

ISSN 1728-7901

**Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті**  
**Казахский национальный педагогический университет имени Абая**  
**Abai Kazakh National Pedagogical University**

# **ХАБАРШЫ**

**«Физика-математика ғылымдары» сериясы**  
**Серия «Физико-математические науки»**  
**Series of Physics & Mathematical Sciences**  
**№2(66)**

**Алматы, 2019**

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

**ХАБАРШЫ**  
«Физика-математика ғылымдары»  
сериясы № 2 (66), 2019 ж.

**Бас редактор:**  
ф.-м.ғ.д. М.А. Бектемесов

**Редакция алқасы:**

**Бас ред.орынбасары:**  
т.ғ.д., ҚР ҰҒА академигі Г.Уалиев,  
п.ғ.д., Е.Ы. Бидайбеков,  
ф.-м.ғ.д., ҚР ҰҒА корр-мүшесі В.Н. Косов,  
ф.-м.ғ.к. М.Ж. Бекпатшаев

**Жауапты хатшылар:**  
п.ғ.к. Ш.Т. Шекербекова,  
п.ғ.к. Г.А. Абдулкаримова

**Редакциялық алқа мүшелері:**  
Dr.Sci. К.Алимхан (Japan),  
Phd.d. A.Cabada (Spain),  
Phd.d. E.Kovatcheva (Bulgaria),  
Phd.d. M.Ruzhansky (England),  
п.ғ.д., ҚР ҰҒА корр-мүшесі  
А.Е. Абылқасымов,  
т.ғ.д. Е.Амиргалиев,  
ф.-м.ғ.д. А.С. Бердышев,  
т.ғ.д. С.Г. Григорьев (Россия),  
п.ғ.д. В.В. Гриншкун (Россия),  
ф.-м.ғ.д. М.Т. Дженалиев,  
ф.-м.ғ.д. С.И. Кабанихин (Россия),  
ф.-м.ғ.д., ҚР ҰҒА корр-мүшесі  
М.Н. Калимолдаев,  
ф.-м.ғ.д. Б.А. Кожамкулов,  
ф.-м.ғ.д. Ф.Ф. Комаров  
(Республика Беларусь),  
т.ғ.д. М.К. Кулбек,  
п.ғ.д. М.П. Лапчик (Россия),  
ф.-м.ғ.д. В.М. Лисицин (Россия),  
п.ғ.д. Э.М. Мамбетакунов  
(Киргизская Республика),  
п.ғ.д. Н.И. Пак (Россия),  
ф.-м.ғ.д. С.К. Сахиев,  
п.ғ.д. Е.А. Седова (Россия),  
п.ғ.д. Б.Д. Сыдықов,  
ф.-м.ғ.д. К.Б. Тлебаев,  
т.ғ.д., ҚР ҰҒА корр-мүшесі А.К. Тулешов,  
т.ғ.д. З.Г. Уалиев,  
т.ғ.к. Ш.И. Хамраев

© Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, 2019

Қазақстан Республикасының Ақпарат министрлігінде тіркелген  
№ 4824 – Ж - 15.03.2004  
(Журнал бір жылда 4 рет шығады)  
2000 жылдан бастап шығады

Басуға 05.06.2019 ж. қол қойылды  
Пішімі 60x84 1/8. Көлемі 38,5 е.б.т.  
Таралымы 300 дана. Тапсырыс 2.

050010, Алматы қаласы,  
Достық даңғылы, 13

Абай атындағы ҚазҰПУ-інің «Ұлағат» баспасы

## М а з м ұ н ы С о д е р ж а н и е

### МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

### МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

<b>Абдикаликова Г.А., Сартабанов Ж.А., Жумагазиев А.Х.</b> Существование многопериодического решения одной задачи для системы уравнений с различными операторами дифференцирования.....	7
<b>Алимова Б.Ш., Шегебаева Г.Е., Мергембаева А.Ж.</b> Операторлық қатарлар үшін Абель және Дирихле белгілері... <b>Batyrbek K.</b> Creating new challenges with the use of final differences.....	13
<b>Бектемесов М.А., Касенов С.Е., Сұлтанғазин Ә.А.</b> Омыртқа козғалысын бағдарламаудың кейбір мәселелері.....	20
<b>Бектемесов М.А., Касенов С.Е., Әскербекова Ж.Ә.</b> Акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебін градиенттер әдісімен шешу.....	25
<b>Дамекова С.К., Батырбек К.</b> Бөлінгіштікке арналған олимпиада есептерін дәлелдеудің ерекше тәсілдері.....	31
<b>Жумабекова Г.Е.</b> Рұқсаттылығы бар байытулардағы йонсондық теориялардың категорлылығы.....	36
<b>Ismagul R.S., Kolesnikova A.S.</b> Some estimates of characteristic functions and matrix of a linear uniform equation in private derivatives.....	40
<b>Исахов А.А., Абай А., Омарова П.Т., Бекжигитова Ж.Е.</b> Численное моделирование распространения загрязняющих веществ в жилых районах.....	46
<b>Kaymak S., Almas A.</b> The Importance of discussion part for peer instruction.....	51
<b>Кананьянова З.Н.</b> Корректность смешанной задачи для вырождающегося трехмерного гипербола - параболического уравнения.....	58
<b>Каратабанова С.Ж.</b> Построение линейных экономико-математических моделей.....	62
<b>Мусина Н.М.</b> Йонсондық теориялардың гибридерінің кейбір мысалдары және қасиеттері.....	67
<b>Мырзашева А.Н., Сағынғалиқызы Т., Қадірбекова Д.А.</b> Қаржылық жүйелерді марковтық үдерістер көмегімен модельдеуде жағдай графтарын қолдану.....	71
<b>Nazarbek Zh., Yersultanova Z.S., Shaikhova G.N.</b> Exact solutions of the (2+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrodinger equation.....	78
<b>Полегенько И.Г.</b> Алгебраические структуры и их применение для описания объектов нечеткой логики.....	85
<b>Сеилханова Р.Б., Иваницкая Н.В.</b> Корректности задач Дирихле и Пуанкаре в многомерной области для уравнения Эйлера – Дарбу – Пуассона.....	88
<b>Тұяқов Е.А., Дюсов М.С.</b> Болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дағдыларын арнайы тапсырмалар арқылы қалыптастыру.....	93
<b>Умбетова Ж.С., Есмаханова К.Р.</b> Законы сохранения для интегрируемого бездисперсионного уравнения.....	100
<b>Утеулиева К.Н., Хайруллина З.А.</b> Минковский теоремасының бір қолданылуы туралы.....	107
	112

Главный редактор:  
д.ф.-м.н. Бектемесов М.А.

Редакционная коллегия:

Зам.главного редактора:  
д.ф.-м.н., академик НАН РК Уалиев Г.,  
д.п.н. Бидайбеков Е.Ы.,  
д.ф.-м.н., член-корр НАН РК Косов В.Н.,  
к.ф.-м.н. Бекпатшаев М.Ж.

Ответ. секретари:  
к.п.н. Шекербекова Ш.Т.,  
к.п.н. Абдулкаримова Г.А.

Члены редколлегии:

Dr.Sci. Alimhan K. (Japan),  
Phd.d. Cabada A. (Spain),  
Phd.d Kovatcheva E. (Bulgaria),  
Phd.d. Ruzhansky M. (England),  
д.п.н., член-корр НАН РК Абылкасымова А.Е.,  
д.т.н. Амиргалиев Е.,  
д.ф.-м.н. Бердышев А.С.,  
д.т.н. Григорьев С.Г. (Россия),  
д.п.н. Гриншкун В.В. (Россия),  
д.ф.-м.н. Дженалиев М.Т.,  
д.ф.-м.н. Кабанихин С.И. (Россия),  
д.ф.-м.н., член-корр НАН РК  
Калимолдаев М.Н.,  
д.ф.-м.н. Кожамкулов Б.А.,  
д.ф.-м.н. Комаров Ф.Ф.  
(Республика Беларусь),  
д.т.н. Кулбек М.К.,  
д.п.н. Лапчик М.П. (Россия),  
д.ф.-м.н. Лисицин В.М. (Россия),  
д.п.н. Мамбетакунов Э.М.  
(Киргизская Республика),  
д.п.н. Пак Н.И. (Россия),  
д.ф.-м.н. Сахив С.Қ.,  
д.п.н. Седова Е.А. (Россия),  
д.п.н. Сыдықов Б.Д.,  
д.ф.-м.н. Тлебаев К.Б.,  
д.т.н. Тулешов А.К.,  
д.ф.-м.н. Уалиев З.Г.,  
к.т.н. Хамраев Ш.И.

© Казахский национальный педагогический университет им. Абая, 2019

Зарегистрирован в Министерстве информации Республики Казахстан,  
№ 4824 - Ж - 15.03.2004  
(периодичность – 4 номера в год)  
Выходит с 2000 года

Подписано в печать 05.06.2019 г.  
Формат 60x84 1/8. Об. 38,5 уч.-издл.  
Тираж 300 экз. Заказ 2.

050010, г. Алматы, пр. Достык, 13,  
Издательство «Улағат» КазНПУ им. Абая

## ФИЗИКА. ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

### ФИЗИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

Алимбекова Г.Б., Жусипбекова Ш.Е. «Электротехника және электроника» курсында виртуалды зертхананы жүргізуге арналған бағдарламалық-ақпараттық кешендерді пайдалану....	116
Бауыржан Г.Б., Есмаханова К.Р. Решение периодической системы Манакова для солитонных поверхностей.....	121
Ержанов К.К., Мейрамбай А., Қазбек І.Б. Янг- Бакстер теңдеуін қолданып $ads_5 \times s^5$ кеністігінде бозондық ішектің деформацияланған шешімдерін алу.....	127
Жаксылықова Н.Е., Скабаева Г.Н. Инженерлік факультет студенттерінің танымдық біліктері жағдайының диагностикасы.....	132
Жаменкеев Е.К., Есіркеп А.Н. Робототехниканы оқыту әдістерінің тиімділігі.....	136
Исатаев М.С., Кантаева Г.Н., Кантаева М.Н. Применение вычислительной гидродинамики для получения максимальной эффективности крыла беспилотного летательного аппарата.....	141
Калжанова Г.К., Гребенец Н.А. Современные подходы в организации обучения физике при обновленной программе...	147
Касенова Л.Г., Мерейхан Л. Flash-технологиялар көмегімен физикалық үдерістерді әзірлеу және моделдеу.....	152
Касенова Т.К., Цыба П.Ю., Разина О.В. Исследование связи десятивершинной модели с ХХZ - моделью Гейзенберга.....	157
Кинжебаева Д.А., Жаменкеев Е.К., Сарсекеева А.С. Разработка алгоритма системы ручного обучения промышленного робота.....	164
Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Красиков С.А., Федоренко О.В., Калимов А.Б. Модернизация трехступенчатого разделительного модуля для газовых смесей в проточных устройствах.....	170
Косов В.Н., Федоренко О.В., Мукамеденкызы В., Молдабекова М.С. Влияние концентрации газа-разбавителя в исходных смесях на диффузию основных компонентов.....	174
Оспанбеков Е.А., Баяхметов О.С., Азаматов А.А. Кильватерлық әдіспен бөлшектердің үдетілуінің математикалық моделі.....	179
Суйкимбаева Н.Т., Женесов А.А., Разина О.В., Цыба П.Ю. Анзац Бете в ХХХ - модели Гейзенберга для 3-х перевернутых спинов.....	185
Шетиева Қ.Ж. Математикалық физика есептерінің шешімдерін визуалды түрде көрсету тәсілдері.....	191
Шоқанов Ә.Қ., Шойынбаева Г.Т. Нанотехнологияның негізін игеру үшін сканерлеуші туннельдік микроскопияны оқу үдерісіне қолдану.....	198

## ИНФОРМАТИКА. ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ. БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ ИНФОРМАТИКА, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ. ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Абдиев К.С. Функциональные особенности информационных систем, предназначенных для сопровождения процедур оценивания результатов обучения.....	203
Айдаров Қ.А., Зейнуллаева И.Д. Қазіргі цифрлық оқыту құралдары және цифрлық құзыреттілік: бар мәселелер мен үрдістерді талдау.....	208
Бидайбеков Е.Ы., Бекежанова А.А. Визуалдау құралдарын объектіге-бағытталған программалауды оқытуда пайдалану тиімділігі.....	215

ABAI UNIVERSITY

BULLETIN

Ser. Physics & Mathematical Sciences

№ 2 (66)

Editor-in-Chief

Dr. Sci. Bektemesov M.A.

Deputy Editor-in-Chief:

Dr. Sci. Ualiyev G.,

Dr. Sci. (Ped.), Bidaibekov Ye.Y.,

Dr. Sci., Corresponding member

of the NAS of RK Kosov V.N.,

Cand.Sci. Bekpatshayev M.Zh.

Responsible editorial secretary:

Cand. Sci. (Ped.) Shekerbekova Sh.

Cand. Sci. (Ped.) Abdulkarimova G.A.

Editorial board:

Dr.Sci. Alimhan K. (Japan),

Phd.d. Cabada A. (Spain),

Phd.d. Kovatcheva E. (Bulgaria),

Phd.d. Ruzhansky M. (England),

Dr. Sci. (Ped.), Corresponding member of the

NAS of RK Abylkasymova A.Ye.,

Dr.Sci.(Engineering) Amirgaliyev Ye.,

Dr. Sci. Berdyshev A.S.

Dr.Sci. Grigoriev S.G. (Russia),

Dr.Sci. Grinshkun V.V. (Russia),

Dr. Sci. Dzhaneliyev M.T.,

Dr.Sc. Kabanikhin S.I. (Russia),

Dr. Sci., Academician of the NAS of RK

Kalimoldayev M.N.,

Dr. Sci. Kozhamkulov B.A.,

Dr. Sci. Komarov F.F.,

(Republic of Belarus),

Dr.Sci.(Engineering) Kulbek M.K.,

Dr. Sci. (Ped.) Lapchik MP (Russia),

Dr. Sci. Lisicin V.M. (Russia),

Dr. Sci. (Ped.) Mambetkunov E.M.

(Kyrgyz Republic),

Dr. Sci. (Ped.) Pak N.I. (Russia),

Dr.Sc. Sakhiev S.K.,

Dr. Sci. (Ped.) Sedova Ye.A. (Russia),

Dr. Sci. (Ped.) Sydykov B.D.,

Dr. Sci. Tlebayev K.B.,

Dr.Sci.(Engineering) Tuleshov A.K.,

Dr.Sci. Ualiyev Z.G.,

Cand.Sci. Khamraev Sh.I.

© Abai University, 2019

Registered in the Ministry of Information of the

Republic of Kazakhstan,

№ 4824 - Ж - 15.03.2004

(Periodicity: 4 issues per year)

Published since 2000

Signed to print 05.06.2019 г.

Format 60x84 1/8. Vol. 38,5 p.

Printing 300 copies. Order 2.

**Publishing and Editorial:**

050010, 13 Dostyk av.,

Almaty, Kazakhstan

Publisher "Ulagat"

Abai University

Бидайбеков Е.Ы., Конева С.Н., Байдрахманова Г.А. Экспериментальная проверка эффективности обучения компьютерной графике будущих учителей информатики в условиях фундаментализации образования.....	220
Б.Ғ. Бостанов, К.Ү. Үмбетбаев Эл-Фарабидің математикалық мұрасына оқытуды цифрландырудың тиімділігін эксперименттік тексеру.....	228
Гусманова Ф.Р., Абдулкаримова Г.А. Имитациялық модельдеудің құралдарына шолу.....	234
Ерекешева М.М., Байғанова А.М. Информатика мұғалімін даярлауда дуалды оқыту элементтерін қолданудың тиімділігі.	240
Ибраимкулов А.Е., Орынтаева Ж.А., Маметжанова Н.Х., Омирбек Г.О. Мобильді қосымшаларды құру процесін талдау.....	245
Мусагулова Г.Ш., Альменаева Р.У., Мукеева Г.И., Сақытжан Г.Ш. Инвестицияны тиімді басқаруда динамикалық программалауды қолдану.....	251
Олжабаева А.Б., Байман Г.Б., Керімбаев Н.Н. Нақты уақыттағы робот қозғалысын басқару.....	256
Орынбаева Л.К. Факторы информатизации внеучебной деятельности в школе, способствующие личностному развитию обучающихся.....	261
Сағымбаева А.Е., Ниетбаева Н.А. Компьютерлік оқыту ойындарын жасау орталарына талдау.....	265
Сарбасова А.К. Электрондық коммерция жүйесінің модельдері.....	271
Сметанникова Л.М. Цифровая трансформация бизнеса: новые технологии и новые бизнес-модели.....	276
Shuakayev M.K., Nurbayeva D.M., Nurmukhamedova ZH.M., Nazarbekova S.T. Teaching of Omarov's and Mealy's automations for students of natural specialities.....	280
Шалтабаев А.А., Смагулова Л.А., Теберикова Д.Б. Мобильді құрылғыларға арналған қосымшаларды тестілеу әдістерін талдау.....	285
Шалтабаев А.А., Нұрмұханбетов С.М. Python бағдарламалау тіліндегі қосымша дерек түрлері.....	290
Шаяхметова А.С., Сейсенбекова П.Б. Білім алушылардың құзіреттілігін қалыптастыруда байес тәсілінің қолданылуы....	296
Шекербекова Ш.Т., Жанбырбаев А., Жабаев Е.Х. Болашақ информатика мұғалімдерін желілерді модельдеу негізінде компьютерлік желілерге оқытудың қажеттілігі туралы.....	301

## МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

МРНТИ 27.31.17  
УДК 517.95

Г.А. Абдикаликова<sup>1</sup>, Ж.А. Сартабанов<sup>1</sup>, А.Х. Жумагазиев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Актюбинский региональный государственный университет имени К.Жубанова,  
г. Актобе, Казахстан

### СУЩЕСТВОВАНИЕ МНОГОПЕРИОДИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С РАЗЛИЧНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

*Аннотация*

Рассматривается система уравнений в частных производных, приводящаяся к гиперболической системе уравнений по Фридрихсу с различными операторами дифференцирования. Исследуется периодическая краевая задача для системы уравнений гиперболического типа с двумя операторами дифференцирования. Сформулированы определения многопериодического решения в широком смысле, однозначной разрешимости рассматриваемой задачи. Устанавливается эквивалентность периодической краевой задачи гиперболической системы уравнений по Фридрихсу и задачи для семейства обыкновенных дифференциальных уравнений. Построен матрицант удовлетворяющий системе уравнений и получены некоторые её свойства, связанные с многопериодичностью по временным переменным. Предлагается подход алгоритмизации нахождения решений, приближенного построения решения данной задачи. Установлены достаточные условия существования и единственности многопериодического по всем независимым переменным решения в широком смысле по Фридрихсу периодической краевой задачи на характеристиках гиперболической системы уравнений с оператором дифференцирования.

**Ключевые слова:** многопериодичность, гиперболическая система, Фридрихс, оператор дифференцирования, широкий смысл, разрешимость.

*Аңдатпа*

Г.А. Абдикаликова<sup>1</sup>, Ж.А. Сартабанов<sup>1</sup>, Ә.Х. Жұмағазиев<sup>1</sup>

### ӘРТҮРЛІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДАУ ОПЕРАТОРЛЫ ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ ҮШІН БІР ЕСЕПТІҢ КӨП ПЕРИОДТЫ ШЕШІМІНІҢ БАР БОЛУЫ

<sup>1</sup>Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан

Әртүрлі дифференциалдау операторлы Фридрихс бойынша гиперболалық тендеулер жүйесіне келтірілетін дербес туындылы тендеулер жүйесі қарастырылады. Екі дифференциалдау операторлы гиперболалық типті тендеулер жүйесі үшін периодты шеттік есеп зерттелді. Қарастырылған есептің кең мағынадағы көп периодты шешімінің, бірмәнді шешілімдігінің анықтамалары тұжырымдалды. Фридрихс бойынша гиперболалық тендеулер жүйесі үшін периодты шеттік есеп пен қарапайым дифференциалдық тендеулер үйірі үшін есептің эквиваленттілігі тағайындалды. Тендеулер жүйесіне қанағаттандыратын матрицант құрылып, оның уақыт айнымалылары бойынша көп периодтылыққа байланысты кейбір қасиеттері алынды. Аталмыш есептің жуықталған шешімін құрудың, шешімді анықтаудың алгоритмдеу тәсілдемесі ұсынылады. Дифференциалдау операторлы гиперболалық тендеулер жүйесінің характеристикаларында периодты шеттік есептің барлық тәуелсіз айнымалылары бойынша көп периодты Фридрихс бойынша кең мағынадағы шешімнің бар және жалғыз болуының жеткілікті шарттары тағайындалды.

**Түйін сөздер:** көп периодтылық, гиперболалық жүйе, Фридрихс, дифференциалдау операторы, кең мағына, шешілімділік.

*Abstract*

### EXISTENCE OF THE MULTIPERIODIC SOLUTION OF ONE PROBLEM FOR SYSTEM EQUATIONS WITH VARIOUS DIFFERENTIATION OPERATORS

Abdikalikova G.A.<sup>1</sup>, Sartabanov Zh.A.<sup>1</sup>, Zhumagazyev A.Kh.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> K. Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

There is considered a system of partial differential equations leading to hyperbolic system of equations on Friedrichs with various differentiation operators in this article. Periodic boundary value problem for hyperbolic system equations with two differentiation operators have being researched. Definitions of multiperiodic solution in wide extent and unique solvability of considered problem are formulated. Equivalence of periodic boundary value problem for hyperbolic system

equations on Friedrichs and problem for family ordinary differential equations has being established. The matricant that satisfies system of equations is constructed and some of its properties related to multiperiodicity in time variables are obtained. Approach to finding solutions algorithmization of approximate construction given problem solution is presented. Sufficient conditions for existence and uniqueness of multiperiodic in all independent variables solution in wide extent on Friedrichs of periodic boundary value problem the characteristics hyperbolic system equations with differentiation operator are established.

**Keywords:** multiperiodicity, hyperbolic system, Friedrichs, differentiation operator, wide extent, solvability.

**Постановка задачи.** Исследование периодического как по временным так и по пространственным переменным волнового движения потока частиц, описываемого системой уравнений в частных производных представляет собой значительный интерес в теории механики сплошной среды.

Вопросы разрешимости и построения эффективных методов нахождения решения задач для дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с начально-граничными условиями рассмотрены многими авторами, отметим [1-2], где можно найти подробный обзор и библиографию по этим задачам.

Одним из основных задач теории гиперболических уравнений является задача о разрешимости периодической краевой задачи. Разнообразные подходы к исследованию периодической краевой задачи для дифференциальных уравнений с частными производными предложены в многочисленных работах авторов. В [3; 109] изучен линейный газ, молекулы которого обладают только двумя различными значениями скорости, взаимно меняющимися при столкновениях и описывающиеся соответствующей системой уравнений в частных производных первого порядка. В математической литературе большое количество работ, посвящено исследованию почти периодических и многопериодических решений для некоторых классов уравнений в частных производных, отметим лишь [4]-[6]. В [7] найдены решения в широком смысле периодической задачи для гиперболической системы уравнений в частных производных первого порядка, приведенной к каноническому виду. В монографии [8] исследованы вопросы качественной теории периодических и почти периодических решений некоторых эволюционных уравнений. Среди многочисленных исследований, посвященных теории периодических, почти периодических решений, отметим [9-12].

Рассмотрим на  $\bar{\Omega} = \{(t, x) : 0 \leq t \leq T, t \leq x \leq t + q\}$ ,  $T > 0$ ,  $q > 0$  задачу для системы уравнений в частных производных

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{k=1}^n \Phi_k \frac{\partial u}{\partial x_k} = A(t, x)u + f(t, x), \quad u \in R^n \quad (1)$$

$$u(0, x) - u(T, x + T) = 0, \quad x \in [0, q]. \quad (2)$$

Здесь  $u(t, x)$  – искомый  $n$ -вектор-столбец;  $\Phi_k$  – постоянные  $(n \times n)$ -матрицы;  $(n \times n)$ -матрица  $A(t, x)$  и  $n$ -вектор-функция  $f(t, x)$  непрерывны по  $t$  и  $x$  на  $\bar{\Omega}$ , многопериодичны по  $t$ ,  $x$  с вектор-периодом  $(\theta, \omega)$  и выполняется условие  $A(t + p_0\theta, x + p\omega) = A(t, x)$ ,  $f(t + p_0\theta, x + p\omega) = f(t, x)$ ,  $p_i$  – целые числа,  $i = \overline{0, n}$ ,  $p\omega = (p_1\omega_1, p_2\omega_2, \dots, p_n\omega_n)$  –  $n$ -вектор.

Обозначим через  $C(\bar{\Omega}, R^n)$  пространство непрерывных по  $t$  и  $x$  функций  $u: \bar{\Omega} \rightarrow R^n$  с нормой

$$\|u\|_0 = \max_{(t,x) \in \bar{\Omega}} \|u(t, x)\|; \|A\| = \max_{(t,x) \in \bar{\Omega}} \|A(t, x)\| = \max_{(t,x) \in \bar{\Omega}} \max_{i=1, n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}(t, x)|.$$

Предположим, что в системе уравнений (1) матрицы  $\Phi_k$  являются постоянными и имеют вид

$$\Phi_k = \text{diag} \left[ \underbrace{b_k, \dots, b_k}_m, \underbrace{c_k, \dots, c_k}_l \right], \quad b_k \neq c_k, \quad m + l = n.$$

Введем операторы  $D_b = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{k=1}^m b_k \frac{\partial}{\partial x_k}$ ,  $D_c = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{k=1}^l c_k \frac{\partial}{\partial x_k}$  действующие на первые  $m$  и на

последующие  $l$  координат искомой  $n$ -вектор-функций  $u(t, x)$  и система (1) распадается на две подсистемы с различными операторами дифференцирования. Тогда задача (1) - (2) сводится к задаче для гиперболической системы уравнений по Фридрихсу и в координатной форме имеет вид

$$\begin{aligned} D_b u_i &= A_i(t, x)u_i + f_i(t, x), \quad u_i \in R^n, \quad i = \overline{1, m}, \\ D_c u_j &= A_j(t, x)u_j + f_j(t, x), \quad u_j \in R^n, \quad j = \overline{m+1, n}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} u_i(0, x) - u_i(T, x+T) &= 0, \quad x \in [0, q], \quad i = \overline{1, m}, \\ u_j(0, x) - u_j(T, x+T) &= 0, \quad x \in [0, q], \quad j = \overline{m+1, n}. \end{aligned} \quad (4)$$

Будем считать, что выполнены условия  $(\Pi_0)$ , если: симметрические  $(n \times n)$ -матрицы  $A_i(t, x)$ ,  $A_j(t, x)$  и  $n$ -вектор-функции  $f_i(t, x)$ ,  $f_j(t, x)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  непрерывны на  $\overline{\Omega_1} \times \overline{\Omega_2}$  и многопериодичны по  $t$ ,  $x$  с вектор-периодом  $(\theta, \omega)$  и выполняется условие

$$A_i(t + p_0\theta, x + p\omega) = A_i(t, x), \quad A_j(t + p_0\theta, x + p\omega) = A_j(t, x), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{m+1, n}$$

и

$$f_i(t + p_0\theta, x + p\omega) = f_i(t, x), \quad f_j(t + p_0\theta, x + p\omega) = f_j(t, x), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{m+1, n},$$

где  $p_i$  – целые числа,  $i = \overline{0, n}$ ,  $p\omega = (p_1\omega_1, p_2\omega_2, \dots, p_n\omega_n)$  –  $n$ -вектор;

$\overline{\Omega_1} = \{(t, x): 0 \leq t \leq T, bt \leq x \leq bt + q\}$ ,  $\overline{\Omega_2} = \{(t, x): 0 \leq t \leq T, ct \leq x \leq ct + q\}$ ,

$T > 0$ ,  $q > 0$ ,  $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ ,  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  –  $n$ -векторы.

Цель данной работы – установить достаточные условия однозначной разрешимости в широком смысле периодической краевой задачи (3) - (4) для гиперболической системы уравнения по Фридрихсу.

Через  $C(\overline{\Omega_1} \times \overline{\Omega_2}, R^n)$  обозначим пространство непрерывных по  $t$  и  $x$  функций  $u_i: \overline{\Omega_1} \rightarrow R^n$ ,  $u_j: \overline{\Omega_2} \rightarrow R^n$  с нормой  $\|u_i\|_0 = \max_{(t,x) \in \overline{\Omega_1}} \|u_i(t, x)\|$ ;  $\|u_j\|_0 = \max_{(t,x) \in \overline{\Omega_2}} \|u_j(t, x)\|$ ;  $\|A_i\| = \max_{(t,x) \in \overline{\Omega_1}} \|A_i(t, x)\|$ ,  $\|A_j\| = \max_{(t,x) \in \overline{\Omega_2}} \|A_j(t, x)\|$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ .

**Основные результаты.** Непрерывная на  $\overline{\Omega_1} \times \overline{\Omega_2}$  функция  $u(t, x) = (u_1(t, x), u_2(t, x), \dots, u_m(t, x), u_{m+1}(t, x), \dots, u_n(t, x))$  называется многопериодическим решением задачи для гиперболической системы уравнения по Фридрихсу (3) при условии (4) в широком смысле по Фридрихсу [13; 52], если функция  $u(t, x) = (u_1(t, x), u_2(t, x), \dots, u_m(t, x), u_{m+1}(t, x), \dots, u_n(t, x))$  многопериодична по  $t$  и  $x$ , непрерывно дифференцируема по переменной  $t$  вдоль характеристики и удовлетворяет семейству обыкновенных дифференциальных уравнений и условию (4).

Задача (3) - (4) называется однозначно разрешимой в широком смысле, если для любых  $f(t, x) = (f_1(t, x), f_2(t, x), \dots, f_m(t, x), f_{m+1}(t, x), \dots, f_n(t, x)) \in C(\overline{\Omega_1} \times \overline{\Omega_2}, R^n)$  она имеет единственное многопериодическое по  $t$  и  $x$  решение

$u(t, x) = (u_1(t, x), u_2(t, x), \dots, u_m(t, x), u_{m+1}(t, x), \dots, u_n(t, x)) \in C(\overline{\Omega_1} \times \overline{\Omega_2}, R^n)$  непрерывно дифференцируемое по переменной  $t$  вдоль характеристики.

Следуя идее [14] задачу (3) - (4) для гиперболической системы уравнения по Фридрихсу при фиксированных  $\xi_b, \xi_c$  из  $[0, q]$  сводим в области  $\overline{H_1} \times \overline{H_2}$  к периодической задаче семейства обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tau} &= \tilde{A}_i(\tau, \xi_b) \tilde{u}_i + \tilde{f}_i(\tau, \xi_b), \quad \tau \in [0, T], \quad \tilde{u}_i \in R^n, \quad i = \overline{1, m}, \\ \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tau} &= \tilde{A}_j(\tau, \xi_c) \tilde{u}_j + \tilde{f}_j(\tau, \xi_c), \quad \tau \in [0, T], \quad \tilde{u}_j \in R^n, \quad j = \overline{m+1, n}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i(0, \xi) - \tilde{u}_i(T, \xi) &= 0, \quad i = \overline{1, m}, \\ \tilde{u}_j(0, \xi) - \tilde{u}_j(T, \xi) &= 0, \quad j = \overline{m+1, n}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\tilde{u}_i(\tau, \xi_b) = u_i(\tau, b\tau + \xi)$ ,  $\tilde{u}_j(\tau, \xi_c) = u_j(\tau, c\tau + \xi)$ ,  $\tilde{A}_i(\tau, \xi_b) = A_i(\tau, b\tau + \xi)$ ,  $\tilde{A}_j(\tau, \xi_c) = A_j(\tau, c\tau + \xi)$ ,  $\tilde{f}_i(\tau, \xi_b) = f_i(\tau, b\tau + \xi)$ ,  $\tilde{f}_j(\tau, \xi_c) = f_j(\tau, c\tau + \xi)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ .

Пусть выполнены условия (П), если: симметрические  $(n \times n)$ -матрицы  $\tilde{A}_i(\tau, \xi_b)$ ,  $\tilde{A}_j(\tau, \xi_c)$  и  $n$ -вектор-функции  $\tilde{f}_i(\tau, \xi_b)$ ,  $\tilde{f}_j(\tau, \xi_c)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  непрерывны на  $\overline{H}_1 \times \overline{H}_2$  и многопериодичны. Здесь  $\overline{H}_1 = \{(\tau, \xi): 0 \leq \tau \leq T, 0 \leq \xi_b \leq q\}$ ,  $\overline{H}_2 = \{(\tau, \xi): 0 \leq \tau \leq T, 0 \leq \xi_c \leq q\}$ ,  $T > 0$ ,  $q > 0$ .

Непрерывные функции  $\tilde{u}_i(\tau, \xi_b)$ ,  $i = \overline{1, m}$  и  $\tilde{u}_j(\tau, \xi_c)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  называются многопериодическим решением задачи (5)-(6), если функции  $\tilde{u}_i(\tau, \xi_b) \in C(\overline{H}_1, R^n)$ ,  $\tilde{u}_j(\tau, \xi_c) \in C(\overline{H}_2, R^n)$  многопериодичны и имеют непрерывные производные по переменной  $\tau$ , а также удовлетворяют семейству обыкновенных дифференциальных уравнений (5), периодическим условиям (6) при всех  $(\tau, \xi) \in \overline{H}_1 \times \overline{H}_2$ .

Периодическая краевая задача (3)-(4) и задача (5)-(6) эквивалентны в следующем смысле: Если функции  $u_i(t, x)$ ,  $u_j(t, x)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  непрерывны по  $t$  и  $x$  в  $C(\overline{\Omega}_1 \times \overline{\Omega}_2, R^n)$ , являются  $(\theta, \omega)$ -периодическим решением задачи (3)-(4), то для гиперболической системы уравнения по Фридрихсу функции  $u_i(\tau, b\tau + \xi) = \tilde{u}_i(\tau, \xi_b)$ ,  $u_j(\tau, c\tau + \xi) = \tilde{u}_j(\tau, \xi_c)$  будут многопериодическими решениями задачи (5)-(6) семейства обыкновенных дифференциальных уравнений, и наоборот, если непрерывные функции  $\tilde{u}_i(\tau, \xi_b) \in C(\overline{H}_1, R^n)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}_j(\tau, \xi_c) \in C(\overline{H}_2, R^n)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  удовлетворяют системе дифференциальных уравнений (5) и условию (6), то с учетом замены  $\tau = t$ ,  $\xi_b = x - bt$  и  $\xi_c = x - ct$  функции  $\tilde{u}_i(t, x - bt) = u_i(t, x)$ ,  $\tilde{u}_j(t, x - ct) = u_j(t, x)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  – многопериодические решения задачи (3)-(4) на  $\overline{\Omega}_1 \times \overline{\Omega}_2$ .

Пусть  $\tilde{V}(\tau, \xi) = (\tilde{u}^1(\tau, \xi_b), \dots, \tilde{u}^m(\tau, \xi_b), \tilde{u}^{m+1}(\tau, \xi_c), \dots, \tilde{u}^n(\tau, \xi_c))$  – фундаментальная матрица решений системы

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tau} &= \tilde{A}_i(\tau, \xi_b) \tilde{u}_i, \tau \in [0, T], \tilde{u}_i \in R^n, i = \overline{1, m}, \\ \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \tau} &= \tilde{A}_j(\tau, \xi_c) \tilde{u}_j, \tau \in [0, T], \tilde{u}_j \in R^n, j = \overline{m+1, n}, \end{aligned} \quad (7)$$

то матрица Коши имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{K}_i(\tau, s, \xi_b) &= \tilde{V}_i(\tau, \xi_b) \cdot \tilde{V}_i^{-1}(s, \xi_b), \tilde{u}_i \in R^n, i = \overline{1, m}, \\ \tilde{K}_j(\tau, s, \xi_c) &= \tilde{V}_j(\tau, \xi_c) \cdot \tilde{V}_j^{-1}(s, \xi_c), \tilde{u}_j \in R^n, j = \overline{m+1, n}. \end{aligned} \quad (8)$$

Матрицы вида (8) при  $\tau = s$  обращаются в единичную  $(n \times n)$ -матрицу  $E$ . Такую матрицу называют матрицантом. Таким образом, матрицант есть нормированная при  $\tau = s$  фундаментальная матрица решений.

Строится решение  $(\tilde{u}^1(\tau, \xi_b), \dots, \tilde{u}^m(\tau, \xi_b), \tilde{u}^{m+1}(\tau, \xi_c), \dots, \tilde{u}^n(\tau, \xi_c))$  системы (7), удовлетворяющее условию

$$\tilde{V}(0, \xi) - \tilde{V}(T, \xi) = E, \quad (9)$$

где  $\tilde{V}(\tau, \xi) = (\tilde{u}^1(\tau, \xi_b), \dots, \tilde{u}^m(\tau, \xi_b), \tilde{u}^{m+1}(\tau, \xi_c), \dots, \tilde{u}^n(\tau, \xi_c))$ ,  $\tilde{u}^i(\tau, \xi_b) = \text{col}(\tilde{u}_{1i}, \tilde{u}_{2i}, \dots, \tilde{u}_{ni})$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}^j(\tau, \xi_c) = \text{col}(\tilde{u}_{1j}, \tilde{u}_{2j}, \dots, \tilde{u}_{nj})$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ ;  $E$  –  $(n \times n)$ -матрица.

Непосредственно показывается, что  $\tilde{V}_i(\tau, \xi_b)$ ,  $\tilde{V}_j(\tau, \xi_c)$  существует, единственно и имеет место оценка  $\|\tilde{V}_i(\tau, \xi_b)\| \leq p_0 e^{\alpha_b(\tau - \tau_0)}$ ,  $\|\tilde{V}_j(\tau, \xi_c)\| \leq p_0 e^{\alpha_c(\tau - \tau_0)}$ ,  $\tau \geq \tau_0$ ,

где  $\max_{\tau \in [0, T]} \|\tilde{A}_i(\tau, \xi_b)\| = \alpha_b$ ;  $\max_{\tau \in [0, T]} \|\tilde{A}_j(\tau, \xi_c)\| = \alpha_c$ ;  $p_0 - \text{const}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ .

Отметим, что задача (7)-(6) допускает нетривиальное решение тогда и только тогда, когда  $\Delta(0, T) = \det[\tilde{V}(0, \xi) - \tilde{V}(T, \xi)] = 0$ .

Периодическая краевая задача (5)-(6) семейства обыкновенных дифференциальных уравнений эквивалентна системе интегральных уравнений



$$\begin{aligned} \tilde{u}_i(\tau, \xi_b) &= -\int_0^T \tilde{V}_i^{-1}(\tau, \xi_b) d\tau \int_0^\tau [\tilde{V}_i(\tau, \xi_b) \int_t^\tau \{\tilde{V}_i(s, \xi_b) \tilde{u}_i(s, \xi_b) + \tilde{f}_i(s, \xi_b)\} ds + \tilde{f}_i(\tau, \xi_b)] d\tau, \quad i = \overline{1, m}, \\ \tilde{u}_j(\tau, \xi_c) &= -\int_0^T \tilde{V}_j^{-1}(\tau, \xi_c) d\tau \int_0^\tau [\tilde{V}_j(\tau, \xi_c) \int_t^\tau \{\tilde{V}_j(s, \xi_c) \tilde{u}_j(s, \xi_c) + \tilde{f}_j(s, \xi_c)\} ds + \tilde{f}_j(\tau, \xi_c)] d\tau. \end{aligned} \quad (10)$$

Для нахождения решения задачи (5)-(6) строим алгоритм.

Шаг 0: В (10) за начальное приближение примем

$$\tilde{u}_i^{(0)}(\tau, \xi_b) \equiv 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad \tilde{u}_j^{(0)}(\tau, \xi_c) \equiv 0, \quad j = \overline{m+1, n}. \quad (11)$$

Шаг 1: Начальные приближения  $\tilde{u}_i^{(0)}(\tau, \xi_b)$ ,  $\tilde{u}_j^{(0)}(\tau, \xi_c)$  (11) подставим в (10) и находим приближение  $\tilde{u}_i^{(1)}(\tau, \xi_b)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}_j^{(1)}(\tau, \xi_c)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ .

Шаг  $k$ : Продолжив этот процесс на  $k$ -ом шаге получим  $\tilde{u}_i^{(k)}(\tau, \xi_b)$ ,  $\tilde{u}_j^{(k)}(\tau, \xi_c)$ .

Приступим к решению периодической задачи (5)-(6) семейства обыкновенных дифференциальных уравнений по построенному алгоритму.

Используя интегральное представление (10) и учитывая приближения (11) находим  $\tilde{u}_i^{(1)}(\tau, \xi_b)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}_j^{(1)}(\tau, \xi_c)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ :

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{(1)}(\tau, \xi_b) &= -\int_0^T \tilde{V}_i^{-1}(\tau, \xi_b) d\tau \int_0^\tau [\tilde{V}_i(\tau, \xi_b) \int_t^\tau \{\tilde{V}_i(s, \xi_b) \tilde{u}_i^{(0)}(s, \xi_b) + \tilde{f}_i(s, \xi_b)\} ds + \tilde{f}_i(\tau, \xi_b)] d\tau, \\ \tilde{u}_j^{(1)}(\tau, \xi_c) &= -\int_0^T \tilde{V}_j^{-1}(\tau, \xi_c) d\tau \int_0^\tau [\tilde{V}_j(\tau, \xi_c) \int_t^\tau \{\tilde{V}_j(s, \xi_c) \tilde{u}_j^{(0)}(s, \xi_c) + \tilde{f}_j(s, \xi_c)\} ds + \tilde{f}_j(\tau, \xi_c)] d\tau; \end{aligned} \quad (12)$$

Используя приближения  $\tilde{u}_i^{(1)}(\tau, \xi_b)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}_j^{(1)}(\tau, \xi_c)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  (12) из (10) находим:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{(2)}(\tau, \xi_b) &= -\int_0^T \tilde{V}_i^{-1}(\tau, \xi_b) d\tau \int_0^\tau [\tilde{V}_i(\tau, \xi_b) \int_t^\tau \{\tilde{V}_i(s, \xi_b) \times \\ &\times \left[ -\int_0^T \tilde{V}_i^{-1}(\tau, \xi_b) d\tau \int_0^\tau [\tilde{V}_i(\tau, \xi_b) \int_t^\tau \tilde{f}_i(s, \xi_b) ds + \tilde{f}_i(\tau, \xi_b)] d\tau \right] + \tilde{f}_i(s, \xi_b)\} ds + \tilde{f}_i(\tau, \xi_b)] d\tau, \\ \tilde{u}_j^{(2)}(\tau, \xi_c) &= -\int_0^T \tilde{V}_j^{-1}(\tau, \xi_c) d\tau \int_0^\tau [\tilde{V}_j(\tau, \xi_c) \int_t^\tau \{\tilde{V}_j(s, \xi_c) \times \\ &\times \left[ -\int_0^T \tilde{V}_j^{-1}(\tau, \xi_c) d\tau \int_0^\tau [\tilde{V}_j(\tau, \xi_c) \int_t^\tau \tilde{f}_j(s, \xi_c) ds + \tilde{f}_j(\tau, \xi_c)] d\tau \right] + \tilde{f}_j(s, \xi_c)\} ds + \tilde{f}_j(\tau, \xi_c)] d\tau; \end{aligned} \quad (13)$$

Продолжая этот процесс, получим последовательности

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{(0)}(\tau, \xi_b), \tilde{u}_i^{(1)}(\tau, \xi_b), \tilde{u}_i^{(2)}(\tau, \xi_b), \dots, \tilde{u}_i^{(k)}(\tau, \xi_b), \dots, \\ \tilde{u}_j^{(0)}(\tau, \xi_c), \tilde{u}_j^{(1)}(\tau, \xi_c), \tilde{u}_j^{(2)}(\tau, \xi_c), \dots, \tilde{u}_j^{(k)}(\tau, \xi_c), \dots, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{(k)}(\tau, \xi_b) &= -\int_0^T \tilde{V}_i^{-1}(\tau, \xi_b) d\tau \times \\ &\times \int_0^\tau [\tilde{V}_i(\tau, \xi_b) \int_t^\tau \{\tilde{V}_i(s, \xi_b) \tilde{u}_i^{(k-1)}(s, \xi_b) + \tilde{f}_i(s, \xi_b)\} ds + \tilde{f}_i(\tau, \xi_b)] d\tau, \quad k = 0, 1, \dots; \quad i = \overline{1, m}; \\ \tilde{u}_j^{(k)}(\tau, \xi_c) &= -\int_0^T \tilde{V}_j^{-1}(\tau, \xi_c) d\tau \times \end{aligned}$$

$$\times \int_0^T [\tilde{V}_j(\tau, \xi_c) \int_t^\tau \{ \tilde{V}_j(s, \xi_c) \tilde{u}_j^{(k-1)}(s, \xi_c) + \tilde{f}_j(s, \xi_c) \} ds + \tilde{f}_j(\tau, \xi_c)] d\tau, \quad k=0,1,\dots; \quad j = \overline{m+1, n}. \quad (15)$$

Непосредственно можно убедиться что последовательности  $\{ \tilde{u}_i^{(k)}(\tau, \xi_b) \}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\{ \tilde{u}_j^{(k)}(\tau, \xi_c) \}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  сходятся при  $k \rightarrow \infty$ .

Заметим, что при реализации построенного алгоритма на каждом итерационном шаге решаем интегральные уравнения относительно  $\tilde{u}_i^{(k)}(\tau, \xi_b)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}_j^{(k)}(\tau, \xi_c)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ .

Отметим некоторые свойства функции  $\tilde{u}_i(\tau, \xi_b)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}_j(\tau, \xi_c)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ :

- 1) функции  $\tilde{u}_i(\tau, \xi_b)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}_j(\tau, \xi_c)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  удовлетворяют уравнению (5);
- 2) она является многопериодической функцией;
- 3) решение  $\tilde{u}_i(\tau, \xi_b)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{u}_j(\tau, \xi_c)$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  единственно.

Результат сформулируем в виде теоремы.

**Теорема 1.** Если выполнены условия (П), то задача (5)-(6) для семейства обыкновенных дифференциальных уравнений имеет единственное многопериодическое решение  $\tilde{u}_i^*(\tau, \xi_b)$ ,  $\tilde{u}_j^*(\tau, \xi_c)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ .

**Теорема 2.** Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда задача (3)-(4) для гиперболической системы уравнений имеет единственное  $(\theta, \omega)$ -периодическое решение  $u_i^*(t, x)$ ,  $u_j^*(t, x)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$  в широком смысле по Фридрихсу.

Из теоремы 1 вытекает, что задача (5) -(6) семейства обыкновенных дифференциальных уравнений однозначно разрешима.

Так как задача (5)-(6) эквивалентна задаче для гиперболической системы уравнений по Фридрихсу (3)-(4), то получим, что задача (3)-(4) имеет единственное многопериодическое решение  $u_i^*(t, x)$ ,  $u_j^*(t, x)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{m+1, n}$ .

Отметим, что если дополнительно предположить относительно исходных данных и построенного решения в широком смысле непрерывной дифференцируемости по  $t$  и  $x$ , то функция  $u(t, x) = (u_1(t, x), u_2(t, x), \dots, u_m(t, x), u_{m+1}(t, x), \dots, u_n(t, x)) \in C(\overline{\Omega}_1 \times \overline{\Omega}_2, R^n)$ , обладающая непрерывными частными производными  $\frac{\partial u}{\partial t}$  и  $\frac{\partial u}{\partial x}$ , удовлетворяющая уравнению (3) при всех  $(t, x) \in \overline{\Omega}_1 \times \overline{\Omega}_2$  с условиями (4) является и классическим решением периодической краевой задачи (3) - (4).

#### Список использованной литературы:

- 1 Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных / А.М. Нахушев. – М.: Наука, 2006. - 287 с.
- 2 Cesari L.A boundary value problem for quasilinear hyperbolic system // Riv. math. Univ. Parma. – 1974. – Vol.3. № 2. - Pp. 107-131.
- 3 Карлеман Т. Математические задачи кинетической теории газов: пер. с франц. /Т. Карлеман. – М.: – ИЛ, 1960. – 118 с.
- 4 Pucci P. Problemi ai limiti per sistemi di equazioni iperboliche //Boll.Unione Mat. Ital. B. – 1979. – 16. № 5. - Pp. 87-99.
- 5 Bassanini P. Iterative methods for quasilinear hyperbolic systems in the first canonic form //Appl. Anal. – 1981. – 12. № 2. - Pp. 105-117.
- 6 Vejvoda O. et al. Partial differential equations: Time-periodic solutions /O. Vejvoda et al. – Hague; Boston; London, 1982. - 358 p.
- 7 Жестков С.В. О построении многопериодических решений полулинейных гиперболических систем уравнений в частных производных с помощью характеристик // Диф. уравнения. – 1984. – Т. 20. № 9. - С. 1630-1632.
- 8 Умбетжанов Д.У. Почти периодические решения эволюционных уравнений /Д.У. Умбетжанов. – Алма-Ата: Наука, 1990. - 184 с.
- 9 Харасахал В.Х. Почти-периодические решения обыкновенных дифференциальных уравнений /В.Х. Харасахал. – Алма-Ата: Наука, 1970. - 200 с.
- 10 Сартабанов Ж.А., Кульжумиева А.А. Периодические решения систем дифференциальных уравнений с многомерным временем /Ж.А. Сартабанов. – Уральск: РИЦ ЗКГУ, 2013. - 168 с.

11 Бержанов А.Б, Курмангалиев Е.К. Многопериодическое по части переменных решение одной счетной системы квазилинейных уравнений в частных производных //Укр. мат. журн. – 2009. – 61. № 2. - С. 280-288.

12 Sartabanov ZA. The multi-period solution of a linear system of equations with the operator of differentiation along the main diagonal of the space of independent variables and delayed arguments //AIP Conference Proceedings, 2017. – Vol. 1880. № 1, 040020.

13 Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике/ Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яненко. – М.: Наука, 1968. - 592 с.

14 Абдикаликова Г.А. О разрешимости одной нелокальной краевой задачи //Математический журнал ИМ МОН РК. – 2005. –Т. 5. № 3(17). - С. 5-10.

МРНТИ 27.23.23, 27.39

УДК 517.52+517.98

Б.Ш. Алимова<sup>1</sup>, Г.Е.Шегебаева<sup>1</sup>, А.Ж. Мергембаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Қарағанды мемлекеттік техникалық университеті, Қарағанды қ., Қазақстан

## ОПЕРАТОРЛЫҚ ҚАТАРЛАР ҮШІН АБЕЛЬ ЖӘНЕ ДИРИХЛЕ БЕЛГІЛЕРІ

*Аңдатпа*

Мақалада оператордан құрылған қатардың жинақталу белгілері зерттеледі. Квазимонотонды тізбек және тиісті операторлық қатарлар үшін Абель және Дирихле теориясының тұжырымдары дұрыс болмауы мүмкін. Оған мысал келтірілген. RBVS класында жататын сандық тізбектер мен операторлық қатарлардың жинақталу белгілердің арасында байланыс орнатылған. Мақалада келтірілген мысалдардың шешуі квазимонотонды тізбек пен RBVS (rest bounded variation sequences) класстағы тізбек түсінігінің қолданылуымен шығарылды. Осындай классты операторлық қатарларды зерттеу классикалық жоғары математиканың бірнеше позициясымен өзекті мәселе болып табылады. Біріншіден, нольге ұмтылған монотонды тізбекке байланысты операторлық қатарлардың жинақталуы қарастырылады, және екіншіден, монотонды тізбек жағдайында қолданылатын барлық квазимонотонды және RBVS классты тізбек жағдайында анықтау қажет. Бұдан басқа, зерттеудің негізгі тарихи аспектілері мен операторлық қатардың жинақталуы берілген.

**Түйін сөздер:** Операторлық қатар, квазимонотонды тізбек, RBVS класы.

*Аннотация*

Б.Ш. Алимова<sup>1</sup>, Г.Е. Шегебаева<sup>1</sup>, А.Ж. Мергембаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Қарағандинский государственный технический университет, г. Караганда, Казахстан,

## ПРИЗНАКИ АБЕЛЯ И ДИРИХЛЕ ДЛЯ ОПЕРАТОРНЫХ РЯДОВ

В данной статье исследуются признаки сходимости операторных рядов. Доказано, что для квазимонотонной последовательности и соответствующего операторного ряда утверждения теорем Абеля и Дирихле могут быть не правильными. Построены соответствующие примеры. Установлена связь между числовой последовательностью из класса RBVS и признаками сходимости операторных рядов. Решение примеров, приведенных в статье, произведено с применением понятий квазимонотонных последовательностей и последовательностей класса RBVS (rest bounded variation sequences). Изучение таких классов операторных рядов является актуальной проблемой с нескольких позиций классической высшей математики. Во - первых, рассматриваются сходимости операторных рядов в связи с монотонными, стремящимися к нулю последовательностями и во - вторых, все, что приемлемо в случае монотонных последовательностей, необходимо доопределять в случае последовательностей квазимонотонных и класса RBVS. Даны основные исторические аспекты исследования сходимости операторных рядов.

**Ключевые слова:** Операторный ряд, квазимонотонная последовательность, класс RBVS.

*Abstract*

## ABEL AND DIRICHLET SIGNS FOR OPERATOR SERIES

Alimova B.Sh. <sup>1</sup>, Shegebayeva G.E. <sup>1</sup>, Mergembayeva A.Zh. <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Karaganda State Technical University, Karaganda, Kazakhstan

In this article is explored the convergence of operator series. It is proved that for a quasimonotone sequence and the corresponding operator series, the statements of the Abel and Dirichlet theorems may not be correct. Make examples. The connection between the numerical sequence of the class RBVS and signs of convergence of operator series. The solution of the examples given was made using the concepts of quasi-quantized sequences and class sequences. The study of such classes of operator series is an actual problem from several positions of classical higher mathematics. Convergence of

operator series is considered in connection with monotone, zero-prone sequences. Everything that is acceptable in the case of monotone sequences must be determined in the case of mutually monotonic and class sequences. The main historical aspects of the study and the convergence of operator series are given.

**Keywords:** The operator series, quasi-monotone sequence, the class RBVS.

**Теорема 1.** (Абель белгісі)

$\sum_{n=1}^{\infty} A_n$  операторлық қатар жинақты болсын.  $\{a_n\}$  монотонды нөлге ұмтылатын тізбек болсын.

Онда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n A_n$  операторлық қатар жинақты болады.

**Теорема 2.** (Дирихле белгісі)

Егер  $\{a_n\}$  тізбегі монотонды және нөлге ұмтылатын және келесі  $A_n = \sum_{k=1}^n A_k$  шенелген тізбек

болса, онда келесі қатар  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n A_n$  жинақты болады.

Анықтама  $\{a_n\}$  сандық тізбегі берілсін. Егер әрбір  $n$  ( $n=1,2,\dots$ ) үшін  $a_n > a_{n+1}$  болса, онда оны кемімелі тізбек деп атайды. Монотонды кемімелі сандық тізбектер жиының  $MS$  арқылы белгіленеді [1].

Анықтама  $\{b_n\}$  тізбегі квазимонотонды тізбек деп аталады. Егер  $\tau > 0$  саны табылып,  $\frac{b_n}{n^\tau} \downarrow 0$ ,  $n \rightarrow +\infty$  болса. Барлық квазимонотонды тізбектер жиының  $QMS$  арқылы белгіленеді.

*Мысал.*  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  болсын.

$$a_{2n} = \frac{1}{(2n)^2}, a_{2n-1} = \frac{1}{(2n+1)^2}, a_{2n+1} = \frac{1}{(2n+3)^2}$$

$$\frac{1}{9}; \frac{1}{4}; \frac{1}{25}; \frac{1}{16}; \frac{1}{49}; \frac{1}{36}; \dots$$

I)  $a_k > 0$ ,

II)  $\forall n \in \mathbb{N} : a_{2n-1} < a_{2n} > a_{2n+1}$

Бұған көз жеткізу қиын емес,

$$\frac{1}{(2n+1)^2} < \frac{1}{(2n)^2} > \frac{1}{(2n+3)^2}$$

яғни қарастырылып отырған тізбек монотонды емес,

бірақ қандай да бір  $\tau > 0$  саны табылып,  $\frac{a_n}{n^\tau} \downarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$  орындалады.

Шынында да,  $a_{2n} > a_{2n+1}$ ,  $\frac{1}{(2n)^2} > \frac{1}{(2n+1)^2}$

осылайша келесі теңсіздікті аламыз.

$$\frac{a_{2n}}{(2n)^2} > \frac{a_{2n+1}}{(2n+1)^2}$$

Енді  $\frac{a_{2n-1}}{(2n-1)^2} > \frac{a_{2n}}{(2n)^2}$  теңсіздігі үшін орынды екенін көрсетейік.

$$(2n+1)^2 (2n)^2 > (2n-1)^2 (2n)^2$$

Қорыта айтқанда,  $\{a_n\}$  тізбегі квазимонотонды,  $a_n \sim n^{-2}$  монотонды.

Квазимонотонды тізбекке байланысты төмендегідей сұрақ туындайды. Дирихле, Абель теоремаларында  $\{a_n\} \in QMS$  болса теорема тұжырымдары дұрыс бола ма? Осы сұраққа 2010 жылы Қытайдың атақты математик ғалымдары R.J. Li, H.R. Zhang жауап берді.

**Теорема 3.** (Дирихле белгісі үшін)

$A = \{a_n\} \in QM$  тізбек табылып,  $\{b_n\} \in L(E, E)$  операторлар тізбегі үшін  $B_n = \sum_{k=1}^n b_k$  шенелген тізбек

болса, онда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  жинақсыз болады. [2]

*Дәлелдеме.* Мынадай қатарлар берілсін

$$b_n = \begin{cases} \frac{n}{3 \log 3}, n = 1, 2, 3, \dots \\ \frac{1}{\log n}, 3 \cdot 2^{2m} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+1}, m = 0, 1, 2, \dots \\ \frac{n}{3 \cdot 2^{2m+1}} \cdot \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})}, 3 \cdot 2^{2m+1} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+2} \end{cases},$$

$$b_1 = \frac{1}{3 \log 3}, b_2 = \frac{2}{3 \log 3}, b_3 = \frac{1}{\log 3}, b_4 = \frac{1}{\log 4}, b_5 = \frac{1}{\log 5}, b_6 = \frac{1}{\log 6}, b_7 = \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{\log 6}, b_8 = \frac{8}{6} \cdot \frac{1}{\log 6},$$

.....

$\{b_n\}$  тізбегі квазимонотонды тізбек болсын.

$$\frac{b_n}{n} = \begin{cases} \frac{1}{3 \log 3}, n = 1, 2, 3, \dots \\ \frac{1}{n \log n}, 3 \cdot 2^{2m} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+1} \\ \frac{1}{3 \cdot 2^{2m+1}} \cdot \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})}, 3 \cdot 2^{2m+1} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+2}, m = 0, 1, 2, \dots \end{cases},$$

$$\frac{b_{3 \cdot 2^{2m+1}}}{3 \cdot 2^{2m+1}} = \frac{1}{3 \cdot 2^{2m+1} \cdot \log(3 \cdot 2^{2m+1})} = \frac{b_{3 \cdot 2^{2m+1}+1}}{3 \cdot 2^{2m+1}+1},$$

$$\frac{b_{3 \cdot 2^{2m+2}}}{3 \cdot 2^{2m+2}} = \frac{1}{3 \cdot 2^{2m+1} \log(3 \cdot 2^{2m+1})} > \frac{1}{(3 \cdot 2^{2m+2} + 1) \log(3 \cdot 2^{2m+2} + 1)} = \frac{b_{3 \cdot 2^{2m+2}+1}}{3 \cdot 2^{2m+2} + 1} = \frac{1}{(3 \cdot 2^{2m+2} + 1) \log(3 \cdot 2^{2m+2} + 1)}$$

Яғни  $\{b_n\}$  квазимонотонды тізбек. Енді келесі тізбекті қарастырамыз.

$$a_n = \begin{cases} -1, \text{ егер } n = 3 \cdot 2^{2m+1}, m = 0, 1, 2, \dots \\ 1, \text{ егер } n = 3 \cdot 2^{2m+2} \\ 0, \text{ егер } 3 \cdot 2^{2m} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+1} \end{cases}$$

$\{a_n\}$  шенелген тізбек болады.

Енді  $a_n, b_n$  сандарының орындарына қоямыз. Сонда

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot b_n &= \sum_{m=0}^{\infty} \left( \sum_{j=3 \cdot 2^{2m}+1}^{3 \cdot 2^{2m}} a_j \cdot b_j + \sum_{j=3 \cdot 2^{2m+1}+1}^{3 \cdot 2^{2m+2}} a_j \cdot b_j \right) = \sum_{m=0}^{\infty} \left( \frac{-1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} \cdot \frac{3 \cdot 2^{2m+2}}{3 \cdot 2^{2m+1} \log(3 \cdot 2^{2m+1})} \right) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{-3 \cdot 2^{2m+1} + 1}{3 \cdot 2^{2m+1} \log(3 \cdot 2^{2m+1})} = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} \geq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\log 2^{2m+3}} = \frac{1}{\log 2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2m+3}. \end{aligned}$$

Мұндағы гармониялық қатар жинақсыз болады. Сондықтан  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot b_n$  қатар жинақсыз болады.

**Теорема 4.**

$A = \{a_n\} \in QM$  тізбек табылып,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  жинақты болса, онда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  операторлық қатар жинақсыз болады. [3]

$$a_n = \begin{cases} \frac{n}{3 \log 3}, n = 1, 2, 3, \dots \\ \frac{1}{\log n}, 3 \cdot 2^{2m} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+1}, m = 0, 1, 2, \dots \\ \frac{n}{3 \cdot 2^{2m+1}} \cdot \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})}, 3 \cdot 2^{2m+1} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+2} \end{cases}$$

$\{a_n\}$  тізбегі квазимонотонды тізбек болсын және

$$B_n = \begin{cases} I, \text{ егер } n = 3 \cdot 2^{2m+1} \\ -I, \text{ егер } n = 3 \cdot 2^{2m+2}, m = 0, 1, 2, \dots \\ 0, \text{ баскаша} \end{cases}$$

$$\frac{a_n}{n} = \begin{cases} \frac{1}{3 \log 3}, n = 1, 2, 3, \dots \\ \frac{1}{n \log n}, 3 \cdot 2^{2m} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+1} \\ \frac{1}{3 \cdot 2^{2m+1}} \cdot \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})}, 3 \cdot 2^{2m+1} < n \leq 3 \cdot 2^{2m+2}, m = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\frac{a_{3 \cdot 2^{2m+1}}}{3 \cdot 2^{2m+1}} = \frac{1}{3 \cdot 2^{2m+1} \cdot \log(3 \cdot 2^{2m+1})} = \frac{a_{3 \cdot 2^{2m+1} + 1}}{3 \cdot 2^{2m+1} + 1}$$

$$\frac{a_{3 \cdot 2^{2m+2}}}{3 \cdot 2^{2m+2}} = \frac{1}{3 \cdot 2^{2m+1} \log(3 \cdot 2^{2m+1})} > \frac{1}{(3 \cdot 2^{2m+2} + 1) \log(3 \cdot 2^{2m+2} + 1)} = \frac{a_{3 \cdot 2^{2m+2} + 1}}{3 \cdot 2^{2m+2} + 1}$$

Теореманың шарты бойынша  $\left\{ \frac{a_n}{n} \right\}, n \geq 1$  немесе  $\{a_n\} \in QM$ .  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  бар болса, онда  $\{a_n\}$  шенелген

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n B_n$  операторлық қатары жинақсыз болады.

$$\begin{aligned} S_{3 \cdot 2^{2l+2}} &= \sum_{n=4}^{3 \cdot 2^{2l+2}} a_n B_n = \sum_{m=0}^l \left( \sum_{j=3 \cdot 2^{2m+1}}^{3 \cdot 2^{2m+1}} a_j B_j + \sum_{j=3 \cdot 2^{2m+1} + 1}^{3 \cdot 2^{2m+2}} a_j B_j \right) = \\ &= \sum_{m=0}^l \left( \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} \cdot I - I \cdot \frac{3 \cdot 2^{2m+2}}{3 \cdot 2^{2m+1} \log(3 \cdot 2^{2m+1})} \right) = \\ &= I \cdot \sum_{m=0}^l \left( \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} - \frac{2}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} \right) = \\ &= -I \sum_{m=0}^l \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\| S_{3 \cdot 2^{2l+2}} - S_{3 \cdot 2^{2v+2}} \right\|_{L(E,E)} = \left\| -I \sum_{m=0}^l \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} - \left( -I \sum_{m=0}^v \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} \right) \right\| = \\ & = \left\| I \cdot \sum_{m=v+1}^l \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} \right\|_{L(E,E)} = \|I\|_{L(E,E)} \cdot \sum_{m=v+1}^l \frac{1}{\log(3 \cdot 2^{2m+1})} \end{aligned}$$

Ескерту.  $\{a_n\} \in QM$  тізбек табылып,  $B_n = \sum_{k=1}^n b_k$  шенелген  $B_n$  операторлары табылып  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n B_n$

жинақсыз болады.  $\{a_n\} \in QM$  дұрыс болмайтынын көрсетеміз.

Сондықтан  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n B_n$  қатары жинақсыз болады.

Осы теорема 4 операторлық қатарлар үшін орындала ма?

Анықтама  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$  сандық тізбегі берілсін,  $m \geq 1$  болғанда келесі теңсіздік:

$$\sum_{n=m}^{\infty} |a_n - a_{n+1}| \leq C a_m$$

орындалса, (мұндағы  $C > 0$ )  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$  тізбегі RBVS класында жатады деп айтады [4].

Ескерту. Квазимонотонды тізбек пен RBVS класы тең болмайды:  $QMS \neq RBVS$ . Монотонды сандық тізбектер жиыны RBVS класының ішкі жиыны болады:  $MS \subset RBVS$ . Квазимонотонды тізбектер жиыны RBVS класының ішкі жиыны болады:  $QMS \subset RBVS$ .

Ескерту. R.J.Le және H.R.Zhang теоремасы Абель және Дирихле белгілері RBVS класында дұрыс болатындығын дәлелдеді [1].

Операторлық қатарлардың жинақталу шарттарын қарастырамыз.

Операторлық қатар

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n + \dots \tag{1}$$

қарастырайық.

**Теорема 5.**

Егер  $A_n \in L(E, E), n \in N, \{a_n\} \in RBVS$  және  $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$  жинақты болса, онда операторлық қатар

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n A_n$  жинақты болады.

*Дәлел.*  $M > 0$  болсын,  $\sup_{n \geq 1} |a_n| \leq M$  және  $p_k : N \rightarrow N, k = \overline{1, 2}$ , мұндағы

$p_1(n) \leq p_2(n), n \in N$  және  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_1(n) = +\infty$ . Сондықтан

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \sum_{k=p_1(n)}^{p_2(n)} a_k A_k \right\|_{L(E,E)} = 0$$

Теореманың шарты бойынша  $\{a_n\} \in RBVS$

$$\sum_{k=p_1(n)}^{p_2(n)-1} |a_{k+1} - a_k| \leq \sum_{k=p_1(n)}^{\infty} |a_{k+1} - a_k| \leq C \cdot |a_{p_1(n)}|$$

$$\sum_{k=p_1(n)}^{p_2(n)-1} |a_{k+1} - a_k| \cdot \max_{p_1(n) \leq k \leq p_2(n)} \left\| \sum_{l=p_1(n)}^k A_l \right\|_{L(E,E)} =$$

$$= \sum_{k=p_1(n)}^{p_2(n)-1} |a_{k+1} - a_k| \leq \sum_{k=p_1(n)}^{\infty} |a_{k+1} - a_k| \leq C \cdot |a_{p_1(n)}|$$

$(a_n)_{n \geq 1}$  монотонды және шектелген тізбек болғандықтан

$$\left\| \sum_{k=p_1(n)}^{p_2(n)} a_k A_k \right\|_{L(E,E)} \leq C \cdot (|a_{p_2(n)}| + |a_{p_1(n)}|) \cdot \max_{p_1(n) \leq k \leq p_2(n)} \left\| \sum_{l=p_1(n)}^k A_l \right\|_{L(E,E)} =$$

$$= \left\| \sum_{k=p_1(n)}^{p_2(n)} a_k A_k \right\|_{L(E,E)} \leq C \cdot \max_{p_1(n) \leq k \leq p_2(n)} \left\| \sum_{l=p_1(n)}^k A_l \right\|_{L(E,E)}$$

қатар (1) жинақты болғандықтан, онда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \sum_{k=1}^k A_k - S \right\|_{L(E,E)} = 0, \text{ егер } S \in L(E, E)$$

Сондықтан

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{p_1(n) \leq k \leq p_2(n)} \left\| \sum_{l=p_1(n)}^k A_l \right\|_{L(E,E)} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \sum_{k=p_1(n)}^{p_2(n)} A_l \right\|_{L(E,E)} = 0$$

Операторлық қатарлар үшін Коши критерийі бойынша қатар (1) жинақты,  $p_k : N \rightarrow N (k \in \{1, 2\})$ ,  $p_1(n) \leq p_2(n)$ ,  $\forall n \in N$  және  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_1(n) = +\infty$  келесі қатынас орындалады:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \sum_{k=p_1(n)}^{p_2(n)} A_l \right\|_{L(E,E)} = 0$$

Сондықтан  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k A_k$  қатары жинақты болады.

**Теорема 6.** Егер  $A_n \in L(E, E)$ ,  $n \in N$ ,  $\{a_n\} \in RBVS$  және  $B_n = \sum_{k=1}^n A_k$  операторлар тізбегі шектелген

болса, онда операторлық қатар  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n A_n$  жинақты болады.

*Дәлелдеме.*  $\{a_n\}$  тізбегі  $M_0 > 0$  тұрақты саны үшін  $|a_n| \leq M_0$ ,  $n = 1, 2, \dots$  орындалатын болса, онда

$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  жинақты кез-келген  $\varepsilon > 0$  үшін, сонымен қатар  $N > 0$  натурал саны үшін  $m > n > N$ ,  $\left| \sum_{k=n}^m b_k \right| < \varepsilon$

$$B_k = \sum_{l=n}^k b_l, \Delta a_k = a_k - a_{k+1},$$

Абель түрлендіруі.

$$\left| \sum_{k=n}^m a_k b_k \right| = \left| \sum_{k=n}^{m-1} \Delta a_k B_k - a_n B_{n-1} + a_m B_m \right| \leq \varepsilon \sum_{k=n}^{\infty} |\Delta a_k| + 2M_0 \varepsilon, \text{ және } \{a_n\} \in RBVS$$



$$\left| \sum_{k=n}^m a_k b_k \right| \leq (M(A)M_0 + 2M_0)\varepsilon$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  шегі бар,  $\forall \varepsilon > 0$ ,  $N > 0$  сонымен қатар  $|a_n| < \varepsilon$ ,  $n > N$  үшін  $\left| \sum_{k=1}^n b_k \right| \leq M_0$ , мұндағы  $M_0$  -

тұрақты.  $\left\{ \sum_{k=1}^n b_k \right\}$  жинақты.

Абель түрлендіруі және RBVS шарты, кез-келген  $m > n > N$  үшін орындалады.

$$\left| \sum_{k=n}^m a_k b_k \right| = \left| \sum_{k=n}^{m-1} \Delta a_k B_k - a_n B_{n-1} + a_m B_m \right| \leq M_0 \sum_{k=n}^{m-1} |\Delta a_k| + 2M_0 \varepsilon \leq$$

$$\leq M_0 \sum_{k=n}^{\infty} |\Delta a_k| + 2M_0 \varepsilon \leq (M(A)M_0 + 2M_0)\varepsilon$$

Сонымен  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  жинақты.

Мақалада  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  операторлық қатар үшін Абель және Дирихле теоремасы тұжырымдары

$\{a_n\} \in QMS$  болғанда дұрыс жинақсыз болатындығы дәлелденді.

Операторлық қатарлар үшін Абель және Дирихле белгілері RBVS класында дұрыс болатындығы дәлелденді.

Қатарлар теориясы осы уақытқа дейін функциялардың мәндерін жуықтау теориясында, есептеу математикасында, дифференциалдық теңдеулерде, физика, экономика, медицина салаларында пайда болған есептерді компьютердің көмегімен шешуде қолданылады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Le R.J. and Zhang H.R. A Remark on the Abel's and Dirichlet's criterions concerning generalizations to monotonicity // *Acta Math. Hungar*, 129 (1-2) -2010. –P. 153- 159.
- 2 Шегебаева Г.Е, Ақышев Ф.А. Операторлық қатарлардың жинақталу белгілері // *Математика, механика мен информатиканың теориялық және қолданбалы мәселелері: Халықаралық ғылыми конференция материалдары (12-14 маусым 2014 ж.) - Қарағанды, 2014.* - Б. 13-14.
- 3 Шегебаева Г.Е. Признаки сходимости операторных рядов // *Теория функций, функциональный анализ и их приложения: Матер. междунар. научной конф., посвященной 80-летию профессора К.Ж. Наурызбаева.* – Алматы, 2014. – С. 31- 32
- 4 Leindler L. A new class of numerical sequences and its applications to sine and cosine series // *Analysis Mathematica*, -2002, - P. 279- 286.

МРНТИ 27.01.45  
УДК 51:37.016

## CREATING NEW CHALLENGES WITH THE USE OF FINAL DIFFERENCES

Batyrbek K. <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Sh. Ualikhanov Kokshetau State University, Kokshetau, Kazakhstan

### Abstract

In this paper, first used the ideas and methods of calculating finite differences to solve problems of algebra and number theory. Along with the use of the well-known assertions of this formula, the author of this study, within the framework of the very calculus of finite differences, proves some formulas that arose from the needs of just such an application. The method based on the application of first-order differences makes it possible to more effectively and efficiently, compared to the method of mathematical induction, solve and construct problems for proving expressions defined on a set of natural numbers. But the use of first-order differences is not always sufficient for solving problems on divisibility and proof of expression. The author of the article leads to the proof of assertions that have a certain scientific novelty. As well as applying finite differences, he compiled new problems on the divisibility of increased difficulty at the level of Olympiad problems. The tasks presented in the article were compiled by the author.

**Keywords:** method, finite differences, number theory, formula, Olympiad problems, new problems.

### Аннотация

К. Батырбек<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Кокшетауский государственный университет им. Ш. Уалиханова, Казахстан, г. Кокшетау

## СОЗДАНИЕ НОВЫХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

В этой статье впервые используются идеи и методы исчисления конечных разностей для решения задач алгебры и теории чисел. Наряду с использованием известных утверждений этой формулой автором данного исследования в рамках самого исчисления конечных разностей доказываются некоторые формулы, которые возникли из потребностей именно такого их применения. Метод, основанный на применении разностей первого порядка, позволяет более эффективно и рационально по сравнению с методом математической индукции решать и составлять задачи на доказательство равенств, определенных на множестве натуральных чисел. Но применение разностей первого порядка не всегда достаточно для решения задач на делимость и доказательство выражения. Автор статьи приводит к доказательству утверждений, которые обладают определенной научной новизной. А также применяя конечные разности составил новые задачи на делимость повышенной трудности на уровне олимпиадных задач. Задачи приведенные в статье были составлены автором.

**Ключевые слова:** метод, конечные разности, теории чисел, формула, олимпиадные задачи, новые задачи.

### Аңдатпа

К. Батырбек<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ш. Уәлиханов атындағы Көкшетау мемлекеттік университеті, Көкшетау қ., Қазақстан

## ШЕКТЕУЛІ АЙЫРЫМДАРДЫ ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ ЖАҢА ЕСЕПТЕР ҚҰРАСТЫРУ

Бұл мақалада алдымен алгебра және сандар теориясының есептерін шешу үшін шектеулі айырымдарды есептеудің идеялары мен әдістері қолданылады. Белгілі тұжырымдардың формуласын негізге ала отырып, автор осы зерттеудің аясында осындай қолдану қажеттілігінен туындаған кейбір формулаларды шектеулі айырымдар арқылы дәлелдейді. Бірінші ретті айырымдарды қолдануға негізделген әдіс математикалық индукция әдісімен салыстырғанда табиғи сандардың жиынында анықталған тепе-теңдікті дәлелдеу есептерін шешуге және құруға мүмкіндік береді. Бірақ, бірінші ретті айырымдарды қолдану әрқашан бөлінгіштік есепті шешуге және өрнекті дәлелдеуге жеткілікті емес. Автор мақалаға нақты ғылыми жаңалығы бар тұжырымдарды дәлелдеуге келтірді. Сонымен қатар, шектеулі айырымдарды қолдану арқылы математика олимпиадасына беруге болатын, бөлінгіштікке арналған қиындығы жоғары жаңа есептерді құрастырды. Мақалада автордың құрастырған есептері қарастырылады.

**Түйін сөздер:** әдіс, шектеулі айырымдар, сандар теориясы, олимпиада есептері, жаңа есептер.

Differences can also be effectively used to compile the type of problems considered. The basic formula for the composition will be the formula:

$$f(n) = f(1) + \sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(k_1) \quad (1)$$

Where,  $\Delta f(n) = f(n+1) - f(n)$ . For example, let  $f(n) = n^2$ , then

$$f(n+1) - f(n) = (n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1.$$

Calculate  $f(1)=1$ . Substitute in equality (1):

$$n^2 = 1 + \sum_{k_1=1}^{n-1} (2k_1 + 1).$$

We will write without a sum sign:  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$  (2)

This is a well-known example, but as  $f(n)$ , you can take any expression and create such tasks.

Let  $f(n) = n^3$ . Then  $f(n+1) - f(n) = (n+1)^3 - n^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3$

or  $f(n+1) - f(n) = 3n(n+1) + 1$ .

Calculate  $f(1)=1$ , Substitute in equality (1):

$$n^3 = 1 + \sum_{k_1=1}^{n-1} [3k_1(k_1 + 1) + 1]$$

We decompose the series:

$$1 + 7 + 19 + \dots + [3n(n-1) + 1] = n^3$$
 (3)

It is easy to prove that equalities 2 and 3 are true for any natural n.

To solve more complex problems of divisibility and inequalities, calculate differences twice and more [1-2].

We continue this representation  $f(n)$  through finite differences of large orders:

$$\Delta f(k_1) = \Delta f(1) + \sum_{k_2=1}^{k_1-1} \Delta^2 f(k_2)$$
 (4)

Substituting (4) into equality (1), we have:

$$f(n) = f(1) + \sum_{k_1=1}^{n-1} \left( \Delta f(1) + \sum_{k_2=1}^{k_1-1} \Delta^2 f(k_2) \right)$$

or

$$f(n) = f(1) + \sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(1) + \sum_{k_1=2}^{n-1} \sum_{k_2=1}^{k_1-1} \Delta^2 f(k_2)$$
 (5)

$\Delta^3 f(k_2)$  is similarly expressed through  $\Delta^3 f(k_3)$  and we substitute in (5):

$$f(n) = f(1) + \sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(1) + \sum_{k_1=2}^{n-1} \sum_{k_2=1}^{k_1-1} \Delta^2 f(1) + \sum_{k_1=3}^{n-1} \sum_{k_2=2}^{k_1-1} \sum_{k_3=1}^{k_2-1} \Delta^3 f(k_3)$$
 (6)

Summarize the formula:

$$f(n) = f(1) + \sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(1) + \sum_{k_1=2}^{n-1} \sum_{k_2=1}^{k_1-1} \Delta^2 f(1) + \dots + \sum_{k_1=S-1}^{n-1} \sum_{k_2=S-2}^{k_1-1} \dots \sum_{k_{S-1}=1}^{k_{S-2}-1} \Delta^{S-1} f(1) + \sum_{k_1=S}^{n-1} \sum_{k_2=S-1}^{k_1-1} \dots \sum_{k_S=1}^{k_{S-1}-1} \Delta^S f(k_S)$$
 (7)

From general formula, (7) one can make statements or Olympiad problems. Now consider the following tasks:

Let  $f(n) = 3^n$ . Then

1.  $\Delta f(n) = f(n+1) - f(n) = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n$
2.  $\Delta^2 f(n) = \Delta f(n+1) - \Delta f(n) = 2 \cdot 3^{n+1} - 2 \cdot 3^n = 4 \cdot 3^n$
3.  $\Delta^3 f(n) = \Delta^2 f(n+1) - \Delta^2 f(n) = 4 \cdot 3^{n+1} - 4 \cdot 3^n = 8 \cdot 3^n$
4.  $\Delta^4 f(n) = \Delta^3 f(n+1) - \Delta^3 f(n) = 8 \cdot 3^{n+1} - 8 \cdot 3^n = 16 \cdot 3^n$
5.  $\Delta^5 f(n) = \Delta^4 f(n+1) - \Delta^4 f(n) = 16 \cdot 3^{n+1} - 16 \cdot 3^n = 32 \cdot 3^n$

First of all, make sure that the general formula is correct. To do this, we start with formula (1).

$$1. \sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(k_1) = f(n) - f(1).$$

Where,  $f(n) = 3^n$ ,  $\Delta f(n) = 2 \cdot 3^n$ ,  $f(1) = 3$ . Substitute them in the formula above:

$$\sum_{k_1=1}^{n-1} 2 \cdot 3^{k_1} = 3^n - 3.$$

We will write without a sum sign:

$$2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^2 + \dots + 2 \cdot 3^{n-1} = 3^n - 3.$$

If we use the formula for the geometric progression on the left side of this equation.

$$2 \cdot 3 \cdot \frac{3^{n-1} - 1}{3 - 1} = 3^n - 3 \Leftrightarrow 3^n - 3 \equiv 3^n - 3.$$

Therefore, the equality is correct. To mean,

$$\sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(k_1) = 3^n - 3 \tag{8}$$

The resulting expression should be divisible by 2 by formula (8). You can check the truth of this statement by mathematical induction.

So, we need to prove that  $3^n - 3$  is divisible by 2 with natural  $n \geq 2$ .

**Proof:**

1<sup>0</sup>. when  $n = 2$  is  $3^2 - 3 = 6$  - divided by 2.

2<sup>0</sup>. when  $n = 3$  is  $3^3 - 3 = 24$  - divided by 2.

3<sup>0</sup>. Suppose that the statement is true for  $n = k$  and prove for  $n = k + 1$ .

$$3^{k+1} - 3 = 3^k \cdot 3 - 9 + 9 - 3 = 3(3^k - 3) + 6 = 3m + 6 - \text{divided by 2.}$$

2.  $f(n)$  is represented as a sum of finite differences of the second order in the following form:

$$\sum_{k_1=2}^{n-1} \sum_{k_2=1}^{k_1-1} \Delta^2 f(k_2) = \sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(k_1) - \sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(1) \tag{9}$$

Where,  $\sum_{k_1=1}^{n-1} \Delta f(k_1) = 3^n - 3$ ,  $\Delta^2 f(n) = 4 \cdot 3^n$ ,  $\Delta f(1) = 6$ . Substitute them in formula (9):

$$\sum_{k_1=2}^{n-1} \sum_{k_2=1}^{k_1-1} 4 \cdot 3^{k_2} = 3^n - 3 - 6(n-1).$$

We will write without a sum sign:

$$\begin{aligned} 6 \cdot \sum_{k_1=2}^{n-1} (3^{k_1-1} - 1) &= 3^n - 6n + 3 \Leftrightarrow 6 \cdot \sum_{k_1=2}^{n-1} 3^{k_1-1} - 6 \cdot \sum_{k_1=2}^{n-1} 1 = 3^n - 6n + 3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 9(3^{n-2} - 1) - 6(n-2) = 3^n - 6n + 3 \Leftrightarrow 3^n - 6n + 3 \equiv 3^n - 6n + 3. \end{aligned}$$

Therefore, the equality is correct. To mean,

$$\sum_{k_1=2}^{n-1} \sum_{k_2=1}^{k_1-1} 4 \cdot 3^{k_2} = 3^n - 6n + 3 \tag{10}$$

There,  $\sum_{k_1=2}^{n-1} 1 = \sum_{k_1=1}^{n-1} 1 - 1 = n - 2$ .

If the terms with coefficients greater than 4 are replaced by members comparable in modulus 4. We get the expression:

$$3^n - 2n + 3 \tag{11}$$

Due to the fact that  $\Delta^2 f(n) = 4 \cdot 3^n$  is divisible by 4, we can affirm that expression (11) is divisible by 4 for any natural  $n$ .

**Proof:**

1<sup>0</sup>. when  $n = 1$  is  $3 - 2 + 3 = 4$  - divided by 4.

2<sup>0</sup>. when  $n = 2$  is  $3^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 8$  - divided by 4.

3<sup>0</sup>. Suppose that the statement is true for  $n = k$  and prove for  $n = k + 1$ .

$$\begin{aligned} 3^{k+1} - 2(k+1) + 3 &= 3^k \cdot 3 - 2k - 2 + 3 = 3^k \cdot 3 - 2k \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 2k \cdot 3 - 3 \cdot 3 - 2k - 2 + 3 = \\ &= 3(3^k - 2k + 3) + 4k + 8 = 3m + 4k + 8 \text{ - divided by 4.} \end{aligned}$$

3.  $f(n)$  is represented as a sum of finite differences of the second order in the following form:

$$\sum_{k_1=3}^{n-1} \sum_{k_2=2}^{k_1-1} \sum_{k_3=1}^{k_2-1} \Delta^3 f(k_3) = f(n) - f(1) - (n-1)\Delta f(1) - \frac{1}{2}(n-2)(n-1)\Delta^2 f(1) \tag{12}$$

Where,  $\Delta^2 f(1) = 12$ . Substitute them in formula (12):

$$\sum_{k_1=3}^{n-1} \sum_{k_2=2}^{k_1-1} \sum_{k_3=1}^{k_2-1} 8 \cdot 3^{k_3} = 3^n - 3 - (n-1) \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot (n-2)(n-1) \cdot 12.$$

We will write without a sum sign:

$$\begin{aligned} 8 \cdot \sum_{k_1=3}^{n-1} \sum_{k_2=2}^{k_1-1} 3 \cdot \frac{3^{k_2} - 1}{3 - 1} &= 3^n - 3 - 6n + 6 - 6n^2 + 18n - 12 \Rightarrow \\ \Rightarrow 12 \cdot \sum_{k_1=3}^{n-1} \sum_{k_2=2}^{k_1-1} 3^{k_2-1} - 12 \cdot \sum_{k_1=3}^{n-1} \sum_{k_2=2}^{k_1-1} 1 &= 3^n - 6n^2 + 12n - 9 \Rightarrow \\ \Rightarrow 18 \cdot \sum_{k_1=3}^{n-1} (3^{k_2-1} - 1) - 12 \cdot [1 + 2 + \dots + (n-3)] &= 3^n - 6n^2 + 12n - 9 \Rightarrow \\ \Rightarrow 27(3^{n-3} - 1) - 18(n-3) - (n-3)(n-2) &= 3^n - 6n^2 + 12n - 9 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3^n - 6n^2 + 12n - 9 &\equiv 3^n - 6n^2 + 12n - 9. \end{aligned}$$

Therefore, the equality is correct. To mean,

$$\sum_{k_1=3}^{n-1} \sum_{k_2=2}^{k_1-1} \sum_{k_3=1}^{k_2-1} 8 \cdot 3^{k_3} = 3^n - 6n^2 + 12n - 9 \tag{13}$$

If the terms with coefficients greater than 8 are replaced by members comparable in modulus 8. We get the expression:

$$3^n - 6n^2 + 4n + 7 \tag{14}$$

Due to the fact that  $\Delta^2 f(n) = 8 \cdot 3^n$  is divisible by 8, we can affirm that expression (14) is divisible by 8 for any natural  $n$ .

**Proof:**

1<sup>0</sup>. when  $n = 1$  is  $3 - 6 + 4 + 7 = 8$  - divided by 8.

2<sup>0</sup>. Suppose that the statement is true for  $n = k$  and prove for  $n = k + 1$ .

$$\begin{aligned} 3^{k+1} - 6(k+1)^2 + 4(k+1) + 7 &= (3^k \cdot 3 - 6k^2 \cdot 3 + 4k \cdot 3 + 7 \cdot 3) + 6k^2 \cdot 3 - 4k \cdot 3 - 7 \cdot 3 - 6(k+1)^2 + \\ + 4(k+1) + 7 &= 3m + 4k(k+1) + 8(k^2 - 2k - 2) \text{ - divided by 8.} \end{aligned}$$

4. Also, the author has compiled the following sine expression using the general formula (7):

$$\sin^n x - n \sin^2 x + n \sin x - 1 \quad (15)$$

Let us prove that this expression is divisible by  $(\sin x - 1)^2$  with  $n \in N$ .

**Proof:**

$$1^0. \text{ when } n = 1 \text{ is } \sin x - \sin^2 x + \sin x - 1 = -(\sin x - 1)^2 : (\sin x - 1)^2.$$

$$2^0. \text{ when } n = 2 \text{ is } \sin^2 x - 2 \sin^2 x + 2 \sin x - 1 = -(\sin x - 1)^2 : (\sin x - 1)^2.$$

$$3^0. \text{ when } n = 3 \text{ is } \sin^3 x - 3 \sin^2 x + 3 \sin x - 1 = (\sin x - 1)^3 : (\sin x - 1)^2.$$

4<sup>0</sup>. Suppose that the statement is true for  $n = k$  and prove for  $n = k + 1$ .

$$\begin{aligned} & \sin^{k+1} x - (k+1) \sin^2 x + (k+1) \sin x - 1 = \\ & = \sin x (\sin^k x - k \sin^2 x + k \sin x - 1) + k \sin^3 x - k \sin^2 x + \sin x - k \sin^2 x - \sin^2 x + k \sin x + \sin x - 1 = \\ & = \sin x m + k \sin x (\sin^2 x - 2 \sin x + 1) - (\sin^2 x - 2 \sin x + 1) = \sin x m + (\sin x - 1)^2 (k \sin x - 1) : (\sin x - 1)^2 \end{aligned}$$

Mean, the expression (15) is divisible by  $(\sin x - 1)^2$  with  $n \in N$  [3].

5. Thus, the author has compiled a new expression using the general formula (7):

$$5 \cdot 3^n - 4n^5 + 50n^4 - 4n^3 + 64n^2 - 52n - 5 \quad (16)$$

Let us prove that the expression is divisible by 64 for any natural  $n$ .

**Proof:**

To prove, we use the mathematical induction method:

$$1^0. \text{ when } n = 1 \text{ is } 5 \cdot 3 - 4 + 50 - 4 + 64 - 52 - 5 = 64 : 64.$$

$$2^0. \text{ when } n = 2 \text{ is } 5 \cdot 3^2 - 4 \cdot 2^5 + 50 \cdot 2^4 - 4 \cdot 2^3 + 64 \cdot 2^2 - 52 \cdot 2 - 5 = 832 = 64 \cdot 13 : 64.$$

3<sup>0</sup>. Suppose that the statement is true for  $n = k$  and prove for  $n = k + 1$ .

$$\begin{aligned} & 5 \cdot 3^{k+1} - 4(k+1)^5 + 50(k+1)^4 - 4(k+1)^3 + 64(k+1)^2 - 52(k+1) - 5 = \\ & = 3m + 8k(k+1)(k+2)(k+3)(k+4) - 200k(k+1)(k+2)(k+3) + 64(17k^3 + 30k^2 + 22k + 1) : 64. \end{aligned}$$

Here, the product of 4 consecutive positive integers is divisible by 24. Therefore, the expression (16) is divisible by 64 [4].

The basic idea of this work, its novelty lies in the fact that for the first time the methods of calculating finite differences were applied to solving problems of algebra and the theory of numbers. Firstly, the formulas and statements derived in the calculus of finite differences were used, secondly, the author of this work proved some formulas within the framework of this calculus that are aimed specifically at solving problems of algebra and number theory.

#### References:

- 1 Маликов Т.С. Использование конечных разностей при решении задач алгебры. Ч. I – Кокшетау: РИО Кокшетауского университета им. Ш.Уалиханова, 1998, 48 с.
- 2 Мәліков Т.С. Сандар жүйелері: оқу құралы. – Алматы: «Бастау» баспасы, - 2013. – 308 бет.
- 3 Мәліков Т.С., Батырбек Қ. Айырымдарды қолдану арқылы жаңа есептер құру. Көкшетау: Ш.Уәлиханов атындағы Көкшетау мемлекеттік университетінің баспасы. 2018. – 64 б.
- 4 Маликов Т.С., Батырбек К. Доказательство задач повышенной трудности на делимость методом математической индукции // Инновационные подходы в современной науке: сб. ст. по материалам XXXII Международной научно-практической конференции «Инновационные подходы в современной науке». – № 20(32). – М., Изд. «Интернаука», 2018. С. 82-87.

МРНТИ 30.51.43  
УДК 681.3

М.А. Бектемесов<sup>1</sup>, С.Е. Касенов<sup>2</sup>, Ә.А. Сұлтангазин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ОМЫРТҚА ҚОЗҒАЛЫСЫН БАҒДАРЛАМАУДЫҢ КЕЙБІР МӘСЕЛЕЛЕРІ

*Аңдатпа*

Бұл мақалада адам омыртқасын моделдеудің кейбір мәселелеріне арналған ғылыми мақалаларға шолу жасалынды. Жалпы адам ағзасы әртүрлі функционалдық және физиологиялық ерекшеліктерді қамтитын компоненттерді (қаңқалық, қанайналым, ас қорыту, жүйке жүйесі және т.б.) құрайтын күрделі аппарат болып табылғандықтан, медициналық зерттеу саласында адам денесінің ішкі ағзаларын визуальды түрде зерттеу, модельдеу жұмыстары жылдан жылға түрлі жаңаша құралдар мен әдістерді талап етеді. Омыртқа – сондай талапты қажет етерлік адам денесінің бір құрамдас бөлігі. Омыртқалардың математикалық модельдеуі бірнеше бағытта жүргізілді. Әрбір жолдың ерекшеліктерін зерттеушілер өздері үшін қойған есептерімен және осы есептерді шешуге қолданған әдістемелік тәсілдермен анықтады. Адам омыртқасының математикалық модельдеуіне қызығушылық негізінен эксперименттің басқа түрлерін қолдану мүмкін болмаған кезде омыртқа ауруының туындауының әртүрлі жағдайларын болжауға негізделеді. Бұл жағдайларға катапульталану, қауіпсіздік белдіктерін пайдалану, ғарыштық ұшу қауіпсіздігі, хирургиялық емдеу нәтижелері және т.б. жатады.

**Түйін сөздер:** Адам омыртқасы, математикалық моделдеу, үш буынды модель, кинематикалық тізбектер, бағдарламалау.

*Аннотация*

М.А. Бектемесов<sup>1</sup>, С.Е. Касенов<sup>2</sup>, Ә.А. Сұлтангазин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г.Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г.Алматы, Казахстан

## НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРОГРАММИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОЗВОНОЧНИКА

В этой статье выполнен обзор некоторых аспектов моделирования позвоночника человека. Человеческий организм – это сложный «аппарат», составляющие компоненты (скелет, кровеносная, пищеварительная, нервная системы и другие) которого имеют разнообразные функциональные и физиологические особенности. Прогрессивное движение в сфере медицинских исследований требует все более совершенных средств и методов визуализации и моделирования анатомических структур – внутренних органов человеческого тела. Одним из которых является позвоночный столб, как составляющая человеческого организма. Математическое моделирование позвоночника проводилось по нескольким направлениям. Особенности каждого пути определялось теми задачами, которые ставили перед собой исследователи, и теми методологическими подходами, которые они использовали в решении этих задач. Интерес к математическому моделированию позвоночника человека основывается, прежде всего, на желании предсказать поведение позвоночника при различных вариантах его патологии, когда применение других видов эксперимента невозможно. Эти случаи включают в себя проблемы катапультирования, использования привязных ремней, безопасность космических полетов, результаты хирургического лечения и т. д.

**Ключевые слова:** Позвоночник человека, математическое моделирование, трехзвенная модель, кинематические цепи, программирование.

*Abstract*

## SOME PROBLEMS PROGRAMMING THE MOTION OF THE VERTEBRA

Bektemesov M.A.<sup>1</sup>, Kasenov S.E.<sup>2</sup>, Sultangazin A.A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

This article reviews some aspects of human spine modeling. The human body is a complex "apparatus" that make up the components (skeleton, circulatory, digestive, nervous systems, etc.) of which have various functional and physiological features. Progressive movement in the field of medical research requires more and more advanced means and methods of visualization and modeling of anatomical structures - the internal organs of the human body. One of which is the spine, as a component of the human body. Mathematical modeling of the spine was carried out in several directions. The features of each path were determined by the tasks that the researchers set for themselves and the methodological approaches that they used to solve these problems. Interest in mathematical modeling of the human spine is based primarily on the desire to predict the behavior of the spine in various variants of its pathology, when the use of other types

of experiments is impossible. These cases include problems of ejection, the use of seatbelts, the safety of space flight, the results of surgical treatment, etc.

**Keywords:** Human spine, mathematical modeling, three-link model, kinematic chains, programming.

## 1 Кіріспе

Қазіргі уақытта адам денсаулығының мәселесіне көптеп көңіл бөлінуде. Бұл ғылыми-техникалық прогрестің үздіксіз дамуының және қоршаған ортаның бұзылуының салдарына байланысты. Осы тұста остеохондроз, жүректің ишемиялық ауруы, гипертония, қант диабеті және басқалары сынды «қазіргі өркениеттің» ауруларының жаңа белгілері пайда бола бастады. Бұрын бұл аурулар қарт адамдарда жиі кездессе, енді олар жас буын өкілдерінде анықталуда.

Омыртқа адамның тірек-қимыл аппаратының негізгі элементі, жұлын және негізгі перифериялық нервтерді механикалық зақымдардан қорғайтын адам ағзасы болып табылады. Сондықтан адамның денсаулығы омыртқаның күйіне тікелей байланысты. Сколиозды зерттеудің тарихы ұзаққа жатыр, дегенмен бұл ауру тұрғысынан ешқандай емдік шешім табылмады. Қазіргі таңда остеохондроз және басқа да патологиялары бар аурулардың көбею үрдісі байқалады.

Аурудың алдын алу мақсатында адамдарды қатерге ұшыратпай емдеу немесе диагностикалық зерттеу үшін адам омыртқасын сипаттайтын модельдерді қолдану ұсынылады.

Математикалық модельдеу әдістерін қолдану барысында бірнеше себептер маңызды деп танылады:

1. Клиникалық зерттеулер жүргізу мүмкіндігі асқыну қаупіне байланысты шектеледі;
2. Клиникалық тәжірибеде немесе эксперимент барысында алынған нәтижелерге нысанды жеткілікті объективті зерттеуге мүмкіндік бермейтін көптеген факторлар ықпал етеді;
3. Зерттелетін құбылысқа белгілі бір фактордың әсерін оқшаулау және талдау жұмыстары өте қиынға соғады.

Нақты нысандарды модельдеу жұмыстары нәтижеге көптеген шектеулер қойып, нақты тапсырмаға байланысты өзгеріп отырады.

Бірақ модельдің барлығы үшін бірдей критерий бар: нысанның құрылымына мүмкіндігінше сәйкес болып, зерттелетін объектінің геометриялық және физикалық сипаттамаларына сәйкес болуы шарт. Адам ағзасын модельдеу және оның өзгерістерін қадағалау көптеген салалардағы мамандарды қызықтыратын дүние болып табылады. Биомеханика ғылымы – механика моделін құруды зерттеп қарастырады. Биомеханика және физиология саласындағы көптеген ғылыми-зерттеу институттары адам омыртқасының зерттеу жұмыстарын жүргізеді. Осы тұста бірқатар модельдер қамтылса да, олар нақты тапсырмалар тұрғысында әзірленіп, практикалық іске асыруға жеткізілмеген. Бұл зерттеулер медицина саласындағы омыртқаны, травматологияны, хирургияны зерттейтін мамандардың қажеттіліктерін қанағаттандырмайтын зерттеу объектісі болып есептелінген десек артық айтпағандығымыз.

## 2 Омыртқаны сипаттайтын математикалық аппаратқа шолу

Клиникалық тәжірибеде омыртқа пішіні туралы мәселе ретінде, деформацияның түрлі түрлерінде де ауырлықты бағалауда маңызы зор дүние болып саналады [1, 2]. Қалыпты норма мен патология туралы субъективті идеялар бұрын дәрігердің жеке тәжірибесінде бағалау түріне негізделген [3]. Бұл параметрлерді объективтеу әрекеттері әртүрлі рентгендік дифракция әдістеріне тиесілі [4-7]. В.Я. Фищенко және басқа авторлардың пайымдауынша Фергусон техникасын негізге ала отырып, әрбір омыртқалы дененің көлбеу сүйектері ең көрнекті нүктелері арқылы сызықпен перпендикулярға қатысты бейімділігін сипаттап, сколиоздық деформацияның динамикасын неғұрлым нақты талдауға мүмкіндік береді. Склар сколиоздық деформацияны зерттеуге арналған пломбамен радиографиялық сканерлеуді жүргізуді ұсынды. Бірқатар авторлар тірі денелер ағзасындағы әр түрлі бөліктердің омыртқа кеңістіктік бағдарлануын анықтауға тырысқан [7, 8]. Осылайша, қалыпты мойын омыртқасын және оның жекелеген омыртқаларды сипаттайтын құнды зерттеу жұмыстары Л.Б. Фиалкова және А.М. Очкурено, О.М. Йохнова еңбектерінде ұсынылған. Бел омыртқасын сипаттайтын кейбір мөлшерді өлшеу бірліктері спондилолистез кезінде кезігетін дүниелерді И.М. Митбрит және В.Е. Беленьким жүргізілген. Осы әдістердің кейбірі іс жүзінде қолдану барысында тәжірибеде орын тапты, бірақ ақпараттарының күрделілігіне байланысты мамандар кейбір дүниелерді тәжірибе барысында қолданысқа енгізе алмауда. Қолданылған әдістерде кемшіліктер болмайды. Атап айтқанда, олардың көмегі арқылы омыртқалардың арасындағы қарым-қатынасты бағалау, әр омыртқаның кеңістіктік орналасуын анықтау мүмкін емес.



### 3 Адам омыртқасын математикалық модельдеуі

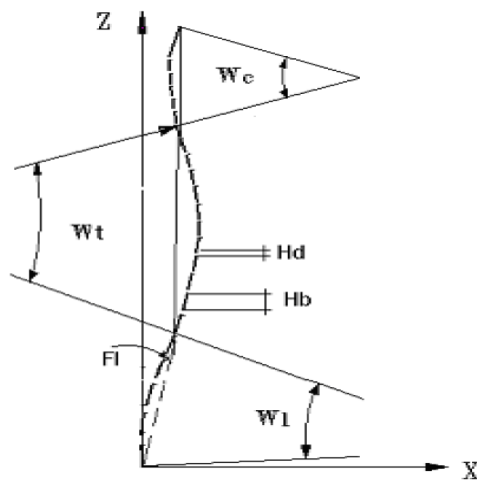
Омыртқаның деформациясының биомеханикасын зерттеудің ең перспективті жолы математикалық модельдеу ретінде қарастырылады [9]. Бұл әдіс клиникалық зерттеулерде асқынудың қаупімен байланысты шектеулердің болмауына байланысты дәлдікпен анықталды.

Модельді зерттеудегі объекті құрылымдық жағынан ұқсас эксперименттің ерекше түрі болып табылады және оны зерттеуге орнын ауыстыруға қабілетті. Бұл әдіс прототип үлгісімен рұқсат етілген ауыстырудың шекараларын белгілейтін және нәтижелерді үлгіден прототипке экстраполяциялайтын ұқсастық қағидатын ұстануды талап етеді. Осы бағытта зерттеулер омыртқаға өзгерістердің әртүрлі деформацияларымен жақсы танысып, емдеудің таңдап алынған түрінің пайдасын ақтауға өзіндік мүмкіндігін береді.

Зерттеулердің қорытындысы бойынша бұл жүйе кешенді әрі күрделі құбылысқа айналып омыртқаның механикасына әсерін тигізді. Сонымен қатар, омыртқаның қолданыстағы математикалық және физикалық үлгілері бірнеше нақты сұрақтарға ғана жауап бере алатындығын көрсетіп, іс жүзінде механика және биомеханика дамуының қазіргі деңгейі кез келген модельдің әмбебаптығына және адам денесінің әмбебап үлгісінің құрылысына әсер етпейтіндігін және кей дүниелердің мүмкін еместігін көрсетті (Ю.Г.Конахаевич, В.А. Ляпин, А.В. Марин, 1988).

#### 3.1 Омыртқаның кинематикалық элементтер моделді тізбегі

Бұл әдістің негізі 1992 жылы Гладков және оның көмекшілері [10] әзірлеген омыртқа формасын математикалық сипаттау әдісі болды. Омыртқа пішіні мен кеңістіктік бағыты (Сурет 1-ге сәйкес) омыртқаның сегменттік органының бірінің өзгерісіне жауап ретінде орын алған барлық кинематикалық және динамикалық өзгерістердің интегралды көрінісі болып табылады. Сол себепті омыртқаның нысанын уақыт талабына сай өзгерту әсер ететін күштердің сапалық сипаттамасын беруге мүмкіндік береді.



Сурет 1. Омыртқа пішіні мен кеңістіктік жағдайын сипаттайтын параметрлердің схемасы,

$W_c$  – мойны омыртқаның доғасының орталық бұрышы;  $W_t$  – кеуде омыртқа доғасының орталық бұрышы;

$W_l$  – бел омыртқаның доғасының орталық бұрышы;  $L_c$  – мойын омыртқаның ұзындығы;  $L_t$  – кеуде омыртқасының ұзындығы;  $L_l$  – бел омыртқасының ұзындығы;  $F_c$  – мойын омыртқа доғасының  $Z$  осіне дейінгі бұрылу бұрышы;  $F_t$  – кеуде омыртқа доғасының  $Z$  осіне дейінгі бұрылу бұрышы;  $F_l$  – белдік омыртқа доғасының  $Z$  осіне дейінгі бұрылу бұрышы;  $H_b$  – веналық омыртқа биіктігі;  $H_d$  – веналь аралық кеңістік биіктігі;  $G_b$  – омыртқа денесінің  $Z$  осіне көлбеу бұрышы;  $F_d$  – дискінің  $Z$  осіне бейімділік бұрышы;  $G_b$  – омыртқалар арасындағы бұрыш;  $\Delta X$  – көлденең жазықтықта жатқан үстіңгі омыртқа бұрышы;  $L_s$  – қисық омыртқаның ұзындығы.

### 3.2 Омыртқаның икемді пішінде бейнеленуі

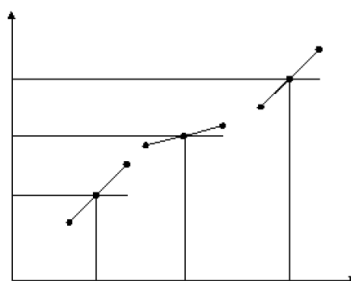
Омыртқаның құрылымы мен оның ішінде әрекет ететін күштерді талдаған кезде біршама өзгерістерге көз жеткізуге болады. Жұмыс барысында мұндай модельдер омыртқа сәйкестігімен қатар, ішінара өзгерістерге әкеп соқтырады. Серпімді элементтермен өзара байланысты бөлінген параметрлерден тұратын жүйелерден жұлын үлгісін қарастыруға болады [11]. Осы тұста омыртқаны өзара байланысты сегменттердің реті деп елестетіңіз. Осылайша, әрбір омыртқа серпімді шыбық, ал омыртқа дискісі ілмек деп қарастыруға болады. Бұл кинематикалық тізбек арқылы алты негізгі параметрлерді есептеу мүмкіндігін беретін механикалық өзгерістерге жауап беретін алғашқы омыртқаны бейнелейді. Неғұрлым егжей-тегжейлі көзқарас осы анатомиялық құрылымның физиологиялық ерекшеліктерін, сондай-ақ омыртқалы және омыртқааралық дискілер арасындағы өзара әрекеттесу күштерін ескеруі керектігін еске салады.

### 3.3 Қозғалыс моделін программалау

Омыртқаны буындар тізбегі ретінде қарастырамыз. Сурет 2-де көрсетілгендей, қатар тұрған үш буын әлі өзара байланысты емес деп көрейік. Әрбір үш буын үшін жалпыланған координаттар енгізе аламыз.  $C_i (i=1,2,3)$  нүктелері буындардың инерция ортасы болсын. Қарапайымдылық үшін  $D_i C_i = C_i E_i = L_i$  болсын және буындарды біріктірген кезде  $E_1$  және  $D_2, E_2$  және  $D_3$  нүктелері беттеседі деп есептейік. Бұл нүктелер топсаның ортасы.  $\varphi_i$  арқылы Ох осіне көлбенген буындар бұрыштарын белгілеп, байланысқан нүктелердің координаттар теңдігін жазамыз:

$$\left. \begin{aligned} x_1 + L_1 \cos \varphi_1 &= x_2 - L_2 \cos \varphi_2 \\ y_1 + L_1 \sin \varphi_1 &= y_2 - L_2 \sin \varphi_2 \\ x_2 + L_2 \cos \varphi_2 &= x_3 - L_3 \cos \varphi_3 \\ y_2 + L_2 \sin \varphi_2 &= y_3 - L_3 \sin \varphi_3 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(1) теңдеулер буындарды бір-бірімен байланыстырады. Механикада оларды байланыс теңдеулері деп атайды.



Сурет 2. Үш буынды модель

Әрбір бос буындар үш дәрежелі еркіндікке ие болғандықтан, үш бос буын жүйесі тоғыз дәрежелі еркіндікке ие.  $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  тоғыз координатты тіреуіш деп атаймыз. Байланыс теңдеулері бес координаттарды қалған төрт координаталар арқылы өрнектеуге мүмкіндік береді, сондықтан үш буын моделінің позициясын анықтау үшін, тоғыз координаттардың бесеуі жеткілікті, біз бұны жалпылама деп атаймыз. Модель бес дәрежелі еркіндікке ие. Модельдің еркіндік дәрежесінің санын азайту үшін,  $D_i$  нүктесі координата басымен дәл келуі керек, яғни қозғалмайтын болуы керек. Бұл тағы екі байланыс теңдеуін береді:

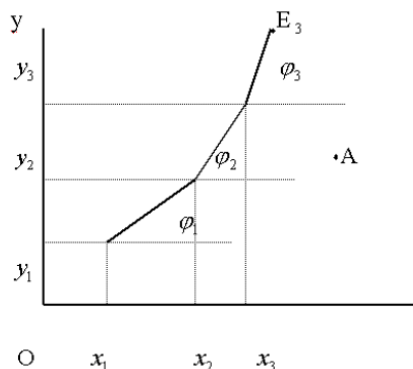
$$\left. \begin{aligned} x_1 - L_1 \cos \varphi_1 &= 0 \\ y_1 - L_1 \sin \varphi_1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Енді модель тек үш дәрежелі еркіндікті болды. Модельдің барлық координаттары жалпыланған үш координата арқылы өрнектеледі. Сызықтық координаттарды бұрыштық координаттар арқылы өрнектейік:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= L_1 \cos \varphi_1 \\ y_1 &= L_1 \sin \varphi_1 \\ x_2 &= 2L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos \varphi_2 \\ y_2 &= 2L_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin \varphi_2 \\ x_3 &= 2L_1 \cos \varphi_1 + 2L_2 \cos \varphi_2 + L_3 \cos \varphi_3 \\ y_3 &= 2L_1 \sin \varphi_1 + 2L_2 \sin \varphi_2 + L_3 \sin \varphi_3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$\varphi_i$  бұрыштарды уақытқа тәуелді кез келген функциялармен бере отырып,  $C_i$  нүктелердің координаттарын табамыз және бұл жүйенің  $C_i$  – қозғалыс заңы болады. Осылайша, (2) теңдеулер жүйесі үш буынды моделдегі жазық қозғалыстың кинематикалық теңдеулері болып табылады.  $E_3$  нүктесінің қозғалысы радиусы  $2(L_1 + L_2 + L_3)$  шеңбер ішінде болғандықтан, кинематикалық есептердің барлығы да шешіле берілмейді. Координаталық жазықтықтың белгілі бір ауданы табылады, осы есептердің барлығы шешілетін. Бұл аймақты қол жетерлік аймағы деп атаймыз. Егер  $\varphi_i$  бұрыштарда, ешқандай шектеулер болмаса, онда қол жетерлік аймағының диапазон радиусы  $2(L_1 + L_2 + L_3)$  шеңберімен шектеледі. Омыртқалардың қозғалысын бағдарламалау жағдайында адамның анатомиясына негізделген  $\varphi_i$  бұрыштарға шектеулер орнатылады. Бұл жағдайда қол жетерлік аймағын тұрғызу күрделене түседі. Есептің негізі мынада, моделдің  $E_3$  нүктесі қол жетерлік аймақта орналасқан А нүктесіне орын ауытыру керек. Сурет 3-ке сәйкес  $E_3$  нүктесінің координаттары:

$$\left. \begin{aligned} x_{E_3} &= 2(L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos \varphi_2 + L_3 \cos \varphi_3) + x_1 \\ y_{E_3} &= 2(L_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin \varphi_2 + L_3 \sin \varphi_3) + y_1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



Сурет 3. Бірлескен мүшелі үш буынды модель

(3) теңдеулер жүйесін  $\varphi_1$  және  $\varphi_2$  бұрыштарға қатысты шешуге болады. (3) теңдеулер жүйесін түрлендірейік:

$$\left. \begin{aligned} L_1 \cos \varphi_1 &= 2(x_{E_3} - x_1) - L_3 \cos \varphi_3 - L_2 \cos \varphi_2 \\ L_1 \sin \varphi_1 &= 2(y_{E_3} - y_1) - L_3 \sin \varphi_3 - L_2 \sin \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Екі теңдеуді квадраттап қосып,  $\varphi_2$  нүктесін табуға болады.  $\varphi_2$ -ні (4) теңдеулер жүйесіне қойып,  $\varphi_1$  нүктесін табамыз.

$$\begin{aligned} L_1^2 \cos^2 \varphi_1 &= \psi_1^2 + L_2^2 \cos^2 \varphi_2 - 2\psi_1 L_2 \cos \varphi_2 \\ L_1^2 \sin^2 \varphi_1 &= \psi_2^2 + L_2^2 \sin^2 \varphi_2 - 2\psi_2 L_2 \cos \varphi_2 \end{aligned}$$

Бұдан:

$$\psi_1 \cos \varphi_2 + \psi_2 \sin \varphi_2 = (\psi_1^2 + \psi_2^2 + L_2^2 - L_1^2) / 2L_2$$

Теңдеулер жүйесін шешімі келесі теңдеуді шешуге келтіріледі:

$$\psi_1 \cos \varphi_2 + \psi_2 \sin \varphi_2 = C$$

1. Шешімнің бірінші нұсқасы:

$$\psi_2 \sin \varphi_2 = C - \psi_1 \cos \varphi_2$$

Осыдан:

$$\psi_2^2 \sin^2 \varphi_2 = C^2 - 2C\psi_1 \cos \varphi_2 + \psi_1^2 \cos^2 \varphi_2$$

$$\psi_2^2 (1 - \cos^2 \varphi_2) = C^2 - 2C\psi_1 \cos \varphi_2 + \psi_1^2 \cos^2 \varphi_2$$

Алмастырамыз:

$$t = \cos \varphi_2$$

$$\psi_2^2 (1 - t^2) = C^2 - 2C\psi_1 t + \psi_1^2 t^2$$

$$(\psi_1^2 + \psi_2^2)t^2 - 2C\psi_1 t + (C^2 - \psi_2^2)$$

$$D = 4C^2\psi_1^2 - 4(\psi_1^2 - \psi_2^2)(C^2 - \psi_2^2) = 4(\psi_1^2\psi_2^2 + \psi_2^4 - \psi_2^2C^2)$$

$$t = \frac{2C\psi_1 \pm \sqrt{D}}{2(\psi_1^2 + \psi_2^2)}$$

2. Шешімнің екінші нұсқасы:

$$\psi_1 \cos \varphi_2 = C - \psi_2 \sin \varphi_2$$

Сол себепті

$$\psi_1^2 \cos^2 \varphi_2 = C^2 - 2C\psi_2 \sin \varphi_2 + \psi_2^2 \sin^2 \varphi_2$$

$$\psi_1^2 (1 - \sin^2 \varphi_2) - C^2 - \psi_2^2 \sin^2 \varphi_2 = -2C\psi_2 \sin \varphi_2$$

Алмастырамыз:

$$t = \sin \varphi_2$$

$$(\psi_1^2 + \psi_2^2)t^2 - 2C\psi_2 t + (C^2 - \psi_1^2) = 0$$

$$D = 4C^2\psi_2^2 - 4(\psi_2^2 - \psi_1^2)(C^2 - \psi_1^2) = 4(\psi_1^2\psi_2^2 + \psi_1^4 - \psi_1^2C^2)$$

$$t = \frac{2C\psi_2 \pm \sqrt{D}}{2(\psi_1^2 + \psi_2^2)}$$

Осы шешімдерді пайдалана отырып, үш буынды модель үлгісін бағдарламалауға болады.

