттың артықшылықтарын пайдалана алуы;
- бұлт қызметін пайдалауда ыңғайлы интерфейстің болуы;
- қажет ақпаратты бұлттан тез алу мүмкіндігі;
- сақталатын немесе жіберілетін файлдардың антивирус арқылы тексерістен өткізілетіні;
- бұлтта серіктестікпен бірігіп жұмыс істеу мүмкіншілігі;
- оқытушының студенттердің жұмысын тексеру мүмкіншілігінің болуы [5].

Авторлардың жоғарыда айтып өткен ойлары біздің жағдайда да техникалық және кәсіптік білім беру жүйесінің оқу үрдісінде бұлттық шешімдер бойынша оқытуда қарастырылады.

Бұлттық шешімдер - IT-құрылымдарды ұйымдастырудың қазіргі кездегі өзекті концепциясы. Олар IT-инфрақұрылымды құруға және иеленуге кететін шығынды едәуір азайтып, басқаруды жеңілдетеді. Интернет материалдарына шолу жасау негізінде мынадай бұлттық шешімдер туралы ақпарат бар екенін білеміз (сурет 2).



Сурет 2. Бұлттық шешімдерден мысалдар

М. Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжінің 1304000-"Есептеу техникасы мен бағдарламамен қамтамасыз ету" мамандығының оқу бағдарламасына 108 сағат және 1305000-"Ақпараттық жүйелер" мамандығының оқу бағдарламасына 66 сағат бұлттық шешімдерге байланысты пәндер ендірілді.

Аталған пәндер БҰАП00 (жұмыс берушілердің талаптары бойынша білім беру ұйымдары анықтайтын пәндер) циклының "Білім беру ұйымдары анықтайтын пәндері" қатарынан орын алады және үлгілік оқу жоспары бойынша оқыту уақытының көлемі 108 және 66 сағат болып есептеледі [6].

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрінің 2018 жылғы 31 қазанындағы № 604 "Білім берудің барлық деңгейінің мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандартын бекіту туралы" бұйрығының 17-бабында техникалық және кәсіптік білім беру бағдарламалары міндетті пәндермен және (модульдермен) қатар, техникалық және кәсіптік білім беру ұйымдары айқындайтын пәндерді және (немесе) модульдерді қамтитыны аталып өткен. Сонымен бірге элективті пәндер және модульдер каталогының, жеке оқу жоспарының нысанын, құрылымын, әзірлеу және бекіту тәртібін техникалық және кәсіптік білім беру ұйымдары өз бетінше айқындайтыны мен оқу пәнін және модулін зерделеу мен интеграциялаудың бірізділігі, олардың әрқайсысы бойынша оқу уақытын пәнаралық байланыстарды ескере отырып, курстарға және семестрлерге бөлінетіні аталған [7]. Біз оқу үрдісіне

ендіріп отырған пәндер осы бұйрыққа негізделген және мамандардың кәсіптік құзыреттілігінің заманауи технологиялар бойынша жоғары дәрежеде қалыптасуына себін тигізеді, себебі бұлттық технологияларға оқытуды бастау орта мектептің 9-11 сыныптарының жаңаша үлгілік оқу бағдарламасынан орын алған, алдағы оқу жылдарынан оқыту басталмақ. Техникалық және білім беру ұйымдарында бұлттық технологияларды қолданып оқыту - таным үрдісінің жоғарылауына септігін тигізетін, оқыту үрдісін интерактивті формада ұсынатын, on-line режимде дидактикалық құрал ретінде қолдануға болатын үрдіс деп есептейміз.

Жоғарыда аталып өткендей М.Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжінің 1304000-"Есептеу техникасы мен бағдарламамен қамтамасыз ету" және 1305000-"Ақпараттық жүйелер" мамандықтарының оқу үрдісінде бұлттық шешімдерге байланысты ендірілген пәндердің мазмұны бойынша төмендегідей жалпылама сипаттама береміз (кесте 1):