Мақала ҚР БҒМ-ң Ғылым комитетінің № AP05134121 «Жаратылыстанудың кері және қисынды емес есептерін сәйкестендірудің сандық әдістері» жобасының қаржылық қолдауымен орындалды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Аруин А.С., Зацюрский В.М. Эргономическая биомеханика. - М.: Машиностроение, 1988. -256с.
- 2 Bridwell K. H., De Wald R.L. The Textbook of Spinal Surgery. Vol. 1, 1997. -1198 p.
- 3 Нейман, И.З. Идиопатические и диспластические сколиозы. Материалы к патогенезу и оперативному лечению: Автореф. дис. д-ра мед. наук / И.З.Нейман.- М., 1969.- 32 с.
- 4 Ferguson AB. The study and treatment of scoliosis. South Med J 1930; 23:116-120.
- 5 Cobb JR. American Academy of Orthopaedic Surgeons, ed Instructional Course Lectures. Vol. 5. Ann Arbor, MI: JW Edwards; 1948. Outline for the study of scoliosis; pp. 261-75.
- 6 Масловский Г.К. Рентгеновские симптомы подвывиха шейной части позвоночника. Новые методы диагностики и лечения, инструменты, аппаратура и приборы в травматологии и ортопедии: Сборник. Л. 1958; С. 10-20.
- 7 Абальмасова Е.А. Сколиоз в рентгенологическом изображении и его измерение // Ортопедия и травматология. - 1964. - №5. -49с.
- 8 Николаев Л.П. Руководство по биомеханике в применении к ортопедии, травматологии и протезированию.-М.: Медицина, 1985.-315с.
- 9 White A.A., Panjabi M. Clinical Biomechanics of the Spine. - 1978. 536p.
- 10 Гладков А.В. Создание системы клиничко-биомеханического анализа состояния позвоночника при различной патологии: Диссертация д-ра мед. наук.-Новосибирск, 1994.-320с.
- 11 Гладков А.В. Краткий справочник вертебролога. - Новосибирск: Наука.1999.-57с.

МРНТИ 27.41.19  
УДК 519.6

М.А. Бектемесов<sup>1</sup>, С.Е. Касенов<sup>2</sup>, Ж.Ә. Әскербекова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ, Қазақстан

<sup>2</sup> Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ, Қазақстан

## АКУСТИКА ТЕНДЕУІ ҮШІН ЖАЛҒАСТЫРУ ЕСЕБІН ГРАДИЕНТТЕР ӘДІСІМЕН ШЕШУ

*Аңдатпа*

Бұл мақалада акустикалық толқындардың таралуын модельдеу үрдісінің біртекті орта үшін алынған теңдеуінің шешімі ұсынылады. Толқынның бетіндегі біртекті ортадан өлшеніп алынған қосымша ақпараттар көмегімен қандайда бір тереңдікте жатқан ортаның қасиетін анықтау математикалық геофизикада кері есеп ретінде қарастырылады. Осы толқынның таралуы сақталу заңдары бойынша, ортаның қасиетіне байланысты және объектінің параметрлері бойынша дербес туындылы теңдеулермен сипатталады. Біздің қарастыратын акустика есептерінде параметрлері ортаның тығыздығы мен ортадағы толқынның таралу жылдамдығы.

Акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебін градиенттер әдісімен шешу жолы қарастырылған. Мақаланың мақсаты акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебінің шешу алгоритмін алу болып табылады. Акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебі шешіліп, кері есепті шешу алгоритмі көрсетілген. Физикалық тұрғыда, шекарасының бір бөлігі жер бетінде болатын акустикалық толқындар үшін жалғастыру есебі зерттелді. Функционалды минимизациялау кезінде градиенттер әдісі қолданылады. Акустикалық өріс шекарасынан біртектіліктің пайда болуына дейінгі жалғастырудың қисынсыз есебі, сонымен қатар, акустика теңдеулерінің коэффициенттерін анықтауға арналған кері есептер іс жүзінде де тәжірибелік тұрғыда да маңызды есептер болып табылады.

**Түйін сөздер:** Акустика теңдеуі, жалғастыру есебі, градиенттер әдісі, кері есепті шешу алгоритмі.

*Аннотация*

М.А. Бектемесов<sup>1</sup>, С.Е. Касенов<sup>2</sup>, Ж.Ә. Әскербекова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г.Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г.Алматы, Казахстан

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРОДОЛЖЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ АКУСТИКИ МЕТОДОМ ГРАДИЕНТОВ

В данной статье рассматривается решение уравнения распространения акустической волны для однородной среды. Если требуется определить свойства среды расположенных на некоторой глубине, решается с помощью дополнительной информации, получаемой из неоднородной среды на поверхности волны. В математической геофизике эти задачи называются обратными задачами. Распространение акустических волн характеризуется уравнениями в частных производных, полученными из законов сохранения. Свойства среды и параметры объекта описываются коэффициентами этих уравнений. В наших акустических задачах параметрами являются плотности среды и скорость распространения волн в среде.

Целью статьи является построение алгоритма решения задачи продолжения для уравнений акустики. В статье рассмотрен градиентный метод решения задачи продолжения для акустического уравнения. Решена задача продолжения для акустических уравнений и приведен алгоритм решения обратной задачи. С физической точки зрения, мы исследовали задачи продолжения акустических волн с части границы, расположенной на поверхности Земли. Для минимизации функционала используется метод градиентов. Некорректные задачи продолжения с части границы акустических полей в сторону залегания неоднородностей, а также обратные задачи определения коэффициентов уравнений акустики и являются актуальными и практически важными.

**Ключевые слова:** Уравнение акустики, задача продолжения, метод градиентов, алгоритм решения обратной задачи.

*Abstract*

## SOLVING THE CONTINUATION PROBLEM FOR THE ACOUSTICS EQUATION BY THE GRADIENT METHOD

Bektemesov M.A.<sup>1</sup>, Kasenov S.E.<sup>2</sup>, Askerbekkyzy J.A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

In this paper it is recommended to solve the equation of acoustic wave propagation for a homogeneous medium. If it is necessary to determine the properties of the medium located at a certain depth, it is solved with additional information obtained from an inhomogeneous medium on the surface of the wave. In mathematical geophysics, these problems are called inverse problems. The propagation of acoustic waves is described by partial differential equations obtained of conservation laws. The properties of the medium and the parameters of the object are described by the coefficients of these equations.

In acoustic problems, the parameters are the density of the medium and the speed of wave propagation in the medium. The aim of the article is to construct an algorithm for solving the continuation problem for the acoustic equation. Solved the continuation problem for acoustic equations and an algorithm for solving the inverse problem is given. The gradient method for solving the continuation problem for an acoustic equation is considered. From a physical point of view, we investigated the problem of continuation of acoustic waves from a part of the boundary located on the surface of the Earth. To minimize the functional, the gradient method is used. Illposed continuation problems from the part of the boundary of acoustic fields towards the occurrence of inhomogeneities, as well as inverse problems of determining the coefficients of the equations of acoustics, are relevant and practically important.

**Keywords:** Acoustics equation, continuation problem, gradient method, algorithm for solving the inverse problem.

Толқынның бетіндегі біртекті ортадан өлшеніп алынған қосымша ақпараттар көмегімен қандайда бір тереңдікте жатқан ортаның қасиетін анықтау математикалық геофизикада кері есеп ретінде қарастырылады. Геофизикадағы кері есептердің көпшілігі толқын теңдеуі немесе оған әртүрлі жақын келетін теңдеулер кезіндегі дыбыс жылдамдығын анықтауға арналған. Бұл жағдайларда ортаның тығыздығы мен ортаның жұтылуы сияқты параметрлері тұрақты және белгілі болады. Толқынның таралуы сақталу заңдары бойынша, ортаның қасиетіне байланысты және объектінің параметрлері бойынша дербес туындылы теңдеулермен сипатталады. Біздің қарастыратын акустика есебінде параметрлер ортаның тығыздығы мен ортадағы толқынның таралу жылдамдығы. Біз шекарасының бір бөлігі жер бетінде болатын акустикалық толқындар үшін жалғастыру есебін қарастырамыз. Акустикалық өріс шекарасынан біртектіліктің пайда болуына дейінгі жалғастырудың қисынсыз есебі, сонымен қатар, акустика теңдеулерінің коэффициенттерін анықтауға арналған кері есептер іс жүзінде де тәжірибелік тұрғыда да маңызды есептер болып табылады.

Гиперболалық теңдеулер үшін жалғастыру есептерін Р. Курант, М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов т.б. зерттеген. Жалғастыру есебі математикалық физиканың қисынсыз есебіне жатады. Көптеген кері және қисынсыз есептерде ізделінді әртектілік - параметрлері айқын берілген, белгілі бір орта қабатындағы тереңдікте орналасады. Бұл жағдайда тәжірибе жүргізушілер геофизикалық өрістің жердің бетінен әртектілікке қарай жалғастыру есебін қарастырады [1]. Мақалада акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебі шешілген. Физикалық тұрғыда, шекарасының бір бөлігі жер бетінде болатын акустикалық толқындар үшін жалғастыру есебі зерттелді. Функционалды минимизациялау кезінде градиенттер әдісі қолданылады.

### 1 Акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебінің қойылуы

$\Delta(L_x) = \{(x, t) : x \in (0, L_x), t \in (x, 2L_x - x)\}$  облысында жалғастыру есебін қарастырайық:

$$u_{tt} = u_{xx} - \frac{\rho_x}{\rho} u_x \quad (1)$$

$$u_x(0, t) = g(t) \quad (2)$$

$$u(0, t) = f(t) \quad (3)$$

$u(x, t) = v(x, t) \cdot e^{\frac{1}{2} \ln \rho(x)}$  түріндегі түрлендіру жасайық. Сонда біз келесі теңдіктерді аламыз:

$$v_{tt} = v_{xx} - r(x)v \quad (4)$$

$$v_x(0, t) = \phi(t) \quad (5)$$

$$v(0, t) = f(t) \quad (6)$$

мұндағы  $r(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_{xx}\rho - (\rho_x)^2}{\rho^2} + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\rho_x}{\rho}\right)^2$ ,  $\phi(t) = \left(g(t) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_x(0)}{\rho(0)} f(t)\right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \ln \rho(0)}$  және  $f(t) = f(t) \cdot e^{\frac{1}{2} \ln \rho(0)}$

#### 1.1 Тура және кері есеп

Қисынсыз (4) — (6) есебін келесі тура (қисынды) есепке кері есеп ретінде қарастырайық.  $\Delta(L_x) = \{(x, t) : x \in (0, L_x), t \in (x, 2L_x - x)\}$  облысында берілген  $q(x)$  және  $\phi(t)$  функциялары арқылы төмендегі қатынастардан  $v(x, t)$  анықтау қажет:

$$v_{tt} = v_{xx} - r(x)v, \quad (x, t) \in \Delta(L_x) \quad (7)$$

$$v_x(0, t) = \phi(t), \quad t \in \Delta(0, 2L_x) \quad (8)$$

$$v(0, t) = q(t), \quad x \in \Delta(0, L_x) \quad (9)$$

(7) – (9) тура есебінде берілген  $q(x)$  және  $\phi(t)$  функциялары арқылы  $v(x, t)$  анықтау керек.

**Кері есеп** деп (7) – (9) қатынастарынан (7) – (9) тура есеп шешімінің қосымша ақпараты арқылы

$$v(0, t) = q(t) \quad (10)$$

$q(x)$  функциясын табуды айтамыз.

**Анықтама 1**  $q(x) \in W_2^1((0, L_x))$ ,  $\phi(t) \in W_2^1((0, 2L_x))$  болсын. Егер кез-келген  $w \in H^1(\Omega)$  үшін

$$w(x, 2L_x - x) = 0, \quad x \in (0, L_x), \quad (11)$$

орындалып, келесі қатынас бар болса,

$$\iint_{\Delta(L_x)} (w_t v_t - w_x v_x + r(x)wv) dx dt = \int_0^{L_x} w(x, x) q_x(x) dx - \int_0^{2L_x} w(0, t) \phi(t) dt \quad (12)$$

онда  $v \in H^1(\Delta(L_x))$  функциясын (7) – (9) тура есебінің жалпылама шешімі деп атаймыз [2 - 3].

**Теорема 2** (тура есептің жалпылама шешімінің бар болуы туралы)[4].

Егер  $q, \phi \in H^1(\Delta(L_x))$  және  $\|r(x)\|_{C^1(0, L_x)} \leq M$  болса, онда (7) — (9) тура есебі  $v \in H^1(\Delta(L_x))$

түріндегі жалғыз жалпылама шешімге ие және келесі бағалау орынды:

$$\|v\|^2(t) \leq C_*(M) \cdot (\|q\|^2(L_x) + \|\phi\|^2(2L_x))$$

## 2 Акустика теңдеуі үшін жалғастыру есебін градиент әдісі арқылы шешу

Келесі түрдегі  $A$  операторын енгіземіз:

$$A: q(x) \mapsto f(t)$$

$$A: H^1(0, L_x) \mapsto H^1(0, 2L_x)$$

Онда (7) – (10) кері есебі операторлық формада келесі түрде жазылады:

$$Aq = f, \quad (13)$$

Мақсатты функционалды енгіземіз:

$$J(q_n) = \|Aq_n - f\|_{L_2}^2 = \int_0^{2L_x} [v(0, t; q_n) - f(t)]^2 dt \quad (14)$$

(14) мақсатты функционалды градиент әдісі арқылы минимизациялаймыз

$$q_{n+1} = q_n - \alpha_n J'q_n, \quad (15)$$

### 2.1 Мақсатты функционалдың градиентін есептеу

$q_n + \delta q_n$  өсімшесін берейік, онда

$$\delta v = \tilde{v} - v = v(x, t; q_n + \delta q_n) - v(x, t; q_n) \quad (16)$$

(16) белгілеуін пайдаланып,  $J(q_n)$  мақсатты функционалдың өсімшесін есептейміз.

$$\begin{aligned} J(q_n + \delta q_n) - J(q_n) &= \int_0^{2L_x} [v(0, t; q_n + \delta q_n) - f(t)]^2 dt - \int_0^{2L_x} [v(0, t; q_n) - f(t)]^2 dt \\ &= \int_0^{2L_x} [v(0, t; q_n + \delta q_n) - v(0, t; q_n)] \cdot [v(0, t; q_n + \delta q_n) - f(t) + v(0, t; q_n) - f(t)] dt \\ &= \int_0^{2L_x} \delta v(0, t; q_n) \cdot 2[v(0, t; q_n) - f(t)] dt + o(\|\delta v\|) \end{aligned} \quad (17)$$

$\delta v(0, t; q_n)$  -ге қатысты теңдеуді алу үшін, (7) — (9) теңдеуі үшін ұйытқыған есептің қойылымын қарастырайық.

$$\tilde{v}_n = \tilde{v}_{xx} - r(x)\tilde{v}, \quad (18)$$

$$\tilde{v}_x(0, t) = \phi(t) \quad (19)$$

$$\tilde{v}(x, x) = q_n + \delta q_n \quad (20)$$

(18)—(20) қатынасынан (7) — (9) қатынасын азайтып және (16) теңдеуді ескере отырып,  $\delta v$  өсімшесі үшін келесі есепті аламыз:

$$\delta v_{tt} = \delta v_{xx} - r(x)\delta v \quad (21)$$

$$\delta v_x(0, t) = 0 \quad (22)$$

$$\delta v(x, x) = \delta q_n \quad (23)$$

(21)-ді кез келген  $\psi(x, t)$  функциясына көбейтіп,  $\Delta(L_x)$  бойынша интегралдаймыз:

$$0 = \iint_{\Delta(L_x)} (\delta v_{tt} - \delta v_{xx} + r(x)\delta v)\psi dx dt = \int_0^{L_x} \int_x^{2L_x-x} \psi \delta v_{tt} dt dx - \int_0^{L_x} \int_0^t \psi \delta v_{xx} dx dt - \int_{L_x}^{2L_x} \int_0^{2L_x-t} \psi \delta v_{xx} dx dt + \iint_{\Delta(L_x)} r(x)\psi \delta v dx dt.$$

Берілген теңдеуді бөліктеп интегралдаймыз:

$$\begin{aligned} & \int_0^{L_x} [(\psi \delta v_t)_t(x, 2L_x - x) - (\psi \delta v_t)_t(x, x) - (\psi_t \delta v)(x, 2L_x - x) + (\psi_t \delta v)(x, x) + \int_x^{2L_x-x} \psi_{tt} \delta v dt] dx \\ & - \int_0^{L_x} [(\psi \delta v_x)_x(t, t) - (\psi \delta v_x)_x(0, t) - (\psi_x \delta v)_x(t, t) + (\psi_x \delta v)_x(0, t) + \int_0^t \psi_{xx} \delta v dx] dt \\ & - \int_{L_x}^{2L_x} [(\psi \delta v_x)_x(2L_x - t, t) - (\psi \delta v_x)_x(0, t) - (\psi_x \delta v)_x(2L_x - t, t) + (\psi_x \delta v)_x(0, t) + \int_0^{2L_x-t} \psi_{xx} \delta v dx] dt \\ & + \iint_{\Delta(L_x)} r(x)\psi \delta v dx dt. \end{aligned}$$

(22) ескере отырып,

$$\psi_x(x, 2L_x - x) - \psi_t(x, 2L_x - x) = \frac{d\psi}{dx} \Big|_{\frac{dt}{dx}=-1} = \psi_t(x, 2L_x - x)$$

( $t = 2L_x - x$  бағыты бойынша туынды);

$$\delta v_x(x, 2L_x - x) - \delta v_t(x, 2L_x - x) = \frac{d\delta v}{dx} \Big|_{\frac{dt}{dx}=-1} = \delta v_t(x, 2L_x - x)$$

( $t = 2L_x - x$  бағытындағы туынды);

$$\psi_x(x, x) + \psi_t(x, x) = \frac{d\psi}{dx} \Big|_{\frac{dt}{dx}=1} = \psi_t(x, x)$$

( $x = t$  бағытындағы туынды);

$$\delta v_x(x, x) + \delta v_t(x, x) = \frac{d\delta v}{dx} \Big|_{\frac{dt}{dx}=1} = (\delta q)_t(x)$$

( $t = x$  бағытындағы туынды), бөліктеп интегралдап, келесіні аламыз:

$$0 = \iint_{\Delta(L_x)} (\psi_{tt} - \psi_{xx} + r(x)\psi)\delta v dx dt + \int_0^{L_x} [\psi(x, 2L_x - x)(\delta v(x, 2L_x - x))_t \Big|_{t=2L_x-x} - \delta v(x, 2L_x - x)(\psi(x, 2L_x - x))_t \Big|_{t=2L_x-x}] dx$$



$$+ \int_0^{L_x} [\delta v(x, x)(\psi(x, x))_t |_{t=x} - \psi(x, x)(\delta v(x, x))_t |_{t=x}] dx - \int_0^{2L_x} \psi_x(0, t) \delta v(0, t) dt$$

Осыдан түйіндес есептің қойылымы шығады:

$$\psi_{tt} = \psi_{xx} - r(x)\psi \quad (24)$$

$$\psi(x, 2L_x - x) = 0 \quad (25)$$

$$\psi_x(0, t) = 2(u(0, t) - f(t)) \quad (26)$$

онда (21) ескере отырып,

$$\langle \delta q_n, J' q_n \rangle = \int_0^{L_x} \int_0^{L_x} \delta q(2\psi(x, x))_t |_{t=x} dx$$

аламыз.

Анықтама бойынша [3, б.260] функционал өсімшесінің басты бөлігі градиент болып табылады, яғни

$$J' q_n = (2\psi(x, x))_t |_{t=x} \quad (27)$$

мұндағы  $\psi(x, t)$  (24) — (26) түйіндес есептің шешімі болып табылады.

## 2.2 Кері есепті шешу алгоритмі

1.  $q_0$  бастапқы жуықтауын таңдаймыз.
2. Алынған  $q_n$  арқылы (7)-(9) тура есебін шешеміз.
3.  $J(q_n)$  функционалының мәнін (24) теңдеу арқылы есептейміз.
4. Егер мақсатты функционалдың мәні жеткілікті аз болмаса, онда (34)-(36) түйіндес есепті шешеміз.
5.  $J'(q_n)$  функционалының градиентін (37) теңдеу арқылы шешеміз
6.  $q_{n+1} = q_n - \alpha_n J' q_n$  жуықтауын шешіп, 2 пунктке көшеміз.

Мақала ҚР БҒМ-ң Ғылым комитетінің № AP05134121 «Жаратылыстанудың кері және қисынды емес есептерін сәйкестендірудің сандық әдістері» жобасының қаржылық қолдауымен орындалды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Кабанихин С.И., Бектемесов М.А., Нурсеитова А.Т. Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы. – Алматы - Новосибирск: ОФ «Международный фонд обратных задач», 2006.
2. Romanov V. G. Stability estimates in inverse problems for hyperbolic equations // Milan J. Math. 2006. Vol. 74. P. 357–385.
3. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1962. с.96.
4. Kabanikhin S. I., Karchevsky A.L. Method for solving the Cauchy problem for an elliptic equation // J. Inverse Ill-Posed Probl. 1995. Vol. 3, no. 1. P. 21–46.

МРНТИ 27.01.45  
УДК 51:37.016

С.К. Дамекова<sup>1</sup>, К. Батырбек<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ш. Уәлиханов атындағы Көкшетау мемлекеттік университеті, Көкшетау қ., Қазақстан

## БӨЛІНГІШТІККЕ АРНАЛҒАН ОЛИМПИАДА ЕСЕПТЕРІН ДӘЛЕЛДЕУДІҢ ЕРЕКШЕ ТӘСІЛДЕРІ

*Аңдатпа*

Математика қазіргі білім жүйесіндегі негізгі орындардың бірін алып тұр, бұл осы облыстағы білімдердің құндылығын білдіреді, себебі математика бізді қоршаған ортаны зерттеуге қажетті белгілі бір ойлау формаларының қалыптасуына, оларға ғылыми тұрғыдан түсінуге көмектеседі. Сондықтан, қазіргі таңда білім берудің негізгі мақсаттарының бірі және де маңызды міндеттерінің бірі осы заманға сай жан-жақты дамыған тұлғаны тәрбиелеу болғандықтан, математиканы оқыту үрдісінде олимпиадалық есептердің алатын орны әр уақытта ерекше болмақ. Сонымен қатар, олимпиадалық есептерді түсініп шеше білуге үйрету білімнің сапасын арттырады. Оқушылар бөлінгіштікке арналған олимпиада есептерін шығарғанда бір тәсілін білгенімен қалған тәсілдерін білмей жатады. Осы жағдайды ескере отырып, мақаланы аталған тақырып бойынша есептерді шығаруда математикалық индукция әдісі, математикалық индукция әдісінің орнына жүретін әдісті, көрсеткіштік дәреженің қасиеті мен салыстырулардың қасиеті бойынша тәсілдерін қарастырдық.

**Түйін сөздер:** математика, білім, олимпиадалық есептер, бөлінгіштікке арналған олимпиадалық есептер, математикалық индукция әдісі, көрсеткіштік дәреже, салыстырулар.

*Аннотация*

С.К. Дамекова<sup>1</sup>, К. Батырбек<sup>1</sup>

## <sup>1</sup>Кокшетауский государственный университет им. Ш. Уалиханова, Казахстан, г. Кокшетау ОСОБЫЕ СПОСОБЫ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ НА ДЕЛИМОСТЬ

Математика занимает одно из основных мест в современной системе образования, что означает ценность знаний в этой области, так как математика помогает сформулировать определенные формы мышления, необходимые для изучения окружающей среды, понимать с научной точки зрения их. Поэтому в настоящее время одной из основных целей и одной из важнейших задач образования является воспитание современной всесторонне развитой личности. Кроме того, обучение пониманию и решению олимпиадных задач повышает качество знаний. Учащиеся при решении олимпиадных задач на делимость решали одним методом, но не знали остальные способы. Учитывая эту ситуацию, мы рассматривали статью в решении задач по данной теме метод математической индукции, заменяющий метод математической индукции, методы по свойствам показательной степени и свойствам сравнений.

**Ключевые слова:** математика, образование, олимпиадные задачи, олимпиадные задачи на делимость, метод математической индукции, показательная степень, сравнения.

*Abstract*

## SPECIAL METHODS OF PROOF OF OLYMPIAD TASKS FOR THE DIVISIBILITY

Damekova S.K.<sup>1</sup>, Batyrbek K.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kokshetau State University. Sh. Ualihanova, Kokshetau, Kazakhstan

Mathematics occupies one of the main places in the modern education system, which means the value of knowledge in this area, since mathematics helps us to formulate certain forms of thinking necessary for studying the environment, to understand them scientifically. Therefore, at present, one of the main goals and one of the most important tasks of education is the education of a modern, comprehensively developed personality. In addition, learning to understand and solve Olympiad problems improves the quality of knowledge. Students in solving Olympiad problems on divisibility were solved by one method, but did not know the other methods. Given this situation, we considered the article in solving problems on this topic method of mathematical induction, replacing the method of mathematical induction, methods of exponential properties and properties of comparisons.

**Keywords:** mathematics, education, Olympiad problems, Olympiad problems on divisibility, method of mathematical induction, indicative of the degree, comparison.

**Бірінші тәсіл:** Математикалық индукция әдісін қолдану арқылы дәлелдеу.

Кейбір есептерді шығаруда, математикалық сөйлемдерді дәлелдеуде, сонымен қатар, формулаларды қорытып шығару кезінде қолданылатын талдау математикалық индукция әдісі деп аталады. Мұндай талдау арифметикалық және геометриялық прогрессияның  $n$ -ші мүшесінің

формуларын шығару кезінде қолданылады.  $n$  саны бар қандай да бір тұжырымдаманың дұрыстығын көрсету үшін математикалық индукция әдісін қолдану алгоритмі төмендегідей:

1. Берілген тұжырымның  $n = 1$  болғанда дұрыс екенін тексеру;
2. Қандай да бір  $n = k$  болғанда тұжырымды ақиқат деп ұйғару;
3.  $n = k + 1$  үшін ақиқат екенін дәлелдеу. Бұдан тұжырымның  $n$ -нің кез келген мәнінде ақиқат, яғни  $n = 1$  үшін дұрыс болғандықтан,  $n = 2$  үшін де дұрыстығы шығады;  $n = 2$  үшін дұрыс болғандықтан,  $n = 3$  үшін де дұрыстығы шығады және т.с.с. [1].

Енді осы әдісті қолдануға есептерді қарастырайық:

**№1.** Кез келген натурал  $n$  саны үшін

$$n^3 + 5n \tag{1}$$

өрнегі 6-ға бөлінетінін дәлелдеу керек болсын.

**Дәлелдеуі:**

1. Берілген тұжырым  $n = 1$  үшін дұрыс екенін тексереміз:  $1^3 + 5 \cdot 1 = 6$ , ал бұл 6-ға бөлінеді.
2. Айталық,  $n = k$  мәні үшін тұжырым дұрыс болсын, яғни,

$$k^3 + 5k \tag{2}$$

өрнегі 6-ға бөлінсін.

3. Тұжырымның  $k + 1$  мәні үшін де дұрыс болатынын, яғни

$$(k + 1)^3 + 5(k + 1) \tag{3}$$

өрнегінің 6-ға бөлінетінін дәлелдейміз. (3) тұжырымды қалай дәлелдеуге болады? Неден бастау керек? Не белгілі?

II жағдай негізінде (2) тұжырымнан шығу қажеттігі анық болуы керек. Онда қандай да бір тәсілмен (3)-тен  $k^3 + 5k$  өрнегін бөліп алу керек. Бірақ (3)-тен  $k^3 + 5k$  өрнегін бөліп алу үшін жақшаларды ашу керек екені анық, солай істейміз:

$$(k + 1)^3 + 5(k + 1) = k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 5k + 5 = (k^3 + 5k) + 3k(k + 1) + 6 \tag{4}$$

Шынында да,  $k^3 + 5k$  өрнегі бар екен.

(4) теңдіктер тізбегіндегі ең соңғы өрнек – үш өрнектің қосындысы. Олардың әрқайсысының 6-ға бөлінетінін дәлелдеуге болады:  $k^3 + 5k$  өрнегі 6-ға ұйғарым бойынша бөлінеді;  $3k(k + 1)$  өрнегінің 3-ке бөлінетіні көрініп тұр, сонымен бірге ол 2-ге де бөлінеді, өйткені  $k$  немесе  $k + 1$  сандарының бірі 2-ге бөлінеді. Олай болса,  $3k(k + 1)$  өрнегі 6-ға бөлінеді. Ал үшінші қосылғыш 6, ол 6-ға бөлінеді. Алынған өрнектегі барлық қосылғыштар 6-ға бөлінетіндіктен, оның өзі де, яғни  $(k + 1)^3 + 5(k + 1)$  өрнегі де 6-ға бөлінеді. Сонымен, математикалық индукция әдісі бойынша,  $n^3 + 5n$  өрнегі кез келген  $n \in \mathbb{N}$  үшін 6-ға бөлінетіні дәлелденді [2].

**№2.** (Математика облыстық олимпиада, 9 сынып, 1-есеп. 2007-2008) Кез келген натурал  $n$  саны мен теріс емес нақты  $a$  саны үшін

$$n(n + 1)a + 2n \geq 4\sqrt{a}(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}) \tag{5}$$

теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңіз [3].

**Дәлелдеуі:**

1°.  $n = 1$  болғанда

$$2a + 2 \geq 4\sqrt{a} \tag{6}$$

теңсіздік орындалады.

Бұл жерде, Коши теңсіздігін  $\left(\frac{a_1 + a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 a_2}\right)$  қолдану арқылы (6) теңсіздікті дәлелдейміз:

$$2a + 2 \geq 2\sqrt{2a \cdot 2} = 4\sqrt{a}.$$

2°.  $n = k$  болғанда

$$k(k + 1)a + 2k \geq 4\sqrt{a}(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{k}) \tag{7}$$

теңсіздік орындалады деп көрейік.

3°.  $n = k + 1$  болғанда

$$(k+1)(k+2)a + 2(k+1) \geq 4\sqrt{a}(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{k} + \sqrt{k+1}) \quad (8)$$

теңсіздігі орындалатынын дәлелдесек жеткілікті.

$$(k+1)(k+2)a + 2(k+1) = k(k+1)a + 2(k+1)a + 2k + 2 = (k(k+1)a + 2k) + 2(k+1)a + 2 \geq 4\sqrt{a}(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{k}) + 2(k+1)a + 2 \geq 4\sqrt{a}(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{k} + \sqrt{k+1}).$$

Мұнда, Коши теңсіздігі  $(2(k+1)a + 2 \geq 4\sqrt{(k+1)a})$  қолданылды. Бұдан, кез келген натурал  $n$  саны мен теріс емес нақты  $a$  саны үшін (5) теңсіздігі орындалатынын байқаймыз [4].

**Екінші тәсіл:** Мұнда, математикалық индукция әдісінің орнына жүретін әдісті қолданамыз. Мұндай қолданылуға ұсынылатын әдістің дағдылы шешу әдісімен салыстырғандағы басым айырмашылығы оның тиімділігінде болып келеді. Келесі теңдікті дәлелдеу керек болсын:

$$f(n) = u(n) \quad (A)$$

Мұнда,  $f(n)$  мен  $u(n)$  - натурал сандар жиынында анықталған функциялар. Егер төмендегі шарттар орындалса:

I.  $f(1) = u(1),$

II. Кез келген натурал сан үшін  $f(n) - f(n-1) = u(n) - u(n-1)$ , онда (A) теңдік кез келген натурал сан үшін дұрыс.

**Дәлелдеуі:**

$f(n)$  мен  $u(n)$  функцияларын мына түрде жазамыз:

$$f(n) = f(1) + f(2) - f(1) + f(3) - f(2) + \dots + f(n) - f(n-1) = f(1) + \sum_{k=2}^n (f(k) - f(k-1)), \quad (B)$$

$$u(n) = u(1) + u(2) - u(1) + u(3) - u(2) + \dots + u(n) - u(n-1) = u(1) + \sum_{k=2}^n (u(k) - u(k-1)). \quad (C)$$

Бұдан егер I мен II шарттар орындалса, онда (B) мен (C) теңдіктерінің оң жақ бөліктері тең екені шығады, яғни  $f(n) = u(n)$ .  $f(n)$ ,  $n \in N$  функциясының  $f(n) - f(n-1)$  айырымының есептерді дәлелдеуге және құруға қолданылуы, әрине, математикалық индукция әдісіне қарағанда анағұрлым жеңіл, әрі тиімді [2].

Ендеше, келесі есептің шешуін қарастырайық:

**№3.** Кез келген натурал  $n$  саны үшін

$$2^{2n-1} - 9n^2 + 21n - 14 \quad (9)$$

өрнегінің 27-ге бөлінетінін дәлелдеу керек.

**Дәлелдеуі:**

Берілген  $f(n) = 2^{2n-1} - 9n^2 + 21n - 14$  функциясының  $n+1$  және  $n$  нүктелердегі мәндерінің айырымын қарастырамыз:

$$g(n) = f(n+1) - f(n) = 3 \cdot 2^{2n-1} - 18n + 12.$$

$f(n)$  өрнегінің 27-ге бөлінетінін дәлелдеуіміз керек.  $f(n)$ -ті айырымдардың қосындысы етіп жазуға болатындықтан,

$$f(n) = (f(n) - f(n-1)) + (f(n-1) - f(n-2)) + \dots + (f(2) - f(1)) + f(1) = g(n-1) + g(n-2) + \dots + g(1) + f(1)$$

және  $f(1) = 0$  саны 27-ге бөлінетіндіктен, барлық  $n$  үшін  $g(n)$  өрнегінің 27-ге бөлінетіндігін дәлелдесек болғаны.  $g(n)$  өрнегімен де осылай етеміз:

$$h(n) = g(n+1) - g(n) = 9 \cdot 2^{2n-1} - 18$$

айырымын қарастырамыз және  $g(n)$  өрнегін қосынды етіп жазамыз:

$$h(n-1) + h(n-2) + \dots + h(1) + g(1)$$

$g(1) = 0$  болғандықтан, барлық  $n$  үшін  $h(n)$  өрнегінің 27-ге бөлінетіндігін дәлелдесек болғаны.

Бұл енді қиын емес:  $h(1) = 0$ , ал  $n \geq 2$  үшін  $h(n) = 2 \cdot 9(4^{n-1} - 1)$  саны  $a^n - b^n$  белгілі жіктелуі бойынша  $2 \cdot 9(4 - 1)$ -ге бөлінеді. Демек, есеп шешілді [5, 6].

**Үшінші тәсіл:** Көрсеткіштік дәреженің қасиеті бойынша дәлелдеу.

Алгебра пәнінен екі санның бірдей дәрежелі сандардың қосындысы немесе айырмасы, сол сандардың қосындысы немесе айырмасына бөлінетін теорема бар екені белгілі.

1) кез келген натурал  $n$  саны және кез келген  $a$  және  $b$  сандары үшін

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

2) кез келген тақ натурал  $n$  саны және кез келген  $a$  және  $b$  сандары үшін

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

Дәлірек айтқанда,  $a^n - b^n$  өрнегі  $a - b$  өрнегіне бөлінеді. Осы тұжырымды пайдаланып келесі есепті дәлелдейміз [7].

**№4.**  $n \in \mathbb{Z}$  және  $n \geq 0$  үшін

$$7^{n+2} + 8^{2n+1} \tag{10}$$

өрнегі 57-ге бөлінетінін дәлелдеңіз.

**Дәлелдеуі:**

Берілген өрнекті  $S$  деп белгілеп, содан

$$S = 7^{n+2} + 8^{2n+1} = (7^{n+2} + 7^n \cdot 8) + (8^{2n+1} - 7^n \cdot 8) = 57 \cdot 7^n + 8(64^n - 7^n)$$
 түрінде келтіреміз.

Осыдан 64 және 7 сандардың қосындысынан немесе айырмасынан 57 болатындай өрнек түрінде келтіреміз. Яғни,  $64 - 7 = 57$ . Бұдан, екі санның бірдей дәрежелі  $64^n - 7^n$  айырмасын аламыз. Осы айырманы берілген өрнекке қолдансақ, онда  $S$  өрнегі 57-ге бөлінетінін байқаймыз [8].

**Төртінші тәсіл:** Салыстырулардың қасиеттері бойынша дәлелдеу.

Натурал  $m > 1$  саны берілсін. Егер  $a$  және  $b$  сандарына  $(a - b) : m$  болса, онда  $a$  мен  $b$  сандары  $m$  модулі бойынша салыстырымды деп аталады. Белгілеу:  $a \equiv b \pmod{m}$ .

**Теорема:**  $m > 1$  болсын. Бүтін  $a$  және  $b$  сандарына келесі шарттар пара-пар:

- 1)  $a \equiv b \pmod{m}$ ;
- 2)  $a$  және  $b$  сандарының  $m$ -ға бөлгенде қалдықтары тең;
- 3) кейбір бүтін  $t$  - санына  $a = b + mt$ .

**Дәлелдеу:**  $m > 1$  болсын.  $a$  және  $b$  сандарын  $m$ -ға қалдықпен бөлейік:  $a = mq_1 + r_1$  және  $b = mq_2 + r_2$ , мұндағы  $0 \leq r_1, r_2 < m$ .

1)  $\Rightarrow$  2). Егер  $a \equiv b \pmod{m}$  болса, онда  $(a - b) : m$ , яғни  $a - b = (mq_1 + r_1) - (mq_2 + r_2) = m(q_1 - q_2) + (r_1 - r_2) : m$ . Осыдан  $(r_1 - r_2) : m$ . Ал  $|r_1 - r_2| < m$ . Сондықтан  $r_1 - r_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2$ , яғни  $a$  және  $b$  сандарының  $m$ -ға бөлгенде қалдықтары тең.

2)  $\Rightarrow$  3). Егер  $a$  мен  $b$  сандарының  $m$ -ға бөлгенде қалдықтары тең болса, онда  $r_1 = r_2$ , яғни  $a = mq_1 + r_1$  және  $b = mq_2 + r_1$ . Осыдан  $a - mq_1 = b - mq_2$ ,  $a = b + (mq_1 - mq_2) = b + m(q_1 - q_2) = b + mt$ , мұндағы  $t = q_1 - q_2$ .

3)  $\Rightarrow$  1).  $a$  саны  $a = b + mt$  түрінде келтірілсін, мұндағы  $t$  бүтін сан. Онда  $a - b = mt$ , сондықтан  $(a - b) : m$ , яғни  $a \equiv b \pmod{m}$  [7].

**№5.** Кез келген натурал  $n$  саны үшін

$$4 \cdot 5^{2n} + 3 \cdot 6^{2n+1} \tag{11}$$

өрнегі 11-ге бөлінетінін дәлелдеңіз [9].

**Дәлелдеуі:**

Салыстырудың қасиеті бойынша дәлелдейік:

$$4 \cdot 5^{2n} + 3 \cdot 6^{2n+1} = 4 \cdot 25^n + 18 \cdot 36^n \equiv 4 \cdot 3^n + 7 \cdot 3^n \equiv 11 \cdot 3^n \equiv 0 \pmod{11}.$$

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Әбілқасымов А. Корчевский В. Жұмағұлова З. Алгебра: Жалпы білім беретін мектептің 9-сыныбына арналған оқулық. – Өңд., толықт. 3-бас. – Алматы: Мектеп, 2013. – 248 б., сур.
- 2 Мәліков Т.С. Сандар жүйелері: оқу құралы. – Алматы: «Бастау» баспасы, - 2013. – 308 бет.
- 3 Казахстан на предметных олимпиадах // <http://matol.kz/olympiads/88>
- 4 Батырбек Қ., Ырысбек М. Теңсіздіктер: Математика олимпиадаларына дайындалуға арналған оқу-әдістемелік құралы. Астана қаласы. – 2018. -140 б.
- 5 Маликов Т.С. Васильев Н.Б. Рассмотрим разность // Квант. – 1981. - №6. с. 27-30.
- 6 Маликов Т.С. Использование конечных разностей при решении задач алгебры. Ч. I – Кокшетау: РИО Кокшетауского университета им. Ш.Уалиханова, 1998, 48 с.
- 7 Ермаганбетова С.Қ., Сейтенов С.М. Алгебра және сандар теориясы. Көкшетау, Ш. Уалиханов атындағы КМУ, 2012. 392 б.
- 8 Балаян Э.Н. 800 лучших олимпиадных задач по математике для подготовки к ЕГЭ: 9-11 классы. – Ростов н/Д: Феникс, 2013. –217 с.
- 9 Жанасбаева Ұ.Б. Математикалық олимпиада есептері. Оқу-әдістемелік құрал. – Алматы, 2018. – 191 б.

МРНТИ 27.03.66

УДК 510.67

*Г.Е. Жумабекова*

*Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды Мемлекеттік Университеті, Қарағанды қ., Қазақстан*

## **РҰҚСАТТЫЛЫҒЫ БАР БАЙЫТУЛАРДАҒЫ ЙОНСОНДЫҚ ТЕОРИЯЛАРДЫҢ КАТЕГОРЛЫЛЫҒЫ**

*Аңдатпа*

Бұл мақала толық емес теория, яғни йонсондық теориялар аясындағы негізгі ұғымдар мен әдістерді қарастырады. Йонсондық теорияның сигнатурасын байыту арқылы категорлылықтың маңызды нәтижелері айқындалады. Ал, байытудағы рұқсаттылық бойынша йонсондық теориясының экзистенцианальды тұйық кеңейтілуін сақтайтыны байқалады.

Сонымен қатар ұсынылып отырған жұмыста рұқсат етілген байытулардағы арнайы ішкі жиындардың фрагменттерінің модельді-теоретикалық қасиеттері қарастырылады. Рұқсат етілген байытулар йонсон теориясының негізгі синтаксистік қасиетін сақтайтын сигнатурадағы байыту ретінде түсіндіріледі. Осы мақалада қарастырылған йонсон теориясының анықталған жиындардағы компаньон фрагменттерінің қасиеті категорлы болады. Семантикалық модельдің ішкі жиынының формулалық тұйықтамасының модельді-теоретикалық қасиеттері қарастырылған, және олар арнайы шарттар кезінде йонсондық теорияны құрайды. Және де, мақаладағы тұйықтама операторы модулярлы алгеометрияны береді, яғни бұл жағдайда алгебралық тұйықтама мен анықталған тұйықтама сәйкес болады.

**Түйін сөздер:** Йонсондық теория, категорлылық, модельді компаньон, экзистенцианальды тұйық модель, модулярлы теория, алгеометрия.

*Аннотация*

*Г.Е. Жумабекова*

*Қарагандинский государственный университет имени академика Е.А. Букетова, г. Караганда, Казахстан*

## **КАТЕГОРИЧНОСТЬ ЙОНСОНОВСКИХ ТЕОРИЙ В ДОПУСТИМЫХ ОБОГАЩЕНИЯХ**

В данной статье рассматриваются основные понятия и методы в рамках йонсоновских теорий. Основные результаты категоричности определяются путем обогащения сигнатур йонсоновских теорий. И, допустимость в обогащениях сохраняет экзистенциальное расширение в йонсоновских теорий. И также в работе рассматриваются теоретико-модельные свойства компаньонов фрагментов специальных подмножеств в допустимых обогащениях. Под допустимыми обогащениями понимаются обогащения сигнатуры, которые сохраняют основные синтаксические свойства рассматриваемой йонсоновской теории. В этой статье основные свойства компаньонных фрагментов определяемых подмножеств семантической модели данной теории йонссона категоричны. В данной статье рассматриваются теоретико-модельные свойства формульного замыкания подмножества семантической модели, и они при рассмотрении специальных условий образуют йонсоновскую теорию. Причем оператор замыкания, рассматриваемый в данной статье, задает модулярную предгеометрию, в которой алгебраическое замыкание совпадает с определимым замыканием.

**Ключевые слова:** Йонсоновская теория, категоричность, компаньон, модулярная теория, предгеометрия.

Abstract

**CATEGORICITY OF JONSSON THEORIES IN PERMISSIBLE ENRICHMENTS**

Zhumabekova G.E.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Y.A. Buketov Karaganda State University, Karaganda, Kazakhstan

This paper discusses the basic concepts and methods in the framework of Jonsson theories. The main categorical results are determined by enrichments the signatures of Jonsson theories. And, admissibility in enrichments preserves existential expansion in Jonsson theories. In this paper, model-theoretic properties of companions of fragments of special subsets in permissible enrichments are considered. Admissible enrichments are understood as enrichments of a signature that preserve the basic syntactic properties of the Jonsson theory under consideration. The study of the properties of companions of the Jonsson theory is related to the classical problematics of studying inductive theories, which was determined at the time by one of the founders of the theory models A. Robinson. In this paper, the main properties of companion fragments of definable subsets of the semantic model of a given Jonsson theory is categoricity and it is considered. This article discusses the model-theoretic properties of the formula closure of a subset semantic model, and when considering special conditions form the Jonsson theory. Moreover, the closure operator considered in this article defines a modular pregeometry in which the algebraic closure coincides with a definable closure.

**Keywords:** The Jonsson theory, categoricity, model companion, existential closed model, modular theory, pregeometry.

Модельдер теориясының дамуының екі бағытын айқындайық. Ч. Кейслердің белгілі кітабында бұл бағыттарды батыс және шығыс модельдер теориясы деп атаған, себебі негізін салушылардың бірі А. Тарский 1940 жылдардан бастап АҚШ-тың батыс жағалауында, ал екінші негізін салушы А. Робинсон шығыс жағалауында өмір сүрген. Батыс модельдер теориясы Скулем мен Тарский салып кеткен із бойынша дамыды. Ол көбіне сандар теориясы, талдау және жиындар теориясындағы мәселелер негізінде қаланды, және де бұл жерде бірінші ретті тілдің барлық формулалары қолданылады [1].

Шығыс модельдер теориясы Мальцев пен Робинсон еңбектерінің негізінде дамыды. Ол абстрактылы алгебра мәселелерімен өрбіді, мұнда теория формулалары әдетте екі үлкен кванторлар тобына ие болады. Яғни басты назарды кванторсыз формулалар жиыны мен экзистенциальды формулаларға бұрады. жалпы айтқанда шығыс модельдер теориясының толық теорияларды зерттейтін батыс модельдерден айырмашылығы – толық емес теориялармен жұмыс жасауы. Толық емес теориялар класы өте кең ұғым, сондықтан тек индуктивті теориялармен ( $\forall\exists$ -аксиоматизацияланған) шектелеміз. Қарастырылып отырған теорияның толықтығы мағынасында максималды талабы ретінде  $\forall\exists$ -толықтылық алынады. Осы талаптарды йонсондық теориялар қанағаттандырады. Сонымен, йонсондық теорияларды зерттеу «шығыс» модельдер теориясының мәселесіне қатысты болатындығына көз жеткіземіз.

Мақаланың негізгі мақсаты – модельдер теориясының жаңаша әзірлемелерін қолдана отырып, йонсондық теориялар мен олардың кейбір жалпыламаларын зерттеу мүмкіндігі болатын модельдер теориясының негізгі ұғымдары мен әдістерінің аясын кеңейту. Толық емес теорияларды зерттеудегі техникамыз стандартты болып табылады. Зерттеу әдісінің маңыздылығы - йонсондық теорияның центрінің элементарлы қасиеттерін өз-өзіне көшіру.

Сонымен қатар мақалада ең алғаш Т.Г. Мұстафин ұсынған йонсондық теорияларды зерттеу әдісі [2], [3] қарастырылады. Бұл әдістің негізі кез келген  $T$  йонсондық теориялар модельдер класы мен  $T^*$  модельдер теориясының арасындағы байланыс болып табылады, мұндағы,  $T^* = Th(C)$ , ал  $C$  -  $T$  теориясының  $T$ -эмбебап,  $T$ -біртекті моделі.

$C$  моделі Морли-Воота [4] теоремасы арқылы табылады, сонымен қатар  $C$  семантикалық, ал  $T^*$  -  $T$  йонсондық теориясының синтаксистік инварианты болады.

Әрі қарай, Т.Г. Мұстафин ұстанған әдіспен жалғастырамыз, тек [7] жұмысындағы семантикалық модельдің анықтамасын өзгертеміз. Ал белгілеулерді стандартты [3] жұмысындағыдай қалдыра береміз. Мақаладағы барлық анықтамалар белгілі және оларды [3] жұмысынан көруге болады.

Бірінші ретті саналымды  $L$  тіліндегі  $T$  теориясын қарастырайық.

**Анықтама 1.** Айтарлық,  $\kappa \geq \omega$  болсын.  $T$  теориясының  $M$  моделі  $T$  теориясы үшін  $\kappa$ -эмбебап болады, егер  $T$  теориясының  $\kappa$  қуаттылығынан қатаң аз қуаттылықтағы әрбір моделі  $M$  моделіне изоморфты енгізілсе;  $T$  теориясы үшін  $\kappa$ -біртекті болады, егер  $T$  теориясының  $\kappa$  қуаттылығынан қатаң аз қуаттылықтағы  $M$  моделінің ішкі модельдері болатын  $A$  және  $A_1$  модельдері бойынша және  $A$  моделінің  $M$  моделінің ішкі моделі болатын  $B$  кеңейтілуі үшін  $f: A \rightarrow A_1$  изоморфизмі бойынша  $T$

теориясының  $k$  қуаттылығынан қатаң аз қуаттылықтағы  $A_1$  моделінің  $M$  моделінің ішкі моделі болатын  $B_1$  кеңейтілуі және  $f$  изоморфизмін жалғастыратын  $f: B \rightarrow B_1$  изоморфизмі табылса.

**Анықтама 2.**  $T$  теориясы үшін біртекті-эмбебап модель  $k$  қуаттылықтағы  $T$  теориясы үшін  $k$  - біртекті-эмбебап модель деп аталады, мұндағы  $k \geq \omega$ .

[6] жұмысынан келесі сөйлемдерді табуға болады:

**Факт 1.** Әрбір  $T$  йонсондық теориясы қуаттылығы  $2^k$  болатын  $k^+$ -біртекті-эмбебап модельге ие болады. Керісінше, егер  $T$  теориясы индуктивті, шексіз модельге және  $\omega^+$ -біртекті-эмбебап модельге ие болса, онда  $T$  теориясы йонсондық теория деп аталады.

**Факт 2.**

1. Айталық,  $T$  теориясы йонсондық болсын.  $T$  теориясының  $k$ -біртекті-эмбебап  $M$  және  $M_1$  екі моделі элементарлы эквивалентті болады.

2. Егер  $T$  теориясында қуаттылығы  $k$  болатын  $k$ -біртекті-эмбебап  $M$  моделі табылса, онда ол изоморфизмге дейінгі дәлдіктегі жалғыз модель болады. Сонымен қатар,  $k$ -біртекті  $M$  моделі, яғни  $T$  теориясының модельдері болып табылатын қуаттылығы  $k$  қуаттылықтан қатаң түрде аз  $M$  моделінің  $A$  және  $B$  ішкі модельдерінің арасындағы изоморфизм  $M$  моделіндегі автоморфизмге дейін жалғасады.

[6] жұмысындағы біртектілік пен эмбебаптылық анықтамалар аясындағы нәтижелердің дұрыстығына көз жеткізейік:

**Анықтама 3.**  $T$  йонсондық теориясының  $C$  моделі  $T$  теориясының семантикалық моделі деп аталады, егер ол  $\omega^+$ -біртекті-эмбебап болса. ([7] жұмысындағы бойынша)

**Анықтама 4.**  $T$  теориясының  $\mathcal{A}$  моделі  $T$ -экзистенциалды тұйық деп аталады, егер  $T$  теориясының кез келген  $\mathcal{B}$  моделі және  $\mathcal{A}$  моделінің ішінен тұрақтылармен алынған кез келген  $\varphi(\bar{x})$  экзистенцианальды формуласы үшін  $\mathcal{A} \models \exists \bar{x} \varphi(\bar{x})$  және де  $\mathcal{A}$  моделі  $\mathcal{B}$  моделінің ішкі моделі және  $\mathcal{B} \models \exists \bar{x} \varphi(\bar{x})$  болатындай шарт орындалса.

**Лемма 1.**  $T$  йонсондық теориясының  $C$  семантикалық моделі  $T$ -экзистенциалды тұйық болып табылады.

**Дәлелдеуі.** Айтарлық,  $C$  моделі  $k \geq \omega$  қуатына ие болсын. Ал,  $M$  дегеніміз  $2^{k_1}$  қуаттылығындағы  $C$  моделінің кеңейтуі болсын делік (факт 1 бойынша анықталған).  $M_1$  моделінің  $k_1^+$ -эмбебаптылық күші бойынша  $M$  моделі  $M_1$  моделіне изоморфты енгізіледі. Айталық,  $t \in M$  және  $M \models \exists x \varphi(x, t)$  болсын, онда  $M_1 \models \exists x \varphi(x, t)$  болады. Факт 2 бойынша  $M_1$  және  $C$  модельдері элементарлы эквивалентті. Онда  $C \models \exists x \varphi(x, t)$ . Сонымен,  $C$  моделі  $T$ -экзистенциалды тұйық болады.

[6] жұмысында келесі факт қарастырылған.

**Факт 3.** Айталық,  $T$  йонсондық теория болсын. Егер  $T^*$  модельді толық және  $k \geq \omega$  болса, онда  $T$  теориясы үшін  $k$ -біртекті-эмбебап модельдері  $k$ -қаныққан болады; егер  $T^*$  модельді толық емес болса, онда ешбір модель  $\omega^+$ -қаныққан болмайды.

Йонсондық теорияның семантикалық моделінің жаңа анықтамаларының аясында келесі анықтамалады келтірейік.

**Анықтама 5.**  $T$  йонсондық теориясы кемел деп аталады, егер  $T$  теориясының әрбір семантикалық моделі  $T^*$  теориясының  $\omega^+$ -қаныққан моделі болса.

**Теорема 1.** [7] Айталық,  $T$  йонсондық теория болсын. онда келесі шарттар эквивалентті:

1.  $T$  теориясы кемел теория болады;
2.  $T^*$  -  $T$  теориясының модельді компаньоны.

**Салдар 1.** Айталық,  $T$  йонсондық теория болсын. онда келесі шарттар эквивалентті:

1.  $Mod T^* = E_T$ ;

2.  $T^* = T^f$ , мұндағы  $E_T$  -  $T$  теориясының  $T$ -экзистенциалды тұйық моделі,  $T^f = Th(F_T)$ ,  $F_T$  -  $T$  теориясының модельдерінің генеретикалық классы (Робинсонның шекті форсинг мағынасында).

Сонымен қатар келесіні анық байқауға болады:

**Ескерту.** Йонсондық теорияның кемелділігі  $T^*$  модельді толық болғанға эквивалентті.

Әрі қарай келесі нәтижелерді алуға негізгі мақсаты кейбір йонсондық теориялардың центрін саналымды және саналымсыз категорлылығымен байланысты екі теореманы (6 және 9) дәлелдеу. Осы нәтижелерді дәлелдеу үшін негізгі ұғымдарды анықтайық.

**Анықтама 6.** Индуктивті  $T$  теориясы экзистенциалды жай деп аталады, егер оның алгебралық жай моделі бар болса, оның  $AP$  класын (алгебралық жай модель)  $AP_T$  арқылы белгілейміз;  $E_T$  класы мен  $AP_T$  класының қиылысуы тривиалды болмайды, яғни  $AP_T \cap E_T \neq \emptyset$ .



**Анықтама 7.**  $T$  теориясы дөңес деп аталады, егер кез келген  $A$  моделі үшін және  $T$  теориясының модельдері болып табылатын  $A$  моделінің ішкі структураларының кез келген  $\{B_i | i \in I\}$  жиынтығы үшін  $\bigcap_{i \in I} B_i$  қиылысуы  $T$  теориясының моделі болса.

**Анықтама 8.** Айталық,  $X$  жиыны нақты анықталған йонсондық теорияның семантикалық моделінің  $\Delta - cl - Jonsson$  ішкі жиыны және  $cl: P(X) \rightarrow P(X)$   $X$  жиыны қуаттылығындағы оператор болсын.  $(X, cl)$  йонсон алгеометриясы (алғашқы геометриясы) деп аталады, егер келесі шарттар орындалса:

Егер  $A \subseteq X$  болса, онда  $A \subseteq cl(A)$   $cl(cl(A)) = cl(A)$ .

Егер  $A \subseteq B \subseteq X$  болса, онда  $cl(A) \subseteq cl(B)$ .

Алмасу.  $A \subseteq X$ ,  $a, b \in X$  және  $a \in cl(A \cup \{B\})$  болса, онда  $a \in cl(A)$ ,  $b \in cl(A \cup \{B\})$ .

Шекті сипаттамасы. Егер  $A \subseteq X$  және  $a \in cl(A)$ , онда  $a \in cl(A_0)$ , орындалатындай шекті  $A_0 \subseteq A$  табылады.

$A \subseteq X$  тұйық деп атаймыз, егер  $cl(A) = A$  орындалса.

**Анықтама 9.** Егер  $(X, cl)$  йонсон алгеометриясы (алғашқы геометрия) деп аталса, онда  $A$  йонсон тәуелсіз деп аталады, егер  $a \in cl(A \setminus \{a\})$  барлық  $a \in A$ , сонымен қатар  $B$   $J$ -базис болады барлық  $Y$  үшін егер  $J$ -тәуелсіз және  $Y \subseteq acl(B)$  болса.

**Лемма 2.** Егер  $(X, cl)$   $J$ -алгеометриясы болса,  $Y \subseteq X$ ,  $B_1, B_2 \subseteq Y$  және әрбір  $B_i$   $Y$  үшін  $J$ -базис деп аталса, онда  $|B_1| = |B_2|$ .

$|B_i|$ -ді  $Y$ -тің  $J$ -өлшемділігі деп атаймыз, және  $Jdim(Y) = |B_i|$  жазамыз.

Егер  $A \subseteq X$  болса,  $cl_A(B) = cl(A \cap B)$  локализациясын қарастырамыз.

**Лемма 3.** Егер  $(X, cl)$   $J$ -алгеометриясы болса, онда  $(X, cl_A)$  да  $J$ -алгеометрия болады.

**Анықтама 10.**  $(X, cl)$   $J$ -алгеометриясын  $J$ -геометрия деп атаймыз, егер  $cl(\emptyset) = \emptyset$  және барлық  $x \in X$   $cl(\{x\}) = x$  болса.

Егер  $(X, cl)$   $J$ -алгеометриясы болса, онда  $J$ -геометриясын нақты түрде анықтай аламыз. Айталық,  $X_0 = X \setminus cl(\emptyset)$  болсын.  $a \sim b$  берілген  $\sim$  қатынасын  $X_0$ -де қарастырамыз сонда тек сонда егер  $cl(\{a\}) = cl(\{b\})$ .  $\sim$  - эквиваленттік қатынас. Айталық,  $\tilde{X} - X \setminus \sim$  болсын.  $\tilde{cl}$  тұйықтауын  $\tilde{X}$ -да келесідей анықтаймыз:  $\tilde{cl}(X \setminus \sim) = \{b \setminus \sim : b \in cl(A)\}$ .

**Лемма 4.** Егер  $(X, cl)$   $J$ -алгеометриясы болса, онда  $(\tilde{X}, \tilde{cl})$   $J$ -алгеометрия болады.

**Анықтама 11.** Айталық,  $(X, cl)$   $J$ -алгеометриясы болсын.  $(X, cl)$  тривиалды болады дейміз, егер  $cl(A) = \bigcup_{a \in A} cl\{a\}$  кез келген  $A \subseteq X$  үшін орындалса.

**Анықтама 12.**  $(X, cl)$  алгеометриясын модулярлы деп атаймыз, егер кез келген шекті-өлшемді тұйық  $A, B \subseteq X$  үшін келесі теңдік орындалса:

$$dim(A \cup B) = dim A + dim B - dim(A \cap B).$$

Егер  $X = C$  болса, онда  $T$  теориясының Йонсон теориясы модулярлы деп аталады.

**Теорема 2.** Айталық,  $(X, cl)$   $J$ -алгеометриясы болсын. Онда келесі шарттар эквивалентті болады:

1)  $(X, cl)$  модулярлы болады.

2) Егер  $A \subseteq X$  тұйық және құр емес жиын,  $b \in X$  және  $x \in cl(A, B)$  болса, онда  $x \in cl(a, b)$  орындалатындай  $a \in A$  табылады.

3) Егер  $A \subseteq X$  тұйық және құр емес жиын, және  $x \in cl(A, B)$  болса, онда  $x \in cl(a, b)$  орындалатындай  $a \in A$  және  $b \in B$  табылады.

**Теорема 3.** Егер  $L$  саналымды тіл және  $T$  толық  $\omega$ -категорлы теория болса, онда  $T$   $\omega$ -категорлы модель компаньонына ие болады.

**Анықтама 13.** Айталық,  $X \subseteq C$  болсын.  $X$  жиыны  $C$  жиынының  $\nabla - cl$ -Йонсон ішкі жиыны деп атаймыз, егер  $X$  келесі шарттарды қанағаттандырса:

1)  $X$  жиыны  $\nabla - cl$  - анықталған жиын болады (бұл  $\nabla$  алынған формулалардың шешімі  $C$  жиынындағы шешімдері  $X$  жиыны боатындығын білдіреді, мұндағы  $\nabla \subseteq L$ , яғни  $\nabla$  формулалар типі болады, мысалы  $\exists, \forall, \forall \exists$  және тағы басқалары);

2)  $cl(X) = M$ ,  $M \in E_T$ , мұндағы  $cl - C$  жиынындағы алгеометрияны анықтайтын тұйықтау операторы [8] (мысалы,  $cl = acl$  немесе  $cl = dcl$ ).

**Анықтама 14.**

1.  $\mathcal{A}, a_0, \dots, a_{n-1} \Rightarrow_{\Gamma} (\mathcal{B}, b_0, \dots, b_{n-1})$  дегеніміз  $\Gamma$ -дан алынған әрбір  $\varphi(x_0, x_2, \dots, x_{n-1})$  формуласы үшін, егер  $\mathcal{A} \models \varphi(\bar{a})$  болса, онда  $\mathcal{B} \models \varphi(\bar{b})$  болатынын білдіреді.

2.  $(\mathcal{A}, \bar{a}) \Rightarrow_{\Gamma} (\mathcal{B}, \bar{b})$  дегеніміз  $(\mathcal{A}, \bar{a}) \Rightarrow_{\Gamma} (\mathcal{B}, \bar{b})$  және  $(\mathcal{B}, \bar{b}) \Rightarrow_{\Gamma} (\mathcal{A}, \bar{a})$  білдіреді.

**Анықтама 15.**

1.  $\mathcal{A}$  моделі  $T$  теориясының  $\Sigma$ -nice-алгебралық жай моделі деп аталады, егер  $\mathcal{A}$  моделі  $T$  теориясының саналымды моделі болса және  $T$  теориясының әрбір  $\mathcal{B}$  моделі үшін әрбір  $n \in \omega$  және барлық  $a_0, a_2, \dots, a_{n-1} \in A$ ,  $b_0, b_2, \dots, b_{n-1} \in B$  үшін егер  $\mathcal{A}, a_0, \dots, a_{n-1} \Rightarrow_{\exists} (\mathcal{B}, b_0, \dots, b_{n-1})$  орындалса, онда  $a_n \in A$  үшін  $\mathcal{A}, a_0, \dots, a_n \Rightarrow_{\exists} (\mathcal{B}, b_0, \dots, b_n)$  орындалатындай қандай да бір  $b_n \in B$  табылады.

2.  $\mathcal{A}$  моделі  $T$  теориясының  $\Sigma^*$ -nice-алгебралық жай моделі деп аталады, егер  $\mathcal{A}$  моделі  $T$  теориясының саналымды моделі болса және  $T$  теориясының әрбір  $\mathcal{B}$  моделі үшін әрбір  $n \in \omega$  және барлық  $a_0, a_2, \dots, a_{n-1} \in A$ ,  $b_0, b_2, \dots, b_{n-1} \in B$  үшін егер  $\mathcal{A}, a_0, \dots, a_{n-1} \equiv_{\exists} (\mathcal{B}, b_0, \dots, b_{n-1})$  орындалса, онда  $a_n \in A$  үшін  $\mathcal{A}, a_0, \dots, a_n \equiv_{\exists} (\mathcal{B}, b_0, \dots, b_n)$  орындалатындай қандай да бір  $b_n \in B$  табылады.

**Теорема 4.** Айталық,  $T \forall\exists$ -теориясы экзистенциалды сөйлемдер үшін толық болсын, және  $\mathcal{A}$  моделі  $T$  теориясының саналымды моделі болсын. Онда (1)  $\Rightarrow$  (2) және (2)  $\Rightarrow$  (3) орындалады, мұндағы:

1.  $\mathcal{A}$  моделі  $(\Sigma, \Sigma)$ -атомдық модель,
2.  $\mathcal{A} - \Sigma^*$  – nice,
3.  $\mathcal{A}$  моделі экзистенциалды тұйық және  $\Sigma$ -nice.

**Теорема 5.** Айталық,  $T$  теориясы экзистенцианальды сөйлемдер үшін толық болсын. Онда  $T$  теориясының кез келген саналымды екі  $(\Sigma, \Sigma)$ -атомдық моделі изоморфты болады.

Енді рұқсаттылығы бар байытуларды қарастырайық. Байыту рұқсаттылығы бар байыту деп аталады, егер ол типтердің анықталатындығын кез келген экзистенцианальды тұйық кеңейтілуде сақтаса.  $\{P\} \cup \{c\}$  байытуы – рұқсаттылығы бар байыту.

Айталық,  $T$  теориясы бірінші ретті тілдегі  $\sigma$  сигнатурасындағы кез келген йонсондық теория болсын. Ал  $C$   $T$  теориясындағы семантикалық модель болсын.  $A \subset C$  жиыны  $T$  теориясындағы  $\nabla - cl$  ішкі жиыны болсын, мұндағы  $\nabla = \forall\exists$ ,  $cl = acl$ , сонымен қатар  $acl = dcl$ . Айталық,  $\sigma_{\Gamma}(A) = \sigma \cup \{c_a | a \in A\} \cup \Gamma$ ,  $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$ .  $T_A^C = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) | a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{ "P \subseteq " \}$ , мұндағы  $\{ "P \subseteq " \}$  дегеніміз  $P$  символын интерпретациялау  $\sigma_{\Gamma}(A)$  сигнатура тіліндегі экзистенцианальды тұйық ішкі моделі болып табылатын фактыны айқындайтын шексіз сөйлемдер жиыны және бұл модель  $A$  жиынының анықталған тұйықталуы болып табылады. Қарастырылып отырған сөйлемдер жиыны йонсондық теория, жалпы айтқанда толық емес болатыны анық. Йонсондықтың болмауының себебі кейбір жағдайларда амальгаманың жоқ болуы, онда йонсондық теорияны предикатпен байытуының контр-мысалы табылады. Модулярлық жағдайда амальгама болады. Сондықтан келешекте қарастырылатын теориялар модулярлы болады. Айталық,  $T^* - T_A^C$  йонсондық теориясының центрі және  $T^* = Th(C')$  болсын, мұндағы  $C' - T_A^C$  теориясының семантикалық моделі.

Әрі қарай, жоғарыда көрсетілген йонсондық теория сигнатурасының байытуы аясында саналымды және саналымды емес категорлылық туралы нәтижелерді (6 және 9 теоремалар) көрсетеміз. Байытусыз жай йонсондық теорияға қатысты ұқсас алғашқы нәтижелерді автордың [3] жұмысынан көре аламыз.

**Теорема 6.** Айталық, модулярлы, дөңес  $T$  йонсондық теориясы экзистенциалды  $\forall\exists$ -сөйлемдер үшін толық болсын.

Онда келесі шарттар эквивалентті:

1.  $T^* - \omega$ -категорлылы;
2.  $T_A^C - \omega$ -категорлылы.

**Дәлелдеуі.** 1)  $\Rightarrow$  2). Айталық,  $T^* - \omega$ -категорлылы болсын. Онда 1-теорема бойынша,  $T^* - \omega$ -категорлылы  $T^{*'}$  модельді компаньоны бар болады.  $T_A^C$  және  $T^*$ ,  $T^*$  және  $T^{*'}$  модельді үйлесімділігі бойынша,  $T^{*'} - T_A^C$  теориясымен модельді үйлесімді, осыдан  $T^{*'} - T_A^C$  теориясының модельді компаньоны болатыны шығады, дербес жағдайда,  $T^{*'} -$  модельді толық.  $T^{*'}$  модельді толықтығы бойынша  $T^{*'}$  тіліндегі кез келген формула қандайда бір экзистенцианальды формулаға эквивалентті. Онда Робинсонның модельді компаньон жалғыздығы туралы теоремасы және йонсондық теория кемелдігінің критерийі бойынша  $T^* = T^{*'}$  орындалады. Яғни,  $T^{*'}$   $\omega$ -категорлылы болғандықтан, оның саналымды жалғыз моделі саналымды-қаныққан және  $Mod T_A^C -$  ға тиісті болады. Себебі,  $Mod T^* \subseteq Mod T_A^C$ . 1-салдар бойынша  $Mod T^{*' } = E_T$  және  $E_T$ -да изоморфизмге дейінгі дәлдіктегі жалғыз саналымды  $\mathcal{A}$  моделі, яғни  $(L, L)$ - атомдық болатын, мұндағы  $L$ - тіл. Осыдан, модельді толықтық  $T^* = T^{*'}$  бойынша,  $\mathcal{A}$  моделі  $T^*$  теориясының  $(\Sigma, \Sigma)$ -атомдық моделі болады. Кез келген  $n$  үшін  $T_A^C$  теориясының  $\forall\exists$ -толықтылығы бойынша  $E_n(T_A^C) = E_n(T^*)$ , мұндағы  $E_n(T_A^C) - n$  бос айнымалыдан тұратын  $T_A^C$  теориясындағы экзистенцианальды формулалар торы. Онда  $\mathcal{A}$  моделі  $T_A^C$  теориясындағы  $(\Sigma, \Sigma)$ -атомдық модель болады. 4-теорема бойынша  $\mathcal{A}$  моделі  $\Sigma^* -$  nice модель. Айталық,  $\mathcal{B} \in Mod T_A^C$ ,  $|\mathcal{B}| = \omega$  болсын.  $\mathcal{B}$  моделін  $T_A^C$  теориясында  $(\Sigma, \Sigma)$ -атомдық болатынын көрсетейік.

Индукция бойынша дәлелденеді.  $T_A^C$  теориясының  $\forall\exists$ -толықтылығы бойынша  $T_A^C$  теориясы  $\exists$ -толық, яғни  $\mathcal{A} \equiv_{\exists} \mathcal{B}$  (индукция базасы).

Ұйғарайық,  $(\mathcal{A}, a_1, \dots, a_{n-1})_{a_1, \dots, a_{n-1} \in A} \equiv_{\exists} (\mathcal{B}, f(a_1), \dots, f(a_{n-1}))_{a_1, \dots, a_{n-1} \in A}$ , мұндағы  $f$  -  $\mathcal{A}$  моделінен  $\mathcal{B}$  моделіндегі изоморфты енгізу. Бұл изоморфты енгізу келесідей жағдайда табылады,  $(\Sigma, \Sigma)$ -атомдық болатын  $\mathcal{A}$  моделі алгебралық жай болып табылады, яғни  $T$  теориясының кез келген моделіне изоморфты енгізіледі. Бұл жағдай [9] жұмысынан шығады. Сонымен,  $\mathcal{A}$  моделі  $T_A^C$  теориясының  $\Sigma^*$  - nice моделі болып табылады және кез келген  $a_n \in A$  үшін  $(\mathcal{A}, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n)_{a_1, \dots, a_n \in A} \equiv_{\exists} (\mathcal{B}, f(a_1), \dots, f(a_{n-1}), b)_{a_1, \dots, a_n \in A}$  орындалатындай  $b_n \in B$  табылады. Айталық,  $f(a_n) = b$  болсын. Осыдан,  $\mathcal{A} \leq_{\exists} \mathcal{B}$ , яғни  $\mathcal{B}$  экзистенцианальды формулаларға қатысты элементарлы кеңейтуі болып табылады. Осымен,  $\mathcal{B}$  моделі  $T_A^C$  теориясының  $(\Sigma, \Sigma)$ -атомдық моделі болатындығы шығады. Керісінше жағдайда,  $\mathcal{A}$  моделі  $E_T$ -ға тиісті болғандықтан,  $\mathcal{A}$  моделі  $T_A^C$  теориясының  $(\Sigma, \Sigma)$ -атомдық моделі болмайды. Яғни осыдан  $\mathcal{B} \cong \mathcal{A}$  (теорема 5) шығады.  $\mathcal{B}$  моделінің еріктілігінен  $T_A^C$  теориясы  $\omega$ -категорлылығы шығады.

2)  $\Rightarrow$  1). Айталық,  $T_A^C$  теориясы  $\omega$ -категорлылығы болсын. Ұйғарайық,  $T^*$  теориясы  $\omega$ -категорлылығы болмасын делік, онда  $T^*$  теориясының изоморфты емес саналымды  $\mathcal{A}$  және  $\mathcal{B}$  модельдері табылады. Бірақ,  $T_A^C \subseteq T^*$  болса, онда  $Mod T^* \subseteq Mod T_A^C$ . Осыдан  $\mathcal{A}$  және  $\mathcal{B}$  модельдері  $Mod T_A^C$  тиесілі екендігі шығады.  $T_A^C$  теориясының  $\omega$ -категорлылығына қарама қайшы келдік.

9 теореманы дәлелдеу үшін қолданылатын ұғымдарды анықтайық.

**Анықтама 16.**  $\varphi(\bar{x})$  формуласы  $T$  теориясына қатысты  $\Delta$ -формула деп аталады, егер  $T \models (\varphi \leftrightarrow \psi_1)$  және  $T \models (\neg\varphi \leftrightarrow \psi_1)$  орындалатындай  $\psi_1(\bar{x})$  және  $\psi_2(\bar{x})$  экзистенциалды формулалар табылса.

**Анықтама 17.**  $T$  теориясы  $R_1$  шартын рұқсат етеді, егер  $T$  теориясымен үйлесімді кез келген  $\varphi(\bar{x})$  экзистенциалды формулалар үшін  $T \models \psi \rightarrow \varphi$  орындалатындай  $T$  теориясымен үйлесімді  $\varphi(\bar{x}) \in \Delta$  формуласы табылса.

**Анықтама 18.**  $T$  теориясының саналымды модель саналымды алгебралық әмбебап болады, егер оған берілген теорияның барлық саналымды модельдері изоморфты түрде енгізілсе.

**Теорема 7.** Айталық,  $T$  теориясы саналымды алгебралық әмбебап моделі бар экзистенциалды сөйлемдер үшін толық әмбебап теория болсын. Онда  $T$  теориясы  $(\Sigma, \Delta)$ -атомдық болатын алгебралық жай модельге ие болады.

**Теорема 8.** Айталық,  $T$  теориясы экзистенциалды сөйлемдер үшін толық  $R_1$  шартын рұқсат ететін  $\forall\exists$  - теория болсын. Онда келесі шарттар эквивалентті:

1.  $T$  теориясы алгебралық жай модельдерге ие,
2.  $T$  теориясы  $(\Sigma, \Delta)$ -атомдық модельге ие,
3.  $T$  теориясы  $(\Delta, \Sigma)$ -атомдық модельге ие,
4.  $T$  теориясы  $\Delta$ -nice алгебралық жай модельдерге ие,
5.  $T$  теориясы жалғыз алгебралық жай модельдерге ие.

**Теорема 9.** Айталық,  $R_1$  шарты орындалатын модулярлы, дөңес  $T$  йонсондық теориясы экзистенциалды  $\exists$ -сөйлемдер үшін толық болсын. Онда келесі шарттар эквивалентті:

1.  $T^*$  -  $\omega_1$ -категорлылығы,
2.  $E_{T_A^C}$ -дан алынған кез келген саналымды модельдің  $E_{T_A^C}$ -да алгебралық жай модельді кеңейтуі болады.

**Дәлелдеуі:** 1)  $\Rightarrow$  2) Егер  $T^*$   $\omega_1$ -категорлы болса, онда саналымсыз категорлылық туралы Морли теоремасы бойынша кемел болады. Онда йонсондық теориясының кемелділігінің критерийіне сәйкес  $T^*$  теориясы модельді толық және  $Mod T^* = E_T$ . Егер  $T^*$  теориясы модельді толық болса, онда кез келген изоморфты енгізу элементарлы болып табылады.  $T^*$  теориясы толық теория болғандықтан, 8-теореманы қолданып, қалаған нәтижемізді аламыз.

2)  $\Rightarrow$  1).  $T_A^C$  теориясындағы  $\mathcal{C}$  семантикалық моделі бойынша ( $T_A^C$  - йонсондық теория болғандықтан  $\mathcal{C}$  бар болады),  $\mathcal{C}$  моделі  $\omega$ -әмбебап болатынын аламыз. Оның қуаты, жалпы айтқанда, саналымдыдан үлкенірек, сондықтан оның саналымды элементар ішкі  $\mathcal{D}$  моделін қарастырамыз.  $\mathcal{C}$  экзистенцианальды тұйық болғандықтан, оның элементар ішкі  $\mathcal{D}$  моделі де экзистенцианальды тұйық болады. Бұдан шығатыны  $\mathcal{D}$  - саналымды алгебралық әмбебап модель. Осыдан, 7-теоремасынан  $T_A^C$  теориясы алгебралық жай  $\mathcal{A}_0$  модельге ие болады.  $\mathcal{A}_{\delta+1}$ -ді индукция бойынша анықтаймыз, яғни  $\mathcal{A}_{\delta}$  және  $\mathcal{A}_{\lambda} = \cup \{\mathcal{A}_{\delta} \mid \delta < \lambda\}$  модельдерінің алгебралық жай кеңейтуі болады. Онда, айталық,  $\mathcal{A} = \cup \{\mathcal{A}_{\delta} \mid \delta < \omega_1\}$  болсын.  $\mathcal{B} \models T_A^C$  және  $|\mathcal{B}| = \omega_1$  деп ұйғарайық.  $\mathcal{B} \cong \mathcal{A}$  болатынын көрсету үшін  $\mathcal{B}$  - ны саналымды

$\{B_\delta | \delta < \omega_1\}$  модельдер тізбегіне жіктейік.  $T_A^C$  йонсондық теориясына сәйкес бұл тұжырымның орындалуын [9] жұмысынан көруге болады.

Содан  $A$  жиынын  $B$  жиынына бейнелейтіні ( $\Delta$ -батыуы) белгілі.  $B - T_A^C$  теориясының кейбір моделі, ал  $A$  – жалғыз ғана  $\Delta$ -алгебралық жай және шарт пен құрылымына қатысты позитивті экзистенциональды тұйық модель болғандықтан, онда  $(E_F)^+$  саналымсыз қуатты бір ғана моделі бар, демек  $T_A^C$  теориясының семантикалық моделі қанық, яғни  $T_A^C$  - йонсондық теориясы кемел. Осыдан шығатыны  $Mod T^* = (E_T)^+$ . Сондықтан  $T^* - \omega_1$ -категорлы.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Дж.Барвайс (ред). Справочная книина по математической логике, в 4-х томах, т. 1 Теория моделей, М., Наука, 1982.
- 2 Мустафин Т.Г. «Восточные» варианты теоремы Воота о счетных моделях, 8-я Всесоюз.конф.по мат.логике, Тез.докл.,Москва, 1986, 93 с.
- 3 Ешкеев А.Р. Связь йонсоновских теорий, Теория моделей в Казахстане, сб.науч.работ, посвященный памяти А.Д. Тайманова, Алматы: Eco Study, 2006, 448 стр.
- 4 Morley M., Vaught R. Homogeneous universal models. Math.Scand.,-1962, 11.37-57.
- 5 Ешкеев А.Р., Шаматаева Н.К. Дөңес экзистенцианальды жай йонсондық теориялардың компьондарының қасиеттері, Вестник КазНПУ им.Абая. - Серия «Физико-математические науки». – 2016. – №3(55). – С.77-83.
- 6 Ешкеев А.Р., Шаматаева Н.К. Дөңес робинсондық теориялардың байыту бойынша кішігірім модельдердің қасиеттері, Вестник КНПУ им. Абая. - Серия «Физико-математических наук». -2017. - №1(57). – С.16-19.
- 7 Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей, Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – С.346.
- 8 Marker D. Model Theory: In introduction. - Springer-Verlag New York. Inc., - 2002. - p. 342.
- 9 Yeshkeyev A.R., Zhumabekova G.E. Companions of fragments in admissible enrichments, Bulletin of the Karaganda University, - 2018, №2. - P. 105-111.

МРНТИ 27.31.21  
УДК 517.925

## SOME ESTIMATES OF CHARACTERISTIC FUNCTIONS AND MATRIX OF A LINEAR UNIFORM EQUATION IN PRIVATE DERIVATIVES

R.S. Ismagul<sup>1</sup>, A.S. Kolesnikova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Kostanay State University named after A. Baitursynov, Kostanay, Kazakhstan

Abstract

This article clarifies the properties of the characteristic function and the matrix function due to the almost multi-periodicity of the coefficients of the equation for. One of the main tasks of the work is to clarify the conditions for the existence and uniqueness of a periodic and almost periodic solution of D - equations with respect to the arguments  $t$  and  $\varphi$ . In this connection, information is given on periodic and almost periodically functions of many variables. Next, we introduce the concept of noncriticality of the system, a matrix of Green type, and on this basis, we find out the conditions that ensure the existence and uniqueness of an almost multi-periodic solution of a linear homogeneous equation

**Keywords:** Vector function, multiperiodic, Bellman-Gronulla lemma.

Аңдатпа

Р.С. Ысмағұл<sup>1</sup>, А.С. Колесникова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>А. Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті, Қостанай, Қазақстан

## ДЕРБЕС ТУЫНДЫЛЫ СЫЗЫҚТЫҚ БІРТЕКТІ ТЕНДЕУДІҢ СИПАТТАУШЫ ФУНКЦИЯСЫ МЕН МАТРИЦАНТЫНЫҢ КЕЙБІР БАҒАМДАРЫ

Көрсетілген мақалада сипаттаушы функция мен матрицанттың аргументтер  $t, \varphi$  бойынша тендеудің коэффициенттерінің дерлік периодтылығына байланысты қасиеттері қарастырылған. Жұмыстың негізгі есептерінің бірі ретінде  $t, \varphi$  аргументтеріне қатысты D-тендеудің периодты және дерлік периодты шешімінің бар болуы және жалғыздығы туралы шарттың орындалуы көрсетілген. Осыған байланысты көп айналымы

функцияның периодтығы және дерлік периодтығына қатысты түсінік пайданылады. Әрі қарай мақалада жүйенің сынықты еместігін, Грин түріндегі матрицаны зерттей отырып қарастырылып отырған сызықты біртекті теңдеудің дерлік көппериодты шешімінің бар болуы және жалғыздығын қамтитын шарттар түсіндіріледі.

**Түйін сөздер:** Вектор-функция, көппериодты; Беллман-Гронулла леммасы.

Аннотация

Р.С. Ысмағұл<sup>1</sup>, А.С. Колесникова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Костанайский государственный университет им.А. Байтұрсынова, Костанай, Казахстан

**НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ И МАТРИЦАНТА  
ЛИНЕЙНОГО ОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ**

В данной статье выяснены свойства характеристической функции и матрицанта в связи с почти многопериодичностью коэффициентов уравнения относительно  $t, \varphi$ . Одной из основных задач работы является выяснение условий существования и единственности периодического и почти периодического решения D - уравнений относительно аргументов  $t$  и  $\varphi$ . В связи с этим приведены сведения о периодических и почти периодических функциях от многих переменных. Далее вводится понятие не критичности системы, матрицы типа Грина, и на этой основе выясняются условия, обеспечивающие существование и единственность почти многопериодического решения линейного однородного уравнения

**Ключевые слова:** Вектор-функция, многопериодическая, лемма Беллмана-Гронулла.

Consider a linear homogeneous equation

$$D_\varepsilon x = P(t, \varphi)x, \tag{1}$$

where  $x$  -  $n$ -vector;  $P(t, \varphi)$  -  $n \times n$ -matrix, and

$$D_\varepsilon x = \frac{\partial}{\partial t} + \alpha(t, \varphi, \varepsilon) \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

In what follows, we assume that the vector function  $a(t, \varphi)$ , which characterizes the differential operator D, depends on the small parameter  $\varepsilon$  and has the form

$$a(t, \varphi, \varepsilon) = \alpha^0(t) + \varepsilon b(t, \varphi, \varepsilon), \tag{2}$$

Let the following conditions be fulfilled [1]:

- 1) The vector function  $\alpha^0(t)$  is continuous and almost periodic with  $t \in R$  с  $\eta > 0$ -almost period  $\tau$  ;
- 2) The vector function  $b(t, \varphi, \varepsilon)$  is continuous and almost multiperiodic along  $t, \varphi \in R^{1+m}$  with  $\eta$  - is a vector-almost period  $(\tau, \nu) = \omega$ , it has bounded and uniformly continuous partial derivatives of the first order in the coordinates of the vector  $\varphi \in R^m$ , continuous in  $\varepsilon \in E_{\varepsilon_0} = [0, \varepsilon_0]$ ;
- 3) The matrix  $P(t, \varphi)$  is continuous and almost multiperiodic over  $t, \varphi \in R^{1+m}$  with  $\eta$ -vector-almost period has bounded and uniformly continuous partial derivatives with respect to the coordinates of the vector  $\varphi \in R^m$

Obviously, when these conditions are met

$$\begin{aligned} \|\alpha^0(t)\| &\leq a_0, \|b(t, \varphi, \varepsilon)\| \leq \beta_0, \\ \|P(t, \varphi)\| &< P_0, \left\| \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right\| \leq P_1, \left\| \frac{\partial b}{\partial \varphi} \right\| \leq \beta, \\ \|b(t, \bar{\varphi}, \varepsilon) - b(t, \varphi, \varepsilon)\| &\leq \beta_m \|\bar{\varphi} - \varphi\|, \\ \|P(t, \bar{\varphi}) - P(t, \varphi)\| &\leq P_1 \|\bar{\varphi} - \varphi\|. \end{aligned}$$

The set of conditions 1) -3) is called the conditions  $(N_0)$ .

In the future for almost multiperiodic vector functions  $f(t, \varphi)$  with a vector-almost period  $(\tau, \nu) = \omega$  we will use the notation

$$\|\Delta_\omega f\| = \sup_{R^{1+m}} \|f(t + \tau, \varphi + \nu) - f(t, \varphi)\|.$$

Let  $\lambda(s, t, \varphi)$  - the characteristic function of the operator  $D_\varepsilon$  and it satisfies the integral equation

$$\lambda_f(s, t, \varphi) = \varphi + \int_t^s a[\sigma, \lambda(\sigma, t, \varphi), \varepsilon] d\sigma$$

Lemma 1. For the characteristic vector function  $\lambda(s, t, \varphi)$  for all  $s \in R, t \in R, \varphi \in R^m$ , the inequality holds

$$\begin{aligned} & \|\lambda(s + \tau, t + \tau, \varphi + \nu) - \lambda(s, t, \varphi) - \nu\| \leq \\ & \leq \frac{1}{\varepsilon\beta} (\|\Delta_\tau a^0\| + \|\Delta_\omega b\|)(e^{\lambda\beta|t-s|} - 1); \end{aligned} \quad (3)$$

It is clear that in (3)  $\|\Delta_\tau a^0\| + \|\Delta_\omega b\|$  you can write briefly  $\|\Delta_\omega a\|$  instead.

Let  $X(t_0, t, \varphi)$  - the matrix of equation (1). Suppose that the matrix is for all  $t \geq t_0$  and  $\varphi \in R_m$  satisfies the condition

$$\|X(t_0, t, \varphi)\| \leq B e^{\gamma(t-t_0)} \quad (4)$$

with permanent  $B \geq 1, \gamma \geq 0$ .

Lemma 2. If inequality  $X(t_0, t, \varphi)$  holds for the matrix equation of equation (1), then if the  $0 < \varepsilon < \frac{\gamma}{2B\beta}$

estimate holds

$$\left\| \frac{\partial X(t_0, t, \varphi)}{\partial \varphi} \right\| \leq B e^{-\frac{\gamma}{2}(t-t_0)} \quad (5)$$

For all,  $t \geq t_0, \varphi \in R^m$ , where  $B^* = LBP_1, L = 2B\gamma^{-1}$ .

Evidence. Matrix  $X(t_0, t, \varphi)$  satisfies the matrix equation

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \alpha(t, \varphi, \varepsilon) \frac{\partial X}{\partial \varphi} = P(t, \varphi) X \quad (6)$$

Matrix is continuously differentiated by  $\varphi$ . From identity (6) it is clear that its right-hand side is continuously differentiable with respect to  $\varphi$ . Then the left part of (6) has the same property.

We write the identity (6) in the form

$$\begin{aligned} & \frac{\partial X}{\partial t} + \sum_{k=1}^m \alpha_k(t, \varphi, \varepsilon) \frac{\partial X}{\partial \varphi_k} = P(t, \varphi) X \quad \text{and differentiate it by } \varphi_j. \text{ Then} \\ & \frac{\partial^2 X}{\partial t \partial \varphi_j} + \sum_{k=1}^m \frac{\partial \alpha_k}{\partial \varphi_j} \frac{\partial X}{\partial \varphi_k} + \sum_{k=1}^m \alpha_k \frac{\partial^2 X}{\partial \varphi_k \partial \varphi_j} = \frac{\partial P}{\partial \varphi_j} X + P \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} \end{aligned}$$

In this relationship, the second derivatives of the matrix  $X$  do not only exist, but are continuous [2]. Therefore, rearranging the order of differentiation, we write it in the form

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} \right) + \sum_{k=1}^m \alpha_k \frac{\partial}{\partial \varphi_k} \left( \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} \right) = P \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} + \frac{\partial P}{\partial \varphi_j} X - \sum_{k=1}^m \frac{\partial \alpha_k}{\partial \varphi_j} \frac{\partial X}{\partial \varphi_k}$$

Thus, we obtain the equation

$$D \left( \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} \right) = P \left( \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} \right) + G_j(t, \varphi) \quad (7)$$

where

$$G_j = \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} X - \sum_{k=1}^m \frac{\partial \alpha_k}{\partial \varphi_j} \frac{\partial X}{\partial \varphi_k}$$

As can be seen, for the derivative of the matrix generator with respect to  $\varphi_j$ , a non-uniform linear D-equation is obtained. Considering that

$$\left. \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} \right|_{t=t_0} = 0$$

from (7) we find

$$\frac{\partial X}{\partial \varphi_j} = \int_{t_0}^t X(\sigma, t, \varphi), G_j(\sigma, \lambda(\sigma, t, \varphi)) d\sigma$$

To obtain a symmetric record, we replace  $t$  by  $s$ ,  $\varphi$  by and take into account relation (7). Then

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_j} X[t_0, s, \lambda(s, t, \varphi)] = \int_{t_0}^s X[\sigma, s, \lambda(s, t, \varphi)] G_j[\sigma, \lambda(\sigma, t, \varphi)] d\sigma$$

Above for the  $m$ -dimensional vector function  $a(t, \varphi)$ , the norm was adopted.

$$\|a(t, \varphi)\| = \sup_k |a_k(t, \varphi)|$$

In accordance with this was also laid

$$\left\| \frac{\partial a}{\partial \varphi_j} \right\| = \sup_k \left| \frac{\partial a_k}{\partial \varphi_j} \right|$$

Consequently,

$$\left| \frac{\partial a_k}{\partial \varphi_j} \right| \leq \left\| \frac{\partial a}{\partial \varphi_j} \right\|$$

For definiteness, we set  $s > t_0$  and proceed to the norms

$$\left\| \frac{\partial X}{\partial \varphi_j} \right\| \leq \int_{t_0}^s \|X(\sigma, s, \lambda(s, t, \varphi))\| \left[ \left\| \frac{\partial P}{\partial \varphi_j} \right\| \|X\| + \sum_{k=1}^m \left\| \frac{\partial a_k}{\partial \varphi_j} \right\| \left\| \frac{\partial X}{\partial \varphi_k} \right\| \right] d\sigma$$

Hence, summing all inequalities in  $j$  from 1 to  $m$  and taking into account the norm of the symbolic vector  $\frac{\partial}{\partial \varphi}$ , we will have

$$\left\| \frac{\partial X}{\partial \varphi} \right\| \leq \int_{t_0}^s \|X(\sigma, s, \lambda(s, t, \varphi))\| \left[ \left\| \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right\| \|X\| + \left\| \frac{\partial a}{\partial \varphi} \right\| \left\| \frac{\partial X}{\partial \varphi} \right\| \right] d\sigma \quad (8)$$

From the representation (2) we find that

$$\left\| \frac{\partial a}{\partial \varphi} \right\| = \varepsilon \left\| \frac{\partial b}{\partial \varphi} \right\| \leq \varepsilon \beta$$

Besides

$$\left\| \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right\| \leq P_1$$

Given these estimates, inequality (4) and denoting

$$u(s) = \left\| \frac{\partial}{\partial \varphi} X(t_0, s, \lambda(s, t, \varphi)) \right\|,$$

From (8) we obtain

$$u(s) = \int_{t_0}^s B e^{-\gamma(s-\sigma)} (P_1 B e^{-\gamma(\sigma-t_0)} + \varepsilon \beta u(\sigma)) d\sigma$$

Multiplying both sides of this inequality by  $e^{\gamma \varepsilon}$ , we will have

$$u(s) e^{\gamma \varepsilon} \leq \int_{t_0}^s (B^2 P_1 e^{\gamma t_0} + \varepsilon \beta u(\sigma) e^{\gamma \varepsilon}) d\sigma$$

Applying the Bellman-Gronulla lemma [2], we obtain

$$u(s) e^{\gamma \varepsilon} \leq B P_1 e^{\gamma t_0} \frac{e^{t \beta B (s-t_0)} - 1}{\varepsilon \beta}$$

$$\text{Or} \quad u(s) \leq B P_1 e^{-\gamma(s-t_0)} \frac{e^{t \beta B (s-t_0)} - 1}{\varepsilon \beta} \quad (9)$$

It remains to show that with  $\varepsilon < \frac{\gamma}{2B\beta}$  fair inequality

$$\frac{e^{t\beta B(s-t_0)} - 1}{\varepsilon\beta} \leq \frac{2B}{\gamma} e^{\frac{\gamma}{2}(s-t_0)}$$

Indeed, denoting  $\varepsilon\beta\sigma = \delta$ , we decompose the function

$$\frac{1}{\delta}(e^{\delta(s-t_0)} - 1) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta^n (s-t_0)^{n+1}}{(n+1)!} \quad (10)$$

Similarly denoting  $\frac{\gamma}{2} = d$ , decompose the function

$$\frac{1}{d}e^{\delta(s-t_0)} = \frac{1}{d} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n (s-t_0)^{n+1}}{(n+1)!}$$

Since,  $\varepsilon < \frac{\gamma}{2B\beta}$  then  $\delta < d$ . Hence the justice (10). Thus, for these values of  $\varepsilon > 0$ , the inequality

$$e^{-\gamma(s-t_0)} \frac{e^{t\beta B(s-t_0)} - 1}{\varepsilon\beta} \leq \frac{2B}{\gamma} e^{-\frac{\gamma}{2}(s-t_0)} \quad (11)$$

Based on inequality (9) from (6) we arrive at the estimate (5) with  $s = t$ . Lemma 2 is proved.

Note that the proof of the lemma is significantly simplified if the vector function  $a(t, \varphi, \varepsilon)$  does not depend on  $\varphi$ .

Lemma 3. If condition (4) is fulfilled for the matrix  $X(t_0, t, \varphi)$ , then

$$\|X(t_0 + \tau, t + \tau, \varphi + \nu) - X(t_0, t, \varphi)\| \leq \frac{2B}{\gamma} (B^* \|\Delta_\omega a\| + B \|\Delta_\omega P\|) e^{-\frac{\gamma}{2}\gamma(t-t_0)}$$

If the matrix  $X(t_0, t, \varphi)$  for all  $t \leq t_0, \varphi \in R^m$  satisfies the condition [3]

$$\|X(t_0, t, \varphi)\| \leq B e^{(t-t_0)},$$

similarly to (5), it is possible to prove the validity of the estimate

$$\left\| \frac{\partial}{\partial \varphi} X(t_0, t, \varphi) \right\| \leq B^* e^{-\frac{\gamma}{2}(t-t_0)}.$$

In this case, it is also possible to show the fairness of the assessment.

$$\|X(t_0 + \tau, t + \tau, \varphi + \nu) - X(t_0, t, \varphi)\| \leq \frac{2B}{\gamma} (B^* \|\Delta_\omega a\| + B \|\Delta_\omega P\|) e^{\frac{\gamma}{2}(t-t_0)}$$

Thus, in any of these cases we will have

$$\|X(t_0 + \tau, t + \tau, \varphi + \nu) - X(t_0, t, \varphi)\| \leq \frac{2B}{\gamma} (B^* \|\Delta_\omega a\| + B \|\Delta_\omega P\|) e^{-\frac{\gamma}{2}(t-t_0)}$$

#### References:

- 1 Umbetzhonov D.U. *Pochti periodicheskie resheniya jevoljucionnyh uravnenij.* - Alma-Ata, Nauka. 1990. - 184 s.
- 2 Ismagulova R.S. *O primenenii metoda ukorochenija k postroeniju pochti mnogoperiodicheskogo reshenija odnoj sistemy integrodifferencial'nyh uravnenij chastnyh proizvodnyh // Alma-Ata. -1987.- 25 s. Dep. v VINITI 3.07.87.№5474-V.87 Dep.*
- 3 Ysmagul R.S., Kolesnikova A.S. *On one account system of integro-differential equations in private derivatives of first order// Mnogoprofil'nyy nauchnyy zhurnal "3i - intelekt, ideya, innovatsiya" KGU imeni A.Baytursynova, - 2014. - Vyp.1- S.93-99*



МРНТИ 27.35.21; 27.35.47  
УДК 519.63; 53.03

А.А. Исахов<sup>1</sup>, А. Абай<sup>1</sup>, П.Т. Омарова<sup>1</sup>, Ж.Е. Бекжигитова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ В ЖИЛЫХ РАЙОНАХ

*Аннотация*

В этом исследовании было проведено численное моделирование распространения загрязняющих примесей в уличном каньоне и влияние барьеров на этот процесс. В качестве вычислительной области была взята модель уличного каньона с соотношением сторон, которые варьируются от 0.05 м до 0.2 м. Для решения этой задачи была использована модель DES, которая показала хорошие результаты для тестовой задачи. Как показало численное моделирование, наличие барьеров приводит к появлению дополнительного вихря в пространстве между объектами, который усиливается по мере увеличения их высоты. Как результат, мы наблюдаем, что большая часть загрязняющих примесей задерживается между ними. Таким образом, можно сказать, что барьеры обеспечивают хорошую фильтрацию загрязненного воздуха, который оказывает пагубное влияние на окружающую среду и здоровье человека.

**Ключевые слова:** загрязнение воздуха; дисперсия загрязняющих веществ; колебания концентрации; высокие концентрации; транспорт; городской уличный каньон.

*Аңдатпа*

А.А. Исахов<sup>1</sup>, А. Абай<sup>1</sup>, П.Т. Омарова<sup>1</sup>, Ж.Е. Бекжигитова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## ТҮРҒЫН ҮЙ АУМАҒЫНДАҒЫ ЛАСТАУШЫ ЗАТТАРДЫҢ ТАРАЛУЫНЫҢ САНДЫҚ МОДЕЛДЕУІ

Бұл зерттеуде көше шатқалдарындағы кедергілердің ластаушы заттардың таралуының және осы үдерістегі жол бойындағы кедергілердің әсерінің сандық модельдеуі жүргізілді. Зерттеу облысы бойынша 1 м аралықта алынған 0,05 м-ден 0,2 м-ге дейінгі арақатынасы бар қалалық коньон алынды. Тестік есепті шешу барысында жақсы нәтиже көрсеткендіктен DES моделі қолданылды. Сандық модельдеу көрсеткендей, кедергілердің биіктігінің өзгеруіне байланысты қосымша құйындардың пайда болуына әкеледі. Нәтиже бойынша ластаушы қоспалардың көп бөлігі олардың араларында қалып қоятыны бақыланды. Осылайша, адам денсаулығына және қоршаған ортаға кері әсер беретін ластанған ауаны сүзуге кедергілер жақсы мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** ауаның ластануы; ластаушы заттардың дисперсиясы; концентрацияның ауытқуы; жоғары концентрациялар; тасымалдау; қалалық көше каньоны.

*Abstract*

## NUMERICAL MODELING DISTRIBUTION OF CONTAMINATING SUBSTANCES IN RESIDENTIAL AREAS

Issakhov A.A.<sup>1</sup>, Abay A.<sup>1</sup>, Omarova P.T.<sup>1</sup>, Bekzhigitova Zh.E.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Al-farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

In this study, a numerical simulation of the distribution of contaminants in a street canyon and the effect of barriers on this process was carried out. A model of a street canyon with an aspect ratio of 1 meter was taken as a computational domain, which, in terms of barrier dimensions, varies from 0.05 m to 0.2 m. To solve this problem, the DDES model was used, which showed good results for the test problem. As shown by numerical modeling, the presence of barriers leads to the appearance of an additional vortex in the space between objects, which increases as their height increases. As a result, we observe that most of the contaminants are trapped between them. Thus, it can be said that barriers provide good filtration of polluted air, which has a detrimental effect on the environment and human health.

**Keywords:** air pollution; dispersion of pollutants; concentration fluctuations; high concentration; transport; urban street canyon.

### **Введение**

На сегодняшний день, согласно статистике, наблюдается высокий уровень урбанизации, что привело к тому, что люди чаще стали переселяться в крупные города с богатой инфраструктурой. Все это повлекло за собой быстрый рост городского населения во всем мире, который только усилился с развитием науки и техники. Если в середине прошлого века сельское население было вдвое больше городского населения, то уже в 1990 году в городах проживало 43% населения мира, а это 2,3 миллиарда человек. К 2015 году это число выросло до 54% или 4 миллиардов человек, и, согласно прогнозам, к 2030 году около 60% населения мира будет проживать в городах [1]. Большие города

влекут за собой высокий уровень загрязнения в окружающую среду, так как в крупных городах, основным источником загрязнения воздуха (70-80%) являются выхлопные газы автомобилей, с ростом городского населения количество вредных выбросов в атмосферу резко возрастает. Высокое загрязнение воздуха значительно увеличивает заболеваемость населения. В связи с этим, целью данной работы является изучение распределения загрязняющих веществ в городах и влияние акустических барьеров на этот процесс.

Большое количество исследований было проведено, чтобы изучить эту проблему. Например, в исследовании влияния условий стабильности атмосферы на распространение загрязняющих веществ городских каньонов [2], которое показало, что при возникновении источника загрязнения воздуха наблюдается нестабильность потока воздуха, влекущее за собой возникновение вихря между зданиями на месте столкновения двух потоков. В другом исследовании [3] авторы оценивали влияние различных условий температурной стратификации на распределение загрязняющих веществ вблизи неизолированного многоэтажного здания. Из всех численных моделей, согласно результатам, модель LES дает более точные прогнозы скорости для нейтральных условий, чем для других. Также было оценено влияние рекламных щитов на распространение загрязняющих веществ на улицах с различным соотношением сторон  $H/W$ , где  $W$  – ширина каньона,  $H$  – высота каньона [4]. Случай с  $H/W=2$  показывает меньшую концентрацию загрязняющих веществ, чем случай с  $H/W=1$ . С разносторонним источником вертикальные и двухслойные рекламные щиты приводят к большей концентрации, чем боковые и однослойные источники.

В работе [5] были использованы  $k$ - $\epsilon$ -модель RANS для исследования влияния при присутствии зданий, расположенных против ветра на распределение загрязняющих веществ внутри многоэтажного здания. Согласно результатам, наличие зданий выше по течению оказывает существенное положительное влияние на вентиляцию здания при наклонном направлении ветра, нежели при нормальном воздействии ветра, так как они оказывают незначительное влияние. В другом аналогичном исследовании [6] авторы применили модель LES для изучения влияния загрязнения воздуха, вызванного автомобилями, на качество воздуха в помещениях зданий с естественной вентиляцией в непосредственной близости от проезжей части. В данной работе были изучены влияние таких факторов, как расстояние от проезжей части до здания, скорость ветра, размер частиц, расположение и размер окна.

В работе [7] было исследовано рассеивание загрязняющих веществ, выбрасываемых из источника на дно городского каньона, обусловленное исключительно силой тепловой плавучести, создаваемой нагретыми наружными поверхностями здания и дна уличного каньона. Они также рассмотрели, как различные горизонты будут влиять на удержание загрязняющих веществ в городских каньонах. В работе [8] провели численное моделирование рассеивания загрязняющих веществ в каньонах с различными соотношениями сторон с использованием модели DES. Это исследование показывает, что для уличных каньонов с  $W/H=1$  и  $W/H=2$  верхний угол подветренной стены будет зоной накопления загрязняющих примесей, а в случае  $W/H=2$  такая зона может возникать в середине нижней части каньона. В работе [9] была использована модель LES, чтобы определить, можно ли классифицировать модели потока на некоторые идентифицируемые режимы в трехмерном навесе городского здания и определить основные особенности распределения загрязнителей в различных режимах потока.

Также было исследовано влияние химических реакций, химически активных загрязнителей на структуру потока и рассеивание загрязняющих веществ. В частности, [10] провели исследование, чтобы изучить влияние бимолекулярных реакций и городских конфигураций на концентрацию и перенос загрязнителей воздуха на городском микроуровне. Модель LES в сочетании с моделью константы скорости второго порядка использовалась для компьютерного моделирования. В своей работе [11] разработали и внедрили вычислительную модель гидродинамики в сочетании с механизмом углеродных связей IV (CBM-IV) для изучения рассеивания химически активных загрязнителей в городских районах. С использованием этой модели исследуется дисперсия реактивных загрязнителей в уличном каньоне выше с соотношением сторон равной 1 м.

В работе [12] было проведено исследование для определения влияния вычислительных параметров, таких как разрешение сетки, размер шага по времени, на характеристики устойчивости модели осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (RANS), метод крупных вихрей (LES) и модели с отложенным вихревым моделированием (DES). Согласно результатам, модель LES дает наиболее точный прогноз распределения загрязняющих веществ по сравнению с результатами эксперимента в аэродинамической трубе. В работе [13] в своем исследовании использовали систему моделирования

Quick Urban and Industrial Complex (QUIC) для исследования влияния присутствия зданий на рассеивание выхлопных газов в городе. В точечном сравнении концентрация выброса транспортных средств была обычно выше для случая со зданиями из-за увеличенного времени удержания загрязняющих веществ в уличных каньонах. Однако, можно наблюдать обратное, когда концентрация во всей области была в среднем ниже для случая со зданиями. Влияние присутствия деревьев на распределение загрязняющих веществ было исследовано в работе [14]. Для этой цели авторы разработали новую структуру (framework) моделирования, связывающий LES и лагранжеву стохастическую модель (LSM). Результаты этого исследования показали, что деревья, которые выше, чем высота здания, оказывают наиболее значительное влияние на распределение загрязняющих веществ и на поток воздуха в целом. Было много экспериментов по исследованию структуры потока в городских уличных каньонах. В работе [15] был проведен эксперимент, чтобы исследовать взаимодействие между инерционно управляемым потоком, вызванным окружающими ветрами, и потоком, вызванным силой плавучести и неравномерным нагревом стенок каньона.

### Математическая модель.

Компьютерное моделирование проводилось с использованием модели DES, которая представляет собой комбинацию моделей LES и RANS. Метод LES используется для моделирования отдельных областей потока, а RANS для пограничного слоя. Новый параметр, определенный как  $\tilde{d} = \min(d, C_{des}\Delta)$ , где  $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  - это самый большой масштаб ячейки сетки, а  $C_{des}$  - эмпирическое значения, в нашем случае равное 0.61, гарантирует правильное переключение режимов между LES и RANS.

Основные уравнения модели LES:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \vartheta \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{c})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \bar{c})}{\partial x_j} = -\frac{\partial J_j}{\partial x_j}$$

где  $u_i$  and  $u_j$  компоненты скорости,  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $c$  – концентрация загрязняющих примесей и  $\vartheta$  – вязкость. RANS был использован в пограничном слое для повышения точности моделирования вблизи стены. Мы использовали модель Realizable k- $\varepsilon$ , которая является улучшением стандартной модели k- $\varepsilon$ . Кинетическая энергия турбулентности определяется как:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k + P_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k$$

Коэффициент рассеивания:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S_\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} P_b + S_\varepsilon$$

где

$$C_1 = \max \left[ 0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$$

Турбулентная вязкость:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \text{ где } C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s U^* \frac{k}{\varepsilon}}$$

$$U^* = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}}, \tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2 \varepsilon_{ijk} \omega_k, \Omega_{ij} = \overline{\Omega_{ij}} - \varepsilon_{ijk} \omega_k$$

где  $\overline{\Omega}_{ij}$  тензор средней скорости вращения, наблюдаемый в системе отсчета, вращающейся с угловой скоростью  $\omega_k$ .  $A_0$  и  $A_s$  определяются как:

$$A_0 = 4.04, A_s = \sqrt{6 \cos \phi}$$

$$\phi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6W}), W = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{\tilde{S}^3}, \tilde{S} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

Константы модели:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_2 = 1.9, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.2$$

### Метод решения

Для численного моделирования был использован полу-явный метод для уравнений, связанных с давлением, или SIMPLE для коррекции давления. Метод SIMPLE был разработан и представлен Сполдингом и Патанкаром.

### Описание эксперимента

Предполагается, что направление ветра перпендикулярно уличному каньону. Циркуляция в каньоне вызвана потоком над каньоном. В нижней части центра камеры была размещена линия источника загрязняющих веществ как на рисунке 1.

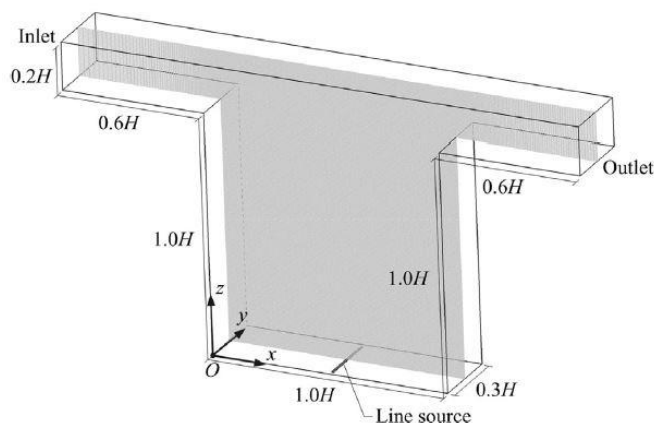


Рисунок 1. Геометрия тестовой задачи

В качестве загрязняющего вещества была взята смесь воздуха и этилена ( $C_2H_4$ ) с концентрацией 1.2%. Скорость воздушного потока над каньоном была равна 1 м/с, а скорость выбросов из линейного источника была равна 0.1923 м/с.

### Численное моделирование

В качестве расчетной области использовалась модель уличного каньона с соотношением сторон, равным 1. Поскольку в этом исследовании мы хотим оценить влияние присутствия барьеров на распространение загрязняющих веществ, нам необходимо добавить стены для их моделирования. Такие стены расположены как справа, так и слева от линии источника. Моделирование проводилось для 3 различных высот барьеров: 0.05 м, 0.1 м и 0.2 м.

Компьютерное моделирование проводилось на Ansys 18.0 на неоднородной сетке со сгущением к стенке вычислительной области, которая возрастет от дна до вершины области геометрии. Пространство около линии источника имеет наименьший шаг сетки, равный 1 м, а пространство над каньоном имеет шаг сетки 5 мм. Таким образом, размеры вычислительной сетки для этих трех геометрий имеют 3706717, 3921432 и 4357700 элементов для высоты барьера 0.05 м, 0.1 м и 0.2 м соответственно, как на рисунке 2.

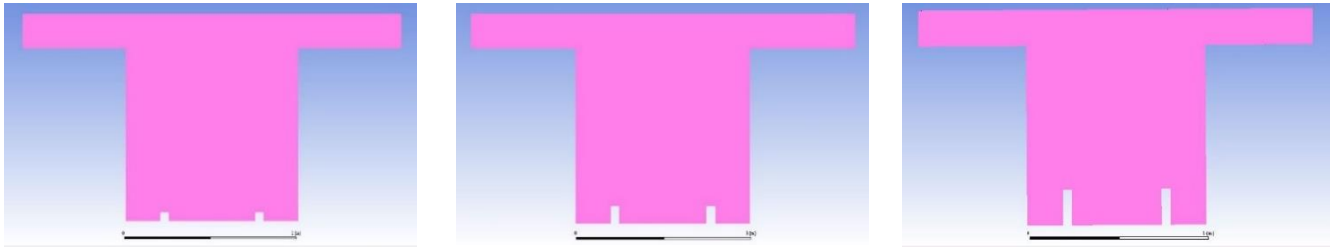


Рисунок 2. Геометрия задачи с разным типом барьера с высотой

### Результаты и обсуждение

На рисунке 3 изображено среднее значение компонентов скорости за все время вычисления.

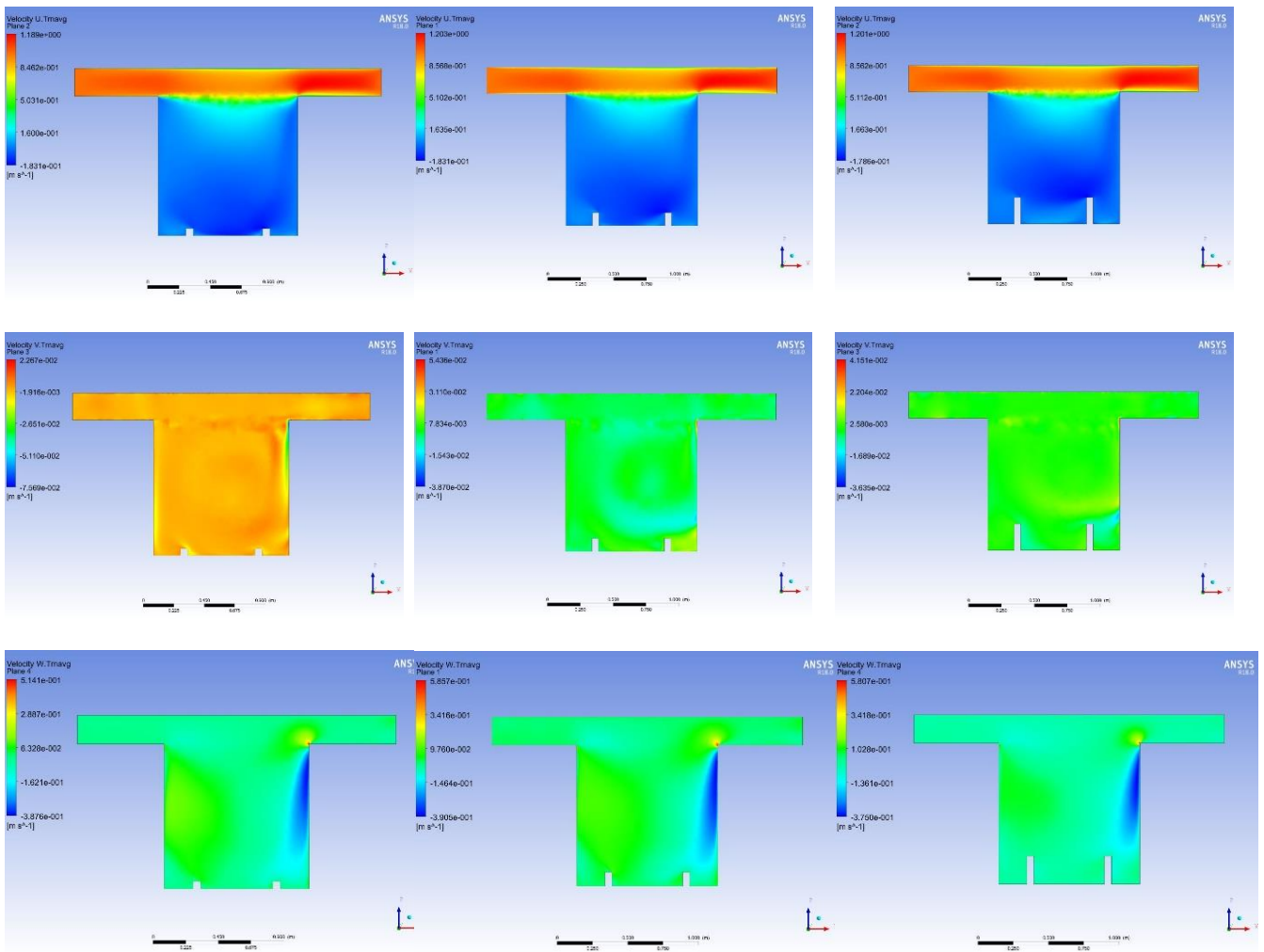


Рисунок 3. Среднее значение компонентов скорости

На рисунке 4 изображены линии тока для разных высот барьеров. Можно заметить, как по мере увеличения высоты барьеров появляются и усиливаются новые вихри. Таким образом для  $h=0.2$  m направление потока возле источника загрязняющих примесей изменяется на противоположное.

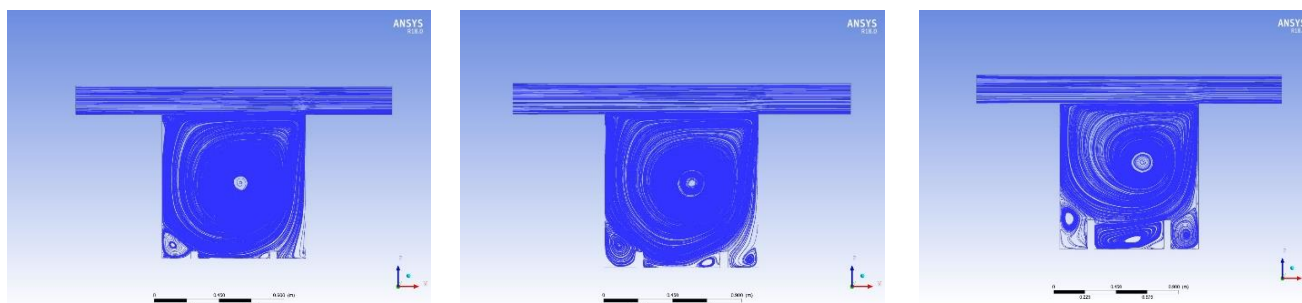


Рисунок 4. Линии тока для разных высот барьеров

На рисунке 5 изображено распределение концентрации загрязняющих примесей в уличном каньоне, где видно, что при высоте барьеров 0.2 метра концентрация загрязнителя в пространстве между барьерами значительно возрастает.

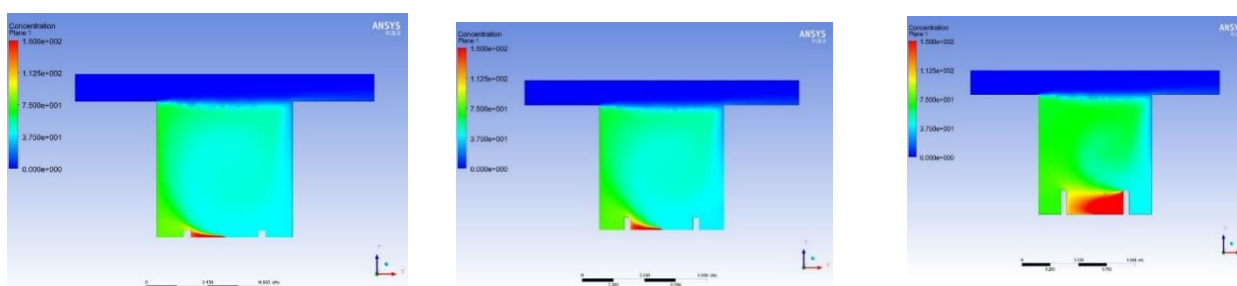


Рисунок 5. Распределение концентрации загрязняющих примесей

На рисунке 6 показано профиль скорости. На рисунке 7 изображен профиль концентрации. Как видно, из рисунков барьеры снижают концентрацию загрязняющих примесей примерно в два раза при  $X=0.05$  м, и приводит к незначительному увеличению концентрации при  $X=0.95$  м. При этом когда высота барьера 0.2 м. большая часть загрязнителя остается в пространстве между барьерами и в целом уменьшает концентрацию возле домов.

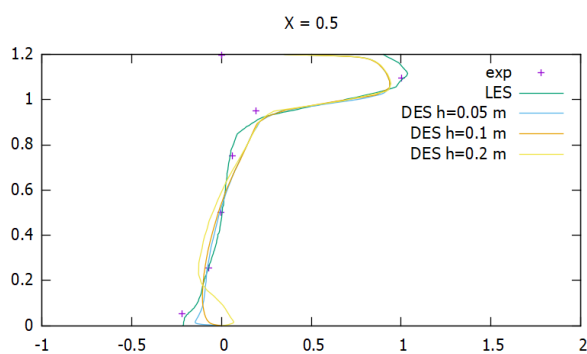


Рисунок 6. Профиль скорости

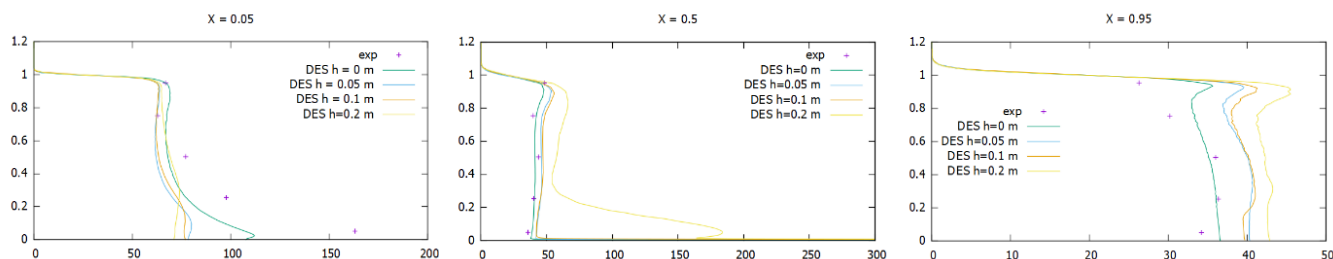


Рисунок 7. Профиль концентрации

### Заклучение

Было проведено численное моделирование распространения загрязняющих примесей в уличном каньоне с барьерами для различных высот. Для численного моделирования была выбрана модель Detached Eddy Simulations (DES), которая показала хорошую точность при решении тестовой задачи. Для того чтобы проверить модель была решена тестовая задача, результаты которой показали, что выбранная модель подходит для численного моделирования.

Как показывают результаты моделирования, наличие барьеров оказывает существенное влияние на распределение загрязняющих примесей. Концентрация примесей на подветренной стороне каньона снижается примерно в два раза, а с менее ветреной стороны незначительно возрастает, хотя как видно из полученных графиков она все еще в два раза ниже, чем на подветренной. В то же время концентрация загрязнителя в пространстве между барьерами значительно возрастает. Исходя из этого можно сказать, что барьеры обеспечивают защиту домов не только от шума, но и от загрязняющих примесей, которые выбрасываются в воздух транспортными средствами.

### Список использованной литературы:

- 1 Habitat UN. *Urbanization and development: emerging futures. World cities report 2016*. Nairobi: United Nations Human Settlements Programme (UN-Habitat); 2016.
- 2 Sang Jin Jeong, A Ra Kim (2017) CFD Study on the Influence of Atmospheric Stability on Near-field Pollutant Dispersion from Rooftop Emissions. *Asian Journal of Atmospheric Environment - Vol. 12, No. 1*. doi: 10.5572/ajae.2018.12.1.047.
- 3 Bazdidi-Tehrani, F., Gholamalipour, P., Kiamansouri, M., & Jadidi, M. (2018). Large eddy simulation of thermal stratification effect on convective and turbulent diffusion fluxes concerning gaseous pollutant dispersion around a high-rise model building. *Journal of Building Performance Simulation*, 1–20. doi:10.1080/19401493.2018.1486886
- 4 Lin, Y., Chen, G., Chen, T., Luo, Z., Yuan, C., Gao, P., & Hang, J. (2019). The influence of advertisement boards, street and source layouts on CO dispersion and building intake fraction in three-dimensional urban-like models. *Building and Environment*. doi:10.1016/j.buildenv.2019.01.012
- 5 Dai, Y. W., Mak, C. M., & Ai, Z. T. (2017). Computational fluid dynamics simulation of wind-driven inter-unit dispersion around multi-storey buildings: Upstream building effect. *Indoor and Built Environment*, 1420326X1774594. doi:10.1177/1420326x17745943
- 6 Tong, Z., Chen, Y., Malkawi, A., Adamkiewicz, G., & Spengler, J. D. (2016). Quantifying the impact of traffic-related air pollution on the indoor air quality of a naturally ventilated building. *Environment International*, 89-90, 138–146. doi:10.1016/j.envint.2016.01.016
- 7 Mei, S.-J., Hu, J.-T., Liu, D., Zhao, F.-Y., Li, Y., & Wang, H.-Q. (2019). Airborne pollutant dilution inside the deep street canyons subjecting to thermal buoyancy driven flows: Effects of representative urban skylines. *Building and Environment*, 149, 592–606. doi:10.1016/j.buildenv.2018.12.050
- 8 Scungio, M., Arpino, F., Cortellessa, G., & Buonanno, G. (2015). Detached eddy simulation of turbulent flow in isolated street canyons of different aspect ratios. *Atmospheric Pollution Research*, 6(2), 351–364. doi:10.5094/apr.2015.039
- 9 Shen, Z., Wang, B., Cui, G., & Zhang, Z. (2015). Flow pattern and pollutant dispersion over three dimensional building arrays. *Atmospheric Environment*, 116, 202–215. doi:10.1016/j.atmosenv.2015.06.022
- 10 Kikumoto, H., & Ooka, R. (2012). A study on air pollutant dispersion with bimolecular reactions in urban street canyons using large-eddy simulations. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 104-106, 516–522. doi:10.1016/j.jweia.2012.03.001
- 11 Kwak, K.-H., & Baik, J.-J. (2012). A CFD modeling study of the impacts of NOx and VOC emissions on reactive pollutant dispersion in and above a street canyon. *Atmospheric Environment*, 46, 71–80. doi:10.1016/j.atmosenv.2011.10.024
- 12 Dai, Y., Mak, C. M., Ai, Z., & Hang, J. (2018). Evaluation of computational and physical parameters influencing CFD simulations of pollutant dispersion in building arrays. *Building and Environment*, 137, 90–107. doi:10.1016/j.buildenv.2018.04.005
- 13 Brown, M. J., Williams, M. D., Nelson, M. A., & Werley, K. A. (2015). QUIC Transport and Dispersion Modeling of Vehicle Emissions in Cities for Better Public Health Assessments. *Environmental Health Insights*, 9(S1), EHI.S15662. doi:10.4137/ehi.s15662
- 14 Wang, C., Li, Q., & Wang, Z.-H. (2018). Quantifying the impact of urban trees on passive pollutant dispersion using a coupled large-eddy simulation–Lagrangian stochastic model. *Building and Environment*. doi:10.1016/j.buildenv.2018.09.014
- 15 Dallman, A., Magnusson, S., Britter, R., Norford, L., Entekhabi, D., & Fernando, H. J. S. (2014). Conditions for thermal circulation in urban street canyons. *Building and Environment*, 80, 184–191. doi:10.1016/j.buildenv.2014.05.014

МРНТИ 14.35.09  
УДК 378.02:37.016

## THE IMPORTANCE OF DISCUSSION PART FOR PEER INSTRUCTION

*Kaymak S.<sup>1</sup>, Almas A<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan*

### *Abstract*

The purpose of the study is to show how the discussion part of peer instruction changes students' answers during the class. Peer instruction is an active learning method developed by Eric Mazur (1997). Peer instruction can be defined as a method in which students are actively interested in the education process by discussing within a peer group and helping each other within the group. The discussion part is important for this method because students transpose their knowledge and they provide interaction at this part of peer instruction. The implementation carried out during the class, and it was seen that the correct answers of the students increased after the discussion like the previous studies. This study covered the answers of 20 students to 5 questions about trigonometry in a mathematics lesson. The present study indicates that the discussion section is an important part of peer instruction and it affects the students' responses positively.

**Keywords:** Peer instruction, peer group, active learning method, discussion.

### *Аңдатпа*

*С. Каймак<sup>1</sup>, А. Алмас<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Сулейман Демирель атындағы университеті, Қаскелен, Қазақстан*

## ҚҰРДАСТАРДЫ ТОПТАП ОҚЫТУДЫҢ ТАЛҚЫЛАУ БӨЛІМІНІҢ МАҢЫЗЫ

Құрдастарды топтап оқыту бұл белсенді үйрету-үйрену методикасы болып табылады. Бұл методиканы Ерик Мазур дамытқан (1997). Құрдастарды топтап оқыту оқушыларға топ ішінде талқылау және топ ішінде бір-біріне көмектесу арқылы білім беру үдерісіне қызығушылық танытатын әдіс ретінде анықталуы мүмкін. Бұл әдістеменің ең негізгі бөлімі талқылау бөлімі. Өйткені бұл бөлімде оқушылар бір-бірімен ақпарат алмасады және қарым қатынаста болады. Біз бұл зерттеу жұмысын сыныпта жүргізіп көрдік және оқушылардың сұрақтарға дұрыс жауап беруі жоғарылағанын байқадық. Бұл зерттеу жұмысына 20 оқушы қатысты, оларға 5 тригонометриялық есеп сұралды. Бұл зерттеу жұмысы құрдастардың өзара бірге сабақ үйрену барысында талқылау бөлімінің маңызды екенін көрсетеді және ол оқушылардың пікірлеріне оң әсер етеді.

**Түйін сөздер:** құрдастарды топтап оқыту, сыныптас топ, белсенді оқытуды, талқылау.

### *Аннотация*

*С. Каймак<sup>1</sup>, А. Алмас<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Университет Сулеймана Демиреля, Қаскелен, Қазақстан*

## ВАЖНОСТЬ ДИСКУССИОННОЙ ЧАСТИ ДЛЯ ОБУЧЕНИЕ СВЕРСТНИКОВ

Цель исследования – показать, как дискуссионная часть обучения сверстников меняет ответы учеников во время урока. Обучение сверстников - это метод активного обучения, разработанный Эриком Мазуром (1997). Обучение сверстников может быть определено как метод, при котором учащиеся активно интересуются учебным процессом, обсуждая в группе сверстников и помогая друг другу в группе. Дискуссионная часть важна для этого метода, потому что студенты переносят свои знания, и они обеспечивают взаимодействие в этой части обучения сверстников. Реализация проводилась во время урока, и было видно, что правильные ответы учеников увеличились после обсуждения, как и в предыдущих исследованиях. Это исследование охватывало ответы 20 студентов на 5 вопросов о тригонометрии на уроке математики. Настоящее исследование показывает, что дискуссионный раздел является важной частью обучения сверстников и положительно влияет на ответы студентов.

**Ключевые слова:** обучение сверстников, обсуждая в группе, методом активного обучения студентов, методом обучения, дискуссионный раздел.

### **Introduction**

Peer instruction (PI) is an active learning method that was developed by Eric Mazur in 1997 [1] at Harvard University. PI was applied firstly in a physic course then it pervaded and was used by other branches.

Peer instruction can be defined as a method in which students are actively involved in the education process by discussing within a peer group and helping each other within the group. (Crouch & Mazur, 2001; Mazur, 1997; Nicol & Boyle, 2003). The importance of students' active role during learning has been stressed by various studies. Bishop (1985), Clement (1991) and Jaworski (1992) claimed that in order to provide effective



learning, there should be an interaction among the students, the learning material, and the teacher. This interaction has a significant role, especially from a constructivist perspective. Oslen and Kagan (1992) reported cooperative learning as an activity which depends on the social interaction and exchange of information between students working in groups and each student is accountable for his own learning. Actually, peer interaction can have a great impact on academic achievement and motivation as well.

The impact of peer instruction has long been concerned with knowledge transmission from students with the correct answers and the right reasons to their classmates during discussions.

In the model of peer instruction, students learn and teach themselves while their friends in a similar social group help them to learn. For this reason, it is thought that the information learned can leave more permanent marks on the students and give students the power to comment. Peer instruction; fast, fun and supportive. Therefore, it has a positive effect on the success of students. Students reach information by doing and living. Since knowledge and skills are students' own work, they also affect permanence in a positive way. (Akay 2011) [2].

The PI method was usually defined as a teaching method which peers help each other one-to-one, learning from each other, sharing their achievement for a common aim (Graybeal & Stodolsky, 1985; Hooker, 2010; Mynard & Almarzouqi, 2006; Yardim, 2009). According to Lasry, Mazur, and Watkins (2008) the peer instruction method is crucially beneficial for the students to improve interactive skills during the lectures for better attention towards the specified concepts and approaches.

To determine the effect of student discussions, Brooks and Koretsky (2011) [3]. investigated the relationship between student reasoning before and after peer discussion. Students recorded an explanation for their answers to concept tests before and after discussing them with their peers. Each explanation was then analyzed for both depth and truth. The quality of explanations from students who had answered correctly on both the first vote and the revote developed following peer discussion. Although these students had the correct answer initially, they gained a more in-depth comprehension of the concepts after peer discussion. Even though student explanations develop after peer discussion, the actual quality of the discussion appears variable. James and Willoughby (2011) [4]. recorded 361 peer discussions from four different sections of an introductory-level astronomy course. When they compared students answers with the recorded conversations, they found that 26% of the time students answers implied comprehension, while the quality of conversations suggested otherwise. Furthermore, in 62% of the recorded conversations, student discussions included incorrect ideas or ideas that were unanticipated.

The application is implemented in the class as follows: The first step is to give a short lesson about the concept that students learn. This short course can be given in class or with pre-class materials. Upon entering the students grip, the trainer offers a concept test. A concept test is a question that often tests the concept presented in the course, in the form of multiple choice questions. The students take the question one by one (no discussion) and give the answers. The third step is that the trainer quickly analyzes the results and then chooses what to do. If less than 30% of the students answered the question correctly, the instructor should revise the concept by extending a short course and present a new concept test on the same concept and start again in step 2. The students answered the question correctly, and the trainer can be sure to skip the rest of these peer training steps, make a brief explanation of the answer (or call on a student to explain), and then move on to the next topic. In this process, the course time will be recorded for a subject that students find more challenging. If more than 30%, but less than 70% of students give the correct answer, the class will enter into peer discussions. While instructors vary the exact implementation of this process—sometimes eliminating the individual voting process, sometimes using colored cards or a show of hands instead of clickers - the general process is an adaptation of the think-pair-share technique. (Knight, Brame 2018) [5].

The concept test proceeds as follows:

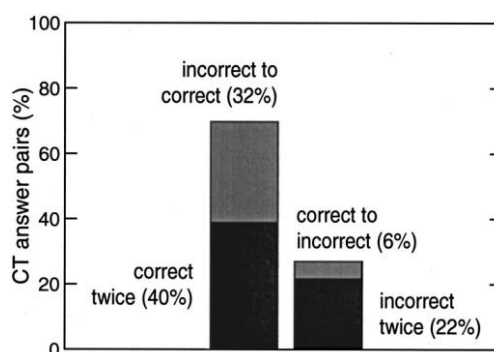
1. Given questions
2. Students are given time to think
3. Each student gives his or her answer
4. Students discuss their responses with peers
5. Students give revised responses
6. Teacher collects answers
7. Teacher explains correct answers (Catherine H. Crouch, Jessica Watkins, Adam P. Fagen, and Eric Mazur 2007) [6].

Catherine H. Crouch and Eric Mazur (2001) analyzed student responses to all ConcepTests throughout the entire semester and found that, after the discussion, the number of students responding correctly to a

ConcepTest increased significantly as long as the first percentage of correct answers to a ConcepTest was between 35. % and 70% and determined that the first percentage of correct answers is around 50%, while development is greatest. Lasry (2009) [7] planned a crossover study in three algebra-based introductory physics courses (n = 88) to test whether peer discussion or other metacognitive processes, such as reflection or time on an assignment, explained the learning gains associated with the peer instruction method. Students voted on a question individually and then were assigned one of three tasks: peer discussion, silent reflection on answers, or distraction by a cartoon. All groups were asked to vote again. The learning gains were highest when students engaged in peer discussion. These results indicate that the improvement observed after peer discussion is not due to another metacognitive process. Researches indicate that during the second response on the same ConcepTest students chose the correct answer more often than during the first response (Crouch 2001) [8].

Many researchers report that the frequency of correct answers increases after peer discussion (Mazur, 1997; Crouch and Mazur, 2001; Knight and Wood, 2005; Smith et al., 2009).

In the below figure illustrates the alteration of students responses that during discussion change from an incorrect answer to the correct answer.



Catherine H. Crouch and Eric Mazur (2001)

### Purpose of the Study

The purpose of this study investigates how the discussion part of the peer instruction method changes students' responses during the class.

### Purpose of the Study

The purpose of this study investigates how the discussion part of the peer instruction method changes students' responses during the class.

### Research Question

How does discussion change the response of students during the class?

### Hypothes

The discussion part of peer instruction method changes students' response positively.

### Methodology

In this section, research model, data collection tools, data collection, data analysis techniques are included.

### Research model

In this research, the effect of discussion part of peer instruction used in mathematics on the success of the student was investigated.

In this study, five trigonometry concept tests were given respectively, and after each question the first and second responses taken.

### Data collection tools

In this study, as a quantitative data collection tool; five trigonometry concept test has been used.

### Concept test

The questions that asked at the university entrance exam of Kazakhstan were selected by the teachers.

### Data Collection

The application was carried out with the participation of 20 students were 15 years old and boys from the 9th class in trigonometry in a mathematics course in the school in Almaty city of Kazakhstan. The students were asked about the five trigonometry questions, the mathematics teacher had previously chosen the questions asked to enter the university entrance exam of Kazakhstan.

Students were informed about peer education. At the beginning of the lecture consisting of two lessons, lasting 40 minutes each, we had a brief explanation of the topic. Peer instruction was held as follows: Firstly, the concept test question was given to the students then they had 2-3 minutes to solve the test then students gave the answers. After those students were given 2 minutes to discuss the questions and the second answers of the same questions were taken. Finally, the teacher explained the question. The answers to the students were taken with the finger raise method. The answers to the students were taken with the finger raise method.

## Results

Table 1. The results of correct and incorrect answers before and after discussion.

Number of questions	First responses		Second responses		Percentage of change	Percentage of change of correct answers
	Correct	Incorrect	Correct	Incorrect		
1	6 -%30	14 -%70	9 -%45	11 -%55	%15	%50
2	7 -%35	13 -%65	8 -%40	12 -%60	%5	%14.2
3	10 -%50	10 -%50	16 -%80	4 -%20	%30	%60
4	12 -%60	8 -%40	19 -%95	1 -%5	%35	%58.3
5	8 -%40	12 -%60	18 -%90	2 -%10	%50	%83.3
<b>Total</b>	43 -%43	57 -%57	70 -%70	30 -%30	%27	%62.7

## Findings

The results of students' answers to five trigonometry questions in math course indicated that the discussion part of peer instruction has a positive impact to change their responses from incorrect to correct. As analyzed by Catherine H. Crouch and Eric Mazur (2001), the percentage of change was the greatest when the correct response was between %35 and %70. In general, the discussion is an important part of peer instruction and has a beneficial effect among peers. It is seen that the increase in the 3rd, 4th and 5th questions is proportional with the first correct answers to these questions. Although the percentage of the correct answer to the first question is %30, the increase in the first question is %50 and it must investigate that although the percentage of the correct answer to the second question between %35 and %70 the percentage of change in second response is %14.2.

## Discussion

The present research examined the impact of the discussion part of the peer instruction method on 9th class students at ALBIL. The application was carried out at mathematic course in the topic of trigonometry. The results showed the discussion section of peer instruction changed students' responses positively. This finding indicated similar results with the previous studies (Catherine H. Crouch and Eric Mazur 2001; Lasry 2009; Brooks and Koretsky 2011).

## Conclusion

Peer instruction is an active learning teaching method developed by Eric Mazur. Peer instruction contains seven steps. In the model of peer instruction, students learn and teach themselves while their friends in a similar social group help them to learn. The most important step of this method is the discussion part because students share their knowledge with classmates in the discussion part and interaction between students is provided in this section. The application of peer instruction during the class indicated peers affect each other positively. The increases of correct answers after discussion proof that discussion part is significant for peer instruction method.

## References:

- 1 Mazur, E. (1997). *Peer instruction* (pp. 9-18). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- 2 Akay, GÜLER. (2011). *The effect of peer instruction method on the 8th grade students' mathematics achievement in transformation geometry and attitudes towards mathematics*. Unpublished master thesis, METU, Ankara.
- 3 Brooks, B. J., & Koretsky, M. D. (2011). *The influence of group discussion on students' responses and confidence during peer instruction*. *Journal of Chemical Education*, 88(11), 1477-1484.
- 4 Taraban, V. Y., Slebioda, T. J., Willoughby, J. E., Buchan, S. L., James, S., Sheth, B., ... & Al-Shamkhani, A. (2011). *Sustained TL1A expression modulates effector and regulatory T-cell responses and drives intestinal goblet cell hyperplasia*. *Mucosal immunology*, 4(2), 186.
- 5 Knight, J. K., & Brame, C. J. (2018). *Peer Instruction*. *CBE—Life Sciences Education*, 17(2), p.fe5.

6 Crouch, C. H., & Mazur, E. (2001). *Peer instruction: Ten years of experience and results. American journal of physics*, 69(9), 970-977.

7 Lasry, N., Finkelstein, N., & Mazur, E. (2009). *Are most people too dumb for physics?. The Physics Teacher*, 47(7), 418-422.

8 Crouch, C. H., & Mazur, E. (2001). *Peer instruction: Ten years of experience and results. American journal of physics*, 69(9), 970-977.

МРНТИ 27.31.17

УДК 517.956

З.Н. Канапьянова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

## КОРРЕКТНОСТЬ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ТРЕХМЕРНОГО ГИПЕРБОЛО –ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Аннотация

Известно, что при математическом моделировании электро-магнитных полей в пространстве, характер электромагнитного процесса определяется свойствами среды. Если среда непроводящая, то получаем многомерные вырождающиеся гиперболические уравнения. Если же среда обладает большой проводимостью, то переходим к многомерным вырождающимся параболическим уравнениям. Следовательно, анализ электромагнитных полей в сложных средах (например, если проводимость среды меняется), сводится к многомерным вырождающимся гиперболо-параболическим уравнениям. При изучении этих приложений, возникает необходимость получения явного представления решений исследуемых задач. Основная смешанная задачи для гиперболических уравнений хорошо изучены. Это задача для вырождающихся многомерных гиперболических уравнений в обобщенных пространствах ранее рассмотрены. В статьях С.А.Алдашева доказана корректность этой задачи и получено явное представление классического решения. Насколько известно, смешанные задачи для многомерных вырождающихся гиперболо-параболических уравнений исследованы мало. В работе найден новый класс вырождающихся трехмерных гиперболо - параболических уравнений для которых однозначно разрешима смешанная задача и приведен явный вид ее классического решения.

**Ключевые слова:** Евклидово пространства, тригонометрические функции, декартны координаты, полярные координаты, функция Бесселя.

Аңдатпа

З.Н. Канапьянова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

## АЗҒЫНДАЛҒАН ҮШ ӨЛШЕМДІ ГИПЕРБОЛО-ПАРАБОЛАЛЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ҮШІН АРАЛАС ЕСЕПТІҢ НАҚТЫЛЫҒЫ

Кеңістіктегі электр магниттік өрістерді математикалық моделдеу кезінде электромагниттік процестің сипаты орта қасиеттерімен анықталады. Егер орта өткізбейтін болса, онда көп өлшемді азғындалған гиперболалық теңдеулерді аламыз. Егер орта үлкен өткізгіштікке ие болса, онда көп өлшемді азғындалған параболалық теңдеулерге өтеміз. Демек, күрделі ортадағы электромагниттік өрістерді талдау (мысалы, егер ортаның өткізгіштігі өзгерсе), көпөлшемді азғындалған гиперболо-параболалық теңдеулерге келтіріледі. Бұл қосымшаларды зерттеу кезінде зерттелетін есептердің шешімдерін анық ұсыну қажеттілігі туындайды. Гиперболалық теңдеулер үшін негізгі аралас есептер жақсы зерттелген. Бұл жалпылама кеңістіктердегі пайда болатын көп өлшемді гиперболалық теңдеулер үшін есеп бұрын қарастырылды. С.А. Алдашевтің мақалаларында осы есептің нақтылығы дәлелденіп, классикалық шешімнің айқын көрінісі алынды. Белгілі болғандай, көп өлшемді гипербола-параболалық теңдеулер үшін аралас есептер аз зерттелген жоқ. Мақалада азғындалған үш өлшемді гиперболо-параболалық теңдеулерге аралас есептің классикалық шешімінің анық формасы алынып, бірегей шешімділік көрсетілген.

**Түйін сөздер:** Евклид кеңістігі, тригонометрикалық функциялар, декарттық координаттар, полярлық координаттар, Бессель функциясы.

Abstract

**CORRECTNESS OF THE MIXED PROBLEM FOR DEGENERATE THREE-DIMENSIONAL HYPERBOLO - PARABOLIC EQUATION**

Kanaryanova Z.N.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kazakh national pedagogical university Abai, Almaty, Kazakhstan

It is known that in mathematical modeling of electromagnetic fields in space, the nature of the electromagnetic process is determined by the properties of the medium. If the medium is nonconductive, then we obtain multidimensional degenerate hyperbolic equations. If the medium has a high conductivity, then we pass to multidimensional degenerate parabolic equations. Consequently, the analysis of electromagnetic fields in complex media (for example, if the conductivity of the medium changes) is reduced to multidimensional degenerate hyperbolic-parabolic equations. When studying these applications, it is necessary to obtain an explicit representation of the solutions of the studied problems.

The basic mixed problems for hyperbolic equations are well studied. This is a problem for degenerate multidimensional hyperbolic equations in generalized spaces considered earlier. In the articles of SA Aldashev, the correctness of this problem is proved and an explicit representation of the classical solution is obtained. As far as is known, mixed problems for multidimensional degenerate hyperbolic-parabolic equations have been little studied. In this paper, a new class of degenerate three-dimensional hyperbolic parabolic equations is found for which the mixed problem is uniquely solvable and the explicit form of its classical solution is given.

**Keywords:** Euclidean space, tridometric functions, cartesian coordinates, polar coordinates, Bessel function.

**п.1. Введение**

Основная задача для многомерных гиперболических уравнений хорошо изучены [1, 2]. Эта задача для вырождающихся многомерных гиперболических в пространстве обобщенных функций рассмотрены в [3, 4]. В [5, 6] доказаны корректности смешанных задач для вырождающихся многомерных гиперболических уравнений и получены явные виды их классического решения. Насколько известно автору, смешанные задачи для многомерных вырождающихся гиперболо-параболических уравнений исследованы мало [6].

В работе найден новый класс вырождающихся трехмерных гиперболо-параболических уравнений для которых смешанная задача однозначна разрешима и приведено явное представление ее классического решения. В статье используется метод предложенный в [6].

**п.2. Постановка задачи и результат**

Пусть  $\Omega_{\alpha\beta}$  - цилиндрическая область евклидова пространства  $E_3$  точек  $(x_1, x_2, t)$ , ограниченная цилиндром  $\Gamma = \{(x, t): |x| = 1\}$ , плоскостями  $t = \alpha > 0$  и  $t = \beta < 0$ , где  $|x|$  - длина вектора  $x = (x_1, x_2)$ . Обозначим через  $\Omega_\alpha$  и  $\Omega_\beta$  части области  $\Omega_{\alpha\beta}$ , а через  $\Gamma_\alpha, \Gamma_\beta$  - части поверхности  $\Gamma$ , лежащие в полуплоскости  $t > 0$  и  $t < 0$ ;  $\sigma_\alpha$  - верхнее, а  $\sigma_\beta$  - нижнее основная область  $\Omega_{\alpha\beta}$ .

Пусть далее  $S$  - общая часть границ областей  $\Omega_\alpha$  и  $\Omega_\beta$  представляющее множество  $\{t = 0, 0 < |x| < 1\}$  в  $E_2$ .

В области  $\Omega_{\alpha\beta}$  рассмотрим вырождающегося трехмерное гиперболо-параболическое уравнение

$$0 = \begin{cases} \sum_{i=1}^2 p_i(t) u_{x_i x_i} - u_{tt}, t > 0, \\ \sum_{i=1}^2 g_i(t) u_{x_i x_i} - u_t, t < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $p_i(t) > 0$  при  $t > 0$ ,  $g_i(t) > 0$  при  $t < 0$ , и могут обращаться в нуль при  $t = 0$ ,  $p_i(t) \in C([0, \alpha]) \cap C^2((0, \alpha))$ ,  $g_i(t) \in C([\beta, 0])$ ,  $i = 1, 2$ .

В дальнейшем нам понадобится связь декартовых координат  $x_1, x_2, t$  с полярными  $r, \theta, t: x_1 = r \cos \theta, x_2 = r \sin \theta, r \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ .

**Задача 1.** Найти решение уравнения (1) в области  $\Omega_{\alpha\beta}$  при  $t \neq 0$  из класса  $C(\bar{\Omega}_{\alpha\beta}) \cap C^1(\Omega_{\alpha\beta}) \cap C^2(\Omega_{\alpha} \cup \Omega_{\beta})$ , удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_{\Gamma_{\alpha}} = \psi_1(t, \theta), \quad (2)$$

$$u|_{\Gamma_{\beta}} = \psi_2(t, \theta), \quad u|_{\sigma_{\beta}} = \varphi(r, \theta). \quad (3)$$

при этом  $\psi_1(0, \theta) = \psi_2(0, \theta), \psi_2(\beta, \theta) = \varphi(1, \theta)$ .

Тогда справедлива

**Теорема 1.** Если  $\varphi(r, \theta) \in C(\bar{S}) \cap C^2(S), \psi_1(t, \theta) \in C(\bar{\Gamma}_{\alpha}) \cap C^2(\Gamma_{\alpha}), \psi_2(t, \theta) \in C(\bar{\Gamma}_{\beta}) \cap C^2(\Gamma_{\beta})$  и имеет место соотношение

$$\cos \mu_{s,n} \alpha' \neq 0, \quad s = 1, 2, \dots, \quad (4)$$

то задача 1 имеет единственное решение, где  $\mu_{s,n}$  - положительные нули функций Бесселя первого

$$\text{рода } J_n(z), \quad \alpha' = \int_0^{\alpha} \sqrt{\frac{[k_1(\xi) + k_2(\xi)]}{2}} d\xi, \quad n = 0, 1, \dots$$

**п.3. Доказательство теоремы 1.** Сначала рассмотрим задачу (1), (3). Так как искомое решение  $u = (r, \theta, t) \in C(\bar{\Omega})_{\beta} \cap C^2(\Omega)_{\beta}$ , то его можно искать в виде ряда

$$u(r, \theta, t) = u_{10}(r, t) + \sum_{n=1}^{\infty} (u_{1n}(r, t) \cos n\theta + u_{2n}(r, t) \sin n\theta), \quad (5)$$

где  $u_{10}(r, t), u_{1n}(r, t), u_{2n}(r, t)$  - функции, которые будут определены ниже.

Поставляя (4) в (1), в полярных координатах будет иметь

$$\begin{aligned} & g_1(t) \left( \cos^2 \theta u_{10rr} + \frac{\sin^2 \theta}{r} u_{10r} \right) + g_2(t) \left( \sin^2 \theta u_{10rr} + \frac{\cos^2 \theta}{r} u_{10r} \right) - u_{10t} + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ g_1(t) \left[ \cos^2 \theta (\cos n\theta u_{1nrr} + \sin n\theta u_{2nrr}) + \frac{\sin^2 \theta}{r} (\cos n\theta u_{1nr} + \sin n\theta u_{2nr}) + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{n \sin 2\theta}{r} (\sin n\theta u_{1nr} - \cos n\theta u_{2nr}) + \frac{n \sin 2\theta}{2r^2} (\cos n\theta u_{2n} - \sin n\theta u_{1n}) - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{n^2 \sin^2 \theta}{r^2} (\cos n\theta u_{1n} + \sin n\theta u_{2n}) \right] + g_2(t) \left[ \sin^2 \theta (\cos n\theta u_{1nrr} + \sin n\theta u_{2nrr}) + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{n \sin 2\theta}{r} (\cos n\theta u_{2nr} - \sin n\theta u_{1nr}) + \frac{\cos^2 \theta}{r} (\cos n\theta u_{1nr} - \sin n\theta u_{2nr}) + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{n \sin 2\theta}{2r^2} (\sin n\theta u_{1n} - \cos n\theta u_{2n}) - \frac{n^2}{r^2} \cos^2 \theta (\cos n\theta u_{1n} + \sin n\theta u_{2n}) \right] - \right. \\ & \quad \left. - \cos n\theta u_{1nt} - \sin n\theta u_{2nt} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее из известных тригонометрических формул

$$\cos^2 n\theta = \frac{1 + \cos 2n\theta}{2},$$

$$\sin^2 n\theta = \frac{1 - \cos 2n\theta}{2},$$

$$\sin n\theta \cos l\theta = \frac{\sin(n+l)\theta + \sin(n-l)\theta}{2},$$

$$\begin{aligned} \sin n\theta \sin l\theta &= \frac{\cos(n-l)\theta - \cos(n+l)\theta}{2}, \\ \cos n\theta \cos l\theta &= \frac{\cos(n+l)\theta + \cos(n-l)\theta}{2} \end{aligned}$$

вытекает ортогональность (6) систем тригонометрических функций  $\{1, \cos n\theta, \sin n\theta, n = 1, 2, \dots\}$  на отрезке  $[0, 2\pi]$ , то есть

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \cos n\theta \sin l\theta d\theta &= 0, \\ \int_0^{2\pi} \cos n\theta \cos l\theta d\theta &= 0, \\ \int_0^{2\pi} \sin n\theta \sin l\theta d\theta &= 0, \quad n \neq l. \\ \int_0^{2\pi} \cos^2 n\theta d\theta &= \pi, \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 n\theta d\theta = \pi, \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

отсюда из (6) получаем следующие дифференциальные уравнения

$$g(t) \left( u_{10r} + \frac{1}{r} u_{10r} \right) - u_{10t} = 0, \quad (7)$$

$$g(t) \left( u_{jnr} + \frac{1}{r} u_{jnr} - \frac{n^2}{r^2} u_{jn} \right) - u_{jnt} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

$g(t) = \frac{g_1 + g_2}{2}$ , при этом краевое условие (3) имеет вид

$$u_{10}(1, t) = \psi_{210}(t), \quad u_{10}(r, \beta) = \varphi_{10}(r), \quad (9)$$

$$u_{jn}(1, t) = \psi_{2jn}(t), \quad u_{jn}(r, \beta) = \varphi_{jn}(r), \quad u_{jn}(1, t) = \psi_{jn}(t), \quad j = 1, 2, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

$$\psi_{210}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi_2(t, \theta) d\theta, \quad \varphi_{10}(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(r, \theta) d\theta,$$

$$\psi_{21n}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \psi_2(t, \theta) \cos n\theta d\theta, \quad \varphi_{1n}(r) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(r, \theta) \cos n\theta d\theta,$$

$$\psi_{22n}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \psi_2(t, \theta) \sin n\theta d\theta, \quad \varphi_{2n}(r) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(r, \theta) \sin n\theta d\theta, \quad n = 1, 2, \dots$$

Таким образом, задача (1), (3) сведены к системе задачам (7), (9) и (8), (10) которые, как показаны в [8] однозначно разрешимы.

Следовательно, единственным решением задачи (1), (3) в области  $\Omega_\beta$  является функция (5), где  $u_{10}(r, t)$ ,  $u_{jn}(r, t)$ ,  $j = 1, 2$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , определяются из задач (7), (9) и (8), (10).

Учитывая ограничения на заданные функции  $\varphi(r, \theta)$ ,  $\psi_2(t, \theta)$ , аналогично как в [8], можно показать, что полученное решение (5) принадлежит классу  $C(\overline{\Omega}_\beta) \cap C^2(\Omega_\beta)$ .

Далее, из (5) при  $t \rightarrow -0$  имеет

$$u(r, \theta, 0) = \tau(r, \theta) = u_{10}(r, 0) + \sum_{n=1}^{\infty} (u_{1n}(r, 0) \cos n\theta + u_{2n}(r, 0) \sin n\theta), \quad (11)$$

$$u_t(r, \theta, 0) = v(r, \theta) = u_{10r}(r, 0) + \sum_{n=1}^{\infty} (u_{1nt}(r, 0) \cos n\theta + u_{2nt}(r, 0) \sin n\theta), \quad (12)$$

При этом  $\tau(r, \theta), v(r, \theta) \in C(\bar{S}) \cap C^2(S)$ .

Таким образом, учитывая краевые условия (11), (12), (2) мы получим в области  $\Omega_\alpha$  смешанную задачу для вырождающегося трехмерного эллиптического уравнения

$$\sum_{i=1}^2 p_i(t) u_{x_i x_i} - u_{tt} = 0, \quad (13)$$

с данными

$$u|_S = \tau(r, \theta), \quad u_t|_S = v(r, \theta), \quad u|_\Gamma = \psi(t, \theta). \quad (14)$$

В [5] доказана следующая

**Теорема 2.** Если  $\tau(r, \theta), v(r, \theta) \in C(\bar{S}) \cap C^2(S)$ ,  $\psi_1(t, \theta) \in C(\bar{\Gamma}_\alpha) \cap C^2(\Gamma_\alpha)$ , то задача (13), (14) имеет единственное решение, если выполняется условия (4).

Далее, используя теорему 2 приходим к справедливости теоремы 1. Так как в (11) получен явный вид решения задачи (13), (14), то можно записать явное представление и для задачи 1.

*Список использованной литературы:*

- 1 Ладыженская О.А. Смешанная задача для гиперболического уравнения, М.: Гостехиздат, 1953-279 с.
- 2 Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики, М.: Наука, 1973-407с.
- 3 Краснов М.Л. Смешанные краевые задачи для вырождающихся линейных гиперболических дифференциальных уравнений второго порядка// Матем. Сб., 1959, т. 49(91)-с.29-84
- 4 Барановский Ф.Т. Смешанная задача для линейного гиперболического уравнения второго порядка, вырождающегося на начальной плоскости// Ученые записки Ленингр. пед. институт, 1958, т.183-с.23-58
- 5 Aldashev S.A. Well Posedness of The Mixed Problem For Degenerate Multi-dimensional Hyperbolic Equation// материалы конференций "Modern Problems of Mathematical Modeling, Computational methods and information", Киев, КНУ им.Т.Шевченко, 2018, с.14-15.
- 6 Каньянова З.Н. Смешанная задача для вырождающихся трехмерных гиперболических уравнений// Вестник КазНПУ им.Абая, 2019, №1(65), с.45-48
- 7 Алдашев С.А. Корректность смешанной задачи для вырождающегося многомерного гиперболично-параболического уравнения // Математический журнал, ИМММ, 2018, т.18.
- 8 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа М.: Наука, 1976 - 543с.
- 9 Алдашев С.А. Корректность задачи Дирихле для вырождающихся многомерных гиперболично-параболических уравнений // Научные ведомости БелГУ, Математика, физика, 2016, №27(248), вып. 45-с.16-25



МРНТИ 27.17.29  
УДК 512.64

С.Ж. Каратабанова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Алматы филиал Санкт-Петербургского гуманитарного университета профсоюзов,  
г. Алматы, Казахстан

## ПОСТРОЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

*Аннотация*

При обучении студентов экономического направления подготовки важно обратить внимание на различные оптимизационные задачи линейной алгебры. В статье рассмотрена типизация классических задач линейного программирования из области экономики. Названы использованные упрощения в информации о реальных процессах, позволяющие решать и анализировать обширный класс вычислительных задач. Зависимость расходов от объема выпуска считается линейной; производство сверху неограниченно; продукция, время, стоимость является абсолютно делимыми; цена не зависит от объема выпуска; используемые показатели не меняются во времени. Правильно выбранная экономико-математическая модель задачи позволяет применить для её решения наиболее подходящий метод линейного программирования. Транспортная задача решается методом потенциалов, задачи о раскрое материалов, о загрузке оборудования, об использовании ресурсов, о составлении рациона решаются симплексным методом. Задача технического контроля и задача потребителя решается графическим методом при  $X = (x_1, x_2)$ .

**Ключевые слова:** линейное программирование, методика преподавания в высшей школе, симплексный метод, целевая функция, транспортная задача, математическая модель.

*Аңдатпа*

С.Ж. Каратабанова<sup>1</sup>

## СЫЗЫҚТЫҚ ЭКОНОМИКАЛЫҚ-МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІ ҚҰРУ

<sup>1</sup>Санкт-Петербург кәсіподақтар университетінің Алматы филиалы, Алматы қ., Қазақстан

Экономикалық бағыттағы студенттерді оқыту барысында сызықтық алгебраның әр-түрлі оптимизациялық есептеріне назар аудару керек. Мақалада экономика саласындағы сызықтық бағдарламаның классикалық есептерінің мәселелері келтірілген. Нақты процесстер туралы ақпаратты жеңілдетуді пайдаланатын есептеу мәселелерін кеңейтілген класын шығару және талдау айтылған. Өндіріс көлеміне шығындардың тәуелділігі сызықтық болып саналады; жоғарыдан өндіріс шектелмеген; өнімдер, уақыт, шығындар мүлдем бөлінбейді; бағасы босату көлеміне байланысты емес; пайдаланылған индикаторлар уақыт бойынша өзгермейді. Проблеманың дұрыс таңдалған экономикалық және математикалық моделі оны шешу үшін ең лайықты сызықтық бағдарламалау әдісін қолдануға мүмкіндік береді. Тасымалдау мәселесі потенциалдар әдісімен шешіледі, кесу материалдарының проблемалары, тиесу техникалары, ресурстарды пайдалану және рационды дайындау қарапайым әдіспен шешіледі. Техникалық бақылау міндеті және тұтынушының проблемасы  $X = (x_1, x_2)$  кезінде графикалық түрде шешіледі.

**Түйін сөздер:** сызықтық бағдарламалау, жоғары оқу орнындағы оқыту әдістемесі, симплекс әдісі, мақсаттық функция, транспорттық есеп, математикалық модель.

*Abstract*

## LINEAR CONSTRUCTION ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELS

Karatabanova S.Zh. <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Almaty branch St. Petersburg University of the Humanities and Social Sciences, Almaty, Kazakhstan

When teaching students the economics of training, it is important to pay attention to various optimization problems of linear algebra. The article discusses the typing of classical linear programming problems from the field of economics. The used simplifications in information about real processes are named, allowing to solve and analyze an extensive class of computational problems. Dependence of expenses on the volume of output is considered linear; production from above is unlimited; products, time, cost is absolutely divisible; price does not depend on the volume of release; used indicators do not change in time. Properly chosen economic and mathematical model of the problem allows you to apply the most appropriate linear programming method to solve it. The transportation problem is solved by the method of potentials, the problems of cutting materials, loading equipment, using resources, and preparing a ration are solved by a simplex method. The task of technical control and the problem of the consumer is solved graphically at  $X = (x_1, x_2)$ .

**Keywords:** linear programming, teaching methods in higher education, simplex method, objective function, transport problem, mathematical model.

В процессе преподавания курса «Методы оптимизации и исследование операций» для студентов специальности «прикладная информатика» преподаватель сталкивается с трудностями, обусловленными большим разнообразием имеющихся на сегодняшний день типов задач линейного программирования. В частности, от сделанного выбора задачи линейного программирования зависит также выбор применяемого для её решения метода, и небольшие отличия двух моделей диктуют выбор различающихся методов.

Математические модели в экономике строятся на основе выявленных экономической наукой законов. Исследование поведения сформулированной математической модели вследствие её абстрактного характера допускает проведение вычислительного эксперимента. Следующим этапом является оценивание степени согласованности результатов моделирования и реальной ситуации с описываемым объектом.

В отношении задач линейного программирования к достоинствам модели следует отнести возможность учета большого количества переменных и обширность известных методов прикладной математики, а к недостаткам отсутствие в описании ограничений каких-либо случайных элементов. Линейные зависимости, выражающие целевую функцию и ограничительные условия, позволяют изучить функционирование социально-экономической структуры «в первом приближении» в прямом и в переносном смысле.

Студенты, изучившие курс, должны самостоятельно формулировать постановку задачи, составлять экономико-математические модели (ЭММ), выбирать алгоритм решения поставленной задачи, грамотно её оформлять, проводить экономическую интерпретацию полученных решений.

Рассмотрим общие формулировки некоторых классических задач линейного программирования, обычно изучаемых в вузах.

#### 1. Транспортная задача в матричной постановке.

Требуется организовать перевозки продукта из  $m$  пунктов производства к  $n$  пунктам потребления. Каждый  $i$ -й пункт производства характеризуется запасом продукта  $a_i$ ; каждый  $j$ -й пункт потребления характеризуется потребностью  $b_j$ . Матрица  $C_{mn}$  состоит из чисел  $c_{ij}$ , равных норме затрат на перевозку единицы груза из пункта  $A_i$  в пункт  $B_j$ .

План перевозки груза должен иметь вид матрицы  $X_{mn}$ . Ограничения на элементы матрицы выглядят как

$$\sum_i x_{ij} \geq b_j$$

и

$$\sum_j x_{ij} \leq a_i.$$

Условие неотрицательности компонентов плана  $X$  имеет вид  $x_{ij} \geq 0$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Целевая функция, т.е. суммарные затраты на перевозки, минимизируется:

$$F(X) = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min.$$

После приведения модели к сбалансированному виду, когда объем производства равен объему потребления, транспортная задача может быть решена методом потенциалов [1].

#### 2. Задача о раскрое материалов.

Каждая единица  $j$ -го материала ( $j = \overline{1, m}$ ) может быть раскроена  $n$  различными способами, при этом использование  $i$ -го способа ( $i = \overline{1, n}$ ) даёт  $a_{ijk}$  единиц  $k$ -го изделия ( $k = \overline{1, s}$ ). Запас  $j$ -го материала равен  $a_j$  единиц. Требуется изготовить  $s$  разных комплектующих изделий в количествах, удовлетворяющих условию комплектности, т.е. пропорционально набору  $b_1, b_2, \dots, b_s$ .

Необходимо найти план раскроя, обеспечивающий максимальное число комплектов. Через  $x$  обозначим число комплектов, через  $x_{ij}$  обозначим число единиц  $j$ -го материала, раскраиваемого  $i$ -м способом. Искомый план есть матрица  $X=(x_{ij})_{mn}$ , элементы которой удовлетворяют ограничению

$$\sum_i x_{ij} \leq a_j$$

для  $j = \overline{1, m}$ ,

$$\sum_i \sum_j x_{ij} a_{ijk} = b_k x$$

для  $k = \overline{1, s}$ ,

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m},$$

целевая функция  $F(X) = x \rightarrow \max$ .

Задача решается симплекс-методом [1].

### 3. Задача о загрузке оборудования.

За время  $T$  требуется выпустить  $n_j$  единиц продукции  $P_j, j = \overline{1, k}$ . В производстве используются станки  $S_i, i = \overline{1, m}$ , для которых известны производительность и затраты. Число единиц продукции  $P_j$ , производимой в единицу времени на станке  $S_i$ , равно  $a_{ij}$ . Затраты в единицу времени на изготовление на станке  $S_i$  продукции  $P_j$  составляют  $b_{ij}$ .

Требуется минимизировать затраты на производство плановой продукции путём распределения выпуска продукции между станками.

Вышеназванные условия можно записать формульно. Время, в течение которого станок  $S_i$  занят изготовлением продукции  $P_j$ , обозначим через  $x_{ij}$ .

$$\sum_j x_{ij} \leq T$$

для  $i = \overline{1, m}$ .

$$\sum_i a_{ij} x_{ij} \geq n_j$$

для  $j = \overline{1, k}$ .

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, k}.$$

Функция затрат на выполнение плана  $X = (x_{ij})_{m,k}$  является целевой.

$$F(X) = \sum_i \sum_j b_{ij} x_{ij} \rightarrow \min.$$

Задача о загрузке оборудования может быть решена, например, двойственным симплекс-методом [1]. В тех случаях, когда станки имеют пропорциональные производительности относительно видов продукции, эта задача приводится к транспортной задаче [2].

Рассмотрим числовой пример задачи о загрузке оборудования. На предприятии работают два станка разных моделей и разной мощности. Они производят продукцию трёх видов. На выполнение производственного задания отводится не более 11 соток. В следующей таблице приведены данные задачи, в которой требуется минимизировать затраты при полной загрузке этих станков:

Типы продукции	Производительность станка (штук в сутки)		Затраты на работу станка (ден.ед. в сутки)		План (штук)
	A	B	A	B	
I	2	8	400	300	50
II	3	4	300	400	20
III	5	6	200	100	40

Решение симплекс-методом проведем для следующей математической модели:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 11,$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 11,$$

$$2x_{11} + 8x_{21} \geq 50,$$

$$3x_{12} + 4x_{22} \geq 20,$$

$$5x_{13} + 6x_{23} \geq 40,$$

$$F(X) = 400x_{11} + 300x_{21} + 300x_{12} + 400x_{22} + 200x_{13} + 160x_{23} \rightarrow \min.$$

С помощью онлайн калькулятора (<https://math.semestr.ru/simplex/simplex.php>) получен оптимальный план:

$$x_{11} = 0, x_{12} = 6^2/3, x_{13} = 2^3/10, x_{21} = 6^1/4, x_{22} = 0, x_{23} = 4^3/4, \text{ при котором}$$

достигается искомый минимум

$$F(X) = 400*0 + 300*6^2/3 + 200*2^3/10 + 300*6^1/4 + 400*0 + 100*4^3/4 = 4810 \text{ ден.ед.}$$

#### 4. Задача об использовании ресурсов.

К производству запланировано  $n$  видов продукции, причём продукции  $P_j$  требуется выпустить в неизвестном количестве  $x_j$  единиц. Используется  $m$  видов ресурсов, причём имеется запас  $b_i$  ресурса  $S_i$ . Технологические коэффициенты  $a_{ij}$  равны числу единиц ресурса  $S_i$ , которое расходуется на производство единицы продукции  $P_j$ . Реализация единицы продукции  $P_j$  даёт прибыль  $c_j$ . Требуется найти такой план выпуска продукции  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , для которого верны ограничения

$$\sum_j a_{ij}x_j \leq b_i \quad \text{для } i = \overline{1, m},$$

условие неотрицательности плана  $x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$ , с целевым требованием

$$F(X) = \sum_i c_i x_i \rightarrow \max.$$

Задача может быть решена симплекс-методом.

#### 5. Задача составления рациона.

Имеется  $n$  видов корма, содержащих  $m$  видов питательных веществ  $S_1, \dots, S_m$ . В единице корма  $j$ -го вида содержится  $a_{ij}$  единиц питательного вещества  $S_i$ . Необходимый минимум содержания в рационе питательного вещества  $S_i$  составляет  $b_i$  в сутки. Стоимость единицы корма  $j$ -го вида равняется  $c_j$ . Необходимо составить дневной рацион, имеющей минимальную стоимость при соблюдении всех норм. Обозначим число единиц корма  $j$ -го вида через  $x_j$ . Неизвестные должны удовлетворять условиям

$$\sum_j a_{ij}x_j \geq b_i$$

для  $i = \overline{1, m}$ ,

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n},$$

при оптимизации следующей целевой функции:

$$F(X) = \sum_j c_j x_j \rightarrow \min.$$

Задача решается симплекс-методом.

#### 6. Задача технического контроля

Рассмотрим формулировку задачи при наличии контролёров только I и II разрядов, условимся их называть  $K_1$  и  $K_2$ . Контролёр  $K_1$  проверяет в час 25 изделий, при этом он не делает ошибок в 98% случаев. Контролёр  $K_2$  имеет соответствующие характеристики скорости и точности работы 15 изделий в час и 95% верных оцениваний.

Для всего отдела норма выработки составляет 1800 изделий за рабочий день. Почасовая зарплата контролёра равна 4 у.е. для  $K_1$  и 3 у.е. для  $K_2$ . Фирма несёт убыток при каждой ошибке контролёра в размере 2 у.е. Максимальное возможное число используемых  $K_1$  равно 7, соответственно для  $K_2$  это 10.

Требуется укомплектовать отдел технического контроля оптимально в смысле минимальных общих затрат на контроль. Для построения модели введём обозначения неизвестных, т.е.  $X=(x_1, x_2)$ , где  $x_1$  – количество  $K_1$  а  $x_2$  – количество  $K_2$ . Выразим ограничения для восьмичасовой смены при учете дневной нормы выработки:

$$8(25x_1+15x_2) \geq 1800.$$

Целевая функция должна учитывать зарплату и убытки, а именно то, что расходы для  $K_1$  составят в час  $4 + 2 \cdot 25 \cdot 0,02 = 5$  у.е.,

соответственно для  $K_2$  это

$$3 + 2 \cdot 15 \cdot 0,05 = 4,5 \text{ у.е.}$$

Для фирмы в течение дня получатся расход на контроль:

$$F(X) = 8(5x_1 + 4,5x_2) \rightarrow \min.$$

Неотрицательные ограничения примут вид

$$0 \leq x_1 \leq 7, \quad 0 \leq x_2 \leq 10.$$

Задача может быть решена графически [2].

#### 7. Задача потребителя.

Классической задачей микроэкономики является частный случай задачи об использовании ресурсов. В магазине покупатель осуществляет выбор между товаром I и товаром II. Стоимости товара I и товара II соответственно равны  $c_1$  и  $c_2$ . Выбор ограничен бюджетом, равным  $b$  у.е. Удовлетворение от покупки товаров I и II для потребителя составляет соответственно  $a_1$  и  $a_2$  у.е. Требуется определить такой набор товаров, приобретение которого принесёт наибольшее удовлетворение. Обозначим через  $x_1$  и  $x_2$  планируемые объёмы покупок товаров. Ограничение выглядит как

$$\begin{aligned} c_1x_1 + c_2x_2 &\leq b, \\ x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0, \end{aligned}$$

а линейная функция полезности оптимизируется:

$$U(X) = a_1x_1 + a_2x_2 \rightarrow \max.$$

Задача решается графическим или симплексным методом.

В заключение заметим, что во всех задачах линейного программирования используются абстрактные допущения, главным из которых являются:

- 1) зависимость расходов от объема выпуска линейная;
- 2) производство сверху неограниченно;
- 3) продукция, время, стоимость являются абсолютно делимыми;
- 4) цена не зависит от объема выпуска;
- 5) используемые показатели не меняются во времени.

Все это характерные особенности рассмотренных экономико-математических моделей и отказ от каждого из них намного бы усложнил информационную картину исследуемого процесса [3]. В таких случаях можно использовать параметрическое программирование.

#### Список использованной литературы:

- 1 Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике/под ред. Проф. Н.Ш. Кремера. – М.: Юрайт, 2010.
- 2 Марданов Р.Ш. и др. Сборник задач по математике для экономистов. – Казань: КГУ, 2009.
- 3 Корнюховский П. Математические методы исследования операций в экономике. – СПб.: Питер, 2000.

МРНТИ 27.03.66  
УДК 510.67

*Н.М. Мусина<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды Мемлекеттік Университеті,  
Қарағанды қ., Қазақстан*

## **ЙОНСОНДЫҚ ТЕОРИЯЛАРДЫҢ ГИБРИДТЕРІНІҢ КЕЙБІР МЫСАЛДАРЫ ЖӘНЕ ҚАСИЕТТЕРІ**

*Аңдатпа*

Бұл жұмыс йонсондық теориялардың жаңа класында пайда болған жаңа ұғымның модельді-теоретикалық қасиетін зертеуге, яғни йонсондық теориялардың гибридтеріне кіріспе болыптабылады. Зерттеудің негізгі объектілері: йонсондық гибридтер мен олардың модельдер класы. Ең алғашқы теориямен байланыстарды терең түсіну үшін қарастырылып отырған фрагменттердің семантикалық модельдерінің арнайы алгебралық конструкциялары және осы негізде осы фрагменттердің гибридтері анықталды. Мақалада екі йонсондық теориялар үшін гибрид ұғымының екі жағдайы бар екені көрсетілген. Бірінші жағдай – сигнатуралары бірдей йонсондық теорияларының гибридi. Екінші жағдай – сигнатуралары әртүрлі йонсондық теорияларының гибридi. Бұл мақалада екі йонсондық теория үшін бірінші түрдегі гибридтермен жұмыс жасалған. Сонымен қатар, осы жұмыста гибридтердің зерттеу аясында пайда болған ашық сұрақтар келтірілген.

**Түйін сөздер:** йонсондық теория, семантикалық модель, гибрид, экзистенциалды қарапайым модель, модельді компаньон, индуктивті теория.

*Аннотация*

*Н.М. Мусина<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Қарағанды мемлекеттік университетінің акадeмикa Е.А. Букетовa,  
г. Қарағанды, Қазақстан*

## **НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ И СВОЙСТВА ГИБРИДОВ ЙОНСОНОВСКИХ ТЕОРИЙ**

Данная работа является введением в изучении теоретико-модельных свойств нового понятия в новом классе йонсоновских теорий, т.е. гибрид йонсоновских теорий. Основными объектами исследования являются йонсоновские гибриды и их классы моделей. Для того чтобы понять более глубоко эти связи и в конечном итоге связь с самой первоначальной теорией и были определены специальные алгебраические конструкции семантических моделей рассматриваемых фрагментов и на этой основе были определены гибриды этих фрагментов. В статье рассмотрен гибрид для двух йонсоновских теорий, причем возможны два случая. Первый случай - гибрид йонсоновских теорий одной сигнатуры. Второй случай – гибрид йонсоновских теорий разных сигнатур. В данной статье мы будем иметь дело только гибридами первого вида для двух йонсоновских теорий. Кроме того, в этой работе представлены открытые вопросы, возникающие в рамках исследования гибридов.

**Ключевые слова:** йонсоновская теория, семантическая модель, гибрид, экзистенциально простая модель, модельный компаньон, индуктивная теория.

*Abstract*

## **SOME EXAMPLES AND PROPERTIES OF HIBRIDS OF JONSSON THEORIES**

*Mussina N.M<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Y.A. Buketov Karaganda State University, Karaganda, Kazakhstan*

This work is an introduction to the study of model-theoretic properties of a new concept in a new class of Jonsson theories, i.e. hybrid of Jonsson theories. The main objects of study are the Jonsson hybrids and their classes of models. In order to understand more deeply these connections and ultimately the connection with the original theory itself, special algebraic constructions of semantic models of the considered fragments were identified and on this basis hybrids of these fragments were determined. The article describes a hybrid for two Jonsson theories, and two cases are possible. The first case is a hybrid of Jonsson theories of one signature. The second case is a hybrid of Jonsson theories of different signatures. In this article, we will deal only with hybrids of the first kind for two Jonsson theories. In addition, this paper presents open-ended questions arising from the study of hybrids.

**Keywords:** Jonsson theories, semantic model, hybrid, existentially prime model, model companion, inductive theory.

Бұл жұмыста йонсондық теориялардың жаңа класының модельді-теоретикалық қасиеттері қарастырылады. Яғни, бір тілдің екі түрлі йонсондық теорияларының семантикалық модельдерінің әртүрлі алгебралық конструкциялардың көмегімен алынатын теориялар. Бұл мақаланың мақсаты осындай теориялар арасындағы әртүрлі байланыстарды қарастыру болып табылады. Бұл

байланыстарды тереңірек түсіну үшін қарастырылып отырған фрагменттердің семантикалық модельдерінің арнайы алгебралық конструкциялары және осы фрагменттердің гибридтері анықталды. Осындай алгебралық конструкцияларды біз семантикалық гибридтер деп атаймыз.

Гибридтер ұғымы өте кең ұғым. Гибридтердің мысалдары ретінде алгебраның жиі кездесетін үлгілері көп. Мысалы, сызықтық кеңістікті қарастырсақ, бұл мысал йонсондық теорияның шарттарын анық түрде қанағаттандырады. Бірақ ішінде екі бөлек құрылымы бар: абельдік группа және өріс. Олар да екеуі де йонсондық шарттарды қанағаттандырады. Бірақ олардың сигнатуралары бөлек. Осы белгілі мысалдан негізі гибрид ұғымы енгізілген. Ең қарапайым жағдай, бір құрылымның ішінде екі бөлек құрылым бір сигнатурадан болса, одан да күрделі мысал қарастырып отырған екі құрылым екі бөлек сигнатурада болса. Айтылған нәрселер алгебрадан идея ретінде шықса, модельдер теориясының кейбір есептерінің аясында гибрид ұғымы жиі кездеседі. Мысалы қарастырып отырған семантикалық модельдің ішінде егер біз екі анықталған ішкі жиындарды қарастырсақ және олар сонымен қатар йонсондық жиындар болса, онда олардан автоматты түрде гибридті құрастыруға болады. Сондықтан гибридтің бар болуының өзектілігі анық болып есептелінеді.

Семантикалық гибридтің мысалы ретінде қарастырып отырған йонсондық теорияның семантикалық моделінің  $\nabla - cl$ -ішкі жиынының фрагменттерінің семантикалық модельдерінің бірігуін, қиылысуын, декарттық көбейтіндісін, тура көбейтіндісін, тура қосындысын, фильтрлік және ультрафильтрлік көбейтіндісін қарастырамыз.

Бекітілген гибридтің әртүрлі компаньондарының модельді-теоретикалық қасиеттерін зерттеу қызықты болып табылады. Теорияның осындай қасиеттеріне қазіргі модельдер теориясының барлық классикалық атрибуттарын жатқызуға болады. Яғни, олар стабильділік, категорлылық, қатты минималдылық, модельді толықтық, аксиоматизациялау, интерпретациялау, спектрлік сұрақтар және т.б. Семантикалық аспектіге гибридтің семантикалық моделінің анықталған формульді ішкі жиыны ұғымымен байланысты әртүрлі қасиеттерді жатқызуға болады. Яғни, атомдылық, алгебралық жайлылық, экзистенциалды тұйықтылық, дөңестілік, экзистенциалды жайлылық.

Мақалада жазылған негізгі ұғымдар мен әдістеркелесі еңбектерден бастау алады [1,2,3,4]. Осы мақаланың негізгі ұғымдарының қажетті анықтамаларын берейік. Бірінші ретті кейбір саналымды тіл берілсін.

**Анықтама 1.**  $T$  теориясы йонсондық деп аталады, егер келесі шарттар орындалса:

- 1)  $T$  теориясы ең құрығанда бір шексіз модельге ие;
- 2)  $T$  теориясы индуктивті;
- 3)  $T$  теориясы үйлесімді енгізілу қасиетіне (JEP) ие;
- 4)  $T$  теориясы амальгама қасиетіне (AP) ие.

Келесі теориялар йонсондық теорияның мысалдары болып табылады:

- 1) группалар теориясы,
- 2) абельдік группалар теориясы,
- 3) бекітілген сипаттамамен өрістер теориясы,
- 4) Буль алгебралар теориясы,
- 5) бекітілген моноид арқылы полигондар теориясы,
- 6) бекітілген сақина арқылы модульдер теориясы,
- 7) сызықты реттер теориясы.

Келесі модельдің әмбебаптылығы және біртектілігі туралы анықтама кез келген йонсондық теорияның семантикалық инвариантын, яғни оның семантикалық моделін көрсетеді. Осы модельдің қаныққандылығы немесе қаныққандылық еместігі қарастырып отырған йонсондық теорияның өзінің және оның модельдер класының құрылымдық қасиеттерін өзгертеді.

**Анықтама 2.** Айтарлық  $\geq \omega$  болсын.  $T$  теориясының  $M$  моделі  $T$  үшін  $\kappa$ -әмбебап деп аталады, егер қуаты қатаң түрде-дан кіші  $T$ -ның әрбір моделі  $M$ -ге изоморфты енгізілсе;  $T$  үшін  $\kappa$ -біртекті деп аталады, егер  $T$  теориясының  $M$ -нің ішкі модельдері болатын қуаттары қатаң түрде  $\kappa$ -дан кіші  $A$  және  $A_1$  кез келген екі моделі үшін және  $f: A \rightarrow A_1$  изоморфизмі үшін әрбір  $B$ -ның  $A$  моделіне дейін кеңейтілуі,  $M$ -ның ішкі моделі және қуаты қатаң түрде  $\kappa$ -дан кіші  $T$ -ның моделі  $B_1$  табылса,  $B_1$  моделі  $A_1$ -ді кеңейтсе және  $g: B \rightarrow B_1$  изоморфизмі  $f$ -ті кеңейтсе.

**Анықтама 3.**  $T$  йонсондық теориясының  $C$  моделі семантикалық модель деп аталады, егер ол  $\omega^+$ -біртекті-әмбебап болса.

Йонсондық теорияның анықтамасынан жалпы айтқанда бұл теория толық емес екенін көреміз. Бірақ оның семантикалық инвариантының (семантикалық моделінің) көмегімен біз әрқашан толық теория болып табылатын йонсондық теорияның центрін анықтай аламыз.

**Анықтама 4.**  $T$  йонсондық теориясының центрі деп оның семантикалық моделінің элементарлы теориясын айтамыз және оны  $T^*$  деп белгілейміз, яғни  $T^* = Th(C)$ .

Келесі екі факт семантикалық модельдің "жақсы" ерекшелігі туралы айтады.

**Факт 1** [5]. Әрбір  $T$  йонсондық теориясы қуаты  $2^{\kappa}$  болатын  $\kappa^+$ -біртекті-эмбебап модельге ие. Керісінше, егер  $T$  теориясы индуктивті болса және  $\omega^+$ -біртекті-эмбебап модель болса, онда  $T$  теориясы йонсондық теория деп аталады.

**Факт 2** [5]. Айтарлық  $T$ -йонсондық теория болсын.  $T$  теориясының екі  $\kappa^+$ -біртекті-эмбебап  $M$  және  $M_1$  модельдері элементарлы эквивалент болады.

Модельдер теориясы курсынан қаныққан модель әрдайым біртекті-эмбебап модель болатындығы жақсы белгілі, керісінше де дұрыс. Бірақ бұл эмбебап-біртекті модельдің анықтамасы, әдетте, толық теорияны зерттеу аясында қарастырылады. Йонсондық теорияны зерттеу аясында эмбебап-біртекті модельді анықтаудың кейбір жеке жағдайы Б.Йонсонға [6] тиесілі. Екі жағдайда да қаныққан модель ұғымы бірдей. Йонсондық теория жағдайында біртекті-эмбебаптың жалпы жағдайына байланысты біз біртекті-эмбебап арқылы қанығу критерийін алмаймыз [7]. Сондықтан семантикалық модель қаныққан йонсондық теориялар барлық йонсондық теорияның класының ерекше ішкі класына бөлінеді және мұндай теориялар кемел деп аталады. Кемел йонсондық теорияның анықтамасын берейік.

**Анықтама 5.**  $T$  йонсондық теориясы кемел теория деп аталады, егер  $T$  теориясының әрбір семантикалық моделі  $T^*$  семантикалық модель болса.

**Теорема 1** [5]. Айтарлық  $T$  йонсондық теория болсын. Онда келесі шарттар эквивалентті:

$T$  теориясы – кемел;

$T^*$  теориясы –  $T$  теориясының модельді компаньоны.

Жоғары айтылған йонсондық теорияның келесі мысалдары 2), 3), 4), 6), 7) кемел йонсондық теорияның мысалдары болып табылады. Бірақ мысалы группалар теориясы кемел йонсондық теория болмайды, өйткені оның модельді компаньоны жоқ.

Айтарлық  $E_T$  –  $T$  йонсондық теориясының барлық экзистенциалды тұйық модельдер класы болсын. Бұл модельдер класы жалпы жағдайда кез келген теория үшін құр болуы мүмкін. Бірақ келесі нәтиже [8] жақсы белгілі, кез келген индуктивті теория құр емес экзистенциалды тұйық модельдер класына ие. Йонсондық теориялар класы индуктивті теориялар класының ішкі класы болғандықтан, онда біз  $E_T$  класы құр емес деп айта аламыз. Кемел йонсондық теория жағдайында осы теорияның центрін модельдер класы  $E_T$ -мен сәйкес келеді.

**Теорема 2** [5]. Егер  $T$  кемел йонсондық теория болса, онда  $E_T = ModT^*$ .

Айтарлық  $L$  бірінші ретті саналымды тіл болсын.  $T$  –  $L$  тілінің йонсондық теориясы және  $C$  оның семантикалық моделі болсын.

Осы мақаланың центральды ұғымының анықтамасына көшейік. Атап айтқанда, йонсондық теориялардың гибридтерінің ұғымына. Біз алдымен екі йонсондық теориялар үшін гибрид ұғымын анықтаймыз және де оның екі жағдайы бар. Бірінші жағдай – сигнатуралары бірдей йонсондық теорияларының гибридi. Екінші жағдай – сигнатуралары әртүрлі йонсондық теорияларының гибридi. Бұл мақалада екі йонсондық теория үшін бірінші түрдегі гибридтермен жұмыс жасайтын боламыз, бірақ гибрид ұғымын йонсондық теориялардың кез келген санына жалпылауға болатынын байқауға болады. Бірінші түрдегі гибридті қарастырайық.

Айтарлық  $T$  бекітілген тілде кейбір йонсондық теория және  $C$  оның семантикалық моделі болсын.

**Анықтама 6.** Айтарлық  $X \subseteq C$  болсын. Біз  $X$  жиынын  $C$  –ның  $\nabla$  –  $cl$ -йонсондық ішкі жиыны деп айтамыз, егер келесі шарттар орындалса:

1)  $X$  –  $\nabla$  – анықталған жиын (ол  $\nabla$ -дан формула табылады,  $C$  моделінде шешімі  $X$  жиыны болатын, мұндағы  $\nabla \subseteq L$ , яғни  $\nabla$  – формуланың түрі, мысалы  $\exists, \forall, \forall \exists$  және т.б.);

2)  $cl(X) = M, M \in E_T$ , мұндағы  $cl$  –  $C$  арқылы алгеометрияны (алғашқы геометрияны) беретін [9; 289] тұйықталу операторы (мысалы  $cl = acl$  немесе  $cl = dcl$ ).

**Лемма 1.** Айтарлық  $T$  – йонсондық теория болсын,  $E_T$  – оның экзистенциалды тұйық модельдер класы. Онда  $Th_{\nabla \exists}(A)$  теориясы кез келген  $A \in E_T$  моделі үшін йонсондық теория болып табылады.



Дәлелдеуін [5,8] жұмыстардан қарауға болады.

Айтарлық  $X_1, X_2 - C$  –ның  $\nabla - cl$ -йонсондық ішкі жиындары болсын, мұндағы  $C - T$  теориясының семантикалық моделі.

Айтарлық  $M_1 = cl(X_1), M_2 = cl(X_2)$  болсын, мұндағы  $M_1, M_2 \in E_T. Th_{\forall\exists}(M_1) = T_1, Th_{\forall\exists}(M_2) = T_2, C_1 - T_1$  теориясының семантикалық моделі,  $C_2 - T_2$  теориясының семантикалық моделі.

Алгебралық конструкциясы операциясының мәнін анықтайық.

Айтарлық  $\square \in \{U, \cap, \times, +, \oplus, \Pi_F, \Pi_U\}$ , мұндағы  $U$  –бірігу,  $\cap$  –қиылысу,  $\times$  –декарттық көбейтінді,  $+$  –қосынды және  $\oplus$  –тура қосынды,  $\Pi_F$ -фильтрлік және  $\Pi_U$ -ультрафильтрлік көбейтінді.

Айтарлық  $Th_{\forall\exists}(C_1 \square C_2) = H(T_1, T_2)$  болсын, мұндағы  $C_1 - T_1$  теориясының семантикалық моделі,  $C_2 - T_2$  теориясының семантикалық моделі.

Келесі анықтама екі йонсондық теориялар үшін бірінші ретті гибридтің анықтамасын береді.

**Анықтама 7.**  $T_1, T_2$  йонсондық теориялардың  $H(T_1, T_2)$  гибриді деп  $Th_{\forall\exists}(C_1 \square C_2)$  теориясын айтамыз, егер ол йонсондық теория болса. Сонымен бірге  $(C_1 \square C_2)$  алгебралық конструкциясы  $T_1, T_2$  теорияларының семантикалық гибриді деп аталады.

Келесі фактті байқаймыз.

**Факт 3.**  $H(T_1, T_2)$  теориясы йонсондық болуы үшін  $(C_1 \square C_2) \in E_T$  болуы жеткілікті.

Дәлелдеу. Бұл 1 леммадан шығады.

Семантикалық гибридтің мысалын келтіреміз. Сызықтық кеңістік өріс арқылы модульдің жеке жағдайы болып табылады. Сызықтық алгебрадан сызықтық кеңістіктің өлшемділігімен байланысты келесі нәтиже белгілі:

$$\dim V = \dim V_1 + \dim V_2 - \dim(V_1 \cap V_2),$$

мұндағы  $V$  –сызықтық кеңістік, ал  $V_1, V_2$ -оның ішкі кеңістіктері және  $V = V_1 + V_2$ .

Осы сызықтық кеңістіктердің өлшемділіктерінің тәуелділігін  $R$ -модуль тілінде интерпретациялауға болады, мұндағы  $R$ -өріс және  $\nabla - cl$  –жиын ретінде  $\forall\exists - dcl$  -жиындарды қарастыратын боламыз және  $acl = dcl$ . Сонымен бірге  $V - V_1$  және  $V_2$ -нің семантикалық гибриді болады, мұндағы алгебралық конструкция ретінде ішкі кеңістіктердің тура қосындысын қарастырамыз, яғни  $\square = \oplus$ . Бұл модульдер теориясы йонсондық теория екендігінен шығады.

Сонымен, жоғарыда көрсетілген анықтамадан йонсондық теориялардың гибридтері және олардың семантикалық гибридтері кейбір бекітілген йонсондық теорияның фрагментінің класында анықталған. Сонымен қатар осы анықтамаға қатысты бірнеше параметрлерді аламыз:

- 1)  $\nabla \subseteq L$ -дағы формулалар түрі;
- 2)  $cl$  тұйықталу операторының түрі;
- 3) семантикалық гибридтердің алгебралық конструкцияларының түрлері;

Жалпы айтқанда семантикалық гибридтің алгебралық конструкциялары осы берілген теорияның модельдер класына қатысты тұйық емес. Осыған байланысты қарастырылып отырған теория қарастырылып отырған алгебралық конструкцияға қатысты тұйық.

Яғни, келесі параметрді белгілеуіміз қажет:

- 4) алгебралық конструкция арқылы қарастырып отырған теорияның тұйықтылығы.

Гибридтің анықтамасы айтарлықтай жалпы болып табылады, ол көптеген параметрлерден тәуелді, біз нақты нәтижелер алу үшін осы параметрлерді ескеруіміз қажет. Бұл мақалада біз әрі қарай  $\forall\exists$ -сөйлемі үшін толық дөңес экзистенциалды жай йонсондық теориямен жұмыс жасайтын боламыз. Тұйықталу операторы ретінде алгебралық тұйықталуға тең болатын  $dcl$  операторын қарастырамыз, яғни  $acl = dcl$ . Семантикалық гибриді алу үшін алгебралық конструкция ретінде декарттық көбейтіндіні қарастырамыз. Жоғарыда келтірілген параметрлер йонсондық теориялардың өте кең класын анықтайды, дербес жағдайда оған сызықтық кеңістіктер жатады. Сызықтық кеңістік мысалы бізге түйсік пен идея мағынасы тұрғысынан негізгі болды. Сондықтан сызықтық кеңістіктің кейбір ішкі идеялогиясын сақтау үшін және сонымен бірге жалшылықты жоғалтпау үшін біз барлық йонсондық теориялардың кейбір ішкі кластарымен жұмыс жасайтын боламыз. Оларға сызықтық кеңістікте жатады және олар басқа алгебралар сияқты басқа да қасиеттерді қанағаттандырады. Ол үшін біз келесі анықтамаларды қарастырайық.

**Анықтама 8.**  $T$  индуктивті теориясы экзистенциалды жай деп аталады, егер оның алгебралық жай моделі болса, оның алгебралық жай модельдер класы  $AP_T$  деп белгіленеді және  $E_T - AP_T$  класымен қиылыспаса, яғни  $AP_T \cap E_T \neq \emptyset$ .

**Анықтама 9.**  $T$  теориясы дөңес деп аталады, егер оның  $A$  моделі үшін және  $T$  -ның модельдері болатын  $A$ -ның ішкі құрылымдарының кез келген  $\{B_i | i \in I\}$  жиынтығы үшін  $\bigcap_{i \in I} B_i$  қиылысуы  $T$ -ның моделі болады.

Әрі қарай біздің зерттеуіміздің объектісі болып экзистенциалды жай дөңес  $\forall \exists$ -толық йонсондық теориялар табылады.

**Теорема 3.** Айтарлық  $T$  – кемел дөңес экзистенциалды жай  $\forall \exists$  –сөйлемдер үшін толық йонсондық теория болсын.  $X_1, X_2 - T$  теориясындағы  $\forall \exists - dcl$ -жиын, мұндағы  $M_i = dcl(X_i) \in E_T, T_i = Th_{\forall \exists}(M_i)$  кемел дөңес экзистенциалды жай  $\forall \exists$  –сөйлемдер үшін толық йонсондық теориялар.  $C_1, C_2 -$  сәйкесінше олардың семантикалық моделдері. Онда егер олардың  $H(T_1, T_2)$  гибриді  $T_i -$ мен моделді үйлесімді болса, онда  $H(T_i) - i = 1, 2$  үшін кемел йонсондық теория болады.

*Дәлелдеуі.* Кері жорамалдайық. Онда гибрид  $H(T_1, T_2)$  йонсондық теория болады және оның  $M$  семантикалық моделі бар, берілген  $H(T_1, T_2)$  гибридінің кемел еместігінен,  $M$  семантикалық моделін қарастырсақ ол өзінің қуатында қанықпаған болады. Онда  $X \subseteq M$  табылады және  $M$  моделінде жүзеге аспайтын тип  $p \in S_1(X)$  табылатынын білдіреді, анығырақ  $(M, m)_{m \in X.p}$  типінің үйлесімділігінен, осы тип  $M' > M$  кейбір элементарлы кеңейтілуде жүзеге асады.  $H(T_1, T_2)$  гибридің йонсондығынан және оның  $T_i -$ мен модельді үйлесімділігінен  $A_i \in Mod T_i$  моделі табылады  $M' - A$ -ның ішкі моделі болатын, мұндағы  $i = 1, 2$ .  $A - C_i$  семантикалық модельге енгізіледі, бірақ  $C_i - T_i$  теориясының қаныққан моделі болып табылады, мұндағы  $i = 1, 2$ . Изоморфты енгізілуден,  $f - M'$ -тан  $A$ -ға рұқсат етеді,  $f(X) \subseteq A$  және  $p$  типі  $M'$ -де жүзеге асқандықтан, ол  $C_i$ -да да жүзеге асады. Бірақ  $C_i \in E_{T_i}$  және  $T_i$  экзистенциалды жай дөңес теория болғандықтан,  $p$  типі жүзеге асатын  $N_i \in E_{T_i}$  саналымды моделі табылады. Дөңестіктен,  $N_i$  моделі ядролық модель болады, яғни ол  $Mod T_i$ -дан алынған басқа модельдерге алгебралық жай модель ретінде тура бір рет енгізіледі. Бірақ  $T_i$ -дың  $H(T_i)$  гибридімен модельді үйлесімділігінен,  $g$  бойынша  $N_i - Mod H(T_i)$ -дан алынған кейбір модельге изоморфты түрде енгізіледі.  $T_i$  кемел теориялар болғандықтан олардың центрі модельді толық, яғни кез келген мономорфизм осы центрінің модельдерінің арасында элементарлы болады. Ал ондайларға кемелділік бойынша  $E_{T_i}$ -дан алынған барлық модельдер жатады. Онда жоғарыда айтылған  $g$  изоморфизмі элементарлы болады, яғни  $p - M$  моделінің саналымды ішкі моделінде жүзеге асады. Кемелділік еместің жорамалынан қайшылықты аламыз.

**Теорема 4.** Айтарлық  $T, T_1, T_2 - 3$  теореманың шарттарын қанағаттандырсын және  $T_1, T_2 - \omega$ -категорлы болсын. Онда олардың  $H(T_1, T_2)$  гибриді де  $\omega$ -категорлы йонсондық теория болады.

*Дәлелдеуі.* Жоғарыда айтылған 3 теоремадан  $H(T_1, T_2)$  гибриді кемел йонсондық теория болады. Кері жорамалдайық, яғни  $H(T_i)$  гибриді  $\omega$ -категорлы йонсондық теория болмасын. Айтарлық,  $Mod H(T_i)$ -тан алынған  $A$  және  $B$ - екі саналымды модельдер өзара изоморфты емес болсын. Онда  $E_{H(T_i)}$ -тан алынған  $A'$  және  $B'$  саналымды модельдер табылады,  $A - A'$ -ға изоморфты түрде енгізілетін,  $B - B'$ -қа изоморфты түрде енгізілетін. Ол кез келген индуктивті теорияда кез келген модель осы теорияның кейбір экзистенциалды тұйық моделіне изоморфты түрде енгізілетінен шығады. Бірақ теорияның шарты бойынша  $T_i$  теориясы  $H(T_i)$ -мен модельді үйлесімді. Онда  $A'$  және  $B'$  кейбір саналымды  $D \in E_{T_i}$  моделіне изоморфты түрде енгізіледі, бірақ  $T_i$  дөңес теория болғандықтан, онда  $A'$  бейнесі және  $B'$  бейнесі  $D$  моделінде құр болып қиылыспайды. Айтарлық ол қиылысу  $R$  моделіне тең болсын. Онда жоғарыда айтылған экзистенциалды жайлықтың және  $T_i$  саналымды категорлылығынан  $R \in E_{T_i}$  болғандықтан  $R \models \varphi(x) \wedge \neg \varphi(x)$  шығады, мұндағы  $A' \models \varphi(x)$  ал  $B' \models \neg \varphi(x)$ . Бірақ бұл дұрыс емес, өйткені шарт бойынша  $T_i - \omega$ -категорлы. Сәйкесінше,  $H(T_i)$ -дің  $\omega$ -категорлы еместігінің жорамалдауынан қайшылыққа келдік.

Гибридтердің зерттеу аясында келесі пайда болған ашық сұрақтарды келтірейік.

*1-сұрақ.*  $G$  – группасы берілсін,  $T = Th(G)$  болсын.  $H_1, H_2 - G$  группасының екі нормальді бөлгіштері. Айтарлық  $X_1, X_2 - C$  -ның  $\nabla - cl$ -йонсондық ішкі жиындары болсын, мұндағы  $C - T$  теориясының семантикалық моделі.

Айтарлық  $H_1 = cl(X_1), H_2 = cl(X_2)$  болсын, мұндағы  $H_1, H_2 \in E_T$ . Онда  $Th_{\forall \exists}(H_1) = T_1, Th_{\forall \exists}(H_2) = T_2$  болсын.

Мұндағы,  $T_1$  және  $T_2$  теориялары - йонсондық теориялар. Ал олардың гибриді  $H(T_1, T_2) = Th_{\forall\exists}(C_1 \times C_2)$ , мұндағы  $C_1 - T_1$  теориясының семантикалық моделі,  $C_2 - T_2$  теориясының семантикалық моделі. Онда келесі  $T_3$  теориясы табылып, яғни  $T_3 = H(T_1, T_2) = Th_{\forall\exists}(C_1 \oplus C_2)$  бола ма? Егер болса қандай  $H_1, H_2$  осы шартты қанағаттандырады? Мұндағы алгебралық конструкция ретінде ішкі кеңістіктердің тура қосындысын қарастырамыз, яғни  $\square = \oplus$ .

2-сұрақ.  $T_1, T_2 -$  йонсондық теориялар болсын және  $T_3, T_4 -$  йонсондық теориялар болсын. Онда олардың семантикалық модельдері бар,  $C_1, C_2 -$  сәйкесінше  $T_1, T_2$  теорияларының семантикалық модельдері,  $C_3, C_4 -$  сәйкесінше  $T_3, T_4$  теорияларының семантикалық модельдері.

Егер  $C_1 \equiv C_2, C_3 \equiv C_4$  болса, онда  $C_1 \times C_3 \equiv C_2 \times C_4$  болады. Яғни  $T_5$  теориясы табылады, ол  $T_1, T_3$  теорияларының гибриді болатын,  $T_6$  теориясы табылады, ол сәйкесінше  $T_2, T_4$  теорияларының гибриді болатын. Сонымен,  $Th_{\forall\exists}(C_1 \times C_3) = T_5, Th_{\forall\exists}(C_2 \times C_4) = T_6$  орындалады ма?

3-сұрақ.  $T_1, T_2 -$  йонсондық теориялар болсын,  $C_1, C_2 -$  сәйкесінше  $T_1, T_2$  теорияларының семантикалық модельдері.

Онда

1)  $C_1 \times C_2$  болса, онда  $C_1 \times C_2 = C_3$  орындалатындай,  $T_3$  теориясы табыла ма? Мұндағы  $C_3 - T_3$  теориясының семантикалық моделі.

2)  $Th_{\forall\exists}(C_1 \times C_2) = Th_{\forall\exists}(C_3) = T_3^*$  орындалса,  $T_3^* -$  теориясы қандай теория болады?

3)  $T_1, T_2, T_3$  теорияларының арасындағы байланыс қандай болады? Егер  $T_3 = H(T_1, T_2)$  болса, мұндағы  $H(T_1, T_2) = Th_{\forall\exists}(C_1 \square C_2)$ .

4-сұрақ.  $T -$  йонсондық теория болсын,  $M -$  оның семантикалық моделі.

$(Aut M) = G$ , келесі  $G$  группаның  $M$  жиынға әрекетін қарастырайық,  $G \times M \rightarrow M$ .

Яғни, 1)  $\forall e \in G, \forall x \in M, ex = x$ ;

2)  $\forall a, b \in G, \forall x \in M, (ab)x = a(bx)$ .

Семантикалық модельдің  $X$  ішкі жиыны  $f$  әрекет бойынша инвариантты деп атаймыз, егер  $f(X) = X$  болса.

$A, B \subseteq M, A, B - M$ -нің  $\nabla - cl$ -йонсондық ішкі жиындары болсын.

$T_1 = Th_{\forall\exists}(cl(A)) -$  йонсондық теория,  $T_2 = Th_{\forall\exists}(cl(B)) -$  йонсондық теория.

Айтарлық  $cl(A) \in E_T, cl(B) \in E_T$  болсын.

$H(T_1, T_2) = Th_{\forall\exists}(C_1 \times C_2), T_1, T_2 -$  йонсондық теориялар,  $C_1, C_2 -$  сәйкесінше  $T_1, T_2$  теорияларының семантикалық модельдері.

$f \in Aut M$  үшін келесі әрекеттер орындалсын:

1)  $f(x) = g^{-1}xg$ ;

2)  $g(x) = gx$ .

Онда осы әрекеттер үшін егер  $A, B - f$  бойынша инвариантты болса, жоғары есеп қарастырылсын.

#### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Ешкеев А.Р., Шаматаева Н.К. Дөңес экзистенциалды жай йонсондық теориялардың комьондарының қасиеттері – Алматы, 2016. – №3(55). –77-83 б.

2 Ешкеев А.Р., Шаматаева Н.К. Дөңес робинсондық теориялардың байыту бойынша кішігірім модельдердің қасиеттері // Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университетінің хабаршысы. – «Физика-математика ғылымдары» сериясы. – Алматы, 2017 - №1(57). –16-19 б.

3 Ешкеев А.Р., Шаматаева Н.К. Йонсондық жиынның фрагментінің формулалар торының кейбір қасиеттері // Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университетінің хабаршысы. – «Физика-математика ғылымдары» сериясы. – Алматы, 2017. - №3(59). – 86-93 б.

4 Ешкеев А.Р., Уркен Г.А. Йонсондық теориялардың ұқсастылық ұғымның кейбір қасиеттері // Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университетінің хабаршысы. – «Физика-математика ғылымдары» сериясы. – Алматы, 2018. -№4(64). – 32-37 б.

5 Jonsson V. Homogeneous universal relational systems// Math. Scand. – 1960. V.8. – p. 137-142.

6 Кейслер Х.Дж., Чэн Ч.Ч. Теория моделей / Х.Дж.Кейслер, Ч.Ч. Чэн. – М.: Мир, 1977.

7 Marker D. Model Theory: In introduction / D. Marker. - Springer-Verlag New York, Inc., 2002. - p. 342.

8 Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей / А.Р. Ешкеев, М.Т. Касыметова. - Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – С.346.

9 Hodges W.A. Model Theory / W.A. Hodges. - Cambridge University Press, 1993. - p. 772.

МРНТИ 27.45.17  
УДК 519.21

*А.Н. Мырзашева<sup>1</sup>, Т. Сағынғалиқызы<sup>1</sup>, Д.А. Қадірбекова<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup> Х. Досмұхамедов атындағы Атырау мемлекеттік университеті, Атырау қ., Қазақстан*

## **ҚАРЖЫЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІ МАРКОВТЫҚ ҮДЕРІСТЕР КӨМЕГІМЕН МОДЕЛЬДЕУДЕ ЖАҒДАЙ ГРАФТАРЫН ҚОЛДАНУ**

*Аңдатпа*

Бұл мақалада дискретті уақытқа тәуелді марковтық дискретті үдерістер қарастырылған. Дискретті уақытқа тәуелді және үзілісті уақытқа тәуелді үдерістердің, марковтық тізбектің, жағдай ықтималдықтары мен бір жағдайдан келесі жағдайға өтудің өтпелі ықтималдықтарының, кідіріс ықтималдықтарының анықтамалары келтіріледі. Сонымен қатар, өтпелі ықтималдықтардың  $k$  кезеңге байланыстылығына сәйкесті біртекті және біртекті емес марковтық тізбек ұғымдары беріледі. Біртекті марковтық тізбек үшін жағдай ықтималдықтарының жол-векторының алдыңғы кезеңдегі жағдай ықтималдықтарының жол-векторы мен өтпелі ықтималдықтар матрицасының көбейтіндісіне тең болатындығы туралы теорема және одан шығатын салдар тұжырымдалып, дәлелденді. Жағдай графында көрсетілмейтін түйіндер және оларға сәйкесті кідіріс ықтималдықтары толық топ құрайтын оқиғалар ықтималдықтарының қасиеті арқылы анықталады. Келтірілген теориялық материалдарға сәйкес есептер келтіріліп, шешілді.

**Түйін сөздер:** дискретті уақытқа тәуелді үдеріс, марковтық дискретті үдерістер, марковтық тізбек, өтпелі және кідіріс ықтималдықтары, жағдайлар графы, қаржы-экономикалық жүйе.

*Аннотация*

*А.Н. Мырзашева<sup>1</sup>, Т. Сағынғалиқызы<sup>1</sup>, Д.А. Қадірбекова<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup> Атырауский государственный университет имени Х. Досмұхамедова, г. Атырау, Казахстан*

## **ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФОВ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМЫ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ФИНАНСОВЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ**

В статье рассматриваются дискретные нестационарные разметки дискретных процессов. Определены дискретные зависящие от времени и прерывистые зависящие от времени процессы, цепочки разметки, вероятности случая и переходные вероятности перехода из одной ситуации в другую, задержки. Кроме того, дано понятие однородных и неоднородных разметочных цепей, что соответствует периодичности переходных вероятностей  $k$ . Теорема и ее результаты подтверждаются и подтверждаются тем фактом, что вероятность состояния ситуации для однородной цепочки маркеров равна произведению векторов пути и матрицы вероятности, вероятности ситуации в предыдущем периоде. Нераскрытые узлы и соответствующие им вероятности паузы определяются вероятностью событий, составляющих полную группу. Отчеты составлялись и решались в соответствии с теоретическими материалами.

**Ключевые слова:** случайный процесс дискретный по времени, Марковские дискретные процессы, цепь Маркова, финансово-экономическая система, граф состояний системы

*Abstract*

## **APPLICATION OF SYSTEM STATUS GRAPHS IN MODELING OF FINANCIAL SYSTEMS USING MARKOV PROCESSES**

*Myrzashева A.N.<sup>1</sup>, Sagyngalikyzy T.<sup>1</sup>, Kadirbekova A.D.<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup> Atyrau state university after name Kh. Dosmukhamedov, Atyrau, Kazakhstan*

This article discusses discrete nonstationary markup of discrete processes. Discrete time-dependent and discontinuous time-dependent processes, markup chains, case probabilities and transition probabilities of transition from one situation to another, delays are defined. In addition, the concept of homogeneous and inhomogeneous marking chains is given, which corresponds to the periodicity of transition probabilities  $k$ . The theorem and its results are confirmed and confirmed by the fact that the probability of the state of the situation for a homogeneous chain of markers is equal to the product of the path vectors and the probability matrix, the probability of the situation in the previous period. Unsolved nodes and the corresponding pause probabilities are determined by the probability of events that make up the entire group. Reports were compiled and resolved in accordance with theoretical materials.

**Keywords:** Discrete time random process, Markov discrete processes, Markov chain, financial and economic system, graph states of system.

Кездейсоқ процестер теориясы – ықтималдықтар теориясының физикада, биологияда, техника мен медицинада, қаржы – экономикалық жүйелерде және білімнің басқа салаларында да қарқынды дамып отырған бөлімі. Қазіргі кезде кездейсоқ процестер теориясының стационар және гаустық, марковтық

процестері негізінен радио және электротехникада, кибернетикада қолданылады. Математикалық экономика, математикалық биологияда әртүрлі марковтық процестер, газдардың молекулярлық теориясында броундық қозғалыс процесі, космостық бөлшектер каскады теориясында тәуелсіз өсімшелер процестері мен марковтық процестер қолданылады. Соңғы кезде жаратылыстану ғылымдарының қандай да өз салаларында кездейсоқ процестер теориясын пайдаланып отырады. Бұл теорияның әдістерін меңгеру әрбір жастың заман талабына сай білікті, ғылымның қандай саласынан болса да хабары бар, жан-жақты білімді маман болуына игі әсер ететіні анық. Марковтық процестер шетелдік ғалымдар тарапынан терең зерттелуде, сондай-ақ қазақстандық ғалымдар Ақанбай Н., Көшербаева Л. тарапынан зерттеліп, зерттеу жұмыстарында марковтық процестерді қолданған.

$S$  жүйесінде өтетін Марковтық кездейсоқ дискретті үдеріс жүйе кездейсоқ келетін мүмкін жағдайлармен ғана емес, сонымен қатар оның бір жағдайдан келесі бір жағдайға өтетін уақыт мезетімен де сипатталады. Уақыттың бұл мезеттері алдын-ала белгілі болуы да, немесе кездейсоқ болуы да мүмкін.

**Анықтама.** Егер жүйенің бір жағдайдан келесі жағдайға өтуі осы процестің кезеңдері (қадамдары немесе адымдары) деп аталатын алдын-ала анықталған  $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$  уақыт мезеттерінде іске асырылатын болса, онда жүйеде жүретін кездейсоқ үдеріс дискретті уақытқа тәуелді үдеріс деп аталады.

Көршілес кезеңдер арасындағы уақыт аралығында жүйе өзінің жағдайын сақтайды. Бірнеше кезеңдерде де жүйе өзінің жағдайын өзгертпейтін мүмкіндіктер де болуы мүмкін.

**Анықтама.** Егер жүйенің жағдайдан жағдайға кез келген, алдын ала белгісіз, кездейсоқ уақыт мезетінде өтуі мүмкін болса, онда жүйеде жүретін кездейсоқ үдеріс үзілісті уақытқа тәуелді үдеріс деп аталады.

Мақалада тек қана дискретті уақытқа тәуелді марковтық дискретті үдерістерді қарастырамыз.

$s_1, s_2, \dots, s_n$  -  $S$  жүйесінің барлық мүмкін жағдайлары болсын, осы жағдайлардың біреуінен келесісіне тек қана  $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$  уақыт мезеттерінде ғана секіріп өтеді.  $t \in [t_k, t_{k+1})$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$  уақыт мезетінде  $S$  жүйесі  $S(t) = S(t_k)$  жағдайда болатындықтан, берілген үдерісті  $t_k$  кезеңдердің (адымдардың немесе қадамдардың) кездейсоқ функциясы ретінде қарастыруға болады, немесе, оның  $k$  номерлеріне тепе-тең деп есептеуге болады. Сонымен, бұл үдеріс  $k = 1, 2, 3, \dots$  натурал аргументтің кездейсоқ функциясы, яғни кездейсоқ тізбек болып табылады. Егер  $S$  жүйесінің  $k$  кезеңнен  $k+1$  кезеңге дейінгі аралықта  $s_i$  жағдайында болатындығын білдіретін оқиғаны  $S_i(k)$  деп белгілесек, яғни  $S_i(k)$  оқиғасы « $t \in [t_k, t_{k+1})$  болғанда  $S(t) = s_i$  болады» дегенді білдіреді, онда дискретті уақытқа байланысты кездейсоқ үдерісті осы  $S_i(k)$  (мұндағы  $i = 1, \dots, n$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots$ ) оқиғаларының  $k$  индексі бойынша кездейсоқ тізбегі ретінде қарастыруға болады. Бұл оқиғалар да тізбек деп аталады [1].

**Анықтама.** Егер әрбір кезең үшін кез келген  $s_i$  жағдайдан кез келген  $s_j$  жағдайына өту ықтималдығы  $S$  жүйесінің  $s_i$  жағдайда қалай және қашан болғандығына тәуелді болмаса, онда кездейсоқ тізбек марковтық тізбек деп аталады.  $S$  жүйесі кез келген  $t$  уақыт мезетінде  $s_1, s_2, \dots, s_n$  жағдайларының біреуінде ғана бола алатындықтан, әрбір  $k = 1, 2, 3, \dots$  мәндерінде  $S_1(k), S_2(k), \dots, S_n(k)$  оқиғалары үйлесімсіз және олар толық топ құрайды. Дискретті уақытқа байланысты дискретті кездейсоқ үдерісті кез келген шекті уақыт аралығында жүзеге асыруды (реализация) қарастырылатын оқиғалардың  $k$  индексі бойынша кездейсоқ емес шекті  $S_i(k)$  ( $i = 1, \dots, n$ ;  $k = 1, 2, \dots$ ) тізбегі түрінде қарастыруға болады.

### Модельдеу мысалдары

**Мысал 1.**  $S$  жүйесін 1-ден 6-ға дейінгі кезеңдерде бақылау нәтижесі мынадай деп есептейік: 1-ден 2-ге дейінгі кезеңде  $s_1$  жағдайда, 2-ден 3-ке дейінгі кезеңде  $s_4$ , 3-тен 4-ке дейінгі кезеңде  $s_2$ , 4-тен 5-ке дейін  $s_2$  жағдайында қалды, 5-тен 6-ға дейін  $s_5$  жағдайында болған. Онда,  $S$  жүйесіндегі процестің 1-ден 6-ға дейінгі кезеңдерде жүзеге асырылуын енді кездейсоқ емес  $S_1(1), S_4(2), S_2(3), S_2(4), S_5(5)$  оқиғалар тізбегі ретінде қарастыруға болады.

Марковтық тізбектердің негізгі сипаттамалары  $S_i(k)$  оқиғаларының  $p_i(k) = p(S_i(k))$  ( $i = 1, \dots, n; k = 1, 2, \dots$ ) ықтималдықтары болып табылады.

**Анықтама.**  $p_i(k) = p(S_i(k))$  ( $i = 1, \dots, n; k = 1, 2, \dots$ ) ықтималдықтары жағдай ықтималдықтары деп аталады.

Сонымен,  $k$  кезеңдегі  $i$  жағдайдың  $p_i(k)$  ықтималдығы  $S$  жүйесінің  $k$  кезеңнен  $k+1$  кезеңге дейінгі аралықта  $S_i$  жағдайында болатындығының ықтималдығы болады [2].

Әрбір  $k = 1, 2, 3, \dots$  кезеңдерінде  $S_1(k), S_2(k), \dots, S_n(k)$  оқиғалары үйлесімсіз және толық топ құрайтын болғандықтан, ықтималдықтар теориясындағы қосу теоремасы бойынша бұл оқиғалардың ықтималдықтарының қосындысы 1-ге тең болады:

$$\sum_{i=1}^n p_i(k) = 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

$p_i(k)$  жағдайлар ықтималдығын есептеу үшін төмендегі анықтама арқылы өтпелі (переходные вероятности) ықтималдық ұғымы енгізіледі.

**Анықтама.**  $t_k$  уақыт мезетінде  $S$  жүйесінің  $s_i$  жағдайдан  $s_j$  жағдайға тікелей өту ықтималдығы  $k$  кезең үшін  $i$  жағдайдан  $j$  жағдайға өтетін өтпелі ықтималдығы деп аталады да,  $p_{ij}(k)$  деп белгіленеді.

Егер  $i = j$  болса, онда өтпелі ықтималдық  $p_{ij}(k) = p_{ii}(k)$  болады, бұл ықтималдық  $S$  жүйесінің  $s_i$  жағдайда кідіріс ықтималдығы (вероятностъ задержки) деп аталады.

Егер  $k$  кезеңде  $s_i$  жағдайдан келесі  $s_j$  ( $i \neq j$ ) жағдайға тікелей өту мүмкін болмаса немесе  $i$  жағдайда кідіріс ( $i = j$ ) мүмкін болмаса, онда  $p_{ij}(k) = 0$  болады.

**Анықтама.** Егер өтпелі ықтималдықтар  $k$  кезеңге байланысты болмаса, онда марковтық тізбек біртекті деп аталады.

Бұл жағдайда өтпелі  $p_{ij}(k)$  ықтималдықтары  $p_{ij}$  деп белгіленеді.  $k$  кезеңнің өзгеріне байланысты ең болмағанда бір ықтималдық өзгертін болса, онда марковтық тізбек біртекті емес деп аталады [2].

Бұл ретте қарастырылатын жағдайлар біртекті марковтық тізбектерге қатысты. Өтпелі ықтималдықтарды мына түрдегі  $n$  ретті квадраттық матрицалар түрінде жазамыз:

$$P = (p_{ij})_{i,j=1}^n = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{pmatrix}.$$

$P$  матрицасы  $k$  кезеңнің номеріне байланысты емес; оның  $n$  реті жүйедегі жағдайлар санына сәйкес келеді; матрицаның бас диагоналы бойында кідірістер ықтималдықтары орналасқан.

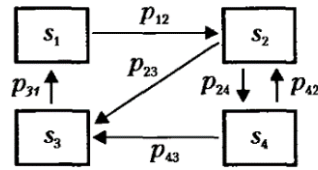
$p_{ij}$  өтпелі ықтималдықты  $S_j(k)$  ( $S$  жүйесі  $k$  кезеңнен  $(k+1)$  кезеңге дейін  $S_j$  жағдайында болады) оқиғасының  $S_i(k-1)$  оқиғасы пайда болғаннан кейінгі  $p_{ij} = p_{S_i(k-1)}(S_j(k))$  шартты ықтималдығы ретінде түсіндіруге болады, мұндағы  $S_i(k-1)$  оқиғасы  $S$  жүйесі  $(k-1)$  кезеңнен  $k$  кезеңге дейін  $s_i$  жағдайында болды дегенді білдіреді. Ендеше,  $S_1(k), S_2(k), \dots, S_n(k)$  оқиғаларының үйлесімсіз және толық топ құрайтындығынан олардың ықтималдықтарының қосындысы 1-ге тең болады.

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

яғни, осыған сәйкес өтпелі ықтималдықтар матрицасының әрбір жатық жолының элементтерінің қосындысы 1-ге тең болады екен. Ендеше, өтпелі ықтималдықтар матрицасы стохастикалық матрица болады.

**Анықтама.** Бағытталған сызықтардың (стрелкалардың) бойында сәйкесті өтпелі ықтималдықтары көрсетілген жағдай графы таңбаланған граф деп аталады.

**Мысал 2.** 1 суретте таңбаланған граф кескінделген.



1 сурет. 2 мысалға сәйкесті жағдай графы

Таңбаланған графта бағытталған сызықтардың және бір жағдайдан келесі жағдайға өтетін сәйкесті өтпелі ықтималдықтарының көрсетілген болуы өтпелі ықтималдықтардың нөлден өзге екендігін білдіреді. Керісінше, бір жағдайдан келесі жағдайға өтетінбағытталған сызықтардың болмауы өтпелі ықтималдықтардың нөлге тең екендігін білдіреді. Мысалы, 1 суреттегі жағдай графынан өтпелі ықтималдықтардың  $p_{12} \neq 0$ , ал  $p_{21} = 0$  болатындығы белгілі.

$s_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) жағдайынан шығатын бағытталған сызықтарға сәйкесті өтпелі ықтималдықтар  $P$  өтпелі ықтималдықтар матрицасының  $i$ -ші жатық жолында орналасқан, сондықтан да (2) бойынша олардың қосындысы 1-ге тең. Ендеше, кідірістер ықтималдықтарын мына формула арқылы есептеуге болады:

$$p_{ii} = 1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n p_{ij}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Сондықтан да,  $s_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) жағдайынан өзіне қайта шығатын бағытталған сызықтар-түйіндер және оларға сәйкесті кідіріс ықтималдықтары графта көрсетілмейді.

**Анықтама.** Бірінші кезеңнің тікелей алдындағы  $t = 0$  бастапқы уақыт мезетіндегі жағдайлар ықтималдығының  $(p_1(0), p_2(0), \dots, p_n(0))$  жол-векторы ықтималдықтың бастапқы таралу векторы деп аталады [1, 2].

Бастапқы уақыт мезетіндегі ықтималдықтар үшін де (1) шарты орындалатындығы түсінікті, яғни  $k = 0$  болғанда  $p_1(0) + p_2(0) + \dots + p_n(0) = 1$ . Мысалы, егер  $S$  жүйесі  $t = 0$  бастапқы уақыт мезетінде  $s_m$  жағдайында болса  $m \in \{1, 2, \dots, n\}$ , онда  $p_m(0) = 1$  және ықтималдықтардың бастапқы таралуы мына түрде болады:  $p_1(0) + \dots + p_{m-1}(0) = 0$ ,  $p_m(0) = 1$ ,  $p_{m+1}(0) + \dots + p_n(0) = 0$ .

Ықтималдықтардың бастапқы таралуы мен өтпелі ықтималдықтар матрицасын пайдалана отырып, жүйенің кез келген  $k$ -дан  $(k + 1)$  кезеңге дейінгі жағдай ықтималдығын есептеуге болады,  $k = 1, 2, \dots$ . Бұл ретте мына теорема орындалады.

**Теорема.** Біртекті марковтық тізбек үшін  $k$ -дан  $(k + 1)$  кезеңге дейінгі жағдай ықтималдықтарының жол-векторы  $(k - 1)$ -ден  $k$  кезеңге дейінгі жағдай ықтималдықтарының жол-векторы мен өтпелі ықтималдықтар матрицасының көбейтіндісіне тең болады:

$$(p_1(k), p_2(k), \dots, p_n(k)) = (p_1(k-1), p_2(k-1), \dots, p_n(k-1)) \cdot P. \quad (4)$$

**Дәлелдеу.** (4) теңдігінің сол жағындағы  $(p_1(k-1), p_2(k-1), \dots, p_n(k-1))$  жол-векторы матрицасының өлшемі  $[1 \times n]$ , оң жағындағы өтпелі ықтималдықтардың  $P$  матрицасының өлшемі  $[n \times n]$ , олай болса олардың көбейтіндісін табуға болады, нәтижесінде  $[1 \times n]$  өлшемді жол-вектор матрицасы алынады.

Әрбір  $k = 1, 2, \dots$  үшін  $H_i(k-1)$ ,  $i = 1, \dots, n$  -  $n$  болжам (оқиға) қарастырамыз. Бұл  $H_1(k-1), H_2(k-1), \dots$  болжамдар сәйкесінше  $S$  жүйесі  $(k-1)$ -ден  $k$  кезеңге дейін  $s_i$  жағдайында болды дегенді білдіреді.  $H_i(k-1)$ ,  $i = 1, \dots, n$  - болжамдары әрбір  $k = 1, 2, \dots$  үшін үйлесімсіз және

олар толық топ құрайды. Олардың ықтималдықтары  $p(H_i(k-1)) = p_i(k-1)$ .  $p_{S_i(k-1)}(S_j(k))$  шартты ықтималдығы  $H_i(k-1)$  болжам оқиғасы пайда болғаннан кейін - яғни  $S$  жүйесі  $(k-1)$ -ден  $k$  кезеңге дейін  $s_i$  жағдайында болғаннан кейін ғана  $S$  жүйесі  $s_j$  жағдайында болатындығының шартты ықтималдығы дегенді білдіреді – ал бұл өтпелі ықтималдықты береді, жоғарыда да осы ұғым келтірілген болатын. Нақты айтқанда  $p_{ij} = p_{S_i(k-1)}(S_j(k))$ . Олай болса, толық ықтималдық формуласы бойынша:

$$p_j(k) = \sum_{i=1}^n p(H_i(k-1)) \cdot p_{S_i(k-1)}(S_j(k)) = \sum_{i=1}^n p_i(k-1) \cdot p_{ij} = \\ = (p_1(k-1), p_2(k-1), \dots, p_n(k-1)) \cdot P.$$

(4) формуланың дұрыстығы дәлелденді.

(4) формула бойынша  $k$ -дан  $(k+1)$  кезеңге дейінгі жағдай ықтималдықтарының жол-векторын есептеу үшін  $S$  жүйесінің  $(k-1)$ -ден  $k$  кезеңге дейінгі жағдайдың ықтималдық векторын білу қажет болады, ендеше бұл (4) формула рекуррентті формула болып табылады.

$k=1$  болғанда (4) формуланың оң жағында ықтималдықтардың бастапқы таралу векторының  $P$  матрицасына көбейтіндісі болады:

$$(p_1(k), p_2(k), \dots, p_n(k)) = (p_1(0), p_2(0), \dots, p_n(0)) \cdot P.$$

Салдар. Біртекті марковтық тізбек үшін төмендегі формула орындалады:

$$(p_1(k), p_2(k), \dots, p_n(k)) = (p_1(0), p_2(0), \dots, p_n(0)) \cdot P^k, \quad k=1, 2, \dots \quad (5)$$

Дәлелдеу. (4) формуласының оң жағындағы  $(p_1(k-1), p_2(k-1), \dots, p_n(k-1))$  векторының орнына осы формула бойынша  $k$ -ны  $(k-1)$ -мен алмастырғаннан алынған мәнін қойсақ,  $(p_1(k-2), p_2(k-2), \dots, p_n(k-2)) \cdot P$  формуласын алынады. Сонда (4) формула мына түрде жазылады:

$$(p_1(k), p_2(k), \dots, p_n(k)) = ((p_1(k-2), p_2(k-2), \dots, p_n(k-2)) \cdot P) \cdot P = \\ = (p_1(k-2), p_2(k-2), \dots, p_n(k-2)) \cdot P^2.$$

Одан соң, осыған аналогиялық түрде  $(p_1(k-2), p_2(k-2), \dots, p_n(k-2))$  өрнегінің орнына  $(p_1(k-3), p_2(k-3), \dots, p_n(k-3)) \cdot P$  мәнді қойсақ,

$$(p_1(k), p_2(k), \dots, p_n(k)) = ((p_1(k-3), p_2(k-3), \dots, p_n(k-3)) \cdot P) \cdot P^2 = \\ = (p_1(k-3), p_2(k-3), \dots, p_n(k-3)) \cdot P^3.$$

Осыған аналогиялық түрлендірулерді жүргізе отырып, дәлелдеуге қажетті (5) формула алынады:

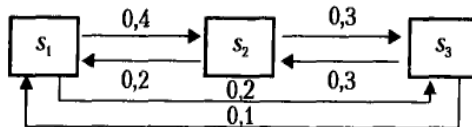
$$(p_1(k), p_2(k), \dots, p_n(k)) = (p_1(0), p_2(0), \dots, p_n(0)) \cdot P^k, \quad k=1, 2, \dots$$

Квадраттық стохастикалық матрицаның кез келген натурал дәрежесі де стохастикалық матрица болатындығына көз жеткізу қиын емес, ендеше (5) формуласындағы  $P^k$  матрицасы да стохастикалық матрица болады [2].