Кесте 1 - Бұлттық шешімдерге байланысты пәндер мазмұнына жалпылама шолу

| № | Қарастырылатын модульдер                                                        | Бұлттық шешімдер бойынша оқу үрдісіндегі тиімді мүмкіншіліктері                                                                                                                                                                                                                       |
|---|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Бұлттық шешімдерге кіріспе.                                                     | Белгілі бұлттық технологиялармен танысу. Компаниялар сервистерін қолдану. Ерекшеліктерін білу. Графикалық процессор (GPU) негізіндегі бұлттық сервистер.                                                                                                                              |
| 2 | Бұлттық технологиялардың түрлері, деңгейлері.                                   | SaaS, PaaS, IaaS, DaaS сервистері, ерекшеліктері, пайдалану мүмкіншіліктерін игеру.                                                                                                                                                                                                   |
| 3 | Локальды домінде бұлттық қойма құру. Жеке меншік бұлт.                          | Web-серверлерге шолу. Бұлттық қойма құру технологиялары. Белгілі бір web-серверге талабына сай бұлттық қойманың қосымшасын таңдау және орнату. Локальды желіде жеке меншік бұлттық қойма құруды ұйымдастыру. Қойманы бірігіп қолдануды игеру. Әртүрлі web-серверлерді қолдана білу.   |
| 4 | Бұлттық есептеулер. On-line компилятор.                                         | On-line компиляторға шолу, ерекшеліктері. Таңдау бойынша бағдарламалық орталарды пайдалану.                                                                                                                                                                                           |
| 5 | Қоғамдық бұлт. Гибридті бұлт. Ерекшеліктері.                                    | Белгілі қоғамдық, гибриді бұлттар сервистерін білу.                                                                                                                                                                                                                                   |
| 6 | Академиялық бұлт.                                                               | Белгілі компаниялардың академиялық бұлттарымен танысу, қатынау. Құрылған жеке меншік бұлтты пайдаланып, дидактикалық материал орнату. Жоба құру.                                                                                                                                      |
| 7 | Виртуалдау технологиялары. Виртуалды машина құру мен игеру.                     | Заманауи виртуалдау технологияларымен танысу, саралау. Компьютер сипаттамасына сәйкес қажет виртуалды машина орнату және пайдалана алуы игеру. Жоба құру. Қолданушыларды тіркеу.                                                                                                      |
| 8 | Бұлттық технологиялар және деректер қоры мен оларды ұйымдастыру технологиялары. | Белгілі бұлттық шешімдерге ие компаниялардың серверлерін деректер қорын құруда пайдалануды игеру. Тегін және ақылы сервистерді пайдалана алу. Серверлерде деректер қорын құруда жеке альтернативті нұсқасының жобасын жасау. Жоба нәтижесінде әртүрлі құрылғылардан сұраныстар жасау. |

Ұйымдастырылып отырған пәндердің жалпы мақсаты - колледж студенттеріне бұлттық шешімдер жөнінде білім, білік және дағды қалыптастыруды теориялық және практикалық тұрғыда негіздеу.

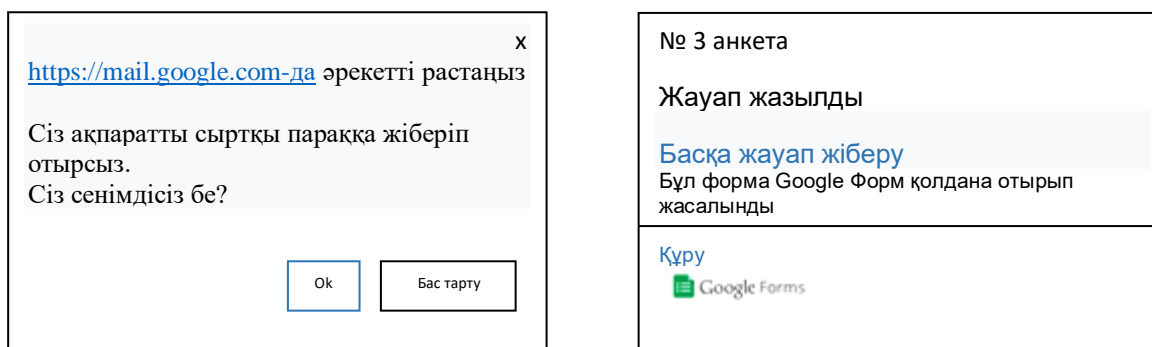
Зерттеу жұмысымыздың барысында ұсынған пәндерді игеруде, техникалық және кәсіптік білім беру жүйесінде бұлттық шешімдер бойынша оқыту мүмкіншіліктерін қарастыруда жоғарыда аталып өткендей пәнаралық байланыс принципі жүзеге асырылды, атап айтқанда төмендегі пәндер мазмұнымен пәнаралық байланыс тікелей байқалады:

- ақпараттық-коммуникациялық технологиялар;
- компьютер архитектурасы;
- операциялық жүйелер;
- алгоритмдер теориясы;
- бағдарламалау;
- желі және желілік технологиялар;
- деректер қоры және ақпараттық жүйелер;
- сонымен қатар әдістемелік-дидактикалық мәселелерге байланысты оқытылатын пәндер себі тиетіні белгілі.

Жалпы пәнаралық байланыс педагогика ғылымында философиялық, психологиялық, дидактикалық және әдістемелік жағынан қарастырылатын кешенді сала.

Пәнаралық байланыстың дидактикалық негізіне оқу пәндері алынған. Ғылымдардың гуманитарлық, жаратылыстану және техникалық болып дәстүрлі топтастырылуы, олардың зерттейтін нысандарының орталығына, пәндік қатынастардың бірлігіне негізделген. Олар қоғам, экономика, әлеуметтік салалары бойынша біріктіріледі де, әр пән өз ішінде білім, білікке арналған материалдарды және студенттердің жалпы таным нысандарын бір жүйеге келтіреді. М.Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжінің 1304000-"Есептеу техникасы мен бағдарламамен қамтамасыз ету" мамандығы мен 1305000-"Ақпараттық жүйелер" мамандығының оқу бағдарламасына сәйкес ендірілген бұлттық шешімдер пәндері оқу-әдістемелік кешендермен қамтамасыз етілді.