**Мысал 3.** 2%, 3%, 4% пайыздық мөлшерлемелердің бірін сипаттайтын банк жағдайын қарастырайық. Бұл пайыздық мөлшерлемелер әр тоқсанның (кварталдың) басында қойылады да, тоқсан бойына сақталынады. Сонымен,  $S$  жүйесі ретінде қарастырылып отырған банк жүйесі алынса, онда жүйе әрбір уақыт мезетінде үш жағдайдың тек біреуінде ғана бола алады:  $s_1$  - 2% пайыздық мөлшерлеме,  $s_2$  - 3% пайыздық мөлшерлеме,  $s_3$  - 4% пайыздық мөлшерлеме. Алдыңғы жылдардағы банк жұмысын талдау нәтижесі уақыт өтуіне байланысты өтпелі ықтималдықтардың өзгерісінің элеменге болатындай, аз шамада екендігі анықталған.



Өткен жылдың аяғында банктің пайыздық мөлшерлемесі 3%-ды құраған болса және таңбаланған жағдай графы 2 суретте келтірілгендей болса, осы мәліметтер бойынша жыл аяғындағы банктің көрсетілген жағдай ықтималдықтарын анықтау керек болсын.



2 сурет. 3 мысалға сәйкесті жүйенің таңбаланған жағдай графы

Шешуі.  $S$  жүйесі үш жағдайда бола алады, жүйеде жүретін жағдайлар жиыны үш элементтен тұрады, ендеше  $S$  жүйесінде жүретін кездейсоқ үдеріс дискретті үдеріс болады.

Белгілі бір анықталған дәрежедегі аз шамадағы ауытқушылықпен банктің болашақта өзінің осы жағдайларының бірінде болуы оның нақ осы кезде қандай жағдайда болғанына тәуелді және оның өткен кезде, яғни осының алдында қандай жағдайда болғанына тәуелді емес деп ұйғаруға болады. Сол себептен де қарастырылып отырған үдерісті марковтық үдеріс деп есептеуге болады.

Алынған мысалдың шартына сәйкес банк жағдайдан жағдайға алдын ала анықталған уақыт мезетінде ғана өте алады:  $t_k$  -  $k$ -шы тоқсанның басы, жыл бойында төрт тоқсан болатын себепті  $k = 1, 2, 3, 4$ . Ендеше,  $S$  жүйесінде жүретін кездейсоқ үдеріс дискретті уақыт бойынша жүретін үдеріс болып табылады.

Өтпелі ықтималдықтардың уақытқа тәуелділігін есепке алмауға (елемеуге) болатындықтан, қарастырылып отырған үдеріс біртекті болады.

Олай болса,  $S$  жүйесінде біртекті марковтық дискретті уақытқа тәуелді дискретті кездейсоқ үдеріс жүреді, яғни біртекті марковтық тізбек болады. 2 суреттегі таңбаланған граф бойынша  $p_{ij}$  өтпелі ықтималдықтардың мәндерін жазамыз:  $p_{12} = 0,4$ ;  $p_{13} = 0,2$ .

$$\text{Онда, } i = 1 \text{ болғанда (3) формуласы бойынша } p_{11} = 1 - (p_{12} + p_{13}) = 1 - (0,4 + 0,2) = 0,4.$$

$$\text{Сол сияқты, } p_{21} = 0,2; p_{23} = 0,3,$$

$$\text{бұдан } p_{22} = 1 - (p_{21} + p_{23}) = 1 - (0,2 + 0,3) = 0,5. \quad p_{31} = 0,1; \quad p_{32} = 0,3, \quad \text{бұдан}$$

$$p_{33} = 1 - (p_{31} + p_{32}) = 1 - (0,1 + 0,3) = 0,6.$$

Осы мәндер бойынша өтпелі ықтималдықтар матрицасын құрылады:

$$P = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}.$$

Матрицаның әрбір жатық жолындағы элементтердің қосындысы 1-ге тең (солай болуы керек).

Алдыңғы жолдың аяғында банктің пайыздық мөлшерлемесі 3% болғандықтан,  $t = 0$  бастапқы уақыт мезетінде  $S$  жүйесі  $s_2$  жағдайда болды деп есептеуге болады.

Сондықтан, ықтималдықтың бастапқы таралуы мынадай болады:

$$(p_1(0) \ p_2(0) \ p_3(0)) = (0 \ 1 \ 0). \quad (6)$$

Төрт тоқсан өткеннен кейінгі жылдың аяғындағы банктің жағдай ықтималдығын  $n = 3$  және  $k = 4$  мәндері үшін (5) формуласы бойынша табуға болады. Осы жағдай үшін бұл формула былай жазылады (7):

$$(p_1(4), p_2(4), p_3(4)) = (p_1(0), p_2(0), p_3(0)) \cdot P^4. \quad (7)$$

Алдымен  $P^4$  матрицасын есептеп алу керек.

$$P^2 = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,26 & 0,42 & 0,32 \\ 0,21 & 0,42 & 0,37 \\ 0,16 & 0,37 & 0,47 \end{pmatrix}.$$

$$P^4 = P^2 \cdot P^2 = \begin{pmatrix} 0,26 & 0,42 & 0,32 \\ 0,21 & 0,42 & 0,37 \\ 0,16 & 0,37 & 0,47 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,26 & 0,42 & 0,32 \\ 0,21 & 0,42 & 0,37 \\ 0,16 & 0,37 & 0,47 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,2070 & 0,4040 & 0,3890 \\ 0,2020 & 0,4015 & 0,3965 \\ 0,1945 & 0,3965 & 0,4090 \end{pmatrix}.$$

Осы  $P^4$  матрицасының және (6) мәндерін осы мысал үшін жазылған (7) формуласына қойып, есептеулер жүргізу керек, сонда

$$(p_1(4), p_2(4), p_3(4)) = (0, 1, 0) \cdot \begin{pmatrix} 0,2070 & 0,4040 & 0,3890 \\ 0,2020 & 0,4015 & 0,3965 \\ 0,1945 & 0,3965 & 0,4090 \end{pmatrix} =$$

$$= (0,2020 \quad 0,4015 \quad 0,3965).$$

Сонымен,  $p_1(4) = 0,2020$ ;  $p_2(4) = 0,4015$ ;  $p_3(4) = 0,3965$ , яғни жылдың соңында 2%, 3%, 4% пайыздық мөлшерлемелердің ықтималдығы сәйкесінше 0,2020; 0,4015; 0,3965 болады екен.

Нақтырақ айтқанда, жылдың аяғында өткен жылдың аяғындағыдай 3% пайыздық мөлшерлеменің болуы басқа пайыздық мөлшерлемелерге қарағанда ықтималды болады [2, 3].

### Қорытынды

Қаржы-экономикалық жүйелердегі кездесетін осындай жағдайларды марковтық кездейсоқ үдерістермен модельдеу жүйе жұмысымен байланысты тиімді шешімдер қабылдауда, жүйенің алдағы уақыттағы жұмыс нәтижесіне болжам жасауда қолданылады.

#### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. - Москва.: ЮНИТИ, 2001.
- 2 Лабскер Л.Г. Вероятностное моделирование в финансово-экономической области. – Москва.: Альпина Паблишер, 2002. – 224 с.
- 3 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва. 1977.

МРНТИ 27.31.15, 29.05.03  
УДК 517.957, 532.5

## EXACT SOLUTIONS OF THE (2+1)-DIMENSIONAL NONLOCAL NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION

Nazarbek Zh.<sup>1</sup>, Yersultanova Z.S.<sup>1</sup>, Shaikhova G.N.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

### Abstract

Nonlocal nonlinear equations arise in a variety of physical contexts ranging from hydrodynamics to optics to condensed matter and high energy physics. In this paper, we investigate the (2+1)-dimensional integrable nonlocal nonlinear Schrödinger (NLS) equation with the parity-time (PT) symmetry. The PT symmetry plays a crucial role in the spectrum of the Hamiltonian. It is proved that a wide class of non-Hermitian Hamiltonians with PT symmetry have real and positive spectrum. This motivated the interest for many researchers on the PT symmetry in quantum mechanics. We apply the method of Darboux transformation for the (2+1)-dimensional nonlocal NLS equation in order to obtain its exact solutions.

**Keywords:** exact solution, Darboux transformation, Schrödinger equation, spectral problem, nonlocal, PT symmetry.

### Аңдатпа

Ж. Назарбек<sup>1</sup>, З.С. Ерсұлтанова<sup>1</sup>, Г.Н. Шайхова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

### (2 + 1)-ӨЛШЕМДІ ЛОКАЛДЫ ЕМЕС СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ШРЕДИНГЕР ТЕНДЕУІНІҢ НАҚТЫ ШЕШІМДЕРІ

Локальды емес сызықты емес тендеулер физикадағы гидродинамикадан бастап оптикада, физиканың конденсацияланған материяға және жоғарғы энергия физикасына дейін туындайды. Осы жұмыста уақыт симметриясымен (PT) бірге (2+1)-өлшемді интегралданатын локальды емес сызықтық емес Шредингер тендеуі (СЕШТ) зерттелді. Гамильтонианның спектрінде PT симметриясы маңызды рөл атқарады. PT-симметриясымен эрмитті емес гамильтониандардың кең спектрінде нақты және оң спектрі бар екендігі белгілі. Бұл көптеген зерттеушілердің кванттық механикадағы PT-симметриясына деген қызығушылықтарын тудырды. Осы мақалада (2+1)-өлшемді локальды емес сызықты емес Шредингер тендеуінің нақты шешімін құру үшін Дарбу түрлендіру әдісі пайдаланылды.

**Түйін сөздер:** нақты шешім, Дарбу түрлендіруі, Шредингер тендеуі, спектрлік есеп, локальдылық емес, PT симметрия.

### Аннотация

Ж. Назарбек<sup>1</sup>, З.С. Ерсұлтанова<sup>1</sup>, Г.Н. Шайхова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

### ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ (2 + 1) – МЕРНОГО НЕЛОКАЛЬНОГО НЕЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

Нелокальные нелинейные уравнения возникают в различных физических контекстах: от гидродинамики до оптики, физики конденсированного состояния и физики высоких энергий. В этой работе исследовано (2+1)-мерное интегрируемое нелокальное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) с симметрией PT. Симметрия PT играет важную роль в спектре гамильтониана. Известно, что широкий спектр не эрмитовых гамильтонов с PT-симметрией имеет реальный и положительный спектр. Это мотивировало интерес многих исследователей к PT-симметрии в квантовой механике. В данной статье применен метод Дарбу преобразования для построения точных решений (2 + 1) -мерного нелокального уравнения Шредингера.

**Ключевые слова:** точные решения, преобразование Дарбу, уравнение Шредингера, спектральная задача, нелокальность, PT симметрия

### Introduction

The integrable nonlinear equations have been studied in many works [1-6]. The largest part of those integrable equations is local equations; it is mean the local solution's evolution depends only on the local solution value and its local space and time derivatives. In recent times, the (1+1)-dimensional nonlocal equations were studied in [7-9]. The first nonlocal equation was the PT-symmetric nonlinear Schrödinger equation in one dimension [7-8].

In this paper, we consider the (2+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrödinger equations

$$iq_t(x, y, t) + q_{xy}(x, y, t) - v(x, y, t)q(x, y, t) = 0, \quad (1)$$

$$v_x(x, y, t) + 2(q(x, y, t)q^*(-x, -y, t))_y = 0. \quad (2)$$

where \* means a complex conjugate,  $q(x, y, t)$  is complex function,  $v(x, y, t)$  is real function.

Equations (1)-(2) were called PT- symmetric because is invariant under the action if the PT operator, i.e. the joint transformation  $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ . We apply the Darboux transformation which is a powerful tool to solve integrable equations [10-13].

The paper is organized as follows. In Section 2, we construct Darboux transformation. Exact solutions are constructed in Section 3. The conclusion is given in Section 4.

### Darboux transformation

In this section, we construct the Darboux transformation for the (2+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrodinger equation, and then we derive its exact solutions. Equations (1)-(2) are yielded by the integrability condition of the following spectral equations

$$\Psi_x = A\Psi, \quad (3)$$

$$\Psi_t = 2\lambda\Psi_y + B\Psi, \quad (4)$$

where the matrices  $A$  and  $B$  are given by

$$A = -i\lambda\sigma_3 + A_0, \quad (5)$$

$$B = -\frac{1}{2}iv(x, y, t)\sigma_3 + i\begin{pmatrix} 0 & q_y(x, y, t) \\ -q_y^*(-x, -y, t) & 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

with

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & q(x, y, t) \\ -q^*(-x, -y, t) & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

The gauge transformation with nonsingular matrix  $P = (p_{jk}(x, t, \lambda))_{2 \times 2}$  ( $k = 1, 2$ )

$$\Psi^{[1]} = T\Psi = (\lambda I - P)\Psi, \quad (8)$$

Changes the spectral problem (3)-(4) into new one

$$\Psi_x^{[1]} = A^{[1]}\Psi^{[1]}, \quad (9)$$

$$\Psi_t^{[1]} = 2\lambda\Psi_y^{[1]} + B^{[1]}\Psi^{[1]}, \quad (10)$$

where  $A^{[1]}$  and  $B^{[1]}$  depend on  $q^{[1]}, v^{[1]}$  and  $\lambda$ . The relation between  $q^{[1]}, v^{[1]}$  and  $A^{[1]} - B^{[1]}$  is the same as the relation between  $q, v$  and  $A - B$ . It is obvious that Darboux matrix  $T$  satisfies equations

$$T_x + TA = A^{[1]}T, \quad (11)$$

$$T_t + TB = 2\lambda T_y + B^{[1]}T. \quad (12)$$

By direct computation based on equations (11)-(12), we can obtain a relation between potential functions  $q^{[1]}$  and  $q$ :

$$q^{[1]}(x, y, t) = q(x, y, t) - 2ip_{12}, \quad (13)$$

$$q^{*[1]}(-x, -y, t) = q^*(-x, -y, t) - 2ip_{21}, \quad (14)$$

$$v^{[1]} = v + 4ip_{11y} = v - 4ip_{22y}. \quad (15)$$

with a constraint  $p_{12} = -p_{21}^*(-x, -y, t)$ . By setting

$$P = H\Lambda H^{-1}, \quad (16)$$

with

$$H = \begin{pmatrix} f_1 & g_1 \\ f_2 & g_2 \end{pmatrix}, \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

where  $(f_1, f_2)^T = (\psi_1(x, y, t), \psi_2(x, y, t))^T$  is a solution to equation (3)-(4) with  $\lambda = \lambda_1$  and  $(g_1, g_2)^T = (\psi_2^*(-x, -y, t), \psi_1^*(-x, -y, t))^T$  is the solution when  $\lambda = -\lambda_1^* = \lambda_2$ , we can obtain the explicit expression of P,

$$P = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \lambda_1 \psi_1(x, y, t) \psi_1^*(-x, -y, t) - \lambda_1^* \psi_2(x, y, t) \psi_2^*(-x, -y, t) & (\lambda_1 + \lambda_1^*) \psi_1(x, y, t) \psi_2^*(-x, -y, t) \\ (\lambda_1 - \lambda_2) \psi_2(x, y, t) \psi_1^*(-x, -y, t) & \lambda_1 \psi_2(x, y, t) \psi_2^*(-x, -y, t) - \lambda_1^* \psi_1(x, y, t) \psi_1^*(-x, -y, t) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

where  $\Delta = \psi_1 \psi_1^*(-x, -y, t) - \psi_2 \psi_2^*(-x, -y, t)$ . Hence, the new solution is written as

$$q^{(1)}(x, y, t) = q(x, y, t) - \frac{2i(\lambda_1 + \lambda_1^*) \psi_1(x, y, t) \psi_2^*(-x, -y, t)}{\Delta}, \quad (19)$$

$$v^{(1)}(x, y, t) = v(x, y, t) + 4i \left( \frac{\lambda_1 \psi_1(x, y, t) \psi_1^*(-x, -y, t) - \lambda_1^* \psi_2(x, y, t) \psi_2^*(-x, -y, t)}{\Delta} \right)_y. \quad (20)$$

### Exact solutions

To get the one-soliton solution we take the seed solution as  $q = 0$ ,  $v = 0$ . Then the corresponding associated linear system takes the form

$$\Psi_{1x} = -i\lambda \Psi_1, \quad (21)$$

$$\Psi_{2x} = i\lambda \Psi_2, \quad (22)$$

$$\Psi_{1t} = 2\lambda \Psi_{1y}, \quad (23)$$

$$\Psi_{2t} = 2\lambda \Psi_{2y}. \quad (24)$$

This system admits the following exact solutions

$$\Psi_1 = e^{-i\lambda_1 x + i\mu_1 y + 2i\lambda_1 \mu_1 t + \delta_1}, \quad (25)$$

$$\Psi_2 = e^{i\lambda_1 x - i\mu_1 y - 2i\lambda_1 \mu_1 t - \delta_1}, \quad (26)$$

where  $\lambda_1 = a + bi$ ,  $\mu_1 = c + id$  and  $a, b, c, d$  are real constants. After substitution (25)-(26) in (19)-(20) the one-soliton solutions of the (2+1)-dimensional nonlocal NLSE are written as

$$q^{(1)}(x, y, t) = -\frac{4aie^\chi}{e^{-\theta} - e^\theta},$$

$$v^{(1)} = -4b \left( \frac{e^{-\theta} + e^\theta}{e^{-\theta} - e^\theta} \right)_y,$$

where  $\theta = 2aix - 2ciy + 4t(bc + ad) - 2\delta_1$ ,  $\chi = 2bx - 2dy - 4ti(ac - bd)$ .

### Conclusion

In this paper, we considered the (2+1)-dimensional nonlocal NLS equations. We have presented a Lax pair formulation for this equation. By constructing the Darboux transformation, we have obtained the one-soliton solutions. This result is important and promising within the context of PT-symmetric systems since real-valued conserved charges can be given physical meaning and may be identified as observables.

### References:

- 1 Debnath L. *Nonlinear partial differential equations for scientist and engineers* // Boston: Birkhauser, -1997.
- 2 Wazwaz A. *Partial differential equations and solitary waves theory* // Springer. -2009. -P.746
- 3 Чулакова А.М., Шайхова Г.Н. Сыздыкова А.М. Төрт компонентті сызықты емес шредингер теңдеулер жүйесінің солитонды шешімдері // Вестник КазНПУ им Абая № 3 (59), 2017 г., -С. 141-146
- 4 Абловиц М., Сигур Х. *Солитоны и метод обратной задачи*. - М.: Мир, 1987 г. -С. 479
- 5 Ablowitz M., Segur H. *Solitons and the Inverse Scattering Transform*//SIAM, Philadelphia, 1981.
- 6 Fokas A.S., Ablowitz M.J. *On a method of solution for a class of multidimensional nonlinear evolution equations* // Phys. Rev. Lett. 51
- 7 Mark J. Ablowitz1 and Ziad H. Musslimani *Integrable Nonlocal Nonlinear Schrodinger Equation* // Physical review letters prl -2013, 110, 064105 (1-5)
- 8 Ablowitz M., Musslimani Z. *Inverse scattering transform for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger Equation* // Nonlinearity 29 (2016). -P. 915-946

9 Ablowitz M., Musslimani Z. *Integrable Nonlocal Nonlinear Schrodinger Equation*, *Phys. Rev. Lett.*, 110 (2013) – P. 064105(5).

10 Abdullaev F.K., Kartashov Y.V., Konotop V.V., Zezyulin D.A. *Solitons in PT-symmetric nonlinear lattices* // *Phys. Rev. A* 83 (2011), -P.041805.

11 Құрбанғалиева Ә. Қ., Шайхова Г.Н., Сыздықова А.М. Екі компонентті комплексті модификацияланған Кортевег-де Фриз теңдеуінің нақты солитондық шешімдері // *Вестник КазНПУ им Абая № 2 (58), 2017 г.*, - С. 178-185

12 Matveev V.B., Salle M.A., *Darboux transformations and solitons* // Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1991.

13 Yesmakanova K R, Shaikhova G N, Bekova G T, Myrzakulova Zh R *Determinant Representation of Darboux transformation for the (2+1)-Dimensional Schrodinger-Maxwell-Bloch Equation* // *Advances in Intelligent Systems and Computing*, -2016, - 441, -P.183-198

14 Yesmakanova K R, Shaikhova G N, Bekova G T *Soliton solutions of the Hirota system* // *AIP Conference Proceedings*, -2016, -1759, -P.020147

МРНТИ 27.17.17:28.23.17

УДК 519.711.3:512.644:004.032.26

*И.Г. Полегенько<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Алматинский филиал Санкт-Петербургского гуманитарного университета профсоюзов,  
г. Алматы, Казахстан*

## **АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОБЪЕКТОВ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ**

*Аннотация*

Существующие на данный момент подходы исследований по использованию нечеткой логики и нейронных сетей, позволяют проектировать системы, находящие применение в сферах управления технологическими процессами, в задачах предсказания и прогноза и т. п. В условиях неопределенности входных данных не всегда возможно в полном объеме проводить анализ и получать требуемые результаты. Основной причиной появления теории нечетких множеств явилось наличие нечетких и приближительных рассуждений при описании человеком процессов, систем, объектов. Использование аппарата нечеткозначной логики приводит к получению более точной результативности. Нечеткая логика опирается на то понятие человеческого мышления, заключающегося в том, что человек не мыслит четко заданными понятиями, а реализует целый спектр рассуждений.

**Ключевые слова:** нечеткая логика, множества нечетких чисел, базы знаний, экспертные системы.

*Аңдатпа*

*И.Г. Полегенько<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Алматы филиалы, Санкт-Петербургтың кәсіподақтар университетінің доценті, Алматы қ., Қазақстан*

## **АЛГЕБРАЛЫҚ ҚҰРЫЛЫМДАР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ НАҚТЫ ЕМЕС ЛОГИКА ОБЪЕКТІЛЕРІН СИПАТТАУ ҮШІН ҚОЛДАНЫЛУЫ**

Қазіргі уақытта нақты емес логика және нейрондық желілерді зерттеудің қазіргі бар тәсілдері технологиялық процестерді басқару саласында, алдын-ала айту, болжау және т.б. сынды есептерде қолданыс табатын жүйелерді жобалауға мүмкіндік береді. Кіріс мәліметтері анықталмаған жағдайда талдау жүргізіп, қажетті нәтижені толық көлемде алу барлық уақытта мүмкін бола бермейді. Нақты емес сандар жиыны теориясының пайда болуының негізгі себебі, адамның процестерді, жүйелерді, объектілерді сипаттаудағы айқын емес, жуықтатылған тұжырымдары болып табылады. Нақты емес таңбалы логика аппаратын қолдану анағұрлым дәлірек нәтижелікті алуға әкеледі. Нақты емес логика адами ойлаудың адам нақты берілген түсініктермен ойланбайтындығынан, ол бірқатар пайымдаулардың спектрін жүзеге асыратындығынан тұратын түсінігіне арқа сүйейді.

**Түйін сөздер:** нақты емес логика, нақты емес сандар жиыны, білім қоры, сараптамалық жүйелер.

*Abstract*

## **ALGEBRAIC STRUCTURES AND THEIR APPLICATION FOR THE DESCRIPTION OF OBJECTS OF FUZZY LOGIC**

*Polegenko I.G.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Almaty branch St. Petersburg University of the Humanities and Social Sciences, Almaty, Kazakhstan*

The current approaches to research on the use of fuzzy logic and neural networks allow us to design systems that are used in the areas of process control, in prediction and prediction problems, etc. Under uncertainty of input data, it is not

always possible to fully analyze and obtain the required results. The key reason of appearance fuzzy sets theory was the presence of fuzzy and approximate reasoning by describing a person processes, systems, objects. The main reason for the emergence of the theory of fuzzy sets was the presence of fuzzy and approximate reasoning when a person describes processes, systems, objects. The use of the apparatus of fuzzy logic leads to more accurate results. The fuzzy logic leans on that concept of the human thinking which is that the person doesn't think of accurately set concepts, and realizes the whole range of reasonings.

**Keywords:** fuzzy logic, appearance fuzzy sets, knowledge base, expert systems.

Учет неопределенности входной информации требует выбора эффективного математического аппарата, определяемого математической теорией. Одним из важных аспектов является выбор и обоснование математического аппарата, позволяющего формализовать неопределенность входных данных и обеспечить адекватное решение задач, возникающих при управлении реальными процессами. Одним из направлений развития систем искусственного интеллекта является структурный подход, под которым подразумеваются попытки построения искусственного интеллекта путем моделирования структуры человеческого мозга.

Основной идеей подхода является представление сложных биологических процессов математическими моделями. Нечеткая логика является одним из перспективных и актуальных направлений, находящих широкое применение для построения различных приложений, использующих в качестве входных данных не четко заданные элементы, а множества, задаваемые своей функцией принадлежности. Новым направлением, расширяющим возможности логического подхода, является такое направление, как нечеткая логика (fuzzy logic).

В основе нечеткой логики лежит теория нечетких множеств, где функция принадлежности элемента множеству не бинарная (0/1), а может принимать любое значение в диапазоне 0 – 1. Это дает возможность строить базы знаний и экспертные системы нового поколения, способные хранить и обрабатывать неточную, нечетко определенную информацию. Нечеткая логика является обобщением булевой логики, оперирующей с двоичными числами, соответствующих понятиям «истина» и «ложь». Данный подход больше похож на мышление человека, поскольку он на вопросы редко отвечает только точно «да» или «нет». Основные понятия данной теории были впервые предложены в работе Лотфи Заде (Lotfi Zadeh) [1].

Математический аппарат теории нечетких множеств предоставляет множество возможностей применения. Применение его позволяет строить более простые модели и алгоритмы, позволяющие описывать процесс настройки нейронной сети, в случае, когда применение традиционных алгоритмов нецелесообразно или трудоемко.

Наряду с эффективностью применения теории нечетких множеств следует отметить и некоторые ее ограничения [2]:

- новые архитектуры компьютеров для нечетких вычислений;
- элементная база нечетких компьютеров и контроллеров;
- инструментальные средства разработки;
- инженерные методы расчета и разработки нечетких систем управления.

Нечеткая арифметика отличается от стандартной в первую очередь тем, что вместо конкретного объекта (элемента) рассматривается нечеткое множество, каждый элемент которого, с той или иной степенью приоритета, удовлетворяет значению нечеткого числа [1, 3].

Введение ограничений сужает понятие нечеткого числа, определенное ранее. Поэтому, такой подход является не совсем удачным. Чтобы избавиться от ограничений и приведенных выше несоответствий и, тем самым, не сужать понятия нечеткого числа, можно ввести другие определения операций.

*Определение 1.* Любое треугольное нечеткое число  $A$  выраженное через тройку действительных чисел  $\langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  ( $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ ) далее будем записывать в виде

$$A = \langle a, \alpha, \beta \rangle, \alpha, \beta \in R, \quad (1)$$

где  $a = a_2$  – есть четкий представитель нечеткого числа  $A$ , который будем называть модой, а числа, заданные ниже, являются характеристиками «размытости», которые определяют левую и правую границы размытости нечеткого числа  $A$ .

$$\alpha = |a_2 - a_1|;$$

$$\beta = |a_3 - a_2|.$$

Дадим определение размытой (нечеткой) операции.

*Определение 2.* На множестве нечетких чисел «размытая» операция для любых двух нечетких чисел  $A = \langle a, \alpha_1, \beta_1 \rangle$  и  $B = \langle b, \alpha_2, \beta_2 \rangle$  будет определяться следующим образом:

$$A \bullet B = \{C \mid C = \langle c, \alpha', \beta' \rangle, \text{ где } c = a \bullet b, \alpha', \beta' \in \mathbb{R}\}. \quad (2)$$

Заметим, что результатом операции является множество. Элемент  $C = \langle c, \alpha, \beta \rangle$ , с заданными границами размытости  $\alpha = \max\{\alpha_1, \alpha_2\}$ ,  $\beta = \max\{\beta_1, \beta_2\}$ , принадлежащий указанному множеству, является его каноническим представителем. Принадлежность некоторого элемента  $C' = \langle c, \alpha', \beta' \rangle$  (в общем случае  $C' \neq C$ ) этому множеству определяется в сравнении с этим каноническим представителем, т.е.  $C' = \gamma(C)$ , где  $\gamma = \mu_{A \bullet B}(C')$  – является функцией принадлежности числа данному множеству и задается следующим образом:

$$\gamma = \frac{1}{\max\{|\alpha - \alpha'|, |\beta - \beta'|\} + 1} \quad (3)$$

Заметим, что:  $\mu_{A \bullet B}(C) = 1$ .

Очевидно, что канонический представитель определяется единственным образом. Введенное таким образом определение треугольного нечеткого числа:

- во-первых, позволяет определять функции принадлежности для каждого нечеткого числа единственным образом;

- во-вторых, не требует введения дополнительных ограничений на операции для определения нулевого и обратного элементов.

Для двух равных нечетких элементов  $A = B = \langle a, \alpha, \beta \rangle$  найдем их разность, используя (2),  $A - B = \{C \mid C = \langle 0, \alpha'', \beta'' \rangle, \alpha'', \beta'' \in \mathbb{R}\}$ . Каноническим представителем будет являться число  $C_\kappa = \langle 0, \alpha, \beta \rangle$ . Принадлежность остальных элементов данному множеству определяется сравнением с этим каноническим элементом. Результатом операции является не единственный элемент, а целое множество нечетких нулей  $O = \{0 \mid 0 = \langle 0, \alpha, \beta \rangle, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ .

Аналогично, частным от деления двух равных нечетких чисел является множество нечетких единиц  $1 = \{1 \mid 1 = \langle 1, \alpha, \beta \rangle, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ . В-третьих, выполняется дистрибутивность без каких-либо ограничений на ее введение. Действительно, для любых трех нечетких чисел  $A = \langle a, \alpha_1, \beta_1 \rangle$ ,  $B = \langle b, \alpha_2, \beta_2 \rangle$ ,  $C = \langle c, \alpha_3, \beta_3 \rangle$  по определению нечеткой операции выполняется:

$$\begin{aligned} A \bullet (B + C) &= \langle a \bullet (b + c), \max(\alpha_1, \max(\alpha_2, \alpha_3), \max(\beta_1, \max(\beta_2, \beta_3))) \rangle = \\ &= \langle a \bullet b + a \bullet c, \max(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), \max(\beta_1, \beta_2, \beta_3) \rangle = \\ &= \langle a \bullet b + a \bullet c, \max(\max(\alpha_1, \alpha_2), \max(\alpha_1, \alpha_3)), \\ &\quad \max(\max(\beta_1, \beta_2), \max(\beta_1, \beta_3)) \rangle = \\ &= A \bullet B + A \bullet C \end{aligned} \quad (4)$$

Используя введенные понятия множества нечетких чисел с размытой операцией, мы можем рассмотреть алгебраическую структуру, например, группу, как это было введено в [4].

Исследования свойств размытых групп также проводились авторами [5, 6], но их подход отличается от приведенного ниже. Аналогично стандартной арифметике, размытые операции обладают свойствами коммутативности и ассоциативности.



Лемма 1. Для любых нечетких чисел  $A = \langle a, \alpha_1, \beta_1 \rangle$ ,  $B = \langle b, \alpha_2, \beta_2 \rangle$ ,  $C = \langle c, \alpha_3, \beta_3 \rangle$ , где  $\alpha_i, \beta_i \in \mathbb{R}$ ,  $i \in \overline{1,3}$  следует выполнение следующих свойств:

$$1) A \bullet B = B \bullet A; \quad (5)$$

$$2) A \bullet (B \bullet C) = (A \bullet B) \bullet C. \quad (6)$$

Равенства рассматриваются как равенства множеств. На множестве нечетких чисел можно определить нечеткие нейтральные элементы и нечеткие обратные элементы.

*Определение 3.* Нечеткое число  $E = \langle e, \alpha, \beta \rangle$  будем называть нечетким нейтральным элементом относительно операции « $\bullet$ », если для любого нечеткого числа  $A = \langle a, \alpha, \beta \rangle$  будет выполняться равенство:

$$A \bullet E = E \bullet A = A, \quad (7)$$

где  $A = \{A | A = \langle a, \alpha, \beta \rangle, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$  - множество нечетких чисел.

$A$  входит в  $A$  с приоритетом  $\mu_A(A) = \gamma$ , где  $\gamma$  вычисляется по формуле (4). Если  $\mu_A(A) = 1$ , то  $A$  является каноническим представителем этого множества, относительно которого можно вычислять приоритет других элементов данного множества. Совокупность всех нейтральных нечетких элементов относительно введенной операции образует множество:

$$E = \{E | E = \langle e, \alpha, \beta \rangle, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}. \quad (8)$$

*Определение 4.* Нечеткое число  $A^{-1} = \langle a^{-1}, \alpha, \beta \rangle$  будем называть обратным нечетким элементом к  $A = \langle a, \alpha, \beta \rangle$  относительно операции « $\bullet$ », если выполняется равенство:

$$A \bullet A^{-1} = A^{-1} \bullet A = E. \quad (9)$$

Совокупность всех нечетких обратных элементов образует множество:

$$A^{-1} = \{A^{-1} | A^{-1} = \langle a^{-1}, \alpha, \beta \rangle, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}. \quad (10)$$

Любое нечеткое число  $A^{-1}$  будет принадлежать множеству  $A^{-1}$  с приоритетом  $\mu_{A^{-1}}(A^{-1}) = \gamma$ , определяемом по формуле (3).

Если  $\gamma = 1$ , то данный элемент  $A^{-1}$  будет являться каноническим представителем этого множества.

*Определение 5.* Для любых нечетких чисел  $A = \langle a, \alpha_1, \beta_1 \rangle$ ,  $B = \langle b, \alpha_2, \beta_2 \rangle$  будет выполняться замкнутость операции « $\bullet$ », т. е. существует единственный элемент  $C = \langle c, \alpha_3, \beta_3 \rangle$ , где  $\alpha_3 = \max\{\alpha_2, \alpha_1\}$ ,  $\beta_3 = \max\{\beta_2, \beta_1\}$ , являющийся каноническим представителем множества  $A \bullet B = \{C | C = \langle c, \alpha, \beta \rangle, \text{ где } c = a \bullet b, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ .

*Определение 6.* Условие компактности на множестве нечетких чисел определяется следующим образом:

$$A \bullet B =_{\gamma} C \Rightarrow (((A \bullet B) \bullet D = C \bullet D) \wedge (D \bullet (A \bullet B) = D \bullet C)) \quad (11)$$

Приведенные выше рассуждения позволяют сформулировать следующее определение.

*Определение 7.* Множество нечетких чисел  $A$ , с введенной на ней алгебраической операцией называется размытой коммутативной группой относительно этой операции, если на ней выполняются следующие условия, не противоречащие определению группы, принятому для классических алгебраических систем:

- 1) операция ассоциативна;
- 2) в множестве  $A$  существует подмножество  $E$  нейтральных нечетких чисел;
- 3) для каждого нечеткого элемента  $A$  из  $A$  существует множество обратных элементов  $A^{-1}$ .
- 4) операция коммутативна.

На основе введенного определения сформулируем следующие утверждения.

*Лемма 2.* Множество нечетких чисел  $A$ , с определенной на нем операцией сложения, является размытой коммутативной группой относительно этого сложения, т.к. выполняются все аксиомы размытой группы.

Если из множества нечетких чисел  $A$  исключить множество нечетких нулей  $O = \{0 \mid 0 = \langle 0, \alpha, \beta \rangle, \alpha, \beta \in R\}$ , то получим формулировку следующей леммы.

*Лемма 3.* Множество нечетких чисел  $A \setminus O$  является размытой коммутативной группой относительно операции умножения, т.к. на ней будут выполняться аксиомы 1) – 6) размытой группы.

В заключение можно сделать вывод, что множество нечетких чисел является системой с двумя независимыми нечеткими алгебраическими операциями: сложением и умножением. Данные утверждения сформулированы в следующих теоремах.

*Теорема 1.* Множество нечетких чисел  $A$ , с определенными на нем размытыми операциями сложения и умножения, введенными по формуле (2), является размытым кольцом, т. к. выполняются все аксиомы кольца, введенные ниже.

1. Множество нечетких чисел  $A$ , с определенной на ней операцией сложения образует размытую коммутативную группу относительно этого сложения  $\langle A, + \rangle$ .

2. Множество нечетких чисел  $A$ , с определенной на ней операцией умножения образует размытую коммутативную полугруппу относительно этого умножения  $\langle A, \bullet \rangle$ .

3. Множество нечетких чисел  $A$  обладает дистрибутивностью нечеткой операции умножения относительно нечеткой операции сложения. Это было показано в (3).

*Теорема 2.* Множество нечетких чисел  $A$ , с определенными на нем размытыми бинарными операциями, введенными по формуле (1), является полем нечетких чисел, т. к. выполняются все аксиомы поля, введенные ниже.

1. Множество нечетких чисел  $A$ , с определенной на ней операцией умножения является размытым коммутативным кольцом относительно этого умножения  $\langle A, \bullet \rangle$ .

2. Множество нечетких чисел  $A$ , с определенной на ней операцией сложения образует размытую коммутативную группу относительно этого сложения  $\langle A, + \rangle$ .

*Список использованной литературы:*

- 1 Zadeh L.A. Fuzzy sets. – Information and Control, 1965. Vol.8, - P.338-354.
- 2 Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: Пер. с польского И. Д. Рудинского. - М.: Горячая линия - Телеком, 2014. - 452 с.
- 3 Zadeh Lotfi. From computing with numbers to computing with words- from manipulation of measurements to manipulation of perceptions //International Journal of Applied Math and Computer Science. - 2004. - Vol. 12, № 3. - P. 307-324.
- 4 Ray A. K. On product of fuzzy subgroups // Fuzzy sets and systems 105. -1999. - P. 181 – 184.
- 5 Ming Ma, Menahem Friedman, Abraham Kandel. A new fuzzy arithmetic // Fuzzy Sets and Systems 108. - 1999. - С. 83-90.

МРНТИ 27.31.17  
УДК 517.956

Р.Б. Сеілханова<sup>1</sup>, Н.В. Иваницкая<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахско-Русский Международный университет, г. Актобе, Казахстан

## КОРРЕКТНОСТИ ЗАДАЧ ДИРИХЛЕ И ПУАНКАРЕ В МНОГОМЕРНОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА – ДАРБУ – ПУАССОНА

*Аннотация*

На плоскости Адамаром было показано, что одна из фундаментальных задач математической физики - изучение поведения колеблющейся струны-некорректна, когда краевые условия заданы на всей границе области. Как замечено, позже задача Дирихле некорректна не только для волнового уравнения, но и для общих гиперболических уравнений. В работах С.А.Алдашева изучены задачи Дирихле и Пуанкаре для вырождающихся многомерных гиперболических уравнений в цилиндрической области. Показаны, что корректность этих задач существенно зависят от высоты рассматриваемой цилиндрической области. Насколько нам известно, многомерные задачи Дирихле и Пуанкаре для сингулярных гиперболических уравнений изучены мало. В данной работе многомерного уравнения Эйлера-Дарбу-Пуассона в области с отходом от характеристики доказаны однозначные разрешимости и получены в явном виде решения задач Дирихле и Пуанкаре.

**Ключевые слова:** корректность, задача Коши, функция Римана, сферические функций, задача Дарбу.

*Аңдатпа*

Р.Б. Сеілханова<sup>1</sup>, Н.В. Иваницкая<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Халақаралық Қазақ-Орыс университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан

## ЭЙЛЕРА – ДАРБУ – ПУАССОН ТЕНДЕУЛЕРІ ҮШІН КӨП ӨЛШЕМДІ ОБЛЫСТА ДИРИХЛЕ ЖӘНЕ ПУАНКАРЕ ЕСЕПТЕРІНІҢ НАҚТЫЛЫҒЫ

Математикалық физиканың негізі есептерінің бірі-ішектің қозғалыс заңдылықтын зерттеу. Егерде есептің шеттік шарттары қарастырылған облыстың барлық шекарасында берілген болса, онда бұл есептің бір шешімді еместігін Адамар дәлелденген. Дирихле есебінің тек қана толқын теңдеуіне емес және де басқа гиперболалық теңдеулерге бір шешім еместігі кейіндеу дәлелденді. С.А. Алдашевтің жұмыстарында цилиндрлік облыста азғындалған көп өлшемді гиперболалық теңдеулерге Дирихле және Пуанкаре есептері зерттелген. Онда есептердің бір шешімділігі қарастырылған цилиндрлік облыстың биіктігіне тікелей байланысты екендігі дәлелденген. Біздің білуімізше, көп өлшемді Дирихле және Пуанкаре есептері сингулярлі гиперболалық теңдеулерге аз зерттелген. Бұл жұмыста сипаттамадан ауытқыған облыста көп Эйлер-Пуассон-Дарбу теңдеуіне Дирихле және Пуанкаре есептерінің бір шешімділігі дәлелденген және де осы есептердің нақты шешімдері келтірілген.

**Түйін сөздер:** бір шешімділік, Коши есебі, Риман функциясы, сфералық функциялар, Дарбу есебі.

*Abstract*

## CORRECTNESSES OF TASKS OF DIRIKHLE AND POINCARÉ IN MULTIDIMENSIONAL AREA FOR EQUATIONS OF EULER – DARBOUX – POISSON

Seilkhanova R.B.<sup>1</sup>, Ivanitskaya N.V.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kazakh-Russian International University, Aktobe, Kazakhstan

On the plane, Hadamard showed that one of the fundamental problems of mathematical physics is to study the behavior of an oscillating string-incorrecct when the boundary conditions are set on the entire boundary of the region.

As noted, the Dirichlet problem is later incorrecct not only for the wave equation, but also for general hyperbolic equations. In the works of S.A.Aldashev, the Dirichlet and Poincaré problems for degenerate multidimensional hyperbolic equations in a cylindrical domain were studied. It is shown that the correctness of these problems substantially depends on the height of the cylindrical region under consideration. As far as we know, the multidimensional Dirichlet and Poincaré problems for singular hyperbolic equations are little studied. In this paper, the multidimensional Euler-Darboux-Poisson equation in the domain with a departure from the characteristic proved unique solvability and obtained explicitly the solution of the Dirichlet and Poincaré problems.

**Keywords:** correctness, Cauchy problem, Riemann function, spherical functions, Darboux problem.

**1. Постановка задач и результаты.** Пусть  $D_\beta$  - конечная область евклидова пространства  $E_{m+1}$  точек  $(x_1, \dots, x_m, t)$ , ограниченная конусами  $\beta|x| = t$ ,  $|x| = 1 - t$  и плоскостью  $t = 0$ , где  $|x|$  -

длина вектора  $x = (x_1, \dots, x_m)$ , а  $0 < \beta = \text{const} < 1$ . Части этих поверхностей, образующих границу  $\partial D_\beta$  области  $D_\beta$ , обозначим через  $S_\beta, S^1$  и  $S$  соответственно.

В области  $D_\beta$  рассмотрим уравнение Э-Д-П

$$\Delta_x u - u_{tt} - \frac{\alpha}{t} u_t = 0, \quad (1)$$

где  $\Delta_x$  - оператор Лапласа по переменным  $x_1, \dots, x_m$ ,  $m \geq 2$ ,  $\alpha$  - действительное число.

Через  $u_\alpha(x, t)$  обозначим решение уравнения (1) при данном  $\alpha$ . В качестве задач Дирихле и Пуанкаре для уравнения (1) рассмотрим следующие задачи

**Задача 1.** Найти в области  $D_\beta$  решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям

$$u_\alpha|_S = \tau(x), \quad u_\alpha|_{S_\beta} = \sigma(x), \quad u|_{S^1} = \varphi(x) \quad \text{при } \alpha < 1; \quad (2)$$

$$\frac{u_\alpha}{\ln t}|_S = \tau(x), \quad u_\alpha|_{S_\beta} = \sigma(x), \quad u|_{S^1} = \varphi(x) \quad \text{при } \alpha = 1; \quad (3)$$

$$(t^{\alpha-1} u_\alpha)|_S = \tau(x), \quad u_\alpha|_{S_\beta} = \sigma(x), \quad u|_{S^1} = \varphi(x) \quad \text{при } \alpha > 1; \quad (4)$$

**Задача 2.** Найти в области  $D_\beta$  решение уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha (u_\alpha - u_{\alpha,2})_t = v(x), \quad u_\alpha|_{S_\beta} = \sigma(x), \quad u|_{S^1} = \varphi(x) \quad \text{при } \alpha < 1; \quad (5)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} t (\ln t)^2 \left( \frac{u_\alpha - u_{\alpha,1}}{\ln t} \right)_t = v(x), \quad u_\alpha|_{S_\beta} = \sigma(x), \quad u|_{S^1} = \varphi(x) \quad \text{при } \alpha = 1; \quad (6)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^{2-\alpha} [t^{\alpha-1} (u_\alpha - u_{\alpha,2})]_t = v(x), \quad u_\alpha|_{S_\beta} = \sigma(x), \quad u|_{S^1} = \varphi(x) \quad \text{при } \alpha > 1, \quad (7)$$

где  $u_{\alpha,1}(x, t)$ ,  $u_{\alpha,2}(x, t)$  вполне определенные функции, зависящие от  $\sigma(x)$ ,  $v(x)$ ,  $\varphi(x)$ .

В дальнейшем нам удобно перейти от декартовых координат  $x_1, \dots, x_m, t$  к сферическим  $r, \theta_1, \dots, \theta_{m-1}, t$ ,  $r \geq 0$ ,  $0 \leq \theta_1 < 2\pi$ ,  $0 \leq \theta_i \leq \pi$ ,  $i = 2, \dots, m-1$ .

Пусть  $\{Y_{n,m}^k(\theta)\}$ - система линейно независимых сферических функций порядка  $n$ ,  $1 \leq k \leq k_n$ ,  $(m-2)!n!k_n = (n+m-3)!(2n+m-2)$ ,  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{m-1})$ ,  $W_2^l(S)$ ,  $l = 0, 1, \dots$  - пространства Соболева, а  $\tilde{S}_\beta = \{(r, \theta) \in S, 0 < r < \frac{1}{1+\beta}\}$ .

Через  $\bar{\tau}_n^k(r)$ ,  $\bar{\nu}_n^k(r)$ ,  $\bar{\sigma}_n^k(r)$ ,  $\bar{\varphi}_n^k(r)$  обозначим коэффициенты рядов по сферическим функциям  $Y_{n,m}^k(\theta)$ , соответственно функций  $\tau(r, \theta)$ ,  $\nu(r, \theta)$ ,  $\sigma(r, \theta)$ ,  $\varphi(r, \theta)$ , а через  $H_\beta$  - проекцию области  $D_\beta$  на плоскость  $(r, t)$ . Имеет место [1, 2]

**Лемма.** Пусть  $f(r, \theta) \in W_2^l(S)$ . Если  $l \geq m-1$ , то ряд  $f(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} f_n^k(r) Y_{n,m}^k(\theta)$ , а также

ряды, полученные из него дифференцированием порядка  $p \leq l - m + 1$ , сходятся абсолютно и равномерно.

Введем множество функций

$$B_p^l(S) = \left\{ f(r, \theta) : f \in W_2^l(S), \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \left( \|f_n^k(r)\|_{C^{p+2}((0,1))}^2 + \|f_n^k(r)\|_{C^p((0,1))}^2 \right) (\exp 2n^2) n^{2l} < \infty, l > \frac{3m}{2}, \right. \\ \left. p = 0, 1, \dots \right\}.$$

Пусть далее  $p \geq 0$  - наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенствам  $\alpha + 2p \geq m - 1$ , если  $\alpha \leq 0$  и  $2 - \alpha + 2p \geq m - 1$ , если  $\alpha \geq 2$ ;  $q \geq 0$  - наименьшее целое число, удовлетворяющее

неравенствам  $2 - \alpha + 2q \geq m - 1$ , если  $0 < \alpha \leq 1$  и  $\alpha + 2q \geq m - 1$ , если  $1 \leq \alpha < 2$ , а также  $s$  такое, что  $s = \left[ -\frac{\alpha}{2} \right]$ , если  $\alpha \leq 0$  и  $s = \left[ \frac{\alpha}{2} - 1 \right]$ , если  $\alpha \geq 2$ , где  $[\alpha]$  - целая часть числа  $\alpha$ . Введем обозначение  $\mu = \max\{s + 1, p\}$ ,  $\gamma = \max\{s + 1, q\}$ .

Если  $\tau(r, \theta) = \tau^{s+1} \tau^*(r, \theta)$ ,  $\nu(r, \theta) = r^{s+1} \nu^*(r, \theta)$ ,  $\tau^*(r, \theta) \in B_\mu^l(S)$ ,  $\nu^*(r, \theta) \in B_\gamma^l(S)$ ,  $\sigma(r, \theta) = r \sigma^*(r, \theta)$ ,  $\sigma^*(r, \theta) \in B_{s+1}^l(\tilde{S}_\beta)$ ,  $\varphi(r, \theta) \in B_{s+1}^l(S \setminus \tilde{S}_\beta)$  при  $\alpha \leq 0$  и  $\alpha \geq 2$ ;  $\tau(r, \theta) = r^{q+3} \tau^*(r, \theta)$ ,  $\nu(r, \theta) = r^{q+3} \nu^*(r, \theta)$ ,  $\tau^*(r, \theta), \nu(r, \theta) \in B_{q+1}^l(S)$ ,  $\sigma(r, \theta) = r^{q+2} \sigma^*(r, \theta)$ ,  $\sigma^*(r, \theta) \in B_{q+1}^l(\tilde{S}_\beta)$ ,  $\varphi(r, \theta) \in B_{q+1}^l(S \setminus \tilde{S}_\beta)$  при  $0 < \alpha \leq 1$  и  $1 \leq \alpha < 2$ , то справедлива следующая

**Теорема.** В классе  $C(\overline{D_\beta} \setminus S) \cap C^2(D_\beta)$  задачи 1 и 2 однозначно разрешимы. При  $\alpha = 0$  эта теорема получена в [3].

**2. Сведение задач 1 и 2 к двумерным задачам.** В сферических координатах уравнение (1) имеет вид

$$u_{rr} + \frac{m-1}{r} u_r - \frac{1}{r^2} \delta u - u_{tt} - \frac{\alpha}{t} u_t = 0, \quad (8)$$

где

$$\delta \equiv - \sum_{j=1}^{m-1} \frac{1}{g_j \sin^{m-j-1} \theta_j} \frac{\partial}{\partial \theta_j} \left( \sin^{m-j-1} \theta_j \frac{\partial}{\partial \theta_j} \right), \quad g_1 = 1, \quad g_j = (\sin \theta_1 \dots \sin \theta_{j-1})^2, \quad j > 1.$$

Так как искомое решение  $u_\alpha \in C^2(D_\beta)$ , то его можно искать в виде ряда

$$u_\alpha(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \bar{u}_{\alpha,n}^k(r, t) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (9)$$

где  $\bar{u}_{\alpha,n}^k(r, t)$  - функции, которые будут определены ниже.

Подставив (9) в (8) и используя ортогональность сферических функций  $Y_{n,m}^k(\theta)$  ([2]), получим

$$L_\alpha \bar{u}_{\alpha,n}^k \equiv \bar{u}_{\alpha,nrr}^k + \frac{m-1}{r} \bar{u}_{\alpha,nr}^k - \bar{u}_{\alpha,ntt}^k - \frac{\alpha}{t} \bar{u}_{\alpha,nt}^k - \frac{\lambda_n}{r^2} \bar{u}_{\alpha,n}^k = 0,$$

$\lambda_n = n(n+m-2)$ ,  $k = \overline{1, k_n}$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , которое с помощью замены переменных

$\bar{u}_n^k(r, t) = r^{\frac{1-m}{2}} u_n^k(r, t)$  сводится к уравнению

$$L_\alpha u_{\alpha,n}^k \equiv u_{\alpha,nrr}^k - u_{\alpha,ntt}^k - \frac{\alpha}{t} u_{\alpha,nt}^k + \frac{[(m-1)(3-m) - 4\lambda_n]}{4r^2} u_{\alpha,n}^k = 0. \quad (10)$$

Далее, из краевых условий (2)-(7) для функций  $u_n^k(r, t)$ , соответственно, будем иметь

$$u_{\alpha,n}^k(r, 0) = \tau_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, \beta r) = \sigma_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, 1-r) = \varphi_n^k(r), \quad (11)$$

$k = \overline{1, k_n}$ ,  $n = 0, 1, \dots$ ,  $\alpha < 1$ ;

$$\left. \frac{u_{\alpha,n}^k}{\ln t} \right|_{t=0} = \tau_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, \beta r) = \sigma_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, 1-r) = \varphi_n^k(r), \quad (12)$$

$k = \overline{1, k_n}$ ,  $n = 0, 1, \dots$ ,  $\alpha = 1$ ;

$$(t^{\alpha-1} u_{\alpha,n}^k)|_{t=0} = \tau_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, \beta r) = \sigma_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, 1-r) = \varphi_n^k(r), \quad (13)$$

$k = \overline{1, k_n}$ ,  $n = 0, 1, \dots$ ,  $\alpha > 1$ ;

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha (u_{\alpha,n}^k - u_{\alpha,n}^{k,2})_t = v_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, \beta r) = \sigma_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, 1-r) = \varphi_n^k(r), \quad (14)$$

$\alpha < 1, k = \overline{1, k_n}, n = 0, 1, \dots;$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{u_{\alpha,n}^k - u_{\alpha,n}^{k,1}}{\ln t} \right) t (\ln t)^2 = v_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, \beta r) = \sigma_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, 1-r) = \varphi_n^k(r), \quad (15)$$

$\alpha = 1, k = \overline{1, k_n}, n = 0, 1, \dots;$

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^{2-\alpha} \left[ t^{\alpha-1} (u_{\alpha,n}^k - u_{\alpha,n}^{k,2}) \right] = v_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, \beta r) = \sigma_n^k(r), \quad u_{\alpha,n}^k(r, 1-r) = \varphi_n^k(r), \quad (16)$$

$\alpha > 1, k = \overline{1, k_n}, n = 0, 1, \dots,$

где  $\tau_n^k(r) = r^{\frac{m-1}{2}} \bar{\tau}_n^k(r), v_n^k(r) = r^{\frac{m-1}{2}} \bar{v}_n^k(r), \sigma_n^k(r) = r^{\frac{m-1}{2}} \bar{\sigma}_n^k(r), \varphi_n^k(r) = r^{\frac{m-1}{2}} \bar{\varphi}_n^k(r).$

Таким образом, задачи 1 и 2 сведены к двумерным задачам Дарбу в области  $H_\beta$  для уравнения (10). Решение этих задач будем изучать в п. 4.

Наряду с уравнением (10) рассмотрим уравнение

$$L_0 u_{0,n}^k \equiv u_{0,nrr}^k + \frac{m-1}{r} u_{0,nr}^k - u_{0,ntt}^k - \frac{[(m-1)(3-m) - 4\lambda_n]}{4r^2} u_{0,n}^k = 0, \quad (10_0)$$

которое с помощью замены переменных  $\xi = \frac{r+t}{2}, \eta = \frac{r-t}{2}$  сводится к уравнению

$$Mu_{0,n}^k \equiv u_{0,n\xi\eta}^k + \frac{[(m-1)(3-m) - 4\lambda_n]}{4(\xi + \eta)^2} u_{0,n}^k = 0. \quad (17)$$

Решение задачи Коши для (17) с данными

$$u_{0,n}^k(\xi, \xi) \equiv \tau_n^k(\xi), \quad \left( \frac{\partial u_{0,n}^k}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{0,n}^k}{\partial \eta} \right) \Big|_{\xi=\eta} = v_n^k(\xi), \quad \frac{\varepsilon}{2} \leq \xi \leq \frac{1}{2}$$

имеет вид [4]

$$u_{0,n}^k(\xi, \eta) = \frac{1}{2} \tau_n^k(\eta) R(\eta, \eta; \xi, \eta) + \frac{1}{2} \tau_n^k(\xi) R(\xi, \xi; \xi, \eta) + \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\eta}^{\xi} \left[ v_n^k(\xi_1) R(\xi_1, \xi_1; \xi, \eta) - \tau_n^k(\xi_1) R(\xi_1, \eta_1; \xi, \eta) \Big|_{\xi_1=\eta_1} \right] d\xi_1, \quad (18)$$

где  $\tau_n^k(\xi) = (2\xi)^{\frac{m-1}{2}} \bar{\tau}_n^k(2\xi), v_n^k(\xi) = \sqrt{2} (2\xi)^{\frac{m-1}{2}} \bar{v}_n^k(2\xi),$

$$R(\xi_1, \eta_1; \xi, \eta) = P_{\mu_1} \left[ \frac{(\xi_1 - \eta_1)(\xi - \eta) + 2(\xi\eta + \xi_1\eta_1)}{(\xi_1 + \eta_1)(\xi + \eta)} \right] = P_{\mu_1}(z)$$

- функция Римана для уравнения  $Mu_{0,n}^k = 0$  [5], а  $P_{\mu_1}(z)$  - функция Лежандра,

$$\mu_1 = n + \frac{(m-3)}{2}, \quad \frac{\partial}{\partial N} \Big|_{\xi_1=\eta_1} = \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial N'} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta_1} + \frac{\partial}{\partial N'} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \Big|_{\xi_1=\eta_1},$$

$N'$  - нормаль к прямой  $\xi = \eta$  в точке  $(\xi_1, \eta_1)$ , направленная в сторону полуплоскости  $\eta \leq \xi$ .

### 3. Функциональная связь между решениями задачи Коши для уравнений (10<sub>α</sub>) и (10<sub>0</sub>).

Сначала приведем некоторые свойства оператора  $L_\alpha$ , которые необходимы для дальнейших исследований.

Если  $u_\alpha$  - решение уравнения  $L_\alpha u = 0$ , то функция

$$u_{2-\alpha} = t^{\alpha-1} u_{\alpha} \quad (19)$$

является решением уравнения  $L_{2-\alpha} u = 0$ . Если  $u_{\alpha}$  - решение уравнения  $L_{\alpha} u = 0$ , то функция

$$\frac{1}{t} \cdot \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial t} = u_{\alpha+2} \quad (20)$$

будет решением уравнения  $L_{2+\alpha} u = 0$ .

Оператор  $L_{\alpha}$  обладает свойством

$$L_{\alpha} u_{\alpha} = t^{1-\alpha} L_{2-\alpha} (t^{\alpha-1} u_{\alpha}). \quad (21)$$

Указанные свойства устанавливаются аналогично тому, как они были доказаны для уравнения (1) ([6]). Из равенства (19) имеем  $u_{2-\alpha-2p} = t^{\alpha+2p-1} u_{\alpha+2p}$ , к которому применив  $p$  раз формулу (20), а затем (19), получим

$$u_{2-\alpha} = \left(\frac{1}{t} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\right)^p (t^{\alpha+2p-1} u_{\alpha+2p}). \quad (22)$$

Соотношение (22) является фундаментальной формулой ([6]) для решения задачи Коши. Пусть  $p_1 \geq 0$ ,  $q_1 \geq 0$  - наименьшие целые числа, удовлетворяющие неравенствам

$$\alpha + 2p_1 \geq m - 1, \quad 2 - \alpha + 2q_1 \geq m - 1.$$

**Утверждение 1.** Если  $u_{0,n}^{2,k}(r,t)$  - решение задачи Коши для уравнения  $(10_0)$ , удовлетворяющее условию

$$u_{0,n}^{2,k}(r,0) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} u_{0,n}^{2,k}(r,0) = v_n^k(r), \quad (23)$$

то функция

$$u_{\alpha,n}^{2,k}(r,t) = \gamma_{-\alpha} t^{-\alpha} \int_0^1 u_{0,n}^{2,k}(r,\xi t) (1-\xi^2)^{\frac{\alpha}{2}-1} d\xi \equiv \gamma_{-\alpha} \Gamma\left(-\frac{\alpha}{2}\right) D_{0r^2}^{\frac{\alpha}{2}} u_{0,n}^{2,k}(r,t) \quad (24)$$

при  $\alpha < 0$  будет решением уравнения  $(10_{\alpha})$ , удовлетворяющим условию

$$u_{\alpha,n}^{2,k}(r,0) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow 0} t^{\alpha} \frac{\partial}{\partial t} u_{\alpha,n}^{2,k} = v_n^k(r). \quad (25)$$

Если же  $0 < \alpha < 1$ , то функция

$$\begin{aligned} u_{\alpha,n}^{2,k}(r,t) &= \gamma_{2-k+2q_1} \left(\frac{1}{t} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\right)^{q_1} \left[ t^{1-k+2q_1} \int_0^1 u_{0,n}^{1,k}(r,\xi t) (1-\xi^2)^{q_1-\frac{\alpha}{2}} d\xi \right] \equiv \\ &\equiv \gamma_{2-\alpha+2q_1} 2^{q_1-1} \Gamma\left(q_1 - \frac{\alpha}{2} + 1\right) D_{0r^2}^{\frac{\alpha}{2}-1} \left[ \frac{u_{0,n}^{1,k}(r,t)}{t} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

является решением уравнения  $(10_{\alpha})$  с начальными данными (25), где  $\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right) \gamma_{\alpha} = 2\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$ ,  $\Gamma(z)$  - гамма функция,  $D_{0r^2}^{\alpha}$  - оператор Римана - Лиувилля [6], а  $u_{0,n}^{1,k}(r,t)$  - решение уравнения  $(10_0)$  с начальными условиями

$$u_{0,n}^{1,k}(r,0) = \frac{v_n^k(r)}{(1-\alpha)(3-\alpha)\dots(2q_1+1-\alpha)}, \quad \frac{\partial}{\partial t} u_{0,n}^{1,k}(r,0) = 0. \quad (23')$$

**Утверждение 2.** Если  $u_{0,n}^{1,k}(r,t)$  - решение задачи Коши для уравнения  $(10_0)$ , удовлетворяющее условию

$$u_{0,n}^{1,k}(r,0) = \tau_n^k(r), \quad \frac{\partial}{\partial t} u_{0,n}^{1,k}(r,0) = 0, \quad (27)$$

то функция

$$u_{0,n}^{1,k}(r,t) = \gamma_\alpha \int_0^1 u_{0,n}^{1,k}(r,\xi t) (1-\xi^2)^{\frac{\alpha}{2}-1} d\xi \equiv 2^{-1} \gamma_\alpha \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right) t^{1-\alpha} D_{0r^2}^{-\frac{\alpha}{2}} \left[ \frac{u_{0,n}^{1,k}(r,t)}{t} \right] \quad (28)$$

при  $\alpha > 0$  есть решение уравнения  $(10_\alpha)$ , удовлетворяющее условию (27).

**Утверждение 3.** Если  $u_{0,n}^{1,k}(r,t)$  - решение задачи Коши для уравнения  $(10_0)$ , удовлетворяющее условию (27), то функция

$$u_{1,n}^{1,k}(r,t) = \int_0^1 u_{0,n}^{1,k}(r,\xi t) (1-\xi^2)^{\frac{1}{2}} \ln[t(1-\xi^2)] d\xi \quad (29)$$

является решением уравнения  $L_1 u = 0$  с начальными данными

$$\frac{u_{1,n}^{1,k}}{\ln t} \Big|_{t=0} = \tau_n^k(r). \quad (30)$$

Справедливость приведенных утверждений устанавливается аналогичным образом, как они доказаны для уравнения (1) и волнового уравнения [7-9].

Приведем некоторые следствия из утверждений 2, 3.

Сначала рассмотрим случай  $\alpha < 0$ ,  $\alpha \neq -(2r+1)$ ,  $r = 0, 1, \dots$ . Если  $u_{0,n}^{1,k}(r,t)$  - решение задачи Коши для уравнения  $(10_0)$  с данными

$$u_{0,n}^{1,k}(r,0) = \frac{\tau_n^k(r)}{(1-\alpha)\dots(\alpha+2p-1)}, \quad \frac{\partial}{\partial t} u_{0,n}^{1,k}(r,0) = 0, \quad (31)$$

то из утверждения 2 следует, что функция

$$u_{\alpha+2p,n}^{1,k}(r,t) = \gamma_{\alpha+2p} \int_0^1 u_{0,n}^{1,k}(r,\xi t) (1-\xi^2)^{\frac{\alpha}{2}+p-1} d\xi$$

является решением уравнения  $L_{\alpha+2p} u = 0$ , удовлетворяющим начальному условию (31).

Тогда из соотношений (22) и (19) вытекает, что функция

$$u_{\alpha,n}^{1,k}(r,t) = t^{1-\alpha} \left(\frac{1}{t} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\right)^{p_1} (t^{\alpha+2p_1-1} u_{\alpha+2p_1,n}^{1,k}) \equiv \gamma_{k+2p} 2^{p_1-1} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2} + p_1\right) t^{1-\alpha} D_{0r^2}^{-\frac{\alpha}{2}} \left[ \frac{u_{0,n}^{1,k}(r,t)}{t} \right] \quad (32)$$

есть решение уравнения  $(10_\alpha)$  и удовлетворяет условию (27).

Пусть  $\alpha = -(2r+1)$ . Если  $u_{0,n}^{1,k}(r,t)$  - решение задачи Коши для  $(10_0)$  с данными (27), то из (19), (22) и из утверждения 3 нетрудно получить, что функция

$$u_{-(2r+1),n}^{1,k}(r,t) = t^{2(r+1)} \left(\frac{1}{t} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\right)^{r+1} \left[ \int_0^1 u_{0,n}^{1,k}(r,\xi t) (1-\xi^2)^{\frac{1}{2}} \ln(t(1-\xi^2)) d\xi \right] \quad (33)$$

является решением задачи Коши для  $L_{-(2r+1)} u = 0$ , удовлетворяющее условию (27).

Используя [10, лемма 1. 14. 2], соотношение (33) можно записать в виде

$$u_{-(2r+1),n}^{1,k}(r,t) = \frac{a}{2} t^{2(r+1)} D_{0r^2}^{\frac{1}{2}+r} \left[ \frac{u_{0,n}^{1,k}(r,t)}{t} \right], \quad a = \frac{1}{2} \Gamma'(1) - \frac{\Gamma'\left(\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}} - \ln t. \quad (34)$$

**4. Доказательство теоремы для задачи 1 и 2.** Пусть  $\beta < 1$ . Рассмотрим задачу 1. 1) Случай  $\alpha < 1$ . Решение задачи  $(10_\alpha)$ , (11) будем искать в виде  $u_{\alpha,n}^k(r,t) = u_{\alpha,n}^{1,k} + u_{\alpha,n}^{2,k}$ , где  $u_{\alpha,n}^{1,k}(r,t)$  - решение задачи Коши  $(10_\alpha)$ , (27), а  $u_{\alpha,n}^{2,k}(r,t)$  - решение задачи для  $(10_\alpha)$  с условием

$$u_{\alpha,n}^{2,k}(r,0) = 0, \quad u_{\alpha,n}^{2,k}(r,\beta r) = \sigma_n^k(r) - u_{\alpha,n}^{1,k}(r,\beta r), \quad u_{\alpha,n}^{2,k}(r,1-r) = \varphi_n^k(r) - u_{\alpha,n}^{1,k}(r,1-r), \quad (35)$$

$k = \overline{1, k_n}, \quad n = 0, 1, \dots$



Учитывая формулу (28), (32) и (34) задачи Коши  $(10_\alpha)$ , (27) сводим к задачам Коши  $(10_0)$ , (31) и  $(10_0)$ , (27) решения которых имеет вид (18).

Далее, используя формулу (24), (26) краевую задачу  $(10_\alpha)$ , (35) сводим к задаче для уравнения  $(10_0)$  с данными  $u_{0,n}^{2,k}(r,0) = 0$ ,  $u_{0,n}^{2,k}(r, \beta r) = \psi_{1n}^k(r)$ ,  $u_{0,n}^{2,k}(r, 1-r) = \psi_{2n}^k(r)$  при  $\alpha \leq 0$  и к задаче для  $(10_0)$  с условием

$$\frac{\partial}{\partial t} u_{0,n}^{2,k}(r,0) = 0, \quad u_{0,n}^{2,k}(r, \beta r) = \psi_{1n}^k(r), \quad u_{0,n}^{2,k}(r, 1-r) = \psi_{2n}^k(r), \quad (36)$$

при  $0 < \alpha < 1$ , где  $\psi_{1n}^k(r), \psi_{2n}^k(r)$  - функции, соответственно выражающиеся через  $\tau_n^k(r), \sigma_n^k(r)$  и  $\tau_n^k(r), \varphi_n^k(r)$ . Эти задачи, как показано в [3], имеют единственные решения.

Следовательно, с учетом утверждения 1 получим однозначное решение задачи  $(10_\alpha)$ , (11) в классе  $C(\bar{H}_\beta) \cap C^2(H_\beta)$ .

2) Случай  $\alpha = 1$ . Решение задачи  $(10_\alpha)$ , (12) будем искать в виде  $u_{1,n}^k(r,t) = u_{1,n}^{1,k} + u_{1,n}^{2,k}$ , где  $u_{1,n}^{1,k}(r,t)$  - решение задачи для уравнения  $(10_\alpha)$  с данными (30), а  $u_{1,n}^{2,k}(r,t)$  - решение краевой задачи для  $(10_\alpha)$  с условием

$$\frac{\partial}{\partial t} u_{1,n}^{2,k}(r,0) = 0, \quad u_{1,n}^{2,k}(r, \beta r) = \sigma_n^k(r) - u_{1,n}^{1,k}(r, \beta r), \quad u_{1,n}^{2,k}(r, 1-r) = \varphi_n^k(r) - u_{1,n}^{1,k}(r, 1-r). \quad (37)$$

В силу (29) задача  $(10_\alpha)$ , (30) сводится к задаче Коши  $(10_0)$ , (27). Учитывая формулу (28) задачу  $(10_\alpha)$ , (37) приводим к задаче  $(10_0)$ , (36).

Таким образом, задача  $(10_\alpha)$ , (12) однозначно разрешима.

Используя формулы (21), (19) задачу  $(10_\alpha)$ , (13) сводим к исследованному случаю  $\alpha < 1$ .

Следовательно, ряд вида

$$u_\alpha(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} r^{\frac{1-m}{2}} u_{\alpha,n}^k(r, t) Y_{n,m}^k(\theta) \quad (38)$$

является единственным решением задачи 1 при  $\beta < 1$ , где функции  $u_{\alpha,n}^k(r, t)$  определяются из двумерных задач.

Учитывая ограничение на заданные функции  $\tau(r, \theta)$ ,  $\sigma(r, \theta)$ ,  $\varphi(r, \theta)$  как и [3,11], нетрудно показать, что решение (37) принадлежит искомому классу.

Теперь рассмотрим задачу 2.

1) Случай  $\alpha < 1$ .

Решение задачи  $(10_\alpha)$ , (14) будем искать в виде  $u_{\alpha,n}^k(r, t) = u_{\alpha,n}^{1,k} + u_{\alpha,n}^{2,k}$  где  $u_{\alpha,n}^{1,k}(r, t)$  - решение задачи Коши  $(10_\alpha)$ , (25), а  $u_{\alpha,n}^{2,k}(r, t)$  - решение задачи для уравнения  $(10_\alpha)$  с условием (37). В силу (24), (26) задача  $(10_\alpha)$ , (25) приводится к задаче  $(10_0)$ , (23) при  $\alpha \leq 0$  и  $(10_0)$ , (23') при  $0 < \alpha < 1$ .

Используя (32) и (34), задачу  $(10_\alpha)$ , (37) сводим к задаче  $(10_0)$ , (36), которая однозначно разрешима [3].

Таким образом, задача  $(10_\alpha)$ , (14) имеет единственное решение.

2) Случай  $\alpha = 1$ . Решение задачи  $(10_\alpha)$ , (15) ищем в виде  $u_{1,n}^k(r, t) = u_{1,n}^{1,k} + u_{1,n}^{2,k}$ , где  $u_{1,n}^{1,k}(r, t)$  - решение задачи Коши для  $(10_\alpha)$  с данными

$$u_{1,n}^{2,k}(r,0) = -v_n^k(r), \quad \frac{\partial}{\partial t} u_{1,n}^{2,k}(r,0) = 0, \quad (39)$$

а  $u_{1,n}^{1,k}(r, t)$  - решение задачи  $(10_\alpha)$ , (37). Учитывая (28), задачу Коши  $(10_\alpha)$ , (39) сводим к задаче Коши  $(10_0)$ , (39), а задачу  $(10_\alpha)$ , (37) – к задаче  $(10_0)$ , (36). Значит, задача  $(10_\alpha)$ , (15) также однозначно разрешима. Применяя (21), (19), задачу  $(10_\alpha)$ , (16) сводим к случаю  $\alpha < 1$ . Следовательно, функция (38) является единственным решением задачи 2 при  $\beta < 1$ , где функции  $u_{\alpha,n}^k(r, t)$ ,  $k = \overline{1, k_n}$ ,  $n = 0, 1, \dots$  определяются из предыдущих краевых задач. Теорема доказана.

*Список использованной литературы:*

- 1 Бицадзе А.В. *Некоторые классы уравнений в частных производных*, М.: Наука, 1981 – 448с.
- 2 Михлин С.Г. *Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения* М.: Физматгиз, 1962 – 254с.
- 3 Алдашев С.А. *Критерий однозначной разрешимости задачи Дарбу с отходом от характеристики для многомерного бального уравнения* // Известия НАН РК, сер. физ. – мат. наук, 2007, №5, с. 3-6
- 4 Бицадзе А.В. *Уравнения смешанного типа*, М: Изд – во АН СССР, 1959 – 164 с.
- 5 Copson E.T. *On the Riemann-Green function* // J. Rath. Mech. and Anal., 1958, 1, p.324-348.
- 6 Weinstein A. *The Fifth Simposium in applied Math.* McGraw – Hill. New York, 1954 – p. 137-147.
- 7 Терсенов С.А. *Введение в теорию уравнений, вырождающихся на границе*, Новосибирск: НГУ, 1973 – 144с.
- 8 Алдашев С.А. *О некоторых краевых задачах для одного класса сингулярных уравнений в частных производных* // Дифференциальные уравнения, 1976. т.12, №6-с.3-14.
- 9 Терсенов С.А. *Введение в теорию уравнений параболического типа с меняющимся направлением времени*, Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1982 – 167с.
- 10 Нахушев А.М. *Элементы дробного исчисления и их применение*, Нальчик: КБНЦ РАН, 2000-298с.
- 11 Алдашев С.А. *Краевые задачи для многомерных гиперболических и смешанных уравнений*, Алматы: Гылым, 1994.-170 с.

**МРНТИ 14.35.07**

**УДК 378**

*Е.А. Туяқов<sup>1</sup>, М.С. Дюсов<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан*

### **БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНІҢ ӘДІСТЕМЕЛІК ДАҒДЫЛАРЫН АРНАЙЫ ТАПСЫРМАЛАР АРҚЫЛЫ ҚАЛЫПТАСТЫРУ**

*Аңдатпа*

Мақалада қазақстандық білім беруді дамытудың заманауи талаптарына сәйкес жоғары білім беру жүйесінде болашақ математика мұғалімдерін даярлау сапасын көтеру мәселелері қарастырылған. Ол үшін болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби дайындығын, сыни тұрғыда ойлауы мен өз бетімен жұмыс жасауға үйрету қажет. Бұл мақсатқа жетудің тиімді жолы – студенттерді-болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік тапсырмаларды орындауға және пайдалануға машықтандыру болып табылады. Мұғалім қызметтерінің негізгі түрі болап табылатын - әдістемелік тапсырмаларды орындау студент өзін әртүрлі кәсіби жағдайларға ойша қойып, елестетіп көруге, болған жағдайға талдау жасау дағдысын игеруге, жоспарланған мақсаттар мен нәтижелерге қол жеткізуге қолайлы жағдайларға баға бере білуге үйретеді. Осыған орай, мақалада Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2016-2019 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасында көрсетілген білім беру мазмұнын жаңарту жағдайында математика мұғалімінің кәсіби құзіреттіліктерін оқу және әдістемелік тапсырмалар арқылы қалыптастыру мен дамыту жолдары ұсынылған.

**Түйін сөздер:** білім мазмұнын жаңарту, білім беру, даярлау, құзіреттілік, әдістеме, әдістемелік тапсырмалар, оқу тапсырмалары.

*Аннотация*

*Е.А.Туяқов<sup>1</sup>, М.С.Дюсов<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан*

### **ФОРМИРОВАНИЕ МЕТОДИЧЕСКИХ НАВЫКОВ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПОСРЕДСТВОМ СПЕЦИАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ**

В статье рассмотрены вопросы повышения качества подготовки будущих учителей математики в системе высшего образования в соответствии с современными требованиями развития казахстанского образования. Для

этого необходимо научить будущих учителей математики самостоятельно работать и критическому мышлению. Эффективный способ достижения этой цели – научить студентов, будущих учителей математики выполнять и использовать методические задания. Выполняя методические задания, которые являются основным видом деятельности учителя – студент учится мыслить и представлять себя в различных профессиональных ситуациях, владеть навыками анализа сложившейся ситуации, оценивать благоприятные условия для достижения запланированных целей и результатов. Поэтому в данной статье предложены пути формирования и развития профессиональных компетенций учителя математики посредством учебных и методических заданий в условиях обновления содержания образования, обозначенные в государственной программе развития образования и науки Республики Казахстан на 2016-2019 годы.

**Ключевые слова:** обновление содержания, образование, подготовка, компетенция, методика, методические задания, учебные задания.

*Abstract*

## FORMATION OF THE METHODOLOGICAL SKILLS OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS THROUGH SPECIAL ASSIGNMENTS

*Tuyakov Y.A.<sup>1</sup>, Dyussov M.S.<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Kazakh national pedagogical university Abai, Almaty, Kazakhstan*

The article deals with the issues of improving the quality of training of future teachers of mathematics in higher education in accordance with the requirements of the development of Kazakhstan's education. To do this, it is necessary to teach future teachers of mathematics to work independently. An effective way to achieve this goal is to teach students-future teachers of mathematics to perform methodical tasks. Performing methodical tasks which is the main activity of the teacher - the student learns to think and represent himself in various professional situations, to possess skills of the analysis of the developed situation, to estimate favorable conditions for achievement of the planned purposes and results. Therefore, in accordance with the state program of education development of the Republic of Kazakhstan for 2016-2019, there are ways of formation and development of professional competences of mathematics teachers through educational and methodical tasks in terms of updating the content of education.

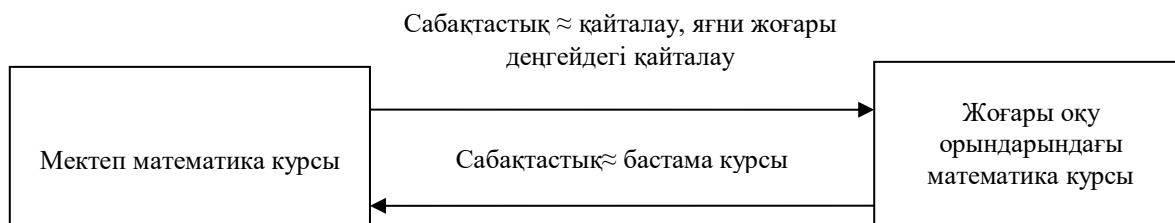
**Keywords:** upgrading, education, training, competence, methodology, methodical tasks, teaching tasks.

Қазақстан Республикасының тұңғыш президенті 2016 жылдың 1 наурызындағы Жарлығымен бекіткен Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2016-2019 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасында орта білім беру мазмұнын жаңарту аясында сапалы білімге қол жеткізу міндеті көрсетілген [1]. Аталмыш бағдарламада көрсетілген міндеттерді жүзеге асыру мақсатында Қазақстан Республикасының «Білім туралы» заңына өзгертулер мен толықтырулар енгізіліп, онда мектепте білім беру жүйесін жаңартылған білім беру мазмұнына кезең-кезеңімен көшіру процесін жүзеге асыру көзделген [2]. Сонымен қатар, Елбасымыз Н.Ә.Назарбаев еліміздің даму стратегиясының басым бағыттары мен болашағын айқындайтын басты құжат болып табылатын әрбір Жолдауында білім мен ғылымды дамыту мәселелеріне ерекше назар аударып келеді. 2018 жылғы «Қазақстандықтардың әл-ауқатының өсуі: табыс пен тұрмыс сапасын арттыру» атты Жолдауында «Орта білім беру жүйесінде негізгі тәсілдер белгіленген, қазіргі кезеңде солардың орындалуына баса назар аударған жөн» деп атап көрсетті [3]. Мектепте математикалық білім беру мазмұнын жаңартудың тұжырымдамалық негіздеріне тоқталайық. Олар: 1) «математика үшін оқушы»-дан «оқушы үшін математика»-ға көшу тұжырымдамасы, яғни оқушылардың ойлау қабілетін, логикасын дамыту; қолданбалы математиканы күшейту; математикалық тілді дамыту – сауатты айта білу, жазу, түсіну, қолдану, талдау жасау, бағалау; 2) математикалық сауаттылықты дамыту, яғни оқушының қоршаған ортаны тануда математиканың рөлін анықтау және түсіну; әртүрлі жағдайларда математикалық есептердің қойылымын және шешуін логикалық талдау, тиімді түсіндіру қабілеттерін дамыту және т.б. [4]. Осы тұжырымдамаларға негізделген жаңартылған мазмұндағы математикалық білім беру жүйесіне көшкен орта мектепті бітірушілер таңдаған кәсіби мамандықтарын жоғары деңгейде сапалы меңгерулері үшін алдағы өміріне қажетті білімді берік игерулері, ал жалпы алғанда, функционалды сауатты, яғни мәселе қоя білу және оны шешу жолдарын белгілей алу, стратегиялық бағыттарды айқындай алу сияқты іскерліктер мен дағдылар негізін игерген (өзінің актуалды даму аймағында) тұлға болып қалыптасуы қажет.

Осыған орай, пән мұғалімдерінің кәсіби құзыреттіліктеріне сапасы жағынан жаңа талаптар қойылуда. Жаңа типті мұғалім білім беру жүйесіндегі өзгерістердің себептері пен салдарларын, білімдегі инновациялық үдерістердің мақсаттары мен оларды жүзеге асыру жолдарын жетік біле отырып, пәнді бағдарлама, педагогикалық тәсілдер мен бағалаудың жаңа формаларының үйлесімдігі негізінде сапалы игерту технологияларын тиімді қолдана алулары қажет.

Мектеп пен жоғары оқу орындарында оқытылатын математика курсының мазмұны тығыз байланысты болып, бір-бірімен ұштасып жататыны белгілі. Мектеп математика курсына тән ерекшелік - оның қарапайымдылығы болса, жоғары математика курсына математикалық ұғымдар мен әдістер толықтырылып, өзінің алғашқы мағынасын сақтай отырып, кеңінен қарастырылады.

Мектеп математика курсының мазмұны жоғары оқу орындарында математикалық пәндерді оқытуда маңызды орын алады. Сондықтан болашақ математика мұғалімдерін даярлау процесі мектеп математика курсының мазмұнына тікелей байланысты болып, екі жақты іске асырылуы тиіс. Мектеп пен педагогикалық жоғары оқу орындарында математиканы оқытудағы сабақтастық екі жолмен жүзеге асырылуы мүмкін (1-сурет).



Сурет 1.

Бірінші бағыт - оқытудың бастапқы кезеңінде мектепте меңгерген білім негізінде жаңа мазмұнды игертуді іске асыру. Бұл тұрғыда педагогикалық жоғары оқу орындарында оқыған және мектепте оқыған материал арасындағы сабақтастықты жүзеге асыру тәсілдерінің бірі - қайталау арқылы жұмысты ұйымдастыру, білімдер мен біліктерді біріктіруге және дамытуды қамтамасыз етуге негізделуі тиіс. Екінші бағыт – пәннің мазмұнын бұрынғы алған біліміне сүйене отырып, тереңірек игерту. Бұл тұрғыда студенттерді пәнді оқыту арқылы оның болашақ кәсіби қызметінде математиканы оқытуға дайындалуға мүмкіндік берілуі тиіс. Мектеп математика курсы мен жоғары оқу орындарында математиканы оқыту процесінің арасындағы байланыс осы көрсетілген суреттегі бағыттармен анықталады. Бұл жағдайда пәнді оқытудың сабақтастығы мектеп математика курсы мен жоғары оқу орындағы пән мазмұны арқылы жүзеге асырылады.

Математика мұғалімінің кәсіби маман ретінде қалыптасып, ары қарай дамуының негізі жоғары педагогикалық оқу орындарында математикадан базалық пәндер мен кәсіптендіру пәндерін сабақтастықта оқыту мен игерту барысында қаланады. Сондықтан сабақтастық мәселесін шешу бүгінгі таңда математиканы оқыту теориясы мен әдістемесі ғылымының алдында тұрған көкейтесті мәселе болуы қажет.

Математика мұғалімі мамандығына студенттерді дайындауда болашақ мұғалімнің әдістемелік даярлығына ерекше мән берілуі қажет. Себебі, математикалық білім беру мазмұнын жаңарту жағдайында жұмыс жасайтын болашақ маман жаңартылған жалпы орта білім беру стандартының методологиясы мен мазмұнын қабылдауға, білім беру процесін бағдарламалық және әдістемелік қамтамасыз етудің өзгеруіне, педагогикалық қызметтің мақсаттары мен тәсілдерінің өзгеруіне дайын болуы, нақтырақ айтқанда, жаңартылған математикалық білім мазмұнының және оқыту технологияларының мақсаттары мен міндеттерін ұғынуы, пәндік және метапәндік білім, іскерлік, дағдыларды бағалаудың жаңа формаларын игеруілері қажет.

Студенттің белгілі бір мақсатқа бағытталған белсенді әрекеті мен шығармашылық қабілеттерін дамыту мектептен басталып, жоғары оқу орнында жалғасын табады. Ал студенттің оқыту үрдісіндегі белсенді әрекеті дегеніміз – жеке тұлғаның танымдық қызметін сипаттайтын әрекет. Өзін жан-жақты көрсете білуі, білімге, оқу тапсырмаларын орындауға деген терең қызығушылығының болуы, алдына қойған мақсатқа жету үшін интеллектуалды және физикалық қабілетінің болуы студенттің оқыту үрдісіндегі белсенді әрекетінің белгісі болып табылады.

Сонымен қатар, студенттің белсенділігін оның білімге өз бетімен қол жеткізе алу қабілетінен бөліп қарастыру мүмкін емес. Белсенділіктің келесі түрлері бар: сыртқы белсенділік, ішкі белсенділік, орындаушылық белсенділік, шығармашылық белсенділік.

Шығармашылық белсенділік – белгілі бір проблеманы шешу үшін әртүрлі тәсілдерді қолдануға ұмтылушылық. Атап айтқанда, оқыту үрдісіндегі шығармашылық белсенділік дегеніміз - есептерді шешуге, оқу тапсырмаларын орындауға жаңашыл идеяларды енгізуге деген талпыныс.

Ғылыми және оқу проблемасы бұрыннан белгілі білім жүйесі мен осы жүйенің шеңберінде туындаған жаңа фактілер арасындағы қайшылықтар негізінде пайда болады. Студент осындай

жағдайды қабылдап және бағалай отырып, бұл қайшылықтарды түсініп ғана қоймай, оны шешу үшін басқа тиімді жағдайға түрлендіру жолдарын іздеуі тиіс. Басқаша айтқанда, оның танымдық қызметі екі кезеңнен тұруы тиіс: не істеу керек және қалай істеу керек.

Студенттің оқу-танымдық қызметін белсендіру – олардың білім алуға деген қызығушылығын ояту, шығармашылық белсенділігін арттыру, өз бетімен білім алу қызметін ұйымдастыру мақсатында оқытушының оқыту формасын, әдістерін және құралдарын жетілдіруге бағытталған қызметі.

1. Неге үйрету керек: іргелі білімге ме, әлде осы білімді іздену дағдыларына ма?

2. «Оқыту» деген не: әрқашан және әрбір проблема бойынша нұсқап отыру ма, әлде оқытудың «маңызды кезеңін» анықтап, қалған уақытта іздену мен өзін өзі дамытуға мүмкіншілік беру ме? Оқытудың негізін не қалайды: «даму» ма, әлде «қалыптастыру» ма?

3. Оқытудың мақсаты қандай? Оқытуда басты назарды неге аудау керек: процесске ме, әлде нәтижеге ме? Басқаша айтқанда, басты мәселе – «даму» ма, әлде «форма» ма? [5].

Педагогикалық ғылым және орта мектеп саласында жинақталған практикалық тәжірибе мұғалімнің сабақта оқушыларды белсенді танымдық әрекетке жұмылдырудың көптеген әдістері мен тәсілдерін жасады. Сондай әдістердің ішінде **тапсырма арқылы оқытудың** орны ерекше.

Заманауи психологиялық әдебиеттердегі «тапсырма» ұғымына берілетін анықтамаларды бұл ұғымның қандай жүйеге қатысты қолданылып тұрғанына байланысты екі топқа біріктіруге болады. Бірінші топтың өкілдері тапсырманы субъекттің белсенділігін қоздырушы сыртқы фактор десе, екінші топ өкілдері анықтаманы психологиялық мазмұнмен толықтыра отырып, «тапсырма» ұғымын белгілі бір жағдайларда субъект алдына қойылған мақсат ретінде анықтайды.

Педагогикалық зерттеулерде оқушыларды оқыту және тәрбиелеу барысындағы қызметтері кезінде оқушылардың, сонымен қатар мұғалімдердің де орындайтын тапсырмаларды сипаттайды (жалпы мағынада).

Бүгінгі таңда тапсырма арқылы оқыту зерттеу жұмыстарының және оқыту мен тәрбиелеу үрдісін құрастырудың негізгі құралына айналып отыр. Бұл жағдай елімізде білім беру мазмұнын жаңартудың – практикадан теорияға деген негізгі принциптерінің біріне де сәйкес келеді.

Оқыту үрдісін тиімді ұйымдастыруды, оның дамыту қызметін арттыру мақсатында тапсырмалар теориясын қолданудың мүмкіндіктерін талдай келе, Г.А. Балл оқу үрдісінде атқаратын қызметтері жағынан тапсырмалардың негізгі түрлерін ажыратты. Оқыту (оқыту қызметі) мағынасында тапсырмаларды екі түрге бөлді: оқу тапсырмалары және критериялы тапсырмалар.

Оқу тапсырмаларының оқу қызметінің негізгі компоненті ретінде басқа тапсырмалардан айырмашылығы – оның мақсаты мен нәтижесі субъект әрекет ететін құралдардың өзгерісінде емес, әрекет етуші субъекттің өзінің өзгерісінде болып табылады. Оқу тапсырмаларын орындау деп оқыту қызметіне қатысушы субъекттің әрекет әдістерімен танысуын және оларды игеруін айтамыз. Әрекет әдістері деп материалмен жасалатын нақты әрекетті айтамыз.

Жалпы оқу тапсырмаларын қолданудың негізгі мақсаты – білім алушылардың критериялы тапсырмаларды (оқыту мақсаттарына жетудің критерийі ретіндегі тапсырмалар) орындаудың әдістерін игеруі болып табылады, яғни оқу үрдісі кезінде білім алушы критериялы тапсырмаларды орындаудың әдістерін, сонымен қатар орындау әдістерінің модельдерін игеруі тиіс.

Жалпы алғанда оқу және критериялы тапсырмалармен қатар дидактикалық тапсырмалар қарастырылады. Дидактикалық тапсырмалар арқылы білім алушының оқыту мақсаттарына қандай деңгейде қол жеткізгендігі анықталады, яғни дидактикалық тапсырмалар критериялы тапсырмалардың дербес түрі болып табылады.

Негізінен, дидактикалық тапсырмалар үйретуші қызметін атқарады. Мұндай тапсырмаларды орындаудың әдістеріне кіретін кейбір әрекеттерді, амалдарды, операцияларды атқару кейбір техникалық құралдардың көмегімен жүзеге асырылуы мүмкін. Мұндай мүмкіндіктер программалауды оқыту мен компьютердің көмегімен оқытуда қолданылады.

Математика мұғаліміне өзінің кәсіби қызметінде әртүрлі әдістемелік тапсырмаларды орындауға тура келеді. Барлық әдістемелік тапсырмаларға ортақ ерекшелік – мұндай тапсырмалардың шешімі біркәнді болмайды, яғни бір тапсырманың бірнеше шешімі болуы мүмкін. Бірақ бір тапсырманың белгілі бір шешімін таңдап алу кездейсоқ жүргізілмейді, бұл әрекет оқыту үрдісінің қалыптасқан белгілі бір жағдайларға сәйкес таңдап алынады.

Математиканы оқыту әдістемесі саласында төмендегі сұрақтардың жауабы болып табылатын әдістемелік (теориялық немесе практикалық) деректерге қол жеткізу – әдістемелік тапсырмаларды орындаудың мақсаты мен нәтижесі болып табылады:

- 1) Математиканы не үшін оқыту керек?
- 2) Нені оқыту керек?
- 3) Қалай оқыту керек?
- 4) Кімді оқыту керек?
- 5) Математиканы оқыту нәтижесін қалай бағалау керек?

Оқу тапсырмаларын орындаудағы негізгі нәтиже – оқу фактісі болып табылады. Мысалы, оқу фактісіне теориялық жалпылау деңгейіндегі математикалық ұғымдардың анықтамаларын білу, математикалық теоремаларды (белгілер, қасиеттер, және т.б.) дәлелдеу, математикалық есептердің жапыланған түрлері, оларды шешудің жалпы және арнайы әдістерін білу, математикалық тұжырымдардың дәлелдеуінің және математикалық есептердің шешімін іздеудің жалпы әдістері және т.б. жатады.

Математиканы оқыту әдістемесінде мұғалім негізгі қызметтерімен қоса аналитикалық-синтетикалық, оқыту және тәрбиелеу үрдісін жоспарлау және құру, білім алушылардың сабақтың әр түрінде білім алушылардың қызметтерін ұйымдату және басқару, білім алушылардың білім, білік, дағдыларын бақылау және бағалау сияқты арнайы пәндік қызметтер атқарады. Оның ішінде мұғалімнің сабаққа (оқу үрдісін ұйымдастырудың бірлігі) дайындығын ашып көрсететін пәндік қызметіне оқу материалына логикалық-математикалық, логикалық-дидактикалық талдау жасау, оқытудың әдістерін, формалары мен құралдарын таңдау, бақылау және бағалау қызметтері жатады.

Жоғарыда аталған әрекеттер мұғалімнің дағдысына айналу үшін математика мұғалімі әртүрлі әдістемелік тапсырмаларды шешуге машықтануы тиіс. Әдістемелік тапсырмаларды орындау дағдысы теориялық математика мұғалімінің теориялық білімінің толығымен және практикалық тәжірибенің жинақталуымен келеді. Педагогикалық жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдері математиканы оқыту әдістемесі саласында мектеп математикасының кез келген «бөлігіне» логикалық-математикалық, логикалық-дидактикалық талдау жасау, оның негізінде сәйкес оқыту әдістерін таңдай білу, оларды қолдана білу технологияларын игерумен қатар, математиканы оқыту әдістемесі саласында шығармашылық қызметке де дайындалуы тиіс.

Бұл мақсатқа жетудің тиімді жолы – студенттерді-болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік тапсырмаларды орындауға машықтандыру болып табылады.

Әдістемелік арнайы тапсырмалар – студенттердің танымдық қызметтерін белсендірудің, педагогикалық тұрғыда ойлау қызметін, бойында болашақ мұғалімнің қасиеттерін қалыптастырудың нәтиже көрсеткіші жоғары құралы болып табылады. Сабақта болатын әртүрлі мәселелер мен жағдайларға жан-жақты талдау жасау, оларды шешудің жолдарын белсенді түрде іздеу - педагогикалық құбылыстар мен процесстердің танымдық әдістерін өзінің бойында қалыптастыру дағдыларын, оларды жіктеу, осылардың негізінде өз бетімен педагогикалық құбылыстар туралы қорытынды және теориялық жалпылаулар жасау, осының көмегімен ойлау қызметін дамытуға үлкен көмегін тигізеді.

Мұғалім қызметтерінің негізгі түрі болап табылатын - әдістемелік тапсырмаларды орындау студент өзін әртүрлі кәсіби жағдайларға ойша қойып, елестетіп көруге, болған жағдайға талдау жасау дағдысын игеруге, жоспарланған мақсаттар мен нәтижелерге қол жеткізуге қолайлы жағдайларға баға бере білуге үйретеді.

Болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік даярлау процесінде студенттердің бойында әдістемелік білім, білік, дағдыны қалыптастыруға, әртүрлі стандартты және проблемалық жағдайларға талдау жасауға бағытталған әдістемелік тапсырмаларды орындату жас маманның өзінің кәсіби қызметіне бейімделу кезінде болатын қиындықтарды жеңілдетеді, алдын алады, кәсіби-әдістемелік қызметіне шығармашылық тұрғыдан қарауға көмектеседі.

Дамыта оқыту практикасында зерттеу есептері мен жағдайларға зерттеу жасауға арналған тапсырмалар үлкен орын алады. Оқу-тәрбие жұмысында туындайтын әртүрлі мәселерді шешуде бұрыннан белгілі алгоритмді қайталау мүмкін емес. Математиканы, басқа кез келген пәнді оқыту процесінде туындайтын кез келген жағдай бір бірін қайталамайды және әрбір әдістемелік жағдайға шығармашылық тұрғыдан келуді талап етеді.

Әдістемелік тапсырмаларды орындау студенттерді өз бетімен ғылыми-педагогикалық, оқу-әдістемелік, математикалық әдебиеттермен жұмыс жасауға үйретеді, оқу-тәрбие мәселелерін шығармашылық тұрғыда шешу дағдысын қалыптастырады және дамытады, өзінің кәсібіне деген қызығушылығын оятады, студенттерді математика мұғалімінің әдістемелік қызметіне дайындайды.

«Педагогикалық жоғары оқу орындарындағы көпжылғы тәжірибеміз көрсетіп отырғандай, математикалық пәндерді оқыту математиканы оқыту әдісімен тығыз байланыста болуы тиіс, яғни болашақ математика мұғалімін даярлауда арнайы математикалық даярлық пен әдістемелік даярлықтың арасында қатынас сақталуы қажет. Осыған орай, кәсіби-педагогикалық бағытта математикалық білім беру бірінші курстан басталып, ары қарай «Математикалық есептерді шешудің әдістемелік негіздері», «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі», «Математикалық есептерді шешу практикумы», «Математиканы оқытуды ұйымдастыру. Қазіргі заманғы сабақ» және т.б. әдістемелік пәндерді оқу барысында тереңдетілуі тиіс» [4].

Білім беру мазмұнын жаңарту жағдайында жалпы білім беретін орта мектептегі математика мұғалімдерінің жұмыс практикаларына, педагогикалық жоғары оқу орындарындағы болашақ математика мұғалімдерін даярлау мәселелеріне, студенттердің педагогикалық практика кезіндегі оқу-тәрбие, әдістемелік қызметтеріне талдау жасау «Математиканы оқытуды ұйымдастыру. Қазіргі заманғы сабақ» курсына ұйымдастыру және жүргізуге басқа көзқараспен қарап, мазмұнын қазіргі таңда елімізде жүріп жатқан білім беру мазмұнын жаңарту үрдісіне сәйкестендіруге итермеледі. Осы пәнді оқу барысында студенттер жаңартылған білім беру мазмұны туралы білімдерін толықтырып, орта мектепте математика пәнін ұйымдастырудың, математиканы оқытудың, оқушылардың білімін бақылау және бағалаудың қазіргі қолданыстағы әдістерімен танысады және білім, білік, дағдыларын қалыптастырады.

Жүйеленіп ұсынылған оқу-әдістемелік тапсырмалар болашақ математика мұғалімдерінің осы пәнді терең игеруге көмегін тигізеді. Бұл пәнді оқытудағы мақсат – оқу мазмұнында ұсынылған теориялық материалдарды игеру ғана емес, оларды математика мұғалімінің әдістемелік қызметінде қолдану және жетілдіруге шығармашылық тұрғыдан қарау. Білім алушылардың белсенділігі мен өз бетінше жұмыс жасау қабілеттерін дамытудың концепциясы бойынша оқыту барысында білім алушылардың белсенділігі мен шығармашылығы білім алу, білік пен дағдыны қалыптастыру үрдісі білім алушыдан өз бетімен ізденуді, оқу үрдісінде алдында туындаған мәселелерге шығармашылық тұрғыдан қарауды талап еткен жағдайда ғана жүзеге асады. Ал әдістемелік тапсырмалар жүйесі болашақ математика мұғалімдерін осы тұрғыда әдістемелік даярлаудың тиімді құралы болып табылады.

Студент жоғарыда аталған кәсіби пәндер арқылы әдістемелік дағдыларын семинар сабақтарда және өзіндік жұмысты орындау барысында қалыптастыра алады. Соның ішінде «Математиканы оқытуды ұйымдастыру. Қазіргі заманғы сабақ» пәні бойынша тақырыптар ұсынылған және әрбір тақырып бойынша:

- мақсаты;
- тақырыпқа сәйкес оқу тапсырмалары;
- әрбір оқу тапсырмасын орындаудың кезеңдеріне сәйкескелетін әдістемелік тапсырмалар;
- студенттерден тапсырмаларды қабылдау және бағалау формасы ұсынылған.

Әдістемелік тапсырмалардың білімділік-қалыптастырушылық мағынасы олардың келесі жағдайларға бағытталғандығымен анықталады:

а) студенттердің математиканы оқыту үрдісіне талдау жасауға үйретуді, студенттердің әдістемелік тапсырмаларды орындаудың жалпы және мейлінше көп тараған дербес әдістерін игеруін, оқу материалын таңдау, ұйымдастыру және оқушыларға түсіндіру негізінде құрылған математиканы оқытудың нақты үрдісінің моделін жасау қызметін қалыптастыруға;

ә) болашақ математика мұғалімінің математиканы оқыту үрдісін басқаруды іске асырудың әртүрлі әдістерінің тиімділігінің ғылыми негіздемесін түсінуіне бағытталған әдістемелік мәдениетін қалыптастыру.

Тапсырмаларды дайындау барысын келесі жағдайларға басты назар аударылды: а) теориялық және практикалық оқытудың арасында мейлінше тығыз байланыс орнату, студенттерді зерттеушілік қызметке баулу; б) оқытудың репродуктивті және конструктивті әдістерін тиімді байланыстыру, оқытудың интерактивті, инновациялық әдістерін қолдану; в) жеке, топтық және ұжымдық оқыту формаларын қолдану; г) студенттердің білімін бақылау және бағалау формалары; д) математиканы оқытудың қазіргі жағдайы.

Сонымен, «Мұғалімнің математиканы оқыту үрдісін ұйымдастыруға дайындығы» тақырыбына тоқталайық.

**Мақсаты:** Мұғалімнің математикадан оқу үрдісін жоспарлау қызметімен танысу. Жаңартылған мазмұндағы оқу бағдарламаларымен, оқулықтармен, нормативтік құжаттармен танысу, олармен жұмыс жасай білу.

**Оқу тапсырмасы.** Математика пәнінің оқу бағдарламасына сәйкес ұзақ мерзімді, қысқа мерзімді жоспар дайындау.

**Әдістемелік тапсырмалар.**

1. Мұғалімнің оқу жылына дайындығының алғашқы кезеңі – стратегиялық кезеңін, мұғалімнің оқу жылына дайындығын – нормативтік құжаттармен, оқу бағдарламаларымен, оқу-әдістемелік құралдармен танысу кезеңдерін сипаттаңдар.

1.1. Қазақстан Республикасы «Білім туралы» Заңымен танысу;

1.2. Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2016-2019 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасымен танысу.

1.3. Орта білім берудің (бастауыш, негізгі орта, жалпы орта білім беру) мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарымен танысу;

1.4. Әрбір оқу жылының басында ұсынылатын әдістемелік-нұсқаулық хатпен танысу.

2. Жаңартылған мазмұндағы оқу бағдарламасымен оқып жатқан а) 5 сынып; ә) 6-сынып; б) 7-сынып; в) 8-сыныптары бойынша:

2.1. Аталған сыныптардың математика пәні бойынша оқу бағдарламаларымен, оның мақсаты мен міндеттерімен танысу;

2.2. Жалпы орта білім беретін мектептерде оқытылатын математика пәнінің бөлімдеріне, бөлімдердің бөлімшелеріне және тарауларға сипаттама беру;

2.3. Оқу мақсаттарының жүйесі, олардың оқу бағдарламасының міндеттерімен сәйкестігіне талдау жасау;

2.4. Аталған сыныптар бойынша жаңартылған мазмұндағы үлгілік оқу бағдарламасының Ұзақ мерзімді жоспарларымен танысу;

2.5. Аталған сыныптарда математика пәні бойынша тоқсандағы бөлімдер және бөлімдер ішіндегі тақырыптар бойынша сағат сандарын жоспарлау;

2.6. Оқушылардың білімін қалыптастырушы бағалау, тарау бойынша және тоқсан бойынша жиынтық бағалау түрлерімен танысу, оларды өткізу уақыттарын белгілеу.

**Студенттердің әдістемелік тапсырмаларды өткізу формасы.**

1) Әрбір әдістемелік тапсырма топ студенттерінің санына сәйкес бірқалыпты бөлініп, топшаларға беріледі. Әрбір топша өзінің тапсырмасын жазбаша тапсырады және әрбір топша өздерінің тапсырмасын Блум таксономиясы бойынша алты деңгейде орындайды.

2) Тапсырманы әрбір деңгей бойынша топшадағы бір студент жауап береді және оны оқытушы кездейсоқ анықтайды.

Бұл, біріншіден, топшадағы әрбір студенттің тапсырманы ұжыммен орындауға қатысқандығын, екіншіден, әрбір студенттің тапсырманы барлық деңгейде түсінгендігін анықтайды. Келесі әдістемелік тапсырманы орындауға топша құрамы өзгертіліп отырады және оны оқытушы кездейсоқ ретпен анықтайды. Бұл өз кезегінде студенттердің топтағы белгілі бір студенттермен ғана жұмыс жасауға, яғни тұрақты ұжыммен жұмыс жасап үйреніп кетуінің алдын алады, ұжымның құрамы өзгергенде жаңа ұжымға тез бейімделуге, олармен жұмысын ұйыдастыра білуге үйретеді.

3) Әрбір деңгей бойынша арнайы бағалау парағына бір баллдан қойылады.

Осы пәнді оқу барысында студенттерден әдістемелік тапсырмаларды білу, түсіну, қолдану, талдау, синтез және бағалау деңгейінде тапсыруды талап етудегі мақсат – болашақ мұғалімдердің осы деңгейлерге сәйкес кез келген ақпаратты меңгере білуін және оқушылардан да осыны талап теуге үйрету болып табылады. Бағалау парағында әрбір тапсырманың тақырыбы, мақсаты, топшадағы студенттердің тізімі және әрбір студенттің оқу материалын қайдеңгейде меңгергендігін көрсететін балл қойылады. Жауап беру парағының болуы топ студенттерінің даму динамикасын байқауға және оған талдау жасауға көмектеседі.

Қазіргі заманғы сабақты ұйымдастыруда математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесінің және жаңартылған білім мазмұнының негізгі мәселелерін қамтитын оқу-әдістемелік тапсырмаларды пайдалану болашақ математика мұғалімдерінің:

- мектеп оқулықтарымен, оқу-әдістемелік әдебиеттермен, жалпы алғанда, математикалық және психологиялық-педагогикалық әдебиеттермен жұмыс жасау мәдениетін қалыптастырады;

- педагогикалық үрдіс субъекттерінің арасындағы байланыс жасау мәдениетін қалыптастырады;

- болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби және зерттеушілік қызметке деген қызығушылығын оятады;

- болашақ математика мұғалімінің рефлексиялық қызмет мәдениетін қалыптастырады.



Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1 Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2016-2019 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы // Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2018 жылғы 24 шілдедегі № 460 қаулысымен бекітілген.

2 Қазақстан Республикасының «Білім туралы» Заңы 2007 жылғы 27 шілдедегі № 319 (ҚР 04.07.2018 №171-VI өзгертулер мен толықтырулар енгізілген).

3 «Қазақстандықтардың әл-ауқатының өсуі: табыс пен тұрмыс сапасын арттыру» Қазақстан Республикасы Президентінің 2018 жылғы 10 қазандағы Жолдауы.

4 Абылкасымова А.Е. Актуальные проблемы обучения математике в школе и подготовка учителей в вузе в условиях обновления содержания школьного образования //Материалы междунар. конф. «Математическое образование: состояние, проблемы, перспективы». – Ақтобе: АРГУ им.К.Жубанова, 14 марта 2019 г. – С.3-8.

5 Әлімов А.Қ. Интербелсенді әдістерді жоғары оқу орындарында қолдану – Алматы: «Жедел басу баспаханасы», 2009. -328б.

МРНТИ 29.05.03  
УДК 532.5

Ж.С. Умбетова<sup>1</sup>, К.Р. Есмаханова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

## ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ДЛЯ ИНТЕГРИРУЕМОГО БЕЗДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ

### Аннотация

В последнее время значительный интерес уделяется бездисперсионным или квазиклассическим пределам интегрируемых уравнений и иерархии. Изучение бездисперсионных иерархий имеет большое значение, так как они возникают при анализе различных проблем физики, математики и прикладной математики от теории квантовых полей и струн до теории конформных отображений на комплексной плоскости. Обобщенные связанные бездисперсионные уравнения впервые представлены и решены с использованием метода обратной задачи рассеяния Конно и Ооно. Различные методы были использованы для изучения бездисперсионных уравнений и иерархии. Применены метод Хироты, преобразования Дарбу и Бэклунда. А также закон сохранения играет жизненно важную роль при изучении нелинейных эволюционных уравнений, особенно в отношении интегрируемости, линеаризации и констант движения. В настоящей статье показано, что закон сохранения для нелинейных эволюционных уравнений систематически строятся с помощью символических вычислений простым способом Риккати из формы пары Лакса. Мощност и эффективность этого систематического метода хорошо понятны, и ожидается, что он может быть полезен для других нелинейных эволюционных моделей, даже для моделей более высокого порядка и с переменными коэффициентами.

**Ключевые слова:** бездисперсионное уравнение, солитон, пары Лакса, преобразования Дарбу, условие совместности, законы сохранения, уравнения типа Риккати, интегрируемое уравнение.

### Аңдатпа

Ж.С. Умбетова<sup>1</sup>, К.Р. Есмаханова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық университеті, Нур-Сұлтан қ., Қазақстан

## ИНТЕГРАЛДАНАТЫН ДИСПЕРСИЯСЫЗ ТЕНДЕУЛЕРІНІҢ САҚТАЛУ ЗАҢДАРЫ

Соңғы уақытта интегралданатын тендеулер және иерархиялардың дисперсиясыз және квазиклассикалық шектеулеріне қызығушылық айтарлықтай бөлініп келеді. Дисперсиясыз иерархияларды зерттеудің мәні зор, өйткені олар физика, математика және қолданбалы математика теориясы және кванттық өрістер мен ішектер теориясынан кешенді жазықтықтағы бейненің конформды теориясына дейінгі талдау кезіндегі мәселелерде пайда болады. Жалпыланған байланысқан дисперсиясыз тендеулер алғаш рет Конно және Ооно ұсынып және шашыраудың кері есеп әдісін қолдана отырып шешімін тапқан. Дисперсиясыз тендеулер және иерархияларды зерттеу үшін әр түрлі әдістер қолданылды. Хирота әдісі, Дарбу және Бэклунд түрлендірулері қолданылды. Сонымен қатар, сызықты емес эволюциялық тендеулерді зерттегенде, әсіресе интегралдау, сызықтандыру және қозғалыс тұрақтыларына қатысты, сақталу заңдары маңызды рөл ойнайды. Осы мақалада, сызықты емес эволюциялық тендеулер үшін сақталу заңдары Лакс жұбын қолдана отырып, Риккати әдісінің есептеулері арқылы табылатындығы көрсетілген. Бұл жүйелі әдістің қуаттылығы мен тиімділігі жақсы түсінікті, және ол басқа да сызықты емес эволюциялық модельдер, тіпті жоғары ретті және айналымы коэффициенттері бар модельдер үшін де пайдалы болуы мүмкін деп күтеміз.

**Түйін сөздер:** дисперсиясыз тендеулер, солитон, Лакс жұптары, Дарбу түрлендіруі, үйлесімділік шарты, сақталу заңдары, Риккати типті тендеулер, интегралданатын тендеулер.

Abstract

CONSERVATION LAWS FOR THE INTEGRABLE DISPERSIONLESS EQUATIONS

Umbetova Zh.<sup>1</sup>, Yesmakhanova K.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

Recently, considerable interest has been given to the dispersionless or quasi-classical limit of integrable equations and hierarchy. The study of dispersionless hierarchies is of great importance, as they arise in the analysis of various problems of physics, mathematics and applied mathematics from the theory of quantum fields and strings to the theory of conformal maps on the complex plane. The generalized coupled non-dispersive equations are presented and solved for the first time using the method of the inverse scattering problem of Konno and Oono. Various methods have been used to study dispersionless equations and hierarchy. Applied the Hirota method, Darboux and Backlund transformations. And the conservation law plays a vital role in the study of nonlinear evolution equations, especially with respect to integrability, linearization, and motion constants. In this article it is shown that the conservation law for the nonlinear evolution equations are systematically constructed with the help of symbolic calculations in a simple way from Riccati form of the Lax pair. The power and efficiency of this systematic method are well understood and it is expected that it may be useful for other nonlinear evolution models, even for higher order and variable coefficient models.

**Keywords:** dispersionless equations, soliton, Lax pair, Darboux transformation, compatibility condition, conservation laws, Riccati-type equation, integrable equation.

Солитоны могут иметь различную физическую природу. Они встречаются в оптике, гидродинамике, физике плазмы, нелинейной акустике, физике элементарных частиц и т.д. Солитоны взаимодействуют между собой, вначале деформируясь, а затем восстанавливая свои исходные параметры. Для получения солитона, уравнения или система обязательно должны содержать нелинейность и дисперсию. Нелинейность заставляет центральный участок догонять начало, а дисперсия стремится растащить холм, т.е. заставляет подошву холма «убегать» от вершины [1]. Предположим вначале, что дисперсия отсутствует. Это приведет к опрокидыванию волны, которое мы часто наблюдаем, когда волна набегаем с моря на берег. Дисперсия способна воспрепятствовать опрокидыванию, так как она, напротив, стремится растянуть волну.

Взаимодействие между солитонами играет важную роль в нелинейной науке. Многие методы были использованы для построения солитонных решений нелинейных эволюционных уравнений, таких как обратное преобразование рассеяния, билинейный метод Хироты, преобразование Бэклунда и Дарбу. Среди них преобразование Дарбу, основанный на парах Лакса, оказался одной из самых плодотворных алгоритмических процедур для получения солитонных решений нелинейных эволюционных уравнений. Изучение бездисперсионных систем имеет большое значение, так как они возникают из анализа различных задач, таких как физика и математика. В настоящей работе рассматривается связанное бездисперсионное уравнение [2-3].

$$q_x + \beta(q + \frac{\beta}{\alpha}r)r_x = 0, \tag{1a}$$

$$r_x - \alpha(\frac{\alpha}{\beta}q + r)q_x = 0, \tag{1б}$$

где,  $\alpha$  и  $\beta$  - произвольные ненулевые константы, а  $q$  и  $r$  - функции зависящие от  $x$  и  $t$ . Построено новое преобразование Дарбу для связанного интегрируемого бездисперсионного уравнения (1а)-(1б) с помощью его спектральной задачи. Затем получены односолитонное решение, двухсолитонное решение и N-солитонное решение связанного интегрируемого бездисперсионного уравнения (1а)-(1б) с помощью преобразование Дарбу [4].

Рассмотрим как построено преобразования Дарбу для уравнения (1а)-(1б) [5].

$$\Psi_x = U\Psi, \tag{2}$$

$$\Psi_t = V\Psi, \tag{3}$$

где

$$U = \begin{pmatrix} \alpha q_x \lambda & \beta r_x \lambda \\ \beta r_x \lambda & -\alpha q_x \lambda \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} \frac{1}{4\lambda} & -\frac{1}{4\lambda} - \frac{1}{4\lambda}(\alpha q + \beta r) \\ -\frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{2}(\alpha q + \beta r) & -\frac{1}{4\lambda} \end{pmatrix}$$

здесь  $\lambda$  - спектральный параметр. Условие совместности для (1а)-(1б) уравнения

$$U_t - V_x + [U, V] = 0 \quad (4)$$

Из условия совместности используя выражения (2)-(3) можно получить систему уравнений (1а)-(1б). Преобразование Дарбу для связанного бездисперсионного уравнения выглядит следующим образом:

$$q^* = q - \frac{1}{\alpha \lambda_k} \cos \theta = q - \frac{1}{\alpha} A, \quad (5)$$

$$r^* = r - \frac{1}{\beta \lambda_k} \sin \theta = r - \frac{1}{\beta} B. \quad (6)$$

Уравнения для получения солитонных решений:

$$q^{[1]} = q_0 - \frac{1}{\alpha} A^{[1]}, \quad (7)$$

$$r^{[1]} = r_0 - \frac{1}{\beta} B^{[1]}, \quad (8)$$

$$q^{[2]} = q^{[1]} - \frac{1}{\alpha} A^{[2]}, \quad (9)$$

$$r^{[2]} = r^{[1]} - \frac{1}{\beta} B^{[2]}, \quad (10)$$

также  $q^{[N]}$  и  $r^{[N]}$  решения для (1а)-(1б) уравнения

$$q^{[N]} = q^{[N-1]} - \frac{1}{\alpha} A^{[N]}, \quad (11)$$

$$r^{[N]} = r^{[N-1]} - \frac{1}{\beta} B^{[N]}. \quad (12)$$

Солитонные решения для (1а)-(1б) уравнения:

$$q^{[1]} = \beta x - \frac{1}{\alpha} A^{[1]} = \beta x - \frac{1}{\alpha} \frac{\sin h \xi_1 (\sqrt{2} \cos h \xi_1 - \sin h \xi_1)}{\lambda_1 \cos h(2\xi_1) - \frac{\lambda_1}{\sqrt{2}} \sin h(2\xi_1)}, \quad (13)$$

$$r^{[1]} = -\alpha x - \frac{1}{\beta} B^{[1]} = \alpha x - \frac{1}{\beta} \frac{\cos h \xi_1 (\sqrt{2} \sin h \xi_1 - \cos h \xi_1)}{\lambda_1 \cos h(2\xi_1) - \frac{\lambda_1}{\sqrt{2}} \sin h(2\xi_1)}, \quad (14)$$

$$q^{[2]} = \beta x - \frac{1}{\alpha} \frac{\sin h \xi_1 (\sqrt{2} \cos h \xi_1 - \sin h \xi_1)}{\lambda_1 \cos h(2\xi_1) - \frac{\lambda_1}{\sqrt{2}} \sin h(2\xi_1)} - \frac{1}{\alpha} A^{[2]}, \quad (15)$$

$$r^{[2]} = -\alpha x - \frac{1}{\beta} \frac{\cos h \xi_1 (\sqrt{2} \sin h \xi_1 - \cos h \xi_1)}{\lambda_1 \cos h(2\xi_1) - \frac{\lambda_1}{\sqrt{2}} \sin h(2\xi_1)} - \frac{1}{\beta} B^{[2]}. \quad (16)$$

Вычислим, существование бесконечного набора сохраняющихся величин для связанного бездисперсионного уравнения. Для этого найдем законы сохранения для системы уравнения (1а)-(1б). Рассмотрим уравнение (2)

$$\frac{\Psi_{1x}}{\Psi_1} = \alpha q_x \lambda + \beta r_x \lambda \Gamma, \quad (17)$$

$$\frac{\Psi_{2x}}{\Psi_1} = \beta r_x \lambda - \alpha q_x \lambda \Gamma, \quad (18)$$

Введем значение для типа-Риккати:

$$\Gamma = \frac{\Psi_2}{\Psi_1} \quad (19)$$

Вычислим производную по переменной  $x$  от величин  $\Gamma$  в уравнений (19)

$$\Gamma_x = \frac{\Psi_{2x}}{\Psi_1} - \Gamma \frac{\Psi_{1x}}{\Psi_1}, \quad (20)$$

Подставим формулы (17)-(18) в уравнение (20) получим уравнение типа Риккати:

$$\Gamma_x = \beta r_x \lambda - 2\alpha q_x \lambda \Gamma + \beta r_x \lambda \Gamma^2. \quad (21)$$

Представим  $\Gamma$  в следующем виде [6]

$$\Gamma = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{-n} \Gamma_n q^{-1} \quad \text{или} \quad \Gamma = \frac{\Gamma_1}{\lambda q} + \frac{\Gamma_2}{\lambda^2 q} + \frac{\Gamma_3}{\lambda^3 q} + \dots$$

и подставим в уравнение (21). Тогда уравнение примет следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\Gamma_{1x}}{\lambda q} - \frac{\Gamma_1 q_x}{\lambda q^2} + \frac{\Gamma_{2x}}{\lambda^3 q} - \frac{\Gamma_2 q_x}{\lambda^3 q^2} + \frac{\Gamma_{3x}}{\lambda^5 q} - \frac{\Gamma_3 q_x}{\lambda^5 q^2} - \beta r_x \lambda + \frac{2\alpha q_x \Gamma_1}{q} + \frac{2\alpha q_x \Gamma_2}{\lambda q} + \\ & + \frac{2\alpha q_x \Gamma_3}{\lambda^2 q} - \frac{\beta r_x \Gamma_1^2}{\lambda q^2} - \frac{\beta r_x \Gamma_2^2}{\lambda^3 q^2} - \frac{\beta r_x \Gamma_3^2}{\lambda^5 q^2} - \frac{2\beta r_x \Gamma_1 \Gamma_2}{\lambda^2 q^2} - \frac{2\beta r_x \Gamma_1 \Gamma_3}{\lambda^3 q^2} - \frac{2\beta r_x \Gamma_2 \Gamma_3}{\lambda^4 q^2} = 0 \end{aligned}$$

Собираем по степеням  $\lambda$  и находим  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ :

$$\Gamma_1 = \frac{q}{2\alpha q_x}, \quad (22)$$

$$\Gamma_2 = -q + q^2 q_x + \frac{\beta r_x q^3}{2\alpha q_x}, \quad (23)$$

$$\Gamma_3 = -\frac{\beta r_x q}{2\alpha^2 q_x^2} + \frac{\beta r_x q^2}{2\alpha^2 q_x} + \frac{\beta^2 r_x^2 q^2}{4\alpha^3 q_x^3}. \quad (24)$$

Перейдем к вычислению уравнения (3)

$$\frac{\Psi_{1x}}{\Psi_1} = \alpha q_x \lambda + \beta r_x \lambda \Gamma, \quad (25)$$

$$\frac{\Psi_{1t}}{\Psi_1} = \frac{1}{4\lambda} - \Gamma \frac{1}{4\lambda} - \Gamma \frac{1}{2} (\alpha q + \beta r), \quad (26)$$

Следовательно, используя  $\left( \frac{\Psi_{1x}}{\Psi_1} \right)_t = \left( \frac{\Psi_{1t}}{\Psi_1} \right)_x$ , мы получаем бесконечные законы сохранения для уравнении (1a)-(1б) [7]:

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} = \frac{\partial J_k}{\partial x}$$

где  $\rho_k$  и  $J_k$  ( $k=1,2,3,\dots$ ) – сохраняющиеся плотности и соответствующие потоки. Среди них первые три законы сохранения перечислены как:

$$\rho_1 = \alpha q_x, \quad (27)$$

$$\rho_2 = \frac{\beta r_x}{2\alpha q_x}, \quad (28)$$

$$\rho_3 = -\beta r_x + \beta r_x q q_x + \frac{\beta^x r_x^2 q^2}{2\alpha q_x}, \quad (29)$$

$$J_1 = \frac{1}{4} - \frac{q}{4q_x} - \frac{\beta r}{4\alpha q_x}, \quad (30)$$

$$J_2 = \frac{(\alpha q + \beta r)(1 - q q_x)}{2} - \frac{2 - \alpha \beta r_x q^3 - \beta^2 r r_x q^2}{4\alpha q_x}, \quad (31)$$

$$J_3 = \frac{q q_x - 1}{4} - \frac{\beta r_x q^2}{8\alpha q_x} - \frac{\beta r_x q \alpha + \beta^2 r r_x - \beta^2 r r_x q \alpha q_x}{4\alpha^2 q_x^2} - \frac{\beta^2 r_x^2 q^2 - \beta^3 r r_x^2 q}{8\alpha^2 q_x^3}. \quad (32)$$

В этой работе показаны пары Лакса связанных бездисперсионных уравнений. Используя пары Лакса, построены преобразования Дарбу. Также представлены односолитонное и двухсолитонное решение для связанного бездисперсионного уравнения.

Были впервые найдены законы сохранения для связанного бездисперсионного уравнения, играющего важную роль в создании полной интегрируемости дифференциальных уравнений в частных производных. Бездисперсионные или квазиклассические пределы дифференциальных уравнений в частных производных возникают в различных задачах математики и физики. Бездисперсионная иерархия описывает свободную энергию, а также матричные интегралы.

Интегрируемые системы бездисперсионного типа имеют тесную связь с теорией струн и топологической конформной теорией поля в физике элементарных частиц.

*Список использованной литературы:*

- 1 Ощепков А.Ю. Теория солитонов. Математическое описание и физические приложения: учеб.-метод.пособие /Перм.ун.-т. Пермь, 2007. - 11 с.
- 2 Konno K., Oono X. New coupled integrable dispersionless equations // Journal of the Physical Society of Japan, 2(377-378), (1994)
- 3 Konno K. Integrable coupled dispersionless equations // Applicable Analysis: An International Journal, 209-220, 1995.
- 4 Wang Zheng-Yan, Chen Ai-Hua Explicit solutions of Boussinesq-Burgers equation // Chinese Physics, 16(05), 2007
- 5 Zhaqilao, Zhao-Yin-Long, Li Zhi-Bin N-soliton solution of a coupled integrable dispersionless equation // Chinese Physics, 18 (05), 2009
- 6 Xing Lu, Mingshu Peng Systematic construction of infinitely many conservation laws for certain nonlinear evolution equations in mathematical physics // Commun Nonlinear Sci Numer Simulat 18 (2304-2312) (2013)
- 7 Бекова Г.Т., Уалиханова У.А., Есмаханова К.Р. Законы сохранения для (2+1)-мерных уравнений комплексно модифицированного Кортевега-де Фриза и Максвелла-Блоха // Вестник Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, Сер.физ.-мат. -2018. - Т. 1. –С. 28-32.

МРНТИ 27.03.55  
УДК 511.338

К.Н. Утеулиева<sup>1</sup>, З.А. Хайруллина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Х.Досмұхамедов атындағы Атырау мемлекеттік университеті, Атырау қ., Қазақстан

## МИНКОВСКИЙ ТЕОРЕМАСЫНЫҢ БІР ҚОЛДАНЫЛУЫ ТУРАЛЫ

*Аңдатпа*

Бұл мақалада төрт шаршы туралы Лагранждың теориялық-сандық теоремасы дөңес дене туралы Минковскийдің геометриялық теоремасынан қалай шығатындығы қарастырылған. Дәлелдеулерде бүтін сандар торларының кейбір қасиеттері қолданылды. Тізбектес натурал сандарды бүтін сандардың квадраттарының қосындысы ретінде алып, оның қосылғыштарының санының азаюына қол жеткізуіміз керек. Алғашқы он бес натурал санның ішінен тек 7 мен 15 сандары төрт санның квадраттарының қосындысы түрінде жазылатындығына көз жеткізуге болады. Ал, қалған сандар төрт саннан аз сандардың квадраттарының қосындысына тең болады. Ең алғаш Варинг проблемасының жалпы шешімін тәуелсіз натурал  $n$  үшін 1909 жылы Д. Гильберт тапты, бірақ ол осы қосындылардың санына қатысты қатал бағалау алды. Атақты кеңес математигі И.М. Виноградов Варинг проблемасының жаңа шешімін ойлап тапты, бұл шешім қорытынды шешімге жақын болды.

**Түйін сөздер:** Лагранж теоремасы, Минковский теоремасы, векторлар, бүтін нүктелер, Варинг проблемасы.

*Аннотация*

К.Н. Утеулиева<sup>1</sup>, З.А. Хайруллина<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Атырауский государственный университет им. Х. Досмұхамедова, г. Атырау, Казахстан

## ОБ ОДНОМ ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРЕМЫ МИНКОВСКОГО

В статье рассмотрены как теоретико-числовая теорема Лагранжа о четырех квадратах следует из геометрической теоремы Минковского о выпуклом теле. Доказательство будет использовать некоторые свойства целочисленных решеток. Будем последовательные натуральные числа представлять в виде суммы квадратов целых чисел, стремясь к тому, чтобы в указанных представлениях было как можно меньше слагаемых. Можно убедиться, что из первых пятнадцати натуральных чисел только числа 7 и 15 представляются в виде суммы четырех квадратов целых чисел, остальные могут быть представлены в виде суммы менее чем четырех квадратов целых чисел. Первое общее решение проблемы Варинга для произвольного натурального  $n$  нашел Д. Гильберт в 1909 г., однако он получил довольно грубую оценку для количества слагаемых. Выдающийся советский математик И.М. Виноградов дал новое решение проблемы Варинга, близкое к окончательному.

**Ключевые слова:** теорема Лагранжа, теорема Минковского, произвольный вектор, целые точки, проблема Варинга.

*Abstract*

## ABOUT ONE APPLICATION OF THE MINKOWSKI THEOREM

Uteulieva K.N.<sup>1</sup>, Khairullina Z.A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> H. Dosmukhamedov Atyrau State University, Atyrau, Kazakhstan

The article examines how the theoretician-Lagrange's four-square theorem follows from the geometric Minkowski theorem on a convex body. The proof will use some properties of integer lattices. We will represent consecutive natural numbers in the form of a sum of squares of integers, trying to ensure that in these representations there are as few terms as possible. It can be verified that of the first fifteen natural numbers, only the numbers 7 and 15 are represented as the sum of four squares of integers, the rest can be represented as the sum of less than four squares of integers. The first general solution to the Waring problem for an arbitrary natural  $n$  was found by D. Hilbert in 1909, but he obtained a rather rough estimate for the number of terms. Outstanding Soviet mathematician I.M. Vinogradov gave a new solution to the problem of Waring, close to the final one.

**Keywords:** Lagrange theorem, Minkowski theorem, arbitrary vector, integer points, Waring's problem

We will represent consecutive natural numbers in the form of a sum of squares of integers, trying to ensure that in these representations there are as few terms as possible. We will get the next set of views:

$$1=1$$

$$2=1+1$$

$$3=1+1+1$$

$$4=2^2$$

$$5=2^2 + 1$$

$$6 = 2^2 + 1 + 1$$

$$7 = 2^2 + 1 + 1 + 1$$

Then we can make sure that of the first fifteen natural numbers, only the numbers 7 and 15 are represented as the sum of four squares of integers, the rest can be represented as the sum of less than four squares of integers. In 1770, J.L. Lagrange proved (and this is the four-square Lagrange theorem) that any natural number can be represented as the sum of four squares of integers. In other words, for any natural  $m$ , the equation

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = m$$

has at least one integer solution.

The four-square Lagrange problem is a special case of the so-called Waring problem (1770), which consists in proving the statement: any integer  $m \geq 1$  can be represented as a sum

$$m = a_1^n + a_2^n + \dots + a_k^n \quad (1)$$

a certain number  $k$  of the terms, each of which is the  $n$ -th power of a nonnegative integer, and the number of the terms of  $k$  depend only on  $n$ :  $k = k(n)$ . Thus, the Lagrange theorem states that  $k(2) = 4$ .

The first general solution to the Waring problem (for arbitrary natural  $n$ ) was found by D. Hilbert in 1909, but he received a rather rough estimate for the number of terms. Outstanding Soviet mathematician I.M. Vinogradov gave a new solution (1934) to the problem of Waring, which is close to the final one.

We now want to demonstrate how the theoretician Lagrange's four-square number theorem follows from the geometric Minkowski theorem on a convex body. The proof will use some properties of integer lattices.

We note first that every set of integer-valued vectors  $\Lambda \subset E_n$  is a lattice if 1) there are  $n$  linearly independent vectors in and 2) the sum and difference of any vectors from also belongs to  $\Lambda$ . To prove this fact, we construct a basis  $\Lambda$  in the following special way (the properties of this basis will be further used). Take the vector  $m_1 \in \Lambda$  such that for its first component was performed

$$m_{11} = \min |x_1| \forall x = (x_1, \dots, x_n) \in \Lambda, x_1 \neq 0 \quad (2)$$

If such a vector  $m_1$  were not found, this would mean that the whole set  $\Lambda$  lies in the hyperplane  $x_1 = 0$  and, therefore, cannot, contrary to (1), contain  $n$  linearly independent vectors.

Since, by condition  $(-m_1) \in \Lambda$ , we can assume that  $m_1 > 0$ .

If  $x = (x_1, \dots, x_n)$  is an arbitrary vector in, then  $x_1 = \xi_1 m_1$  for some integer  $\xi_1$ . Indeed, otherwise we would get  $x_1 = pm_{11} + q$ , where  $p$  and  $q$  are integers, and  $|q| < m_{11}$ .

But then the integer point  $y = x - pm_1$  (belonging to  $\Lambda$ ) has the first coordinate equal to  $q = 0$  and less than  $m_{11}$  in absolute value, and this contradicts the choice of  $m_1$ . We now choose among the vectors  $x \in \Lambda$ , for which  $x_1 = 0$ , the vector  $m_2$  with the minimum modulo non-zero second component. If there was no such vector  $m_2$ , i.e. if for any vector  $x = (x_1, \dots, x_n) \in \Lambda$  such that  $x_1 = 0$  would be performed and  $x_2 = 0$ , then this would mean that the whole set  $\Lambda$  lies in the hyperplane, which is the sum of the subspace  $x_1 = 0, x_2 = 0$  and straight  $\{\alpha m_1 | -\infty < \alpha < +\infty\}$ , and therefore, contrary to 1) it cannot contain  $n$  linearly independent vectors.

Arguing as before, we can also show that for all  $x = (0, x_2, \dots, x_n) \in \Lambda$ , the component  $x_2$  is divisible by  $m_{22}$ . Continuing, we get  $n$  vectors

$$m_1 = \begin{pmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \vdots \\ m_{1n} \end{pmatrix}, m_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ m_{22} \\ \vdots \\ m_{2n} \end{pmatrix}, \dots, m_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ m_{nn} \end{pmatrix}$$

They form the basis of  $\Lambda$ . Indeed, for arbitrary  $x = (x_1, \dots, x_n) \in \Lambda$ , as was said, for a certain integer  $S_1$ ,  $x = s_1 m_1 + x^2$  holds, where  $x^2 = 0$ , and so on. Finally,  $x = s_1 m_1 + s_2 m_2 + \dots + s_n m_n$ , as required.

In the proof of the Lagrange theorem, we will have to operate with grids consisting of integer points  $x = (x_1, \dots, x_n)$  satisfying the system of comparisons.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \equiv o(k_i), i = 1, \dots, m \quad (3)$$

where  $k_i$  are natural,  $a_{ij}$  -integers ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ ), (recall that the record  $a \equiv b (k)$  means that the number  $a-b$  is divisible by  $k$ ).

From the foregoing, it follows that system (3) indeed defines some n-dimensional lattice  $\Lambda$ . It is said that two integer points are in the same class with respect to the lattice, if their difference belongs to the lattice. Obviously, two integer points  $x = (x_1, \dots, x_n)$  and  $y = (y_1, \dots, y_n)$  are in the same class with respect to the lattice in question  $\Lambda$  if and only if

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \equiv \sum_{j=1}^n a_{ij}y_j (k_i), i = 1, \dots, m \tag{4}$$

Therefore, the number of classes with respect to  $\Lambda$  does not exceed  $\prod_{i=1}^n k_i$ . On the other hand, we construct the basis  $m_1, \dots, m_n$  for the lattice  $\Lambda$  using the method described above and consider all possible integer points lying in the parallelepiped  $P = \{p \in E_n | 0 \leq p_i < m_{ii}, i = 1, \dots, n\}$ . Their number is exactly equal to the product  $m_{11}m_{22} \dots m_{nn}$ , which, as mentioned earlier, coincides with the determinant  $d(\Lambda)$  of the lattice. Any two integer points  $x$  and  $y$  from parallelepiped  $P$  belong to different classes with respect to  $\Lambda$ . Indeed, admitting the contrary, we would get that their difference belongs to the lattice  $\Lambda$ , which contradicts the construction of the basis  $m_i$ .

Therefore, the number of classes with respect to  $\Lambda$  is not less than the product  $m_{11}m_{22} \dots m_{nn}$ . (In fact, this number of classes exactly coincides with the  $m_{11}m_{22} \dots m_{nn}$ , since any integer point can be “pulled down” into the parallelepiped  $P$  using an integral linear basis vector  $m_i$ ...) Thus,  $d(\Lambda) = k_1k_2 \dots k_m$ .

We now proceed directly to the proof of the Lagrange theorem. Without loss of generality, we can assume that the number  $m$  is not divisible by a square other than 1, so that  $m = p_1p_2 \dots p_r$ , where  $p_i$  is different prime numbers. We show that for any prime number  $p$  there are integers  $a_p$  and  $b_p$  such that

$$a_p^2 + b_p^2 + 1 \equiv o(p).$$

If  $p = 2$ , then we can set  $a_2 = 1, b_2 = 0$ . If  $p > 2$ , then  $p$  is an odd number. Consider two sets of  $1/2(p + 1)$  integers:

$$a^2 \quad (0 \leq a < \frac{1}{2}p) \tag{5}$$

and

$$-1-b^2 \quad (0 \leq b < \frac{1}{2}p) \tag{6}$$

The numbers (5) are incomparable modulo  $p$ , i.e. impossible to

$$a_1^2 - a_2^2 \equiv o(p), 0 \leq a_2 < a_1 < \frac{1}{2}p.$$

Indeed, otherwise, either the number  $a_1 + a_2$  should be divisible by  $p$ , or  $a_1 - a_2$ , which is impossible, since  $0 < a_1 - a_2 < a_1 + a_2 < p$  number is  $p$ -simple. Similarly, numbers (6) cannot be compared modulo  $p$ . However, the combination of (5) and (6) contains a  $p + 1$  number, among which at least two must be comparable modulo  $p$ . Obviously, these are numbers of different source sets. Therefore, there is a number  $a_p$  from set (5) and number  $b_p$  from set (6) such that  $a_p^2 \equiv -1 - b_p^2 (p)$  or  $a_p^2 + b_p^2 + 1 \equiv o(p)$ . So, equality (4) is established.

Now consider the lattice  $\Lambda$  of integer points.  $x = (x_1, \dots, x_4)$  satisfying  $2r$  comparisons

$$\left. \begin{aligned} x_1 &\equiv a_p x_3 + b_p x_4 (p), \\ x_2 &\equiv b_p x_3 - a_p x_4 (p) \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

with  $p = p_1, \dots, p_r$ . As was shown, for the determinant of this lattice the inequality

$$d(\Lambda) \leq p_1^2 \dots p_r^2 = m^2 \tag{8}$$

Volume of a four-dimensional ball

$$S = \{x \in E_4 | x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 < 2m\}$$

is equal to  $V(S) = \frac{1}{2}\pi^2(2m)^2$  and therefore, from (8)



$$V(S) > 2^4 m^2 \geq 2^4 d(\Lambda) \quad (8)$$

By the Minkowski theorem (formulated for lattices) there is a nonzero point in  $\Lambda$  in  $S$ . If  $y$  is such a point, then

$$0 < y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 < 2m \quad (9)$$

and by virtue of (7) and (4)

$$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 \equiv (a_p^2 + b_p^2 + 1)y_3^2 + (a_p^2 + b_p^2 + 1)y_4^2 \equiv o(p)$$

for all  $p = p_1, \dots, p_r$ , i.e. number

$$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2$$

divided by  $m$ . In view of inequality (9), this proves the theorem

$$y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 = m.$$

*References:*

- 1 Belousov E.G. *Introduction to convex analysis and integer programming*. -M.: Moscow State University Publishing House, 1977.
- 2 Cassels J.V.S. *Introduction to the geometry of numbers*. -M.: Mir, 1965.
- 3 Manin Yu .I. *Computable and uncomputable*. - M .: Soviet Radio, 1980.
- 4 *Mathematical optimization: problems of solvability and stability*. - M .: MGU Publishing House, 1986.
- 5 Tarasov S.P., Khachiyan L.G. *The boundaries of solutions and the algorithmic complexity of the systems of convex Diophantine inequalities* // DAN SSSR, 1980.-T.255.-№2.
- 6 Hu T. *Integer programming and flows in networks*. - M.: Mir, 1974.
- 7 Bank B., Guddat J., Klatte D., et al. *Non-Linear Parametric Optimization*. Berlin, AkademieVerlag, 1982.

## ФИЗИКА, ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ ФИЗИКА, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

МРНТИ 29.01.45  
УДК 31:167/168:32.973

Г.Б. Алимбекова<sup>1</sup>, Ш.Е. Жусипбекова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

### «ЭЛЕКТРОТЕХНИКА ЖӘНЕ ЭЛЕКТРОНИКА» КУРСЫНДА ВИРТУАЛДЫ ЗЕРТХАНАНЫ ЖҮРГІЗУГЕ АРНАЛҒАН БАҒДАРЛАМАЛЫҚ-АҚПАРАТТЫҚ КЕШЕНДЕРДІ ПАЙДАЛАНУ

*Аңдатпа*

Бұл мақалада автор жалпы кәсіптік пәндер "Электротехника және электроника" курсы бойынша зертханалық жұмыстарды өткізудің маңызыдылығы мен қажеттілігін қарастырады. Electronic Workbench және NI Multisim бағдарламалық ортасында виртуалды моделдеу арқылы түзеткіш құрылғыны зерттеу мысалы ұсынылып отыр. Electronic Workbench бағдарламасының көмегімен виртуалды зертханалық жұмыстарды өткізудің тиімді екендігі қарастырылады. Замануи ақпараттық технологиялар жаңа оқу құралдарымен оқыту әдіс-тәсілдерін қалыптастыруға жақсы мүмкіндік береді. Кез келген пәндер бойынша зертханалық практикумның негізін – зертханалық үлгілермен біріктірілген өлшеу құралдарының кешені құрайды, олардың көмегімен зерттелетін құбылыстар мен үрдістер қайта қалпына келтіріледі. Қазіргі уақытқа дейін оқу зертханаларында негізінен дәстүрлі өлшеу аспаптары қолданылып келді. Виртуалды аспаптар технологиясын пайдалана отырып, компьютерлік өлшеу құралдарын оқыту мақсатында қолдану заманауи үрдіске айналып отырылғаны қарастырылған.

**Түйін сөздер:** медициналық электроника, электротехника, микросхема, құрал-жабдықтар, қондырғылар, виртуалды аспаптар, ақпараттық технологиялар, зертханалық жұмыстар, компьютерлік модель.

*Аннотация*

Г.Б. Алимбекова<sup>1</sup>, Ш.Е. Жусипбекова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

### ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНО-ИНФОРМАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ В ВИРТУАЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРИИ КУРСА «ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ»

В статье автор рассматривает важность и необходимость проведения лабораторных работ в курсе общепрофессиональной дисциплины «Электротехника и электроника». Представлены примеры исследования выпрямительного устройства с помощью виртуального моделирования в программной среде Electronic Workbench и NI Multisim. Рассматривается эффективность проведения виртуальных лабораторных работ с помощью программы Electronic Workbench. Современные информационные технологии позволяют формировать методы и приемы обучения по новым учебным пособиям. Основу лабораторного практикума по дисциплине составляет комплекс средств измерений, совмещенных с лабораторными образцами, с помощью которых восстанавливаются исследуемые явления и процессы. До настоящего времени в учебных лабораториях применялись в основном традиционные измерительные приборы. Описано, что применение компьютерных измерительных приборов становится признаком современного процесса обучения.

**Ключевые слова:** медицинская электроника, электротехника, микросхема, оборудование, установки, Виртуальные приборы, информационные технологии, лабораторные работы, компьютерная модель.

*Abstract*

### APPLICATION OF SOFTWARE AND INFORMATION SYSTEMS FOR USE IN A VIRTUAL LABORATORY IN THE COURSE «ELECTRICAL ENGINEERING AND ELECTRONICS»

Alimbekova G.B.<sup>1</sup>, Zhussipbekova Sh.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

In this article, the author examines the importance and necessity of carrying out laboratory work in general professional disciplines as "Electrical Engineering and Electronics Using the rectifier device's example it's possible to study how to use virtual modeling in the Electronic Workbench and NI Multisim software environment. The effectiveness of virtual laboratory work using the Electronic Workbench program is considered. Modern information technologies

allow to form methods and techniques of teaching new textbooks. In this regard, one of the most difficult and most important tasks is the development of computer labs. The basis of the laboratory workshop in any discipline is a set of measuring instruments, combined with laboratory samples, with which the phenomena and processes under study are restored. So far, the training laboratories have mainly used traditional measuring instruments. It is provided that the use of computer measuring devices using virtual devices technology for the purpose of training becomes a modern process.

**Keywords:** Medical electronics, electrical engineering, microcircuit, equipment, installation, Virtual devices, Information technologies, Laboratory works, Computer model.

Жоғары оқу орындарының студенттері теория негіздерін меңгерумен қатар, зертханалық тәжірибе жүргізу жағдайында электр тізбектері мен құрылғыларының жұмысымен, коректендіру көздерімен, осциллографпен және өлшеуіш аспаптармен танысқан кезде ғана жалпы кәсіптік "Электротехника және электроника" пәнін оқу тиімді болады. Заманауи медицинаның елеулі жетістіктері физика, электроника, техника, медициналық аспаптарды жасаудың жетістіктеріне негізделген.

Заманауи медицинаның өзіндік ерекшелігі ауруханалар мен клиника бөлімшелерінің барлық қызмет көрсету техникасының автоматты түрде басқарылуы. Жыл сайын медициналық мекемелер жаңа заманауи құралдармен және аспаптармен толықтырылуда. Қазіргі таңда электрондық аспаптарсыз диагностика да, тиімді емдеу де мүмкін емес деп сенімді айтуға болады.

Физика, математика, техника, медицина, биология, физиология және басқа да ғылымдардың әр түрлі бөлімдеріндегі мәліметтерге негізделген, медициналық-биологиялық есептерді шешу үшін электрондық жүйелерді қолдану ерекшеліктерін қарастыратын электроника бөлімі медициналық электроника деген атқа ие болды. Медицинада электрониканы қолдану алуан түрлі мүмкіндіктерге жол ашады, өйткені бұл биологиялық жүйелердің көптеген электрлік емес параметрлерін электрлік сигналға түрлендіруге мүмкіндік беретін білімнің тұрақты дамып келе жатқан қолданбалы саласы. Ақпаратты, электрлік сигналды тіркеу өте ыңғайлы, ал қажет болған жағдайда қашықтыққа жіберуге болады.

Заманауи ақпараттық технологиялар жаңа оқу құралдарымен оқыту әдіс-тәсілдерін қалыптастыруға жақсы мүмкіндік береді. Соған байланысты ең қиын және аса маңызды есептерді шешудің бірі - компьютерлік зертханалық практикумдарды әзірлеу болып табылады. Кез келген пәндер бойынша зертханалық практикумның негізін – зертханалық үлгілермен біріктірілген өлшеу құралдарының кешені құрайды, олардың көмегімен зерттелетін құбылыстар мен үрдістер қайта қалпына келтіріледі. Қазіргі уақытқа дейін оқу зертханаларында негізінен дәстүрлі өлшеу аспаптары қолданылып келді. Виртуалды аспаптар технологиясын пайдалана отырып, компьютерлік өлшеу құралдарын оқыту мақсатында қолдану заманауи үрдіске айналып отыр.

Оқу зертханасындағы виртуалды аспап – бұл дербес компьютер, әр түрлі өлшеу модульдерімен, арнайы қолданбалы бағдарламалармен жабдықталған мысал ретінде көп функционалды енгізу-шығару тақшасы. Виртуалды аспап ыңғайлы пайдаланушы интерфейсі бар, ақпараттарды жинау, өңдеу және ұсыну бойынша операцияларды автоматтандыруға мүмкіндік береді, ал оның бағдарламалық және аппараттық құралдары дәстүрлі өлшеу құралына тән функциялардың іске асырылуын қадағалап, монитордың экранында пайдаланушы үшін ыңғайлы нысанда нәтижелерді ұсынуды қамтамасыз етеді [1].

Қазіргі таңда Electronics Workbench, LabVIEW, NI Multisim және т.б. бағдарламалық орталарда электрондық құрылғылардың сызбаларына талдау жасау және компьютерлік моделдеу кең қолданыс табуда.

Electronic Workbench (бұрынғы Interactive Image Technologies) компаниясының Electronic Workbench (EWb) электротехникалық цифрлық және аналогтық күрделілігі әр түрлі деңгейдегі электрондық құрылғыларды және оларда өтіп жатқан үрдістерді зерттеуге арналған схемотехникалық модельдеу жүйесі болып табылады. Electronic Workbench компаниясы медициналық университеттердің студенттерін компьютерлік жобалауға үйрету үшін модельдеу жүйелерімен бір деңгейде қолданды [2].

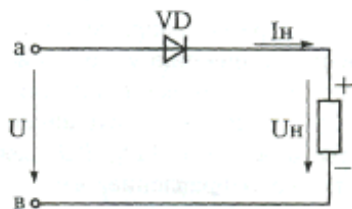
Мұны мысал ретінде түзету құрылғысын зерттеуде қарастырамыз.

*Жұмыстың мақсаты:* жартылай өткізгіш приборларды екінші реттік ток көздерін құруға пайдалану, сол арқылы фильтрлі бір және екі жарты периодты түзеткіштердің схемасын зерттеу. 1-суретте бір жарты периодты түзеткіштің сызбасы көрсетілген.

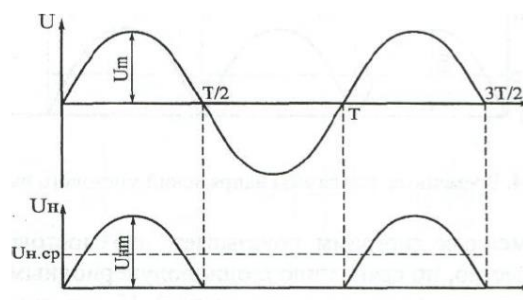
$R_n$  жүктемелі резисторындағы ток күші тек уақыт кезеңінде ғана (немесе  $U$  кернеуінің жартылай периодтарында) пайда болады, "а" нүктесінің потенциалы "в" нүктесінің потенциалына қатысты «оң»

болғанда, себебі бұл режимде вентиль ашық тұрады. "а" нүктесінің потенциалы "в" нүктесінің потенциалына қатысты «теріс» болғанда, вентиль жабық, жүктемедегі ток нөлге тең.

Осылайша, резистордағы ток пульсацияланған сипатқа ие (сурет 2). Вентиль (В) - айнымалы токты бір бағытта өтетін токқа түрлендіруші элемент [3].

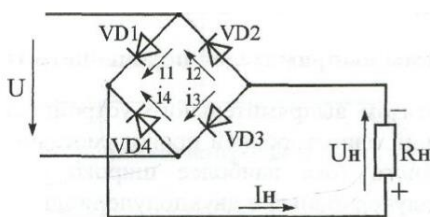


Сурет 1. Бір жарты периоды түзеткіштің сызбасы

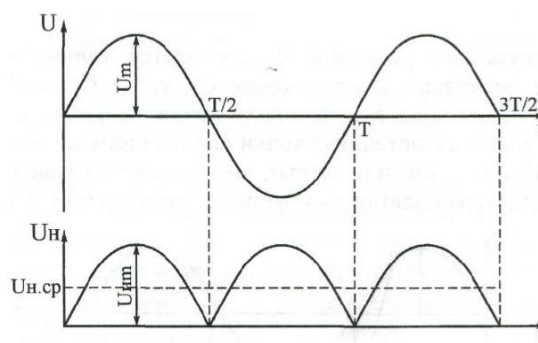


Сурет 2. Бір жарты периоды түзеткіш кернеуінің уақыт диаграммасы

Бір жарты периоды түзеткіштің кемшілігі жоғары пульсация деңгейі болып табылады. Екі жарты периоды түзеткіш осы кемшіліктен айырылған, онда екі жарты периоды кернеу желісі қолданылады. Ең көп таралған VD1-VD4 вентильдері көпірлі сызба бойынша қосылған көпірлік түзеткіш (суреттер 3,4).

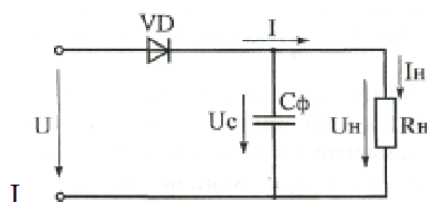


Сурет 3. Екі жарты периоды көпірлі түзеткіш сызбасы



Сурет 4. Көпірлі түзеткіш кернеулерінің уақыт диаграммасы

Уақытқа қатысты диаграммалардың талдауы, көпірлі түзеткіштің бір жарты периоды түзеткішпен салыстырғанда артықшылығы бар, яғни бұл орташа кернеу (демек, ток күші)  $U_n$ . Ср екі есе көп, пульсациясы айтарлықтай аз. Пульсациялық сипатты толық жою үшін «Тегістеуші сүзгілер» қолданылады (сурет 5).



Сурет 5. Сыйымдылық сүзгіні қосу схемасы

Бұл зерттеу Workbench-да қаншалықты жеңіл орындауға болатынын көрсетеді. Ал Электротехника курсы бойынша зертханалық жұмыстарды Multisim-де орындау тиімді. Енді осы зертханалық жұмысты Multisim 11. бағдарламасында орындауға тоқталып өтейік. Multisim 11. бағдарламасы, аз уақыт ішінде үздік өнімдер құруға мүмкіндік беретін әлемдегі жалғыз интерактивті тұйықталу симуляторы болып табылады. Multisim құрамына Multicar нұсқасы кіреді. Multicar нұсқасы схемаларды бағдарламалық сипаттау мен кейіннен жылдам тексеруге арналған тамаша нұсқа.

Бұл бағдарлама аналогтық, сандық, сандық-аналогтық схемаларды үлкен қиындық деңгейлеріне байланысты жобалауға мүмкіндік береді. Өлшеу аспаптарының көптеген жиынтықтары түрлі параметрлерді өлшеуге, кірістік мәндерін беруге, графиктерін тұрғызуға арналған. Барлық аспаптар шынайы түрлеріне ұқсастырылып бейнеленген, сондықтан да олармен жұмыс істеу ыңғайлы.

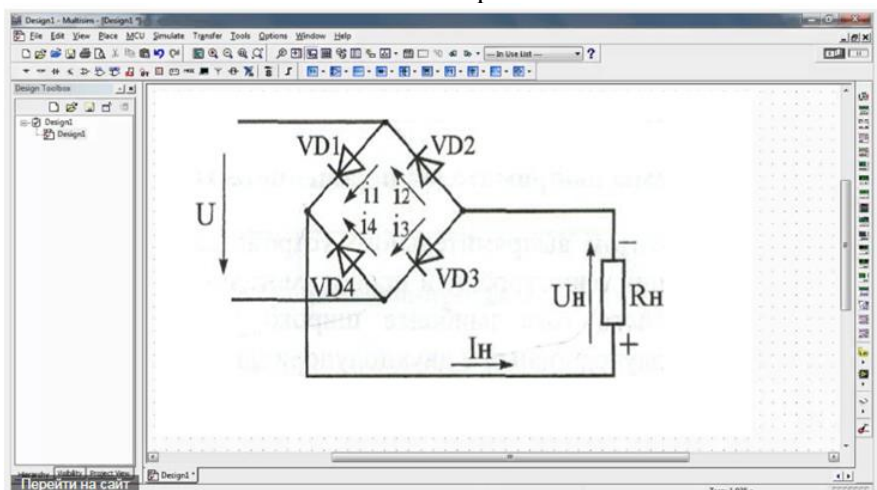
Multisim 11 бағдарламасының артықшылығы виртуальды өлшеу аспаптарының болуы. Multisim 11 бағдарламасының көмегімен принципиалдық схемаларды құрастыруға және олардың жұмыс істеу режимдерін модельдеуге болады. Multisim бағдарламасының арқасында сызбаларды салу оңай және ыңғайлы жұмысқа айналды (сурет 6).

Бағдаларлама - кітапханалар жиынтығынан құралған. Кітапханалар әр түрлі электр тізбегінің элементтерінен тұрады. Элементтер түрі мен классына байланысты бөлінеді. Мысалы, транзисторлар мен диодтар және т.б. жеке палитрада орналасқан. Электр тізбегі элементтерінен кейін жекелеген индикаторлар мен өлшеу құралдар кітапханасы бар. Бағдарламаның сипаттамалық функциялары мен сызбаны тестілеу процесі, әр пайдаланушыға уақытың үнемдеуге және жобалау кезіндегі қателікті алдын алуға мүмкіндік береді.

Multisim бағдарламасы орындалып отырған процестердің барлық сатысын қадағалап отырады және келесі этаптардан тұрады:

- Сызбаларды электр тізбегінің жекеленген элементтерінің көмегімен құру;
- Құрылған сызбаны жұмыс қателіктеріне тексеру және нәтижесін алу. Бұл этап модельдеу және анализдан тұрады;
- Сызба жұмысын дәл өлшеуге байланысты, әр элементке жеке-жеке өдшемдер беріледі.

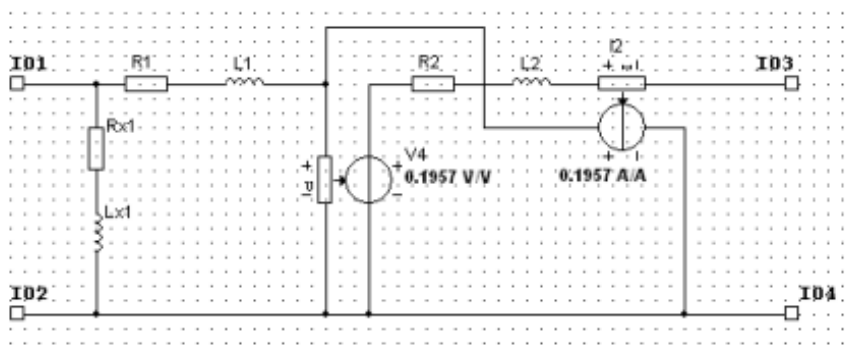
#### Multisim ортасы



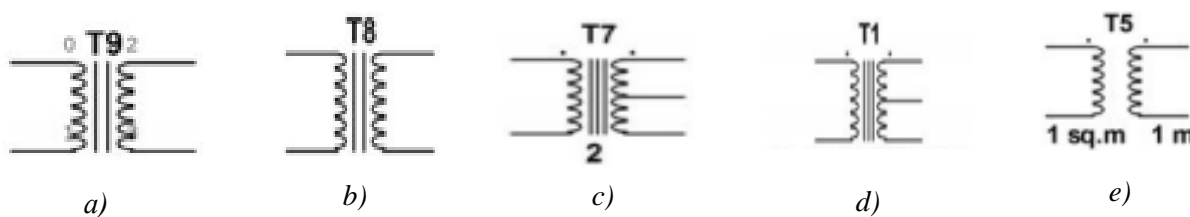
Сурет 6. Multisim ортасы

Multisim пакетінде трансформатордың тек кейбір сипаттамаларын ескеретін қарапайым модельдер бар, мысалы, трансформация коэффициенті, сондай-ақ орамдардың белсенді кедергілерін, орамдардың таралуының индуктивтілігін, сым магнитінің ұзындығын және қимасын, негізгі магниттену қисығын ескеретін неғұрлым күрделі модельдер бар. Трансформаторды пайдалану үшін орамдардың оралу санын, олардың белсенді кедергілері мен индуктивтілігін, сондай-ақ қима ауданын, сым магнитінің орта сызығының ұзындығын және оның материалының магниттелуінің негізгі қисығын (15 нүктеге дейін) білу қажет. Компьютерлік модель кернеумен басқарылатын кернеу көзін және токпен басқарылатын ток көзін пайдалана отырып құрылған (суреттер 7,8).

Басқарылатын кернеу көзі ішке кіретін кернеу мен сыртқа шығатын кернеуге түрлендіреді. Ток көзі жүктемеде өтетін екінші орамды токпен басқарылады, ол бастапқы орамның тогына сәйкес коэффициентпен есепке алынады. Магниттеу тармағы трансформатордың ішке кіретін қысқыштарына шығарылды. Бұл модельдің артықшылығы оның параметрлері трансформатордың паспорттық мәліметтері бойынша есептелуі мүмкін [4,5,6].



Сурет 7. Трансформатордың сыртқы және жұмыс сипаттамаларын зерттеуге арналған трансформатордың компьютерлік моделі



Сурет 8. Трансформатордың сыртқы және жұмыс сипаттамаларын зерттеуге арналған бір фазалы трансформатордың компьютерлік моделі

Multisim ортасындағы зертханалық практикумда қолдану үшін бір фазалы трансформатордың компьютерлік моделі ұсынылды. Трансформатордың басқа да модельдерімен салыстырғанда, ұсынылған модель барлық стандартталған негізгі параметрлер мен сипаттамаларды қамтиды: бастапқы және қайталама орамдардың шашырауының индуктивті кедергілері мен активті кедергілері, электрлік шығындар, магнит өткізгішіндегі магниттік шығындар, трансформация коэффициенті. Трансформатордың моделі бірфазалы трансформатордың әр түрлі жұмыс режимдерін талдау кезінде, сондай-ақ бірфазалы трансформатордың негізгі параметрлері мен сипаттамаларын зерттеу кезінде виртуалды компьютерлік зертханада қолданылуы мүмкін [7,8].

Multisim 11 бағдарламасынан басқа қазіргі таңда оқу үрдісінде жиі қолданып жүрген бағдарламаның бірі LabVIEW – бұл қазіргі заманның сұранысына сәйкес жасалынған бақылайтын, өлшейтін, диагноз жасайтын виртуалды қондырғылар жиынтығы және ақпараттық жүйелер мен санды деректерді талдайтын, талдау нәтижелерін жинақтайтын, графикалық түрде өңдеп, нәтижесін қолайлы түрде сақтайтын бағдарламалық орта [9-11]. Уақыт өте келе инженер мамандарына керекті ақпаратты әмбебап виртуалдық аспаптар мен ұтқырлық санды құралдар жиынтығы, графикалық түрде өндірісте кездесетін үдерістерді бағдарламалап бейнелеу ортасы. National Instruments компаниясы қолданушыларға өз мұқтаждығын тез арада іске асыруға керекті мүмкіншілігі ең қолайлы алуан түрлі нұсқаларды, олардың нобайларын жинақтайтын, оның бағдарламалық қамтамасыздандыруын LabVIEW ортасында жасалынған виртуалды аспаптар көмегімен шешу жолын ұсынады. Бұл мақалада ұсынылған компьютерлік моделдеудің түрлері Electronic Workbench бағдарламасында электроника курсы бойынша, Multisim 11. – де электротехника курсы бойынша зертханалық жұмыстарды орындау жақсы нәтиже беретінін көрсетті. Electronic Workbench түзеткіш құрылғы және Multisim 11.-да көрсетілген трансформатордың жұмыстары барлық медициналық және технологиялық жабдықтарда қолданылады. Қорыта келгенде «Электротехника және электроника» курсы бойынша виртуалды зертханалық жұмыстарды орындауда бірыңғай бағдарламалық-ақпараттық кешендерді пайдаланып өткізудің тиімді екендігін ұсынып отырмыз.

Пайданылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Блохина М.Е., Есаулов И.А., Мансурова Г.В. «Руководство для лабораторных работ по медицинской и биологической физике» Учебное пособие. - М. Дрофа. 2002.- 288 с.
- 2 Шанаев О.Т. «Система моделирования Electronics Workbench» Алматы, 2003. - 250 с.

- 3 Соловьев В.А., Степанов А.В. «Компьютерная модель однофазного трансформатора в среде Multisim для лабораторного практикума», Альманах современной науки и образования Тамбов: Грамота, 2016. № 5 (107). С. 73-78.
- 4 Мукашев К.М., Шадинова К.С. «Электроника және схемотехника негіздері. Оқу құралы. Алматы.- 2011.- 444 б.
- 5 Әлімбаева Г.Б. «Жалпы физика курсының оқыту әдістемесі» Алматы 2018.- 187 б.
- 6 Мукашев К.М. «Основы цифровой электроники» Алматы, 2002. – 160 с.
- 7 Коврижных Д.В. «Лабораторный практикум по медицинской электронике с использованием программы Electronics Workbench» Волгоград. - 2010. - 80 б.
- 8 Ремизов А.Н. «Медицинская и биологическая физика» М. Дрофа. - 2004. – 560 б.
- 9 Электротехника и электроника в экспериментах и упражнениях: Практикум на Electronics Workbench. В 2-х томах/ под ред. Д.И. Панфилова- М. ДОДЭКА, 1999. т.1. Электротехника. - 304 б.
- 10 Емельянов И.А. Физика: Лабораторные работы. - Регион РФ, Тамбов: Издательство ТГТУ, 2007. – 145 с.
- 11 Кирина М., Фомина К. «Программа схемотехнического моделирования Multisim» Москва, 2012. – 33 с.

МРНТИ 29.01.11

УДК 532.61

Г.Б. Бауыржан<sup>1</sup>, К.Р. Есмаханова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

## РЕШЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МАНАКОВА ДЛЯ СОЛИТОННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

*Аннотация*

В математике и физике одна из основных задач – связать между собой дифференциальную геометрию и нелинейные дифференциальные уравнения, то есть изучение частных случаев подмногообразий, кривые и поверхности которых имеют большое значения.

В статье использовали нелинейное уравнение Шредингера, связанное с периодической системой Манакова для построения поверхностей. Особое внимание уделено физическому смыслу интегрируемых поверхностей. Такие солитонные поверхности интегрируемых дифференцируемых уравнений с малой деформацией связаны с солитонными решениями. Построение таких поверхностей дают возможности исследовать нелинейные процессы в теории поля, квантовой механики, динамикой жидкости со спиновыми интегрируемыми системами, связанными с поверхностями. Чтобы определить соответствующую системе Манакова поверхность используем формулу Сима. В этой статье показано использование нелинейного уравнения Шредингера для построения частного случая в системе Манакова. Для получения результатов интегрированных поверхностей использовали формулу Сима. Построили интегрируемую поверхность, соответствующую нелинейным уравнениям Шредингера.

**Ключевые слова:** система Манакова, пара Лакса, дифференцированная геометрия, интегрированная поверхность, формула Сима.

*Abstract*

## SOLUTION OF THE MANAKOV PERIODIC SYSTEM FOR SOLITON SURFACES.

*Bauyrzhan G.B.<sup>1</sup>, Esmahanova K.R.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

In mathematics and physics, one of the main tasks was to relate differential geometry and nonlinear differential equations, that is, the study of particular cases of subvarieties, curves and surfaces are of great importance.

We used the nonlinear Schrödinger equation associated with the Manakov periodic system for constructing surfaces. Special attention is paid to the physical meaning of integrable surfaces. Such soliton surfaces of integrable differentiable equations are associated with small deformation with soliton solutions. For the construction of such surfaces and field theory, quantum mechanics, with the dynamics of fluids with spin integrable systems associated with surfaces, provide an opportunity to study nonlinear processes. To determine the corresponding Manakov system for surfaces, we use the Sym formula. This article shows the use of the nonlinear Schrödinger equation to construct frequent cases for the Manakov system. To obtain the results of the integrated surfaces, the Sym formula was used. Corresponding to the nonlinear Schrödinger equations, we constructed an integrable surface.

**Keywords:** Manakov system, Lax pair, differentiated geometry and integrated surface, Sym formula.

Аңдатпа

Г.Б. Бауыржан<sup>1</sup>, К.Р. Есмаханова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

## СОЛИТОН БЕТТЕРІНЕ АРНАЛҒАН МАНАКОВТЫҢ ПЕРИОДТЫ ЖҮЙЕСІН ШЕШУ

Математика мен физикада басты міндеттердің бірі дифференциалдық геометрия мен сызықты емес дифференциалдық теңдеулерді, яғни, қисықтар мен беттердің нақты жағдайларын зерттеу өте маңызды болып табылады. Біз солитонды беттерді құру үшін Манаковтың периодты жүйесімен байланысты сызықты Шредингер теңдеуін қолдандық. Интегралданған беттердің физикалық мағынасына ерекше назар аударылады. Интегралданатын дифференциалдық теңдеулердің солитон беттерін солитондардың шағын деформациямен байланыстырады. Осындай беттерді және теорияның өрісте құру үшін кванттық механика беттермен байланыстырылған айналдырудың интеграцияланатын жүйелерімен сұйықтық динамикасымен сызықты емес процестерді зерттеуге мүмкіндік береді. Солитондық беттерді алу үшін тиісті Манаков жүйесін анықтау үшін біз Сим формуласын қолданамыз. Бұл мақалада Манаков жүйесі үшін жиі кездесетін жағдайларды жасау үшін сызықты емес Шредингер теңдеуін қолдану туралы айтылады. Интегралданатын беттердің нәтижелерін алу үшін Сим формуласы қолданылды. Сызықты емес Шредингер теңдеулеріне сай интегралданатын бетті құрдық.

**Түйін сөздер:** Манаков жүйесі, Лакс жұбы, дифференциалдық геометрия және интегралданатын бет, Сима формуласы.

### 1. Введение

Интегрируемые спиновые системы и нелинейные интегрируемые уравнения имеют большое значения при решении современных задач математики и физики. Помимо этого, большое значение для физических исследований имеют значения системы Манакова. Например, это такие задачи как пересечение морских волн, или эллиптические нитевые оптические модели. Эта статья посвящена решению подобных задач и разделена на два блока. В первой части статьи приведена общая информация о системе Манакова. Также приведены система Манакова и пары Лаксы с решениями. Во второй части используется двухкомпонентная система уравнений Шредингера связанная с периодической системой Манакова для построения поверхностей.

Нелинейные уравнение Шредингера записывается следующим образом:

$$iq_t + q_{xx} + 2|q|^2 q = 0, \quad (1)$$

#### 1. Система Манакова

Нелинейное векторное уравнение Шредингера для частных случаях записывается следующим образом:

$$iq_{1t} + q_{1xx} + 2(|q_1|^2 + |q_2|^2) q_1 = 0, \quad (2)$$

$$iq_{2t} + q_{2xx} + 2(|q_1|^2 + |q_2|^2) q_2 = 0, \quad (3)$$

Эта система является системой Манакова. Рассматриваем периодическую систему Манакова таким образом:

$$q_1 = c_1 \rho_1^{n1} + ic_2 \rho_1^{n2}, \quad (4)$$

$$q_2 = c_1 \rho_2^{m1} + ic_2 \rho_2^{m2}, \quad (5)$$

где

$$\rho_s = a_s x + b_s t, \quad (6)$$

$$s = 1, 2.$$

Система Манакова интегрируется с помощью метода обратной задачи. Для системы Манакова пара Лакса записывается следующим образом:

$$\Phi_x = U\Phi, \quad (7)$$

$$\Phi_t = V\Phi, \quad (8)$$

здесь

$$U = -i\lambda\Sigma + U_0, \quad (9)$$



$$V = -2i\lambda^2\Sigma + 2\lambda U_0 + V_0, \quad (10)$$

$\Sigma, U_0, V_0$  - 3x3 размерная матрица, где:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$U_0 = \begin{pmatrix} 0 & q_1 & q_2 \\ -\overline{q_1} & 0 & 0 \\ -q_2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$V_0 = i \begin{pmatrix} (|q_1|^2 + |q_2|^2) & q_{1x} & q_{2x} \\ \overline{q_{1x}} & -|q_1|^2 & -q_1 q_2 \\ q_{2x} & -\overline{q_2} q_1 & -|q_2|^2 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

Используя уравнения (9) - (13) получим уравнения (7), (8) с помощью следующей пары Лакса:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix}_x = \begin{pmatrix} -i\lambda & q_1 & q_2 \\ -\overline{q_1} & i\lambda & 0 \\ -q_2 & 0 & i\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix}_t = \begin{pmatrix} -2i\lambda + i(|q_1|^2 + |q_2|^2) & -2i\lambda^2 q_1 + iq_{1x} & 2\lambda^2 q_2 + iq_{2x} \\ -2i\lambda^2 \overline{q_1} + i\overline{q_{1x}} & i(2\lambda^2 - i|q_1|^2) & -i\overline{q_1} q_2 \\ -2i\lambda \overline{q_2} + i\overline{q_{2x}} & -i\overline{q_2} q_1 & i(2\lambda^2 - |q_2|^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

Решения этих уравнений ищем в следующем виде:

$$\varphi_1 = c_1 e^{i\theta_{11}} + c_1 e^{i\theta_{12}}, \quad (16)$$

$$\varphi_2 = c_1 e^{i\theta_{21}} + c_1 e^{i\theta_{22}}, \quad (17)$$

$$\varphi_3 = c_1 e^{i\theta_{31}} + c_1 e^{i\theta_{32}}, \quad (18)$$

Здесь

$$\theta_j = k_j x + m_j t, \quad (19)$$

$$k_{11} = (-\lambda - \frac{2i}{c})c_3 + c_4, \quad (20)$$

$$k_{21} = (-\lambda + ic)c_3 + c_4, \quad (21)$$

$$k_{31} = (-\lambda - ic)c_3 + c_4, \quad (22)$$

$$m_{11} = -2\lambda^2 + 2c^2 - 4\lambda ic + a_1 ic + a_2 ic, \quad (23)$$

$$m_{21} = 2\lambda^2 - 2c^2 - 2\lambda ic - a_1 ic, \quad (24)$$

$$m_{31} = 2\lambda^2 - 2c^2 + 2\lambda ic - a_2 ic, \quad (25)$$

где  $\overline{\varphi_1}, \overline{\varphi_2}, \overline{\varphi_3}$  – комплексно сопряженные для  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  соответственно. Из (14) и (15) определяются следующие значения:

$$k_{12} = \frac{\lambda\overline{\varphi_1} + q_1\overline{\varphi_1} + q_1\overline{\varphi_2}}{c_2} e^{-\theta_{12}} + \frac{\lambda c_1 c_3 - \frac{2c_1 c_3}{c}}{c_2} e^{(\theta_{11} - \theta_{12})}, \quad (26)$$

$$k_{22} = \frac{-\overline{q_1}\overline{\varphi_1} + \lambda\overline{\varphi_2}}{c_2} e^{-\theta_{22}} + \frac{\lambda c_1 c_3 + icc_1 c_3}{c_2} e^{(\theta_{21} - \theta_{22})}, \quad (27)$$

$$k_{32} = \frac{-\bar{q}_1\varphi_1 + \lambda\varphi_3}{c_2} e^{-\theta_{32}} - \frac{\lambda c_1 c_3 + i c c_1 c_3}{c_2} e^{(\theta_{31}-\theta_{32})}, \quad (28)$$

и для  $m_{ij}$  получаем:

$$m_{12} = \frac{\varphi_1(2i\lambda^2 + i|q_1|^2 + i|q_2|^2) + \varphi_2(2\lambda q_1 + iq_{1x}) + \varphi_3(2\lambda q_2 + iq_{2x}) + 2c_1\lambda^2 + 2c_1c^2 + 4icc_1 - a_1icc_1 - a_2icc_1}{c_2} e^{\theta_{11}-\theta_{12}} \quad (29)$$

$$m_{22} = \frac{\varphi_1(-2i\lambda^2\bar{q}_1 + i\bar{q}_1) + i|q_2|^2 + \varphi_2(2\lambda^2i - i|q_1|^2) + i\bar{q}_1q_2\varphi_3 - 2c_1\lambda^2 - 2c_1c^2 - 2\lambdaicc_1 + a_2icc_1}{c_2} e^{\theta_{21}-\theta_{22}} \quad (30)$$

$$m_{32} = \frac{\varphi_1(-2i\lambda^2\bar{q}_1 + i\bar{q}_{2x}) + i|q_2|^2 q_1\varphi_3 + \varphi_3(2\lambda^2i - i|q_2|^2) - 2c_1\lambda^2 + 2c_1c^2 - 2\lambdaicc_1 + a_2icc_1}{c_2} e^{\theta_{31}-\theta_{32}} \quad (31)$$

где функция  $\varphi$  задается в матричном виде;

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 & -\bar{\varphi}_2 & -\bar{\varphi}_3 \\ \varphi_2 & \varphi_1 & 0 \\ \varphi_3 & 0 & \bar{\varphi}_1 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

## 2.1 Определение соответствующих систем Манакова для поверхностей.

Чтобы определить соответствующую системе Манакова для поверхностей используем формулу Сима.

$$F = (\varphi^{-1}\varphi_\lambda)_\lambda = 0 \quad (33)$$

Здесь:

$\lambda$  – спектральный параметр,

$\varphi^{-1}$  – обратная матрица

$\varphi_\lambda$  – производные спектральных параметров, имеющие вид:

$$\varphi_\lambda = \begin{pmatrix} \varphi_{1\lambda} & -\bar{\varphi}_{2\lambda} & -\bar{\varphi}_{3\lambda} \\ \varphi_{2\lambda} & \varphi_{1\lambda} & 0 \\ \varphi_{3\lambda} & 0 & \bar{\varphi}_{1\lambda} \end{pmatrix}, \quad (34)$$

Отсюда

$$\left(\varphi_1\right)_\lambda = \left( c_1 e^{-i-4\lambda-4ic} + c_2 e^{\frac{i\varphi_1 + c_1 c_3}{c_2}} \right) e^{\theta_{11} - \theta_{12}}, \quad (35)$$

$$\left(\varphi_2\right)_\lambda = \left( c_1 e^{-i+4\lambda+2ic} + c_2 e^{\frac{i\varphi_{21} + c_1 - 2\bar{q}_1 + 2\varphi_2 - 4\lambda c_1 - 2icc_1}{c_2}} \right) e^{\theta_{21} - \theta_{22}}, \quad (36)$$

$$(\varphi_3)_\lambda = \left( \begin{array}{c} \frac{i\varphi_3 - c_1 - 2\bar{q}_2 + 4i\lambda\varphi_3 - 4\lambda c_3 - 2icc_1}{c_2} \\ c_1 e^{-i+4\lambda+2ic} + c_2 e \end{array} \right) e^{\theta_{31} - \theta_{32}}, \quad (37)$$

Или в более общем виде матрица имеет вид:

$$(\varphi_\lambda)_\lambda = \left( \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} \frac{i\varphi_1 + c_1 c_3}{c_2} \\ c_1 e^{-i-4\lambda-4ic} + c_2 e \end{array} \right) e^{\theta_{11} - \theta_{12}} \\ \left( \begin{array}{c} \frac{i\varphi_2 + c_1 - 2\bar{q}_1 + 2\varphi_2 - 4\lambda c_1 - 2icc_1}{c_2} \\ c_1 e^{-i+4\lambda+2ic} + c_2 e \end{array} \right) e^{\theta_{21} - \theta_{22}} \\ \left( \begin{array}{c} \frac{i\varphi_3 - c_1 - 2\bar{q}_2 + 4i\lambda\varphi_3 - 4\lambda c_3 - 2icc_1}{c_2} \\ c_1 e^{-i+4\lambda+2ic} + c_2 e \end{array} \right) e^{\theta_{31} - \theta_{32}} \\ - \left( \begin{array}{c} \frac{i\varphi_2 + c_1 - 2\bar{q}_1 + 2\varphi_2 - 4\lambda c_1 - 2icc_1}{c_2} \\ c_1 e^{-i+4\lambda+2ic} + c_2 e \end{array} \right) e^{\theta_{21} - \theta_{22}} \\ \left( \begin{array}{c} \frac{i\varphi_1 + c_1 c_3}{c_2} \\ c_1 e^{-i-4\lambda-4ic} + c_2 e \end{array} \right) e^{\theta_{11} - \theta_{12}} \\ 0 \\ - \left( \begin{array}{c} \frac{i\varphi_2 + c_1 - 2\bar{q}_1 + 2\varphi_2 - 4\lambda c_1 - 2icc_1}{c_2} \\ c_1 e^{-i+4\lambda+2ic} + c_2 e \end{array} \right) e^{\theta_{21} - \theta_{22}} \\ \left( \begin{array}{c} \frac{i\varphi_1 + c_1 c_3}{c_2} \\ c_1 e^{-i-4\lambda-4ic} + c_2 e \end{array} \right) e^{\theta_{11} - \theta_{12}} \end{array} \right) \quad (38)$$

Приведем обратную матрицу в виде:

$$\varphi^{-1} = \frac{1}{\det \varphi} \begin{pmatrix} \overline{\varphi_1^2} & \overline{\varphi_1 \varphi_2} & \overline{\varphi_1 \varphi_3} \\ -\overline{\varphi_1 \varphi_2} & |\varphi_1|^2 + |\varphi_3|^2 & -\overline{\varphi_2 \varphi_3} \\ -\overline{\varphi_1 \varphi_3} & -\overline{\varphi_2 \varphi_3} & |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 \end{pmatrix}, \quad (39)$$

Определитель имеет в общем случае следующий вид:

$$\det \varphi = \overline{\varphi_1} (|\varphi_1|^2) + |\varphi_2|^2 + |\varphi_3|^2, \quad (40)$$

Выше приведенной матрицы (38) берём обратную матрицу и записываем в следующем образом;

$$\varphi^{-1} = \frac{1}{\det \varphi} \left( \begin{array}{l} (c_1 e^\alpha + c_2 e^\beta) e^{(\theta_{11}-\theta_{12})^2} \\ (c_1 e^\alpha + c_2 e^\beta) (c_1 e^\gamma + c_2 e^\delta) e^{(\theta_{11}-\theta_{12})(\theta_{21}-\theta_{22})} \\ (c_1 e^\alpha + c_2 e^\beta) (c_1 e^\gamma + c_2 e^\varepsilon) e^{(\theta_{11}-\theta_{12})(\theta_{31}-\theta_{32})} \\ - (c_1 e^\alpha + c_2 e^\beta) (c_1 e^\gamma + c_2 e^\delta) e^{(\theta_{11}-\theta_{12})(\theta_{21}-\theta_{22})} \\ \left| (c_1 e^\alpha + c_2 e^\beta) e^{(\theta_{11}-\theta_{12})} \right|^2 + \left| (c_1 e^\gamma + c_2 e^\varepsilon) e^{(\theta_{31}-\theta_{32})} \right|^2 \\ (c_1 e^\gamma + c_2 e^\delta) (c_1 e^\gamma + c_2 e^\varepsilon) e^{(\theta_{21}-\theta_{22})(\theta_{31}-\theta_{32})} \\ - (c_1 e^\alpha + c_2 e^\beta) (c_1 e^\gamma + c_2 e^\varepsilon) e^{(\theta_{11}-\theta_{12})(\theta_{31}-\theta_{32})} \\ - (c_1 e^\gamma + c_2 e^\delta) (c_1 e^\gamma + c_2 e^\varepsilon) e^{(\theta_{21}-\theta_{22})(\theta_{31}-\theta_{32})} \\ \left| (c_1 e^\alpha + c_2 e^\beta) e^{(\theta_{11}-\theta_{12})} \right|^2 + \left| (c_1 e^\gamma + c_2 e^\varepsilon) e^{(\theta_{21}-\theta_{22})} \right|^2 \end{array} \right) \quad (40)$$

здесь

$$\begin{aligned} \alpha &= -i - 4\lambda - 4ic \\ \beta &= \frac{i\varphi_1 + c_1 c_3}{c_2} \\ \gamma &= -i + 4\lambda + 2ic \\ \delta &= \frac{i\varphi_2 + c_1 - 2\bar{q}_1 + 2\varphi_2 - 4\lambda c_1 - 2icc_1}{c_2} \\ \varepsilon &= \frac{i\varphi_3 - c_1 - 2\bar{q}_2 + 4i\lambda\varphi_3 - 4\lambda c_3 - 2icc_1}{c_2} \end{aligned} \quad (41)$$

Теперь мы можем, используя выше показанные уравнения, с учетом нелинейного уравнения Шредингера, построить интегрируемую поверхностную систему Манакова.

$$F = \frac{1}{(\det \varphi)_{\lambda=0}} \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{31} & F_{33} \end{pmatrix}, \quad (42)$$

### Заключение

В этой статье рассматривается связь между интегрируемой системой и солитонными поверхностями. Так же показано возможность использования нелинейного уравнения Шредингера для построения частных случаев для системы Манакова. Была использована формула Сима для получения результатов для интегрируемых поверхностей. Соответствующие нелинейные уравнения Шредингера построили интегрируемую поверхность.

#### Список использованной литературы:

- 1 Мырзакул А. Интегрируемость двух кривых и геометрический эквивалентный спиновый аналог уравнения Манакова. Вестник ЕНУ, N3.2006. -с.95-99.
- 2 Мырзакул А. Эквивалентность между уравнением М-ЛПП и Г-спиновой системой. Вестник ЕНУ, N3, - 2006. - С. 89-94
- 3 Мырзакул Р., Мырзакул А. Integrable geometric flows of interacting curves/surfaces, multilayer spin systems and the vector nonlinear Schrodinger equation, [arXiv: 1608. 08553]
- 4 Sym A, Soliton surfaces and their applications. Springer- Verlag. Vol. 239. - 1985. - P. 154-231.

МРНТИ 29.05.03  
УДК 530.1:51-72

К.К. Ержанов<sup>1</sup>, А. Мейрамбай<sup>1</sup>, І.Б. Қазбек<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразиялық Ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

## ЯНГ- БАКСТЕР ТЕҢДЕУІН ҚОЛДАНЫП $AdS_5 \times S^5$ КЕҢІСТІГІНДЕ БОЗОНДЫҚ ШЕКТІҢ ДЕФОРМАЦИЯЛАНҒАН ШЕШІМДЕРІН АЛУ

Аңдатпа

Бұл мақалада  $AdS_5 \times S^5$  кеңістігі мен Янг-Бакстердің деформациясын ішектер теориясымен байланыстырдық. Деформация классикалық Янг-Бакстер теңдеуінің (КЯБТ)  $r$ -матрицасының шешімімен беріледі.  $AdS_5$  кеңістігінің деформациясын ескере отырып, бозондық ішек үшін алынған  $\eta$ -деформация метрикасын қарастырдық. Сол метриkanı деформацияланған түрге келтіру үшін кеңістік-уақыттық  $A_{\mu\nu}$  метрикасын, изометрия тобы мен Ли алгебрасымен байланысты болатын КЯБТ –  $r$ -матрица шешімі мен антисимметриялық  $\Theta_{\mu\nu}$  бивекторын пайдаланамыз. Осы шамалар арқылы мысал етіп алынған метриkanıң және Бьянки кеңістік-уақытындағы метрикасының деформациясын есептеуге болады.  $A_{\mu\nu}$  метриkanı және  $\Theta_{\mu\nu}$  бивекторын матрица түріне келтіріп, берілген формулаларға қойып, деформацияланған метриkanıң жаңа түрі алынды. Бұл кезде деформацияланған метриkanıң  $k=0$  болғандағы және  $k \neq 0$  болған кездегі екі түрі қарастырылды.  $k \neq 0$  жағдайында  $B_{\mu\nu}$  мен  $g_{\mu\nu}$  шамалары көлемді болғандықтан, ықшамдап жазу үшін түрлендірулер енгізілді.

**Түйін сөздер:** бозондық ішек, Янг-Бакстер теңдеуі, деформация, интегралдану, метрика, геометрия.

Аннотация

К.К.Ержанов<sup>1</sup>, А.Мейрамбай<sup>1</sup>, І.Б.Қазбек<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилёва, г. Нур-Султан, Казахстан

## ДЕФОРМИРОВАННЫЕ РЕШЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ $AdS_5 \times S^5$ ДЛЯ БОЗОННОЙ СТРУНЫ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЯ ЯНГА- БАКСТЕРА

Рассмотрена метрика для струны в пространстве  $AdS_5 \times S^5$  и ее деформация с использованием уравнения Янга - Бакстера. С учетом деформации пространства  $AdS_5$ , была построена метрика  $\eta$ -деформации для бозонной струны. Для деформации этой метрики использована пространственно-временная метрика  $A_{\mu\nu}$ , антисимметричного  $\Theta_{\mu\nu}$  бивектора, и решение в виде  $r$ -матрицы классического уравнения Янга-Бакстера (КУЯБ), которая связана с группой изометрии и алгеброй Ли. На основании данного решения определена деформированная геометрия для данной модели, состоящей из метрики  $g_{\mu\nu}$  и NSNS (Невье-Шварц) метрики двухформного поля  $B_{\mu\nu}$ . Деформированные решения метрики были найдены как для случая  $k=0$ , так и для случая  $k \neq 0$ . Определены компоненты деформированной метрики.

**Ключевые слова:** бозонная струна, уравнение Янг-Бакстера, деформация, интегрируемость, метрика, геометрия.

Abstract

## DEFORMED SOLUTIONS IN THE SPACE OF $AdS_5 \times S^5$ FOR A BOSONIC STRING WITH THE YANG-BAXTER EQUATION

Yerzhanov K.K.<sup>1</sup>, Meirambay A.<sup>2</sup>, Kazbek I.B.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

In this article, we examined the metric for strings in the  $AdS_5 \times S^5$  space and deformation of this metric using the parameters of the Yang – Baxter equation. The deformation is given by the  $r$ -matrix of the classical Yang-Baxter equation (CUBE). Focusing on the deformation of  $AdS_5$  space, which is new relative to ABF, the first  $\eta$ -deformation for bosonic string was written. For the deformation of this metric, the space-time metric  $A_{\mu\nu}$ , the antisymmetric bivector  $\Theta_{\mu\nu}$  were used, as well as the solution of the  $r$ -matrix, which is associated with the isometry group and the Lie algebra. On the basis of these solutions, the deformed geometry for this model is determined, consisting of the  $g_{\mu\nu}$  and NSNS (Neuve-Schwarz) metrics of the two-form field  $B_{\mu\nu}$ . Taking into account the deformation of  $AdS_5$  space, the  $\eta$ -deformations of the metric for the boson string were considered. The methods were found both for the case  $k = 0$  and for the case  $k \neq 0$ . The components of the deformed metric were determined.

**Keywords:** bosonic string, Yang-Baxter equation, deformation, integrability, metric, geometry.

### Кіріспе

$AdS_p \times S^p$  кеңістігі ішектер теориясында маңызды орын алады.  $AdS_5$  – анти де Ситтердің тұрақты теріс қисықтығы бар бес өлшемді кеңістігін білдіреді, ал  $S^5$  - 5 өлшемді гиперсфера. Космостық кеңістіктің сигма модельдері классикалық түрде интегралданатыны белгілі, және осы интегралдану  $AdS_5 \times S^5$  суперішектің қаппа инвариантты әсеріне таралады [1]. Интегралдану спектралды қисықтық арқылы классикалық ішектің шешімдерін сипаттауға мүмкіндік береді. Янг-Бакстердің  $\sigma$ -моделі модельдің интегралдану қасиетін сақтай отырып,  $AdS_p \times S^p$  геометрия деформациясының жүйелі әдісін қамтамасыз етеді. Янг-Бакстер деформациясы кеңістікте ашық болып табылады. Ішектік карта тек аралық кеңістік үшін ғана емес, кез келген геометрия үшін табылуы мүмкін. Климчиктің интегралданатын деформация жөніндегі жұмысы олардың ішектің  $\sigma$ -моделі мен геометриясына  $AdS / CFT$  (Анти де Ситтер / классикалық өріс теориясы) қолданылуына жол ашты.  $AdS / CFT$  геометриясы  $AdS_p \times S^p$  интегралданатын деформацияның үлкен тобына жататындығын көруге болады, ал деформация классикалық Янг-Бакстер теңдеуінің (КЯБТ)  $g$ -матрицасының шешімімен беріледі. Киллинг векторларының антисимметриялық көбейтіндісінің сызықтық комбинациясы болатын изометрия тобы мен бивекторы бар геометрияны ескере отырып, супергравитация қозғалысының теңдеуі классикалық Янг-Бакстер теңдеуіне келетінін көруге болады [2].

Деформацияланған геометриялар ішектер теориясына сәйкес келмейтіндігі анықталған болатын, олар қарапайым супергравитацияның шешімі болып табылмайды. Соған қарамастан, олар қарапайым супергравитациядан қосымша Киллинг вектормен ерекшеленетін супергравитация қозғалысының жалпы теңдеулерінің шешімі бола алатыны анықталды. Зерттей келе Янг-Бакстердің біртекті деформациясы екіжақтылықтың абельді емес түрленуіне эквивалент екендігі дәлелденді.

Ли алгебрасымен байланысты болатын КЯБТ  $g$ -матрица шешімі,  $\Theta_{\mu\nu}$  бивекторы және изометрия тобы бар бастапқы кеңістік-уақыттық  $A_{\mu\nu}$  метриканы ескере отырып, NSNS екіформалы  $B_{\mu\nu}$  өрісінен және  $g_{\mu\nu}$ -ден тұратын деформацияланған геометрия осы арқылы табылады:

$$(A^{-1} - \Theta)^{-1} = (g + B). \quad (1)$$

Кейбір әдебиеттерде (1) формула ішектер теориясының коммутативті еместігін көрсетеді. Ондағы  $\Theta$  – антисимметриялық бивектор, коммутативті еместігін көрсететін параметр.  $X_\mu$  координаталарымен параметризацияланған ашық ішектің шекті нүктелері мына коммутациялық қатынасты қанағаттандырады:

$$[X^\mu, X^\nu] = i\Theta^{\mu\nu}(X). \quad (2)$$

$\Theta$  би-Киллинг векторы болғандықтан:

$$\Theta^{\mu\nu} = r^{ij} K_i^\mu K_j^\nu, \quad (3)$$

мұндағы  $K_i$  - Киллинг векторлары, ал тұрақты коэффициенттер аз симметриялы,  $r^{ij} = -r^{ji}$ . Ал жалпыланған супергравитацияның Киллинг векторлары бивектордың дивергенциясы болып табылады:

$$I^\mu = \nabla_\nu \Theta^{\nu\mu}. \quad (4)$$

Деформацияланған метрика және потенциалды  $B$  өріс мына формуламен анықталады [3]:

$$g_{\mu\nu} = (A^{-1} - \Theta \cdot A \cdot \Theta)^{-1}_{\mu\nu}, \quad (5)$$

$$B_{\mu\nu} = -(A^{-1} - \Theta)^{-1} \cdot \Theta \cdot (A^{-1} + \Theta)^{-1}. \quad (6)$$

$AdS_5$  деформациясын ескере отырып, бозондық ішек үшін алынған  $\eta$ -деформация осындай метрикамен жазылады [4]:

$$ds^2 = \frac{(1+r^2)}{s} dt^2 + \frac{1+k^2 \sin^2 x - k^2 r^2 (1+r^2) \cos^2 x \sin^2 x}{(1+r^2)fs} dr^2 + \frac{r^2(1+k^2(1+r^2)\cos^2 x - k^2 r^2 \sin^4 x)}{fs} dx^2 + \frac{2k^2(1+r^2 \sin^2 x) \cos x \sin x}{fs} dr dx \quad (7)$$

$$+ \frac{r^2 \cos^2 x}{f} d\psi_1^2 + r^2 \sin^2 x d\psi_2^2,$$

мұндағы

$$f(r, x) = 1 + k^2 + k^2 r^2 \cos^2 x,$$

$$s(r, x) = 1 - k^2 r^2 (1 + r^2 \cos^2 x) \sin^2 x.$$

А матрицасы берілген метриканың компоненттерінен тұрады:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-G}{s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Phi}{(1+r^2)fs} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M}{fs} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K}{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H \end{bmatrix}, \quad (8)$$

мұндағы белгілеулер

$$G = 1 + r^2, \Phi = 1 + k^2 \sin^2 x - k^2 r^2 (1 + r^2) \cos^2 x \sin^2 x,$$

$$M = r^2 (1 + k^2 (1 + r^2) \cos^2 x - k^2 r^2 \sin^4 x),$$

$$K = r^2 \cos^2 x, H = r^2 \sin^2 x.$$

Ал  $\Theta$  компоненттері мына түрде берілген:

$$\Theta^{tr} = kr \sin^2 x, \Theta^{tx} = k \cos x \sin x, \quad (9)$$

$$\Theta^{r\psi_1} = k(r^{-1} + r), \Theta^{x\psi_1} = -kr^{-2} \tan x.$$

Жалпыланған супергравитацияның қозғалыс теңдеуінен шығатын [5] шартқа негізделе отырып,

$r = \Theta$  болатынын ескеріп,  $\Theta$  мәнін матрица түрінде жазылуы:

$$\Theta = \begin{bmatrix} 0 & krs \sin^2 x & k \cos x \sin x & 0 & 0 \\ -krs \sin^2 x & 0 & 0 & k(r^{-1} + r) & 0 \\ -k \cos x \sin x & 0 & 0 & -kr^2 \tan x & 0 \\ 0 & -k(r^{-1} + r) & kr^2 \tan x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

(5) және (6) формулаларды пайдалана отырып,  $k=0$  болған кезде деформацияланған шешімдер мына түрге келеді:

$$g = \begin{bmatrix} \frac{-1}{s} & 0 & 0 & \frac{1}{Gfs^2 r^4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Gs} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -fr^3 \cos^2(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2 x \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{r \sin^6 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} + \frac{fs^2 r \sin^2 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{fs^2 r \sin^2 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} + \frac{r \sin^6 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Сонымен, деформацияланған кеңістік метрикасының жазылуы:

$$g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \frac{-1}{s} dt^2 + \frac{1}{Gs} dr^2 + \frac{1}{s} dx^2 - fr^3 \cos^2(x) d\psi_1^2 + r^2 \sin^2 x d\psi_2^2 + \frac{1}{Gfs^2 r^4} dt d\psi_1, \quad (13)$$

$$B = \left( -\frac{fs^2 r \sin^2 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} + \frac{r \sin^6 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} \right) dt dr - \left( -\frac{fs^2 r \sin^2 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} + \frac{r \sin^6 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} \right) dr dt \\ = \left( \frac{r \sin^6 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} - \frac{fs^2 r \sin^2 x}{(r \sin^4 x - fs^2)^2} \right) (dt \wedge dr). \quad (14)$$

Енді  $k \neq 0$  болған жағдайдағы деформацияланған метриkanı қарастырайық. Алдымен есептеуді жеңілдету үшін кейбір белгілеулерді енгіземіз:

$$D = kr \sin^2 x, W = r^{-1} + r. \quad (15)$$

Сонда деформацияланған метриkanıң нөлдік емес компоненттері мына түрге келеді:

$$g_{11} = ((fsr^4 G(\cos^2(x)k^2 r^2 + k^2 + 1) + kW^2 \Phi Kr^4 + k^2 \tan^2(x) MKG) fsG) / \\ \cos^2(x) \sin^2(x) fsk^2 r^4 G(G \cos^2(x)k^2 r^2 M + r(1 + r^2 \cos^2(x))^2 sk^2 r^2 + Gk^2 M \\ + GM) D^2 G \cos^2(x) \Phi k^2 r^6 fs - GG \cos^2(x) \Phi k^2 r^6 f^2 + kW^2 K \Phi k^2 GM \cos^2(x) \sin^2(x) r^4 \\ + 2k^3 \Phi MDGG \cos(x) r^2 \tan(x) W + 2Gr(1 + r^2 \cos^2(x))^2 \sin^2(x) fs^2 k^4 r^4 + Gr(1 \\ + r^2 \cos^2(x))^2 \sin^2(x) fsk^4 \tan^2(x) KM + Kk^3 W^2 r(1 + r^2 \cos^2(x))^2 \sin^2(x) fsr^4 \Phi - Gfs^2 k^2 r^4 \\ + D^2 G \Phi k^2 fsr^4 + D^2 G \Phi k^2 \tan^2(x) MK - Gk^2 fs \tan^2(x) KM + D^2 G \Phi fsr^4 + kW^2 K \Phi fsr^4 \\ - Gfs^2 r^4);$$

$$g_{14} = g_{41} = ((D \Phi k W r^2 - k^2 \cos(x) \sin(x) M \tan(x) G) fsGr^2 K) / \cos^2(x) \sin^2(x) fsk^2 r^4 G \\ (\cos^2(x) Gk^2 r^2 M + r(1 + r^2 \cos^2(x))^2 sk^2 r^2 + Gk^2 M + kW^2 K \Phi M + GM) \\ + D^2 G \cos^2(x) \Phi k^2 r^6 fs - G \cos^2(x) k^2 r^6 fs^2 + 2 \cos(x) \Phi MDGk^3 \sin(x) r^2 \tan(x) WK \\ + Gr(1 + r^2 \cos^2(x))^2 \sin^2(x) fs^2 k^4 r^4 + Gr(1 + r^2 \cos^2(x))^2 \sin^2(x) fsk^4 \tan^2(x) KM \\ + Kk^3 W^2 r(1 + r^2 \cos^2(x))^2 \sin^2(x) fs \Phi r^4 - Gfs^2 k^2 r^4 + Gr(1 + r^2 \cos^2(x))^2 \sin^2(x) fs^2 k^2 r^4 \\ + D^2 G \Phi k^2 fsr^4 + D^2 G \Phi k^2 \tan^2(x) MK - Gfsk^2 \tan^2(x) KM + D^2 G \Phi fsr^4 - kW^2 K \Phi fsr^4 \\ - Gfs^2 r^4);$$



$$\begin{aligned}
 g_{22} = & (\sin^2(x)r((1+r^2\cos^2(x))^2k^2(fsr^6\cos^2(x)k^2+fsr^4k^2+fsr^4+KM\tan^2(x)k^2) \\
 & -fsr^6k^2\cos^2(x)-fsr^4k^2-fsr^4+k^4\cos^4(x)\sin^2(x)GMr^6+k^4\cos^4(x)\sin^2(x)GMr^4 \\
 & +k^2\cos^4(x)\sin^2(x)GMr^4-k^2\tan^2(x)KM)\Phi)/(\sin^2(x)rGfs^2((1+r^2\cos^2(x))^2k^4r^4(1 \\
 & +r^2\cos^2(x))+(GM\cos^2(x)\sin^2(x)fsk^2r^4)(\cos^2(x)Gr^2k^2+Gk^2+kW^2K\Phi+G) \\
 & +D^2G\cos^2(x)\Phi k^2r^6fs-G\cos^2(x)fs^2k^2r^6+2k^3\Phi MDG\cos(x)\sin(x)r^2\tan(x)WK \\
 & +\sin^2(x)rGfs(1+r^2\cos^2(x))^2k^4\tan^2(x)KM+KW^2k^3r^5(1+r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)\Phi fs \\
 & -Gfs^2k^2r^4+\sin^2(x)rGfs^2((1+r^2\cos^2(x))^2k^2r^4+D^2G\Phi k^2fsr^4+D^2G\Phi k^2\tan^2(x)MK \\
 & -Gfsk^2\tan^2(x)MK+D^2G\Phi r^4fs-kW^2K\Phi fsr^4-Gfs^2r^4)); \\
 g_{23} = & g_{32}-(k(\sin(x)\cos(x)k^2r^2)(DG\cos^2(x)r^2+DG)+DG\cos(x)\sin(x)r^2-Kk^3r(1 \\
 & +r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)\tan(x)+kWK\tan(x)r^2M\Phi)/(k^4\cos^2(x)\sin^2(x)Gr^4fs(\cos^2(x)r^2M \\
 & +r^3(1+r^2\cos^2(x))^2s+GM)+D^2G\cos^2(x)\Phi k^2r^6fs-G\cos^2(x)fs^2k^2r^6 \\
 & +k^3W^2K\Phi\cos^2(x)\sin^2(x)GMr^4+G^2fs\cos^2(x)\sin^2(x)k^2Mr^4+2k^3\Phi MDG\sin^2(x)r^2WK \\
 & +(Gr(1+r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)fsk^3)(skr^4+\tan^2(x)KM+\frac{KW^2}{G}\Phi r^4+sr^4)-Gfs^2k^2r^4 \\
 & +D^2G\Phi fsk^2r^4+D^2G\Phi k^2\tan^2(x)MK-Gfsk^2\tan^2(x)MK+D^2G\Phi fsr^4-kW^2K\Phi fsr^4 \\
 & -Gfs^2r^4); \\
 g_{33} = & ((Gr(1+r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)fs^2k^2(\cos^2(x)k^2r^4+1+k^2)-Gfs(\cos^2(x)k^2r^2-k^2-1) \\
 & +D^2G\Phi(\cos^2(x)k^2r^4+1+k^2)+Kk^3W^2r(1+r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)\Phi k^2-KkW^2\Phi)r^4M)/ \\
 & (\sin^2(x)rGfs^2((1+r^2\cos^2(x))^2k^4r^4(1+r^2\cos^2(x))+(GM\cos^2(x)\sin^2(x)fsk^2r^4) \\
 & (\cos^2(x)Gr^2k^2+Gk^2+kW^2K\Phi+G)+D^2G\cos^2(x)\Phi k^2r^6fs-G\cos^2(x)fs^2k^2r^6 \\
 & +2k^3\Phi MDG\cos(x)\sin(x)r^2\tan(x)WK+\sin^2(x)rGfs(1+r^2\cos^2(x))^2k^4\tan^2(x)KM \\
 & +KW^2k^3r^5(1+r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)\Phi fs-Gfs^2k^2r^4+\sin^2(x)rGfs^2((1+r^2\cos^2(x))^2k^2r^4 \\
 & +D^2G\Phi k^2fsr^4+D^2G\Phi k^2\tan^2(x)MK-Gfsk^2\tan^2(x)MK+D^2G\Phi r^4fs-kW^2K\Phi fsr^4 \\
 & -Gfs^2r^4)); \\
 g_{44} = & ((r(1+r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)fsk^2-fs+D^2\Phi+k^2\cos^2(x)\sin^2(x)MG)r^4GfsK)/ \\
 & \cos^2(x)\sin^2(x)fsk^2r^4G(G\cos^2(x)k^2r^2M+r(1+r^2\cos^2(x))^2sk^2r^2+Gk^2M \\
 & +GM)D^2G\cos^2(x)\Phi k^2r^6fs-GG\cos^2(x)\Phi k^2r^6f^2+kW^2K\Phi k^2GM\cos^2(x)\sin^2(x)r^4 \\
 & +2k^3\Phi MDGG\cos(x)r^2\tan(x)W+2Gr(1+r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)fs^2k^4r^4+Gr(1 \\
 & +r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)fsk^4\tan^2(x)KM+Kk^3W^2r(1+r^2\cos^2(x))^2\sin^2(x)fsr^4\Phi-Gfs^2k^2r^4 \\
 & +D^2G\Phi k^2fsr^4+D^2G\Phi k^2\tan^2(x)MK-Gk^2fs\tan^2(x)KM+D^2G\Phi fsr^4+kW^2K\Phi fsr^4 \\
 & -Gfs^2r^4); \\
 g_{55} = & H.
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

### Қорытынды

Ө бивекторы Киллинг векторларының антисимметриялық көбейтінділерінің жалпы сызықтық комбинациясы болатындығы мүмкін болса, КЯБТ және ашық-жабық бейнелеудің аралық немесе максималды симметриялық кеңістіктердің шектерінен тыс қолданылатыны осыған дейін көрсетілген болатын. Модификацияланған КЯБТ-ға негізделген жалғыз белгілі деформацияланған геометрия –

Минковский кеңістігінің деформациясын зерттеуге мүмкіндік беретін  $AdS_p \times S^p$  геометриясының деформациясы.

Бұл мақалада осы әдіс Янг-Бакстер теңдеуін қолдана отырып,  $AdS_5 \times S^5$  кеңістігінде ішек метрикасын және оның деформациясын зерттеуде пайдаланылды.  $AdS_5$  кеңістігінің деформациясын ескере отырып, бозондық ішек үшін метрианың  $\eta$ -деформациясы құрылды, ал оны құруда  $A_{\mu\nu}$  кеңістік-уақыттық метрика және Ли алгебрасы және изометрия тобымен байланысты болатын, бивекторлық кеңістік үшін  $g$ -матрица түріндегі классикалық Янг-Бакстер теңдеуінің (КЯБТ) шешімі қолданылды.

Деформацияланған метрика матрица түрінде алынды және супергравитацияның деформацияланған шешімі табылды.  $k=0$  және  $k \neq 0$  болған кезде бозондық ішек үшін деформацияланған метрика табылды және сол алынған шешімдер арқылы деформацияланған супергравитациялық шешімдер алынды. Табылған шешім Янг-Бакстер теңдеулерінің аппараты ішектер теориясы, әртүрлі кеңістіктер мен метрикаларға қолданылатындығын көрсетеді.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

1 Tseytlin A.A., *Review of AdS/CFT Integrability, Chapter II.1: Classical AdS<sub>5</sub> × S<sup>5</sup> String Solutions* / A.A. Tseytlin // *Letters in Mathematical Physics*. – 2012. - № 99. – pp. 103-125

2 Sergazina, A., Yesmakhanova, K., Yerzhanov, K. *Darboux transformation for the (1+1)-dimensional nonlocal focusing nonlinear schrodinger equation* / A. Sergazina, K. Yesmakhanova, K. Yerzhanov // *News of the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan-series physico-mathematical*. – 2017. - № 316. - pp. 14-21

3 Bakhmatov I., 'O Colg'ain E., Sheikh-Jabbarid M. M., Yavartanoo H. *Yang-Baxter deformations beyond coset spaces (a slick way to do TsT)* / I. Bakhmatov, E. 'O Colg'ain, M. M. Sheikh-Jabbarid, H. Yavartanoo // *Journal of High Energy Physics*. – 2018. - № 6. – pp. 6-9

4 Araujo T., 'O Colga'in E., Sakamoto J., Sheikh-Jabbari M. M., K. Yoshida. *I in generalized supergravity* / T. Araujo, E. 'O Colga'in, J. Sakamoto, M. M. Sheikh-Jabbari, K. Yoshida // *The European Physical Journal C*. – 2017. – № 77. – pp. 8-9

5 Timothy J. Hollowood, J. Luis Miramontes, David M. Schmidt, *An Integrable Deformation of the AdS<sub>5</sub> x S<sup>5</sup> Superstring* / Timothy J. Hollowood, J. Luis Miramontes, David M. Schmidt // *Journal of Physics A Mathematical and Theoretical*. – 2014. - № 47. – pp. 17-19.

МРНТИ 14.35.07

УДК 378

Н.Е. Жаксылыкова<sup>1</sup>, Г.Н. Скабаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Қазақ Ұлттық аграрлық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ИНЖЕНЕРЛІК ФАКУЛЬТЕТ СТУДЕНТТЕРІНІҢ ТАНЫМДЫҚ БІЛІКТЕРІ ЖАҒДАЙЫНЫҢ ДИАГНОСТИКАСЫ

*Аңдатпа*

Қазіргі педагогикалық ғылымда оқытушының іс-әрекет пәні педагогикалық процесс ретінде танылады. Осыған байланысты педагог жұмысының тиімділігі бірыңғай педагогикалық үдерістің теориясы іс-әрекет түрі және диагностикалауды білу ретінде қаншалықты жақсы қарастырылатынына байланысты. Қазіргі ғылыми әдебиет «педагогикалық диагностика» терминінің көптеген анықтамаларын береді. Көптеген жағдайларда бұл анықтамалар психологиялық тұрғыдан беріледі. Сондықтан, педагогикалық диагностика мазмұнында психологиялық үрдістерді зерттеуге және оқытушылар мен студенттердің жеке қасиеттерін қалыптастыруға ерекше көңіл бөлінеді. Педагогикалық жұмыс тек психологиялық-педагогикалық тұрғыдан ғана емес, сонымен қатар әдістемелік жағынан да педагогикалық процестегі педагогикалық диагностиканың қажеттілігін сипаттайды. Болашақ оқытушының әдістемелік дайындығы аясында арнайы пәндерді оқытуда академиялық пәндерді оқытудың әдістері мен технологияларын меңгеру. Осы мақалада Қазақ ұлттық аграрлық университетінің инженерлік факультетінің студенттерінің танымдық дағдыларының күйін диагностикалау қарастырылған.

**Түйін сөздер:** Педагогикалық процес, танымдық білік, танымдық процесс, диагностика, педагогикалық диагностика.

Аннотация

Н.Е. Жаксылыкова<sup>1</sup>, Г.Н. Скабаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный аграрный университет, г. Алматы, Казахстан

**ДИАГНОСТИКА СОСТОЯНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ  
СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНОГО ФАКУЛЬТЕТА**

В современной педагогической науке предмет деятельности педагога признается педагогическим процессом. В связи с этим эффективность работы педагога зависит от того, насколько хорошо теория единого педагогического процесса рассматривается как форма деятельности и умение диагностировать. Современная научная литература дает много определений термину «педагогическая диагностика». Во многих случаях эти определения даны с психологической точки зрения. Поэтому в содержании педагогической диагностики особое внимание уделяется изучению психологических процессов и формированию личностных качеств педагогов и обучающихся, исходя из того, что педагогическая работа требует постоянного совершенствования не только с психолого-педагогической точки зрения, но и с методической. Под методической подготовкой будущего педагога понимают овладение методиками и технологиями обучения учебным предметам при изучении специальных курсов. В статье описана необходимость проведения педагогической диагностики в педагогическом процессе. В данной статье рассмотрена диагностика состояния познавательных навыков студентов инженерного факультета Казахского национального аграрного университета.

**Ключевые слова:** педагогический процесс, познавательные навыки, познавательный процесс, диагностика, педагогическая диагностика.

Abstract

**DIAGNOSTICS OF THE CONDITION OF COGNITIVE SKILLS OF STUDENTS OF THE  
ENGINEERING FACULTY**

Zhaksylykova N.E.<sup>1</sup>, G.N. Skabaeva<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kazakh National Agrarian University, Almaty, Kazakhstan

In modern pedagogical science, the subject of a teacher's activity is recognized as a pedagogical process. In this regard, the effectiveness of the teacher depends on how well the theory of a single pedagogical process is considered as a form of activity and the ability to diagnose. Modern scientific literature gives many definitions of the term "pedagogical diagnostics". In many cases, these definitions are given from a psychological point of view. Therefore, in the content of pedagogical diagnostics, special attention is paid to the study of psychological processes and the formation of personal qualities of teachers and students. Based on the fact that pedagogical work requires continuous improvement not only from a psychological and pedagogical point of view, but also from a methodological one, the article describes the need for pedagogical diagnostics in the pedagogical process. Under the methodical preparation of the future teacher understand the mastery of methods and technologies of teaching academic subjects in the study of special courses. This article discusses the diagnosis of the state of cognitive skills of students engineering faculty of the Kazakh National Agrarian University.

**Keywords:** pedagogical process, cognitive skills, cognitive process, diagnostics, pedagogical diagnostics.

Ұстаз еңбегі психологиялық-педагогикалық тұрғыдан ғана емес, оқытушының әдістемелік даярлығында тұрақты жетілдіруді талап етеді. Іс-әрекет нәтижесіне сәйкес қойылған мақсат оқытушының педагогикалық процесс жағдайы жайындағы ақпараттарды игеру дәрежесіне тікелей тәуелді болады. Міне, осыдан келіп педагогикалық процестің өту барысы мен кезеңді нәтижелері әрі қорытынды көрсеткіштері туралы ақпарат алу мақсатында оқытушы мектептің педагогикалық процесті диагностикалау білімі мен дағдысы болуы қажеттігі туындайды.

Білімнің қай саласында болмасын, еңбек процесі өту кезіндегі жағдайы мен сапасының диагностикасы жетекші роль атқарады. Қазіргі ғылыми әдебиеттерде “педагогикалық диагностика” терминіне біршама анықтама берілген. Көптеген жағдайларда бұл анықтамалар психологиялық көзқарас тұрғысынан беріледі. Сондықтан да педагогикалық диагностика мазмұнында психологиялық процестерді оқып-үйрену және педагогтар мен оқушылардың тұлғалық қасиеттерін қалыптастыруға баса көңіл бөлінеді [1].

“Диагноз” грек тілінен аударғанда танып-білуді білдіреді (бұл ғылымға ортақ термин). Психологиялық-педагогикалық зерттеулерде құрылым, функция, міндеттер және педагогикалық диагностика бағыттары анықталды. Б.П. Битинас педагогикалық процесс жағдайының оңтайлы жинақталуын көрсеткіштерін айқындайтын ғылыми бағыттағы педагогикалық диагностиканың негізгі міндеттерін анықтап берген [2].

Педагогикалық диагностика соңғы он жылдықта іс-әрекет нысаны және оқытушының басқару ұстанымын қарастырып келеді. Қазіргі педагогика ғылымында оқытушының іс-әрекет нысаны

педагогикалық (оқу-тәрбие) процесі деп мойындалған. Соған орай оқытушының жұмыс тиімділігі оның іс-әрекет нысаны ретіндегі біртұтас педагогикалық процесс теориясын қаншама білуіне және диагностикалау дағдысын меңгеруіне тікелей байланысты. Сонымен педагогикалық диагностикаға мына төмендегідей анықтама беруге болады: “сипаттама үшін аса қажет білім мен іс-әрекет жиынтығы және педагогикалық процесс жағдайы себеп-салдарын анықтау, мақсаттар арасындағы қарама-қайшылықты және “педагог-оқушы” жүйесі мүмкіндіктерін айқындау” [3].

Білім берудің элементтері арқылы қоғамның болашағы одан да жақсы жобалана бастады, сонымен бірге “күшті емес әлсіз тұжырымдамаларды” құру жобаланды. Бұл біздің нақты жобалау жүйесімен емес, адаммен кіргізбейтін, өзінің ішкі заңдары әсерінен маңызды деңгейде дамитын және қайта шығатын оның мүмкіндіктерімен істес болатынымызбен түсіндіріледі. Қазіргі білімнің мазмұнының былай құрылуы жайдан-жай емес: “Өмірден үйрену, өмір арқылы үйрену және өмір үшін үйрену”. Мұндай әдіс мектепті тұлғаға, әлі де дамымаған қабілеттері мен мүмкіндіктері, еркіндіктің, жақсылықтың және бақыттың құлықтық потенциалы тұнып жатқан оның ішкі дүниесіне бағытталады.

Педагогикалық диагностика соңғы уақытта іс-әрекет нысаны және оқытушының басқару ұстанымын қарастырып келеді. Қазіргі педагогика ғылымында оқытушының іс-әрекет нысаны педагогикалық процесі деп мойындалған. Соған орай оқытушының жұмыс тиімділігі оның іс-әрекет нысаны ретіндегі біртұтас педагогикалық процесс теориясын қаншама білуіне және диагностикалау дағдысын меңгеруіне тікелей байланысты.

Оқытушы еңбегі психологиялық-педагогикалық тұрғыдан ғана емес, оқытушының әдістемелік даярлығында тұрақты жетілдіруді талап етеді. Іс-әрекет нәтижесіне сәйкес қойылған мақсат оқытушының педагогикалық процесс жағдайы жайындағы ақпараттарды игеру дәрежесіне тікелей тәуелді болады. Міне, осыдан келіп педагогикалық процестің өту барысы мен кезеңді нәтижелері әрі қорытынды көрсеткіштері туралы ақпарат алу мақсатында оқытушы мектептің педагогикалық процесті диагностикалау білімі мен дағдысы болуы қажет болады.

Оқытудың қай саласында болмасын, еңбек процесі өту кезіндегі жағдайы мен сапасының диагностикасы жетекші роль атқарады. Қазіргі ғылыми әдебиеттерде “педагогикалық диагностика” терминіне біршама анықтама берілген. Көптеген жағдайларда бұл анықтамалар психологиялық көзқарас тұрғысынан беріледі. Сондықтан да педагогикалық диагностика мазмұнында психологиялық процестерді оқып-үйрену және педагогтар мен оқушылардың тұлғалық қасиеттерін қалыптастыруға баса көңіл бөлінеді.

Біздің зерттеулеріміз танымдық іскерлікті қалыптастыруды талап етеді. Зерттеуді ұйымдастыру және жүргізуде материалдық-сандық бағалау үлкен орын алады, осыған байланысты біз барлық зерттелген көріністерді нақты математикалық шындық тапсырмасымен қойдық, зерттеу пәнінің өзі жеңілдетуге өте қиын екенін түсіндіретін белгілі абайлықпен бағалаудың статистикалық және математикалық процедураларын қолдандық. Студенттердегі танымдық іскерлікті анықтау талаптары мен заңдылықтарын оқуға жүйелі ыңғай зерттеу жұмысының әртүрлі әдістері мен тәсілдерін қолдану мүмкіндіктерін қарайды.

ҚазҰАУ инженерлік мамандық студенттердің танымдық іскерлігін қалыптастыру теориялық анализде көрінгендей шын құрылу процедурасында зерттелушінің шын оқуымен іске асырылады. Бірақ біз жүргізген тәжірибе қандай да бір шындықты жай ғана оқыту емес, белгілі өмірлік жағдайдың тууын көрсетеді. Жағдайды құру мәжбүрлейтін “тәрбиеге”, “құрылуға”, “әсерге” және т.б. ұқсамайды. Нақ осындай мәні “мақсатқа жетуде” емес, өзінің шығармашылық күшін еркін көрсету болатын жағдайлар талап етіледі [4]. В.В. Серикованың айтуы бойынша жағдай тәрбиеленушіге одан мінез-құлықтың жаңа үлгілерін талап ететін жаңа талаптарды қоятын ерекше педагогикалық механизм.

Кәсіптік әрекеттің жаңа әдістерін құру процесі психологтардың айтуы бойынша әртүрлі екі принципіалды көзқараста қаралады: өзімен-өзі жүріп келе жатқан табиғи процесс ретінде және эксперимент құрған және басқарған жасанды процесс ретінде (Л.С. Выгодский, Г.П. Щедровицкий, П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина және т.б.). Ғалымдардың ойынша, құрылудың табиғи процесі объектінің өзінің талаптары жағынан болады, құрылудың жасанды процесінде эксперимент ұсынған процедура ретінде болады [5].

Профессор Б.В. Зейгарник, К. Левиннің экспериментін зерттей келе экспериментті қандай да бір шындықты жай ғана оқытудың әдісі ретінде емес, белгілі өмірлік қажеттің тууы ретінде көрсетеді және ол К. Левиннің экспериментті дәлелдеу әдістерінен жағдайға, ерекше кезеңнің әрекетіне арналған дейді. Автордың айтуы бойынша эксперименттегі жағдай тапсырмаларды орындауды ғана талап

етпейді, сонымен бірге экспериментте реакцияның шын мінез-құлықтың құрылуы болды, өзінің барлық өзгешеліктерімен өмірдің қандай да бір қабатында пайда болды [6].

Бірақ біз К. Левин тәрізді эксперимент сапасына үміттендіре алмаймыз, бірақ зерттелуші мен зерттеуші арасындағы қарым-қатынас пен өзара әрекеттесу әдістері ретінде эксперименталды жағдайдың құрылуына бағытталған оның экспериментінің жалпы принциптерін, жалпы формаларын анықтауға талаптанып көрдік. Біз үшін ең негізгісі зерттелушінің тұлғалық ерекшеліктері, оның өзі-өзі ретке келтіру әдістері, сыналу қасиеттері, өзін-өзі бағалау деңгейі және т.б. анықталса болғаны.

Біздің зерттеудің ерекшелігі зерттелуші объектінің шын жағдайын талдауға бағытталған әдістердің жиынтығын зерттеу, жай генетикалық нәтиже ретінде қарауға болатын структураны көрсету, нәтижелік структураның дамуы үшін тәсілдерді табу болып табылады.

Қазіргі кезеңде танымдық іскерліктің нақты жағдайы зерттеліп, соған сәйкес болашақ инженер мамандарының танымдық іскерлігін қалыптастырудың моделі құрылды.

Біз алғашқы эксперимент барысында:

- ҚазҰАУ инженерлік мамандығы студенттерінің танымдық іскерлігінің қалыптасу деңгейін анықтадық;

- танымдық іскерліктің түрлі деңгейлерде қалыптасу себептерін анықтадық;

- кәсіптік дайындықтың зерттелу объектісінің кәсіби маңыздылығын белгіледік.

Осылардан шыға отырып, бізге келесі міндеттерді шешу керек:

1. Танымдық іскерлікке деген қызығушылығының болуын анықтау.

2. Танымдық іскерліктің қалыптасу ерекшеліктері туралы білімін тексеру.

3. Танымдық іскерлікті қалыптастыру икемділігі бар екенін көрсету.

Студенттердің мотивациялық компонентін анықтау үшін анкеталар, шағын шығарма “Танымдық іскерлікке деген қызығушылық” және т.б. ұсындық. Респонденттердің жалпы оқу іскерліктер, танымдық іскерлікке деген қызығушылығын, болашақ инженерлік мамандарының танымдық іскерлігінің қажеттігін түсіну мақсатында осы әдістер пайдаланылды.

Танымдық іскерліктің ерекшеліктері туралы білімін сауалнама жүргізу, тестілеу, педагогикалық мәселелерді шешу, талдау әдістері арқылы анықтадық.

Танымдық іскерліктің қалыптасу деңгейлерін анықтау үшін келесі тапсырмаларды ұсындық: сауалнама жүргізу, әңгіме жүргізудің жоспарын құру, бақылау.

Алынған сандық көрсеткіштерді есептей отырып, келесі қатынастарды аламыз: 85% - төмен деңгейде, 12,8% - орташа деңгейде, 2,2% - жоғарғы деңгейде.

Бірінші критерий “Танымдық іскерлікке қызығушылық” өзіне тән үш белгілерімен сипатталады. Осы белгілерді анықтау үшін болашақ инженерлік мамандарына сауалнама жүргіздік. Берген жауаптарына қарап, тек ҚазҰАУ студенттерінің 2,2% ғана жалпы оқу іскерлігіне, танымдық іскерлікке деген жағымды қатынаста және де болашақ инженерлік мамандарына танымдық іскерліктің қажет екендігін оның қаншалықты маңызды екендігін түсінеді. Бұл көрсеткіштің төмендігі – тұтастай оқу-тәрбие процесінің және педагогикалық практиканың толық ұйымдастырылмағандығын көрсетеді деп есептейміз. Алынған сауалнама нәтижелері жеке әңгімелесу барысында қайта тексерілді. Бірінші критерий, яғни “Танымдық іскерлікке қызығушылық” бойынша алынған нәтижелерді кесте арқылы ұсындық.

Екінші компонентті – “Танымдық іскерліктің ерекшеліктері туралы білім” анықтауда бірнеше әдістерді қолдандық. Танымдық іскерліктің ерекшеліктері туралы білімін анықтауда сабақ талдау, оқудан тыс тәрбиелік жұмыстарды талдау және студенттердің іс-әрекетін талдауды қолдандық. Нәтижелер бізге студенттердің танымдық іскерліктерінің ерекшеліктері туралы біршама білетіндігін көрсетті (12,8%).

Ал танымдық іскерліктің теориялық негіздері мен танымдық іскерліктің қалыптасу негіздері туралы білімін анықтауда алынған нәтижелер студенттерде бұл білімдердің жоқ екендігін көрсетті (85%). Танымдық іскерліктің қалыптасу негіздері туралы білімінің төмен пайызы ҚазҰАУ студенттерінің тұтас педагогикалық процеске дұрыс көңіл бөлінбейтіндігін көрсеткен. Мазмұндық компонент танымдық іскерліктің ерекшеліктері туралы білімі бойынша алынған нәтижелер кестеде көрсетілген. Болашақ инженерлік мамандарының танымдық іскерлігін қалыптастырудың үшінші критерийі – “Танымдық іскерлікті қалыптастыру икемділігінің болуын” біз бірнеше әдістермен анықтадық. Алынған нәтижелер кестеде келтірілген.

Студенттердің жалпы оқу іскерліктер жүйесінде танымдық іскерліктің орнын анықтау икемділігінің бар болуын анықтау үшін шағын шығарма, әңгіме жүргіздік. Алынған нәтижелер студенттердің жалпы

оқу іскерліктер жүйесінде танымдық іскерліктің орнын анықтайтын икемділігінің өте аз мөлшерде екендігін көрсетті. Танымдық іскерлікті тұжырымдау икемділігін анықтауда сауалнама жүргіздік. Алынған нәтижелер болашақ инженерлік мамандарының көп бөлігі танымдық іскерлікті тұжырымдай алмайтындығын көрсетті.

Осы бөліктен алынған нәтижелер бізге болашақ инженерлік мамандарының танымдық іскерлікке деген қызығушылығын, оның маңыздылығын түсіну, танымдық іскерліктің ерекшеліктері мен теориялық негіздері, оның қалыптасу негіздері туралы, танымдық іскерліктің орнын анықтау мен нәтижесін болжау икемділігі әлі де болса төмен деңгейде екенін көрсетті. Бұл – студенттердің басты міндеті тек олардың кәсіптік білім алумен ғана байланыстырылуында. Біздің ойымызша, мұны ҚазҰАУ-да оқитындардың инженерлік мамандарының іс-әрекетіне деген бағдарының төмендігімен түсіндіруге болады. Қазақ Ұлттық Аграрлық Университетінде оқитын болашақ инженерлік мамандарының танымдық іскерлігін қалыптастыру деңгейінің диагностикалық күйін кестеде бейнелеу арқылы келесі нәтижелерді алдық.

*1-кесте. Болашақ инженерлік мамандарының танымдық біліктерін қалыптастырудың диагностикалық күйі, % бойынша*

Деңгейлер	III курс
төмен	85
орташа	12,8
жоғары	2,2

Бұл кестеден ҚазҰАУ-дағы болашақ инженерлік мамандарының танымдық біліктері өте төмен деңгейде екендігін көреміз.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Айтмамбетова Б.Р. Педагогикалық институтта студенттердің мұғалімдік мамандыққа қызығуын қалыптастыру. Пед.ғылым. канд. дисс.- Алматы. 1970. - 230 б.
- 2 Алдамұратов Ә. А. Қызықты психология. Алматы, «Қазақ университеті», 1991-112б.
- 3 Жарықбаев Қ.Б., Озғанбаев Ө. Жантануға кіріспе. Алматы, 2000, 38-41б.
- 4 Назарбаевтың Н.Ә. «Қазақстан-2030 даму стратегиясы», 1998.
- 5 Паптанов С. Оқушылардың кәсіби тұрғыдан өзін-өзі анықтау және кәсіби бағдарлары // Бастауыш мектеп. – 2009. № 2. -13-15б.
- 6 Жарықбаев Қ.Б. Психология. Педучилищелерге арналған. Алматы, «Мектеп», 1982.

МРНТИ 55.30.51

УДК 621.01

*Е.К. Жаменкеев<sup>1</sup>, А.Н. Есіркеп<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## РОБОТОТЕХНИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕРІНІҢ ТИІМДІЛІГІ

*Аңдатпа*

Мақалада робототехниканы оқытудың тиімді, әрі негізгі бес әдісі көрсетілген. Робототехника бұл математика, физика, информатика, технология, инженерлік негіздері және т.б. интеграциялануын қарастыратын пән болғандықтан, оқыту әдістері де түрліше болмақ. Мақалада көрсетілген әдістер: жобалар, портфолио, өзара бірлесіп оқыту, модульді оқыту, проблемалық оқыту әдістері. Әр әдістің робототехниканы оқытудағы басты ерекшеліктері аталды. Бес әдіс бойынша «Қашықтықтан басқару пультінің көмегімен желдеткішті қосу» тақырыбындағы зертханалық жұмыс ұсынылды. Зертханалық жұмыста Arduino платасы, датчик, пульт, микроконтроллер, реле құрал жабдықтары қолданылды. Желдеткішті қосу коды Remote control receiver ардуино платасына жазылып, сәйкесінше пиндер жалғанды. Қате шыққан жағдайда, Arduino Uno библиотекасынан пиндарды өшіріп, қайта жазылды. Оқыту әдістері бойынша Алматы көпсалалы колледжінде жүргізілген зерттеу нәтижесі көрсетілді.

**Түйін сөздер:** робототехника, оқыту әдістері, жобалау, модульдік оқыту, ардуино, бағдарлама.

Аннотация

Е.К. Жаменкеев<sup>1</sup>, А.Н. Есиркеп<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан

### ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ РОБОТОТЕХНИКЕ

В статье отражены пять основных и эффективных методов обучения робототехнике. Робототехника это интеграция разных предметов, таких как математика, физика, информатика, технология, основы инженерии, разные предметы поэтому и методы обучения будут разнообразными. Методы, описанные в статье – проекты, портфолио, взаимообучение, модульное обучение, проблемные методы обучения. Отмечены особенности каждого метода обучения робототехнике. Предложена лабораторная работа на тему «Подключение вентилятора с помощью дистанционного пульта управления». В лабораторной работе использовались плата Arduino, датчик, пульт, микроконтроллер, реле. Код подключения вентилятора записан на плату Arduino Remote control receiver и, соответственно, подключены пины. В случае возникновения ошибки, перезапись и выключение пинов из библиотеки Arduino Uno. Продемонстрированы результаты исследования, проведенного в Алматинском многопрофильном колледже.