Зерттеу тақырыбы бойынша келесі қарастырылатын мүмкіншіліктің бірі - бұлттық технологиялардың оқу үрдісін жетілдіруде қолданылатын құрал ретінде қарастырылуы. Ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың (АКТ) оқыту мен оқытудың сапасына тиімді ықпал ететінін өмірден көріп жүрміз. Ендеше қазіргі кезде білім мазмұнын жаңартудың жаңашыл құралы ретінде бұлттық технологиялардың да мүмкіндіктерін пайдалану жүзеге асырылуда. Сонымен бірге қоғамның әлеуметтік, экономикалық қажеттіліктеріне қажет мамандарды даярлауда білім беру үрдісінде икемді құрал болып жүргенін көрудеміз. М.Өтебаев атындағы жоғары жаңа технологиялар колледжінің сабақ беру үрдісінен мынадай мысал келтіре аламыз (сурет 3).



*GOOGLE-кестеде студенттердің білімін тексеру үшін анкета ұйымдастырудан көрініс*

*Дұрыс ұйымдастырылған жағдайдағы желіде келесі бір жауаптың қабылдануы*

*Сурет 3. Бұлттық технологияның студенттердің білімін тексеру құралы ретінде қолданылуы*

Техникалық және кәсіптік білім беру жүйесінде бұлттық шешімдер бойынша оқыту мүмкіншіліктерін қарастыруда зерттеу жұмысымыздың кезеңдері бойынша жүргізіліп жүрген тәжірибелік-эксперименттік жұмыстар да оң нәтижелер көрсетуде. Зерттеу тақырыбына сай колледж студенттерінің бұлттық шешімдер бойынша білімі, білігі және дағдысының қалыптасуы бойынша алынған мазмұндық, ақпараттық және ұйымдастырушылық компоненттері, олардың көрсеткіштері мен критерийлері құрастырылып, оң нәтижелер көрсетуде. Мотивациялық компонент оқу үрдісінде оқытылатын пәнге деген қызығушылық, танымдық қызығушылықтың қалыптасуына, т.б. негізделеді. Мазмұндық компонент мазмұнды жалпылау, оқу материалын жалпылау, оқу пәндерін кіріктіру, дидактикалық бірліктердің кеңеюі және т.б. арқылы жүзеге асырылады. Ұйымдастырушылық компоненті бағдарламалау, жобалалар құру, «бұлттық» әдістерді қолдауға бағытталған. Таңдап алынған компоненттердің жүзеге асырылуын бұлттық технологиялар қосымшалары мен колледж студенттер ұйымдастырған бағдарламалар қолдайды.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

1. Мемлекеттік бағдарламаны бекіту туралы қаулы // <http://adilet.zan.kz/kaz/doc/P1700000827>
2. Харченко Л.Н. *Технология формирования креативности студентов: Монография.* - М.; Директ-Медиа, 2014. - 271с.
3. Асфаров О.В. *Организационно-педагогические условия подготовки студентов колледжа к проявлению креативности // Новые технологии, 2011. <https://cyberleninka.ru/article/n/orgnizatsionno-pedagogicheskie-usloviya-podgotovki-studentov-kolledzha-k-proyavleniyu-kreativnosti>*

4. Газейкина А.И., Кувина А.С. Применение облачных технологий в процессе обучения школьников // Педагогическое образование в России. - 2012. - № 6. - С.55-59.

5. Петруникова К.В., Шепелькевич О.В. О возможности использования облачных технологий в образовательном учреждении //Сб. материалов международной научно-практической конференции "Актуальные проблемы методики обучения информатике в современной школе". - М.: МГПУ, 2016. - С.346-349.

6. [http://adilet.zan.kz/kaz/docs/V15011690\\_5#z5](http://adilet.zan.kz/kaz/docs/V15011690_5#z5), 04.08.2019 жыл

7. "Білім берудің барлық деңгейінің мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандартын бекіту туралы". ҚР Білім және ғылым министрінің 2018 жылғы 31 қазанындағы № 604 бұйрығы <http://adilet.zan.kz/kaz/docs/V1800017669>, 04.08.2019 жыл

МРНТИ 27.43

УДК 519.2

*Л.М. Туkenова<sup>1</sup>, А.Б. Какимсейт<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Нархоз университеті, Алматы қ., Қазақстан*

### **ЛОГИСТИКА САЛАСЫНДА ТАПСЫРЫСТАРДЫ ЖӘНЕ ТӘУЕКЕЛДІЛІКТЕРДІ БАСҚАРУДЫҢ АҚПАРАТТЫҚ ҚОСЫМШАСЫН ҚҰРУ**

*Аңдатпа*

Мақалада логистикалық ақпараттық жүйені жетілдіру мен оңтайландыруға негізделген өндірістік кәсіпорындар үшін тәуекелдерді басқару моделі және логистика саласында тапсырыстарды және тәуекелділіктерді басқарудың ақпараттық технологиялық қосымшасын құру көрсетілген. Логистикалық жүйенің тұжырымдамасы нақтыланады, сонымен қатар оның жұмыс істеу ерекшеліктері туралы түсінік беріледі. Логистикалық тәсіл тәуекелдерді жіктеуде қолданылады, оның мәні сатып алу, тасымалдау, сақтау және ішкі ішкі жүйені қамтитын логистикалық жүйенің әрбір компонентінде мүмкін болатын қауіп факторларын ақпараттық технологиялық қосымша арқылы анықтау болып табылады. Жіктеу негізінде кәсіпорында тәуекелдерді басқаруды оңтайландыруға бағытталған тиімді логистикалық жүйені қалыптастыру және Visual Studio ортасында C# тілінде бағадарлама құрылуы қарастырылады. Логистикалық шешімдердің салдарын сандық тұрғыдан өлшеу үшін қажетті жағдайлар көрсетілген.