**Ключевые слова:** робототехника, методы обучения, проектирование, модульное обучение, ардуино, программа.

Abstract

### THE EFFECTIVENESS OF LEARNING METHODS FOR ROBOTICS

Zhamankeev E.K.<sup>1</sup>, Yessirkep A.N.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

This article reflects five basic and effective methods of teaching robotics. Robotics is the integration of subjects such as mathematics, physics, computer science, technology, engineering, etc. different subjects and teaching methods will be diverse. The methods mentioned in the article: projects, portfolio, peer education, modular education, problem-based learning methods. The main features of each method of teaching robotics were noted. The main features of each method of teaching robotics were noted. According to five methods, a laboratory work on the topic «Connecting the fan with a remote control» was proposed. The students used Arduino, sensor, controller, microcontroller, relays. Code fan connection recorded at cost Arduino Remote control and receiver, respectively, connected to the CPU. In case of any error, overwriting and off a pin from the library to Arduino Uno. The results of the study conducted in Almaty multidisciplinary College were demonstrated by the methods of training.

**Keywords:** robotics, teaching methods, design, modular training, Arduino, program.

Елбасы Нұрсұлтан Назарбаевтың «Болашаққа бағдар: рухани жаңғыру» мақаласында, рухани кемелденуге бастайтын жолымыз егжей-тегжейлі жария етілді. Ақпарат дәуірі аталатын ХХІ ғасыр бізге өзінің жеделдігімен, жүйріктігімен, өзгерістерімен бірге өзінің жаңа деңгейдегі талаптарымен келіп отыр. Таңертеңгі жаңалық түске дейін ескіріп қалатын заман адамнан білікті болумен қатар ширақтықты да талап етеді.

Робототехника – Қазақстанның білім беру мекемелерінде енгізіліп жатқан жаңа бағыттардың бірі. Бүгінде республикамыздағы жүздеген мектеп пен жоғары оқу орнында өте бастаған бұл аралас пәннің құрамында бірқатар қолданбалы пәндер бар [1]. Ол пәндер математика, физика, информатика, технология, инженерлік негіздері және т.б. интеграциялануын қарастыратын, робототехника пәнаралық элективті пән болып табылады. Бұл пән – ғылыми-техникалық бағыттағы білім алушылардың шығармашылық әлеуеттерін анағұрлым толық ашатын және жасөспірімдердің жеке білім маршрутын жасау мен кәсібін анықтауға арналған құрал болып табылатын, білімге деген жеке қызығушылықтарын қанағаттандырудың маңызды механизмдерінің бірі.

Білім алушылардың барлық меңгерілуі тиіс негізгі пәндер бойынша білімдері толыққанды болмаса немесе бір пәнді «өте жақсы» екінші бір пәнді «қанағаттанарлық» деңгейде білсе робот жасауда кедергілерге ұшырауы анық. Ендігі сұрақ: Осы робототехниканы қалай тиімді оқытамыз? Қандай әдіс – тәсілдерді қолданғанда мақсатқа жетеміз? Робототехника дегеніміз – бірнеше пәннің үйлесім табуы. Осы сұрақтарға жауап ретінде, робототехника курсының оқытудың негізгі бес әдісін қарастыруға болады. Олар:

- Жобалар әдісі
- Портфолио әдісі
- Өзара бірлесіп оқыту әдісі
- Модульді оқыту әдісі
- Проблемалық оқыту әдісі

**Жобалар әдісі** мақсатқа жетудің шынайы жолдарының бірі, себебі, онда практикалық нәтижелердің толық болуы және қойылған мәселені толыққанды шеше алады. Жобалар әдісін қолдану арқылы роботтардық конструкциялық құрылымын құрастыру және техникалық мәселелерін шешу арқылы білім алушылардың бойында танымдық, шығармашылық қабілеттерін дамытуға мүмкіндік аламыз. Жобаның техникалық бағытындағы жұмыс білім алушылардың критикалық ойлау қабілеттерін дамыта отырып, өзіндік жұмыстары арқылы сол мәселелерді шешуге үйренеді. Жобаларды жасау барысында білім алушылардың алдында екі бағытты өздігінше таңдау мүмкіндігі туындайды. Олардың бірі роботты құрастыру болса екіншісі бағдарламалық қамсыздандыру болып табылады [2].

**Портфолио әдісі** білім алушылардың өздері жинақталған білімдерінің көрінісі. Бұл папкаларда өздері қойылған мақсатқа жету жолындағы қарастырылған мәліметтері, графиктері, бағдарламалары, кестелері салынады [1-2]. Бұл әдіс білім алушылардың бойында белгілі бір нәтижеге жеткендігін көрсетіп қана қоймай, сол жинақталған папка арқылы түрлі конференциялар мен жарыстарға қатысуға мүмкіндік береді.

Келесі әдіс толығымен топтық жұмыстарда көптеп қолданылатын **өзара оқыту әдісі**. Бұл әдіс білім алушылардың өзара қарым қатынасына негізделеді. Бұл әдісте оқытушы тек дұрыс бағыт бағдар берсе болғаны. Себебі жұмысты орындау барысында білім алушылар өз ойларын ортаға салып, бір бірлерін түзеу арқылы жаңа білімдерге ие болады. Мақсатқа жетудің бірнеше тиімді жолдарын көрсетеді. Өзара оқыту білім алушыларға өте қызық, роботты тек құрастыруда ғана емес бағдарламалық қамсыздандыруда да олар бір бірлеріне тиімді жолдарды ұсынып, жұмыстың мақсатына тез жетеді. Осылайша, білім алушылар арасында өздерінің білімін толықтырумен қатар топ арасында бір бірлеріне деген көзқарастары өзгереді. Бұл әдіс роботтехниканы оқытудағы ең тиімді әдістердің бірі саналады. Себебі, роботтехника - бірнеше пәндердің негіздерінің болуын талап етеді.

**Модульді оқыту әдісі** арқылы білім алушы алдын ала дайындалған жеке жұмыс жоспарына сүйеніп, мақсатқа тез жете алады. Модульді оқытудың негізгі компоненті, кәсіби құзыреттілікке жету мақсаттарын айқындайтын, жүйелейтін модульдер болып табылады. Модульдік жүйенің басты жетістігі икемділігі, вариативтілігі және қойылатын міндеттерге сай тез өзгеруі немесе бейімделуі.

Мақсатты түрде робототехника элективті курсы, құрастыру және бағдарламалық қамсыздандыру бойынша келесідей модульдерге бөліп қарастыруға болады:

- Құрастыру негіздері
- Бағдарламалық қамсыздандыру
- Қолданбалы есептерді шешу

**Проблемалық оқыту әдісі** негізінен проблемалық жағдайларды шешуге бағытталған күрделі әдістердің бірі болып саналады. Бұл әдіс білім алушылардың бойынан өздік жұмыс жасау қабілеттерін дамыта отырып, проблеманы шешуді шығармашылық ойлауын, жаңа білімдер мен біліктерді меңгеруін қамтамасыз етеді. Практикалық тұрғыдан роботтардың әр бір құрастыру үдерісін, әр бір бағдарламалануын проблемалық жағдай етіп қарастыруға болады. Осылайша білім алушылар шығармашылық ойлау менқатар критикалық ойлауларын қосып проблеманың ең оңтайлы шешімін көрсете алады. Пробемалық оқыту әдісінде проблемаларды дұрыс қою арқылы ғана нақты шешімге келуге болады.

Осы жоғарыда аталған оқыту әдістерін пайдалана отырып, зертханалық жұмыс жасауда мысал ретінде көрсек.

**Тақырыбы:** Қашықтықтан басқару пультінің көмегімен желдеткішті қосу

**Мақсаты:** 5V токпен жұмыс істейтін стандартты Ардуино құралдарын пайдаланып 220V айнымалы токты басқару

**Пайдаланатын құрал – жабдықтар:** реле, пульт, вентилятор, сымдар (провод), ардуино платформасы, микрометр.

**Жұмыс барысы:**

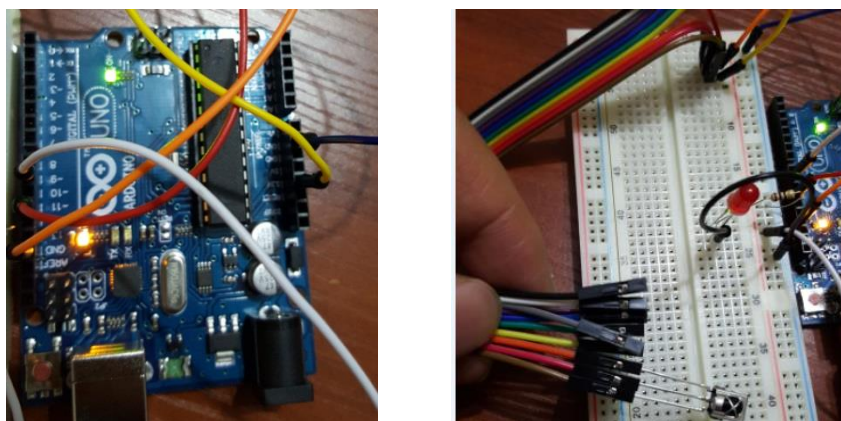
1. Мына төмендегі ссылқаны жұмыс орындау барысында қосымша пайдаландық [3]. <http://cxem.net/arduino/arduino127.php> Бірінші кезең бойынша барлық білім алушыларға жалпы қолданылатын құрал – жабдықтар таныстырылады (сурет 1).





Сурет 1. Датчик (көрсеткіш) және пульт

2. Ардуино платасына датчикті (сурет 2) орналастырамыз [4].



Сурет 2. Микроконтроллер және ардуино платасына датчиктің жалғануы

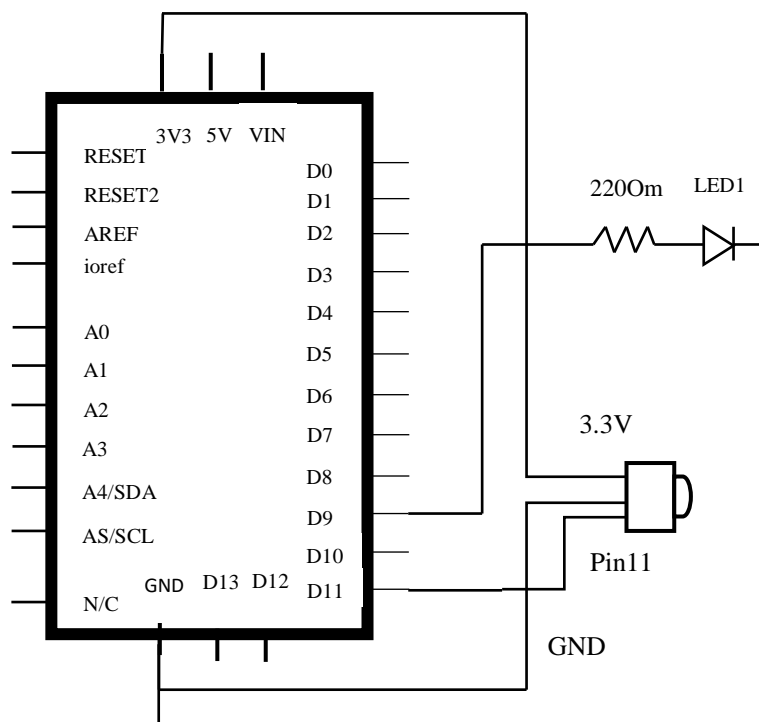
Екінші, датчиктерді орналастыру кезеңінде өзара бірлесіп оқыту әдісі қолданған тиімді. Себебі, ардуино микроконтроллеріне және платасына орналастыру барысында, оқытушының бір сарынды түсіндіргеннен гөрі, білім алушылар өзара әрекеттесіп, бір бірінің білімдерін толықтырғаны дұрыс.

3. Код орындалу үшін Remote control receiver датчигін дұрыстап жалғаймыз. Мына жалғанатын бөлігін мына суреттегі көрсетілген пиндері бойынша жалғаймыз (сурет 3).

4. Бағдарлама коды:

```
#include "IRremote.h"
IRrecv irrecv(11);
decode_results results;
int diodfade = 0;
void setup()
{
  Serial.begin(9600);
  irrecv.enableIRIn();
  pinMode(9, OUTPUT);
}
void loop() {
  // >> FF02FD батырма пультте «>>»
  // << FF22DD батырма пультте «<<»
  // + FFFFA857 батырма пультте «+»
  // - FFFFE01F батырма пультте «-»
  //digitalWrite(9, HIGH);

  if (irrecv.decode(&results))
  {
    int res = results.value;
    Serial.println(res, HEX);
    if(res==0xFFFA857) // басылған жағдайда +
    {
      analogWrite(9, 255);
      delay(1000);
    }
    if(res==0xFFFE01F) // басылған жағдайда -
    {
      analogWrite(9, 0);
      delay(1000);
    }
    irrecv.resume();
    delay(100);
  }
}
```

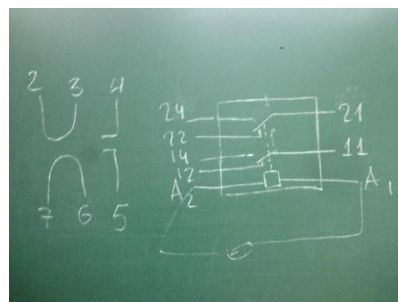


Сурет 3. Микроконтроллерге датчиктің жалғануы

Үшінші, бағдармалық қамсыздандыру кезеңінде проблемалық әдісті қолданған тиімді. Бағдарламаның дұрыс және жүйелі құрастыруда білім алушыға проблемалық жағдайатты қоя білуіміз қажет. Мәселен, қандай жағдайда желдеткіш өшеді немесе күші ұлғаяды?

5. Қате болған ескі библиотекамызды Arduino Uno библиотекасынан өшіреміз. RobotIRremote папкасының ішінде барлық файлдармен папканы өшіреміз. C:\Program Files(x86)\Arduino\libraries\RobotIRremote\Интернет ресурстан алынған архивтелген папкамызды C:\Program Files(x86)\Arduino\libraries\RobotIRremote\папкасына көшіреміз.

Содан соң Arduino Uno программасын өшіріп қайтадан қосу қажет (сурет 4). Біздің программамызды қатесіз компиляция жасауы тиіс. Бізде пультпен жұмыс істеп тұрған ардуино бағдарламасы бар. Пультиң «+» батырмасын басқанда лампа жанады, «-» батырмасын басқанда лампа өшеді. Енді лампаның орнына релені қосамыз. Реленің A1 және A2 контактілерін пайдаланамыз.

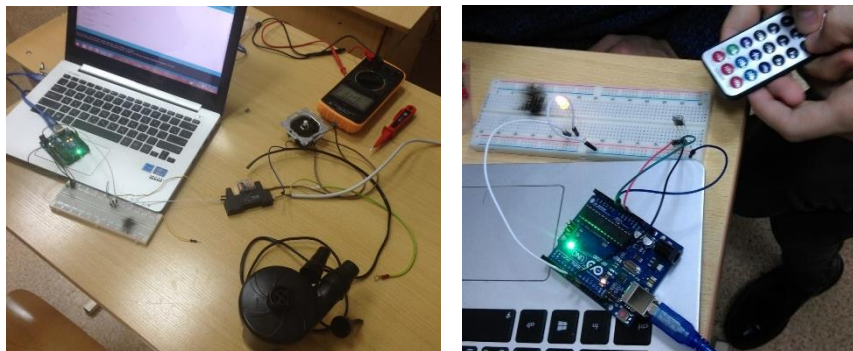


Сурет 4. Реле құралы және сызбасы

Енді реленің 21 және 24 контактілеріне 220 вольтпен жұмыс істейтін вентиляторды жалғаймыз (сурет 5). Оның қуатын басқару үшін реле мен вентилятордың арасына потенциометр қоямыз.

Енді біз пультиң «+» батырмасын басқанда вентилятор қосылады, «-» батырмасын басқанда өшеді. Зертханалық жұмысты «Алматы көпсалалы колледжі» топтары АҚ 8-17, АҚ 9-17, МҚ 3-17 жасады. Жасау барысында, әр топқа бір жұмысты орындауда әр түрлі әдістер қолданылды. Жеке жұмыс жасауға бейім студенттерге портфолио әдісін ұсынған болсақ, топта жұмыс жасауға бейім студенттерге

модульдік, өзара бірлесіп оқыту, проблемалық әдістер арқылы жасады. Бір зертханалық жұмысты бір жоба ретінде қарастырып, жекелей орындауда жүргізілді.



Сурет 5. Аппараттық құрастыру және вентилятор жұмысын пульстен басқару

Жоғарыда аталған оқыту әдістерін роботтехникада тек біреуін ғана емес, оқыту кезінде бірнеше әдістерді қолдану арқылы мақсатқа жету тез, әрі жүйелі болады.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Образовательная робототехника: дайджест актуальных материалов Библиотечно-информационный центр; сост. Т.Г. Попова. – Екатеринбург:2015. – 70 с.
- 2 Юревич Е.И. 2-е издание. Основы робототехники. Учебное пособие для вузов (УМО) / Е. И. Юревич. - СПб.: БХВ - Петербург, 2007. - 416с.
- 3 Программирование микроконтроллерных плат Arduino/Freduino, Улли Соммер, ISBN 978-5-9775-0727-1; 2012 г. <http://cxem.net/arduino/arduino127.php>
- 4 Практические советы и решения по созданию "Умного дома", Марк Эдвард Конер, ISBN 978-5-477-00341-9, 0-7897-3207-6; 2007 г. <https://github.com/z3t0/Arduino-IRremote>

МРНТИ 29.17.35  
УДК 533.65.013.622

*М.С. Исатаев<sup>1</sup>, Г.Н. Кантаева<sup>1</sup>, М.Н. Кантаева<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы,*

## **ПРИМЕНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ КРЫЛА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

*Аннотация*

Не так давно, малые беспилотные летательные аппараты (БПЛА) превратились в важный инструмент в нетрадиционных областях, таких как сельское хозяйство, электронная коммерция, полицейская деятельность, медицинская логистика в дополнение к военным применениям и т.д. В статье представлена методология, применяемая для оптимального проектирования крыла небольшого БПЛА с помощью программного обеспечения вычислительной гидродинамики (CFD) ANSYS для большего эффекта. В исследовании успешно изучается применение вычислительных методов в процессе итеративного проектирования. Различные конструктивные параметры и особенности крыла также были изучены с помощью анализа программного обеспечения CFD. Анализ прочности и жесткости крыла также был проведен с использованием ANSYS. Эта статья демонстрирует процесс проектирования/методологию для оптимального проектирования эффективного небольшого БПЛА.

**Ключевые слова:** крыло БПЛА; CFD; ANSYS; контур турбулентности; анализ потока.

Аңдатпа

М.С. Исатаев<sup>1</sup>, Г.Н. Қантаева<sup>1</sup>, М.Н. Қантаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ал-Фараби Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ҰШҚЫШСЫЗ ҰШУ АППАРАТЫНЫҢ ҚАНАТЫНЫҢ ТИІМДІЛІГІН АРТТЫРУ ҮШІН ЕСЕПТЕУШІ СҰЙЫҚТЫҚ ДИНАМИКАСЫН ПАЙДАЛАҢУ

Жақында шағын ұшқышсыз ұшу аппараттары дәстүрлі емес салаларда, мысалы, ауыл шаруашылығында, электронды коммерцияда, полицияда, әскери қолданудан басқа, медициналық логистикада маңызды құралға айналды. Бұл мақалада есептеу сұйықтық динамикасы (CFD), ANSYS бағдарламалық жасақтамасы арқылы кішігірім ұшқышсыз ұшу аппаратын (ҰҰА) қанатты оңтайлы жобалау үшін қолданылатын әдіснамасы көрсетілген. Бұл зерттеу итеративті дизайн процесінде есептеу әдістерін табысты зерттейді. Сондай-ақ, CFD талдау бағдарламалық жасақтамасының көмегімен қанаттың әр түрлі жобалау параметрлері мен ерекшеліктері зерттелді. Сондай-ақ, ANSYS-нің көмегімен ИБА қанатының күші мен қаттылығын талдау жүргізілді. Қанат салмағы оңтайландырылған алюминийден жасалған ұқсас қанатқа қарағанда салмағы төмен және қауіпсіздіктің барлық деңгейінде жүктің барлық жағдайына жауап беретін жеткілікті күшті. Бұл мақалада тиімді кішігірім ҰҰА-ны оңтайлы жобалау үшін жобалау процесі/әдістемесі көрсетілген.

**Түйін сөздер:** UAV қанаты; CFD; ANSYS; турбуленттік контур; ағынды талдау.

Abstract

## COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS ANALYSIS OF WING OF A SMALL-SCALE UNMANNED AERIAL VEHICLES TO OBTAIN MAXIMUM EFFICIENCY

Isatayev M.S.<sup>1</sup>, Kantaeva G.N.<sup>1</sup>, Kantaeva M. N.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

In the recent past small-scale Unmanned Aerial Vehicles have evolved as an important tool in non-conventional fields like agriculture, e-Commerce, policing, medical logistics in addition to military applications. This paper presents the complete methodology applied to optimally design the wing of a small scale Unmanned Aerial Vehicle with help of widely used computational fluid dynamics (CFD) software, ANSYS to maximize its efficiency. In this study, the application of computational methods in the iterative design process is successfully explored. The various design parameters and features of wing also have been explored with help of CFD analysis to derive the advantages. The strength and stiffness analysis of the UAV wing has also been carried out using ANSYS. This paper demonstrates the design process/methodology to optimally design an efficient small-scale UAV.

**Keywords:** UAV wing; CFD; ANSYS; contour of turbulence; flow analysis.

### Введение

Инновации в области беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) начались в начале 1900-х годов, которые первоначально были направлены на обеспечение практических целей для обучения военнослужащих. Разработка БПЛА продолжалась во время первой мировой войны, что привело к появлению в 1915 году ранней беспилотной летательной боевой машины Николы Теслы. Эпоха маленького беспилотника началась в 1987 году, когда компания доктора Пол МакКрой, AeroVironment разработала Pointer, первый ручной беспилотный летательный аппарат. Pointer сочетает в себе технологию высокопроизводительного модельного планера с электрическим двигателем и винтом, потребительской видеокамерой и каналом радиосвязи. В последние годы небольшие беспилотники нашли свое применение во многих важных областях, таких как сельское хозяйство, электронная коммерция, логистика, городские войны, полицейская деятельность, управление движением, мониторинг климата, землеустройство, освещение в СМИ и т.д.

### Объекты и методы исследований

Самая важная часть любой конструкции самолета – крыло, которое обеспечивает подъем. Проектирование самолета можно разбить на три основных этапа, а именно: концептуальное проектирование, предварительное и детальное проектирование.

**Концептуальное проектирование:** этот этап состоит из выбора базового дизайнера в зависимости от требований. Он включает в себя этапы, такие как начальные требования, приблизительный вес, предварительный дизайн и тип движителя.

**Предварительное проектирование:** на этом этапе разрабатываются основные компоненты, за которыми следует «лофтинг». Лофтинг – это моделирование внешней оболочки самолета с достаточной точностью, чтобы обеспечить правильную посадку между различными частями [1-2].

**Детальное проектирование:** это заключительный этап, на котором проектируются фактические детали, которые должны быть построены, включая детали, такие как отдельные ребра, лонжероны и т.д. Другая важная часть детального дизайна называется производственным проектом, который

определяет способ изготовления самолета, начиная с самых маленьких и самых простых узлов, и сборка до окончательного процесса. Процесс концептуального проектирования начинается с выбора подходящей конфигурации, которая определяет результаты всего процесса концептуального проектирования. Поэтому на этом этапе необходимо принять особые меры для выбора подходящей, но все же разумной конфигурации. Весь концептуальный процесс зависит от конфигурации [3-4]. Следовательно, при выборе конфигурации мы должны учитывать следующие темы:

- (а) Требования к конструкции;
- (б) Исторические тенденции;
- (в) Простота в эксплуатации.

#### CFD анализ

CFD – это искусство замены дифференциального уравнения, управляющего потоком жидкости, с набором алгебраических уравнений (процесс называется дискретизацией), которая в свою очередь может быть решена с помощью цифрового компьютера, чтобы получить приближительное решение. После введения компонентов БПЛА в Ansys мы определяем виды анализа, применяя нагрузки и начальные условия для конечно-элементного решения. Для моделирования анализов потока жидкости модель БПЛА была переведена в препроцессор CFX/FLUENT. В этом процессе были заданы детали для жидких и твердых доменов. Материал, используемый для области типа жидкости, в нашем случае - воздух при 250 ° С. Детали на выходе в жидкости и граничные условия были применены до потока анализа.

#### Использованные уравнения

Система уравнений, решаемая ANSYS CFX, представляет собой нестационарные уравнения Навье-Стокса в их сохраненной форме. Для всех следующих уравнений приведены статические (термодинамические) величины, если не указано иное. Уравнения переноса, мгновенное уравнение массы, импульса и сохранения энергии вносят основной вклад в вычислительную динамику жидкости. Для турбулентных течений мгновенные уравнения усредняются, что приводит к дополнительным слагаемым.

Мгновенные уравнения массы, импульса и сохранения энергии можно записать в стационарной системе отсчета следующим образом:

Уравнение непрерывности:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0; \quad (1)$$

Уравнение импульса:

$$\rho \frac{\partial U_j}{\partial t} + \rho U_l \frac{\partial U_j}{\partial x_l} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_l} + \rho g_j; \quad (2)$$

где

$$\tau_{ij} = -\mu \left( \frac{\partial U_j}{\partial t} + \frac{\partial U_j}{\partial x_l} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} \mu \frac{\partial U_k}{\partial x_k}. \quad (3)$$

При использовании уравнений Навье-Стокса программой CFD, необходимо перевести их в дискретную форму. Этот процесс является дискретизацией. Типичными методами дискретизации являются методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов.

**Метод конечных объемов:** интеграция общего вида уравнения Навье-Стокса по контрольному объему и применение теории Гаусса:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x_i} \Phi dV = \int_S \Phi \cdot n_i dS. \quad (4)$$

Получим интегральную форму уравнения Навье-Стокса:

$$\int_V \frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} dV + \int_S (\rho U_i \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}) \cdot n_i dS = \int_V q_\Phi dV. \quad (5)$$

Использование CFD состоит в том, чтобы собрать систему алгебраических уравнений и решить систему, чтобы получить приближенные решения для всех свойств потока через крыло.

Рисунок 1 объясняет пошаговый процесс CFD.

$$W_0 = W_{\text{команды}} + W_{\text{полезной нагрузки}} + W_{\text{топлива}} + W_{\text{пустого}} \quad (6)$$

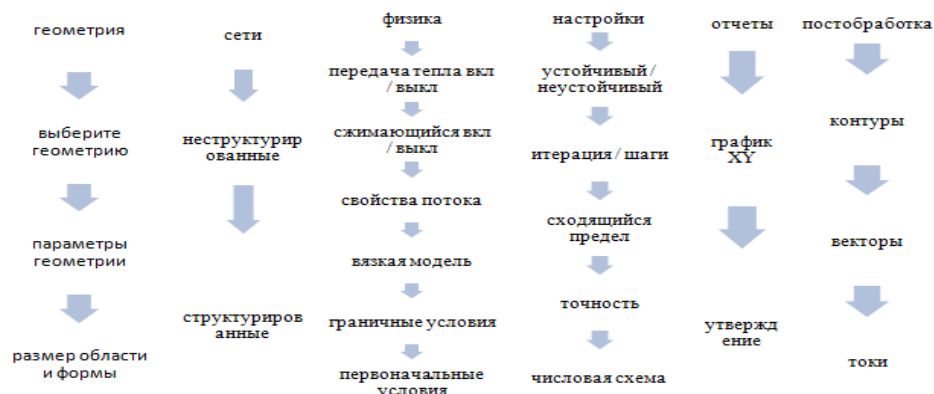


Рисунок 1. Схема процесса CFD

Приближенное решение в процессе CFD получается путем интегрирования основных уравнений потока жидкости по всем (конечным) контрольным объемам области решения. Это эквивалентно применению основного закона сохранения (например, массы или импульса) к каждому контрольному объему и времени движения. Как правило, у нас есть два типа интерполяции, одна из которых является интерполяцией по ветру, а другая - центральной интерполяцией (Рисунки 2 - 4).

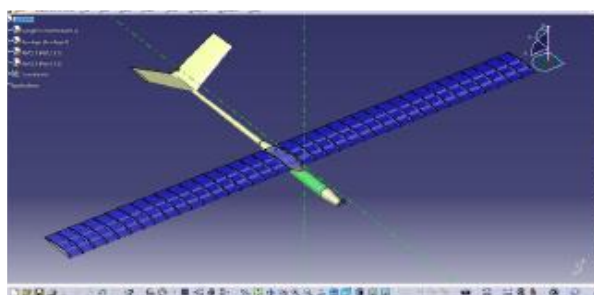


Рисунок 2. Моделирование небольших БПЛА

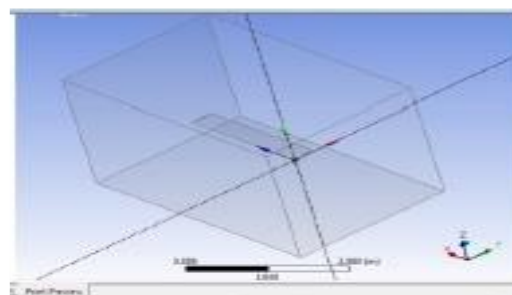
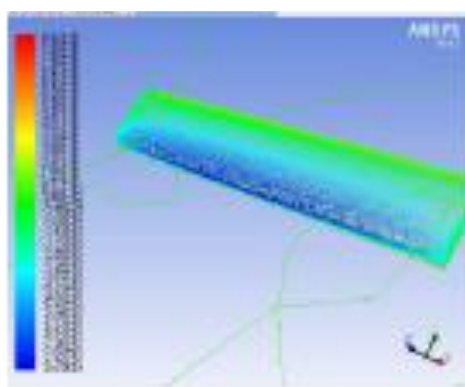
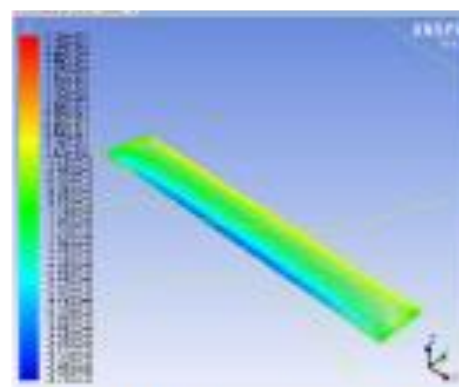


Рисунок 3. Полная смоделированная геометрия крыла



(а)



(б)

Рисунок 4. Коэффициент давления: (а) при угле атаки равном 4°; (б) при угле атаки равном 8°

**Оценка веса.** Расчетный вес «брутто» - это общий вес самолета. Он не обязательно совпадает с «максимальным взлетным весом». Расчетный взлетный вес может быть разбит на вес экипажа, вес полезного груза, вес топлива и вес пустого места, которые включают вес конструкции, двигателя, шасси, авионики и т. д.

**Выбор профиля.** Первоначально три профиля: Clark Y, Senig-Donovan 7032 и Senig-Ashok Gopalaratnam (SA) 7035 были рассмотрены для анализа потока с использованием программного обеспечения ANSYS, чтобы определить силу подъема и сопротивления, производимую ими при 20 м/с, и SA 7035 был лучшим выбором, из-за его высокого подъема и низкого сопротивления по сравнению с другими вариантами. Этот профиль был доработан для БПЛА. Было выбрано прямоугольное одно крыло с высокими опорами крыльев с пролетом 0,4 метра и длиной хорды 0,3 метра.

Сухой воздух имеет плотность 0,076 фунт/фут<sup>3</sup>, S = площадь крыла = 13,13 фут<sup>2</sup>. C<sub>lmax</sub> аэродинамического профиля 1,4. Другие характеристики SD 7035 следующие:

(a) Соотношение сторон:  $\left(\frac{b}{s}\right) = \frac{4}{0.3} = 13.34$

(b) Коэффициент нагрузки:

$$\frac{\rho * (1.15 * V_{\text{сваливания}})^2 * S * 0.9 * C_{l\max}}{\rho * (V_{\text{сваливания}})^2 * S * C_{l\max}} = \frac{0.0765 * (1.15 * 9.8)^2 * 13.13 * 0.9 * 1.4}{0.076 * (9.8)^2 * 13.13 * 1.4} = 1.19$$

(c) Скорость во время вспышки:  $1.15 * V_{\text{сваливания}} = 12,054$

(d) Скорость приземления:  $1.23 * V_{\text{сваливания}} = 11,27$

### Генерация сетки

Подразделение области потока на несколько меньших неперекрывающихся поддоменов является концепцией лежащей в основе генерации Grid. Точность решения, время расчета и стоимость с точки зрения необходимого компьютерного оборудования зависят от тонкости сетки [5].

### Анализ потока крыла

Одним из наиболее важных критериев для любой конструкции самолета является выбор аэродинамического профиля для его основной поверхности, производящей подъемную силу, названной основной плоскостью или крылом. Три профиля, а именно: Clark Y, SD7032 и SA7035 были изучены в ANSYS для подъема и сопротивления при 20 м/с. Статическое давление и отчеты о силе следующие: было обнаружено, что SA7035 имеет самый высокий подъем и самое низкое сопротивление среди трех, поэтому этот профиль был доработан для БПЛА. Крыло снова было изучено для различных параметров потока при разных углах атаки и структурные нагрузки. Критические значения были изучены для установки безопасной летящей оболочки.

Таблица 1. Характерные особенности крыла

Угол атаки (в градусах)	Подъем (Н)	Торможение (Н)
4°	15.44	3.37
8°	22.56	13.56
12°	30.08	29.08
16°	33.08	36.36

Согласно анализу, угол атаки составляет от 8 до 12 градусов, когда сопротивление резко возрастает. При 12 градусах, есть четкое указание разделения потока вблизи области четверти хорды, которая может рассматриваться в качестве основной причины срыва. Также было обнаружено, что при 16 градусах сопротивление – это больше, чем подъем, который ясно указывает на сваливание крыла. После моделирования угла атаки с помощью ANSYS, общее давление и влияние турбулентности также наблюдалось для любого необычного поведения. С выбранным профилем, хордой, пролетом и ветром при загрузке выяснилось, что аэродинамическая конструкция крыла оптимальна и эффективна без какого-либо необычного разделения потока под большим углом атаки.

Крыло, спроектированное с профилем SA7035, также рассматривалось при двугранном угле 3,5 градуса, для анализа и подъемной силы (чистая сила 1.08) оказалось меньше крыльев с нулевым двугранным углом (1.5). Следовательно, лучшая конструкция для низкоскоростного небольшого беспилотного летательного аппарата была бы крылом без какого-либо двугранного угла.

### Результаты и их обсуждение

С целью получения эффективного крыла на дальние и длинные дистанции для БПЛА были получены следующие существенные особенности крыла:

### Распределение статического давления

Было отмечено, что статическое давление быстро увеличивается по мере того как угол атаки был увеличен с 8 до 12 градусов с указанием что угол атаки лежит в этом регионе. Также при 16 градусах сопротивление больше, чем подъемная сила, которая ясно указывает на остановку крыла. Остановка должна развиваться постепенно от начала до конца, что является идеальным развитием (Рисунок 4, Таблица 1).

### Контур турбулентности

Требуется изучить контур турбулентности на крыле, чтобы получить преимущество слабой реакции на воздушную турбулентность и универсальность зависания вокруг выбранной точки пути и полета на низкой скорости (для лучшей выносливости и низкого уровня шума). Ориентировочная мера реакции на воздух турбулентность самолета и в некоторой степени его относительная аэродинамика эффективности, может быть задана отношением его площади поверхности к его массе. Чем больше площадь поверхности, тем больше она может быть нарушена аэродинамикой силы. Чем больше его масса, тем больше будет его инерция (сопротивление). Используя законы масштабирования, можно увидеть, что область / отношение масс будет изменяться как  $n/\rho D$ , а отношение линейных размеров  $n$  делится на плотность  $\rho D$ .

### Двугранная боковая устойчивость

Двугранный угол обеспечивает боковую устойчивость самолета во время его вращения. Тем не менее, это связано с расходами, которые снижают скорость вращения и увеличивают сопротивление, которое было совершенно очевидно из отчета о силе нашего анализа (Рисунок 5).

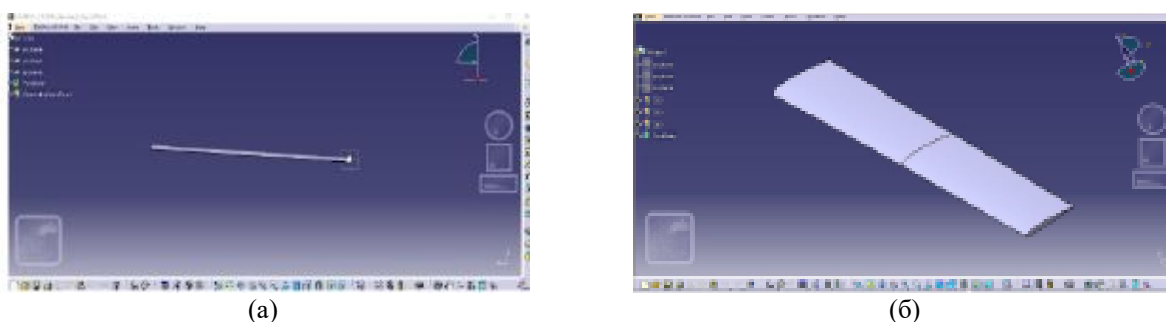


Рисунок 5. (а) Двугранный угол равный 3,50 и углом атаки равным 0°;  
(б) Двугранный угол равный 0,5 и углом атаки равным 0°

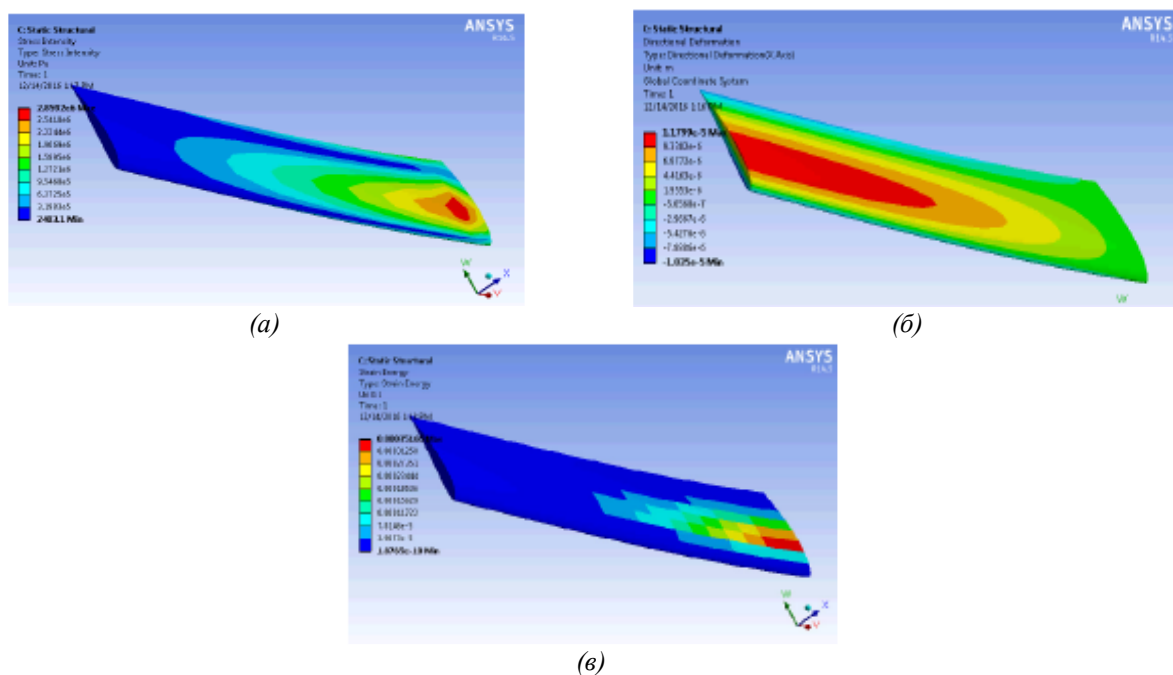


Рисунок 6. (а) интенсивность напряжения над крылом;  
(б) деформация крыла под нагрузкой; (в) энергия деформации



### Структурная прочность

Опубликованные исследования о неисправностях самолетов показывают, что основной причиной разрушения крыла из-за трещин, которые возникают от крыла корневой области. Интенсивность напряжения показывает красную зону в корне и половине хордовой части (Рис. 6). Следовательно, она способна усилить средний коэффициент сужения.

*Список использованной литературы:*

- 1 Theja R.B., Gupta S.M. Design and fluid flow analysis of unmanned aerial vehicle (UAV)/journal of Aeronautics and Aerospace Engineering. V.7. - 2013 - №1. – P. 2-7.
- 2 Hoffmam K.A., Chiang S.T. Computational fluid dynamics / A Publication of Engineering Education System. V. 5. – 2000 - №5. – P. 65-77.
- 3 Anderson J.D. Computational fluid dynamics: The basics with applications / McGraw-Hill series. V.2 - 2000 - № 3. - P.41-50.
- 4 Lyon C.A., Broeren A.P., Gigu`ere P., Gopalathnam A., Selig M.S. Summary of low-speed airfoil data / SoarTech Publications. V.1. – 1995 - № 1504. – P. 25-30.
- 5 Austin R. Unmanned Aircraft Systems, UAVs design, development and deployment: Aerospace Series / Wiley Publishers. V.1. – 2010 – №1. – P. 227-236.

МРНТИ 29.01.45

УДК 372.853

*Г.К. Калжанова<sup>1</sup>, Н.А. Гребенец<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Жетысуский государственный университет имени И. Жансугурова, Талдықорган, Казахстан*

### СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ В ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ ПРИ ОБНОВЛЕННОЙ ПРОГРАММЕ

*Аннотация*

Модернизация системы образования – один из самых сложных процессов современности. Требования, продиктованные новыми учебными программами, требуют от учителей большей активности и творческого подхода при проведении уроков. Учитель должен выступать не как единственный источник знаний, а как организатор активной учебно-познавательной деятельности самих учащихся. В условиях обновления содержания школьного образования меняются формы и методы организации обучения учебного предмета. Современная методика обучения раскрывается через применение методических ресурсов. Для достижения поставленных целей учитель опирается на современную методику обучения, которая дополняется методическими ресурсами. В статье подробно изучена структура методических ресурсов, также в помощь учителю физики предложена таблица, объединяющая инновационные технологии и методы с учетом особенностей обучения физике.

**Ключевые слова:** обновленная программа образования, методические ресурсы, таксономия Блума, инновационные методы обучения.

*Аңдатпа*

*Г.К. Калжанова<sup>1</sup>, Н.А. Гребенец<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>І.Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., Қазақстан*

### ЖАҢАРТЫЛҒАН БАҒДАРЛАМА БОЙЫНША ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУДЫ ҰЙЫМДАСТЫРУДЫҢ ЗАМАНАУИ ТӘСІЛДЕРІ

Білім беру жүйесін жаңғырту-қазіргі заманның ең күрделі процестерінің бірі. Жаңа оқу бағдарламаларының талаптары мұғалімдерден сабақты өткізу кезінде белсенді болуды жәнешығармашылық әдісті қолдануды талап етеді. Мұғалім білімнің жалғыз көзі емес, оқушылардың белсенді оқу-танымдық қызметін ұйымдастырушы ретінде әрекет етуі тиіс. Мектептегі білім беру мазмұнын жаңарту жағдайында оқу пәнін оқытуды ұйымдастырудың формалары мен әдістері өзгереді. Оқытудың заманауи әдістемесі әдістемелік ресурстарды қолдану арқылы ашылады. Қойылған мақсаттарға жету үшін мұғалім әдістемелік ресурстармен толықтырылатын оқытудың заманауи әдістемесіне сүйенеді. Мақалада әдістемелік ресурстардың құрылымы жан-жақты зерттелген және физика пәні бойынша оқытудың ерекшеліктерін ескере отырып физика пәнінің мұғалімдеріне көмек ретінде инновациялық технологиялар мен әдістерді біріктіретін кесте ұсынылған.

**Түйін сөздер:** жаңартылған білім беру бағдарламасы, әдістемелік ресурстар, Блумның таксономиясы, инновациялық оқыту әдістері.

*Abstract*

**MODERN APPROACHES TO THE ORGANIZATION OF PHYSICS TEACHING  
AT THE UPDATED PROGRAM**

*Kalzhanova G.K.<sup>1</sup>, Grebenets N.A.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Zhetysay State University named after I. Zhansugurov, Taldykorgan, Kazakhstan*

Modernization of the education system is one of the most complex processes of modernity. Requirements dictated by the new curriculum require teachers to be more active and creative in conducting lessons. The teacher has to act not as the only source of knowledge, but as the organizer of the active educational and cognitive activity of the students themselves. In terms of updating the content of school education, the forms and methods of organizing the teaching of the subject are changing. Modern teaching methods are revealed through the use of methodological resources. To achieve these goals, the teacher relies on modern teaching methods, which are complemented by methodological resources. In this article the structure of methodical resources is studied in detail, also in the help to the teacher of physics the table uniting innovative technologies and methods taking into account features of training to this subject is offered.

**Keywords:** updated educational program, methodological resources, Bloom's taxonomy, and innovative teaching methods.

К началу XXI века научно-технический прогресс привел к быстроразвивающимся процессам глобализации, что обусловило вхождение в мир высоких технологий и Интернета, понятий «глобальная экономика», «глобальное образование» и др. Современный человек в динамично развивающемся обществе вынужден самостоятельно разрабатывать индивидуальную стратегию на каждую новую ситуацию. Он должен быть готов адаптироваться к новым возможностям передачи и использования информации, новым производственным технологиям, функциональным изменениям в трудовой жизни, эффективной жизнедеятельности в многонациональной и поликультурной среде. Казахстан стремится занять достойное место в новом глобальном мире. Этого можно достичь совершенствованием всей образовательной системы страны.

Современная школа должна готовить не столько «человека знающего», то есть вооруженного системой знаний, умений и навыков, сколько «человека, подготовленного к жизнедеятельности», то есть способного к активному и творческому мышлению и действию, самообразованию и саморазвитию. Это означает, что структура новой модели школьного образования должна разворачиваться в контексте вопроса «Для чего учиться в школе?» вместо традиционного «Чему учить в школе?». Новые требования современности обусловили необходимость обновления содержания среднего образования. Обновление содержания образования - это пересмотр самой модели среднего образования, его структуры, содержания, подходов и методов обучения и воспитания, внедрение новой системы оценивания учебных достижений учащихся [1].

Для выработки концептуальных подходов к определению нового содержания образования были изучены мировые тенденции развития школьного образования, ключевые идеи педагогической науки и этнопедагогике, опыт зарубежных стран, занимающих лидирующие позиции в международных исследованиях PISA, TIMSS, положительный опыт национальной системы образования, результаты эксперимента по внедрению 12-летнего образования. Обновление содержания образования потребовало проведения определенных мероприятий по подготовке системы школьного образования республики к работе в условиях планируемых преобразований. В первую очередь, это переподготовка педагогических кадров к работе по новым подходам и методам обучения, пересмотр существующих стандартов по подготовке педагогических кадров. В 2008 году был запущен по инициативе Первого президента проект по созданию сети Интеллектуальных школ во всех регионах, целью которого является создание и апробация инновационной образовательной модели с последующей трансляцией ее в систему среднего образования страны.

В основе изменений согласно обновленной программе содержится концепция, по которой ведущую роль приобрела функциональная грамотность, сместив с прежней должности количество общих знаний. Само определение функциональной грамотности, как показателя готовности личности к социальной адаптации, связывающей образование с человеческой деятельностью, определяет необходимость пересмотра традиционного подхода обучения. Формирование всесторонне развитого и успешного человека не может осуществляться в рамках традиционного подхода, в котором центральное место занимает учитель. Программа состоит из семи модулей, основные идеи которых взаимосвязаны, равно как и отдельные стратегии, и подходы, применяемые на занятиях. Новые подходы в преподавании и обучении раскрываются в первом модуле, дополняющемся разделами о процессе обучения, о важности диалога в классе, обучению тому, как обучаться. Концепция введения

обновленной программы, раскрывающаяся через семь модулей, предполагает переход к подходу, при котором ведущая роль передается учащимся школ.

Для успешной реализации перехода к новому подходу обучения были выбраны шесть основных сфер учебной деятельности, которых коснутся изменения обновленной программы: пересмотр системы оценивания, переход на трехязычие и введение пятидневной учебной недели и т.д. [1] (Рисунок 1).

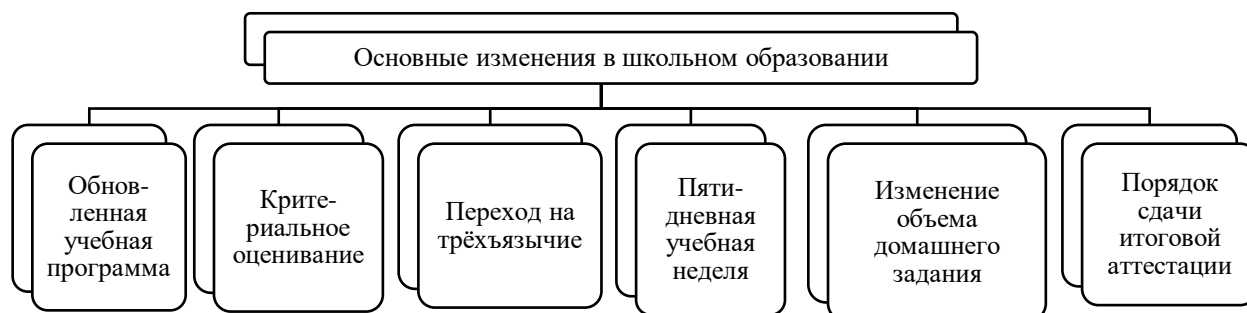


Рисунок 1. Основные изменения в школьном образовании

Переход на обновленную программу в обычных школах начался в 2016-2017 учебном году с внедрения программы в 1-е классы. Согласно срокам программы, поэтапное введение новых положений образования займет 4 года. В 2017-2018 учебном году обновленная программа была введена во 2, 5 и 7 классы. В текущем, 2018-2019 учебном году, на новую программу перешли учащиеся 3, 6, 8, 10 классов, а в будущем 2019- 2020 учебном году – 4, 9, 11 классы.

Отличительными особенностями обновленных учебных программ являются принцип спиральности, то есть постепенного наращивания знаний и умений от темы к теме, от класса к классу; акцентирование внимания на целях обучения, основанных на формировании мыслительных навыков учащихся от элементарного (знание, понимание, применение) до высокого уровней (анализ, синтез, оценка); наличие «сквозных тем», что позволяет максимально эффективно организовывать межпредметные связи, служащих основой для полноценного внедрения особенно важной в настоящее время программы трехязычия.

Планируемые изменения определяют конкретные результаты обучения, достигнув которых ребенок считается завершившим определенный этап обучения, что способствует повышению учебной культуры учащихся. Семь модулей программы ориентируют учителя на помощь учащимся, которые исходя из конкретных и четко озвученных результатов обучения, самостоятельно выбирают путь их достижения. Введение укороченной учебной недели и изменения объема домашнего задания дают возможность учащимся больше внимания уделять самообразованию. Роль школы больше определяется как контролирующая и направляющая, что в конечном итоге приведет к появлению современного, грамотного и конкурентоспособного поколения.

Реализация целей программы будет осуществляться лишь в случае целостного развития ребенка и его мыслительной деятельности. Подробно этот процесс раскрывается в работах американского психолога и создателя таксономии Блума – Бенджамина Сэмюэля Блума. Таксономия Блума содержит в себе четко продуманную структуру организации учебной деятельности школьников, через развитие их мыслительных процессов. Учитель, знающий эту структуру, может с легкостью определять уровень владения учащимися учебным материалом и при необходимости направить их на исправление допущенных ошибок. Согласно обновленному календарному планированию по физике каждый урок представляет собой новую тему, на которой обязательно присутствуют первые три ступени таксономии: знание, понимание и применение.

Однако, такая учебная деятельность, как изучение процессов и явлений, как в теории, так и на практике, умение грамотно объяснить и математически описать полученные данные, требует уже большей степени владения материалом. Это означает, что для развития учащихся учителю следует тщательно продумывать систему подготовки к учебным занятиям и быть внимательным к темпу работы учащихся класса. Некоторые дети могут не решиться высказать свое мнение и оставаться лишь на первых трех ступенях.

На этом этапе и появляется необходимость в объединении примеров и типологий заданий, придерживаясь которых, можно контролировать продолжение и постепенное усложнение цепочки связи уровней в единую систему (Таблица 1) [2,3].

Таблица 1. Дифференциация заданий согласно уровням мыслительной деятельности

Уровень	Навыки	Примеры заданий	Типология заданий
Знание	Повторение и узнавание	Выделить из общего наиболее важное, записать, показать, дать название	Закрепление и повторение пройденного и нового материала: называет физические величины, знает термины, дает название элементам электрической цепи
Понимание	Нахождение смысла и основных моментов в теме	Описать процессы, сформулировать определение, объяснить выражение величин из формул	Задание на воспроизведение материала: понимает суть явление, процессов, строит и объясняет графики, схемы, опыты
Применение	Использование полученной информации в знакомых ситуациях	Применить, решить, вычислить, найти	Решение задач, выполнение самостоятельных работ. Применение знаний в конкретных ситуациях.
Анализ	Нахождение части целого	Проанализировать, найти различия	Выделение отдельных элементов, поиск логики и связи между частями
Синтез	Создание, воспроизведение из частей единого целого	Объединить данные в одно целое	Творческая обработка информации, раскрывает творческую сторону мыслительных процессов учащихся
Оценка	Оценка на основе определенных критериев	Оценить явления на основе четких критериев	Работа по критериям, развивающая самостоятельность, ответственность за свою работу, умения находить основные моменты

Любую тему можно рассмотреть с точки зрения таксономии Блума. Например, одна из тем 3 четверти в 8-м классе: «Закон Джоуля – Ленца». При подготовке урока учитель дифференцирует его цели по возможностям учащихся. Все учащиеся будут знать понятие работы и мощности электрического тока; закон Джоуля – Ленца; обозначение величин работы и мощности тока; единицы измерения; применять формулы мощности и работы тока при решении задач; применять закон Джоуля – Ленца при решении задач. Большинство – преобразовывать формулы работы, мощности тока и закон Джоуля – Ленца, применять формулы для нахождения отдельных величин. Некоторым, кто из урока в урок переходит на ступень выше, следует подготовить задания, где они смогут анализировать и оценивать полученные знания и результаты, оценивать их значимость в применении к жизненным ситуациям. Все это говорит о том, что пункты программы, в рамках которой учитель ищет наиболее успешные методики обучения учащихся, предполагают активную работу учителя.

Для достижения поставленных целей учитель опирается на современную методику обучения, которая дополняется методическими ресурсами. К ним относятся: технологии, методы и приемы обучения, дополняющие друг друга. Технология – это особый комплекс взаимосвязанных методов, приемов и способов обучения, направленных на развитие ребенка. Мыслительные процессы, составляют опору для выбора приемов и методов обучения, которые подчиняются определенной технологии, входящей в модули обновленной программы. Эта взаимосвязь и есть основа для единой методической системы, способствующей улучшению подготовки учителя к уроку и организации помощи учащимся в учебной деятельности. Новые подходы в преподавании и обучении, выявление и обучение талантливых детей, обучение критическому мышлению и другие модули раскрываются через умение учителя продумать структуру урока, методы и приемы учебной деятельности, через которые учащийся освоит новый материал.

Основа физики по большей своей части определяет направление обучения данного предмета. Физика как наука основывается как на теоретической базе, так и на экспериментальной. Теория и

эксперимент идут в тандеме, а значит, методика обучения должна отражать цель науки – изучение процессов и явлений, как в теории, так и на практике, умение объяснить и грамотно математически описать полученные данные. Современная методика обучения раскрывается через применение методических ресурсов. Их применение может способствовать повышению концентрации детей и наличию более продуманной учебной деятельности учащихся на уроках.

Для отслеживания использования методических ресурсов и развития мыслительных процессов учащихся, разнообразия применяемых методов и приемов можно составить следующую таблицу, опирающуюся на содержание обновленной программы образования и помогающую более творчески подходить к проведению уроков (Таблица 2).

Таблица 2. В помощь учителю при подготовке к уроку

Технология	Методы, входящие в нее	Приемы, раскрывающие методы	Уровни мыслительных процессов
Работа в малых группах	Игровые, групповые, с использованием ПК	Игра «Продолжи», Мозговой штурм, «Охота за сокровищами», «Зигзаг», «Снежный ком», «Найди ошибку»	1. Знание: назвать, рассказать, показать 2. Понимание: описать, объяснить, определить признаки 3. Применение: применять, проиллюстрировать 4. Анализ: проанализировать, проверить, провести эксперимент, выявить различия 5. Синтез: создать, составить, разработать, придумать 6. Оценка: представить аргументы, защитить точку зрения, доказать
Проектная технология	Неимитационные, внеаудиторные, индивидуальные, с использованием ПК	Работа над проектом	
Анализ конкретных ситуаций	Кейс-метод, коллективные, групповые, индивидуальные, имитационные	«Редакторский совет», «черный ящик», «веселая мозаика», «картинная галерея», «чистая доска».	
Рольевые и деловые игры	Игровые, с использованием ПК	«Термометр», «Физический лабиринт», «Веселые старты», тематические упражнения, «Картинная галерея», «Разведчики», «Мозаика», «Лидеры», «Стикеры», «Найди пару»	
Модульное обучение	С использованием ПК, коллективные	Составление концептуальной таблицы, кластера, «мозаика»	
Контекстное обучение	Внеаудиторные, с использованием ПК, коллективные	Дифференцированные задания, «Найди ошибку», «5 вопросов», «веселая мозаика», «картинная галерея», видеоанализ	
Развитие критического мышления	Индивидуальные, коллективные, групповые, игровые	«Корзина идей, понятий», «Составление кластера», «Бортовой журнал», «Пометки на полях», «Чтение с остановками», «Совместный поиск», «Продвинутая лекция», «Перекрёстная дискуссия», «Зигзаг», «Кубик»	
Проблемное обучение	Индивидуальные, коллективные, групповые, игровые	«Обрати внимание», «Поиск чего-то забытого», «Веселая мозаика», «Наполни кувшин», «Тонкие, толстые вопросы»	
Индивидуальное обучение	Индивидуальное, внеаудиторные, неимитационные	Дифференцированные задания, тематические упражнения, прием «Я сам!»	
Опережающая самостоятельная работа	Индивидуальные, неимитационные, с использованием ПК,	Дифференцированные задания, тематические упражнения, приемы «Я сам!», «Выбор»,	
Междисциплинарное обучение	Игровые, групповые, коллективные, с использованием ПК, внеаудиторные	Кино метафора, «Физический лабиринт», «Черный ящик»	

Предложенная универсальная система поможет учителю при подготовке к проектированию современного урока. Составление такой таблицы является актуальным как для опытного педагога, так и для молодых специалистов. При необходимости стоит лишь выбрать технологию, в рамках которой будет осуществляться учебная деятельность учащихся. Выбор методов и приемов упрощается и сокращается, ведь в адаптированной под определенный предмет таблице собраны наиболее удачные примеры методов и приемов обучения.

Таким образом, в условиях обновления содержания школьного образования меняются формы и методы организации обучения учебного предмета. Методы необходимо использовать с учетом специфики каждой учебной дисциплины. Одним из способов активизации образовательного процесса является правильное применение инновационных методов обучения. Применение активных методов на уроке позволяет развивать навыки собственной рефлексии учеников, позволяет ученикам вносить свой вклад в выполняемую классную работу, ощущать свое участие, быть активным членом учебного процесса, развивать взаимоотношения со сверстниками, повышать уровень познавательной активности, а также помогает учителю интересно организовывать учебный процесс, повышать свое педагогическое мастерство.

*Список использованной литературы:*

1 Можяева О.И. О трансляции опыта Назарбаев Интеллектуальных школ в рамках обновления содержания общего среднего образования / О.И. Можяева // Информационно-методический журнал «Открытая школа». - 2015. - №1(142).

2 Татмышевский К.В. «Инновационные методы обучения», [Электронный ресурс]/ К.В. Татмышевский – электронная презентация – Владимирский Государственный университет. – Режим доступа: [http://www.vlsu.ru/files/Innovacionnie\\_MO](http://www.vlsu.ru/files/Innovacionnie_MO)

3 Образовательная программа профессионального развития педагогических кадров в общеобразовательных школах «Рефлексия в практике», Руководство для учителя. - Центр педагогического мастерства, АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы», 2017.

МРНТИ 29.01.45  
УДК 371.333

*Л.Г. Касенова<sup>1</sup>, Л.Мерейхан<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Қазақ экономика, қаржы және халықаралық сауда университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан*

## **FLASH-ТЕХНОЛОГИЯЛАР КӨМЕГІМЕН ФИЗИКАЛЫҚ ҮДЕРІСТЕРДІ ӘЗІРЛЕУ ЖӘНЕ МОДЕЛДЕУ**

### *Аңдатпа*

Жұмыстың өзектілігі білім беру ресурстарын интерактивті оқу нысандары түрінде әзірлеу қажеттілігімен байланысты. Интерактивті модельдерді оқытушылар жаңа материалды түсіндіру кезінде, виртуалды тәжірибелерді ұйымдастырып, бекіту кезеңінде қолдана алады. Оқу үлгілерімен жұмыс СӨЖ сабақтарында да пайдалы. Модельдердің интерактивті сипаты білім алушылардың қажеттіліктерін меңгеруге мүмкіндік беріп қана қоймай, білім беру қызметіндегі дербестікті дамыта отырып, олардың танымдық белсенділігін ынталандырады. Заманауи техника-бағдарламалық құралдар шынайылыққа барынша жақын объектілер мен процестер оқу үлгілерін жасауға және пайдалануға көмектеседі. Графикалық және дыбыстық ақпараттың бір мезгілде үйлесуі адамның екі маңызды сезім органына - көру және есту - әсерін қамтамасыз етеді. Бұл оқу процесінің ақпараттылығын және оны қабылдау тиімділігін айтарлықтай арттырады. Сезім мүшелеріне кешенді әсер етіп, оқыту құралдары адамның жеке қорында бар ақпараттарымен талданылып, салыстырылып және сәйкестеніп түрлі сезімдерді тудырады. Мақала шеңберінде ұсынылған компьютерлік модельдер физика-техникалық бағыттағы элективті курстар мен факультативтерді өткізу мақсатында оқу үрдісінде қолданылуы мүмкін. Flash-құралдарының көмегімен дайындалған интерактивті оқыту модельдері зерттеу объектінің маңызды байланыстарын ашуға, заңдылықтарын тереңірек анықтауға, сайып келгенде, материалды жақсы меңгеруге мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** интерактивті технологиялар, физикалық процесс, Flash-құралдар.

Аннотация

Л.Г. Касенова<sup>1</sup>, Л.Мерейхан<sup>1</sup>

Казахский университет экономики, финансов и международной торговли, г. Нур-Султан, Казахстан

## РАЗРАБОТКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ FLASH-ТЕХНОЛОГИЙ

Актуальность работы обусловлена необходимостью разработки образовательных ресурсов в виде интерактивных учебных объектов. Интерактивные модели могут использоваться преподавателями при объяснении нового материала, на этапе закрепления при организации виртуальных опытов. Работа с обучающими моделями полезна и на занятиях СРС. Интерактивный характер моделей не только позволяет отработать у обучающихся необходимые умения, но и стимулирует их познавательную активность, развивая самостоятельность в образовательной деятельности. Современные технически-программные средства помогают создавать и использовать учебные модели объектов и процессов, максимально приближенных к реальности. Сочетание одновременно графической и звуковой информации обеспечивает воздействие на два важнейших органа чувств – зрение и слух, что существенно повышает информативность учебного процесса и эффективность его восприятия. Воздействуя на органы чувств в комплексе, средства обучения вызывают многообразные ощущения, которые анализируются, сравниваются и сопоставляются с уже имеющейся информацией у человека.

Представленные в статье компьютерные модели могут быть использованы в учебном процессе для проведения элективных курсов и факультативов физико-технической направленности. Использование интерактивных обучающих моделей, созданных с помощью Flash-средств, позволяет раскрыть существенные связи изучаемого объекта, глубже выявить его закономерности, что, ведет к лучшему усвоению материала.

**Ключевые слова:** интерактивные технологии, физический процесс, Flash-средства.

Abstract

## DEVELOPMENT AND MODELING OF PHYSICAL PROCESSES BY USING THE FLASH TECHNOLOGIES

Kassenova L.G.<sup>1</sup>, Mereikhan L.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kazakh University of Economics, Finance and International Trade, Nur-Sultan city, Kazakhstan

The relevance of the work is due to the need to develop educational resources in the form of interactive educational objects. Interactive models can be used by teachers in explaining new material, used at the stage of consolidation in the organization of virtual experiments. Working with training models is also useful in the SRS classes. The interactive nature of the models not only allows students to work out the necessary skills, but also stimulates their cognitive activity, developing independence in educational activities. Modern technical and software tools help to create and use educational models of objects and processes as close as possible to reality. The combination of both graphic and sound information provides an impact on the two most important senses - vision and hearing, which significantly increases the information content of the educational process and the effectiveness of its perception. Acting on the senses in the complex, learning tools cause a variety of sensations that are analyzed, compared and compared with existing information in humans.

The computer models presented in the article can be used in the educational process for elective courses and electives of physical and technical orientation. The use of interactive training models created with the help of Flash-tools allows to reveal significant connections of the studied object, to reveal its regularities more deeply, which ultimately leads to better assimilation of the material.

**Keywords:** interactive technologies, physical process, Flash-tools.

Қоғамды ақпараттандыру жағдайында білім беру процесінде ақпараттық және коммуникациялық технологияларды қолдануға көп көңіл бөлінеді. Бүгінгі күні қоғамымыздың жас буыны - экрандық динамикалық ақпарат адамдары. Монитор, проектор немесе теледидар бетінен алынған мәліметтерді баспа, кітап ақпаратынан әлдеқайда жақсы қабылдайды. Оқу үрдісінде ақпараттық технологияларды қолдану сабақты өткізу сапасын жақсартуға, мәселемен қызықтыруға, өзге тәсілдермен көрсете алмайтын құбылыстарды көрнекі түрде ұсынып, материалды визуализациялауға мүмкіндік береді [1].

Мультимедиялық бағдарламаларды әзірлеу ортасы оқытушыға сапалы ресурс дайындауға көптеген нұсқаларын ұсынады. Мұндай өнім жұмыс жасауға қарапайымдылықпен ерекшеленген және қол жетімді орта Macromedia Flash болып табылады. Жұмыста ыңғайлы және кең мүмкіндіктерге ие, түрлі жобаларды орындауға, оның ішінде сандық білім беру ресурстарын құруға өте қажетті құрал. Macromedia (Adobe) Flash ортасы – графика мен дыбысқа арналған редакторын, анимация құралын біріктіретін және бірегей интерактивті мультимедиа өнімдерін жасауға мүмкіндік беретін әмбебап бағдарлама.

Flash-құралдарының көмегімен дайындалған интерактивті оқыту модельдері зерттеу объектінің маңызды байланыстарын ашуға, заңдылықтарын тереңірек анықтауға, сайып келгенде, материалды жақсы меңгеруге мүмкіндік береді.

Flash технология көмегімен жасалған анимация векторлық анимацияның ең сұранысқа ие түрі болып табылады. Қолдану ортасы графикалық бағдарламаларда жұмыс жасап көрмеген адамдарға да интуитивті түсінікті. Мұндай файлдар үлкен кеңістікті талап етпейді, сонымен қатар оларда қарапайым және аудио, бейне, басқа да ақпарат түрлерін пайдалануды қамтитын ерекше шығармашылық идеяларды жүзеге асыруға болады [2].

Macromedia Flash-интерактивтілігі кіріктірілген векторлық графика негізінде анимацияланған нысандарды (бейнелер, навигация схемалар, динамикалық Web-тораптар, ойындар, ойнатқыштар, мультфильмдер, музыкалық бейнелер) жасауға арналған құрал.

Бүгінгі күнде Flash тек Интернет пен заманауи компьютерлер өнімі ғана емес, ойын консольдері мен мобильді құрылғыларға да арналған бағдарлама.

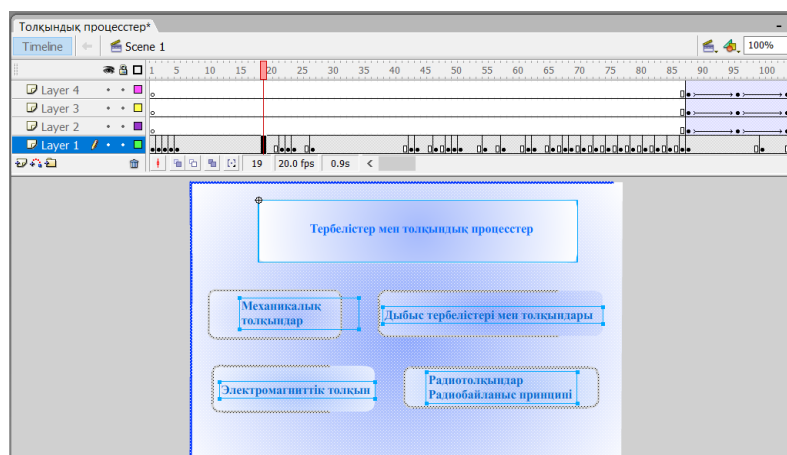
Сондай-ақ, Macromedia Flash алынған файлдардың өлшемдерін шағын етіп, күрделі мультимедиялық презентацияларды жасауға көмектеседі, өйткені векторлар, растрлық бейнелер мен дыбыс элементтер бір жобадан әдетте бірнеше рет қолданылады. Өзінің кірістірілген Symbol Conversation функциясы арқасында Flash нысанды жалғыз данада жасауға, оны жаңа, ұқсас объектілерді үнемі құрудың орнына жұмыста пайдалануға мүмкіндік береді. Бұл функция уақытты үнемдейді және жоба файлының өлшемін азайтады. Сондай-ақ, технология қасиеттерін пайдалана отырып, қолданушылардан мәліметтер жинаудың барлық түрлерін жасау үшін, мысалы, парольдерді енгізу үшін Flash-жобаны ойнату кезінде деректерді енгізуге мүмкіндік беретін мәтіндік өрістерді жасауға болады. Бұл, ең маңызды жаңалық және толыққанды Web-сайттарды құру қадамы. Сонымен қатар, бұл өрістер мәтінді динамикалық ауыстыру үшін қолданылады. Мұндай сипат үнемі жаңартылатын ақпаратты көрсету үшін пайдаланылады, мысалы, қозғалыстағы заттың координаталарын өзгерту мақсатында.

Macromedia Flash бағдарламасының мүмкіндіктерін қолдана отырып, тербелістер мен толқындық процесстердің моделін құру [3]. Бағдарламаны іске қосу үшін Windows операциялық жүйесінде Пуск > Барлық бағдарламалар > Macromedia Flash Professional CS6, басты менюда File > Open таңдалады. Пайда болған бетте қажетті .fla кеңейтілімімен сақталатын файлды және Ашу батырмасын басамыз.

Бірнеше беттен тұратын толқындық процесстердің моделін құру үшін, бір беттен екінші бетке ауысу үшін F8 батырмасы басып button командасына Go to stop=2 кодын беріп F9 батырмен енгізіледі.

Алғашқы бетте тербелістер мен толқындық процесстердің жалпы ақпараты орналасқан. Олар button көмегімен түйме етіліп жасалады. Ол төрт кадрдан тұрады. Алғашқы үш кадрда оның үш түрлі жағдайы көрсетіледі, төртіншісінде оның белсенді аймағы көрсетіледі. Ол үшін Insert – New Symbol (Ctrl + F8) командасын жүзеге асырылады. «Start» батырмасына ат беріп, Button типін таңдаймыз. Up, Down и Over батырмалардың кескіндерін саламыз [4].

Әр бір батырма сілтеме ретінде келесі беттерге көшуге мүмкіндік береді. Сілтеме үшін әр түймені басу арқылы Actions > Global functions > Timeline control > gotoAndPlay-ға код тереміз. 1-і суретте бастапқы меню -сілтеме нәтижесінің бірінші беті көрсетілген.

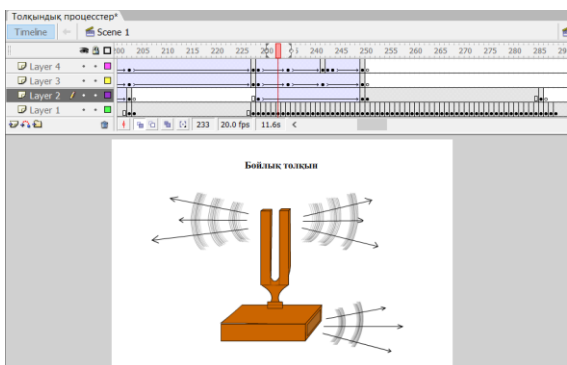


Сурет 1. Бастапқы меню

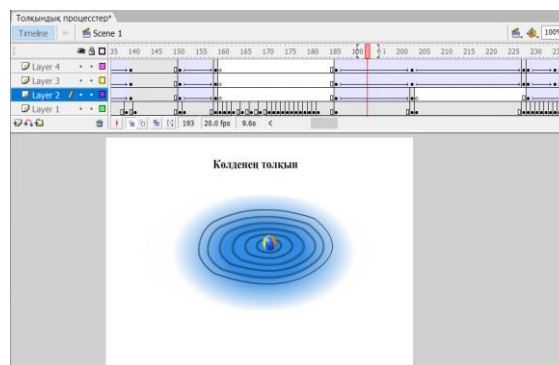


Macromedia Flash бағдарламасының library батырмасының көмегімен бірнеше суреттерді қоя аламыз. Әр бір толқындық процессті суреттеу үшін кадр жасаймыз. Және сол кадрлар қозғалысқа айналу үшін Motion командасын қолданамыз.

2,3 суреттерде Motion командасының көмегімен толқындардың ортада таралу процесін бейнеленді.



Сурет 2. Камертондағы дыбыстық толқындардың таралуы



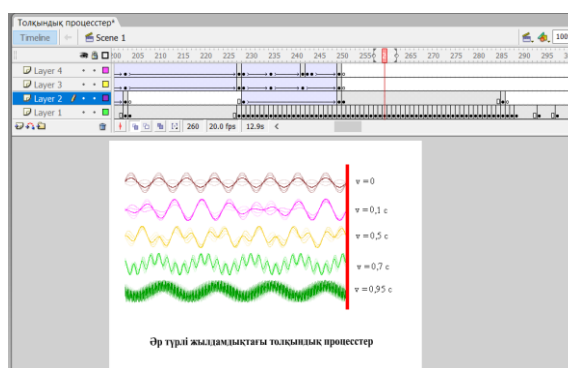
Сурет 3. Су бетіндегі көлденең толқындардың таралуы

Бұл жерде толқындық процесстерді компьютерлік бағдарламада модельдеу арқылы оқытудың жаңа технологияларын, әдістері мен формаларын, құралдарын пайдалану арқылы кәсіби оқытудың әдістемесін жетілдіру мен жүзеге асыру бағыттары қарастырылған.

Панельдің төменгі жағында Properties бет өлшемдері көрсетілген. Edit document properties > Document Settings ашылған бетте Width (ені) және Height (биіктігі) функцияларының көмегімен жаңа бет өлшемін бере аламыз. 4, 5 суреттерде Auto-Save командасымен жасалған электромагниттік өріс көрсетілген.



Сурет 4. Дыбыстық толқындардың таралуы



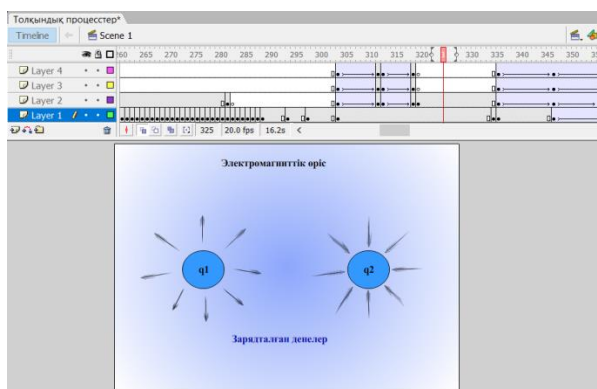
Сурет 5. Әр түрлі жылдамдықтағы толқындық процесстер

Қабаттарды қосу үшін басты менюда Insert – Timeline – Layer командасын жасаймыз. Контексті Properties менюда – қабатқа ат беріледі. Қабатта құралдарды пайдалану арқылы сурет салуға және қабаттың үстіне тағы қабат немесе астына қосуға болады. Қандай да бір графикалық фрагменттер әр түрлі қабатта болса, олар бірікпейді, себебі олар бір – бірімен байланыспайды [5].

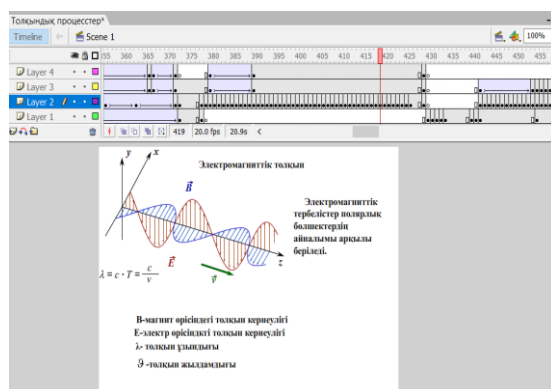
Кез келген жасалып жатқан жоба жоспармен болу үшін, уақытымен көріп отыру қажет. Оны іске асыру үшін Control > Test movie > in Flash Professional таңдалады.

Анимацияны басқа адамдарға көрсету үшін оны жариялау қажет. Ол үшін File > Publish Settings > Profile > Properties командаларын орындаймыз Flash және Html белгіленді, publish батырмасы таңдалынды.

Macromedia Flash бағдарламасының Properties ішінде Soud командасы көмегімен қажетті дыбысты көшіруге, қоюға болады. Процесстерді толығымен көрсету үшін дыбыс қосылады. Дыбысты қою үшін Macromedia Flash бағдарламасының төменгі жағында орналасқан Properties->Soud командасының көмегімен керекті дыбыс қойылады (суреттер 6,7). Motion командасының қызметі бұл жобадан толқындық процесстер моделін көрсетуде оразан зор.



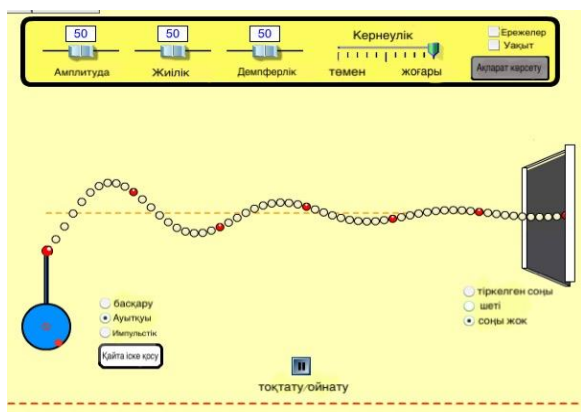
Сурет 6. Оң және теріс зарядталған денелердің электромагниттік өріс жасауы



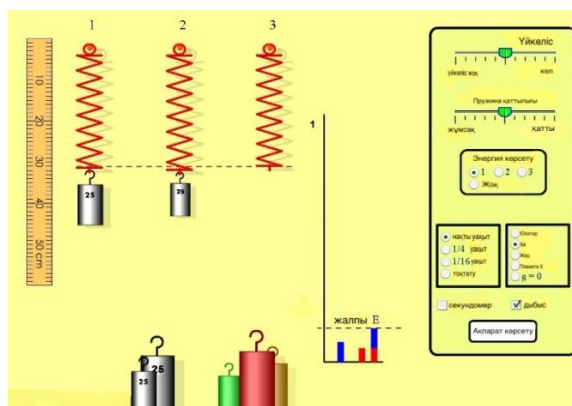
Сурет 7. Электромагниттік толқынның таралу көрінісі

Кадрларды F6 командасы арқылы көшіріп, қозғалыстарды көрсетуге болады. Бағдарламада процесстер автоматты түрде сақтап отыру үшін Auto-Save командасы, ал Auto-Recovery функциясы автоматты түрде проблемалы жағдайда сіздің файлдың көшірмесін жасайды. Автоматты сақтау функциясын қолдану үшін Properties > Edit > Document Settings > Auto Save қажетті уақытты белгілеп Ok командасын басамыз.

Сурет-8,9 - де толқындық процесстердің таралу моделі көрсетілген.



Сурет 8. Толқындық процесстердің таралу көрінісі



Сурет 9. Пружинаға салмақ түсірген кезде пайда болатын толқынның көрінісі

Толқындық процесстерді компьютерлік бағдарламада модельдеу арқылы оқытудың жаңа технологияларын, әдістері мен формаларын, құралдарын пайдалану арқылы кәсіби оқытудың әдістемесін жетілдіру мен жүзеге асыру бағыттары қарастырылған [4,5].

Студенттерді физикалық толқындық процесстерді компьютерлік технологиялар көмегімен модельдеу негізінде оқыту жүйесі ғылыми-әдістемелік тұрғыда толықтырып, кеңінен талдау жасауға, ізденіс жұмыстарының бағыттарын анықтауға мүмкіндік береді.

Терберлістер мен толқындық процесстерді Macromedia flash ортасында модельдеу бойынша ұсынылған әдістеме арқылы болашақ мамандардың яғни информатика, физика және кәсіптік білім мамандығы бойынша студенттерге үлкен көлемде ақпарат ұсынады. Macromedia flash бұл- векторлық, растрлық және шектелген үш өлшемді графикамен жұмыс істеуге мүмкіндік беретін, веб қосымшалар немесе мультимедиялық презентациялар құруға арналған, әлемге танымал бағдарлама. Ол кеңінен жарнама баннерлерін, анимациялар, ойындарын жасау, веб беттерінде бейне және аудио жазбалар ойнауға пайдаланылады [4,5,6].

Мультимедиа объектілерінің күштілігі – білім алушыға ақпаратты дыбыс және көру бейнелерінің келісілген ағыны ретінде бере отырып эмоциялық әсер арқылы қызықтырып, үйрету оңай.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Касенова Л.Г. Компьютерное моделирование физических процессов как метод научного познания и исследования / Л.Г. Касенова, Г. Мусайф // Вестник КазНПУ, серия «Физ.-мат. науки». – 2017. - №3 (59). - С.224-229
- 2 Курмашев В.И. Моделирование физических явлений с применением flash-технологий / В.И. Курмашев, Т.И. Кажуро // Инновационные образовательные технологии. – 2014. – №2(38). – С. 25-32.
- 3 Сивухин Д.В. Общий курс физики: Учебное пособие для вузов: В 5 т. Т.1: Механика / Д.В. Сивухин. - 4-е изд., стер. - М.: Физматлит: МФТИ, 2002. – 560 с.
- 4 Альберт Д., Альберт Е. Самоучитель Macromedia Flash Professional 8 / Д. Альберт, Е. Альберт. - БХВ-Петербург, 2006. - 727 с.
- 5 Никифорова Н.Г., Федоровская Р.А., Никифоров А.В. Работа в среде Macromedia Flash 5 / Н.Г. Никифорова, Р.А. Федоровская, А.В. Никифоров. - ИВЭСЭП - Москва, 2008. - 899 с.
- 6 Yeung, A. Mobile Macromedia Flash MX with Flash Remoting & Flash Communication Server / A.Yeung, N.Pang. - BCB - СФИНКС - Москва, 2012. - 522 с.

МРНТИ 29.17.41

УДК 536.96

Т.К. Касенова<sup>1</sup>, П.Ю. Цыба<sup>1</sup>, О.В. Разина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский Национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Нур - Султан, Казахстан

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВЯЗИ ДЕСЯТИВЕРШИННОЙ МОДЕЛИ С ХХЗ - МОДЕЛЮ ГЕЙЗЕНБЕРГА

### Аннотация

В данной статье рассмотрена теория интегрируемости квантовой системы в трехмерном пространственном измерении. Построена и классифицирована  $R$  - матрица этой модели. Из  $R$ -матриц выводятся общие интегрируемые граничные слагаемые для  $xxz$  - цепочки Гейзенберга с полуцелым спином. В качестве частного случая воспроизводится гамильтониан, полученный с использованием диагональной  $R$  – матрицы. Найдена связь между уравнениями Янга - Бакстера и  $xxz$  - цепочкой Гейзенберга для трехмерного пространства. С помощью  $RLL$  - соотношения Янга - Бакстера и квантовой матрицы монодромии получены уравнения, из которых следует коммутация операторов между собой. Методом параметризации построена трансфер - матрица больцмановских весов десятивершинной модели, используя операторы квантовой матрицы монодромии, вычислены собственное состояние и собственное значение трансфер - матрицы.

**Ключевые слова:** узлы, уравнение Янга - Бакстера,  $xxz$  - модель Гейзенберга, больцмановские веса.

### Аңдатпа

Т.К. Касенова<sup>1</sup>, П.Ю. Цыба<sup>1</sup>, О.В. Разина<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр - Султан, Қазақстан

## ГЕЙЗЕНБЕРГТІҢ ХХЗ – МОДЕЛІ МЕН ОН ШЫНДЫ МОДЕЛЬДІҢ БАЙЛАНЫСЫН ЗЕРТТЕУ

Бұл мақалада үшөлшемді кеңістіктік өлшеміндегі кванттық жүйенің интегралданған теориясы қарастырылады. Модельдің  $R$  – матрицасы құрылған және классификацияланған. Гейзенбергтің жарты санды спиніне айналдырылған  $xxz$  - тізбегі үшін жалпы интегралданған шекті қосындылар  $R$  - матрицадан алынған. Дербес жағдайында диагональды  $R$  – матрицасын қолданылады және одан алынған гамильтониан қарастырылады. Үшөлшемді кеңістігі үшін Янг – Бакстер тендеуі мен Гейзенбергтің  $xxz$  - тізбегінің арасындағы байланысы табылды. Янг - Бакстердің  $RLL$  - қатынасы мен кванттық монодромия матрицасынан шығатын, операторлардың коммутациясына сәйкес келетін тендеулері алынды. Он шынды модельдің параметрлеу әдісімен Больцман салмағының трансфер – матрицасы құрылды; кванттық монодромия матрицасын пайдаланып, трансфер – матрицаның меншікті күйі және меншікті мәндері есептелді.

**Түйін сөздер:** түйіндер, Янг-Бакстер тендеуі, Гейзенберг моделі, Больцман салмағы.

### Abstract

## RESEARCH OF CONNECTION BETWEEN THE TEN – VERTEX MODEL AND $XXZ$ – HEISENBERG’S MODEL

T.K. Kassenova<sup>1</sup>, P.YU. Tsyba<sup>1</sup>, O.V. Razina<sup>1</sup>

<sup>1</sup> L.N Gumilyov Eurasian national university, Nur - Sultan, Kazakhstan

In this article the theory of integrability of quantum system in three-dimensional spatial dimension is considered. The  $R$  - matrix of this model is constructed and classified. General integrable boundary terms for the Heisenberg-chain with

half - integer spin are derived from  $R$ -matrices. As a special case, the Hamiltonian obtained using a diagonal  $R$ -matrix is reproduced. The relation between the Yang - Baxter equations and the Heisenberg chain for three - dimensional space is found. With the help of the Yang - Baxter relation and the quantum monodromy matrix, equations are obtained, from which the switching of operators between themselves follows. The method of parameterization built transfer - matrix Boltzmann scales of ten vertex models using operators of the quantum matrix calculated its eigenstate and its eigenvalue transfer - matrix.

**Keywords:** knots, Yang - Baxter equation,  $XXZ$  - Heisenberg's model, Boltzmann scales.

### Введение

Спиновые модели являются простейшим представлением для описания магнитных материалов и долгое время играли центральную роль в изучении статистических и термодинамических свойств этого важного класса систем. Цепочки спинов используются для изучения одномерного случая, который относительно прост для классических спинов, но уже показывают богатую алгебраическую структуру, когда вводятся квантовые спины, подчиняющиеся алгебре Гейзенберга [1]. Введение аксиальной анизотропии, нарушающей полную симметрию вращения в спиновом пространстве, приводит к так называемой  $XXZ$  - модели Гейзенберга. В этой статье рассматривается десятивершинная модель, связанная с полужелым спином. Эта модель является простейшим расширением восьмивершинной модели [2]. Это точное решение показало ориентир для понимания разнообразия физических явлений в малых измерениях, таких как поведение жидкости Латтинжера и дробные возбуждения. Кроме того, эта модель также становится типичной моделью при разработке новых теоретических методов для подхода к общим квантовым интегрируемым системам [2,3,4,5]. Дополнительные скалярные члены киральности введены для обеспечения интегрируемости. Позднее Фрам и Роденбек исследовали свойства жидкого состояния кирального спина в системе [6]. Квантово интегрируемые модели особенно очень полезны в наноразмерных системах, где альтернативные подходы включают среднее поле приближения или возмущения [7].

Поскольку говорится о некоторых моделях физической важности, сначала должны быть сформулированы общие физические рамки. Рассматриваем классическую систему взаимодействующих частиц.

Пусть  $E(C)$  - энергия состояния, определяемая обычной гамильтоновой механикой. Предполагается, что система слабо взаимодействует с термостатом с температурой  $T$ . Наиболее фундаментальный постулат статистической механики, закон Гиббса, говорит, что вероятность состояния  $C$  определяется как

$$E = \sum_{j=1}^{10} N_j \varepsilon_j, \quad (1)$$

где  $N_j$  - число узлов с комбинацией стрелок типа  $j$  в данной конфигурации

$$Z = \sum_{j=1}^N e^{-\frac{E}{T}} = \sum \prod_j \omega_j N_j, \quad (2)$$

$$\omega_j = e^{-\beta \varepsilon_j}, \text{ где } \beta = \frac{1}{k_B T}, \quad (3)$$

$\varepsilon_j$  - энергия узла,  $T$  - температура.

$$Z = \sum_{j=1}^{N=10} \exp \left[ \frac{-(n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + n_3 \varepsilon_3 + \dots + n_{10} \varepsilon_{10})}{k_B T} \right]. \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) являются функцией десяти больцмановских весов.

$$\omega_j = \exp \left( -\frac{\varepsilon_j}{k_B T} \right), \quad j=1 \dots 10. \quad (5)$$

Если на решетку наложены граничные условия, то

$$\begin{aligned} n_9 = n_{10} \quad \varepsilon_9 = \varepsilon_{10}, \quad n_7 = n_8 \quad \varepsilon_7 = \varepsilon_8, \quad n_5 = n_6 \quad \varepsilon_5 = \varepsilon_6, \\ n_3 = n_4 \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_4, \quad n_2 = n_1 \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Исследуется модель без внешнего поля, в которой пара вершин образуют симметрию и равны

$$a = \omega_1 = \omega_2, \quad b = \omega_3 = \omega_4, \quad c = \omega_5 = \omega_6, \quad g = \omega_7 = \omega_8, \quad d = \omega_9 = \omega_{10}. \quad (7)$$

$$Z = e^{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{k_B T}}, \quad (8)$$

$$Z_{12} = e^{\frac{\varepsilon_1 n_1}{k_B T} + \frac{\varepsilon_2 n_2}{k_B T}} = a^{n_1 + n_2}, \quad Z_{34} = e^{\frac{\varepsilon_3 n_3}{k_B T} + \frac{\varepsilon_4 n_4}{k_B T}} = b^{n_3 + n_4}, \quad Z_{56} = e^{\frac{\varepsilon_5 n_5}{k_B T} + \frac{\varepsilon_6 n_6}{k_B T}} = c^{n_5 + n_6},$$

$$Z_{78} = e^{\frac{\varepsilon_7 n_7}{k_B T} + \frac{\varepsilon_8 n_8}{k_B T}} = d^{n_7 + n_8}, \quad Z_{910} = e^{\frac{\varepsilon_9 n_9}{k_B T} + \frac{\varepsilon_{10} n_{10}}{k_B T}} = g^{n_9 + n_{10}}. \quad (9)$$

Статсумма  $Z$  есть функция  $Z(a, d, c, d, g)$  Фан и Ву показали, что функция  $Z(a, d, c, d, g)$  имеет некоторые симметрии, из этого следует больцмановский вес вершины равен  $\omega(\mu, \alpha | \beta, \nu)$

$$\omega_1 = (++ | ++ ) = \omega_2 ( -- | -- ) = a, \quad (10)$$

$$\omega_3 = (+- | -+ ) = \omega_4 (-+ | +- ) = b, \quad (11)$$

$$\omega_5 = (+- | +- ) = \omega_6 (-+ | -+ ) = c, \quad (12)$$

$$\omega_7 = ( ++ | -- ) = \omega_8 ( -- | ++ ) = d, \quad (13)$$

$$\omega_9 = (-+ | ++ ) = \omega_{10} (+- | -- ) = g \quad (14)$$

Введем величину  $T_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_M}^{\alpha'_1 \alpha'_2 \dots \alpha'_M}$  полезно рассматривать как матричный элемент оператора, действующего в пространстве  $H = C^2 \otimes C^2 \otimes \dots \otimes C^2 = (C^2)^{\otimes N}$  взятого в базисе  $|\alpha_1\rangle \otimes |\alpha_2\rangle \otimes \dots \otimes |\alpha_N\rangle$

$$T = |\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 \alpha_7 \alpha_8 \alpha_9 \alpha_{10}\rangle = T_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_M}^{\alpha'_1 \alpha'_2 \dots \alpha'_N} |\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3, \dots, \alpha'_N\rangle$$

$$T_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N}^{\alpha'_1 \alpha'_2 \dots \alpha'_N} = \sum_{\beta_1 \dots \beta_N} R_{\alpha_1}^{\alpha'_1}(\beta_1, \beta_2) R_{\alpha_2}^{\alpha'_2}(\beta_2, \beta_2) \dots R_{\alpha_N}^{\alpha'_N}(\beta_N, \beta_N),$$

$$T_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N}^{\alpha'_1 \alpha'_2 \dots \alpha'_N} = R_{\alpha_1 \beta_1}^{\alpha'_1 \beta'_1} + R_{\alpha_2 \beta_2}^{\alpha'_2 \beta'_2} + R_{\alpha_3 \beta_3}^{\alpha'_3 \beta'_3} + R_{\alpha_4 \beta_4}^{\alpha'_4 \beta'_4} + R_{\alpha_5 \beta_5}^{\alpha'_5 \beta'_5} + R_{\alpha_6 \beta_6}^{\alpha'_6 \beta'_6} + R_{\alpha_7 \beta_7}^{\alpha'_7 \beta'_7}$$

$$+ R_{\alpha_8 \beta_8}^{\alpha'_8 \beta'_8} + R_{\alpha_9 \beta_9}^{\alpha'_9 \beta'_9} + R_{\alpha_{10} \beta_{10}}^{\alpha'_{10} \beta'_{10}}, \quad (15)$$

Статсумма определяется выражением

$$Z = \text{tr}_H T^M, \quad (16)$$

где след берется в пространстве  $H$ . Таким образом, для нахождения статсуммы достаточно найти собственные значения матрицы  $T$ . Трансфер матрица -  $T^M$  описывает переход от одного горизонтального ряда вертикальных ребер к следующему.

Диагонализация трансфер - матрицы - первая основная задача в теории вершинных моделей

$$\left( R_{\alpha}^{\alpha'} \right) (\beta, \beta') = R_{\alpha}^{\alpha'} (\beta, \beta'), \quad (17)$$

$$T_{\alpha}^{\alpha'} = \text{tr} C^2 \left( R_{\alpha_1}^{\alpha'_1}, R_{\alpha_2}^{\alpha'_2}, \dots, R_{\alpha_N}^{\alpha'_N} \right). \quad (18)$$

Набор больцмановских весов  $R_{\alpha}^{\alpha'}(\beta, \beta') = R_{\alpha \beta}^{\alpha' \beta'}$  можно объединить в матрицу  $5 \times 5$  и понимать ее как матрицу линейного оператора в тензорном произведении двух двумерных пространств. Совокупность больцмановских весов задает линейный оператор

$$R: C^2 \otimes C^2 \Rightarrow C^2 \otimes C^2 \otimes C^{N+1}. \quad (19)$$

В базисе  $|\alpha_n\rangle \otimes |\beta\rangle$  он действует так:  $R: |\alpha_n\rangle \otimes |\beta_n\rangle \rightarrow R_{\alpha_n \beta_n}^{\alpha'_n \beta'_n}$ ,

$$\begin{aligned}
 R : |\alpha_1\rangle \otimes |\beta_1\rangle &\rightarrow R_{\alpha_1\beta_1}^{\alpha'_1\beta'_1} |\alpha'_1\rangle \otimes |\beta'_1\rangle + |\alpha_2\rangle \otimes |\beta_2\rangle \rightarrow R_{\alpha_2\beta_2}^{\alpha'_2\beta'_2} |\alpha'_2\rangle \otimes |\beta'_2\rangle + |\alpha_3\rangle \otimes |\beta_3\rangle \rightarrow R_{\alpha_3\beta_3}^{\alpha'_3\beta'_3} \\
 |\alpha'_3\rangle \otimes |\beta'_3\rangle + |\alpha_4\rangle \otimes |\beta_4\rangle &\rightarrow R_{\alpha_4\beta_4}^{\alpha'_4\beta'_4} |\alpha'_4\rangle \otimes |\beta'_4\rangle + |\alpha_5\rangle \otimes |\beta_5\rangle \rightarrow R_{\alpha_5\beta_5}^{\alpha'_5\beta'_5} |\alpha'_5\rangle \otimes |\beta'_5\rangle + |\alpha_6\rangle \otimes |\beta_6\rangle \\
 \rightarrow R_{\alpha_6\beta_6}^{\alpha'_6\beta'_6} |\alpha'_6\rangle \otimes |\beta'_6\rangle + |\alpha_7\rangle \otimes |\beta_7\rangle &\rightarrow R_{\alpha_7\beta_7}^{\alpha'_7\beta'_7} |\alpha'_7\rangle \otimes |\beta'_7\rangle + |\alpha_8\rangle \otimes |\beta_8\rangle \rightarrow R_{\alpha_8\beta_8}^{\alpha'_8\beta'_8} |\alpha'_8\rangle \otimes |\beta'_8\rangle \\
 + |\alpha_9\rangle \otimes |\beta_9\rangle &\rightarrow R_{\alpha_9\beta_9}^{\alpha'_9\beta'_9} |\alpha'_9\rangle \otimes |\beta'_9\rangle + |\alpha_{10}\rangle \otimes |\beta_{10}\rangle \rightarrow R_{\alpha_{10}\beta_{10}}^{\alpha'_{10}\beta'_{10}} |\alpha'_{10}\rangle \otimes |\beta'_{10}\rangle.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Матрица  $R$  в базисе  $|+\rangle \otimes |+\rangle, |-\rangle \otimes |+\rangle, |+\rangle \otimes |-\rangle, |-\rangle \otimes |-\rangle$

$$T = Tr_{V_0}(R_{10}R_{20}\dots R_{N_0}), \tag{21}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, T = A + D, \Delta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}. \tag{23}$$

Возникает вопрос, когда трансфер - матрица  $T = tr_{V_0} \tau = tr_{V_0}(R_{10}R_{20}\dots R_{N_0})$  будет коммутировать. Здесь  $R'$  -  $R$  - матрица с параметрами  $(a', b', c')$ . Произведение  $T$  и  $T'$  можно записать в виде

$$TT' = tr_{V_0 \otimes V_0}(\tau \otimes \tau'), \quad T'T = tr_{V_0 \otimes V_0}(\tau' \otimes \tau), \tag{24}$$

$$\tau \otimes \tau = M(\tau \otimes \tau')M^{-1} \text{ или } M(\tau' \otimes \tau) = (\tau' \otimes \tau)M. \tag{25}$$

Матрица их тензорного произведения запишется в базисе, образованном тензорным произведением базисов в виде блочной матрицы

$$\tau' \otimes \tau = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AA' & AB' & BA' & BB' \\ AC' & AD' & BC' & BD' \\ CA' & CB' & DA' & DB' \\ CC' & CD' & DC' & DD' \end{pmatrix}. \tag{26}$$

Соответствующая операция над матрицами называется кронекеровским произведением, по имени Леопольда Кронекера. Наша главная задача - найти собственное состояние и собственное значение трансфер - матрицы, подставив параметризацию в уравнение Янга – Бакстера, где

$$a = \rho \sinh(u - \eta), \tag{27a}$$

$$b = \rho \sinh u, \tag{27б}$$

$$c = \rho \sinh \eta, \tag{27в}$$

$$d = \rho \sinh u \sinh(u - \eta), \tag{27г}$$

$$g = \rho \sinh 2\eta \sinh u. \tag{27д}$$

Тогда  $\Delta = \cos \eta$ , и трансфер - матрица коммутирует при различных значениях  $u, \rho$  (и одинаковым  $\eta$ ) коммутативность при различных  $\rho$  тривиальна, поскольку общий множитель просто выносится и ни на что не влияет. Удобно положить  $\rho = 1$ , тогда

$$R_{12}R_{13}R_{23} = R_{23}R_{13}R_{12}. \tag{28}$$

Параметр  $u$  называется спектральным параметром и  $R$  - матрица, а также все остальные введенные объекты обычно рассматриваются как функции параметра  $u$ :  $R = R(u), T = T(u)$ . При этом означает, что  $u$  может меняться, а  $\eta$  фиксировано, тогда  $[T(u), T'(u)] = 0$ .

$$R_{12}(u_1 - u_2)R_{13}(u_1 - u_3)R_{23}(u_2 - u_3) = R_{23}(u_2 - u_3)R_{13}(u_1 - u_3)R_{12}(u_1 - u_2). \tag{29}$$

"Сплетающее соотношение"  $PR''(\tau \otimes \tau') = (\tau' \otimes \tau)PR''$  в теории интегрируемых моделей статистической физики на двумерной решетке, а также интегрируемых моделей физики твердого тела и теории поля. С алгебраической точки зрения оно задает коммутационные соотношения между генераторами бесконечномерной алгебры (квантовой аффинной алгебры), порождаемой коэффициентами разложения матричных элементов матрицы  $\tau(u)$  по  $u$ . Уравнение Янга - Бакстера эквивалентно ассоциативности этой алгебры, а реализация сплетающего соотношения для

десятивершинной модели матрицами больцмановских весов означает выбор ее специального конечномерного представления [1].

Связь с  $XXZ$  - моделью основана на том факте, что гамильтониан последней содержится в семействе трансфер – матриц десятивершинной модели  $T(u)$

$$H^{XXZ} = -\sinh \eta \frac{d}{du} \log T(u) |_{u=0} + N \sinh \eta. \quad (30)$$

Гамильтониан цепи полуцелого спина  $XXZ$  - цепочки получен из матрицы переноса модели из десяти вершин. Эта вершинная модель определяется в терминах весов Больцмана, заданных  $R$ -матрицей представления полуцелого спина. Это тригонометрическое решение уравнение Янга-Бакстера

$$\check{R}(u-u')(\tau(u) \otimes \tau'(u')) = (\tau(u') \otimes \tau(u))\check{R}(u-u'), \quad (31)$$

где  $\check{R}(u) = PR(u)$ , а  $P$  - матрица - перестановки:  $Pv_1 \otimes v_2 = v_2 \otimes v_1$ .  $R(u)$  матрица 5 x 5 десяти вершин с ненулевыми значениями

$$\check{R}(u) = PR(u) = \begin{pmatrix} a(u) & g(u) & & & d(u) \\ & c(u) & b(u) & b(u) & \\ & b(u) & c(u) & c(u) & \\ & b(u) & c(u) & c(u) & \\ d(u) & & & g(u) & a(u) \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Итак, выяснено важность соотношения, что если существует  $T'T = TT'$ . Ранее написано уравнение Янга - Бакстера и надо найти его решение. Приводится основное свойство решения этого уравнения. Таким образом, пусть имеется параметр  $u_i$ , тогда обозначим  $R$

$$R = R(u_1 - u_2), \quad R' = R(u_1 - u_3), \quad R'' = R(u_2 - u_3). \quad (33)$$

Для удобства решения укажем явный вид  $R$  - матрицы [8]

$$R(u) = \begin{pmatrix} a(u) & g(u) & & & d(u) \\ & c(u) & b(u) & b(u) & \\ & b(u) & c(u) & c(u) & \\ & b(u) & c(u) & c(u) & \\ d(u) & & & g(u) & a(u) \end{pmatrix}. \quad (34)$$

$R''_2 L'_2 L_1 = L_1 L'_2 R''_2$  -  $RLL$  - соотношение Янга -Бакстера, где  $L$  - матрица монодромии [8].

$$L(u) = \begin{pmatrix} A(u) & B(u) \\ C(u) & D(u) \end{pmatrix}, \quad (35)$$

$$R_{12}(u_1 - u_2)L_2(u_2)L_1(u_1) = L_1(u_1)L_2(u_2)R_{12}(u_1 - u_2). \quad (36)$$

С помощью  $RLL$  - соотношения Янга - Бакстера можно написать уравнения коммутации операторов матрицы - монодромии с  $R$  - матрицей больцмановских весов

$$\begin{aligned} a(u_1 - u_2)B(u_1)A(u_2) &= c(u_1 - u_2)B(u_2)A(u_1) + b(u_1 - u_2)A(u_2)B(u_1) + d(u_1 - u_2)B(u_2)A(u_1) + g(u_1 - u_2)A(u_2)B(u_1), \\ a(u_2 - u_1)B(u_1)D(u_2) &= c(u_2 - u_1)B(u_2)D(u_1) + b(u_2 - u_1)D(u_2)B(u_1) + d(u_2 - u_1)B(u_2)D(u_1) + g(u_2 - u_1)D(u_2)B(u_1), \\ a(u_1 - u_2)C(u_1)A(u_2) &= c(u_1 - u_2)C(u_2)A(u_1) + b(u_1 - u_2)A(u_2)C(u_1) + d(u_1 - u_2)C(u_2)A(u_1) + g(u_1 - u_2)A(u_2)C(u_1), \\ a(u_2 - u_1)C(u_1)D(u_2) &= c(u_2 - u_1)D(u_1)D(u_1) + b(u_2 - u_1)D(u_2)C(u_1) + d(u_2 - u_1)C(u_2)D(u_1) + g(u_2 - u_1)D(u_2)C(u_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d(u_1 - u_2)A(u_1)B(u_2) &= a(u_1 - u_2)A(u_2)B(u_1) + b(u_1 - u_2)B(u_2)A(u_1) + c(u_1 - u_2)A(u_2)B(u_1) + g(u_1 - u_2)B(u_2)A(u_1), \\ d(u_2 - u_1)A(u_1)C(u_2) &= a(u_2 - u_1)A(u_2)C(u_1) + b(u_2 - u_1)C(u_2)A(u_1) + c(u_2 - u_1)A(u_2)C(u_1) + g(u_2 - u_1)C(u_2)A(u_1), \\ d(u_1 - u_2)D(u_1)C(u_2) &= a(u_1 - u_2)D(u_2)C(u_1) + b(u_1 - u_2)C(u_2)D(u_1) + c(u_1 - u_2)D(u_2)C(u_1) + g(u_1 - u_2)C(u_2)D(u_1), \\ d(u_2 - u_1)D(u_1)B(u_2) &= a(u_2 - u_1)D(u_2)B(u_1) + b(u_2 - u_1)B(u_2)D(u_1) + c(u_2 - u_1)D(u_2)B(u_1) + g(u_2 - u_1)B(u_2)D(u_1), \\ d(u_1 - u_2)A(u_1)D(u_2) &= a(u_1 - u_2)A(u_2)D(u_1) + b(u_1 - u_2)D(u_2)A(u_1) + d(u_1 - u_2)A(u_2)D(u_1) + g(u_1 - u_2)D(u_2)A(u_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & , c(u_2 - u_1)D(u_1)A(u_2) = a(u_2 - u_1)D(u_2)A(u_1) + b(u_2 - u_1)A(u_2)D(u_1) + d(u_2 - u_1)D(u_2)A(u_1) + g(u_2 - u_1)A(u_2)D(u_1) \\
 & , c(u_1 - u_2)B(u_1)C(u_2) = a(u_1 - u_2)B(u_2)C(u_1) + b(u_1 - u_2)C(u_2)B(u_1) + d(u_1 - u_2)B(u_2)C(u_1) + g(u_1 - u_2)C(u_2)B(u_1) \\
 & , c(u_2 - u_1)C(u_2)B(u_1) = a(u_2 - u_1)C(u_2)B(u_1) + b(u_2 - u_1)B(u_2)C(u_1) + d(u_2 - u_1)C(u_2)B(u_1) + g(u_2 - u_1)B(u_2)C(u_1)
 \end{aligned}$$

Откуда следует

$$\begin{aligned}
 \check{R}(u) = R(u)P &= \begin{pmatrix} a(u) & g(u) & & & d(u) \\ & c(u) & b(u) & b(u) & \\ & b(u) & c(u) & c(u) & \\ & b(u) & c(u) & c(u) & \\ d(u) & & & g(u) & a(u) \end{pmatrix} = \\
 \sinh \eta + & \begin{pmatrix} \rho \sinh(u - \eta) & \rho \sinh 2\eta \sinh u & & & \rho \sinh u \sinh(u - \eta) \\ & \rho \sinh \eta & \rho \sinh u & \rho \sinh u & \\ & \rho \sinh u & \rho \sinh \eta & \rho \sinh \eta & \\ & \rho \sinh u & \rho \sinh \eta & \rho \sinh \eta & \\ \rho \sinh u \sinh(u - \eta) & & & \rho \sinh 2\eta \sinh u & \rho \sinh(u - \eta) \end{pmatrix} = \quad (37) \\
 & = \begin{pmatrix} \rho \sinh(u - \eta) & \rho \sinh u \sigma_z \\ \rho \sinh u \sigma_z & \rho \sinh(u - \eta) \end{pmatrix} = \sinh \eta - (h + \text{const})\eta + Q(1).
 \end{aligned}$$

где

$$h = -\frac{1}{2}(\sigma^x \otimes \sigma^x + \sigma^y \otimes \sigma^y - \sinh \eta \sigma^z \otimes \sigma^z). \quad (38)$$

Утверждение состоит в том, что в квантовом пространстве  $H_1$  (30) равна гамильтониану  $XXZ$  - модели Гейзенберга

$$T^{-1}(0)T(u) = 1 - H_1 u - \frac{H_2 u^2}{2} - \frac{H_3 u^3}{3} - \dots \Rightarrow H_1 = H_{XXZ} \quad (39)$$

так, из того что трансфер - матрица образует семейство учитывают, что  $T(u_1)T'(u_2) = T(u_2)T'(u_1)$  - все они коммутируют.

Имеется бесконечное число интегралов движений коммутирующих с трансфер - матрицей  $H_1 = H_{XXZ}$  - эта модель имеет коммутирующие интегралы движения

$$H_0 = T(0). \quad (40)$$

Можно найти решение этого уравнения другим способом, для этого достаточно ввести вакуум равный псевдовакууму, которое есть состояние всех  $N$  спинов вверх  $|\Omega_+\rangle = |\uparrow\uparrow\uparrow \dots \uparrow\rangle$  -

собственное состояние трансфер - матрицы. Построив состояние  $|\Omega_+\rangle$  трансфер матрицы, находят собственное состояние оператора квантовой матрицы монодромии, причем оно удовлетворяет следующим решениям:

$$A(u)|\Omega_+\rangle = a(u)|\Omega_+\rangle, \quad (41)$$

и каждого элемента данной матрицы в пространстве  $H$

$$D(u)|\Omega_+\rangle = b^N|\Omega_+\rangle \quad (42)$$

$$C(u)|\Omega_+\rangle = \sum_{n=1}^N a(u)^{N-n} c(u)b(u)d(u)^{n-1}|\Omega_+\rangle, \quad (43)$$

где  $C(u)$  и  $D(u)$  - элементы квантовой матрицы монодромии.

Используя параметризацию (27) можно найти собственное значение трансфер матрицы  $T(u)|\Omega_+\rangle$



$$T(u)|\Omega_+\rangle = A(u) + D(u) = a^N(u) + b^N(u)|\Omega_+\rangle, \quad (44)$$

$$B(u)|\Omega_+\rangle = \sum_{n=1}^N g(u)^{N-n} b(u) c(u)^{n-1} |\Omega_+\rangle = \frac{g(u)^{N-n} b(u)}{c(u)^{n-1}} \left( \frac{c(u)}{g(u)} \right)^n \sigma_n^- |\Omega_+\rangle, \quad (45)$$

$$\frac{b(u)}{a(u)} = e^{ip}, \quad \sum_{n=1}^N e^{ipn} \sigma_n^- |\Omega_+\rangle, \quad \sum_{m < n} a_{m+n} \sigma_m^- \sigma_n^- |\Omega_+\rangle, \quad (46)$$

где  $a_{m,n}$  - плоские волны по индексам  $m$  и  $n$ , эта функция устроена также, как функция Бете для двух частиц.

### Заключение

В этой статье представлена новая интегрируемая анизотропная модель спиновой цепочки  $J_x = J_y \neq J_z$  с дополнительными скалярными членами киральности. Получено точное решение десятивершинной модели, основное состояние и новая структура элементарного спектра возбуждения. По сравнению с состояниями матричного произведения той же цепочки Гейзенберга, но с периодическими граничными условиями, размерность точных вспомогательных матриц увеличивается, как если бы рассматриваемое консервативное число переворотов спина было бы удвоено.

В результате изучена десятивершинная модель с наиболее общим интегрируемым граничным условием, которое описывается гамильтонианом, и соответствующие интегрируемые граничные члены связаны с наиболее типичным диагональным  $R$ -матрицей, заданный спектральными параметрами, которые являются функцией бальцмановских весов  $a, b, c, d, g$ .

*Работа выполнена в рамках финансовой поддержки научно - технической программы (Ф.0811, № 0118РК00935) МОН РК.*

#### Список использованной литературы:

- 1 Zhongtao Mei and C. J. Bolech. Derivation of matrix product states for the Heisenberg spin chain with open boundary conditions.// Physical review E 95, 032127 covering statistical, nonlinear, biological, and soft matter physics. Сер.Физ - 2017.-Т.95.3.-С.1-2.
- 2 I.Takeo, O.Satoru and Z.Yao-Zhong. Reflection K-Matrices of the 19-Vertex Model and XXZ Spin-1 Chain with General Boundary Terms.//Nuclear Physics B. Сер.Ядер.физ - 1996.-Т.470.3.- 419-432.
- 3 V. E. Korepin, N. M. Bogoliubov and A. G. Izergin. Quantum inverse scattering method and correlation functions: учебник для вузов.-Е.:Cambridge university press, 1993.-520-553 с.
- 4 M. Takahashi. Thermodynamics of one-dimensional solvable models: учеб.для вузов.-Е.:Cambridge university press, 1999.
- 5 Y. Wang, W.L. Yang, J. Cao and K. Shi. Off-diagonal Bethe ansatz for exactly solvable models.Springer, 2015.-68-73.
- 6 H. Frahm and C. Rodenbeck. Quantum spin ladder systems associated with SU(2/2).//Jour. Phys.Сер.теоретической и математической физики - 1997.-Т.А30, 4467.
- 7 Sklyanin E.K., Takhtadzhyan L.A. and Faddeev L.D. Квантовый метод обратной задачи I. //Jour Theoret. and Math. Phys. Сер.теоретической и математической физики -1979.-Т. 40.2.- 688.
- 8 Забродин А.В. "Анзац Бете в квантовых интегрируемых системах [Курс лекций].- 2013.- URL: <https://math.hse.ru/spec-13-BA>.

МРНТИ 11.25.41  
УДК 323.28

Д.А. Кинжебаева<sup>1</sup>, Е. К. Жаменкеев<sup>1</sup>, А.С. Сарсекеева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Казахстан, г. Алматы,

<sup>2</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы

## РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА СИСТЕМЫ РУЧНОГО ОБУЧЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

### Аннотация

В настоящей работе проведена разработка алгоритма системы ручного управления. В качестве таких систем используются системы с координатно-параметрическим управлением. Получены алгоритмы координатно-параметрического управления (КПУ) манипуляционными роботами, которые основываются на использовании понятия мнемоничности управления. Построены графики времени перемещения рабочей точки на цель в зависимости от угла поворота по трем различным уровням точности. Выявлено, что при обучении промышленного робота с использованием системы КПУ сокращает время в среднем в 2,5 раза по сравнению с командной системой управления при заданном уровне точности. Результаты, полученные в ходе лабораторных исследований, могут быть использованы для проектирования систем ручного обучения промышленного робота.

**Ключевые слова:** системы ручного обучения промышленного робота, координатно-параметрическое управление.

### Аңдатпа

Д.А. Кинжебаева<sup>1</sup>, Е. К. Жаменкеев<sup>1</sup>, А.С. Сарсекеева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан,

<sup>2</sup>ал-Фараби Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ҚОЛМЕН ОҚЫТУ ЖҮЙЕСІНІҢ АЛГОРИТМІН ӘЗІРЛЕУ ӨНЕРКӘСІПТІК РОБОТ

Осы жұмыста қолмен басқару жүйесінің алгоритмі жасалды. Мұндай жүйелер ретінде координаттық-параметрлік басқарылатын жүйелер қолданылады. Басқару мнемониялығы ұғымын пайдалануға негізделген манипуляциялық роботтарды координаттық-параметрлік басқару алгоритмдері алынды. Жұмыс нүктесінің үш түрлі дәлдік деңгейі бойынша бұрылу бұрышына байланысты мақсатқа жылжу уақытының графиктері салынды. Өнеркәсіптік роботты координаттық-параметрлік басқару жүйесін пайдалана отырып оқыту кезінде дәлдіктің берілген деңгейінде басқарудың командалық жүйесімен салыстырғанда уақытты орташа 2,5 есе қысқартатыны анықталды. Зертханалық зерттеулер барысында алынған нәтижелер өнеркәсіптік роботты қолмен оқыту жүйелерін жобалау үшін пайдаланылуы мүмкін.

**Түйін сөздер:** Өнеркәсіптік роботты қолмен оқыту жүйесі, координаттық-параметрлік басқар.

### Abstract

## DEVELOPMENT OF ALGORITHMS OF INDUSTRIAL ROBOT TRAINING SYSTEMS

Kinzhebayeva D. <sup>1</sup>, Zhamenkeyev YE. <sup>1</sup>, Sarsekeyeva A. <sup>2</sup>

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

In this paper, the development of the algorithm of the manual control system. Systems with coordinate-parametric control are used as such systems. The algorithms of coordinate-parametric control (CCP) of manipulation robots, which are based on the use of the concept of mnemonic control, are obtained. Graphs of the time of movement of the working point on the target, depending on the angle of rotation for three different levels of accuracy. It is revealed that when training an industrial robot with the use of coordinate-parametric control system, reduces the time by an average of 2.5 times, compared with the command control system at a given level of accuracy. The results obtained in the course of laboratory studies can be used to design systems for manual training of industrial robots.

**Keywords:** systems of manual training of industrial robot, coordinate-parametric control.

### 1. Введение

Робототехнические системы создают принципиально новые возможности по освобождению людей от тяжелого, однообразного труда, в том числе во вредных для здоровья опасных участках. При разработке и внедрении на производстве робототехнических систем актуальным становится вопрос программирования промышленного робота (ПР) методом обучения, а также их быстрого переобучения, например, в условиях работы в гибкой производственной системе. Это является одной из важных предпосылок успешного внедрения роботов и достижения высокой производительности труда.

Эффективность работы системы человек-робот зависит не только от скоростных и точностных характеристик исполнительного органа ПР, но также от характеристик его управляющего устройства [1, 2].

В командном режиме – человек-оператор производит обучение промышленного робота с пульта управления, включая или выключая по отдельности приводы каждого звена исполнительного органа робота путем нажатия на соответствующие кнопки или тумблеры [2, 3]. При этом способе точность позиционирования исполнительного органа может быть достаточно высока, но скорость его перемещения, остается низкой на всем протяжении обучения [4].

В копирующих системах задающее устройство выполняется геометрически подобным исполнительному органу [5, 6]. При этом каждое звено исполнительного органа копирует движения соответствующего звена задающего органа. Такие системы просты в управлении, однако имеют ряд недостатков: во-первых, сложна конструкция самого задающего устройства (ЗУ), во-вторых, практически невозможно управление манипулятором, отличным по кинематике от ЗУ, в-третьих, оператор должен совершать такие движения, которые копирует исполнительный орган при выполнении той или иной операции. Это приводит к утомлению оператора.

Кроме того, коэффициент передачи системы постоянен и довольно высок, что не обеспечивает высокую точность позиционирования. В работе [7] разработаны более простые по конструкции задающие устройства копирующих манипуляторов, в которых звенья исполнительного органа заменены одним упругим элементом. На нем размещаются датчики положения. В таких системах выходная точка исполнительного органа практически копирует движение выходной точки задающего органа. Они устраняют многие недостатки ЗУ копирующих манипуляторов. Однако точность управления все же остается невысокой.

В полуавтоматических системах обучения в качестве ЗУ используются многостепенные рукоятки управления (РУ) [1, 2]. Кинематика РУ может быть произвольной, не подобной кинематике исполнительного органа. В каждой степени подвижности задающего органа размещаются датчики положения, сигналы с которых подаются в вычислительное устройство, формирующее управляющие сигналы. Здесь возможны различные алгоритмы управления. РУ имеют сравнительно малые размеры и рассчитаны для малых движений руки человека, но требуют от оператора определенных навыков при работе. Кроме того, оператор вынужден и транспортные, и требующие точность операции выполнять при одних и тех же значениях параметров системы.

В то же время требования к этим операциям диаметрально противоположны, что приводит к положению, когда рассмотренные типы систем не обеспечивают оптимального качества выполнения первого и второго вида операций манипулирования.

В монографии [8] изложены методы исследования динамики манипуляторов на базе замкнутых кинематических цепей и систем управления следящих приводов с координатно-параметрическим регулированием. Проведено имитационное моделирование на MATLAB (Simulink) для различных входных воздействий динамики системы управления следящих приводов манипулятора с координатно-параметрическим регулированием.

Наиболее известным выходом из создавшегося положения в полуавтоматических системах является применение комбинированных, в частности, позиционно-скоростных систем управления [1], однако они имеют и свои недостатки. Во-первых, ряд подобных систем при последовательном переключении из позиционного в скоростной режим, а затем опять в позиционный, не сохраняют определенного значения коэффициента передачи системы. В этом случае в каждом новом режиме работы оператору приходится в течение некоторого времени адаптироваться к новому состоянию системы, что приводит к ухудшению работы системы полуавтоматического обучения. Во-вторых, особо нужно отметить сложность этих систем, поскольку они относятся к классу многокоординатных систем с переменной структурой.

## **2. Разработка алгоритмов координатно-параметрического управления (КПУ)**

Получение алгоритмов координатно-параметрического управления обучения (КПУ) манипуляционными роботами основывается на использовании понятия мнемоничности управления [1]. Это понятие применительно к устройствам робототехники должно характеризовать те качества ручного управления, которые обеспечивают согласование в процессе управления геометрических свойств двух рабочих пространств – руки оператора и захвата манипулятора. Чем лучше согласуются эти пространства, тем удобнее работать оператору, вследствие чего повышается качество работы системы оператор-манипулятор.

При обучении робота с помощью традиционного метода координатного управления перемещение задающей рукоятки и перемещение исполнительской руки манипуляторного робота связаны по закону [2]

$$\bar{y} = k\bar{x}, \quad (1)$$

где  $\bar{x}$  –  $n$ -мерный вектор,  $\bar{y}$  –  $n$ -мерный вектор,  $k$  –  $n \times n$ -диагональная матрица,  $n$ -размерность рабочего пространства исполнительного механизма робота. В этом случае параметры матрицы постоянные, не меняются в процессе управления. Для системы с непрерывными изменениями параметра рассмотрим случай КПУ [2]. Тогда формула (1) будет иметь вид

$$\bar{y} = k(t)\bar{x}, \quad (2)$$

где  $k(t)$  –  $n \times n$ -диагональная матрица переменных параметров. Из выражения скорости

$$\frac{d\bar{y}}{dt} = k \frac{d\bar{x}}{dt} + \bar{x} \frac{dk}{dt}$$

для обеспечения мнемонического управления [1] необходимо исключить слагаемое  $\bar{x} \frac{dk}{dt}$ . Интегрируя полученное выражение, находим алгоритм управления

$$\bar{y} = \int_0^t k(\tau) \dot{\bar{x}}(\tau) d\tau + y_0. \quad (3)$$

Данный алгоритм практически реализован в устройстве КПУ, на которое получено авторское свидетельство [4]. Формальным условием мнемоничности КПУ будет условие коллинеарности векторов  $\bar{y}$  и  $\bar{x}$  [1], т.е. условие

$$d\bar{y} = \alpha d\bar{x}, \quad (4)$$

где  $\alpha$  – диагональная матрица с постоянными равными коэффициентами. Рассмотрим дифференциальную форму уравнения (2) совместно с формулой (4) для скалярного случая

$$\begin{cases} dy = kdx + xdk, \\ dy = \alpha dx. \end{cases} \quad (5)$$

Решая совместно систему (5), найдем

$$dy = \frac{\alpha}{\alpha - k} xdk.$$

Интегрируя обе части этого равенства, получим

$$y = \int_0^t \frac{\alpha}{\alpha - k} kx dt \quad (6)$$

Условием инвариантности выходного сигнала относительно времени будет равенство нулю производной

$$\frac{dy}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \int_0^t \frac{\alpha}{\alpha - k} xk dt$$

Обозначим

$$\begin{aligned} f(\alpha, t) &= \frac{\alpha}{\alpha - k} xk, \\ \frac{\partial f(\alpha, t)}{\partial \alpha} &= -\frac{x \cdot k\dot{k}}{(\alpha - k)^2}. \end{aligned}$$

Если  $f(\alpha, t)$ ,  $\frac{\partial f(\alpha, t)}{\partial \alpha}$  непрерывны на множестве  $0 \leq t \leq 1$ ,  $0 \leq \alpha \leq k_{\max}$ , то имеем

$$\frac{d}{d\alpha} \int_0^t f(\alpha, t) dt = \int_0^t \frac{\partial f(\alpha, t)}{\partial \alpha} dt.$$

Функции  $f(\alpha, t)$ ,  $\frac{\partial f(\alpha, t)}{\partial \alpha}$  терпят разрыв в точке  $\alpha = k$ .

Следовательно, при  $\alpha \neq k$  имеем

$$\frac{dy}{d\alpha} = - \int_0^t \frac{kx\dot{k}}{(\alpha - k)^2} dt.$$

Отсюда видно, что  $\frac{dy}{d\alpha}$  стремится к нулю, когда  $\alpha$  стремится к бесконечности, а практически наибольшая инвариантность достигается при выборе  $\alpha$  в (6) на верхней границе интервала изменения  $k$ , т.е. при  $\alpha = k_{\max}$ .

Рассмотрим выражение, полученное дифференцированием формулы (2)

$$\dot{y} = k\dot{x} + \dot{k}x,$$

и разделим обе части этого уравнения на  $x$ , имеем

$$\dot{k} + k \frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{y}}{x}.$$

Обозначим  $f(t) = \frac{\dot{x}}{x}$ ,  $g(t) = \frac{\dot{y}}{x}$  и получим

$$\dot{k} + f(t)k = g(t).$$

Это линейное дифференциальное уравнение первого порядка, допускающее интегрирующий множитель  $\mu = \mu(t) = e^{\int f(t)dt}$ .

Общее решение уравнения имеет вид

$$k = \frac{1}{\mu(t)} \left[ \int g(t)\mu(t)dt + C \right], \text{ где } \mu(t) = e^{\int f(t)dt} = |x|.$$

Тогда величину  $k$  можно записать в виде

$$k = \frac{1}{|x|} \left[ \int \frac{\dot{y}}{x} |x| dt + C \right].$$

Подставляя  $\dot{y} = \alpha\dot{x}$  из (4), получим

$$k = \frac{1}{|x|} \left[ \int \alpha |x| dt + C \right]. \quad (7)$$

Таким образом, формула (7) дает алгоритм, позволяющий организовать автоматическое определение параметрического сигнала, что обеспечивает разгрузку оператора от одного из управляющих каналов, упрощает его работу и, следовательно, повышает надежность системы ручного управления.

Для дальнейших исследований используется, во-первых, упрощенный случай алгоритма координатно-параметрического управления (КПУ), записанный формулой (3). Во-вторых, алгоритм КПУ, основой которого является формула (7). Для простоты вычислений взят безинтегральный вариант алгоритма (7).

$$k = \alpha |\dot{x}|. \quad (8)$$

Отличие этих двух алгоритмов в том, что в первом коэффициент передачи устанавливается самим оператором путем воздействия на ручное управление (РУ). Во втором алгоритме коэффициент прямо пропорционален скорости, автоматически поступает на вход системы управления.

Структура блока координатно-параметрического управления (КПУ), реализующего алгоритма (3), показана на рис. 1.

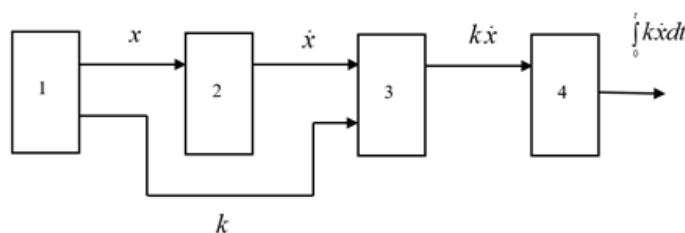


Рис. 1 Структура блока координатно-параметрического управления: 1 - задающее устройство, 2 - дифференцирующее устройство, 3 - схема умножения, 4 - интегратор

Человек-оператор вырабатывает с помощью задающего устройства (ЗУ) сигнал управления  $U_x$ , изменяющийся по закону, показанному на рис. 2. При выполнении транспортных операций человек работает с большим коэффициентом усиления  $U_k$ , а при выполнении операций наведения – с малым коэффициентом  $U_k$ . В результате перемножения сигналов  $U_x U_k$  получаем сигнал  $U_{kx}$ , который

подается на блок интегратора. С блока интегратора снимается сигнал  $U \int_0^t k \dot{x} dt + C$ , вид которого показан на рис. 2.

Полученный закон управления позволяет выполнить ЗУ небольших размеров и осуществлять транспортные операции и операции наведения с большой скоростью и высокой точностью. Структура блока координатно-параметрического управления с автоподстройкой (КПУА), реализующего алгоритма (7), показана на рис. 2. Отличительной особенностью системы координатно-параметрического управления с автоподстройкой (автоматического) (КПУА), по сравнению с КПУ является использование управляющего коэффициентом передачи всей системы. Эта особенность позволяет разгрузить человека-оператора и улучшить показатели всей системы в целом [2].

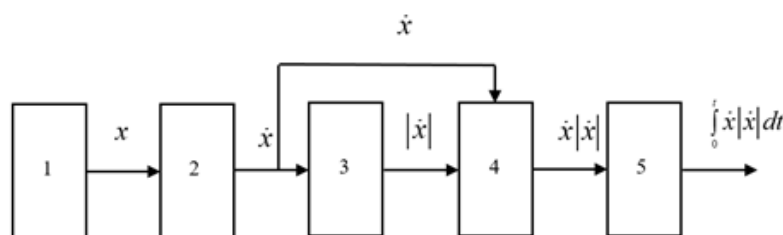


Рис. 2 Структура блока координатно-параметрического управления с автоподстройкой:  
1 - задающее устройство, 2 - дифференцирующее устройство,  
3 - схема модуля, 4 - схема умножения, 5 – интегратор.

### 3. Полунатурные исследования устройства обучения ПР

На рис. 3-5 показаны графики зависимости угла от времени, за которое схват переместится из начальной точки в конечную с заданной точностью. Выбирается начальная точка и четыре конечные точки соответственно на  $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ .

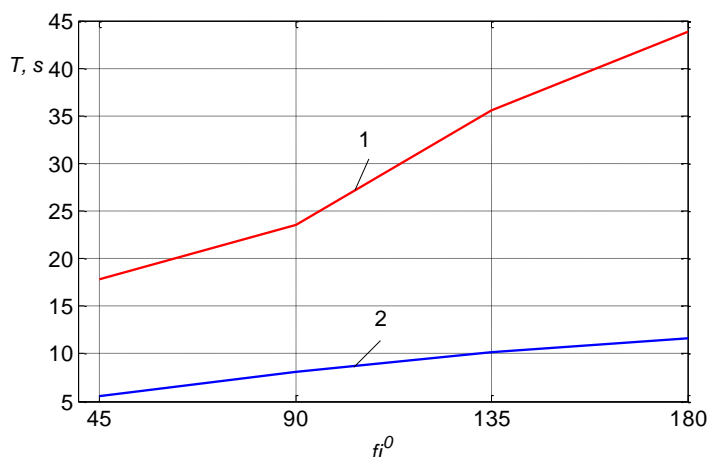


Рис. 3 График лабораторных испытаний: Допуск  $\pm 0,2$  мм; 1 – пульт ручного управления;  
2 – система координатно-параметрического управления (КПУА)

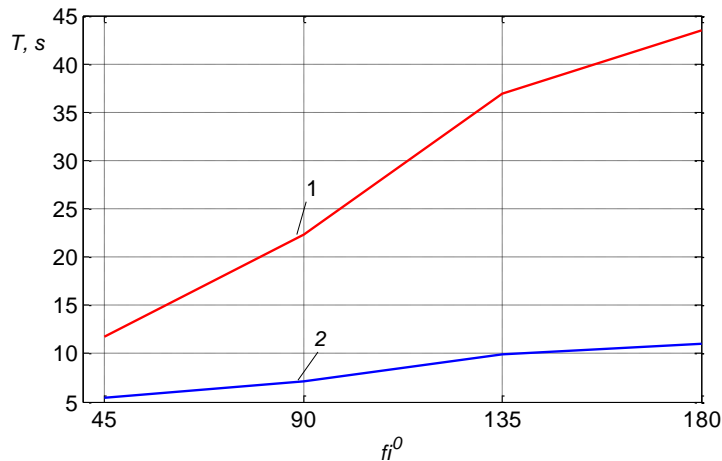


Рис. 4 График лабораторных испытаний: Допуск  $\pm 0,5$  мм; 1 – пульт ручного управления; 2 – система координатно-параметрического управления (КПУ)

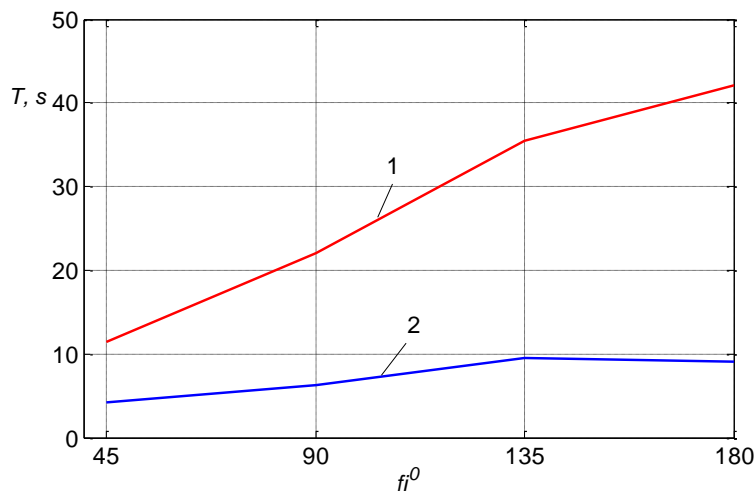


Рис. 5 График лабораторных испытаний: Допуск  $\pm 1$  мм; 1 – пульт ручного управления; 2 – система координатно-параметрического управления (КПУ)

## 5. Выводы

При испытании с системой КПУ были получены результаты по трем различным уровням точности. Для сравнительного анализа были также получены результаты испытаний с системой командного управления.

При тестировании с помощью координатно-параметрической системы управления были получены результаты с тремя различными уровнями точности. Для сравнительного анализа результаты испытаний были также получены с помощью системы командного управления.

В результате проведенных испытаний выявлено, что при обучении ПР использование системы КПУ сокращает время в среднем в 2,5 раза по сравнению с командной системой управления при заданном уровне точности.

При проведении лабораторных испытаний допустимой погрешностью измеряемых параметров системы считалась величина не более 5%.

### Список использованной литературы:

- 1 Медведев В.С., Лесков Л.Т., Юценко А.С. 1978. Система управления манипуляционных роботов. М.: Наука, 416 с.
- 2 Робототехника. Сб. Статей / Под ред. Е.П. Попова, Е.И. Юревича. – М.: Машиностроение. 1984. – 288 с.
- 3 Кулешов В.С., Лакота Н.А., Андрияшин В.В. / Под общ. ред. Попова Е.П. Дистанционно управляемые роботы и манипуляторы – М.: Машиностроение, 1986. – 328 с.
- 4 Вознесенский С.П. Задача преобразования координат при программировании промышленных роботов. – Л.: 1984. - 11 с. Рукопись.
- 5 Петров Б.А. Манипуляторы. – Л.: Машиностроение. 1984. – 238 с.
- 6 Текё Сибатура дэнки К.К. Манипулятор с дистанционным управлением. от 28.11.70 – Заявка № 49-27817. Япония.

7 Джолдасбеков У.А. и др. Устройство обучения промышленным роботом. – Авт. свид. № 3700777/08 от 28.08.84 г.

8 Тулешов А.К., Ожикенов К. А. Моделирование динамики манипуляторов с координатно-параметрическим регулированием: Монография. Алматы, 2012. – 190 с. ISBN 9965-885-93-1. Available from Internet: [http://portal.kazntu.kz/files/publicate/2015-10-12-11845\\_2.pdf](http://portal.kazntu.kz/files/publicate/2015-10-12-11845_2.pdf).

9 Жаменкеев Е.К., Кинжебаева Д. А., Кинжебаева А. С. Внедрение робототехники в образовательное пространство школы// Вестн. КазНПУ им. Абая. Сер. Физ.-мат. науки – 2018. - № 4 (64). - С. 143.

МРНТИ 30.17.35

УДК 533.15:536.25

В.Н. Косов<sup>1</sup>, Д.У. Кульжанов<sup>2</sup>, С.А. Красиков<sup>3</sup>, О.В. Федоренко<sup>3</sup>, А.Б. Калимов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Атырауский университет нефти и газа имени Х. Досмұхамедова, г. Атырау, Казахстан,

<sup>3</sup>Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики при Казахском национальном университете имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

## МОДЕРНИЗАЦИЯ ТРЕХСТУПЕНЧАТОГО РАЗДЕЛИТЕЛЬНОГО МОДУЛЯ ДЛЯ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ В ПРОТОЧНЫХ УСТРОЙСТВАХ

### Аннотация

Проведен комплекс работ по созданию модернизированной стендовой установки на базе трехступенчатого модуля опытного устройства для разделения газовых смесей. Для модернизации трехступенчатого модуля опытного устройства для разделения газовых смесей предлагается оптимизация проточной части нижней магистрали разделителя газов. Такая модернизация опытного модуля разделения дает возможность оценить величину разделения в каждой ступени разделения. Целью проведенных работ являлось создание новых опций по исследованию процессов сепарации компонентов газовой смеси в многоступенчатых устройствах разделения в которых реализуется режим конвективной диффузии. Тестовые эксперименты подтверждают возможность разделения связанное с приоритетным переносом компонента с наибольшим молекулярным весом. Осуществленная модернизация позволяет для устройств проточного типа продолжить работы по созданию технологии разделения газовых смесей на компоненты с заданными свойствами.

**Ключевые слова:** Газы, диффузия, смеси, конвекция, разделение, поток, модуль.

### Аңдатпа

## АҒЫНДЫ ҚҰРЫЛҒЫЛАРДАҒЫ ГАЗ ҚОСПАЛАРЫНА АРНАЛҒАН ҮШ САТЫЛЫ БӨЛУ МОДУЛІН ЖАҢҒЫРТУ

В.Н. Косов<sup>1</sup>, Д.У. Кульжанов<sup>2</sup>, С.А. Красиков<sup>3</sup>, О.В. Федоренко<sup>3</sup>, А.Б. Калимов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан,

<sup>2</sup>Х. Досмұхамедов атындағы газ және мұнай университеті, Атырау қ., Қазақстан,

<sup>3</sup>ал-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің эксперименттік және теориялық физика ғылыми-зерттеу институты, Алматы қ., Қазақстан

Газ қоспаларын бөлуге арналған үш сатылы модульді тәжірибелік құрылғылар негізіндегі жаңғыртылған стендтік қондырғыны құруға арналған кешенді жұмыстар жүргізілді. Газ қоспаларын бөлу үшін тәжірибелік құрылғының үш сатылы модулін модернизациялау үшін газ бөлгішінің төменгі магистралінің ағынды бөлігін оңтайландыру ұсынылады. Тәжірибелік бөлу модулінің мұндай модернизациясы әрбір бөлу сатысындағы бөліну шамасын бағалауға мүмкіндік береді. Конвективті диффузия режимі жүзеге асатын көп сатылы бөлу құрылғыларда іске асырылатын газ қоспаларының компоненттерін сүзу процестерді зерттеу үшін жаңа опцияларды табу және құру жұмыстың мақсаты болып табылады. Тесттік тәжірибелер ең көп молекулярлық салмақпен компоненттің басым орын ауыстыруымен байланысты ұзу мүмкіндігін растайды. Газ қоспаларын берілген қасиеттері бойынша компоненттерге бөлу технологиясын құру жұмыстарын жалғастыруға ағынды типтегі құрылғылар үшін жүзеге асырылған жаңғырту мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** Газдар, диффузия, қоспалар, конвекция, бөлу, ағын, модуль.



Abstract

## MODIFICATION OF A THREE-STAGE SEPARATING MODULE FOR GAS MIXTURES IN FLOW-THROUGH DEVICES

V.N. Kosov<sup>1</sup>, D.U. Kulzhanov<sup>2</sup>, S.A. Krasikov<sup>3</sup>, O.V. Fedorenko<sup>3</sup>, A.B. Kalimov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Atyrau University of Oil and Gas named after H. Dosmukhamedov, Atyrau, Kazakhstan,

<sup>3</sup>Institute of Experimental and Theoretical Physics at Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

A set of works have been carried out to create an upgraded bench installation based on a three-stage module of an experimental device for the separation of gas mixtures. To upgrade the three-stage module of the experimental device for the separation of gas mixtures, it is proposed to optimize the flow part of the lower line of the gas separator. Such upgrade of the experimental separation module makes it possible to estimate the separation magnitude in each separation stage. The aim of this work was the creation of new options for the study of the separation processes of the components of the gas mixture in multi-stage separation devices in which the mode of convective diffusion is realized. Test experiments confirm the possibility of separation associated with the priority transfer of component with the highest molecular weight. The carried out modernization allows continuing work for the flow-type devices on the creation of a technology for the separation of gas mixtures into components with desired properties.

**Keywords:** Gases, diffusion, mixtures, convection, separation, flow, module.

### Введение

Как показали исследования по изучению диффузионного многокомпонентного массопереноса в газовых смесях [1, 2], за счет различного действия механизмов переноса тепла и массы в системах могут возникать специфические режимы, связанные с появлением конвективных течений, которые приводят к значительному росту парциальных потоков компонентов. Проявляющийся синергетический эффект [3, 4] связан со значительным увеличением скорости смешения и преимущественным переносом самого тяжелого по плотности компонента смеси. На интенсивность массопереноса существенное влияние оказывают давление, исходный состав смеси, температура, геометрические характеристики диффузионного канала [5-8]. Полученные в [2, 3, 5-8] результаты позволили разработать инновационные подходы, связанные с созданием устройств, в которых создаются условия для максимальной реализации разделения смеси на компоненты с заданными свойствами [9, 10]. Необходимо отметить, что проявление синергетического эффекта в условиях проточной схемы диффузионного моста может привести к режиму непрерывного разделения [11]. Экспериментальные особенности реализации метода диффузионного моста для проточных систем были предложены в [12] и продемонстрировали особенности разделения при различных составах смеси и направлении ее градиента плотности.

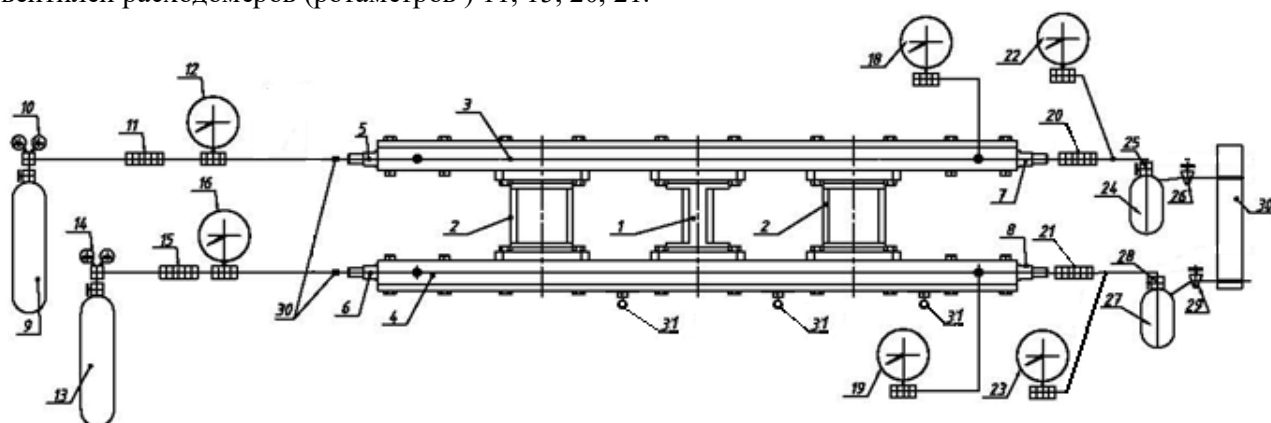
В данной работе приводятся опытные результаты величины разделения самого тяжелого компонента смеси при различных давлениях в диффузионной ячейке разделительного устройства проточного типа. Предлагается подход по модернизации трехступенчатого модуля опытного устройства для разделения газовых смесей, связанный с оптимизацией проточной части нижней магистрали разделителя газов.

### Экспериментальные исследования

Схема экспериментальной установки с модернизированным трехступенчатым модулем приведена на рис. 1. Как и в работе [12] основной особенностью опытного стенда заключается в использовании разделительного модуля с набором диффузионных каналов 1 или их имитаторов 2. Методика проведения эксперимента для проточных устройств была детально описана в [11, 12], поэтому в данном случае опишем основные этапы реализующие многокомпонентное смешение в разделительном модуле. Газовые смеси из баллонов 9, 13 через систему трубопроводов, расходомеров 11, 15, манометров 12, 16, поступают через магистрали 3 и 4 на диффузионный соединительный канал 1, который имеет следующие параметры: сечение  $22 \times 50 \cdot 10^{-3}$  м, длина  $L = 159 \cdot 10^{-3}$  м, (рис. 1). В разделительной ячейке, которая включает в себя магистрали 3 и 4, соединенные вертикальным плоским диффузионным каналом, моделировался процесс взаимной диффузии, когда встречные объемные потоки равны. Затем смеси газов через систему из магистральных расходомеров с вентилями регулировок расходов 20, 21 попадают в баллоны отбора проб газов 24, 27, которые затем анализируются на хроматографе.

Тестовые эксперименты проводились с системой  $0,38 \text{ He} + 0,62 \text{ Ar} - \text{N}_2$ , при давлении  $p = 0,9 \text{ МПа}$  и  $T = 298,0 \text{ К}$ . Выбор данной системы обусловлен тем, что в ней, согласно [2], при данных геометрических характеристиках могут быть реализованы условия с преимущественным разделением

самого тяжелого по плотности компонента. В опытах соблюдалось условие, предполагающее смешение бинарной смеси гелия и аргона с азотом, причем плотность смеси, подаваемая на магистраль 3, была меньше, чем плотность азота, который транспортировался через магистраль 4. Изучалось влияние объемной скорости смеси, подаваемой в магистраль 3 на величину разделения самого тяжелого по плотности компонента Ar в нижнюю магистраль 4. Изменение объемной скорости подачи смеси (Ar + He) и азота осуществлялось за счет вентилях настройки редукторов 10, 14 и регулирующих вентилях расходомеров (ротаметров) 11, 15, 20, 21.



1 – диффузионные каналы; 2 – имитаторы диффузионного канала; 3 – магистраль смеси газов; 4 – магистраль технологического газа; 5 – подача смеси газов; 6 – подача технологического газа; 7 – выход с верхней магистрали; 8 – выход с нижней магистрали; 9 – баллон смеси газов; 10 – редуктор; 11 – расходомер (объемный); 12 – манометр подаваемой смеси газов; 13 – баллон технологического газа; 14 – редуктор; 15 – расходомер объемный; 16 – манометр технологического газа; 17, 18 – манометр магистрали смеси газов; 19 – манометр магистрали технологического газа; 20 – расходомер (объемный); 21 – расходомер (объемный); 22 – манометр верхней магистрали выхода; 23 – манометр нижней магистрали выхода; 24 – баллон отбора пробы газа; 25 – вентиль баллона отбора пробы газа; 26 – выходной вентиль баллона отбора пробы газа; 27 – баллон отбора пробы газа; 28 – вентиль баллона отбора пробы газа; 29 – выходной вентиль баллона отбора пробы газа; 30 – устройство выхода магистралей газа; 31 – отборники тяжелых компонентов смеси газов в нижней магистрали.

Рисунок 1. Схема модернизированной стендовой установки

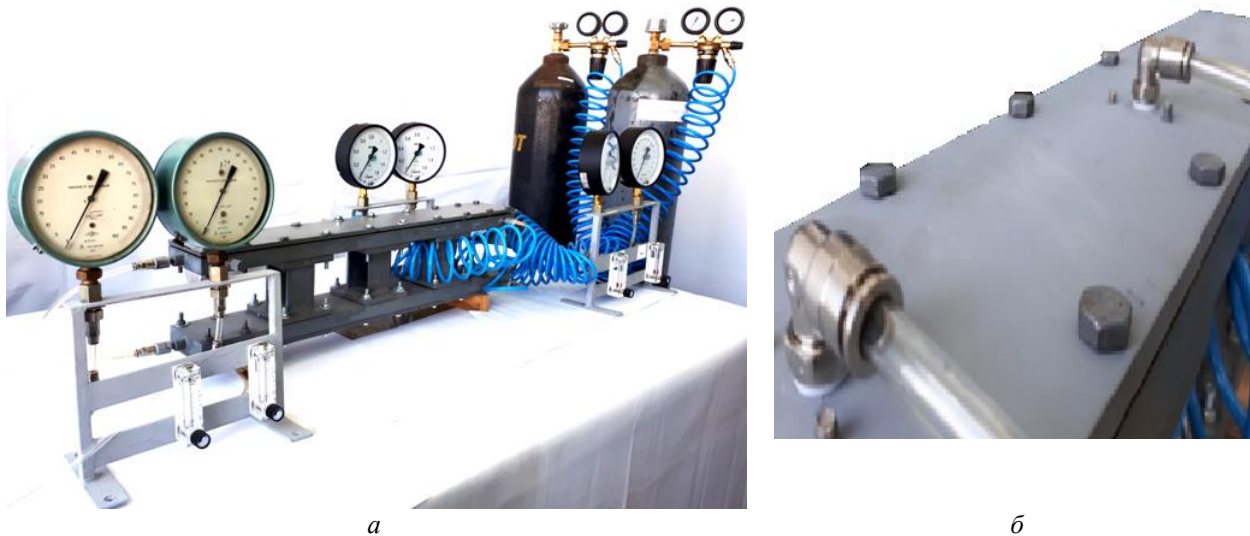
В таблице 1 приведены концентрации компонентов после смешения в разделительном модуле при различных расходах  $G$  (л/мин). Как видно из таблицы 1 при данных условиях в интервале объемных расходов ( $31 \cdot 10^{-3} - 47 \cdot 10^{-3}$ ) л/мин в нижнюю магистраль поступает от 8 до 12 процентов аргона по сравнению с его составом в исходной смеси. Время нахождения порции газа над диффузионным каналом составляло 11 – 17 с. Такой перенос невозможен за счет диффузии, так как аргон имеет наименьшую диффузионную активность в данной смеси и время процесса для диффузии мало. Следовательно, в модуле происходит преимущественным перенос компонента с наибольшим молекулярным весом, вызванный концентрационной гравитационной конвекцией, которая обусловлена неустойчивостью механического равновесия газовой смеси.

Таблица 1. Концентрации разделенных газов при различных объемных расходах

$G$ , л/мин	$t$ , сек	Верхний канал (концентрации компонентов в мол. долях)			Нижний канал (концентрации компонентов в мол. долях)			$\Delta C_{Ar}$	Разделение
		$C_{Ar}$	$C_{N_2}$	$C_{He}$	$C_{Ar}$	$C_{N_2}$	$C_{He}$		
0.03144	16.8	0.5399	0.097	0.3631	0.0306	0.956	0.0134	13	+
0.03668	14.4	0.5575	0.0783	0.3642	0.042	0.944	0.014	10	+
0.04746	11.1	0.543	0.0703	0.3884	0.0258	0.9385	0,0357	12	-

Вместе с тем проведенные исследования показывают, что в случае функционирования всех трех каналов разделительной ячейки, не представляется возможным корректно оценить вклад каждого из них в суммарную сепарацию смеси. Поэтому в трехступенчатом модуле [12] была осуществлена модернизация проточной магистрали для технологического газа. Была изготовлена специальная

крышка, снабженная тремя отборниками проб для газовых компонентов. На рис. 1 отборники 31 для тяжелых компонентов в нижней магистрали обозначены в виде перечеркнутых светлых точек «ө», расположенных после соответствующих диффузионных каналов. На рис. 2 представлены экспериментальное разделительное устройство и отводящие газопроводы модернизированной крышки нижней магистрали. Следует полагать, что предложенный модернизированный модуль позволит более точно диагностировать состав газовой смеси после разделения в каждом диффузионном канале



а – внешний вид модернизированного разделительного устройства и стендовой установки; б – отводящие газопроводы модернизированной крышки нижней магистрали (вид снизу).

Рисунок 2. Модернизированная установка по исследованию разделения компонентов в режиме конвективной диффузии.

### Заключение

Таким образом, проведенные исследования показывают, что в проточных устройствах в многокомпонентных системах с различными коэффициентами взаимной диффузии газов может иметь место разделение компонентов смеси с преимущественным переносом компонента с наибольшим молекулярным весом. Осуществление сепарации в трехступенчатом модуле может способствовать повышению эффективности величины разделения. Модернизация опытного модуля разделения газовых смесей позволяет оценить величину разделения, происходящую в каждом из диффузионных каналов.

Часть результатов, приведенных в работе, была получена при финансовой поддержке гранта АР05130712 Комитета Науки МОН РК.

1 Рыжков И.И. Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2013. – 201 с.

2 Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Жаврин Ю.И., Красиков С.А., Федоренко О.В. Особенности разделения углеводородных изотермических газовых смесей при конвективной диффузии / Под ред. чл.- корр. НАН РК, проф. В.Н. Косова. – Алматы: MV-Принт, 2014. – 144 с.

3 Косов В.Н., Селезнев В.Д., Жаврин Ю.И. Эффект разделения компонентов при изотермическом смешении тройных газовых систем в условиях свободной конвекции // Журн. техн. физики. – 1997. – Т. 67, № 10. – С. 139-140.

4 Дильман В.В., Липатов Д.А., Лотхов В.А., Каминский В.А. Возникновение неустойчивости при нестационарном испарении бинарных растворов в инертный газ // Теоретические основы химической технологии. – 2005. – Т. 39, № 6. – С. 600-606.

5 Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Федоренко О.В., Акжолова А.А. Некоторые особенности изотермического многокомпонентного массопереноса при конвективной неустойчивости газовой смеси // Теоретические основы химической технологии. – 2016. – Т. 50, № 2. – С. 17-183.

6 Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Жаврин Ю.И., Федоренко О.В. Влияние концентрации компонентов смеси на возникновении конвективных режимов смешения при диффузии в тройных газовых смесях // Журнал Физической Химии. – 2017. – Т. 91, №6. – С. 931- 936.

7 Kossov V., Krasikov S., Fedorenko O. Diffusion and convective instability in multicomponent gas mixtures at different pressures // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* – 2017. – Vol. 226, No. 6. – P. 1177-1187.

8 Kossov V., Fedorenko O., Zhakebayev D. Features of Multicomponent Mass Transfer in Gas Mixtures Containing Hydrocarbon Components // *Chemical Engineering and Technology.* – 2019. – Vol. 42, No 4. – P. 896- 902.

9 Предварительный патент РК № 6359. Способ разделения газовой смеси и устройство для его осуществления / Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Красиков С.А. // *Промышленная собственность Казахстана.* – 1998. – Бюл. №6. – С. 87.

10 Патент РК № 32898. Устройство для разделения газовой смеси. / Косов В.Н., Красиков С.А., Федоренко О.В., Асембаева М.К. // *Промышленная собственность.* – 2018. – Бюл. № 23. – С. 59–60.

11 Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Красиков С.А. Исследование неустойчивого диффузионного процесса в изотермических трехкомпонентных газовых смесях в стационарных условиях // *Журн. техн. физики.* – 1999. – Т. 69, № 7. – С. 5-9.

12 Косов В.Н., Красиков С.А., Кульжанов Д.У. Экспериментальное исследование смешения бинарной газовой смеси во встречный поток третьего компонента различной интенсивности в режиме развитой конвекции // *Вестник КазНПУ, серия физ.-мат.* – 2016. – №4 (56). – С. 152-155.

МРНТИ 30.17.35

УДК 533.15:536.25

В.Н. Косов<sup>1</sup>, О.В. Федоренко<sup>2</sup>, В. Мукамеденкызы<sup>2</sup>, М.С. Молдабекова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики при Казахском национальном университете имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

## ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ГАЗА-РАЗБАВИТЕЛЯ В ИСХОДНЫХ СМЕСЯХ НА ДИФфуЗИЮ ОСНОВНЫХ КОМПОНЕНТОВ

*Аннотация*

Проведено моделирование диффузии двух газов в равной степени разбавленных третьим в изобарно-изотермических условиях. В качестве основных диффундирующих газов были взяты гелий и аргон, которые разбавлялись в равной степени в широких пределах концентраций в одном случае метаном, а в другом – азотом. Исследованы диффузионный и конвективный режимы протекания процесса. Расчет проводился в рамках теории устойчивости, распространенной на случай изотермической тройной газовой смеси. Получены карты устойчивости для рассматриваемых систем при различных концентрациях балластного газа. Показано, что интенсивность диффузионного и конвективного режимов при диффузии основных компонентов зависит от начальной концентрации газа-разбавителя (балластного газа). Увеличение содержания балластного газа в смеси приводит к уменьшению интенсивности диффузионных и конвективных режимов протекания процесса.

**Ключевые слова:** Газы, диффузия, смеси, конвекция, газ-разбавитель (балластный газ), теория устойчивости.

*Аңдатпа*

## АЛҒАШҚЫ ҚОСПАЛАРДАҒЫ ГАЗ-СҰЙЫЛТҚЫШЫНЫҢ НЕГІЗГІ КОМПОНЕНТТЕРДІҢ ДИФфуЗИЯСЫНА ӘСЕР ЕТУІ

В.Н. Косов<sup>1</sup>, О.В. Федоренко<sup>2</sup>, В. Мукамеденкызы<sup>2</sup>, М.С. Молдабекова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан,

<sup>2</sup>ал-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің эксперименттік және теориялық физика ғылыми-зерттеу институты, Алматы, Қазақстан

Изобаралық-изотермиялық жағдайлардағы екі газдың тең дәрежеде үшінші газбен араластырылғандағы диффузиясын моделдеу жүргізілді. Негізгі диффундирулеуші газдар ретінде гелий мен аргон алынды, олар бір жағдайда метанмен, ал екінші жағдайда азотпен концентрацияның кең шегінде бірдей дәрежеде сұйылтылды. Процесстің жүруінің диффузиялық және конвективті режимдері зерттелген. Есептеу үш газдың қоспасындағы изотермиялық жағдайға таралған, тұрақтылық теория аясында орындалды. Балласты газдың әр түрлі концентрациялары кезінде қарастырылатын жүйелер үшін тұрақтылық карталары алынды. Негізгі компоненттерінің диффузиясы кезіндегі диффузиялық және конвективтік режимдерінің қарқындылығы газ-сұйылтқышының (балласт газының) бастапқы концентрациясына байланысты екені көрсетілді. Қоспа құрамындағы балласт газының көбеюі диффузиялық және конвективті режимдері процессінің жүруінің қарқынының азайуына әкеледі.

**Түйін сөздер:** Газдар, диффузия, қоспалар, конвекция, газ еріткіші (балласт газы), тұрақтылық теориясы.

Abstract

**EFFECT OF DILUENT GAS CONCENTRATION IN THE INITIAL MIXTURES ON DIFFUSION OF MAIN COMPONENTS**

V.N. Kosov<sup>1</sup>, O.V. Fedorenko<sup>2</sup>, V. Mukamedenkyzy<sup>2</sup>, M.S. Moldabekova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,

<sup>2</sup> Institute of Experimental and Theoretical Physics at Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Simulation of the diffusion of two gases equally diluted with the third one under isobaric-isothermal conditions has been carried out. Helium and argon were taken as the main diffusing gases, which were diluted equally in a wide range of concentrations in one case with methane and in the other with nitrogen. The diffusion and convective modes of the process are investigated. The calculation has been performed in the framework of the stability theory, which is common in the case of an isothermal ternary gas mixture. Stability maps were obtained for the systems under consideration at various concentrations of the ballast gas. It is shown that the intensity of the diffusion and convective regimes during the diffusion of the main components depends on the initial concentration of the diluent gas (ballast gas). The increase in the content of the ballast gas in the mixture leads to a decrease in the intensity of diffusion and convective modes of the process.

**Keywords:** Gases, diffusion, mixtures, convection, diluent gas (ballast gas), stability theory.

**Введение**

В многокомпонентных газовых системах взаимное влияние компонентов друг на друга может приводить к явлениям, не имеющим места в обычной диффузии, что подтверждается экспериментально [1-5], а также следует из анализа уравнений Стафана-Максвелла [6-10]. При анализе уравнений Стафана-Максвелла для эквимольной, противоточной диффузии в трехкомпонентной газовой смеси, Тур [7] определил условия (соотношения между концентрациями и коэффициентами взаимной диффузии (КВД) компонентов), при которых наблюдаются аномальные режимы процесса переноса (диффузионный барьер, осмотическая диффузия и реверсивная диффузия). С физической точки зрения аномальные режимы процесса переноса можно объяснить тем, что наблюдаемый при диффузии перенос компонента есть результат сложения диффузионной и конвективной составляющей переноса [9, 11].

Аномальные режимы процесса переноса в настоящее время стали классическим примером проявления особенностей многокомпонентной диффузии [8, 9]. Примером проявления этих эффектов является диффузия двух или нескольких газов равномерно разбавленных третьим – балластным газом, градиент концентрации которого равен нулю (диффузия двух основных газов через слой неподвижного – третьего).

Эта модель может быть применена при решении практических задач, связанных с многокомпонентным массопереносом. В частности, варьируя различными газами-разбавителями с отличающимися друг от друга свойствами и их концентрациями можно управлять характером течения массообмена при химических реакциях или других массообменных процессах.

В данной работе приводятся результаты вычислительного эксперимента по изучению особенностей диффузионного и конвективного режимов, когда два основных газа в равной степени разбавлены балластным газом различной концентрации.

**Вычислительный эксперимент**

В качестве основных диффундирующих газов были взяты гелий и аргон, которые разбавлялись в равной степени в широких пределах концентраций в одном случае метаном, а в другом – азотом. Рассматриваемые системы были экспериментально исследованы в [12] стационарно проточным методом на кювете из шести щелевых каналов с размерами:  $L = 20 \cdot 10^{-3}$  м – длина,  $a = 0,1 \cdot 10^{-3}$  м – толщина,  $b = 10,5 \cdot 10^{-3}$  м каждый при  $T = 298$  К и  $p = 0,101$  МПа. Значения концентраций балластного газа в исходных смесях приведены в таблице 1.

Вычислительный эксперимент был проведен на основе линейной теории устойчивости [13]. Макроскопическое движение изотермической тройной газовой смеси описывается общей системой уравнений гидродинамики, которая включает в себя уравнения Навье-Стокса, сохранения числа частиц смеси и компонентов.

Таблица 1. Концентрации газа-разбавителя в исходных смесях

Система	Номер системы	Концентрация балластного газа, мол. доли	
		верх	низ
He + CH <sub>4</sub> – Ar + CH <sub>4</sub>	1	0,1300	0,1310
	2	0,3022	0,3006
	3	0,5160	0,5220
	4	0,6993	0,6997
	5	0,8714	0,8641
He + N <sub>2</sub> – Ar + N <sub>2</sub>	1	0,2922	0,2911
	2	0,4996	0,4930
	3	0,6821	0,6960
	4	0,9019	0,9036

Принимая во внимание условие независимой диффузии, при которой для изотермической газовой смеси  $\sum_{i=1}^3 \mathbf{j}_i = 0$ ;  $\sum_{i=1}^3 c_i = 1$ , эта система уравнений имеет следующий вид [13, 14]:

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) \right] = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \left( \frac{\eta}{3} + \xi \right) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + \rho \mathbf{g},$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n\mathbf{v}) = 0, \quad \frac{\partial c_i}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla c_i = -\operatorname{div} \mathbf{j}_i, \quad (1)$$

$$\mathbf{j}_1 = -(D_{11}^* \nabla c_1 + D_{12}^* \nabla c_2),$$

$$\mathbf{j}_2 = -(D_{21}^* \nabla c_1 + D_{22}^* \nabla c_2).$$

Здесь  $\mathbf{u}$  – вектор среднемассовой скорости;  $\mathbf{v}$  – вектор среднечисловой скорости;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $\eta$  и  $\xi$  – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости;  $\mathbf{g}$  – вектор ускорения свободного падения;  $n$  – числовая плотность;  $t$  – время;  $c_i$  – концентрация  $i$ -го компонента;  $\mathbf{j}_i$  – вектор плотности диффузионного потока  $i$ -го компонента;  $D_{ij}^*$  – практические коэффициенты диффузии, которые определяются через коэффициенты взаимной диффузии (КВД):

$$D_{11}^* = \frac{D_{13} [c_1 D_{32} + (c_2 + c_3) D_{12}]}{D}, \quad D_{12}^* = -\frac{c_1 D_{23} (D_{12} - D_{13})}{D},$$

$$D_{22}^* = \frac{D_{23} [c_2 D_{13} + (c_1 + c_3) D_{12}]}{D}, \quad D_{21}^* = -\frac{c_2 D_{13} (D_{12} - D_{23})}{D},$$

$$D = c_1 D_{23} + c_2 D_{13} + c_3 D_{12}.$$

Уравнения (1) дополняются уравнением состояния среды

$$\rho = \rho(c_1, c_2, p), \quad T = \text{const}.$$

При решении системы уравнений (1) применялся метод малых возмущений [13], который предполагал концентрацию  $i$ -го компонента  $c_i$  и давление  $p$  представить следующим образом:

$$c_i = \langle c_i \rangle + c_i', \quad p = \langle p \rangle + p',$$

где  $\langle c_i \rangle$ ,  $\langle p \rangle$  – постоянные средние значения, принимаемые в качестве начала отсчета.

Учитывая, что при  $L \gg r$  ( $L$  и  $r$  – длина и радиус диффузионного канала, соответственно) различия между возмущениями среднечисловой  $\mathbf{v}$  и среднемассовой  $\mathbf{u}$  скоростей в уравнении Навье-Стокса будут несущественны [14], а также предполагая, что нестационарные возмущения механического равновесия малы, пренебрегая квадратичными по возмущениям членами, и выбирая соответствующие

масштабы единиц измерения (расстояния –  $d$ , времени –  $d^2/\nu$ , скорости –  $D_{22}^*/d$ , концентрации  $i$ -го компонента –  $A_i d$ , давления –  $\rho_0 \nu D_{22}^*/d^2$ ), получим систему уравнений гравитационной концентрационной конвекции для возмущенных значений в безразмерных величинах (штрихи опущены):

$$\begin{aligned} \text{Pr}_{22} \frac{\partial c_1}{\partial t} - (\mathbf{u} \mathbf{e}_z) &= \tau_{11} \nabla^2 c_1 + \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \nabla^2 c_2, \\ \text{Pr}_{22} \frac{\partial c_2}{\partial t} - (\mathbf{u} \mathbf{e}_z) &= \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \nabla^2 c_1 + \nabla^2 c_2, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} &= -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{u} + (\text{Ra}_1 \tau_{11} c_1 + \text{Ra}_2 c_2) \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{div} \mathbf{u} = 0,$$

где  $\mathbf{e}_z$  – единичный вектор в направлении оси  $z$ ;  $\text{Pr}_{ii} = \nu/D_{ii}^*$  – диффузионное число Прандтля;  $\text{Ra}_i = g\beta_i A_i d^4 / \nu D_{ii}^*$  – парциальное число Рэлея;  $\tau_{ij} = D_{ij}^*/D_{22}^*$  – параметры, определяющие соотношение между практическими коэффициентами диффузии;  $\beta_i = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \rho}{\partial c_i} \right)_{p,T}$ ;  $A_i \mathbf{e}_z = -\nabla c_{i0}$  (индекс 0 относится к средним значениям).

Решение системы уравнений (2) для плоского вертикального канала с массонепроницаемыми стенками позволило получить в терминах чисел Рэлея граничное соотношение, определяющее смену режимов «диффузия – конвекция» в виде [14]:

$$\tau_{11} \left( 1 - \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \right) \text{Ra}_1 + \left( \tau_{11} - \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \right) \text{Ra}_2 = \gamma^4 (\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21}), \quad (3)$$

где  $\gamma = \text{Ra}^{1/4}$ , т.е.  $\gamma = (\text{Ra}_1 \tau_{11} K_1 + \text{Ra}_2 K_2)^{1/4}$ ;  $K_1 = \frac{\left( 1 - \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \right)}{(\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21})}$ ,  $K_2 = \frac{\left( \tau_{11} - \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \right)}{(\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21})}$ ;  $A_i$  – парциальный градиент концентрации  $i$ -го компонента.

Согласно рис. 1 уравнение (3) дает на плоскости  $(\text{Ra}_1, \text{Ra}_2)$  граничную прямую (линия I), разделяющую области затухающих (диффузия) и нарастающих (концентрационная конвекция) возмущений.

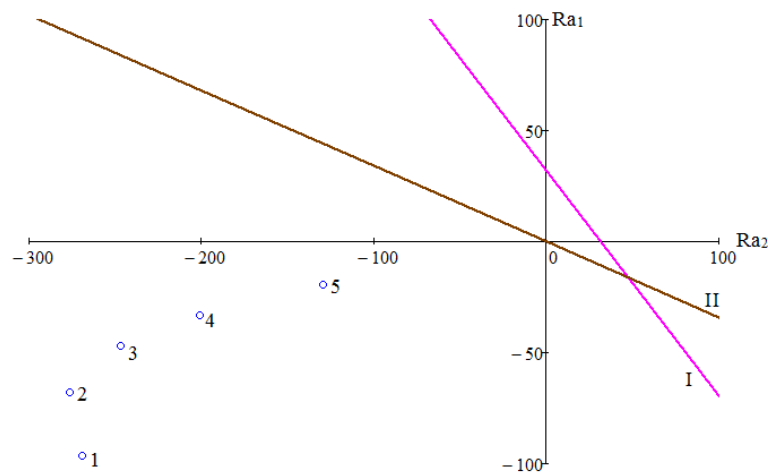


Рисунок 1. Области устойчивой и неустойчивой диффузии для системы He + CH<sub>4</sub> – Ar + CH<sub>4</sub>

Также на рис. 2 приведена линия II, которая соответствует нулевому градиенту плотности и определяется следующим выражением:

$$\tau_{11}Ra_1 = -Ra_2. \quad (4)$$

Результаты численного эксперимента для системы He + CH<sub>4</sub> – Ar + CH<sub>4</sub> при различных концентрациях балластного газа приведены на рис. 1. Рассматриваемая система диффузионно-устойчивая.

Парциальные числа Рэлея в соответствии с (2) в применении к диффузионному каналу с характерным размером  $r$  и длиной  $L$  можно записать следующим образом [15]:

$$Ra_1 = \frac{gnr^4 \Delta m_1}{\rho v D_{11}^*} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial z}, \quad Ra_2 = \frac{gnr^4 \Delta m_2}{\rho v D_{22}^*} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial z}, \quad (5)$$

где  $\Delta m_1 = m_1 - m_2$ ,  $\Delta m_2 = m_2 - m_3$ ,  $m_i$  – масса молекулы  $i$ -го сорта.

Точки, соответствующие неустойчивому режиму, будем обозначать в виде знаков ●, а диффузия будет определяться значками ○.

Точки 1-5 на рис. 1 соответствуют различному содержанию балластного газа в системе He + CH<sub>4</sub> – Ar + CH<sub>4</sub> в соответствии с таблицей 1. Анализ численных данных свидетельствует о том, что увеличение концентрации балластного газа приводит к увеличению парциальных чисел Рэлея. Аналогичные данные получены и для системы He + N<sub>2</sub> – Ar + N<sub>2</sub>. Такое поведение парциальных чисел Рэлея согласуется с экспериментальными данными, приведенными в [12], согласно которым истинные коэффициенты диффузии (ИКД) гелия и аргона зависят от концентрации газа-разбавителя в исходных смесях. В рассматриваемых системах увеличение концентрации газа-разбавителя приводит к уменьшению ИКД, т.е. к уменьшению интенсивности диффузионного процесса.

Если поменять расположение газов относительно диффузионного канала, т.е. рассмотреть неустойчивые системы Ar + CH<sub>4</sub> – He + CH<sub>4</sub> и Ar + N<sub>2</sub> – He + N<sub>2</sub>, то смена ориентации приводит к тому, что парциальные числа Рэлея уменьшаются, что показано на рис. 2. При этом интенсивность конвективного режима смешения уменьшается.

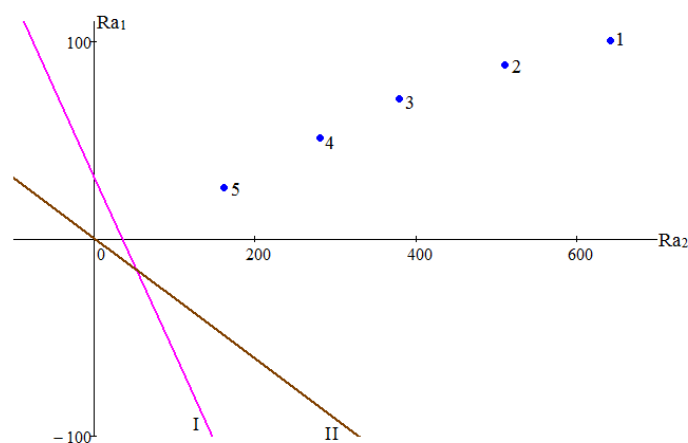


Рисунок 2. Области устойчивой и неустойчивой диффузии для системы Ar + CH<sub>4</sub> – He + CH<sub>4</sub>

### Заключение

Таким образом, проведенные исследования показывают, что концентрация балластного газа оказывает существенное влияние на диффузионный и конвективный режимы смешения основных диффундирующих компонентов. Увеличение концентрации балластного газа в исходных бинарных системах приводит к уменьшению как диффузионного и конвективного режимов смешения. Подбирая соответствующим образом концентрацию газа-разбавителя, можно либо замедлить, либо интенсифицировать массоперенос.

Часть результатов, приведенных в работе, была получена при финансовой поддержке гранта AP05130986 Комитета Науки МОН РК.



Список использованной литературы:

- 1 Arnold K.R., Toor H.L. Unsteady diffusion in ternary gas mixtures // A. I. Ch. E. Journal. – 1967. – Vol. 13, No. 6. – P. 909-914.
- 2 Duncan J.B., Toor H.L. An experimental study of three component gas diffusion // A. I. Ch. E. Journal. – 1965. – Vol. 11, No. 4. – P. 706-709.
- 3 Miller L., Mason E.A. Oscillating instabilities in multicomponent diffusion // Phys. Fluids. – 1967. – Vol. 9, No. 4. – P. 711-721.
- 4 Косов Н.Д., Жаврин Ю.И., Кульжанов Д.У. Диффузия двух газов в равной степени разбавленных третьим // ЖТФ. – 1981. – Т. 51, № 3. – С. 645-649.
- 5 Айткожаев А.З., Жаврин Ю.И., Косов Н.Д. О переносе газа-разбавителя в случае неустойчивого диффузионного процесса // Изв. АН КазССР, сер. физ.-мат. – 1991. – № 6. – С. 88-92.
- 6 Toor H.L. Solution of the linearized equations of multicomponent mass transfer: I, II Matrix methods // A. I. Ch. E. Journal. – 1964. – Vol. 10, No. 4. – P. 448-455, 460-465.
- 7 Toor H.L. Diffusion in three-component gas mixture // A. I. Ch. E. Journal. – 1957. – Vol. 3, No. 2. – P. 198-207.
- 8 Дильман В.В., Каширская О.А., Лотхов В.А. Особенности многокомпонентной диффузии // ТОХТ. – 2010. – Т. 44, № 4. – С. 396-400.
- 9 Каминский В.А. Расчет диффузионных потоков и распределения концентраций для трехкомпонентной диффузии // ЖФХ. – 2011. – Т. 85, № 11. – С. 2127-2130.
- 10 Селезнев В.Д., Смирнов В.Г. Диффузия в трехкомпонентной смеси газов в системе двух колб // ЖТФ. – 1981. – Т. 51, № 4. – С. 795-800.
- 11 Косов Н.Д., Новосад З.И. Определение количества газа, переносимого гидродинамическим потоком при взаимной диффузии // ЖТФ. – 1969. – Т. 39, № 3. – С. 582-586.
- 12 Кульжанов Д.У., Жаврин Ю.И. Измерение истинных коэффициентов диффузии гелия и аргона в зависимости от концентрации газа-разбавителя // Молекулярный и молярный теплоперенос. – Алма-Ата, 1981. – С. 20-22.
- 13 Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1972. – 392 с.
- 14 Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Федоренко О.В., Акжолова А.А. Некоторые особенности изотермического многокомпонентного массопереноса при конвективной неустойчивости газовой смеси // ТОХТ. – 2016. – Т. 50, № 2. – С. 177-183.
- 15 Косов В.Н., Федоренко О.В., Жаврин Ю.И., Мукамеденкызы В. Неустойчивость механического равновесия при диффузии в трехкомпонентной газовой смеси в вертикальном цилиндре кругового сечения // ЖТФ. – 2014. – Т. 84, № 4. – С. 15-18.

МРНТИ 29.27.23

УДК 537.533.9

Е.А. Оспанбеков<sup>1</sup>, О.С. Баяхметов<sup>2</sup>, А.А. Азаматов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұрсұлтан қ., Қазақстан

## КИЛЬВАТЕРЛЫҚ ӘДІСПЕН БӨЛШЕКТЕРДІҢ ҮДЕТІЛУІНІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

### Аңдатпа

Кильватерлық үдетудің негізгі принциптері қарастырылған. Ультра-қысқа толқынды лазерлік импульстің плазмамен әрекеттескеннен кейін, плазмадағы электрондарды тынштық күйінен шығарып, пондеромоторлық күштерінің туындауы қарастырылған. Осылайша үдетілетін каналда плазмалық толқындар туындайды. Плазмалық каналдағы “bubble”- режимінің пайда болуы және арнайы белгілі бір фазадағы үдетілетін электрондардың шоғырын инжекцияланады. Осы мақалада шоғырдың үдетілу градиенті зерттелген. Математикалық моделі жасалынды. Ультра-қысқа толқынды лазерлік импульстің ұзындығы 17.3 фс, толқын ұзындығы 0.8 мкм, электр кернеулігі 106В/мкм, интенсивтілігі 1021 Вт/мкм<sup>2</sup>, ал плазманың электрондарының концентрациясы 106 мкм<sup>-3</sup>, үдетілетін каналдың арақашықтығы 200 мкм. Есептеу кезінде үдетілетін шоғырдың өздігінен фокусталуы, шоғырдың плазмадағы иондарымен соқтығысуы, Раман шашырауы, плазмалық толқынның соқтығысу процесі ескерілмеген. Алынған нәтижелер кильватерлық үдетудің механизмін дәлелдейді.

**Түйін сөздер:** Кильватерлық үдету, плазмалық толқын, пондеромоторлық күш, ультра-қысқа лазерлік толқын, математикалық модель.

Аннотация

Е.А. Оспанбеков<sup>1</sup>, О.С. Баяхметов<sup>2</sup>, А.А. Азаматов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, г. Нур - Султан, Казахстан

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСКОРЕНИЯ ЧАСТИЦ КИЛЬВАТЕРНЫМ МЕТОДОМ

Были рассмотрены основные принципы кильватерного ускорения. После взаимодействия плазмы с ультра-коротким лазерным импульсом, тем самым порождая в плазме пондеромоторные силы, которые в свою очередь выводят электроны плазмы из состояния около равновесия. Вот так рождаются плазменные волны в ускоряющем плазменном канале. За счет плазменной волны порождается “bubble”-режим, в который не обходимо в нужной определенной фазе инжектировать ускоряемый пучок. В данной статье рассмотрены градиент ускорения частиц. Была построена математическая модель ускорения. Ультра-короткий лазерный импульс имела следующие параметры. Это длина импульса 17.3 фс, длина волны 0.8 мкм, электрическая напряженность  $10^6$  В/мкм, интенсивность  $10^{21}$  Вт/мкм<sup>2</sup>, концентрация электронов в плазме составляла  $10^6$  мкм<sup>-3</sup>, ускоряющий промежуток имел длину 200 мкм. В задаче пренебрегались следующие факторы: самофокусировка ускоряемого пучка, столкновение ускоряемого пучка с ионами плазмы, Рамановское рассеяния, процесс столкновение плазменных волн. Полученные результаты доказывает реализуемость кильватерного ускорения.

**Ключевые слова:** Кильватерное ускорение, плазменная волна, пондеромоторные силы, ультра-короткий лазерный импульс, математическая модель.

Abstract

## MATHEMATICAL MODELING OF PARTICLE ACCELERATION BY THE WAKEFIELD METHOD

Ospanbekov Y.A.<sup>1</sup>, Bayakhmetov O.S.<sup>2</sup>, Azamatov A.A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup> L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

The basic principles of wake acceleration were considered. After the interaction of the plasma with an ultra-short laser pulse, thereby generating in the plasma ponderomotive forces, which in turn remove the plasma electrons from the state near equilibrium. This is how plasma waves are born in the accelerating plasma channel. Due to the plasma wave, a “bubble” is generated — a mode into which an accelerated beam is injected into the desired definite phase. This article discusses the gradient of particle acceleration. A mathematical model of acceleration was built. The ultra-short laser pulse had the following parameters. This is a pulse length of 17.3 fs, a wavelength of 0.8  $\mu\text{m}$ , electrical intensity  $10^6$  V/ $\mu\text{m}$ , intensity  $10^{21}$  W/ $\mu\text{m}^2$ , the electron concentration in the plasma was equal to  $10^6$   $\mu\text{m}^{-3}$ , the accelerating gap had a length of 200  $\mu\text{m}$ . The following factors were neglected in the task: self-focusing of the accelerated beam, collision of the accelerated beam with plasma ions, Raman scattering, collision process of plasma waves. The results obtained prove the feasibility of wake acceleration.

**Keywords:** Wakefield acceleration, plasma wave, ponderomotive force, ultra-short laser pulse, mathematical model.

Қазіргі кезде үдеткіштердің үдету өрісі 100 МВ/м шектелген. Жылдамдықты одан әрі арттыру қуат жинағының жоғары жиілікті құрылымы ішіндегі бұзылу проблемасына тап болады [1].

Зарядталған бөлшектерді жеделдету үшін жарамды электр өрісі драйверді - зарядталған релятивистік шоғырды немесе қысқа лазерлі импульсті өткізгеннен кейін плазмада пайда болады. Драйвер плазма электрондарын тыныштық күйінен шығарып өзінің энергиясын оларға береді [2].

Қозғалмаған иондар ығысқан электрондарды қайта орынына әкеледі, нәтижесінде ығысқан электрондар ауытқи бастайды және ленгмюр толқыны пайда болады.

Көру тұрғысынан лазерлік сәуле пондеромоторлық күшті оятады, сондықтан ультра релятивистік драйвер артында орналасқан бөлшектер әрқашан бір фазада болады.  $n_i$  тығыздығы плазмасында, амплитудасы бар электр өрісі [1]

$$E_0 = \frac{mc\omega_p}{e} \quad (1)$$

мұндағы  $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_i e^2}{m}}$  плазмалық жиілілік;  $e$  — элементар заряд;  $m$  — электронның массы;

$c$  — жарық жылдамдығы.

Зарядталған бөлшектердің плазмадағы немесе өтелмеген сәулелердегі жеделдету үшін қажетті толқындарды электронды тоқтармен және сыртқы жоғары жиілікті генераторлар арқылы қозғдыруға болады. Плазмалық-лазерлік өзара әрекеттесудің сызықты емес кезеңінің теориялық және

эксперименттік зерттеулерінде көрсетілгендей, шоғырдың энергиясының шамамен 30% тербелістерді қоздыруға жұмсалынады [3, 4].

Мұндай үдету түрінде шешілмеген мәселелері бар. Шоғырдың өздігінен фокусталуы, толқындардың бұзылуы, моноэнергетикалық шоғырды алу.

Бірақ осы мәселелер қарастырылмайды. Негізгі мақсатымыз шоғырдың үдетілген энергиясын табу.

Пондеромотор күшнің нәтижесінде интенсивті электромагниттік импульс плазмада сызықты емес плазмалық тербелістерді тудыруы мүмкін. Егер лазерлік импульстің артына электрондар шоғырын енгізсек онда шоғыр үлкен энергияларға дейін үдетілу мүмкін. Бұл үдету механизмі компьютерлік модельдеу арқылы көрсетілген. Ұжымдық плазмалық үдеткіштер бойынша жақында маңызды теориялық және тәжірибелік зерттеулер жүргізіле бастады. Ұжымдық үдеткіштерге арналған зертханалық технологияларға келетін болсақ, онда қазіргі заманғы ультра-қысқа импульсті лазерлер  $10^{10}$  В/см электр өрісі мен  $10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup> қуат тығыздығын береді.

### Кильватерлық үдетудің негізгі түсініктері

Плазмаға енгізілген, электромагниттік сәулеленудің (фотондар) толқындық пакеті, фотондардан кейін электростатикалық ізін қоздырады плазмадағы электромагниттік толқындар пакетінің топтық жылдамдығы

$$v_s^{EM} = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} < c \quad (2)$$

мұндағы  $\omega_p$  — плазманың тербелу жиілігі;  $\omega$  — лазерлік импульстің жиілігі.

Фазалық жылдамдықпен қозғалатын фотондар арқылы плазмалық толқын пондеромотор күшімен қоздырылады.

$$v_p = \frac{\omega_p}{k_p} = v_s^{EM} = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (3)$$

мұндағы  $k_p$  — плазмалық тербелісінің толқындық саны.

Мұндай іздер ең тиімді түрде жасалады, егер лазерлік импульстің ұзындығы плазмалық толқынның ұзындығының жартысын құраса [3]:

$$L_i = \frac{\lambda_\omega}{2} = \frac{\pi c}{\omega_p} \quad (4)$$

Лазердің сәулелену импульсінің плазмамен өзара әрекеттесуі релятивистік емес теңдеулермен сипатталуы мүмкін. Алайда, керісінше теңсіздікті сақтаған кезде, электромагниттік толқынның электрондарының қозғалысы релятивисттік болады және мұндай қозғалысты сипаттау үшін релятивистік теңдеулер жүйесін бастау керек. Бұл жерде феномендік электродинамика шектелуімен пондеромоторлық күштерді сипаттау әдісі мүлдем қолданылмайтынын атап өткен жөн. Біз электромагниттік сәулелену саласындағы плазмадағы көлемдік күштерге қызығушылық танытамыз. Сондықтан плазманың сәулеленуге мөлдір болады деп есептейміз [5]. Бұл теңсіздікті қарастырамыз:

$$\omega > \omega_{pl} = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}} \quad (5)$$

### Ультра-қысқа толқынды лазерлік импульстің плазмаға әсер ететін пондеромоторлық күші

Өрістен туындаған, яғни теңсіздік қозғалыс жылдамдығының электронның жылдамдығы кезде плазмалық электрондардың қозғалысы релятивисттік электромагниттік өріске қарайды. Бұл бір электронды келесі қозғалыс теңдеуінен бастауға мүмкіндік береді:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = e \left( \vec{E} + \frac{1}{c} \left[ \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B} \right] \right) \quad (6)$$

Енді қиын емес математикалық түрлендірулерден кейін бір электронға әсер ететін күшті табамыз:

$$\vec{f}_{opt} = -\frac{e^2}{4m\omega^2} \nabla |\vec{E}_0|^2 \quad (7)$$

Осы күшті электрондардың концентрациясына көбейткенде плазманың бірлік көлеміне әсер ететін пондеромоторлық күшті анықтай аламыз:

$$\vec{F}_{opt} = -\frac{n_e e^2}{4m\omega^2} \nabla |\vec{E}_0|^2 = -\frac{\omega_{pl}^2}{16\pi\omega^2} \nabla |\vec{E}_0|^2 \quad (8)$$

Пондеромоторлық немесе Гапонов-Миллер күші деп аталады[6]. Пондеромоторлық күші плазма физикасындағы маңызды рөлін атқаратын болып табылады және, атап айтқанда, маңызды рөл атқарады

Электростатикалық өріс амплитудасының ұлғаюы және көрсетілуі. Қозғалыстың теңдеуі туындағанын көрсетеміз кең потенциалды потенциалды әлеуеті шектелген шегінде ғана сандық есептелген орбитамен келісіледі параметр диапазоны және осы диапазоннан тыс кез келген пондеромотормен сәйкес келмейтін функцияларды көрсетеді өріс амплитудасының әлеуетті шаршығы. Себебі пондеромотор күші әр түрлі іргелі рөл атқарады плазмалық физикадағы проблемалар, ең қарапайым конфигурацияларда да маңызды екенін ескеру керек стандартты теориялар дәл болмауы мүмкін [7, 8, 9].

Толқындардағы тербеліс амплитудасы бойынша бөлшектердің тербеліс амплитудасымен салыстыра отырып, кеңістікте қарқындылығы өзгертін жоғары жиілікті электромагниттік өріс арқылы шығарылатын пондеромотор күші лазерлі плазма өзара әрекеттесу кезінде кеңінен қолданылатын плазмалық физикадағы негізгі түсінік болып табылады [10, 11].

Амплитуданың кеңістіктік вариациясына елеусіз, толқынның арқасында бөлшектердің өз ортаның ұстанымынан ығысу формуласы:

$$x - x_0 = \frac{eE_0 T_p^2}{m} \exp\left(-\frac{t^2}{T_p^2}\right) \cos(\omega_L t) \quad (9)$$

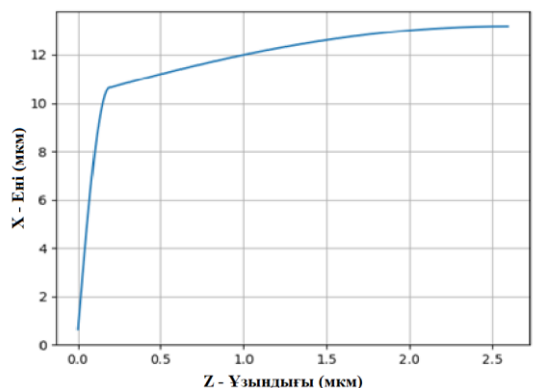
### Кильватерлық үдетудің математикалық моделі

Қарастырылатын лазерлік импульстің бастапқы шарттары:

$$E_0 = 10^6 \frac{B}{\text{мкМ}}; \quad T_p = 17.3 \text{ фс}; \quad \lambda = 0.8 \text{ мкМ}; \quad I_0 = 10^{21} \frac{B \text{ м}}{\text{мкМ}^2};$$

$$n = 10^6 \text{ мкМ}^{-3}; \quad \bar{v} = \frac{c}{\lambda}; \quad V_\phi = c \sqrt{1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega_L^2}}; \quad \vec{k} = \frac{\omega}{c}; \quad z = 200 \text{ мкМ};$$

1-ші суретте электрондардың пондеромоторлық күшінен ығысуын көре аламыз. Кейін ең жоғары нүктесіне жеткеннен кейін Ленгмюр толқынының және де электрондардың сығылу әсерінен қайтып өз орнына келеді.

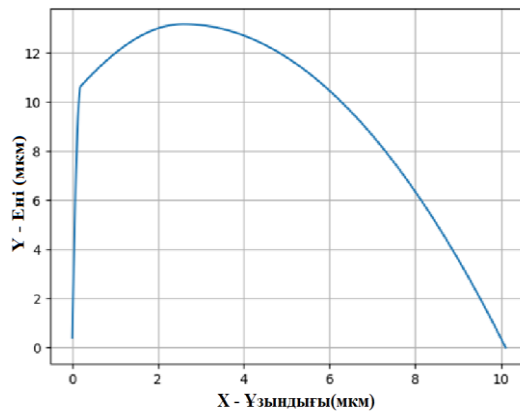


Сурет 1. Лазерлік импульстің пондеромоторлық күштерінің нәтижесіндегі электрондардың ығысу арақашықтығы

Жоғарғы нүктесіне жеткеннен кейін қайта орнына келу уақыты:

$$t_i(x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi n e^2}} + \sqrt{\frac{2m(b - \Delta x_i)^2}{k(N-1)e^2}} \quad (10)$$

2-ші суретте пайда болған кильватерлық толқынның нәтижесінде плазманың ішінде сыртқы пішіні шар тәріздес фигура пайда болады. Сырты электрондармен қоршалған ал ішкі жағында тек лазерлік импульс бар. Осы фигураны –“Bubble-regime” (бабл режимі) алғаш рет сандық әдіспен А. Пухов ашты [12]. Ал кейін 3 тәуелсіз топпен дәлелденді [13, 14, 15].



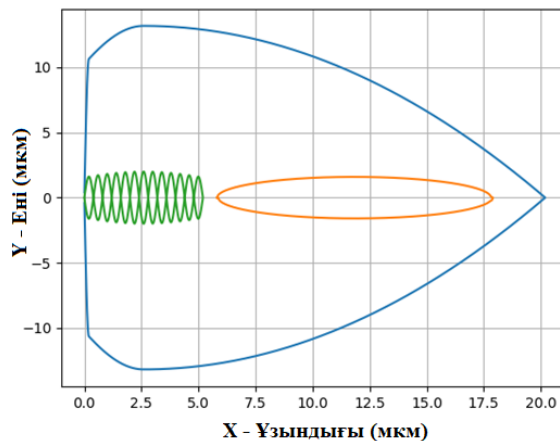
Сурет 2. Екі функцияның тігілуі және bubble-режимінің пайда болуы

Шоғырды қарастырамыз. Шоғырдың бастапқы параметрлері:

1. шоғырдың энергиясы 25 МэВ;
2. бөлшектредің саны  $10^6$ ;
3. ұзындығы 12 мкм.

Пішіні эллипс тәріздес болып келеді.

3-ші суретте кильватерлық толқынның ішіне ипнжекцияланған үдететілетін шоғырмен бірге лазерлік импульстің жазықтықтағы кескіні белгіленген, барлық көлемдік өлшемдері айқын көрсетілген



Сурет 3. Электрондардың bubble режимімен үдету

### Үдетудің математикалық моделі

Электрондық шоғырдың ұздығынан жартысынан бастап соңына дейін қоршаған электрондардың беттік ауданын табамыз ол  $S_1$  – болсын.

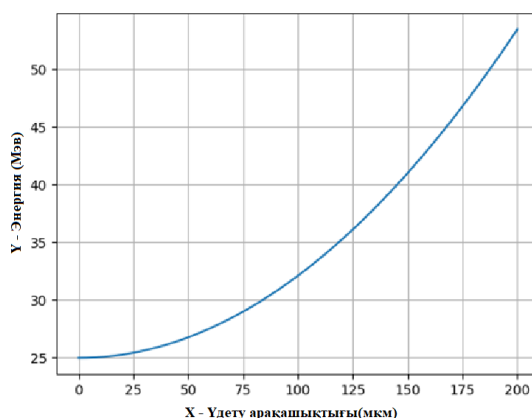
Енді жиналған заряд

$$q_1 = S_1 n^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

Ал үдету формуласы :

$$Q = \frac{1}{2} \left( k \frac{q_1 q_2 t_i}{N_b r^2} \right)^2 \quad (12)$$

4-ші суретте электрондық шоғырдың үдетілу энергиясымен үдетілу арақашықтығы сипатталған. Осы байланыс классикалық үдеткіштердегі үдету градиентімен салыстырғанда сызықты емес байқауға болады. Сондықтан кильватерлық үдетуі өте тиімді технологиялардың қатарына жатады деп есептейміз.



Сурет 4. Инжекцияланған шоғырдың үдетілу энергиясы

Электрондардың үдеуін сипаттайтын механизм лазерлік-плазмадағы тез бөлшектердің пайда болуы туралы қазіргі немесе одан да аз идеяларға сәйкес келеді. Осы тұжырымдамаларға сәйкес бастапқы лазерлік импульстың энергиясы электрондардың қозғалысына айналады.

Бұл трансформацияның механизмі, негізінде, пондеромторлық потенциал, лазерлік толқынның электрондардың тербелістері фазасының сәтсіздігі, түрлі механизмдердің пайда болуы, оның бастысы нысананың өткір бетінен тыс электрондарды шығару болып табылады, сондай-ақ түрлі резонанстық тетіктер, онда электронның қозғалысы плазма толқындарымен резонанстық болып табылады.

Жалпы айтқанда, бөлшектердің үдеуі ол анықталатын параметрлердің көп факторларымен сипатталады. Бұл параметрлерге, лазердің интенсивтілігі, жиілігі, лазерлік импульстың ұзақтығы және басқа факторлар. Бұл параметрлердің комбинациясында үдету үшін ығайлы орта жасауға әсер етеді.

Осындай лазерлік үдеткіштерді қолдану изотоптарды өндірудің ядролық процестерін зерттеу, лазерлік қондырғыларда термоядролық реакцияларды бастау, стандартты үдеткіштермен салыстырғанда әлдеқайда кішігірім, іргелес қосымшалармен аяқталу.

Жұмыстың барысында алынған нәтижелер

1) Электронды үдеуді сипаттайтын математикалық модельдеу кезінде есептеулер алынды. концентрациясы  $10^{18} \text{ см}^3$  болатын плазмада, бастапқы энергиясы 25МэВ, ал электрондар саны шамамен  $\approx 10^6$  шоғырдың үдеуі 200 мкм ішінде шамамен 55 МэВ энергиясына дейін өседі

2) Үдеудің механизмін көру, және процесстерді көріп зерттеу үшін кильватерлық үдеудің моделі жасалынды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Лотов К.В., Петренко А.В., Скринский А.Н. Проект эксперимента по кильватерному ускорению на инжекционном комплексе ВЭПП-5 //Физика плазмы. – 2005. – Т. 31. – №. 4.
2. Файнберг Я.Б. Плазменная электроника и плазменные методы ускорения заряженных частиц //Физика плазмы. – 2000. – Т. 26. – №. 4. – Бет. 362.
3. Tajima T., Dawson J. M. Laser electron accelerator //Physical Review Letters. – 1979. – Т. 43. – №. 4. – Бет. 267.
4. Терехов А.В., Тимофеев И.В., Лотов К.В. Двумерная численная модель плазмы для изучения процессов пучково-плазменного взаимодействия // Новосибирский государственный университет. 2010.
5. Андреев С.Н., Макаров В.П., Рухадзе А.А. Средние силы, действующие на вещество в сильных лазерных полях. – 2010.

- 6 Агафонов А.В. Сильноточный электронный пучок в плазме средней плотности. Елизаров А. А. Физика интенсивных электронных и ионных пучков. – 2007.
- 7 Франк-Каменецкий Д. А. Лекции по физике плазмы. – 1968.
- 8 Косарев И.Н. Кинетическая теория плазмы и газа. Взаимодействие мощных лазерных импульсов с плазмой // Успехи физических наук. – 2006. – Т. 176. – №. 12. – С. 1267-1281.
- 9 Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б. О взаимодействии пучка заряженных частиц с электронной плазмой // ДАН СССР. – 1949. – Т. 69. – №. 3. – С. 555-561.
- 10 Беляев В. С. и др. Генерация быстрых заряженных частиц и сверхсильных магнитных полей при взаимодействии сверхкоротких интенсивных лазерных импульсов с твердотельными мишенями // Успехи физических наук. – 2008. – Т. 178. – №. 8. – С. 823-847.
- 11 Балакирев В. А. и др. Возбуждение ленгмюровских колебаний в полугораниченной плотной плазме лазерным импульсом // Физика плазмы. – 2005. – Т. 31. – №. 9. – С. 842-847.
- 12 Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime // Applied Physics B. – 2002. – Т. 74. – №. 4-5. – Pp. 355-361.
- 13 Burton D. A. et al. Observations on the ponderomotive force // Relativistic Plasma Waves and Particle Beams as Coherent and Incoherent Radiation Sources II. – International Society for Optics and Photonics, 2017. – Т. 10234. – 102340G.
- 14 Tsung F. S. et al. Near-GeV-energy laser-wakefield acceleration of self-injected electrons in a centimeter-scale plasma channel // Physical review letters. – 2004. – Т. 93. – №. 18. – P. 185002.
- 15 Faure J. et al. A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams // Nature. – 2004. – Т. 431. – №. 7008. – Pp. 541-4.

МРНТИ 29.05.03  
УДК 536.93

Н.Т. Суйкимбаева<sup>1</sup>, А.А. Женесов<sup>1</sup>, О.В. Разина<sup>1</sup>, П.Ю. Цыба<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Евразийский Национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

### АНЗАЦ БЕТЕ В XXX МОДЕЛИ ГЕЙЗЕНБЕРГА ДЛЯ 3-Х ПЕРЕВЕРНУТЫХ СПИНОВ

Аннотация

В статье рассмотрены решения методом координатного анзаца Бете для системы описываемой однородной периодической XXX моделью Гейзенберга с тремя перевернутыми спинами в спиновой цепочке. Применяя периодические условия к спиновой цепочке получены уравнение Бете. Путем параметризации системы уравнений Бете получили систему алгебраических уравнений. Найдены примеры нетривиальных бетевских векторов, соответствующие решениям с значениями спектральных параметров. Для бесконечного числа спинов в цепочке  $N \rightarrow \infty$  (термодинамический предел) с экспоненциальной точностью получено семейство решений, также в следствии, получены значения импульса и энергии. Проведено сравнение энергии связанных и несвязанных состояний. Для конечного числа спинов  $N$  (не термодинамический предел) в цепочке в зависимости от конфигурации системы получены возможные значения решений энергии.

**Ключевые слова:** Координатный анзац Бете, уравнения Бете, спиновая цепочка, XXX-модель Гейзенберга,  $\lambda$ -параметризация, спектральный параметр, квантовая интегрируемая система, ферромагнетизм.

Аңдатпа

Н.Т. Суйкимбаева<sup>1</sup>, А.А. Женесов<sup>1</sup>, О.В. Разина<sup>1</sup>, П.Ю. Цыба<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

### ГЕЙЗЕНБЕРГТІҢ XXX МОДЕЛІНДЕГІ 3-ЕУІ КЕРІ АУДАРЫЛҒАН СПИНДЕР ҮШІН БЕТЕ АНЗАЦЫ

Бұл мақалада спиндік тізбектегі 3-еуі аударылған спиндері бар Гейзенбергтің біртекті периодтық XXX моделін сипаттайтын координаталық Бете анзац теңдеулерінің шешімін қарастырамыз. Айналдыру тізбегіне периодты жағдайларды қолдану арқылы Бете теңдеуі алынды. Теңдеулер жүйесін параметрлеу арқылы Бетенің алгебралық теңдеулер жүйесі алынды. Спектральдық параметрлердің сәйкес келетін мәндері бар, тривиальды емес Бете векторларының шешімдеріне сәйкес келетін мысалдары табылды.  $N \rightarrow \infty$  тізбегіндегі (термодинамикалық шегі) шексіз спиндер саны үшін экспоненталық дәлдікпен шешімдер тобы алынды және нәтижесінде импульс пен энергияның мәндері алынды. Байланысты және байланыссыз емес жағдайларының энергиясына салыстыру жүргізілді. Жүйенің конфигурациясына байланысты тізбектегі  $N$  (термодинамикалық емес шегі) айналдырудың соңғы саны үшін энергия шешімдерінің айырымын мәндері алынды.

**Түйін сөздер:** Координаталық Бете анзацы, Бете теңдеуі, спиндік тізбек, Гейзенбергтің XXX-моделі,  $\lambda$ -параметрлеу, спектральды параметр, кванттық интегралданатын жүйе, ферромагнетизм.

## Abstract

## THE BETHE ANSATZ IN THE XXX MODEL OF HEISENBERG FOR THE 3-INVERTED SPINS

Suikimbayeva N.T.<sup>1</sup>, Zhenessov A.A.<sup>1</sup>, Razina O.V.<sup>1</sup>, Tsyba P.YU.<sup>1</sup><sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian national university, Nur-Sultan, Kazakhstan

This article discusses the solutions by the Bethe coordinate ansatz method for the system described by the homogeneous periodic XXX Heisenberg model with three inverted spins in the spin chain. Applying periodic conditions to the spin chain, the Bethe equation is obtained. By parameterizing the system of Bethe equations, we obtained a system of algebraic equations. Found examples of non-trivial betowski vectors corresponding to solutions with values of the spectral parameters. For an infinite number of spins in the chain  $N \rightarrow \infty$  (thermodynamic limit) with exponential accuracy, a family of solutions is obtained, and in consequence, the values of momentum and energy are obtained. The energy of bound and unbound States is compared. For a finite number of spins  $N$  (non-thermodynamic limit) in the chain, depending on the configuration of the system, possible values of energy solutions are obtained.

**Keywords:** Coordinate Bethe ansatz, Bethe equations, spin chain, XXX-Heisenberg model,  $\lambda$ -parametrization, spectral parameter, quantum integrable system, ferromagnetism.

## Введение

В физике анзац Бете является методом для нахождения точных решений некоторых квантовых много частичных моделей. Он был изобретен Гансом Бете в 1931 г., чтобы найти точные собственные значения и собственные векторы одномерного антиферромагнитного гамильтониана Гейзенберга. С тех пор этот метод был распространен на другие модели в одном измерении: бозе-газ, модель Хаббарда и т.д. В рамках квантовой механики модели, решаемые анзацем Бете, можно сравнить со свободными фермионными моделями. Можно сказать, что динамика свободной модели является единичной сводимой: многочастичная волновая функция для фермионов (бозонов) является антисимметричным (симметризованным) произведением волновых функций одного тела. Модели, разрешаемые анзацем Бете, не являются свободными: сектор двух тел имеет нетривиальную матрицу рассеяния, которая в общем случае зависит от момента импульсов. С другой стороны, динамика моделей, разрешимых анзацем Бете, сводится к двум телам: матрица рассеяния системы частиц является произведением матриц рассеяния двух тел. Основное состояние-сфера Ферми. Периодические граничные условия приводят к уравнениям анзаца Бете. В логарифмической форме уравнения Бете могут быть получены действием Янга. Квадрат нормы волновой функции Бете равен определителю матрицы вторых производных действия Янга [1]. Разработанный координатный анзац Бете [2] привел к существенному прогрессу, заявив, что метод квантового обратного рассеяния позволил решить широкий класс нелинейных эволюционных уравнений, что объясняет алгебраическую природу анзаца Бете. Точные решения так называемой *sd*-модели, были рассмотрены в 1980 г. П. Б. Вигманном [3] и Н. Андреем [4], и модель Андерсона, рассмотренная П. Б. Вигманном [5] в 1981 г., Н. Каваками и А. Окиджи [6] в 1981 году, также основаны на анзаце Бете. Существуют многоканальные обобщения этих двух моделей, которые также поддаются точным решениям [7], [8]. Недавно было реализовано несколько моделей, разрешенных анзацем Бете, в твердых состояниях и оптических решетках. Важную роль в теоретическом описании этих экспериментов сыграли Жан-Себастьян Коу [2] и Алексей Цвелик [3].

В последние годы понимание структуры сцепления внебалансовых квантовых систем многих тел стало новой исследовательской темой на перекрестке между статистической физикой, физикой конденсированных сред, квантовой теорией поля и квантовой информацией. В одном измерении рост запутывания был связан с возможностью классического компьютера имитировать неравновесные квантовые системы с матричными состояниями [9]. Более того, термодинамическая энтропия в стационарном состоянии интерпретировалась как асимптотическое переплетение большой подсистемы [9]. Для квантовых протоколов гашения, объединяя квазичастичную картину для распространения переплетения с точным знанием стационарного состояния, представленного анзацем Бете, можно получить точное и аналитическое описание эволюции энтропии запутывания [9]. В этой работе показано применение этой идеи к нескольким интегрируемым моделям. Показано, что для невзаимодействующих систем, как бозонных, так и фермионных, точная зависимость энтропии запутанности от времени может быть получена с помощью элементарных методов. Показано точные результаты для взаимодействующих спиновых цепей, которые тщательно проверены численным моделированием. Доказано, что спектр углового оператора дискретный и состоит из простых собственных значений и с помощью функционального метода анзаца Бете получают набор необходимых и достаточных условий для того, чтобы угловой оператор имел полиномиальные



решения [10]. Важную роль в физике играют модели, описывающие взаимодействие бозонных мод и спиновых степеней свободы. Применение таких моделей обеспечивается взаимодействиями атомного излучения [11], где атомный диполь описывается эффективным спином, взаимодействующим с одномодовым электрическим полем. Совсем недавно этот класс моделей рассматривался для изучения различных аспектов в мезоскопической физике, где данная двухуровневая система взаимодействует с бозонной средой [12].

В представленной работе вычисляются собственные значения оператора гамильтона XXX модели Гейзенберга в случае термодинамического предела и приводится численный расчет энергии для различных конфигураций спинов в цепочке.

### XXX-модель бесконечной спиновой цепочки Гейзенберга

Рассмотрим XXX модель Гейзенберга описывающуюся следующим оператором

$$H^{XXX} = -\frac{1}{2} \sum J_x \sigma_x^k \sigma_x^{(k+1)} + J_y \sigma_y^k \sigma_y^{(k+1)} + J_z \sigma_z^k \sigma_z^{(k+1)}, \quad (1)$$

где  $J_x = J_y = J_z$ . Будем решать задачу на собственные векторы и собственные состояния.

Собственные векторы для трех перевернутых спинов ищем в виде

$$|\psi^{(3)}\rangle = \sum_{1 \leq k_1 \leq k_2 \leq k_3 \leq N} a(k_1, k_2, k_3) \sigma_-^1 \sigma_-^2 \sigma_-^3 |\Omega\rangle, \quad (2)$$

где  $a(k_1, k_2, k_3)$  - неизвестные пока коэффициенты, удовлетворяющие условиям периодичности, которые будут учтены ниже. Их называют трех волновой функцией в координатном представлении). Уравнение на собственные значения оператора применяют в виде

$$P|\psi\rangle = (N - E)|\psi\rangle, \quad (3)$$

где  $P \equiv \sum_{k=1}^N P_{k,k+1}$  и  $H^{XXX} \psi = E \psi$ . Свернем обе части с ковектором  $\langle \Omega | \sigma_+^{n_3} \sigma_+^{n_2} \sigma_+^{n_1}$ .

$$\langle \Omega | \sigma_+^{n_3} \sigma_+^{n_2} \sigma_+^{n_1} P |\psi\rangle = \langle \Omega | (N - E) \sigma_+^{n_3} \sigma_+^{n_2} \sigma_+^{n_1} |\psi\rangle. \quad (4)$$

и пронесем операторы перестановки налево, где они, подействовав на левый вакуум, благополучно исчезнут, поскольку вакуумное состояние инвариантно относительно любых перестановок (все спины смотрят вверх).

Далее просуммируем по  $k$  и воспользуемся тождеством  $a(n_1, n_2, n_3) = \langle \Omega | \sigma_+^{n_3} \sigma_+^{n_2} \sigma_+^{n_1} |\psi\rangle$  ( $n_1 < n_2 < n_3$ ).

$$a(n_1 + 1, n_2 + 1, n_3 + 1) = e^{i(p_1 + p_2 + p_3)} a(n_1, n_2, n_3). \quad (5)$$

Суммирование по  $k$  проводится для случаев 1)  $n_1 < n_2 - 1$ ;  $n_2 < n_3 - 1$ ;  $n_3 < n_4 - 1$ , 2)  $n_1 = n_2 - 1 = n$ ,  $n_2 = n_3 - 1 = n + 1$ ,  $n_3 = n_2 + 1 = n + 2$ , 3)  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = N - 1$ ,  $n_3 = N$ . Проводя вычисления с учетом (5) получим соотношения для  $A, B$  и  $C$ .

$$\frac{A}{B} = -\frac{1 + e^{i(p_1 + p_2 + p_3)} - 2e^{ip_1}}{1 + e^{i(p_1 + p_2 + p_3)} - 2e^{ip_2}} = e^{i\theta(p_1, p_2) + \theta(p_1, p_3)}, \quad (6)$$

$$\frac{B}{C} = -\frac{1 + e^{i(p_1 + p_2 + p_3)} - 2e^{ip_2}}{1 + e^{i(p_1 + p_2 + p_3)} - 2e^{ip_1}} = e^{i\theta(p_1, p_2) + \theta(p_2, p_3)},$$

$$\frac{C}{A} = -\frac{1 + e^{i(p_1 + p_2 + p_3)} - 2e^{ip_3}}{1 + e^{i(p_1 + p_2 + p_3)} - 2e^{ip_1}} = e^{i\theta(p_1, p_3) + \theta(p_2, p_3)}.$$

Для краткости будем писать  $\theta_{12} = \theta(p_1, p_2) = -\theta_{21}$ ,  $\theta_{13} = \theta(p_1, p_3) = -\theta_{31}$ ,  $\theta_{23} = \theta(p_2, p_3) = -\theta_{32}$ . Тогда выражения для  $a(n_1, n_2, n_3)$  примет вид

$$a(n_1, n_2, n_3) = e^{i\left(p_1 n_1 + p_2 n_2 + p_3 n_3 + \frac{\theta_{12} + \theta_{23}}{2}\right)} + e^{i\left(p_2 n_1 + p_3 n_2 + p_1 n_3 + \frac{\theta_{23} + \theta_{13}}{2}\right)} + e^{i\left(p_3 n_1 + p_1 n_2 + p_2 n_3 + \frac{\theta_{13} + \theta_{12}}{2}\right)}. \quad (7)$$

Из (6) следуют соотношения

$$2 \frac{\theta_{ij}}{2} = \frac{p_i}{2} - \frac{p_j}{2}, \quad i, j = 1, \dots, r. \quad (8)$$

$\lambda$  - называют квантовым числом Бете,  $\lambda_i = 1, \dots, N-1$  которые мы будем применять для вычисления энергии при конечном числе спинов в цепочке. Из условия периодичности сразу следуют ограничения на возможные значения  $p_1, p_2, p_3$ :

$$\begin{cases} e^{ip_1 N} = e^{i\theta(p_1, p_2)} \cdot e^{i\theta(p_1, p_3)}, \\ e^{ip_2 N} = e^{i\theta(p_2, p_1)} \cdot e^{i\theta(p_2, p_3)}, \\ e^{ip_3 N} = e^{i\theta(p_3, p_1)} \cdot e^{i\theta(p_3, p_2)}. \end{cases} \quad (9)$$

Из (9) следует

$$Np_i = 2\pi\lambda_{i,j} - \sum_{i \neq j} \theta_{ij}, \quad i, j = 1, \dots, r. \quad (10)$$

Вместо  $p$  введем параметр  $\lambda$  следующим образом

$$e^{ip} = \frac{\lambda + \frac{1}{2}}{\lambda - \frac{1}{2}} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{p}{2}. \quad (11)$$

В  $\lambda$  - параметризации [13] системы (9) она выглядит следующим образом

$$\left( \frac{\lambda_1 - \frac{i}{2}}{\lambda_1 + \frac{i}{2}} \right)^N = \frac{\lambda_1 - \lambda_2 - i}{\lambda_1 - \lambda_2 + i} \cdot \frac{\lambda_1 - \lambda_3 - i}{\lambda_1 - \lambda_3 + i}, \quad \left( \frac{\lambda_2 - \frac{i}{2}}{\lambda_2 + \frac{i}{2}} \right)^N = \frac{\lambda_2 - \lambda_1 - i}{\lambda_2 - \lambda_1 + i} \cdot \frac{\lambda_2 - \lambda_3 - i}{\lambda_2 - \lambda_3 + i}, \quad (12)$$

$$\left( \frac{\lambda_3 - \frac{i}{2}}{\lambda_3 + \frac{i}{2}} \right)^N = \frac{\lambda_3 - \lambda_1 - i}{\lambda_3 - \lambda_1 + i} \cdot \frac{\lambda_3 - \lambda_2 - i}{\lambda_3 - \lambda_2 + i}. \quad \text{Получим решения при } N \rightarrow \infty$$

$$\left( \frac{\lambda_1 - \frac{i}{2}}{\lambda_1 + \frac{i}{2}} \right)^N = \omega_1 e^{\frac{i}{N}\theta_{123}}, \quad \left( \frac{\lambda_2 - \frac{i}{2}}{\lambda_2 + \frac{i}{2}} \right)^N = \omega_2 e^{\frac{i}{N}\theta_{123}}, \quad \left( \frac{\lambda_3 - \frac{i}{2}}{\lambda_3 + \frac{i}{2}} \right)^N = \omega_3 e^{\frac{i}{N}\theta_{123}}, \quad (13)$$

уравнение (11) может иметь комплексные решения. Положим  $\lambda_1 = u_1 + i v_1, \lambda_2 = u_2 + i v_2, \lambda_3 = u_3 + i v_3$ . Модуль первого уравнения дает

$$\left( \frac{u_1^2 + (v_1 - \frac{1}{2})^2}{u_1^2 + (v_1 + \frac{1}{2})^2} \right)^N = \frac{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2 - 1)^2}{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2 + 1)^2} \cdot \frac{(u_1 - u_3)^2 + (v_1 - v_3 - 1)^2}{(u_1 - u_3)^2 + (v_1 - v_3 + 1)^2}. \quad (14)$$

Пусть  $v_1 > 0$ , тогда левая часть экспоненциально мала при  $N \rightarrow \infty$ . Таким образом, с экспоненциальной точностью имеем  $u_1 = u_2 = u_3, v_1 - v_2 = 1, v_2 - v_3 = 1$ . Взяв по модулю обе части второго уравнения, видим, что  $v_3 < 0$ . Перемножив три уравнения, получим

$$\left( \frac{u_1 + i\left(v_1 - \frac{5}{2}\right)}{u_1 + i\left(v_1 + \frac{1}{2}\right)} \right)^N = 1. \quad (15)$$

откуда  $v_1 = 1, v_2 = 0, v_3 = -1$ . Итак, с экспоненциальной точностью при  $N \rightarrow \infty$  имеем семейство решений

$$\lambda_1 = u + i, \quad \lambda_2 = u, \quad \lambda_3 = u - i. \quad (16)$$

Вещественный параметр  $u$  произволен. Через него выражается полный импульс данного состояния и его энергия

$$p(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = p(\lambda_1) + p(\lambda_2) + p(\lambda_3), \quad E(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \varepsilon(\lambda_1) + \varepsilon(\lambda_2) + \varepsilon(\lambda_3). \quad (17)$$

Подставив значения импульсов и энергии получаем

$$p(\lambda) = -i \ln \frac{u + \frac{1}{2}}{u - \frac{1}{2}} - i \ln \frac{u - i + \frac{1}{2}}{u - i - \frac{1}{2}} - i \ln \frac{u + i + \frac{1}{2}}{u + i - \frac{1}{2}} = i \ln \frac{u - \frac{3i}{2}}{u + \frac{3i}{2}}. \quad (18)$$

$$E = \frac{1}{u^2 + \frac{1}{4}} + \frac{1}{u^2 - 2iu - \frac{3}{4}} + \frac{1}{u^2 + 2iu - \frac{3}{4}} = \frac{3\left(u^2 + \frac{1}{4}\right)^2}{\left(u^2 + \frac{1}{4}\right)^2 \left[u^2 + \frac{9}{4}\right]} = \frac{3}{u^2 + \frac{9}{4}}. \quad (19)$$

Можно показать, что энергия связанных частиц  $E(u, u - i, u + i)$  всегда меньше, чем энергия трех частиц с импульсами  $p_1, p_2$  и  $p_3$  такими, что  $p_1 + p_2 + p_3 = p(u, u - i, u + i) = p\left(\frac{u}{3}\right)$ .

Энергия трех частиц при не связанном состоянии с импульсам  $p\left(\frac{u}{3}\right)$  имеет следующий вид

$$E(\lambda) = \frac{1}{\lambda^2 + \frac{1}{4}} = \frac{9}{u^2 + \frac{9}{4}}. \quad (20)$$

Принимая во внимание уравнение (18), можно утверждать, что энергия несвязанного состояния в три раза больше связанного.

Далее рассмотрим спиновую цепочку для конечного числа спинов  $N = 11, S_T = \frac{N}{2} - r_1$ .

В таблице 1 показаны результаты вычислений значения энергии в зависимости от конфигурации системы спинов решая систему уравнений (8) и (10). В таблице приведены расчеты для  $r_0 = 0, r_1 = 1, r_2 = 2$  и  $r_3 = 3$ .

Таблица 1. Решение анзац Бете для  $N = 11, r = 3$ .

$S_T$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$11p/\pi$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$E - E_0$
11/2	0	0	0	0	0	0	0	0
9/2	0	0	1	1	0	0	$2\pi/11$	0,158746
9/2	0	0	2	2	0	0	$4\pi/11$	0,584584
9/2	0	0	3	3	0	0	$6\pi/11$	1,142314
9/2	0	0	4	4	0	0	$8\pi/11$	1,654860
9/2	0	0	5	5	0	0	$10\pi/11$	1,959492
9/2	0	0	6	6	0	0	$12\pi/11$	1,959492

Продолжение таблицы 1.

9/2	0	0	7	7	0	0	14π/11	1,654807
9/2	0	0	8	8	0	0	16π/11	1,142314
9/2	0	0	9	9	0	0	18π/11	0,584584
9/2	0	0	10	10	0	0	20π/11	0,158746
7/2	0	1	3	4	0	0,73561	1,54919	1,236937
7/2	0	1	4	5	0	0,70656	2,14943	1,786280
7/2	0	1	5	6	0	0,69141	2,73578	2,148435
7/2	0	1	6	7	0	0,68060	3,31779	2,207324
7/2	0	1	7	8	0	0,67112	3,89846	1,943869
7/2	0	1	8	9	0	0,66120	4,47958	1,441461
7/2	0	1	9	10	0	0,64868	5,0633	0,866996
7/2	0	1	10	0	0	π/5	9π/5	0,381966
7/2	0	2	4	6	0	1,37382	2,05337	2,268355
7/2	0	2	5	7	0	1,34294	2,65545	2,658251
7/2	0	2	6	8	0	1,32058	3,24901	2,746627
7/2	0	2	7	9	0	1,30108	3,83971	2,499595
7/2	0	2	8	10	0	1,28105	4,43094	1,992038
7/2	0	2	9	0	0	2π/5	8π/5	1,381966
7/2	0	2	10	1	0	1,21988	5,6345	0,859362
7/2	0	3	5	8	0	1,96389	2,6057	3,242861
7/2	0	3	6	9	0	1,93642	3,2043	3,355561
7/2	0	3	7	0	0	1,9114	2,80058	3,124668
7/2	0	3	8	10	0	3π/5	7π/5	2,618033
7/2	0	3	9	1	0	1,85224	5,00214	1,945002
7/2	0	3	10	2	0	1,80361	5,62198	1,441463
7/2	0	4	6	10	0	2,54118	3,17081	3,824675
7/2	0	4	7	0	0	4π/5	6π/5	3,618033
7/2	0	4	8	1	0	2,4826	4,37178	3,124670
7/2	0	4	9	2	0	2,44348	4,98211	2,499594
7/2	0	4	10	3	0	2,38472	5,61206	1,943864
7/2	0	5	7	1	0	3,11238	3,74201	3,824673
7/2	0	5	8	2	0	3,07882	4,34676	3,355567
7/2	0	5	9	3	0	3,03417	4,96261	2,746617
7/2	0	5	10	4	0	2,9654	5,60258	2,2073262
7/2	0	6	8	3	0	3,67748	4,3198	3,24285
7/2	0	6	9	4	0	3,62773	4,9402	2,65824
7/2	0	6	10	5	0	3,54741	3,5474	2,14843
7/2	0	7	9	5	0	4,22981	4,90937	2,148435
7/2	0	7	10	6	0	4,13376	5,57662	1,786280
7/2	0	8	10	7	0	4,734	5,54758	1,236965
5/2	1	4	7	0	0,84665	2,35952	3,64820	3,79538
5/2	2	5	8	2	1,50987	2,87930	4,18517	4,40803
5/2	3	6	9	4	2,09800	3,41025	4,77331	4,40634
5/2	4	7	10	6	2,63498	3,92365	5,43652	3,92136
5/2	5	8	11	8	3,07881	4,34676	6,28318	4,76385
5/2	1	5	10	4	0,77010	2,84369	5,52537	2,51176
5/2	1	4	8	1	0,83182	2,33144	4,26231	3,45087

### Заключение

В данной работе мы рассмотрели решения уравнений координатного анзаца Бете однородной периодической XXX модели Гейзенберга с тремя перевернутыми спинами в спиновой цепочке. С помощью собственных векторов оператора  $H^{XXX}$  составили уравнение на собственные значения оператора  $H^{XXX}$  и нашли трехчастичную волновую функцию  $a(k_1, k_2, k_3)$ . Из условия периодичности

получим ограничения на возможные значения  $p_1, p_2, p_3$ , что является простейшим примером уравнений Бете. В дальнейшем окажется удобно переписать уравнения Бете в  $\lambda$ -параметризации. Путем ряда тривиальных вычислений и введения дополнительных ограничительных условий, представили решения системы уравнений Бете XXX-цепочки в виде соответствующих спектральных параметров. Полученный спектральный параметр позволил нам получить полный импульс и энергию рассеяния магнонов. Доказано, что энергия несвязанного состояния в три раза больше связанного. Также рассмотрены цепочки с конечным числом спинов, в которых показаны значения энергии для различных состояний спинов.

Работа выполнена в рамках финансовой поддержки научно-технической программы (Ф.0811, № 0118РК00935) МОН РК.

Список использованной литературы:

- 1 Korepin V. E. Calculation of norms of Bethe wave functions / *Comm. Math. Phys.* 1982 . P.391-418
- 2 Korepin V.E., Bogoliubov N.M., and Izergin A.G. *Quantum Inverse Scattering Method and Correlation Functions* / Cambridge Univ. Press, Cambridge 1993. P.25-27
- 3 P.B. Wiegmann. Exact solution of the *s-d* exchange model // *Soviet Phys. JETP Lett.* – 1980. – V.14. №10. – P. 392
- 4 N. Andrei. Diagonalization of the Kondo Hamiltonian // *Phys. Rev. Lett.*, – 1980. – V.45. №5. – P.379
- 5 P.B.Wiegmann. Towards an exact solution of the Anderson model // *Phys. Lett. A*– 1981. – V.80– P.163
- 6 N. Kawakami, A. Okiji. Exact expression of the ground-state energy for the symmetric anderson model // *Phys. Lett. A*– 1981. – V.86 – P.483
- 7 N. Andrei, C. Destri. Solution of the Multichannel Kondo Problem // *Phys. Rev. Lett.*– 1984. – V.52. – P.364
- 8 C.J. Bolech, N. Andrei. Solution of the Two-Channel Anderson Impurity Model: Implications for the Heavy Fermion UBe13 // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – V. 88. – P.206-237
- 9 V. Alba, P. Calabrese «Entanglement dynamics after quantum quenches in generic integrable systems» – 2017. – DOI:10.21468/SciPostPhys.4.3.017
- 10 D. Batic, K. Morgan, M. Nowakowski, S.Bravo Medina “The Dirac equation in the Kerr-de Sitter metric” –2015. –<https://arxiv.org/pdf/1509.00452.pdf>
- 11 C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg,. *Atom-photon interactions* // *World Journal of Condensed Matter Physics* –2004. –V.2. №4. – P.678
- 12 U. Weiss. *Dissipative quantum mechanic* // *World Scientific, Singapore* -1999.- V.10. – P.464
- 13 А.В. Забродин. Курс лекций Анзац Бете в квантовых интегрируемых системах. – 2013. – <https://math.hse.ru/data/2013/12/20/1281343575/Bethe%20ansatz%20lecture%201-7.pdf>

МРНТИ 20.01.45  
УДК 004.42

Қ.Ж. Шетиева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> I. Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., Қазақстан

## МАТЕМАТИКАЛЫҚ ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІНІҢ ШЕШІМДЕРІН ВИЗУАЛДЫ ТҮРДЕ КӨРСЕТУ ТӘСІЛДЕРІ

### Аңдатпа

Matlab – бүгінгі таңдағы кең таралған, автоматтандырылған математикалық есептеулер жүйесі. Онда көптеген математикалық есептеулер тек дайын функцияларды пайдалану жолымен шешіледі. Matlab бүкіл математикалық есептеулер саласындағы барлық әдістерді қамтиды және күшті есептеу жүйесі болып табылады. Бұл жүйенің артықшылығы, яғни құрамына енетін функцияларды (мәтін түрінде жазылған М-файлдар және С түрінде жазылған бағдарламалар арқылы) өзгертуге, қосымшалар енгізуге болады. Matlab жүйесінің мүмкіндіктері өте үлкен және оларды толық сипаттап жазу қиынға түседі. Сол себепті мақалада олардың тек негізгі, көп қолданылатын мүмкіндіктері атап көрсетіледі. Бағдарламаның арнайы құралдары ToolBox деп аталатын пакеттерге жинақталған. ToolBox құрамына, негізгі функцияларға жылдам әрі көрнекі түрде қатынауға мүмкіндік беретін графикалық интерфейсті қосымшалар кіреді. Мақалада дифференциалдық теңдеулер және теңдеулер жүйесін шешуге арналған Partial Differential Equations Toolbox (PDE Toolbox) кеңейтілімді пакетінің мүмкіндіктері нақты есеп мысалында сипатталады.

**Түйін сөздер:** математикалық физика есептері, дербес туындылы дифференциалдық теңдеу, жуық шешім, дәл шешім, шекаралық шарттар, MATLAB жүйесі, PDE Toolbox жүйесі.

Аннотация

К.Ж. Шетиева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Жетысуский государственный университет им.И. Жансугурова, г.Талдыкорган, Казахстан

## МЕТОДЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Matlab – популярная автоматизированная система математических вычислений. Существует множество математических расчетов, решаемых только с помощью готовых функций. Matlab охватывает все методы в области математических расчетов и является мощной вычислительной системой. Преимущество этой системы в том, что она может быть изменена, добавлена и изменена функциями (через M-файлы и программы на C, написанные в текстовом формате). Возможности системы Matlab очень велики и их трудно описать подробно. По этой причине в статье изложены только ключевые, часто используемые функции. В MatLab есть большое количество пакетов расширения, которые многократно увеличивают эффективность использования системы. Одним из таких пакетов является PDE TOOLBOX, предназначенный для решения дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) и их систем. В данной статье на примере конкретной задачи приводятся основные сведения, которые помогут использовать возможности этого пакета, а также рассматриваются способы решения таких уравнений и их систем.

**Ключевые слова:** задачи математической физики, дифференциальные уравнения в частных производных, приближенное решение, точное решение, граничные условия, система MATLAB, система PDE Toolbox.

Abstract

## METHODS OF VISUALIZATION OF SOLUTIONS OF THE PROBLEMS OF MATHEMATICAL PHYSICS

Shetiyeva K.

Zhetysu State University named after I. Zhansugurov, Talldykorgan, Kazakhstan

Matlab is a popular automated mathematical computing system. There are many mathematical calculations that can only be solved using ready-made functions. Matlab covers all methods in the field of mathematical calculations and is a powerful computing system. The advantage of this system is that it can be changed, added and changed by functions (via M-files and C programs written in text format). The capabilities of the Matlab system are very large and difficult to describe in detail. For this reason, the article outlines only the key, most frequently used functions. In MatLab there are a large number of expansion packs that greatly increase the efficiency of using the system. One of such packages is PDE TOOLBOX, designed to solve partial differential equations (PAEs) and their systems. In this article, on the example of a specific task, basic information is given that will help to use the capabilities of this package, and also discusses how to solve such equations and their systems.