**Түйін сөздер:** Логистика, логистикалық жүйе, C# программалау тілі, Visual Studio.

*Аннотация*

*Л.М. Туkenова<sup>1</sup>, А.Б. Какимсейт<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Университет Нархоз, Алматы, Қазақстан*

### **РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННОГО ПРИЛОЖЕНИЯ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ И ЗАКАЗАМИ В СФЕРЕ ЛОГИСТИКИ**

В статье излагается модель управления рисками для промышленных предприятий, основанная на оптимизации и оптимизации логистической информационной системы и создании приложений информационных технологий для управления рисками и логистических заказов. Уточнено понятие логистической системы, а также концепция ее функционирования. Логистический подход используется для классификации рисков, то есть для выявления возможных факторов риска в каждом компоненте логистической системы, включая закупки, транспортировку, хранение и внутренние подсистемы. Классификация основана на формировании эффективной логистической системы, направленной на оптимизацию управления рисками на предприятии и создании приложения на языке C # в среде Visual Studio. Необходимые условия необходимы для количественного измерения последствий логистических решений.

**Ключевые слова:** логистика, логистическая система, язык программирования C #, Visual Studio.

*Abstract*

### **DEVELOPMENT OF THE INFORMATION APPLICATION FOR RISK AND ORDER MANAGEMENT IN THE FIELD OF LOGISTICS**

*Tukenova L.M.<sup>1</sup>, Kakimsayt A.B.<sup>1</sup>*

*Narxoz University, Almaty, Kazakhstan*

The article outlines the risk management model for industrial enterprises based on the optimization and optimization of the logistics information system and the creation of information technology applications for risk management and logistics orders. The concept of the logistics system is clarified, as well as the concept of its functioning. The logistics

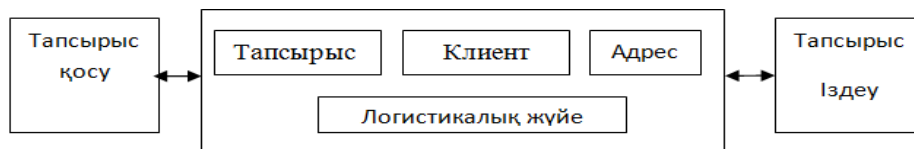


approach is used to classify risks, which is to identify the possible risk factors in each component of the logistics system, including procurement, transportation, storage and internal subsystems. The classification is based on the formation of an efficient logistics system aimed at optimizing the risk management at the enterprise and creating a C # language application in the Visual Studio environment. Necessary conditions are required for quantitative measurement of consequences of logistic solutions.

**Keywords:** logistics, logistics system, C # programming language, Visual Studio.

### Кіріспе

Жалпы бұл мақалада, кәсіпорындағы логистикалық жүйелер мен жабдықтау тізбектеріндегі тәуекелдерді басқару жүйесінің жұмысының негізгі кезеңдері ұсынылған: қажетті ақпаратты жинау, іздеу, бағалау және салыстыру функцияларын қолдану арқылы қауіп факторларын анықтау, сапалық және сандық бағалау жүргізу және проблемасыз логистикалық жүйені құру [1] (сурет 1).



Сурет 1. Логистикалық үрдістердің жоспарлау моделінің сызбасы

Логистикалық процестерді зерттеудің негізгі әдістері, логистика жүйесіндегі ақаулар мен ақаулар қарастырылады: модельдеу, аналитикалық және оңтайландыру. Тәуекелдер ағындары әртүрлі деңгейлерде талданатын логистикалық жүйені ұйымдастыруға технологиялық тәсілдеме сипатталған. Жұмыстың нәтижесі белгілі бір ауыспалылардың тәуекел ағындарының сипатына әсерін көрсететін жеткізу тізбегінің немесе логистикалық жүйенің тиімділігінің моделі болып табылады [2].

Microsoft Visual Studio (сурет 2) қазіргі уақытта бағдарламалаушылар үшін қол жетімді ең күрделі интеграцияланған орта болып табылады. Бұл бағдарламалау тілдері мен интерфейстерінің ұзақ тарихының нәтижесі және көптеген бағдарламалық жасақтама жасау орталарының жетістіктерін біріктірді [3]. Visual Studio – бұл консольдік және графикалық тұрғыдан Windows үшін бағдарламалық жасақтама жасау ортасы.



Сурет 2. Visual Studio бағдарламасы

Жинаққа келесі негізгі компоненттер кіреді:

1. Visual Basic.NET – VisualBasic қосымшаларын жасауға арналған;
2. Visual C ++ – дәстүрлі C ++ тілінде;
3. Visual C # (Microsoft) тілінде.

Қазіргі логистикалық ақпараттық технологиялық қосымша интеграцияланған болып табылады, яғни олар логистикалық концепцияның бірнеше вариантынан құралады.

Олар келесі жүйелердің интеграциясы болып табылады:[2]

1. Логистикалық үрдістердегі қателерді минимум ету;
2. Бағдарламалық жүйеде жылдам жауап беру;
3. Логистикалық үрдістер негізінде тапсырыстарды алу және іздеу.
4. Логистикалық үрдістер статистикалық бақылау;

### Зерттеу нәтижелері. Жаңа жобаны құру

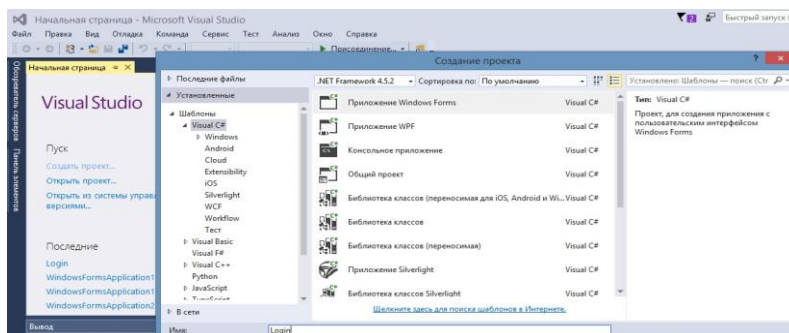
Жаңа жобаны құру Біріншіден, Visual Studio-де ортасында жаңа жобаны жасау құрылды: Негізгі мәзірде Файл> Жаңа жоба (Mac OS-ге CTRL + SHIFT + N; SHIFT + N) тандалынады.

«Приложения Windows Forms» санатын таңдап, «ОК» батырмасы басылады (сурет 3) [3].

1. Бұл шеберді пайдалана отырып, стандартты Visual Studio жобасында бос бағдарлама жасай аласыз. Стандартты жобада, Visual Studio жобасына IDE құрастыру сценарийі қолданбаны құрастыру, жою және іске қосу үшін пайдаланылады.



2. «Жобаның атауы» өрісінде «login» сөзін енгізіңіз. Сондай-ақ, жобадағы компьютердің орналасқан жерін көрсетіңіз. Әдепкі бойынша IDE ішіндегі жобалар үй каталогындағы Visual Studio қалтасына орналастырылады. «Келесі» батырмасын басыңыз [3].



Сурет 3. Жаңа жоба құру

3. Visual Studio бағдарламасы арқылы келесіде (CTRL + ALT + X) батырмасы басып ұяшығындағы «панель элементов» тандаңыз.

Келесіде тандалған элементтер бойынша «Имя пользователя» және «пароль» батырмаларын тандалып, бағдарламаға кіру рұқсатын сұрау құрылады. Бағдарламаның құрылу негізінде «Имя пользователя» батырмасына «User1» және де «Пароль» батырмасына «123456» мәндерін беріңіз. Авторизация бөлімінде «Войти» батырмасы арқылы бағдарламаға кіре аласыз, сурет 4 [3].

#### Нәтижені талдау. Негізгі бетінің реттеуіші

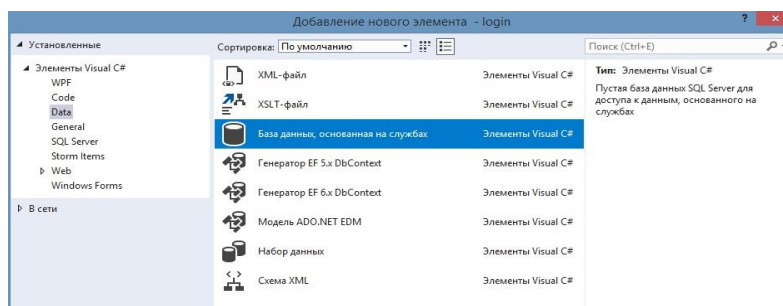
Жұмыс барысы бағдарламаның негізгі мақсаты логистика саласында тапсырыстарды іздеу, қосу және өшіру арқылы әрбір тұтыншының тапсырысын сақтандыру болып табылады. Бұл жүйе бойынша тапсырыстар көп болғандықтан деректер базасын құрамыз.

Деректер базасын «Добавление нового элемента» батырмасын басып, «База данных, основная на службах» батырмасын басыңыз. Тандалған мәзір бойынша «Database1» деген ат беріңіз (сурет 5) [3].



Сурет 4. Бағдарламаға кіру мәзірінің коды.

Form1 бетінің редакторда екенін тексеріңіз. Егер файл ашық емес болса, жобалар терезесіндегі Login жобасының «открыть проект» түйінінің астындағы Form1 файлын екі рет басыңыз. Form1 тересіне кірген соң, келесі сурет бойынша батырмаларды қойыңыз.



Сурет 5. Деректер базасын құру

Келесіде «обозреватель серверов» мәзіндегі «Database1» деректер қорын таңдаңыз (сурет 6) [3].

| Номер заявки | Ф_И_О клиент     | Наименование груза | Вес, кг | Маршрут          | Страхование |
|--------------|------------------|--------------------|---------|------------------|-------------|
| 2            | Жигана Ирина     | Игрушки            | 100     | Алматы - Шымк... | Да          |
| 3            | Антипова Галина  | Хлеб               | 150     | Алматы - Кордай  | Нет         |
| 4            | Петрова Людми... | Цемент м           | 1600    | Алматы - Тараз   | Нет         |
| 6            |                  |                    |         |                  |             |

Сурет 6. Программа интерфейсі

Логистикалық бағдарламалық қамтамасыздандырудың ерекшеліктері:

1. Логистиканы автоматтандыру бағдарламалық қамтамасыз ету кез-келген есепті кезеңдегі тасымалдауды ескереді.

2. Жеткізілім тізбегі логистикасын басқару қосымшалардың шексіз санын есепке алуды қамтиды.

3. Логистиканы басқару бағдарламалық қамтамасыздандыру жүктерді дайындау мен бақылауды автоматтандырады.

Бұл программада көрсетілгендей логистикалық тапсырыстар мен жұмыс жасау болып табылады. Логистикалық тапсырыстарды қосу және іздеу толықтай көрсетілген.

#### Қорытынды

Интеграцияланған логистикалық бағдарламалық қамтамасыз ету қауіпсіздік тетіктерімен жабдықталған Олар деректердің тұтастығын және қол жеткізуді басқаруды қамтамасыз етеді. Логин мен пароль - үшінші тұлғаларға кіруге мүмкіндік бермейтін алғашқы қорғаныс механизмі. Әр қолданушының рөлі болады. Бұл рөл жүйеде пайдаланушының құқықтарын анықтайды. Екінші қауіпсіздік механизмі - аудит. Сіз қандай әрекеттерді және қандай пайдаланушы жасағанын көре аласыз. Логистикалық есеп бағдарламаның негізгі модулінде жүзеге асырылады. Бұл модуль тасымалдау қосымшаларын жасайды. Қосымшаларда барлық қажетті мәліметтер бар, мысалы, тауарлардың сипаттамасы, тасымалдау, шарттар, ескертпелер және т.б. Тұтынушы туралы мәліметтер көрсетілмеген.. IntegratedDevelopmentEnvironment (IDE) Visual Studio әр түрлі сұраныстар үшін кодтардың негізгі басқарудан тыс жоғары деңгейдегі бірқатар мүмкіндіктерді ұсынады.

Visual Studio ақпараттық технологиялық программалау ортасы арқылы логистика саласында тәуекелдерді басқару мақсаттары нақты процестермен байланысты тәуекелдерді жүйелі түрде іздеу, анықталған тәуекелдерді талдау және оларды толығымен жою немесе, ең болмағанда, шекті тәуекелді таңдау деңгейін төмендету және тиісті қауіпсіздік пен кепілдіктерді енгізу болып табылады. Таңдалған тақырыптың өзектілігі, логистикалық тәсілді тәжірибеде қолдану логистикалық қызметтердің кірістілігі мен сапасын едәуір арттыра алатындығында, бұл өз кезегінде компанияға айтарлықтай бәсекелестік артықшылықтар береді. Логистикалық тәсілді қолданумен қатар, логистикалық жүйенің жұмысында тәуекелдерді ескеру қажет.

#### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Ayupov R.K. Risk analysis and risk management in logistics. *Almaty, 2011. 70 p.*
- 2 Kanke A.A., Koshevaya I.P. *Logistics. Moscow, INFRA-M Publ., 2015. 384 p.*
- 3 *Effective C# (Covers C# 4.0), "More Effective C#" by Bill Wagner, 2010, 2008*

## ҚҰРМЕТТІ АВТОРЛАР!

«Физика-математикалық ғылымдары» сериясы, «Хабаршы» ғылыми журналы математиканың, механика мен физиканың, информатиканың, сонымен қатар мектепте, колледжде және жоғары оқу орынында физика-математикалық пәндерді оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша ғылыми-білім беру басылымы болып табылады.

«Хабаршы» журналы Қазақстан Республикасының мәдени және ақпарат Министрлігінде мемлекеттік тіркеуден (Куәлік №4824-Ж, 15.03.2014 ж.) өткен және халықаралық идентификациялық нөмірі (ISSN 1728-7901) бар. ҚР Білім және ғылым министрлігінің білім және ғылым саласындағы қадағалау Комитетінің шешімімен (10.07.2012 ж., №1082 бұйрық) ғылыми қызметтерінің негізгі ғылыми нәтижелерін жариялау үшін Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршы журналы

- физика-математика ғылымдары (математика, физика, механика);
- техникалық ғылымдар;
- педагогика (оқыту және тәрбиелеу теориясы мен әдістемесі /математика, физика, информатика, білім беруді ақпараттандыру) ғылымдарыма мандықтары бойынша басылымдар тізіміне енгізілді.

Журнал "Ұлттық ғылыми-техникалық ақпарат орталығы" АҚ (ҰҒТАО) мәліметтер базасына кіреді және қазақстандық цитаттау базасы (ҚазЦБ) бойынша нәлдік емес импакт факторы бар (<http://www.nauka.kz>).

2009 жылдан бастап Инженеринг және Технология Институтымен (Ұлыбритания) ақпараттық-қолдау қызмет көрсетуге жасалған келісім-шарттың (№2, 12.01.2009ж.) негізінде Абай атындағы ҚазҰПУ «Физика-математика сериясы» бойынша Хабаршы журналында жарияланатын мақалалардың реферативті ақпараты INSPEC электронды мәліметтер қорына енгізіледі.

### **«ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ҒЫЛЫМДАРЫ» СЕРИЯСЫ, «ХАБАРШЫ»ЖУРНАЛЫНА БАСЫЛАТЫН МАҚАЛАЛАРДЫ БЕЗЕНДІРІЛУГЕ ҚОЙЫЛАТЫН ТАЛАПТАР**

#### **I. Қажетті материалдар**

1. Жеке өз аттарынан жариялайтын докторанттар, магистранттар және студенттер үшін ғылыми жетекшінің рецензиясы болуы керек.
2. Мақала авторларының саны-4 артық емес.
3. Автор (авторлар) туралы мәліметтерді қамтитын, Хабаршы журналының электрондық Форма толтырылады: тегі, аты, әкесінің аты, жұмыс орны (қала, ұйымның/ЖОО толық атауы және қысқартылған атауы), ғылыми дәрежесі мен атағы, лауазымы, білім алушылар үшін – докторант, магистрант немесе студент, e - mail, байланыс телефоны; мақалаға аннотациялар, 3 тілдегі түйінді сөздер.

#### **II. Мақаланы безендіру ережесі**

Мақала мәтіні Word редакторында бірлік интервал арқылы терілу керек; .Парақ пішімі : 210 x 297 mm (A4); Жоғары, төменгі, оң жақтағы, сол жақтағы өрістер: – 2 см; Мақала беттері нөмірленбейді; 5.Шрифт: Times New Roman (қазақ, орыс, ағылшын тілдері үшін) – 11 пт; жоларалық интервал – бір; абзацтың бірінші жолының шегінісі-0,5 см.; Word редакторында орындалған суреттер объект ретінде қойылуы керек; Мақала мәтіні ені бойынша форматталуы керек.

#### **III. Формула жазуға қойылатын талаптар**

Формуладағы символдардың өлшемдері : обычный – 11 пт, крупный индекс – 6 пт, мелкий индекс – 5 пт, крупный символ – 24 пт, мелкий символ – 4 пт (математикалық редактор Equation).

**IV. Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:** Мақалада пайдаланылған әдебиеттер мәтінде пайдалану ретіне сәйкес қолжазбаның соңында келтіріледі. Мақаладағы әдебиетке сілтеу квадраттық жақшада беріледі, мысалы, [1], [2,3], [4-7].

#### **V. Мақаланың түрі**

1. Сол жақ жоғарғы бұрышында бас әріптермен МРНТИ (жартылай қарайтылған, кегль №10);
2. Сол жақ жоғарғы бұрышында бас әріптермен ЭОЖ (жартылай қарайтылған, №10 кегль);
3. Курсивпен, жартылай қарайтылмаған кіші әріптермен (№11 кегль) ортада автордың (авторлардың) аты-жөні мен тегі; Жоғарғы индекспен автордың жұмыс орны (бірнеше авторлар болған жағдайда) сәйкестігін көрсетеді.
4. Бір бос жолдан кейін курсивпен автор (авторлар) жұмыс істейтін ұжым және қаланың аты (кегль №11);
5. Бір бос жолдан кейін жартылай қарайтылған бас әріптермен, шрифт Cambria (кегль №11) мақала аты;

6. Бір бос жолдан кейін мақалаға үш тілде (қазақша, орысша, ағылшынша) **100-150 сөзден** тұратын қысқаша андатпа (кегль №10);
7. Бір бос жолдан кейін үш тілде **6-8 сөзден** тұратын түйін сөздер (кегль №10);
8. Бір бос жолдан кейін мақала мәтіні (кегль №11);
9. Мәтіннен кейін екі бос жол тастап кіші әріптермен әдебиеттер тізімі (кегль №10). Бірлік интервал. Тізім нөмерлері нүктесіз.

#### **VI. Мақалаларды жариялау тілдері – қазақ, орыс, ағылшын тілдері.**

Редакцияға түскен мақалаларға білім саласы бойынша мамандар мен ғылымдар пікір береді. Пікір негізінде редакция алқасы авторға мақаланы тағы да толықтыруға (түзетуге) ұсыныс жасауы, не мүлдем қайтарып беруі мүмкін. Бұрын жарияланған немесе басқа баспаға жіберілген мақалалар қабылданбайды. Мақала көлемі 5-7 бет. Көлемі 7 беттен артық болған жағдайда журнал редакциясымен хабарласып келісулері қажет. Мақала мәтініне енетін иллюстрациялардың, сұлбалардың және кестелердің көлемі мәтіннің жалпы көлеміне кіреді.

Мақаланы дайындау және жариялау бойынша пайда болған барлық сұрақтар бойынша журнал редакциясына хабарласыңыздар.

**Мекен-жайы:** Алматы қаласы, Төле би 86 көшесі, Абай атындағы ҚазҰПУ, Математика, физика және информатика институты.

**Жауапты хатшылар:** +7 707 7268828, +7 707 1754132

e-mail: [Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com](mailto:Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com)

### **УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!**

Научный журнал «Хабаршы» КазНПУ им. Абая, серия «Физико-математические науки» является научно-образовательным изданием по актуальным вопросам математики, механики и физики, информатики, а также информатизации образования и методике преподавания физико-математических дисциплин в школе, колледже и вузе.

Решением Комитета по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки РК (Приказ №1082 от 10.07.2012 г.) Вестник КазНПУ им. Абая, Серия «физико-математические науки» включен в *Перечень изданий, рекомендуемых Комитетом по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки Республики Казахстан* для публикации основных результатов научной деятельности по следующим направлениям:

- физико-математические науки (математика, физика, информатика, механика);
- технические науки;
- педагогические науки (теория и методика обучения и воспитания/математика, физика, информатика, информатизация образования).

Журнал входит в базу данных АО «Национальный центр научно-технической информации» (НЦНТИ) и имеет ненулевой импакт фактор по казахстанской базе цитирования (КазБЦ) (<http://www.nauka.kz>).

С 2009 г. действует Договор с Институтом Инжиниринга и Технологий (Великобритания), на оказание информационно-сопроводительных услуг, согласно которому реферативная информация о статьях, публикуемых в Вестнике КазНПУ имени Абая, вносится в электронную базу данных INSPEC.

### **ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ, ПУБЛИКУЕМЫХ В ЖУРНАЛЕ «ВЕСТНИК. СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ»**

#### **I. Представление необходимых материалов**

1. Для докторантов, магистрантов и студентов, публикующихся единолично, представляется рецензия научного руководителя.
2. Количество авторов статьи - не более 4.
3. Авторами заполняется электронная Форма Вестника, содержащая сведения об авторе (авторах): фамилия, имя, отчество, место работы (город, название организации/вуза без сокращений и сокращенное название), ученая степень и звание, должность, для обучающихся – указывается: докторант, магистрант или студент, e-mail, контактный телефон; аннотации к статье, ключевые слова на 3-х языках.

## **II. Правила оформления статей.**

Текст статьи должен быть набран в редакторе MS Word через одинарный интервал; Формат листа: 210 x 297 mm (A4); Поля: верхнее, нижнее, правое, левое – 2 см; страницы статьи не нумеруются; Шрифт: Times New Roman (для каз., рус. и англ. языков), размер - 11 пт; межстрочный интервал – одинарный; отступ первой строки абзаца – 0,5 см.; Рисунки, выполненные в редакторе Word, должны быть вставлены как объект (сгруппированы); Текст статьи должен быть отформатирован по ширине.

## **III. Требования к написанию формул**

Формулы вставляются в текст статьи как объект MS Equation. Размеры символов в формулах (Equation): обычный - 11 пт, крупный индекс - 6 пт, мелкий – 5 пт.

**IV. Список использованной литературы**, составляется по ходу упоминания ее в тексте и приводится в конце рукописи. Ссылки на литературу в тексте указываются в квадратных скобках, например, [1], [2,3], [4-7]. Перечисление без точки в конце страницы. Количество ссылок не должно превышать 15 наименований.

## **V. Вид статьи**

1. МРНТИ в левом верхнем углу прописными буквами (полужирным, кегль №10);
2. УДК в левом верхнем углу прописными буквами (полужирным, кегль №10);
3. Курсивными, не полужирными прописными буквами (кегль №11) по центру инициалы и фамилия автора (авторов); Верхним индексом указывают соответствие месту работы автора (в случае нескольких авторов).
4. Через одну пустую строку указать название организации и город, в котором работает автор (авторы) курсивом (кегль № 11));
5. Через пустую строку по центру полужирными прописными буквами, шрифт Cambria (кегль №11) название статьи;
6. Через пустую строку аннотации **в 100-150 слов** в кратких предложениях на 3-х языках (кегль №10).
7. Ключевые слова по тематике, **6-8 слов**, на трех языках (кегль №10);
8. Через пустую строку текст статьи (кегль №11);
9. Список использованной литературы, указывается после текста статьи, через две пустые строки строчными буквами, курсивом (кегль №10). Интервал - одинарный. Нумерация списка без точки.

**VI. Языки издания (вещания) статей** - казахский, русский, английский. Поступившие в редакцию статьи рецензируются 2 ведущими специалистами и учеными по отраслям знаний. На основании рецензии редколлегия может рекомендовать автору доработать статью или отказать в публикации. Рукописи статей, опубликованных ранее или переданных в другие издания, не принимаются. Рекомендуемый объем статьи - не менее 5 и не более 7 страниц. В ином случае вопрос по объему статьи необходимо согласовать с редакцией журнала. Иллюстрации, схемы, таблицы, включаемые в текст статьи, учитываются в общем объеме текста.

По всем вопросам, связанным с подготовкой, представлением и публикацией материалов, необходимо обращаться в редакцию журнала.

**Адрес:** г. Алматы, ул. Толе би 86, КазНПУ им. Абая, Институт математики, физики и информатики

**Ответственный секретарь:** +7 707 7268828, +7 707 1754132

**e-mail:** [Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com](mailto:Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com)