**Keywords:** problems of mathematical physics, partial differential equations, approximate solution, exact solution, boundary conditions, MATLAB system, PDE Toolbox system.

Қазіргі уақыттағы өте үлкен интегралды сұлбалар мен микрооптикоэлектромеханикалық жүйелердің негізгі бөліктерінің элементтерін зерттеу және құру математикалық физиканың есептерін шешумен байланысты, оларға жылуөткізгіштік, диффузия, электростатика және электродинамика есептері, сұйықтықтың ағысы туралы есептер, өткізгіш ортада электр тоғының тығыздығының таралуы, қатты денелердің деформациясы туралы және т.б. есептер жатады. Осындай есептер алғашқы және шекаралық шарттарды көрсететін қосымша теңдеулері бар дербес туындылы дифференциалдық теңдеулермен сипатталады. Өкінішке орай, дәл аналитикалық шешімді табу көптеген ұйғарымдарды пайдалана отырып, бір өлшемді есептердің өте шектеулі ауқымы үшін ғана мүмкін. Математикалық физика теңдеулерін бірнеше өлшемдер жағдайында шешу үшін дифференциалдық теңдеулер мен теңдеулер жүйесін алгебралық теңдеулер жүйесіне түрлендіретін сандық әдістер қолданылады. Шешім дәлдігі координаталық тордың қадамымен, итерация санымен және компьютердің разрядтық торымен анықталады.

Қазіргі таңда MATLAB жүйесі адам іс-әрекетінің әртүрлі аймағында туындайтын есептерді шешудің қуатты және әмбебап құралы болып табылады. MATLAB жабдығымен шешілетін проблемалардың ауқымы: матрицалық талдау, сигналдар мен бейнелерді өңдеу, математикалық физика есептері, тиімділеу есептері, мәліметтерді өңдеу және визуализациялау, нейрондық желілер, және т.б. Бағдарламаның арнайы құралдары ToolBox деп аталатын пакеттерге жинақталған және оны қолданушының еркі бойынша, MATLAB-ты орнату кезінде таңдауға болады. ToolBox құрамына, негізгі функцияларға жылдам әрі көрнекі түрде қатынауға мүмкіндік беретін графикалық интерфейсті қосымшалар кіреді.

MATLAB-тың маңызды артықшылығы - қажет болған жағдайда тәжірибелі қолданушыларға алдынала программаланған алгоритмдерді өзгертуге мүмкіндік беретін, кодтың ашықтығы. MATLAB

функцияларының жиынтығының әр алуандығы алдын-ала өзгертулерсіз көптеген есептерді шешуге мүмкіндік береді [1]. MATLAB-та пайдаланушыға өзінің алгоритмдерін жүзеге асыруға мүмкіндік беретін қарапайым және тиімді кіріктірілген бағдарламалау тілі бар. Программалау тілінің қарапайымдылығы MATLAB функцияларының жиынтығымен компенсацияланады. Бұндай үйлесімділік аз уақыт ішінде тиімді программаларды құруға мүмкіндік береді. MATLAB интерпретатор болып табылады, яғни программаның әрбір жолы кодқа түрленеді де орындалады. Бұл өз кезегінде, циклдық түрде қайталанатын амалдары бар алгоритмдердің орындалу уақытын едәуір арттырады. Есептеулердің өнімділігін арттыру үшін MATLAB құрамында MATLAB тілінде жазылған программалардың компиляциясын қамтамасыз ететін Matlab Compiler қосымша модулі бар. MATLAB негізіндегі объектіге-бағытталған тәсіл программалаудың заманауи тиімді технологиясын қамтамасыз етеді. Сондықтан, MATLAB-ты жаңадан қолданушылар жұмыс барысы кезінде сандық әдістер мен модельдеу аймағында, сонымен қатар программалау мен мәліметтерді визуализациялауда өздерінің білімдерін жетілдіре алады.

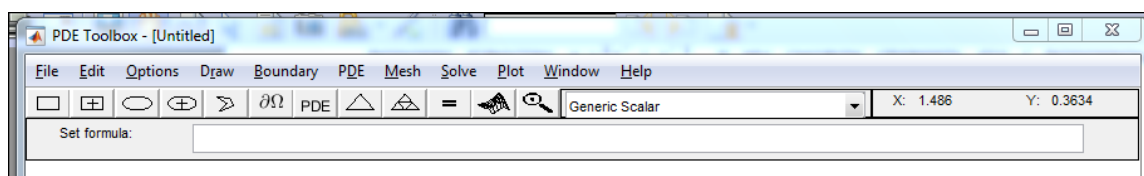
Көптеген қолданбалы есептер дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер мен теңдеулер жүйесін шешуге келтіріледі. Оларды шешудің кең тараған жуықтау әдістерінің бірі ақырғы элементтер әдісі болып табылады. Осы мақалада екі өлшемді облыстағы дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін шекаралық есептерді ақырлы элементтер әдісімен шешуге арналған Partial Differential Equations Toolbox (PDE Toolbox) кеңейтілімді пакетінің мүмкіндіктері сипатталады. Бұл пакет, екі өлшемді дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер мен теңдеулер жүйесін: эллипстік, параболалық жән гиперболалық теңдеулерді шешуге арналған ақырлы элементтер әдісін автоматтандыруды жүзеге асыратын функциялар жиынтығынан тұрады [2]. Сондай-ақ, бұл пакет құрамына қолданушының графикалық интерфейсі бар pde\_tool қосымшасы кіреді, оны пайдалану ақырлы элементтер әдісін терең түсінуді талап етпейді және пакет функцияларының жиынтығына кіруді жеңілдетеді.

PDE Toolbox пакетінің мүмкіндіктерін және қолданылуын нақты мысалдар арқылы көрсетейік:

$$\Delta u = 16 \cdot (x^2 + y^2), u|_{\partial\Omega} = 1,$$

есепті шешу мысалын қарастырайық, мұндағы  $\Omega$  облысы центрі координата басында орналасқан радиусі бірге тең шеңберді береді. Осы есептің таңдалу себебі, оның дәл шешімі  $u = (x^2 + y^2)^2$  белгілі және біз оны PDE Toolbox көмегімен алынған шешіммен салыстыра аламыз.


PDE Toolbox программасының терезесін қосу үшін, MATLAB-тың командалық жолында pde\_tool командасы теріледі де, PDE Toolbox программасының терезесі ашылады (1-сурет) [3].

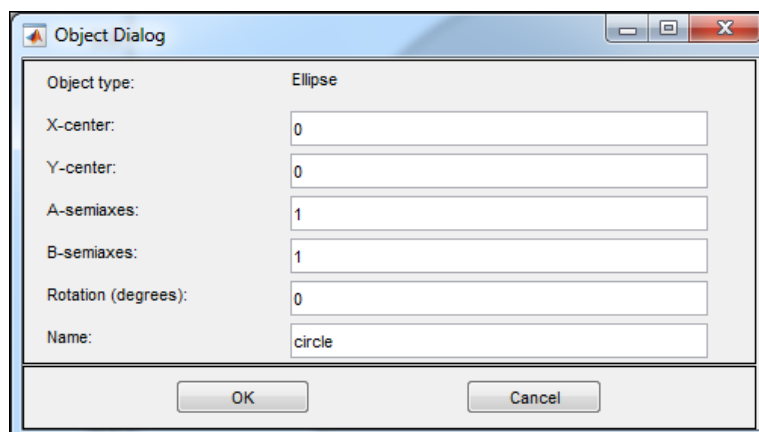


Сурет 1. PDE Toolbox программасының терезесі

Осы терезенің құралдарын қолданып алғашқы мәліметтерді енгізуге болады, есептің жуық шешімін тауып, оның графигін тұрғызуға болады.

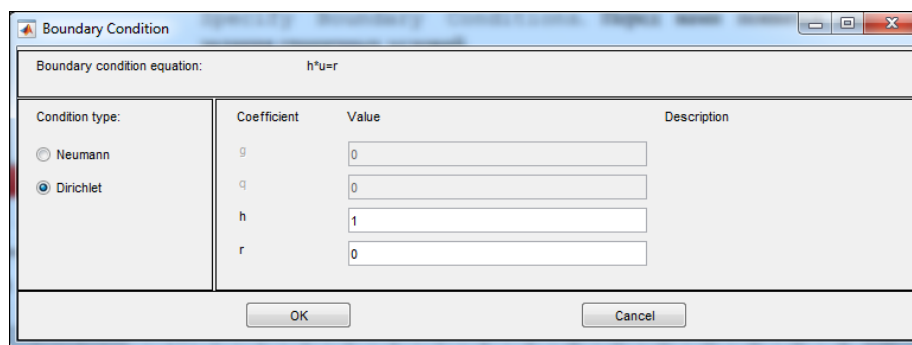
Есептің шарттарын енгізу төрт этаппен орындалады:

1.  $\Omega$  екі өлшемді облысты енгізу. Қосу белгісімен эллипстің суреті бар  батырмасын басып, тышқанның көмегімен эллипстің суреті салынады. Пайда болған облыста тышқанды екі рет басу арқылы, эллипс параметрлерін енгізуге болатын терезені ашуға болады (2-сурет).





Сурет 2. Эллипс параметрлерін енгізуге арналған терезе

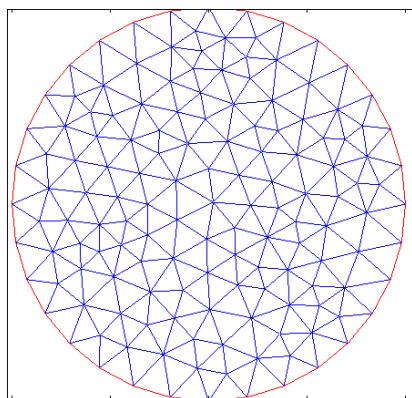
2. Шекаралық шарттарды енгізу.  $\partial\Omega$  батырмасын басатын болсақ, шеңбердің шекарасы қызыл түспен боялады. Ол дегеніміз, бұл облыста Дирихле шартының берілгендігін білдіреді. Оларды нақтылау үшін *Boundary* менюіне кіріп *Specify Boundary Conditions* пунктін таңдау қажет, сонда шекаралық шарттарды беру терезесі пайда болады (3-сурет).



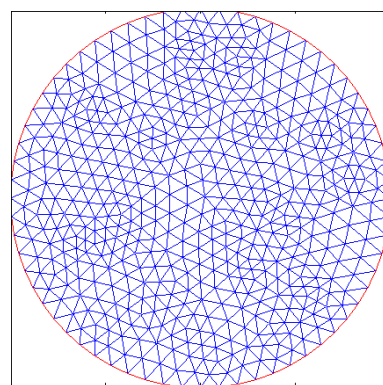
Сурет 3. Шекаралық шарттарды енгізу терезесі

Бұл терезедегі *Dirichlet* қосқышы Дирихле шекаралық шартының берілгендігін білдіреді.  $r$  жолының мәнін 1 деп аламыз, яғни  $u|_{\partial\Omega} = 1$  шекаралық шартын береміз.

3. Ақырлы элементті торды енгізу. Облыстың триангуляциясы автоматты түрде орындалуы мүмкін.  батырмасын басу арқылы қарастырылып отырған облыстың триангуляциясын көруге болады (4 а-сурет).  батырмасы арқылы облыстың бөлінуін жиілетуге болады, ал ол өз кезегінде шешім дәлдігін арттыра түседі (4 б-сурет). Сондай-ақ, *Mesh* мәзірі арқылы ақырлы элементті торға басқа да өзгерістер енгізуге болады.



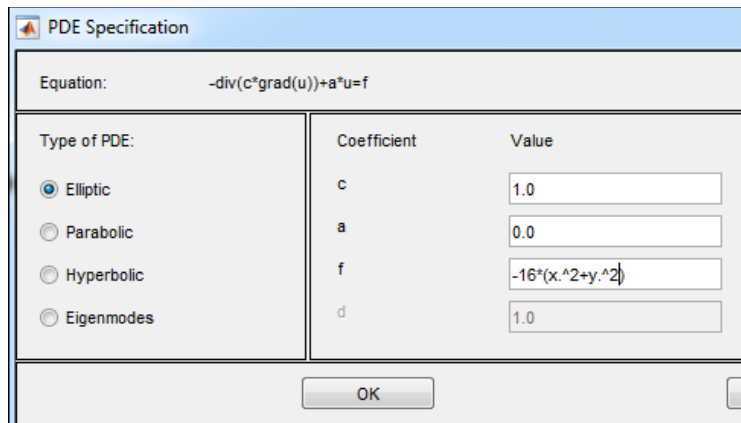
Сурет 4а. Облыстың бөлінуі




Сурет 4б. Жиілетілген түрде көрсетілген облыс

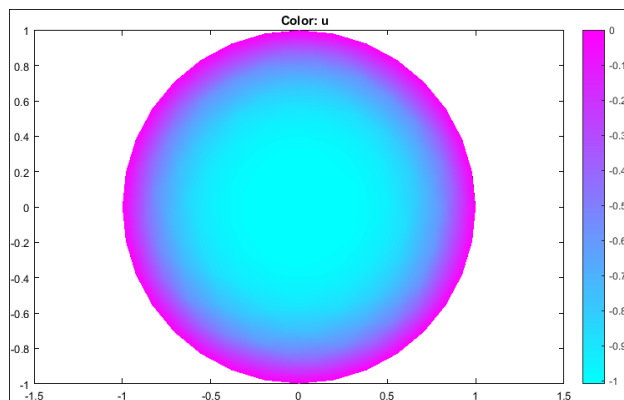


4. Теңдеуді енгізу. PDE мәзіріне кіріп, PDE Specification пункті таңдалғаннан кейін, дербес туындылы дифференциалдық теңдеудің түрін таңдауға мүмкіндік беретін терезе пайда болады. f жолына берілген теңдеуді, яғни  $16 \cdot (x^2 + y^2)$  теңдеуін енгіземіз (5-сурет).




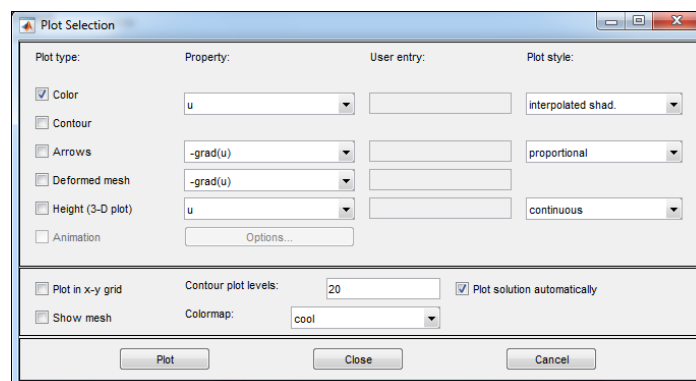
Сурет 5. Теңдеуді енгізу терезесі

Есептің шарттары енгізілгеннен кейін, шешімді алу үшін  батырмасы басылады. Ашылған терезеде жуық шешімнің түрлі-түсті графигі шығады, оның нүктелерінің түсі  $u(x, y)$  шешімінің биіктігіне (мәндеріне) сәйкес келеді (6-сурет). Түстер палитрасы суреттің оң жағында көрсетіледі.



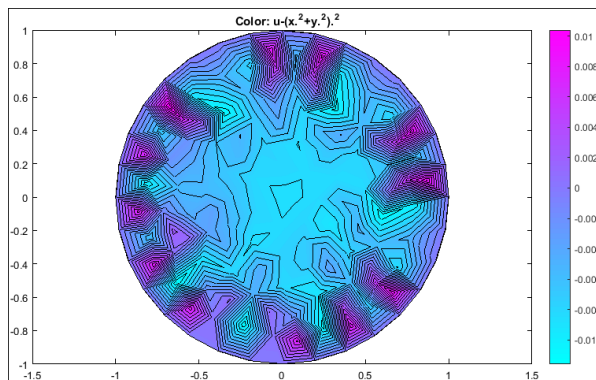
Сурет 6. Жуық шешім графигі

Енді, алынған жуық шешімді дәл  $u = (x^2 + y^2)^2$  шешімімен салыстырайық, ол үшін облыста олардың айырмасын тұрғызу қажет. MatLab белгісі бар  батырмасын басып, Plot Selection терезесін ашамыз (7-сурет).





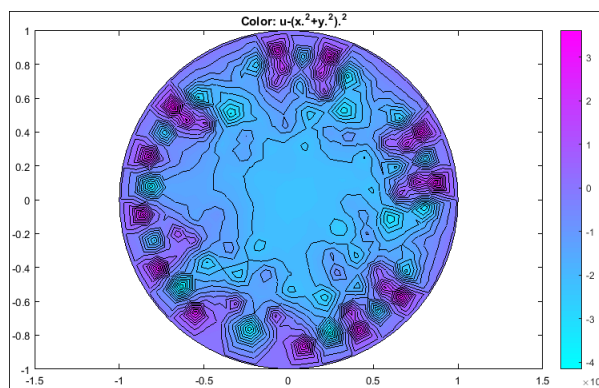
Сурет 7. Plot Selection терезесі

Бұл терезенің сол жағында нәтижелерді визуалды түрде көрсету тәсілдеріне сәйкес келетін жалаушалар бар. *Property* өрісінің бағандары берілген функцияны таңдауға арналған ашылмалы тізімнен тұрады. Осы өрістің бірінші тізімінен *User Entry* таңдалады. Сол кезде, үшінші бағанның сәйкес ұяшығы қосылады. Осы ұяшыққа  $u-(x.^2+y.^2).^2$  өрнегі енгізіледі, және *Contour* –ға жалауша белгісі орнатылады.  $u-(x^2 + y^2)^2$  шешімінің қателігінің графигін тұрғызу үшін *Plot* батырмасы басылады (8-сурет).




Сурет 8.  $u-(x^2 + y^2)^2$  шешімінің қателігінің графигі

Тұрғызылған графиктің түстік палитрасынан ең үлкен қателік мәнін (жуық және дәл шешім айырмаларын) анықтауға болады.  батырмасы облысты бөліп тұрған үшбұрыштар өлшемін кішірейтеді, яғни шекті есептің шешуінің дәлдігін арттырады. Осы батырманы басып, есепті  батырмасын басу арқылы қайтадан шешеміз. Төмендегі суретте шешім қателі көрсетілген, байқағанымыздай ол біршама азайған (9-сурет).

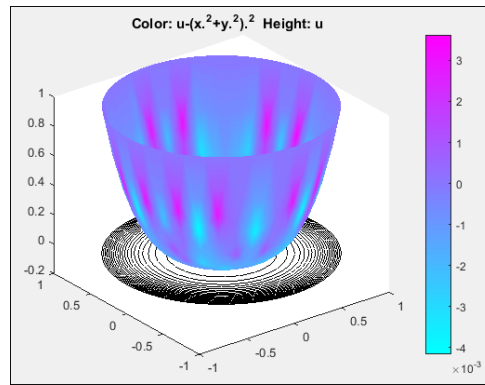


Сурет 9. Есеп шешуінің дәлдігінің артуы

Сондай-ақ, шешім графигін бет түрінде де көруге болады. Ол үшін  батырмасын басып, пайда болған *Plot Selection* терезесінде *Height (3-D plot)* тұсына жалауша орнатылады. Содан кейін, функцияның беттік графигі бар *Figure 1* графикалық терезесін шығаратын *Plot* батырмасын басу қажет. Нәтижесінде, қарастырылып отырған шешімнің беттік графигі шығады (10-сурет).

Қарастырылып отырған есеп мысалында байқағанымыздай, MatLab ортасының PDETool пакетінің көмегімен есептердің шешімдерін өте кішкентай дәлдікпен және визуалды түрде көруге болады. Бұл мақалада нақты бір дербес туындылы дифференциалдық теңдеу мысалында есептерді шешуге қажетті негізгі мәліметтер қарастырылды.

Бірақта, PDE TOOLBOX пакеті өте күрделі және оның мүмкіндіктері қарастырылып отырған есеп аясынан кең.



Сурет 10. Функцияның беттік графигі

Пакет құралдарының көмегімен шешілетін есептер тізімін келтіретін болсақ, олар:

- жылу өткізгіштіктің стационарлы және стационарлы емес есептері;
- диффузия есептері;
- электростатикалық есептер;
- серпімділік теориясының екі өлшемді есептері;
- дифракция есептері;
- акустикалық және электромагниттік толқындардың таралуы;
- конструкциялардың табиғи тербелістерін анықтау;
- сұйықтық пен газдың ламинарлы ағыстары;
- пластиналар мен қабықшалар теориясының есептері және т.б.

Matlab ортасының артықшылығы, яғни құрамына енетін функцияларды М-файлдар түрінде жазылған бағдарламалар арқылы өзгертуге, қосымшалар енгізуге болады. Жасалған жұмыстарды сақтау m-файлда жүзеге асырылады. Ол облыстың геометриясы, теңдеу коэффициенттерінің түрлері мен мәндері және шекаралық шарттар туралы, ортаның ағымдағы параметрлері туралы ақпаратты қамтиды. Сондықтан, файлды жүктеп алып, есепті шешуді арықарай жалғастыруға болады. Сондай-ақ, сандық есептеулерден басқа, екі өлшемді, үш өлшемді графиктік функциялар салуға, күрделі есептерді программалауға арналған жүйе болып табылады.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

1 Рындин Е.А., Лысенко И.Е. *Решение задач математической физики в системе MatLab: Учебное пособие.* - Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. - 62 с.

2 Дуйсембаева Э.К., Ильясова Р.А. *Использование информационно - коммуникационных технологий в процессе обучения математике.* – Вестник Казахского национального университета им.Абая, серия «Физико-математические науки», 2018, №3(63). – С.347-351

3 Шампайн Л.Ф., Гладвел И., Томпсон С. *Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB: Учебное пособие. 1-е изд. СПб.: Лань, 2009, 304 с.*

МРНТИ 29.29.31  
УДК 3937

Ә.Қ. Шоқанов<sup>1</sup>, Г.Т. Шойынбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## НАНОТЕХНОЛОГИЯНЫҢ НЕГІЗІН ИГЕРУ ҮШІН СКАНЕРЛЕУШІ ТУННельДІК МИКРОСКОПИЯНЫ ОҚУ ҮДЕРІСІНЕ ҚОЛДАНУ

*Аңдатпа*

Берілген мақалада сканерлеуші туннельдік микроскопияны оқу үдерісіндегі қолданысы айтылған. «Nanoeducator-2» қондырғысының құрылымы және оның көмегімен наноматериалды зерттеу әдістері көрсетілген. Кванттық механикадағы корпускулалық-толқындық дуализм салдарынан физикалық шамаларды бірмезгілде анықтауы көрсетілген. Неміс ғалымы В. Гейзенбергінің жүргізген терең талдауларының негізінде жасалған анықталмағандық принцип жайлы зерттеулер жүргізген. Ары қарай кванттық механиканың қарапайым есептерін, яғни микробөлшектердің потенциалдық тосқауылдан өтуі жайлы айқындалып көрсетілген. Жоғары оқу орнының магистрантары мен PhD докторанттары «Nanoeducator-2» қондырғысының көмегімен нанокұрылымның зерттеу әдістерімен танысып, нанотехнологияның негіздерін меңгереді. Сонымен қатар оқу үдерісінде нанотехнологияның негізімен танысу үшін әртүрлі қондырғылар - сканерлеуші туннельдік микроскопия және сканерлеуші зондық микроскоптың жұмыс істеу принциптерін үйреніп, олардың қолдану аясымен танысады.

**Түйін сөздер:** сканерлеуші туннельдік микроскоп, сканерлеуші зондық микроскоп, Nanoeducator-2 қондырғысы, туннельдік эффект, потенциалдық тосқауыл.

*Аннотация*

*А.Қ. Шоқанов<sup>1</sup>, Г.Т. Шойынбаева<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

## ПРИМЕНЕНИЕ СКАНИРУЮЩЕЙ ТУННельНОЙ МИКРОСКОПИИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ОСНОВЫ НАНОТЕХНОЛОГИЙ

В статье изложено применение сканирующей туннельной микроскопии в учебном процессе. Представлена конструкция установки «Nanoeducator-2» и с ее помощью методы исследования наноматериалов. Показано одновременное определение физических величин, как следствие корпускулярно-волнового дуализма в квантовой механике. Рассмотрена теория немецкого ученого В. Гейзенберга об исследовании принципа неопределенности, показаны основные уравнения. Далее показаны простейшие задачи квантовой механики, то есть прохождение микрочастиц сквозь потенциальный барьер. Магистранты и PhD докторанты высших учебных заведений знакомятся с методами исследования наноструктур с использованием Nanoeducator-2 и осваивают основы нанотехнологий. Кроме того, в учебном процессе ознакомление с основами нанотехнологий проводится на примере изучения физических принципов и сфер применения таких устройств, как сканирующий туннельный микроскоп и сканирующий зондовый микроскоп.

**Ключевые слова:** сканирующий туннельный микроскоп, сканирующий зондовый микроскоп, прибор Nanoeducator-2, туннельный эффект, потенциальный барьер.

*Abstract*

## APPLICATION OF SCANNING TUNNELING MICROSCOPY TO STUDY THE BASIS OF NANOTECHNOLOGY

*Shokanov A.K.<sup>1</sup>, Shoiynbaeva G.T.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

This research work describes the use of scanning tunneling microscopy in the educational process. The design of the "Nanoeducator-2" installation and methods of nanomaterials research are presented. The simultaneous determination of physical quantities due to wave-particle duality in quantum mechanics is shown. The theory of the German scientist V. Heisenberg on the study of the uncertainty principle is considered, the basic equations are shown. The following shows the simplest problems of quantum mechanics, that is, the passage of microparticles by a potential barrier. Undergraduates and PhD doctoral students of higher educational institutions become familiar with the methods of studying nanostructures using Nanoeducator-2 and master the fundamentals of nanotechnology. In addition, in the educational process, in order to familiarize with the fundamentals of nanotechnology, work is under way to study the physical principles and familiarize with the applications of devices such as a scanning tunneling microscope and scanning probe microscope.

**Keywords:** scanning tunneling microscope, scanning probe microscope, "Nanoeducator-2" installation, tunnel effect, potential barrier.

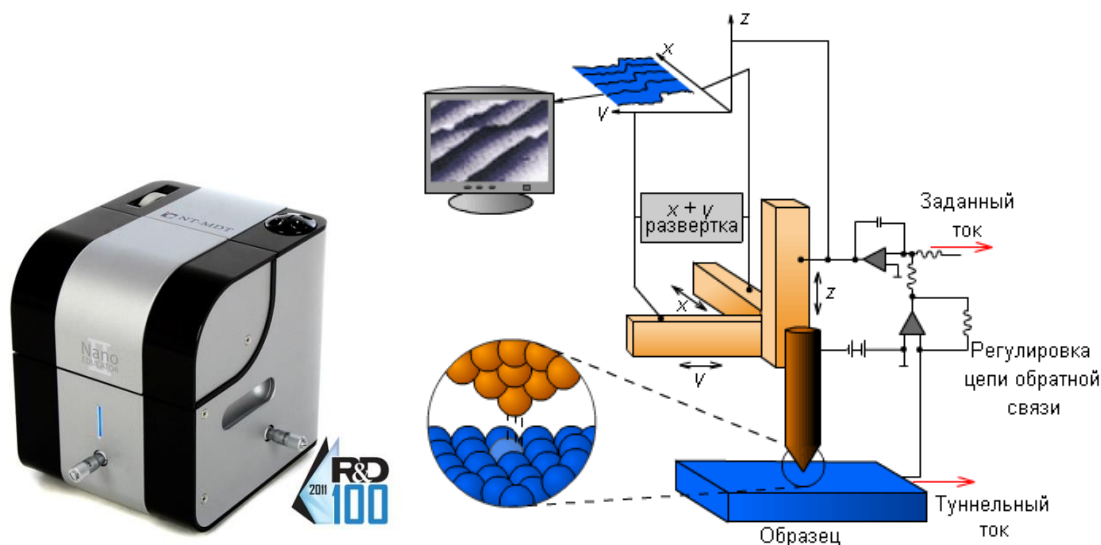
Оқу үдірісінде нанотехнологияның негізімен танысу үшін әтүрлі қондырғылар пайдалынады. Соның бірі сканерлеуші туннельдік микроскопия (СТМ) болып табылады. СТМ кез келген ток өткізетін үлгінің бетінің рельефін өлшеуге арналған сканерлеуші зондық микроскоптың (СЗМ) бір түрі. СЗМ басқа да ядролық физикалық әдістермен қосаматериалдардың беткі қабаттарын атомдық деңгейде зерттеу үшін қолданылады [1,2]. СЗМ -нің сканерлеуші туннельдік микроскопиядан басқа мынадай түрлері бар [1,3]:

- сканерлеуші атомдық күштік микроскоп (атомдық қасиетін зерттеу),
- сканерлеуші магниттік күштік микроскоптар (беттің магниттік қасиетін зерттеу).

СЗМ бірінші прототипі Цюрихте (Швейцария) IBM компаниясының зертханасында 1981 жылы Герд Биннинг пен Хайнрих Рорер ойлап тапқан сканерлеуші туннельді микроскоп болған еді. Бұл революциялық жаңалықта потенциалдар айырымы берілген. «Үлгі-ине» жүйесі қолданылады. Электрондар үлгіден инеге туннельденіп, дәлелшеуге болатын туннельдік электрлік тогын тудырады. 1986 жылы Герд Биннинг пен Хайнрих Рорер «Сканирлеуші туннельді микроскопты ойлаптапқандары» үшін физика саласы бойынша Нобель сыйлығына ие болды.

СТМ-да жіңішке вольфрам сымынан жасалған үшкірінені үлгіге бірнеше нанометр қашықтықта жоғары жиілікті тербеліспен сканерлейді. Үлгіге қатысты инеге аздап потенциал бергенде туннельді ток туындайды. Бұл токтың мөлшері үлгі-ине қашықтығынан экспоненциалды тәуелді. 1 Å қашықтық шамасында ток мөлшері 1 – 1000 пА.

Ақпараттық технологиялармен техника қаншалықты дамығанымен жоғары сыныптарда нанотехнология оқып үйрететін, сканерлеуші туннельдік микроскопияның құрлысы мен жұмыс істеу принципін таныстыратын, дәрістер жоқ. Біздің университетіміз «NT-MTD» фирмасының нанотехнология саласын оқып үйретуге арналған екі зертханалық қондырғы «Nanoeducator - 2» аспаптарын тапсырыс арқылы алынып, іске қосты (сурет 1). Бұл зертханада қондырғы екі режимде жұмыс істей алады: атомдық күштік микроскоп (АКМ) және АТМ ретінде. Осы екі микроскоп «Nanoeducator -2» қондырғысын құрайды.



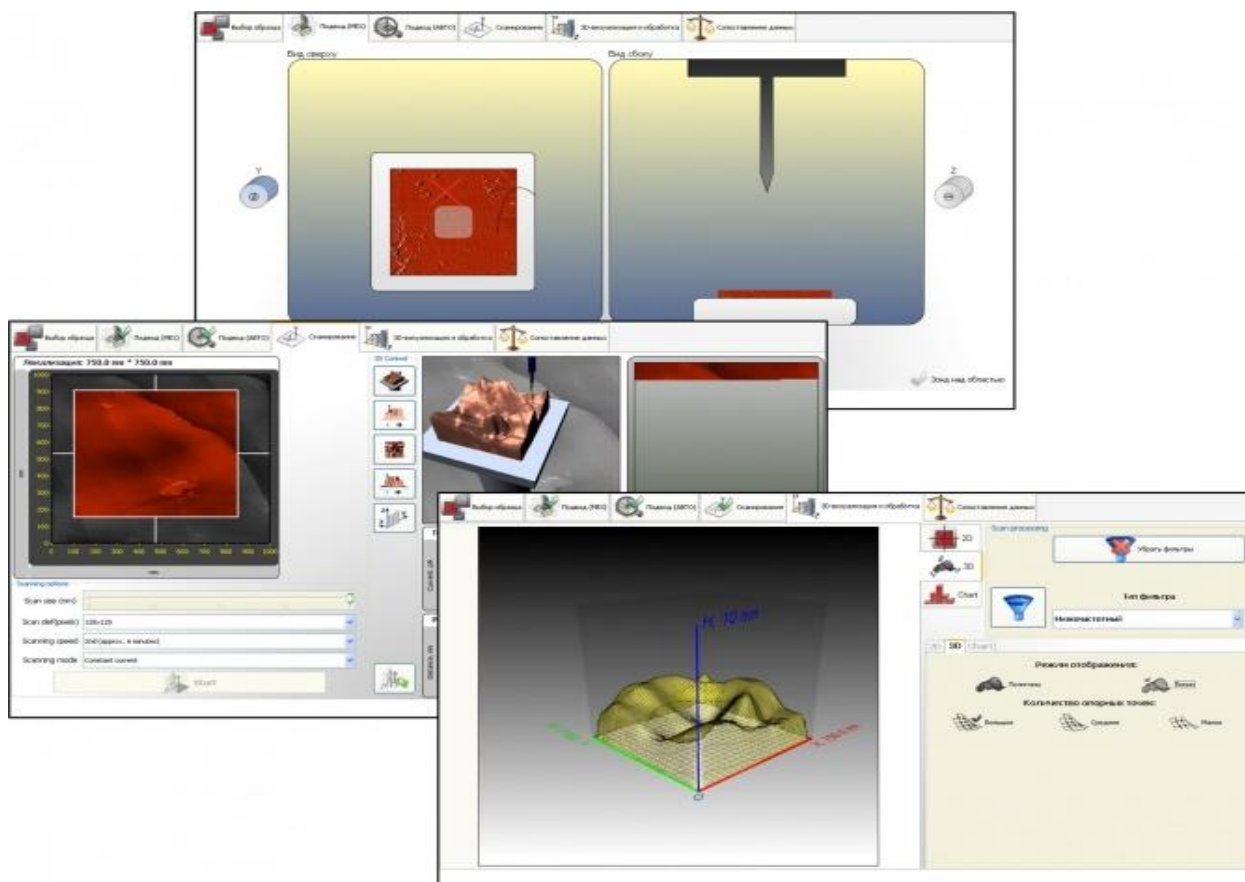
Сурет 1. Nanoeducator -2. СТМ-нің схематикалық сұлбасы

СТМ-нің негізгі компоненттері:

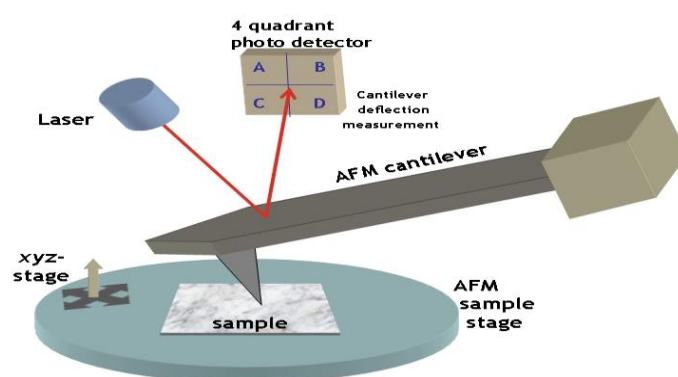
- 1) Өткір ине. Әдетте, олар металдық сымдардан жасалады (мысалы, W, Pt-Ir, Au).
- 2) Үлгі бетін зерттеу үшін зонд-иненің растрлық қозғалысын тудыратын сканер.
- 3) Үлгімен иненің арасындағы биікті бақылайтын кері байланыс электрондық тізбегі.
- 4) Компьютерлік жүйе.

Зонд -ине әдетте, өте өткір және оның ұшындан бәрі бірнеше атом орналасуы мүмкін. Осындай «өткірліктің» арқасында жеке атомдарды 0,2 нм дәлдікпен орналастыруға болады. Бұл СТМ ғалымдардың жеке атомдарды жоғары бөлу қабілетімен көру және шоғырлану тапсырмасын жеңілдететінін білдіреді (сурет 2). Осы иненің көмегімен атомдардан жеке электрондарды жұлып алып немесе керісінше, атомдарға қосымша электрондарды бере отырып, белгілі бір химиялық реакцияларды немесе иондарды жасауға болады (сурет 3).

Сканерлеу кезінде ине үлгі бетін бойлап қозғалады. Туннельді ток қайтымды байланыстардың есебінен тұрақты болып тұрады және беттің топографиясына тәуелді түрде бұл жүйенің көрсеткіштері өзгеріп отырады. Осындай өзгерістер қондырғыда тіркелініп, олардың негізінде биіктіктер картасы құрылады. Басқа бір әдісте иненің қозғалысы үлгінің бетінен тіркелген биіктік бойынша болжанады. Бұл жағдайда, туннельді ток өлшемінің өзгерісі тіркеліп, сол ақпараттың негізінде беттің топографиясының құрылысы жасалады.



Сурет 2. СТМ –тың функционалдық сызбасы. Наноматерияльдың беттік кескіні бейнесі.

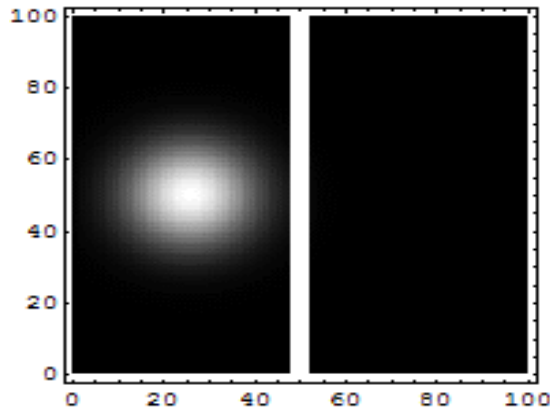


Сурет 3. СТМ-тің негізгі тетігі – ине (зонд) және зерттелетін үлгі

Туннельді электрлік ток – электрондар тосқауыл биіктігінен кіші, толық энергияны иелене отырып, потенциалдық тосқауылдан өтетін, классикалық механикада мүмкін емес, кванттық табиғаты бар құбылыс. Бұл токтың шамасы үлгі мен ине арасындағы арақашықтыққа экспоненциалды түрде тәуелді. Бірыңғай туннельді токты ұстап тұру үшін инені беттік қабатқа қатысты жоғары және төмен жылжыту нәтижесінде беттік қабаттың топографиясының бейнесін алу мүмкін болады. Туннельдік ток болу үшін үлгі өткізгіш болу керек (сурет 4).

### Туннельді эффект

1928 жылы Георгий Гамов туннельдік эффект негізінде альфа-ыдырау теориясын ойлап тапты. Туннельдік эффект – микро бөлшектің толық энергиясы бөгет биіктігінен төмен болған жағдайда оның потенциалдық тосқауылдан өтуі. Бұл – классикалық механикада болуы мүмкін емес, тек қана кванттық табиғатқа ие құбылыс [4].



Сурет 4. Потенциалдық тосқауылға бағытталған электронды шоғырдың шағылуы және туннельденуі.

Классикалық физикадағы бөлшектердің күйі динамикалық параметрлердің (координат, импульс т.с.с.) мәндері арқылы түбегейлі анықталған. Ал кванттық механикадағы жағдай басқаша, корпускулалық-толқындық дуализм салдарынан бұл жерде физикалық шамаларды бірмезгілде анықтаудың қандай да бір принципті шегі болады. Неміс ғалымы В. Гейзенбергтің жүргізген терең талдауларының негізінде жасалған бұл тұжырым анықталмағандық принципі деп аталады. Бұл принциптің сандық өрнегі анықталмағандық қатынасы. Ол қатынастарды әр түрлі берілген уақыт аралығында кванттық нысанның энергиясын өлшеудің дәлдігі мынадай:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h.$$

Анықталмағандық принципіне сәйкес жалпы жағдайда әр түрлі динамикалық параметрлердің мәндері бірмезгілде анықталмағандықтан олардың көмегімен кванттық нысандардың күйін сипаттау мүмкін емес. Сонықтан кванттық нысанның күйі, жалпы жағдайда, комплексті  $\Psi(\vec{r}, t)$ , толқындық функциясымен («пси»-функциясымен) сипатталады деп есептелінеді. Бұл функция тікелей өлшенбейді және оны физикалық мағынасы жоқ. Физикалық мағынаға оның модулінің квадратына ие.

### Потенциалдық тосқауыл (Бөгет)

Кванттық механиканың маңызды қарапайым есептерінің бірі – микробөлшектердің потенциалдық тосқауылдан өтуі жөніндегі есеп. Потенциалдық тосқауыл деп-энергиясы өзін қоршаған нүктелердің потенциалдық энергиясынан артық болатын кеңістіктің аймағын айтады.

Берілген кванттық жүйенің күйін оның  $\Psi(\vec{r}, t)$  толқындық функциясы сипаттайды.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t)$$

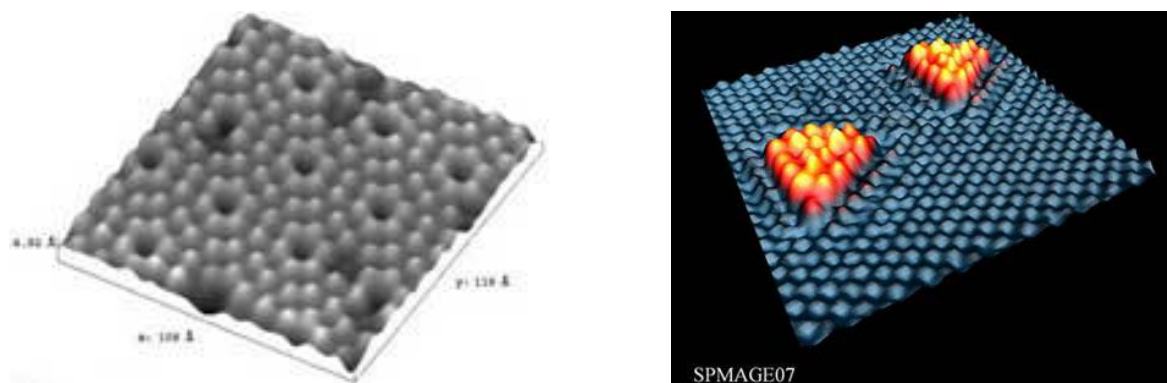
Шредингердің уақыттан тәуелді теңдеуінің шешімі ретінде анықтайды. Мұндағы

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \Psi(\vec{r}, t)$$

Гамильтон операторы. Ал  $\Psi(\vec{r}, t)$ , осы жүйедегі бөлшектердің өзара әсерлесуінің потенциалдық энергиясы. Кванттық теориясымен айқындалатын туннельдік эффектiсiнiң негiздерi СТМ–деiс жүзiнде қолданылады (сурет 5).

Туннельдік эффектiң қолданылуы:

- Туннельдік ток,
- Өткізгіш материалда,
- Бір электронды транзисторларда,
- Эсаки Туннельдік диоды.



Сурет 5. Сканерлеуші туннельдік микроскопия арқылы алынған кремний бетінің нақты кескіні

СТМ-ның артықшылығы:

- 1) Материалдардың беткі қабатын атомдық деңгейде зерттейді.
- 2) Өткізгіш материалдарды бақылауда қолданылады.

Кемшілігі:

Бұл әдіс электр тогын өткізбейтін материалдар үшін жарамсыз болып табылады.

Университетте білім алатын магистранттар мен PhD докторанттар «Nanoeducator-2» қондырғысының көмегімен нанокұрылымның зерттеу әдістерімен танысып, нанотехнологияның негіздерін меңгереді. Соныменқатар сканерлік зондтық микроскоптардың жұмыс істеу принциптерін үйреніп олардың қолдану аясымен танысады. Нанотехнология 21 ғасырдың жетістіктерін өндіріске енгізу технологиясы болғандықтан оның зерттеу әдістерін жетік меңгеру бүгінгі күннің талабы болып саналады [5-6].

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

1 Миронов В.Л. «Основы сканирующей зондовой микроскопии». Российская академия наук институт физики микроструктур. 2004 г.

2 Шоканов А.К., Озерной А.Н., Верещак М.Ф., Манакова И.А., Сергеева Л.С. Исследование наноразмерных металлических покрытий методом эмиссионной мессбауэровской спектроскопии // Материалы 7-ой международной конференции «Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент», Караганда, 2010 г., С.358-361.

3 Шоканов А.К., Тлебаев К.Б., Шомиекова С.А. Атомдық күштік микроскоп арқылы политетрафторэтиленнің беткі қабатына зерттеулер жүргізу Хабаршы Абай атындағы ҚазҰПУ «Физика математика ғылымдары» сериясы. №11 (49) - 2015ж. 135-139 бет.

4 Кобаяси Н. «Введение в нанотехнологию», 2008 г., С.134

5 Шоқанов Ә.Қ. «Зат құрылысы». Спектроскопия негіздері. Алматы, 2015 ж. 80 б.

6 Шоканов А.К., Шойынбаева Г.Т., Минтасова А.С. Применение сканирующих зондовых микроскопов для изучения поверхностной структуры наноматериалов при преподавания физики. // Материалы XIV Международной научной конференции, Интегративная функция педагогической науки в едином образовательном пространстве, Париж. - М.: МАНПО, С. 312-320.



# ИНФОРМАТИКА. ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ. БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ ИНФОРМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ. ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

МРНТИ 14.27.09  
УДК 378

К.С. Абдиев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Университет «Туран», г. Алматы, Казахстан

## ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ СОПРОВОЖДЕНИЯ ПРОЦЕДУР ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

*Аннотация*

В статье описывается опыт разработки и внедрения новой дисциплины для магистратуры специальности «Информационные системы». В содержание дисциплины включено изучение особенностей ИС, предназначенных для сопровождения оценочных процедур. Разработана методика проведения анализа ИС сопровождения действующих систем оценивания. Приведен перечень вопросов основных направлений анализа. Приведен также, список действующих ИС, анализ которых выполняется как самостоятельная работа магистрантов под руководством преподавателя. Для изучения этапов разработки ИС включено краткое описание структуры учебной системы. Составными частями указаны: подсистема проведения тестирования в режиме онлайн; база тестовых заданий с системой управления; подсистема для авторов – разработчиков заданий. Отдельно рассмотрены внутривузовские системы оценивания. Приведены результаты анкетирования вузов по вопросу формирования базы заданий для таких систем. Выделены основные проблемы функционирования систем оценивания результатов обучения.

**Ключевые слова:** информационные системы, оценивание результатов обучения, образовательная программа, формирование базы заданий, тестирование, модель информационной системы, проектирование ИС.

*Аңдатпа*

Қ.С. Абдиев

<sup>1</sup> «Тұран» университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ОҚЫТУ НӘТИЖЕЛЕРІН БАҒАЛАУ ПРОЦЕДУРАЛАРЫН СҮЙЕМЕЛДЕУГЕ АРНАЛҒАН АЖ ФУНКЦИОНАЛДЫҚ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Мақалада «Ақпараттық жүйелер» мамандығының магистратурасына арналған жаңа пәнді әзірлеу және енгізу тәжірибесі баяндалған. Пәннің мазмұнына бағалау процедураларын сүйемелдеуге арналған АЖ ерекшеліктерін зерттеу енгізілген. Қазіргі бағалау жүйелерін сүйемелдеу АЖ-не сараптау жүргізу әдістемесі әзірленген. Сараптаудың негізгі бағыттары сұрақтарының тізімі келтірілген. Және де, сараптамалары магистранттардың оқытушы жетекшілігімен орындайтын өзіндік жұмысы ретінде атқарылатын қазіргі АЖ тізімі келтірілген. АЖ әзірлеу кезеңдерін зерттеу мақсатында оқу жүйесі құрылымының қысқаша сипаттамасы берілген. Оның құрама бөліктері ретінде мыналар көрсетілген: онлайн режимінде тестілеу жүргізетін ішкі жүйе; басқару жүйесі бар тапсырмалар қоры; авторларға – тапсырма әзірлеушілерге арналған ішкі жүйе. ЖОО-лардағы ішкі бағалау жүйелері жеке қарастырылған. Осындай жүйелерге арналған тапсырмалар қорын қалыптастыру мәселелері бойынша ЖОО-ларға жүргізілген сауалнама нәтижелері келтірілген. Оқыту нәтижелерін бағалауға арналған жүйелер жұмысының негізгі мәселелері айқындалған.

**Түйін сөздер:** ақпараттық жүйелер, оқыту нәтижелерін бағалау, білім беру бағдарламалары, тапсырмалар қорын қалыптастыру, тестілеу, ақпараттық жүйелер моделі, АЖ жобалау.

*Abstract*

## FUNCTIONAL FEATURES OF IS INTENDED FOR ASSESSMENT PROCEDURES OF LEARNING OUTCOMES

Abdiyev K.S.

University «Turan», Almaty, Kazakhstan

In the article is described experience of development and introduction of new discipline for the master degree of specialty "Information systems". Content of discipline includes the study of features of IS intended for assessment

procedures. Methodology of analysis of operating assessment systems IS is developed. The list of questions of the main directions of the analysis is provided. The list of the operating IS which analysis is made as independent work of undergraduates under the leadership of the teacher is provided also. For studying of development stages of IS the short description of structure of an educational system is included. Are specified by components: subsystem of conducting testing online; base of test tasks with a control system; a subsystem for authors – developers of tasks. The intra assessment systems of higher education institutions are separately considered. Results of questioning of higher education institutions in a question of formation of base of tasks for such systems are given. The main problems of functioning of learning outcomes assessment systems are allocated.

**Keywords:** information systems, assessment of learning outcomes, educational programs, forming of the base of tasks, testing, information systems models, desining of IS.

Информационные системы (ИС) процедур оценивания результатов обучения относятся к сложным классам ИС, т.к. имеют очень много отраслевых особенностей. Предметной областью таких ИС является оценка качества образования на разных уровнях, где используются, в основном, методы тестирования. При изучении основных характеристик ИС в образовательных программах (ОП) бакалавриата и магистратуры в качестве примера описания и практических заданий для разработки, как правило, рассматриваются системы из экономики, учета или торговли. Например, распространенными являются примеры автоматизации процессов продажи, хранения товаров или логистики. ИС, предназначенные для обработки результатов внутренних и внешних процедур оценивания, реализуемых на всех уровнях системы образования, являются относительно новым типом ИС и остаются мало изученными объектами в образовательных программах (ОП) направления «Информационно-коммуникационные технологии».

На уровне высшего образования проводится большое количество мероприятий по оцениванию результатов обучения. С учетом количества вузов в Казахстане, можно сказать, что в процедурах внутреннего и внешнего оценивания участвуют сотни тысяч обучающихся. Министерство образования и науки проводит мониторинг в виде Внешнего оценивания учебных достижений (ВОУД). Практически в каждом вузе имеются ИС поддерживающие внутренние оценочные мероприятия – рубежные контроли и экзамены. Для проведения оценивания разрабатываются большое количество заданий по всем дисциплинам всех специальностей. Несмотря на такой объем проводимых работ, очень мало публикаций посвященных описанию функций ИС используемых для внутренних систем оценивания в вузах. Также мало изученными являются вопросы предметной области таких ИС, т.е. методы и технологии формирования баз заданий для оценивания, методы оценки качества тестовых заданий, результаты апробационных исследований, проведенных для подтверждения валидности заданий и др.

В [1] обобщен опыт стран, имеющих опыт в создании внутренних систем оценивания в вузах, рассмотрены актуальные вопросы всех этапов проведения оценочных мероприятий, разнообразие используемых подходов, включая компьютерное тестирование. Приведено также краткое описание разработанных ИС и прикладных программ, используемых для анализа качества тестовых заданий.

Для удовлетворения спроса на изучение особенностей функционирования и методов проектирования таких ИС нами была разработана и внедрена на уровне магистратуры специальности «Информационные системы» дисциплина «Информационные системы, предназначенные для оценивания результатов обучения». В качестве результатов обучения этой дисциплины были определены:

- умение составлять описание инструментов оценивания в образовании и других отраслях, а также ИС сопровождения разных процедур по шаблону и предложенной методике;
- знание основных подсистем ИС обработки результатов оценивания обучающихся;
- знание особенностей автоматизации этапов проведения крупномасштабных мероприятий по оценке результатов обучения;
- знание основных методов математической статистики по оценке качества тестовых заданий;
- умение осуществлять оценку качества заданий путем использования специализированных прикладных программ;
- умение составлять описание модели ИС, предназначенных для оценивания результатов обучения.

Знакомство с действующими системами по управлению всеми процессами оценивания результатов обучения, способности к какой-либо профессиональной деятельности очень важно с точки зрения привития навыков анализа ИС. К тому же такое знакомство дает возможность понять

важность предметной области и особенности отрасли, в которой реализована та или иная информационная система. С целью обучения магистрантов методам описания подсистем и проведения анализа функций подсистем были составлены специальная методика и шаблон вопросника по основным темам и направлениям анализа. В качестве основных вопросов рекомендовались следующие:

- полное название инструмента, когда внедрен, адрес сайта, где размещена информации об инструменте и ИС его сопровождения;
- разработчик инструмента, технологии, метода;
- цель применения инструмента ИС, назначение, кто участвует, оценка количества участников (ежегодное, за все время);
- как осуществляется регистрация участников;
- содержание заданий, формы заданий, спецификация теста, на каких языках сдается;
- возможность прохождения пробного тестирования, варианты теста, рекомендации по подготовке;
- оценка объема базы заданий (прямая и косвенная по открытым данным);
- другая информация: особенность инструмента, его формата, содержания, дополнительные данные об организации проводящей это мероприятие.

Основными методами работы по этой теме были выбраны индивидуальная работа по поиску и обработке информации, самостоятельная работа под руководством преподавателя. Для изучения особенностей, действующих ИС были рассмотрены такие оценочные мероприятия, как:

- внутривузовская система оценки, встроенная в систему автоматизации учебного процесса Platonus, <http://platonus.kz>,
- Внешняя оценка учебных достижений в высшем образовании (БОУД ВО), [testcenter.kz](http://testcenter.kz) [2],
- Национальный квалификационный тест педагогов, [testcenter.kz](http://testcenter.kz),
- Тестирование кандидатов на государственную службу, [kuzmet.gov.kz](http://kuzmet.gov.kz),
- Федеральный интернет-экзамен бакалавриата, Россия, [i-exam.ru](http://i-exam.ru) [3], и другие.

Основными структурными элементами анализируемых нами ИС можно указать подсистемы тестирования и базы тестовых заданий. Почти все системы оценивания предусматривают возможность проведения пробного тестирования и предварительного ознакомления с содержанием предлагаемых заданий. Исключением является система тестирования кандидатов на госслужбу, которая не дает возможности ознакомиться с содержанием заданий, по оценке личностных компетенций участников. Следует отметить, что оценка личностного развития человека является одной из больших и актуальных проблем всех видов проводимых оценочных мероприятий.

Анализ внутривузовских систем оценивания, позволяющей проводить промежуточную и итоговую аттестацию в форме тестирования проводился методом анкетирования вузов совместно с Ассоциацией вузов Казахстана. В анкету были включены следующие вопросы:

- как организован процесс оценивания в вузе,
- есть ли подразделение, которое контролирует процесс формирования базы тестовых заданий,
- как проводится анализ качества тестовых заданий,
- кто проводит анализ качества тестовых заданий,
- какова доля ППС, прошедших обучение по проблеме разработки заданий для оценки результатов обучения.

Собранная информация позволила сделать следующие выводы о текущем состоянии развития внутривузовских систем оценивания:

- задания, разработанные ППС вузов вводятся в автоматизированные системы тестирования (Platonus или аналогичные системы) – 62,5% от всего количества участвовавших в опросе,
- процесс формирования базы заданий контролируется специальным подразделением, входящим в структуру вуза – 79,2%,
- анализ качества заданий определяется только проведением одного из этапов формирования базы – экспертизы – 83,3%,
- анализ качества заданий проводится группами, независимыми от разработчика (члены кафедры, учебно-методические секции кафедр и т.д.) – 70,8%,
- доля ППС вуза, прошедших обучение по методам разработки заданий – от 10 до 90%, содержание программы обучения варьируется от минимального объема до углубленной программы.

Результаты анкетирования позволили выделить основные проблемы функционирования ИС внутренних систем оценивания результатов обучения [4]. Для обеспечения правильного и валидного оценивания обучающихся необходимо при формировании базы заданий применять научно-обоснованные методы, соблюдая последовательность этапов пополнения базы. Результаты же анкетирования показывают, что из всех необходимых процедур проводится только экспертиза, при этом не всегда соблюдается принцип независимости внешних экспертов. Практически нигде не проводятся апробационные исследования с использованием методов математической статистики. Такие исследования являются обязательным этапом при оценке качества разработанных заданий, только обработка статистических результатов апробации позволяют делать основные выводы о применимости заданий и вариантов в реальном процессе оценивания результатов обучения. Во многих вузах при проведении оценки используется только одна форма заданий – выбор одного правильного ответа из нескольких предложенных, при подготовке заданий не утверждается спецификация теста, что приводит к значительным ошибкам измерения.

Проведенная предварительная работа позволила сформулировать Концепцию разработки ИС сопровождения процедур оценивания. Этот документ подготовлен для учебных целей, главной задачей была определена – составление предварительного словесного описания всех функций ИС. Но вместе с тем, Концепция может стать основой для проектирования и разработки реальной системы практического применения. В качестве задачи, и соответственно названия, выбрано – «Оценивание учебных достижений студентов бакалавриата (рубежный и итоговый контроль)».

Цель разработки была конкретизирована – внедрение системы с возможностью использования разнообразных форм тестовых заданий.

В состав ИС, исходя из сформулированных нами проблем, должны входить следующие составные части:

- подсистема проведения тестирования в режиме онлайн;
- база тестовых заданий с системой управления;
- подсистема для авторов – разработчиков заданий.

В кратком описании функций подсистем были учтены все особенности ИС, предназначенных для сопровождения процесса оценивания в вузе.

Подсистема тестирования должна иметь возможность выполнения следующих функций:

- формирование вариантов по каждой дисциплине по которой проводится рубежный и/или итоговый контроль;
- предъявление тестов (проведение тестирования) в режиме онлайн для зарегистрированных студентов;
- регистрация студентов на тестирование;
- выдача результатов тестирования в разрезе групп, языков обучения, специальности, факультета;
- хранение результатов тестирования.

Следует отметить важность функции по хранению результатов тестирования. В эксплуатируемых системах оценивания, как правило, основными и главными считаются результаты, представленные в виде оценок по разным дисциплинам. Однако, для специалистов, разрабатывающих оценочные материалы очень важно получить статистику в виде матрицы, удобной для проведения оценки качества заданий. Такая матрица включает в себя ответ каждого обучающегося (без указания персональных данных) на каждое задание, т.е. с указанием того был ответ правильным или нет (например, 0 – если ответ не верный, и 1 – в случае верного ответа). Имея матрицу с результатами не менее чем ста ответов можно проводить статистическую обработку с целью определения основных коэффициентов, анализируя которые можно делать выводы о качестве использованных заданий. Конечно, анализ качества заданий нужно делать после проведения специального апробационного исследования, чтобы была возможность внесения коррекций до реального оценивания результатов обучения.

База тестовых заданий с системой управления должна иметь возможность выполнения следующих функций:

- прием и хранение разработанных заданий;
- выдача (предъявление) заданий для проведения экспертизы;
- внесение изменений после экспертизы и корректировки;
- выдача информации о состоянии базы тестовых заданий (количество заданий в разрезе форм, статус каждого задания);

- обеспечение безопасности хранения заданий.

В базу должны попадать задания, разработанные с соблюдением требований спецификации теста, прошедшие апробацию и имеющие показатели, удовлетворяющие стандартам оценки качества. При этом устанавливаются также требования по количеству заданий в разрезе тем дисциплин согласно спецификации. Это необходимо для автоматического формирования варианта теста при предъявлении тестируемому. В целом, нормальное функционирование этой подсистемы очень сильно зависит от того, насколько точно соблюдались этапы формирования базы тестовых заданий. Одним из ответственных моментов является разработка и утверждение спецификации теста, на этом этапе определяются все важные характеристики проводимого оценивания. Результаты анкетирования вузов Казахстана, о котором говорилось выше, показали, что в большинстве случаев спецификации тестов не разрабатываются, что приводит к искаженным результатам при оценивании обучающихся.

Подсистема для автора-разработчика заданий должна иметь возможность выполнения следующих функций:

- интерфейс для работы автора с возможностью разработки тестовых заданий разных форм – с одним правильным ответом из 5 предложенных; с несколькими правильными ответами; поиск и установление соответствий между двумя группами понятий (фактов) и определений; открытой формы с кратким ответом в виде одного числа, слова.

- работа автора в безбумажном режиме с возможностью печати текстов заданий для контроля;

- возможность включения в текст заданий графиков, рисунков, схем и других объектов;

- обеспечение безопасности и сохранности заданий;

- ведение статистики разработанных заданий в разрезе авторов, дисциплин, языков;

- возможность проведения экспертизы заданий, т.е. организация доступа к разработанным заданиям специалистов-экспертов.

Поскольку описываемая нами концепция разработана для учебных целей, то в качестве возможных указаны конкретные четыре формы заданий. В общем случае, конечно, подсистема должна быть способной дать больше возможностей авторам – разработчикам заданий. Опыт показывает, что в составе большинства эксплуатируемых ИС отсутствуют подсистемы для авторов, им предлагается свои задания оформлять в текстовом редакторе, затем осуществляется экспортирование в подсистемы тестирования. Такой подход ограничивает разработчиков при выборе различных форм тестовых заданий, что в свою очередь влияет на погрешность оценивания [5]. Выбранная нами структура ИС обеспечивает соответствие требованиям норм и стандартов разработки тестов, формирования базы заданий и проведения оценочных мероприятий.

Для того, чтобы дать магистрантам возможность реального проектирования, были определены конкретные данные о количестве студентов, языках обучения, форм обучения, месте установления ИС и др. Первым шагом проектирования и заданием для самостоятельной работы магистрантов под руководством преподавателя было определено составление графического описания модели, проектируемой ИС с использованием специализированных прикладных программ [6].

Таким образом, по итогам двухлетнего опыта преподавания дисциплины «Информационные системы, предназначенные для оценивания результатов обучения» можно отметить:

- анализ структуры, состава и функций, действующих ИС, предназначенных для проведения оценивания результатов обучения, готовности к определенной профессиональной деятельности, соответствия квалификационным требованиям показывает, что их можно выделить в качестве отдельного класса для изучения особенностей и проектирования аналогичных систем для решения практических задач;

- углубленное изучение особенностей предметной области вышеназванных ИС соответствует содержанию задач научно-методического направления подготовки магистров, т.к. разработка оценочных материалов и участие в проведении внутреннего и внешнего оценивания учебных достижений являются важными видами педагогической деятельности профессорско-преподавательского состава вузов.

*Список использованной литературы:*

1 *Handbook on measurement, assessment and evaluation in higher education / Edited by Charles Secolsky and Brian Denicon. – New York and London: Routledge, 2012. – 680 p.*

2 *Интымаков Т.Ж., Алтыбаева Ш.Б. ВОУД как инструмент оценки качества образовательных услуг в высшем образовании // В сб.: Практика внешнего оценивания в среднем, высшем и послевузовском образовании: анализ*

результатов тестирования и исследование качества заданий – Астана: Национальный центр тестирования, 2016. – С. 141-149.

3 Наводнов В.Г. *Федеральный Интернет-экзамен для выпускников бакалавриата: pro and contra // Современный университет между глобальными вызовами и локальными задачами. VII Международная конференция Российской ассоциации исследователей высшего образования: сб. материалов / под ред. Д.В. Козлова, Н.Г. Малошенок; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики», Ин-т образования. – М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2016. – С. 163-168.*

4 Абдиев К.С. *Актуальные задачи практики педагогических измерений в высшем образовании // Вестн. КазНПУ им.Абая. Сер. «Физико-математические науки» – 2018. – №4. – С.112-116.*

5 Аванесов В.С. *Форма тестовых заданий: уч. пособие для учителей школ, лицеев, преподавателей вузов и колледжей / В.С.Аванесов. – М.: Центр тестирования, 2006. – 156 с.*

6 Кальянов Г.Н. *CASE-технологии. Консалтинг при автоматизации бизнес-процессов. – М.: Горячая линия-Телеком, 2000. – 320 с.*

МРНТИ 14.01.85

УДК 371.315.3

Қ.А. Айдаров<sup>1</sup>, И.Д. Зейнуллаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ҚАЗІРГІ ЦИФРЛЫҚ ОҚЫТУ ҚҰРАЛДАРЫ ЖӘНЕ ЦИФРЛЫҚ ҚҰЗЫРЕТТІЛІК: БАР МӘСЕЛЕЛЕР МЕН ҮРДІСТЕРДІ ТАЛДАУ

*Аңдатпа*

Цифрлық құралдарды енгізу өмірдің барлық салаларында, соның ішінде білім беру ортасында орын алуда. Мақалада пайдаланушыларға арналған функциялар мен мүмкіндіктер, пайдаланушылардың өзара әрекеттесу ерекшеліктері тұрғысынан қолданыстағы цифрлық оқу құралдарын құруға және сипаттауға әрекет жасалды. Жұмыстың әдеби шолуында өмірдің әртүрлі салаларын цифрландыру жағдайы зерттелді және жарияланған ғылыми жұмыстардың негізінде қоғамның кең таралған автоматтандыруға, цифрландыруға қатынасы зерттелді. Цифрлық орталардың үш түрі қарастырылды: модульдік цифрлық оқыту орталары, LMS және LCMS, сондай-ақ МООС платформаларында ұсынылған онлайн-қашықтықтан білім беру. Оқытушылар мен студенттердің осы цифрлық орталарда өзара әрекеттесуіне талдау жүргізілді, әрбір ортадағы мүмкіндіктер анықталды, олардың кемшіліктері анықталды. Мақаланың қорытындысында әрі қарай зерттеу жүргізу мүмкіндіктері туралы болжам жасалып, цифрлық технологияларды оқыту үдерісіне енгізу қажеттілігі, цифрлық автоматтандырылған ортаны пайдалану арқылы студенттердің білім алуында оқытушының орасан рөлі туралы қорытынды жасалады.

**Түйін сөздер:** e-learning, инновациялар, LMS, цифрлық білім беру, Білім беру 3:0, ЖОАК, цифрлық құзыреттіліктер.

*Аннотация*

Қ.А. Айдаров<sup>1</sup>, И.Д. Зейнуллаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Казахстанский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

## СОВРЕМЕННЫЕ ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ И ЦИФРОВАЯ КОМПЕТЕНТНОСТЬ: АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ВОПРОСОВ И ТЕНДЕНЦИЙ

Внедрение цифровых инструментов происходит во все сферы жизни, в том числе в образовательную среду. В работе произведена попытка структурировать и охарактеризовать существующие цифровые образовательные инструменты с точки зрения возможностей, характеристик взаимодействий пользователей. В литературном обзоре исследовалось состояние цифровизации различных областей, изучено отношение общества к автоматизации, цифровизации на основе опубликованных научных работ. В работе выделено три типа цифровых сред: модульные цифровые образовательные среды, LMS и LCMS и дистанционное онлайн образование, на платформах МООС. Проведен анализ взаимодействия преподавателей и учеников в рамках цифровых сред, определены возможности сред, обозначены недостатки. В заключении формулируется прогноз возможностей дальнейшего исследования темы, делается вывод о потребности трансфера цифровых технологий в образовательный процесс и о неумолимости роли преподавателя в процессе получения знаний, при условии использования цифровых сред.

**Ключевые слова:** e-learning, инновации, LMS, цифровое образование, Образование 3:0, МООС, цифровые компетенции.

Abstract

## MODERN DIGITAL EDUCATIONAL TOOLS AND DIGITAL COMPETENCE: ANALYSIS OF EXISTING ISSUES AND TENDENCIES

K.A. Aidarov<sup>1</sup>, I.D. Zeinullayeva<sup>1</sup>

<sup>1</sup> al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

The introduction of digital tools occurs in all spheres of life, including the educational environment. In this paper, an attempt was made to structure and characterize the existing digital educational tools in terms of capabilities, characteristics of user interactions. In the literature review, the state of digitalization of various areas was studied, the attitude of society to automation, digitalization was studied on the basis of published scientific works. Three types of digital environments are highlighted: modular digital educational environments, LMS and LCMS, and online distance education, on MOOC platforms. Analyzes of the interaction of teachers and students in the framework of digital media were conducted, the capabilities of the environments were identified, and shortcomings were identified. In conclusion, a forecast of the possibilities for further research of the topic is formulated, a conclusion is made about the need for digital transfer in the educational process and about the inexorable role of the teacher in the process of learning, subject to the use of digital media.

**Keywords:** e-learning, innovation, LMS, digital education, Education 3:0, MOOC, digital competences.

### 1 Кіріспе

Ақпараттық технологияларды дамыту арқылы өмірдің түрлі салаларында цифрлық құралдарды пайдалану кең тараған тәжірибе болып табылады. Цифрлық үрдіс оқыту үдерісінде де әсер етеді. Қазіргі кезде оқытуда жаңа технологиялар, соның ішінде ұялы технологиялар да қолданылады. Жоғары оқу орындарында және мектептерде оқитын жастар өз проблемаларын шешу үшін цифрлық құралдарды жиі пайдаланады.

Оқу үрдісінде тікелей немесе жанама түрде пайдаланылатын бірқатар ақпараттық жүйелер бар. Мұндай жүйе көбінесе оқу үдерісін жеңілдету, түсіндірілген материалды бейнелеу, тестілеу үдерістерін немесе емтихандарды жеңілдету үшін қолданылады. Осындай жүйелердің мысалдары мыналар болып табылады: қашықтықтан оқытуға арналған MOOC (жаппай ашық онлайн-курстар) платформалары, оқу үдерісін ұйымдастыру жүйелері, коммерциялық өнім түрінде оқу үрдісін басқару үшін немесе белгілі бір білім беру мекемелерінде дайындалған цифрлық модульдік жүйелерді орналастыру аландары.

Осындай жүйелердің болуы және олардың кеңеюіне байланысты олардың құрылымын жасау қажеттілігі туындайды және оларды одан әрі жобалау және дамыту үшін оларды сипаттау керек. Бұл жұмыстың мақсаты әрбір цифрлық білім беру ортасының ерекшеліктерін анықтау, сондай-ақ, оқытушының әрбір ортада атқаратын рөлін анықтау болды.

### 2 Зерттеу әдістемесі

Бұл жұмыстың әдіснамасы анықталған мәселе бойынша әдебиеттерді талдау болды. Көрсетілген мақсат пен белгіленген әдістеме ескеріле отырып, осы зерттеудің мақсаттары:

- 1) Әдебиеттерді талдау және қоғамның қазіргі цифрландыру деңгейін зерттеу, оның оқу үдерісіне қатысатын тараптарын анықтау.
- 2) Білім берудегі цифрлық құралдарды енгізу және пайдалану тәжірибесін талдау.
- 3) Білім беруде қолданылатын цифрлық инновациялық құралдарды қарастыру.
- 4) Зерттеу қорытындыларын қалыптастыру болды.

### 3 Негізгі бөлім

#### 3.1 Әдебиеттік шолу

##### 3.1.1 Білім беру ортасына автоматтандыруды енгізу

Жаңа технологияларды және ақпараттық жүйелерді кең ауқымды және жылдам қалыптастыру, дамыту және ендіру сөзсіз әлемдік экономиканың трансформациясына әкеледі. Әлеуметтік маңызды өзгерістер орын алады [1].

Жұмыста кәсіпкер Мартин Фордтың еңбектерін [2] растау негізінде Еуропа қазіргі уақытта 2020 жылға дейін экономикалық қоғамды қайта индустрияландыруды көздейтіні көрсетіледі. Мақалада айтылған қайта индустрияландыру көптеген жаңа компанияларда, сондай-ақ шағын және орта бизнесте (Еуропадағы жалпы бизнестің 99%-ын құрайды), Еуропалық бизнес қоғамы жақын арада роботизацияны барынша арттыруға тырысады.

Jari Kaivo-oja 2015 жылғы мақаласында [3] автоматтандыру және роботизацияны дамытудың негізгі бағыттары бойынша үлкен зерттеу және болжау жүргізді. Ол ақпараттық технологияларды

дамыту үшін үш негізгі бағытты анықтады: ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, цифрландыру және роботтарды кеңінен пайдалану. Онда адамдардың бір-бірімен өзара қарым-қатынасы аз болады, машиналық өзара қарым-қатынас («машиналық байланыс» - machine-to-machine communication), сондай-ақ деректер қоры мен есептегіш құрылғылар арасындағы өзара әрекеттесу (осы мақалада Jari Kaivo-oja болашақ қоғамды «есептеулер қоғамы» деп атайды) дамиды. Мұндай көзқарастар қазіргі уақытта адамдар жасайтын жұмыстардың басым бөлігі болашақта машиналық еңбекпен ауыстырылатынын көрсетеді.

Ресейлік зерттеуші С.В. Цирель [4] өз мақаласында, жақын арада, автоматтандыруды дамытуға байланысты еңбекке деген қажеттілікті төмендету мақсатымен қоғам зияткерлік жұмысқа қабілеттілігі мен адамдармен қарым-қатынас жасау қабілеттілігі әртүрлі болатын бірнеше топқа бөлінетінін болжайды. Осындай мақаланы [5] қоғам өміріне алдағы роботизацияның әсерін зерттеген Н. Зиберман да жариялады. Сонымен бірге, роботтар әлеуметтік саладағы адамның орнын ауыстыра алатынын болжайды [4]. Ғалым оларды өз мақаласында «әлеуметтік роботтар» деп атайды. Оның айтуынша, роботтарды енгізу жұмыссыздықты көбейтуі мүмкін, алайда адам қызметінің барлық салаларында емес, кейбір жергілікті салаларда ғана.

Мақалада автоматтандыру мәселесі сәл өзгеше тұрғыдан көтеріледі [6]. Тұтынушысыз капитализм болуы мүмкін емес, сондықтан автор болашақта бизнес және кішігірім кәсіпорындар аман қала алады ма, автоматтандырудың (автоматты құрылғылар пайдаланып, қол жұмыс күшін ауыстыру) арқасында осы әртүрлі бизнес түрлері өндіретін тауарларды сатып алуға адамдардың қаражаты болады ма деген сұрақ жөнінде ойланады [7,8]. Демек, қол жұмыс күші де бұрынғысынша қажет, алайда, басқа формада. Осылайша, тауар айналымы бұзылмайды.

Оқытуды цифрландыруды оқушылар жағынан қарастырып көрелік. Зерттеу [9] білім беру үдерісіндегі геймификация құбылысын зерттейді. Зерттеушілер атап өткендей, көптеген оқушылар мен студенттер білім алуды іш пыстырарлық, бір сарынды және тіпті шаршататын үлеріс деп есептейді, ал ойын элементтері оқуға деген жасанды ынтаны қалыптастыруға көмектесе алады.

Зерттеу [10] қашықтан оқытуға арналған мобильді қосымшаларды жобалаудың маңыздылығына арналған. Мақалада студенттерді тиімді интерактивті оқыту үшін әртүрлі интерактивті орта немесе бағдарламалардың кең ауқымына қол жеткізуді қамтамасыз ету қажеттілігі айтылады. Яғни, сыныпты жабдықтаудан немесе дәстүрлі білім беру аясында білім беру мекемелерінің түрлі бағдарламалық қамтамаларды сатып алуынан басқа, мобильді оқыту мүмкіндіктері үшін бағдарламалық өнімдерді әзірлеу қажет. Жоғарыда келтірілген мақалаларға қосымша ретінде осы мақалада [11] қоғамның ақпараттық трансформациялануы туралы ауқымды эмпирикалық социологиялық зерттеулердің деректерін ұсынылады. Олар жоғарыда аталған жұмыстардың аналитикалық негіздерін біршама дәлелдейді. Авторлар жаппай халықтық сауалнама жүргізді, 1500 адаммен сұхбат жүргізді, бір отбасының бірнеше ұрпағымен (20 отбасы) тереңдетілген сұхбат жүргізді және 100 студенттік эссе жинады. Фокус топтары белсенді интернет пайдаланушыларды қамтыды, олардың әлеуметтік желілердегі профильдері талданды. Жүргізілген жұмыстар барысында алынған нәтижелер, әртүрлі ұрпақтар арасында ақпараттық технологияларды қолданудағы тәсілдер мен тәжірибеде маңызды айырмашылық бар екенін көрсетеді.

Егер біз білім алу тақырыбына қайта оралсақ, онда 25 жасқа дейінгі оқушылар цифрландыруды табиғи түрде қабылдайды, өйткені олардың көпшілігі гаджеттерді белсенді дамыту кезеңінде дүниеге келген (бұл қорытынды ұрпақтар теориясымен жанама расталады). Айта кету керек, технологияны пайдалану үрдістері кейбір жолдарда ұрпақ теориясының деректерімен салыстырылады [12,13,14].

Мақала [12] Жаңа Зеландия университеттерінің 799 студенті мен 81 аспирантына өткізілген зерттеу туралы әңгімелейді. Университетте және бейресми қызметтерде цифрлық технология пайдаланылатыны анықталды. Тәжірибенің барлық қатысушылары үш жас тобына бөлінді: 20 жасқа дейінгі, 20-30 жасқа дейінгі және 30 жастан асқан адамдар. Жұмыстың мақсаты әртүрлі жас санаттары үшін қолданылатын технологиялар мен цифрлық технологияларды пайдаланудағы айырмашылықтарды анықтау болды.

Жұмыстың авторлары жаңа технологияларды белсенді пайдаланатын жас ұрпақты «цифрлық аборигендер» деп атайды. 20-30 жас аралығындағы және 30 жастан асқандар арасында айырмашылықтар аз болды, ал 20 жасқа дейінгі және 30 жастан асқан оқушылар арасындағы айырмашылық елеулі болды.

[13] дерек көзі ұрпақ теориясындағы жалпы мәліметтерді береді, бірақ Ресейге бейімделген.



Автор, қазіргі уақытта Ресей Федерациясында әртүрлі ұрпақтардың 6 тобы мекендейтінін көрсетеді:

1. 1900-1922 жж. туғандар – Жеңімпаздар ұрпағы.
2. 1923-1942 жж. туғандар – Үнсіз ұрпақ.
3. 1963-1982 жж. туғандар – Х ұрпақ.
4. 1983-2002 жылдары туған – Y ұрпақ.
5. 2003 жылдан бастап туған – Z ұрпақ.

Ағымдағы күндерді ескере отырып, қазіргі уақытта жоғары оқу орындары мен мектептерде Z және Y ұрпақтары, цифрлық ақпараттық технологияларды белсенді пайдаланатын ұрпақ оқиды деп болжауға болады (Z ұрпағын жоғарыда көрсетілген «цифрлық аборигендерге» жатқызуға болады). Бұл ұрпақтарға (көп жағдайда Z ұрпағы үшін) келесі қасиеттер тән:

- ұтқырлыққа ұмтылу;
- мақсатқа және жоғары нәтижеге ұмтылу;
- интерактивті, ойын форматындағы ақпаратты алуды қалау;
- виртуалды әлеуметтік желілерге күшті тәуелділік, өзін комьюнити сезінуге құштарлық;
- материалдық емес «постматериалдық» құндылықтарға ұмтылу.

Мақала авторы мұндай жастарды толық және тиімді оқыту үшін білім беру саласында келесі аспектілердің болуын талап етеді:

- 1) Білім беру үдерісінде әлеуетті іске асыру үшін оқытудың шығармашылық, креативті ортасы.
- 2) Мәдениетаралық іс - қимыл және жеке даму дағдыларын дамыту үшін гуманитарлық пәндер санын арттыру.
- 3) Жеке даму траекторияларын, жеке білім беру бағдарламаларын құру (автордың пікірі бойынша, бұл дәстүрлі оқытушылар, дәріскерлер мен оқытушыларды тьюторларға, коучтерге ауыстыруды талап етеді).

Жоғарыда айтылғандай, үш ұрпақ ақпаратты әр түрлі қабылдайды және оқу үдерісіне әр түрлі қарайды. Олардың көпшілігіне (Y және Z үшін) барлық жерде гаджеттерді пайдалану - табиғи құбылыс.

Әр түрлі буындар қоятын талаптар қатарына білім беру үдерісіне қатысатын, оқыту үдерісін трансформациялайтын оқытушыларыға қойылатын талаптарда да кіреді. Оқытушылар үшін жаңа технологиялардың пайда болуы үнемі біліктілікті арттыру қажеттілігін туындатады. Бұл оларды өзінің методологиясын қайта қарауға және білім берудің жаңа парадигмаларына көзқарасты өздері құруға мәжбүр етеді [15]. Цифрлық білім беру ортасы мен e-learning белсенді енгізілуіне байланысты білім беру үрдісі шеңберінде оқытушының рөлін өзгерту туралы мәселе туындайды. Бұл мақалада оқытуда қолданылатын және әлемде енгізілген цифрлық технологияларды талдау және білім беру үдерісінің екі жаққа – оқушы мен оқытушыға қалай әсер ететініне талдау жүргізіледі.

### ***3.1.2 Оқыту үдерісін толық цифрландыру жағдайында білім берудегі оқытушының рөлін трансформациялау***

Оқытудың дәстүрлі концепциясы шеңберінде білім беру құрылымындағы негізгі тұлға - оқытушы. Жоғарыда келтірілген тұжырымға қарама-қарсы пікір, оқытушылардың білім алуында өзгертулердің болмауы, кейбір зерттеулерде осындай білім берудің орындылығы мен тиісті тәжірибесі келтіріледі. Яғни, жұмыс барысында цифрлық құралдарды пайдалану оқытушылардың құзыреттілігін арттыру үшін білім беру үдерісіне қажет және педагогтардың өздері үшін пайдалы болып табылады. Оқытушылар оқушымен «бір тілде» сөйлесуі үшін, ағымдағы өзгерістер контекстінде болашақта олар өздерінің цифрлық құзыреттілік деңгейін үнемі арттыруы және lifelong learning тұжырымдамасын қабылдауы қажет.

Цифрлық құзыреттілік - жаңа білімді игеру және қалыптастыру үдерісінде технологияларды пайдалану үшін қажетті білім мен дағды. Бұл ретте, зерттеулер көрсеткеніндей, әзірше оқытушыларды цифрлық құралдарды пайдалануға оқыту үдерісінде едәуір қиындықтар туындап отыр. Бұл цифрлық құзыреттерді игеру және оқытушылардың кәсіби дидактикалық құзыреттілігі шеңберінде цифрлық технологияларды пайдалануды көтермелеу үшін технологияларды оқытушылар үшін педагогикалық құрал ретінде тиімді интеграциялау қажеттігі және мұндай білім беру блоктары оқытушыларды оқыту бағдарламаларына енгізілуі керектігін көрсетеді. Бұл ретте оқытушылар үшін «цифрлық құзыреттілікке» оқытуды білім беру мекемелеріне интеграциялау мәселесі бар, өйткені, бағдарламаны түпкілікті бекіту және енгізу кезінде оның мазмұны ескіруі мүмкін.

### **3.1.3 Білім беру үдерісінде пайдаланылатын цифрлық орталар**

Қазіргі экономика мен еңбек нарығының талаптарын қанағаттандыру үшін білім беру дәстүрлі тәсіл шеңберінен шығуы тиіс. Мәселен, Білім беру 3.0 жаңа тұжырымдамасы білім алушыға толығымен бағытталған. Ол әр студенттің/оқушының жеке траекториясын білдіреді және қандай да бір пәннің өтуі туралы белгімен ғана емес, оқушылардың жаңа дағдылары мен құзыреттілігін қалыптастыруға назар аударады. Білім беру 3.0 жаңа тұжырымдамасын табысты іске асыру үшін, білім беру үдерісі шеңберінде цифрлық құралдарды пайдалану қажет. Әр түрлі елдерде білім беру үдерісінде қолданылатын автоматтандырылған цифрлық технологиялар мысалдарын және педагогтар мен оқушылар үшін қандай мүмкіндіктер ұсынатындығын қарастырайық.

#### **а) Модульдік цифрлық білім беру ортасы**

Кейбір білім беру мекемелері мен компаниялары өздерінің цифрлық интеграцияланатын модульдік білім беру ортасын құрады. Солардың бірі – PIES (personalized integrated educational system). Қазіргі уақытта жүйе өңделу сатысында. Ол студенттер, оқытушылар, ата-аналар және басқа да мүдделі тараптар үшін толық функционалды қамтамасыз етеді. Мұндай жүйені қолданған жағдайда, Білім беру 3.0. жеке тұлғаға бағытталған парадигмадағы оқытушының рөлі делдалға немесе тәлімгерге ауысады. Оқытушы жоғарыда аталған модульдік жүйелерде оқушылар үшін оқу құралдарын таңдайды және құрастырады.

PIES технологиясында төрт негізгі функциялар анықталған: білім алушыларды бағалауға арналған есеп жүргізу, жоспарлау, нұсқаулықтар мен құралдар, екінші функциялар (жүйедегі қатысушылар мен оқытушылардың өзара іс-қимылын қолдауға арналған құралдар). PIES студенттердің жеке құзыреттерінің көрсеткіштері туралы есептілікті қолдап, қадағалайтын болады, әрбір оқушының тиімділігі туралы мәліметтерді, білім алушыны одан әрі дамыту үшін қажетті стандарттар мен нұсқаулықтарды, сондай-ақ оқытудың жеке жоспарларын қамтитын болады. Болашақта ғұмыр бойы (lifelong learning) оқытуды іске асыру үшін пайдаланушыларға одан әрі қашықтықтан қолдау көрсету жоспарлануда. Өнімнің бастапқы ашық коды бар, ол білім беру мекемелеріне одан әрі интеграциялау перспективасында технологияны тарату және енгізу жылдамдығын арттыра алады.

#### **б) ЖОАК және қашықтықтан оқыту**

Ең заманауи білім беру жобаларының бірі - ЖОАК (massive online open course) болып табылады. ЖОАК алаңдарын құрал ретінде де, цифрлық орта деп те атауға болады. Қазіргі уақытта әлемдегі ең танымал онлайн-ЖОАК платформалары (Coursera, edX, XueetangX, FutureLearn және Udacity) 48 миллионнан астам оқушыға ие. 2016 және 2017 жылдардағы аталған әлемдік платформалардың негізгі тренді - тегін курстар санының азаюы және тек қана ақылы мазмұнның қосылуы болып табылады.

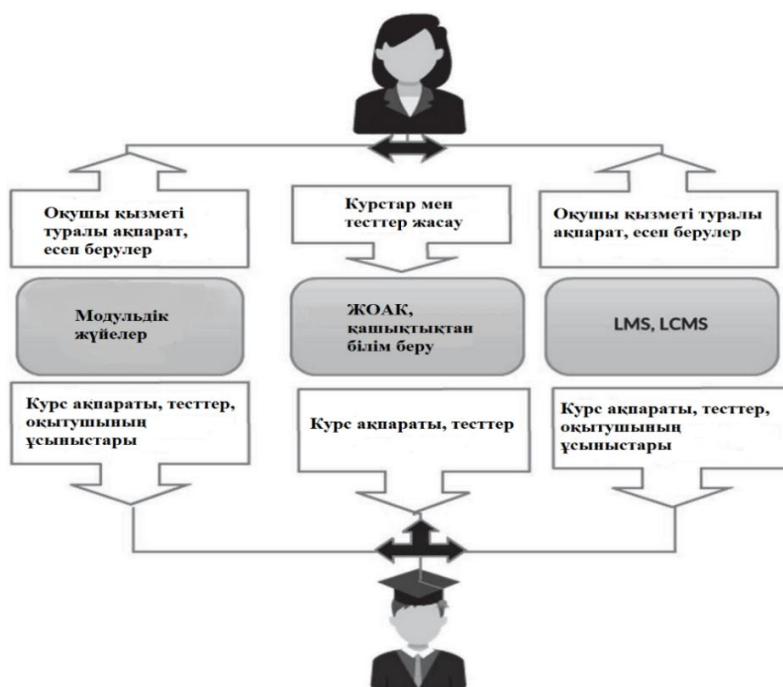
ЖОАК-дың негізгі мәселелерінің бірі курсты толықтай аяқтау дәрежесінің төмендігі болып табылады - студенттердің шамамен тек 10% толық онлайн-оқыту курсы аяқтайды. Сонымен қатар, қазіргі уақытта ЖОАК-ының шынайы тиімділігі туралы эмпирикалық зерттеулер аз. ЖОАК-ның кеңінен қолданылуының шектеу факторы - бұл оқу үрдісін басқаратын оқытушының жетіспеушілігі және тиімді оқыту үдерісіне қажетті кері байланыстың болмауы. Онлайн-курстарда ынталандырушы фактордың, яғни оқытушының немесе тәлімгердің болмауы курс қатысушыларының сәтсіз өтуіне әкеліп соғады. ЖОАК кемшілігі деп иілгіштігінің болмауын атауға болады. Құрылымдық ұйымдастыру мен платформалардың интерфейстері арасындағы кішігірім формальды айырмашылықтарға қарамастан, негізінен барлық ЖОАК платформаларының форматы бейне-лекциялар мен тест сұрақтарын таңдауды, ашық және жабық сұрақтарды қолдануды қамтиды. ЖОАК ересектерге арналған қосымша білім беру платформасы ретінде lifelong learning тұжырымдамасына толығымен біріктірілген. Дегенмен, ЖОАК студенттің үш білім беру деңгейін: бакалавриат, магистратура және аспирантураны толық меңгеруін қамтамасыз ете алады ма, жоқ па, белгісіз.

#### **в) LMS және LCMS жүйелері**

Қашықтан оқыту үдерісін ұйымдастыру үшін де LCMS (learning content management system) типтегі бағдарламалар арқылы жүзеге асырылатын LMS (learning management system) қолданылады. Бұл онлайн оқу материалдарын әзірлеуге, басқаруға және тарату үшін, бірлескен пайдаланушыларға қолжетімділігін қамтамасыз ету шартымен оқытуды басқару жүйелері. LMS-те теориялық білімді алу, белсенді тәжірибе және оқытушымен жеке кері байланыс орнату үшін бірыңғай білім беру кеңістігі жасалады.

Мұнда оқытушының рөлі біркелкі емес, оқытушының оқу үдерісіне қатысуы білім берудің дәстүрлі тұжырымдамасымен бірдей болып қалады, бірақ білім беру үдерісі цифрлық ортаға ауысады.

1-сурет оқытушының білім беру ортасы арқылы оқытушымен өзара әрекеттесуінің негізді схемасын көрсетеді. Оқу жүйесінің барлық түрлеріндегі білім алушы оқытушымен курс бойынша ақпараттар, тесттер алады. Тек LMS және LCMS және модульдік жүйелерде оқытушыдан курс бойынша ұсыныстарды алады. Өз кезегінде, LMS және LCMS және модульдік жүйелердегі оқытушы оқытушының қызметі туралы ақпаратқа қол жеткізе алады, оның жетістіктері туралы есептерді ала алады.



Сурет 1. Цифрлық оқу құралдары арқылы оқытушының және студенттің өзара әрекеттесуінің схемалық құрылымы

Цифрлық білім беру ортасының барлық сипаттамалары бар жиынтық 1-кестені жасаймыз.

Кесте 1. Білім беру ортасының сипаттамалары

Цифрлық білім беру ортасы	Қолданушылар	Қолданушылар мүмкіндіктері	Оқытушы рөлі	Жүйе кемшіліктері	Мысалдар
Модульдік жүйелер	Арнайы білім беру мекемелерінің, институттардың немесе колледждердегі студенттер (сонымен қатар оқытушылар немесе студенттердің ата-анасы)	Қолданушылар жазбаларға, сабақ кестелеріне және студенттердің білім алу қызметін бақылауға арналған басқа да құралдарына қол жеткізе алады. Жүйеде әр студентке қатысты және оның жеке жетістіктері туралы ақпарат, оқу кезінде оған қойылатын талаптар және оқу үдерісіндегі нұсқаулар бар	Оқытушы классикалық түрде. Студенттерге арналған білім беру құралдарын (тесттер, тексеру тапсырмалары және т.б.) оқытушы таңдайды және жасайды	Қолданушылар үшін жеткілікті дәрежеде икемді емес. Тек алдын ала дайындалған модульдерді пайдалану қажеттілігі	PIES, NGDLE және басқалар

Жаппай онлайн курстар және қашықтықтан білім беру	Кез келген қолданушы	Студенттер оқу барысында әртүрлі білім беру видеоларына, түрлі сынақтарға (ашық немесе жабық сұрақтармен) қол жеткізеді. Оқытудың соңында әрбір студент емтихан тапсырады және сабаққа қатысқандығы туралы сертификат ала алады. Оқытушылар онлайн курстар, тренингтер немесе практикалық бөлімдер құра алады, бірақ білім беру қызметіне қатыса алмайды.	Оқытушы немесе тәлімгерсіз өздігінен білім алу	Студенттерде курсты аяқтауға ынтаның болмауы немесе ынтаның төмендігі. Курстарды жасауға қажетті негізгі құралдардың жеткілікті дәрежеде икемді болмауы және барлық типтегі курстар үшін бірдей болуы	Coursera, edX, XeuatangX, FutureLearn, Udacity, және басқалар
LMS және LCMS жүйелері	Ақылы онлайн-мектептердегі, кейбір жоғарғы оқу орындарындағы студенттер және оқытушылар	Онлайн оқу материалдарын жасау, басқару және беру. LMS теорияны оқуға, белсенді тәжірибеге және оқытушымен кері байланыс орнатуға арналған ыңғайлы бірыңғай оқу ортасын жасайды. Осындай жүйелер оқытушыларға көрнекі виртуалды ортада курстар жасауға мүмкіндік береді.	Оқытушы коуч немесе тьютор, тәлімгер ретінде. Студенттер курс таңдайды және тәлімгер немесе коуч курс бойына білім беру үдерісін қадағалайды. Оқытушы оқушының мүмкіндіктеріне және үлгіріміне қарай оқыту құралдарын таңдайды	Ыңғайлау кезіндегі икемділіктің жоқтығы, ақылы құрал	Экономика жоғары мектебінің нетологиясы LMS System, LMS Adobe Captivate Prime, Moodle, Claroline және басқалар

#### 4 Қорытынды

Зерттеу барысында жақын болашақта цифрлық білім беру стандарттары автоматтандырылған және цифрлық оқу құралдарын пайдалануды қарастыратыны белгілі болды. Стандарттан басқа, қоғамның әсері де бар, себебі қазіргі уақытта білім алушылардың көпшілігі Y және Z ұрпақтарының өкілдері болып табылады, олар гаджеттерсіз және цифрлық құралдарсыз өмірлерін елестете алмайды.

Қазіргі кезде цифрлық білім беру орталары оқытушының қатысуынсыз табысты жұмыс істей алмайды. Дегенмен, оқытушылардың жаңа технологияларды меңгеру деңгейін бағалауға мүмкіндік бермейтін «цифрлық құзыреттілік» терминінің нақты анықтамасы жоқ.

Осылайша, таяу болашақта Білім беру 3:0 тұжырымдамасын табысты іске асыру үшін қажетті технологиялардың болуына байланысты жаңа білім беру технологияларын оқу үдерісіне тұрақты көшіруді, цифрлық ортаны және құралдарды жалпы білім беру үдерісіне енгізу, цифрлық құзыреттілік критерийлерін әзірлеу және оқытушылардың біліктілігін жетілдіру бойынша білім беру үдерісі технологияларының дамуымен қатар жүретін тұрақты бағдарлама құру қажет.

#### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Smater M., Zieliński J. *New Approach to Automation and Robotics Vocational Education in Support of Europe Reindustrialization // Progress in Automation, Robotics and Measuring Techniques. Springer, Cham, 2015. C. 255-264. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-15796-2\\_26](https://doi.org/10.1007/978-3-319-15796-2_26)*
- 2 Virgillito M. E. *Rise of the robots: technology and the threat of a jobless future // Labor History. 2017. T. 58. No. 2. C. 240-242. URL: <https://doi.org/10.1080/0023656X.2016.1242716>*
- 3 Noble D. F. *Digital diploma mills, part 1: The automation of higher education // October. 1998. T. 86. C. 107-117.*

- 4 Tsirel S. V. *The economy of the nearest future // Terra economicus*. 2017. Т. 15. № 1. С. 44–67.
- 5 Lukina N.P., Slobodskaja A.V., Zilberman N.N. *Social dimensions of labour robotization in post- industrial society: issues and solutions // Man In India*. 2017. Т. 96(7). С. 2367-2380.
- 6 BATES A. W. T. *Teaching in a digital age // Glokalde*. 2015. Т. 1. № 3.
- 7 Upadhyay V. *Can Capitalism Survive High Degree of Automation? A Comparison with Thomas Piketty's Argument*. 2015. URL: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2558989>
- 8 Kaivooja J., Roth S. *The Technological Future of Work and Robotics*. 2015. URL: <http://hdl.handle.net/10419/118693>
- 9 Aleksandrovna M.O., Iurievna E.M., Olegovna E. P. *Digital transformation as the factor of the generation dynamics in the information society // QUID: Investigación, Ciencia y Tecnología*. 2017. № 1. С. 1624–1629.
- 10 Lai K. W., Hong K. S. *Technology use and learning characteristics of students in higher education: Do generational differences exist? // British Journal of Educational Technology*. 2015. Т. 46. № 4. С. 725–738. URL: <https://doi.org/10.1111/bjet.12161>

МРНТИ 20.01.45

УДК 378

Е.Ы. Бидайбеков<sup>1</sup>, А.А. Бекежанова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

### ВИЗУАЛДАУ ҚҰРАЛДАРЫН ОБЪЕКТИГЕ-БАҒЫТТАЛҒАН ПРОГРАММАЛАУДЫ ОҚЫТУДА ПАЙДАЛАНУ ТИІМДІЛІГІ

*Аңдатпа*

Информатика және бағдарламалау саласындағы заманауи білімді объектілі-бағдарлы программалаусыз елестету мүмкін емес. Барлық заманауи бағдарламалау тілдері осы әдіснаманы қолдайды. Сондықтан, әсіресе информатика пәнінің мұғалімі аталған әдіснаманың негізгі принциптерін білуі тиіс. Осылайша, педагогикалық оқу орнының алдында болашақ информатика мұғалімін объектілі – бағытталған бағдарламалауды оқытуға дайындау міндеті тұр. Мақалада объектілі-бағдарлы бағдарламалауға үйрету кезінде ақпаратты визуализациялау және білімді визуаландырудың әр түрлі құралдарын пайдалану тиімділігі қарастырылған. Мақалада объектілі-бағдарлы бағдарламалауды оқыту мәселелеріне, қарама-қайшылықтарға, объектілі-бағдарлы бағдарламалауды оқытудың білім беру міндеттеріне назар аударылған, сонымен қатар объектілі-бағдарлы бағдарламалауды оқыту кезінде визуализация құралдарын пайдалану бойынша ғылыми жұмыстарға талдау жасалған, оқу үдерісінде визуалдауды пайдаланудың артықшылықтары анықталған.

**Түйін сөздер:** объектіге-бағытталған программалау, визуалдау, визуалдау құралдары, оқу ақпаратын визуалдау.

*Аннотация*

Е.Ы. Бидайбеков<sup>1</sup>, А.А. Бекежанова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан  
**ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ СРЕДСТВ ВИЗУАЛИЗАЦИИ В ПРЕПОДАВАНИИ  
ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Современное образование в области информатики и программирования немислимо без объектно-ориентированного подхода. Практически все современные языки программирования поддерживают данную методологию. Поэтому учитель информатики, должен быть компетентен в этом вопросе, чтобы иметь возможность донести до учащихся основные принципы соответствующей методологии, привить основные навыки работы в одной из современных объектно-ориентированных сред. Таким образом, перед педагогическим ВУЗами встает задача – подготовить будущего учителя информатики к преподаванию объектно-ориентированного программирования. В статье рассмотрена эффективность использования различных средств визуализации информации и визуализации знания при обучении объектно-ориентированному программированию. Уделено внимание проблемам обучения объектно-ориентированного программирования, противоречиям, образовательным задачам обучения объектно-ориентированного программирования, так же был сделан анализ научных работ по использованию средств визуализации при обучении объектно-ориентированному программированию, выявлены преимущества использования визуализации в учебном процессе.

**Ключевые слова:** объектно-ориентированное программирование, визуализация, средства визуализации, визуализация учебной информации.

*Abstract*

**EFFICIENCY OF APPLICATION OF MEANS OF VISUALIZATION  
IN TEACHING OBJECT-ORIENTED PROGRAMMING**

*Bidaibekov E.<sup>1</sup>, Bekezhanova A.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

Modern education in computer science and programming is unthinkable without an object-oriented approach. Almost all modern programming languages support this methodology. Therefore, a computer science teacher, especially working in the field, should be competent in this matter, to be able to convey to students the basic principles of the relevant methodology, to instill basic skills in one of the modern object-oriented environments. Thus, the pedagogical University faces the task of preparing the future teacher of Informatics for the teaching of object-oriented programming. The article considers the effectiveness of the use of various means of information visualization and knowledge visualization in teaching object-oriented programming. Attention is paid to the problems of teaching object-oriented programming, contradictions, educational tasks of teaching object-oriented programming, as well as the analysis of scientific works on the use of visualization tools in the training of object-oriented programming, the advantages of using visualization in the educational process.

**Keywords:** object-oriented programming, visualization, visualization tools, visualization information.

Программалау бұл абстрактілі пән және оны меңгеруі барысында жоғары оқу орынының студенттерінде ғана емес, сонымен қатар мектеп оқушыларында айтарлықтай қиындықтар туындайды. Программалау курсы – бұл физико-математикалық бағыттағы мамандықтардың студенттерін даярлауды жүзеге асыратын білім беру бағдарламаларына енетін негізгі пәндердің бірі.

Программалауды оқытудың негізгі мақсаты – логикалық ойлауды дамыту. Программалау – бұл белгілі программалау тілдері арқылы компьютерлік бағдарламалады құру үдерісі.

Соңғы он жылдықта программалаудың қарқынды дамып келе жатқан бағыттарының бірі объектіге-бағытталған программалау болып табылады. Объектіге-бағытталған бағыт (подход) әртүрлі қосымшаларды дайындауда қолданылатын маңызды құралдардың бірі болғандықтан қазіргі информатика саласындағы білім берудің заманауи деңгейі программалаудың осы технологиясын меңгеруді талап етеді. Ұзақ уақытқа дейін объектіге-бағытталған программалау көптеген жоғары оқу орындарының оқу жоспары бойынша жоғарғы курстарда оқытылатын. Бұл ұстаным біртіндеп өзгерді: қазіргі уақытта университеттерде объектіге-бағытталған программалау 1 курстан бастап оқытылуда. Зерттеу нәтижелері студенттерге объектіге-бағытталған программалауды процедуралық программалаудан кейін меңгеру қиынға соғатынын көрсетті. «Объектіге-бағытталған программалау» курсының негізгі мақсаты заманауи программалау саласындағы түсінік, білім, дағды және біліктер жүйесін қалыптастыру болып табылады. Сонымен объектіге-бағытталған програмалау деген не? Объектіге-бағытталған программалау – бұл программадағы кодты мәліметтер және функциялардан тұратын объектілер түрінде топтау арқылы ұйымдастыру тәсілі.

Объектіге-бағытталған программалау информатика мұғалімін даярлау үдерісі барысында меңгеруі тиіс негізгі дағдылардың бірі болып табылады. Әдетте объектіге-бағытталған программалауды оқыту барысында оқытудың дәстүрлі әдістері қолданылады, ал бұл өз кезегінде күрделі есептер мен сұрақтарды қарастыруды болжайды. Мұның барлығы студенттердің бұл бағытты дұрыс түсінбеуіне алып келеді. Программалау тілдерін дәстүрлі әдістермен оқыту дәрістерге және программалау тілінің синтаксисіне негізделеді, нәтижесінде студенттерде қызығушылық тудырмайды және меңгеруге түсініксіз болады. Қазіргі уақытта кеңінен таралған объектіге-бағытталған программалау тілдеріне C++, C#, Python, Java жатады. Аталған программалау тілдерінің синтаксистері көлемді, абстрактілі ұғымдары көп, сондықтан оларды меңгеру студенттерде айтарлықтай қиындықтар туғызады. Программалауды оқыту тәжірибесі білім алушыларының сұрақтарының көпшілігі программалау есептерін шешу кезеңінде, алгоритмдеу кезеңінде, сонымен қатар программалау тілінің синтаксисін мен негізгі құрылымын оқу барысында туындайтынын көрсетеді. Мұның себебі студенттердің жоғары деңгейлі абстрактілі және логикалы материалды меңгеруге дайын болмауымен байланыстырады. Студенттерге объектіге-бағытталған программалауды оқыту барысында келесідей білім беру міндеттері шешілуі тиіс [1]:

- объектіге-бағытталған программалау туралы түсінік қалыптастыру;
- объектіге-бағытталған программалау принциптерін үйрету;
- объектіге-бағытталған жобалауды үйрету;
- объектілі декомпозицияны үйрету;
- қайта пайдаланылатын программалық кодты құруды үйрету.

Жоғары оқу орынында объектіге-бағытталған программалауды оқыту тәжірибесінде келесідей қарама-қайшылықтар байқалады (ссылка):

- объектіге-бағытталған программалау әдіснамасы негізгі болса да үстіртін қарастырылған;
- объектіге-бағытталған программалауды оқыту барысында объектілік декомпозиция емес алгоритмдік декомпозиция басымырақ қарастырылады;
- студенттер объектіге-бағытталған жобалау құралдарын пайдалану тәжірибесін жинақтамайды. Сонымен студенттерде объектіге-бағытталған программалау және жобалау туралы түсінік қалыптастыруға көңіл аудару қажет.

Сонымен қатар, оқыту үдерісі үшін шешімін талап ететін бірнеше мәселелер бар:

1. Жоғары білім алу мақсаты әртүрлі болғандықтан, студенттік контингент бірыңғай жинақталмайды.

2. Көп жағдайда практикалық сабақтар теориялық сабақтардан бұрын болады. Бұл өз кезегінде студенттердің теориялық білімді өзбетімен меңгеруін талап етеді және т.б.

Объектіге-бағытталған программалауды меңгерудің оқу үдерісі барысында келесідей қиындықтар туындайды:

- объектіге-бағыттаған програмалау бірінші кезекте күрдеі бағдарламалар құруға бағытталған, ал студенттер зертханалық жұмыстарды орындау барысында қарапайым есептерді шығарады;
- объектіге-бағытталған программалау программаны модификациялауға жақсы мүмкіндіктер береді, бірақ бұл мүмкіндіктер программаны жобалау кезеңінде қалыптастырылады;
- программалау ғылымы тез дамуда, сондықтан бастапқы курста алынған білім ЖОО аяқтау уақытына ескіріп қалады. Сондықтан оқу үдерісі болашақ маманда программалаудың жаңа технологияларын және идеяларын тез меңгеру қабілетін дамыту керек;
- сапалы программа қолданбалы есептерді шешіп қана қоймай, сонымен қатар оңай оқылуы және түсінікті болуы тиіс;
- ЖОО-ғы оқу үдерісінің ұйымдастырылу ерекшелігі студенттің көптеген жалпы білім беру пәндерін, базалық және кәсіптендіру пәндерін оқуында, нәтижесінде студенттерде әртүрлі пәндер бойынша меңгерген білімінің біртұтастығын түсінуде қиындықтар туындайды;
- объектіге-бағыттаған программалау бойынша меңгерген білімін тексеру үшін бағалау құралдарын таңдау және т.б.

Айта кететіні, бұл студенттер мен оқытушыларда туындайтын қиындықтардың бір ғана бөлігі. Жоғарыда айтылғанның барлығы объектіге-бағытталған программалау пәнін оқыту саласындағы зерттеудің өзектілігін дәлелдейді. Объектіге-бағытталған программалауды оқытуда туындайтын мәселелерді шешудің бірі визуалдау болып табылады. Оқытудың тиімділігін жоғарылату үшін ақпаратты және білімді визуалдаудың әртүрлі құралдарын пайдалануға болады. Визуалдау құралдары ақпаратты сығылған және қолжетімді түрде ұсынуға мүмкіндік береді. Интернеттің даму ғасырында білім алушылар немесе «цифрлық буын» ақпаратты үнемі Интернеттен алады және мультимедиялық технологияларды пайдаланады, нәтижесінде ойлау, есте сақтау, қабылдау сияқты психикалық үдерістерде өзгерістер пайда болады. Мұның барлығы визуалдауды оқытуда пайдаланудың бірден бір себебін анықтайды [2]. Сонымен қатар, адам миын нейрофизиологиялық және психофизиологиялық зерттеулер нәтижесі адамдардың ақпараттың 80-90% көру мүшесі арқылы қабылдайтынын анықтаған, бұл да визуалдауды пайдаланудың тағы бір себебі деп айтуға болады [3].

Оқу ақпаратын визуалдау және көрнекілік мәселесімен әлемдік дидактика классиктері Я.А. Коменский, Дж. Дьюи, К.Д. Ушинский, И.Я. Лернер, В.Ф. Шаталов, Г.К. Селевко айналысқан. Визуалдау құралдарын оқыту үдерісінде тиімді құрал ретінде пайдалану сұрақтарымен А.Ю. Михайлова, Т.В. Шорина, Е.Б. Ермилова, А.А. Вербицкий, Л.В. Сидорова, Д. Желязны, В. Лаптев, Д. Ланков, Э. Тафти және т.б. айналысқан [4]. Компьютерлік визуалды оқу материалдарын пайдаланып оқу үдерісін ұйымдастыру тәсілдерін Л.И. Долинер, Н.И. Пак, Н.Г. Семенова, В.А. Стародубцов және т.б. ұсынған. «Визуалдау» терминіне (латын тіліндегі «visualis» сөзінен аударғанда «көрнекі» дегенді білдіреді) психологиялық-педагогикалық әдебиеттерде ақпаратқа, білімге байланысты әртүрлі түсініктемелер берілген.

Қазіргі уақытта көптеген ғалымдар «визуалдау» ұғымын айқындауға тырысуда. Әдіс ретінде визуалдауға толық анықтаманы А. А. Вербицкий береді, ол визуалдау үдерісін «ойлау мазмұнын көрнекі бейнеге жинақтау; қабылданған бейне ашылуы мүмкін және адекватты ойлау, практикалық әрекеттер негіздемесі болуы мүмкін».

И.Т. Гали, З.В. Галлямова және басқа ғалымдар визуалдауды сандық ақпаратты немесе физикалық құбылыстарды көрнекі түрде бақылауға және талдауға ыңғайлы қалыпта ұсыну тәсілдерінің жалпы атауы деп анықтайды. Т.Т. Сидельникованың ойы бойынша визуалдау – көрнекілік қағидасына негізделген педагогикалық әдіс деп қарастырады.

Визуалдау ұғымын анықтамасында үш маңызды айырмашылық бар [2]:

- визуалдау объектісі ретінде бейне, үшөлшемді модельдер, принципалды сызбалар, геометриялық көрнекіліктер, анимациялар, видео және т.б болуы мүмкін. Объектілер әртүрлі форматта бейнеленуі мүмкін: мультимедиа, слайд, компьютер экрандары, интерактивті тақталар немесе видео;

- интроспективті визуалдау (бейнелерді визуалдау арқылы өзінің ішкі дүниенмен жұмыс істеу) – визуалдаудың елестетілетін объектілері ретінде қарастыруға болатын объектілердің мидағы бейнесі;

- түсіндіруші визуалдау адам өзінің тәжірибесіне, түсінігіне және көзқарастарына сәйкес визуалдау объектілерінің мағынасын анықтауды болжайды.

Сондай анықтамаларды талдау нәтижесі «Визуалдау» ұғымы ақпаратты белгілі бір бейне түрінде, мысалы, фигура, объект, сурет түрінде ұсынатындығы туралы тұжырым жасауға мүмкіндік береді.

Оқу ақпаратын визуалдау – оқытушыдан білім алушыға білімді беру үшін қолданылатын графикалық элементтер жиынтығы және олардың арасындағы байланыс, оның нәтижесінде берілетін білім мазмұнында осы байланыстардың себебі мен мақсаты ашылады. Оқу ақпаратын визуалдаудың келесі артықшылықтарын атап көрсетуге болады [5]:

- студенттерге оқу ақпаратын қабылдауды жеңілдетеді;
- студенттерде зерттеу объектісі туралы дұрыс түсінік қалыптастыруға көмектеседі;
- студенттердің зейінін оқу материалының негізгі элементтеріне аударады;
- студенттердің ойлау және есте сақтау қабілетін дамытады;
- меңгерілген білім беру жүйесінің жаңа біліммен толықтыруына қолғабыс етеді;
- студенттердің қызығушылығын дамытады;
- оқу үдерісі барысында позитивті-эмоционалды жағдай құруға мүмкіндік береді;
- оқытудағы пәнаралық байланысты жүзеге асыруды жеңілдетеді және т.б.

Қазіргі уақытта оқу ақпаратын визуалдау оқыту стратегиясы ретінде қарастырылады. Визуалды ақпараттың құрылымын, пішінін, түсін басқара отырып, ақпараттық-коммуникациялық технологияларды пайдаланып терең талдау жасауға болады [6].

Объектіге-бағытталған программалауды оқытуда визуалдау құралдарын пайдалану мәселесімен көптеген ғалымдар айналысқан, атап айтсақ Э. Лахтинен, Т. Ахонейми, Г.П. Озерова, Ф.В. Шкарбан, И.В. Баженова, Т.П. Пушкарева, В.В. Калитина және т.б. Ғылыми жұмыстарды талдау нәтижесінде объектіге-бағытталған программалауды оқытуда визуалдау құралдарын пайдалану тиімділігі анықталды. И.В. Баженова объектіге-бағытталған программалаудың базалық ұғымдарын визуалдау үшін концептуалды және менталды карталарды пайдалануды ұсынады. Менталды картаны пайдалану кезінде студенттер өзінің танымдық қабілеттеріне сәйкес оқу ақпаратымен танысып қана қоймай, картаны түзетіп жетілдіре алады.

Наджва Аль Мохаммади объектіге-бағытталған программалауды оқыту барысында инфографиканы пайдалануды ұсынады.

Зерттеу жұмысын жүргізу барысында ол келесідей тұжырымға келді [7]:

1) Болашақ информатика мұғалімдерін білім беру инфографикасын пайдаланып оқу үдерісін ұйымдастыруды үйрету.

2) Инфографика әдістерін және басқа әдістерді объектіге-бағытталған программалау негіздерін оқыту үшін пайдалану.

3) Инфографиканы оқыту тәсілі ретінде пайдалану бойынша зерттеулер жүргізу.

Т.П. Пушкарева, В.В. Калитина объектіге-бағытталған программалауды оқытудың визуалданған әдісін ұсынады. Олар объектіге-бағытталған программалауды оқытуды үш кезеңге бөліп отыр. Бірінші кезеңде программалаудың негізгі ұғымдарының динамикалық визуалдауы қолданылады, негізгі алгоритмдік құрылымдарды динамикалық визуалдау үшін Macromedia Flash бағдарламасында жасалған анимациялық роликтер қолданылады. Екінші кезең есептерді шешу алгоритмдерін құруға және оны жазудың әртүрлі тәсілдерін көрсетуге арналған. Үшінші кезеңде алгоритмдік және программалық ұғымдар мен құрылымдарды ұзақ есте сақтауға себеп болатын құралдар мен әдістер қолданылады.



Г.П. Озерованың ойы бойынша алгоритмдік ойлауды және программалаудың негізгі ұғымдарын және тәсілдерін табысты қалыптастыру үшін программалауды оқытуға арналған визуалды орта қажет. Визуалды ортаны пайдалану программаны құрудың барлық кезеңінде визуалдау технологиясын пайдалануға мүмкіндік береді. Визуалды орта студентке программаны енгізу барысында оның барлық компоненттерінің графикалық бейнесін көруге мүмкіндік береді, ал бұл өз кезегінде программалаудың негізгі ұғымдарын қалыптастыруға мүмкіндік береді.

Қазіргі уақытта объектіге-бағытталған программалауды оқытуға арналған көптеген визуалды орталары бар, атап айтсақ BLUEJ, JELIOT 3, KAREL++, JpIe, GreenFoot, jGRASP, JEROO, Alice. Ф.В. Шкарбанда объектіге-бағытталған программалаудың базалық ұғымдарын, түсініктерін қалыптастыру үшін визуалды оқыту орталарын пайдалануды ұсынады.

Нақтырақ айтсақ, студенттер Alice, Scratch программалау орталарымен таныса отырып, объектіге-бағытталған программалаудың негізгі түсініктерін, теориясын, технологиясын және нақты құралдарын меңгеруге дайындалады және қалыптастырылған білімдерін С++ программалау тілін оқу барысында пайдаланады [8].

Э. Лахтинен визуалдауды пайдалануды программалауды оқытуға кірістірумен айналысқан. Зерттеу нәтижесі программалау курсына визуалдау құралдарын пайдалану оны меңгеруді айтарлықтай жеңілдететінін көрсетті. Визуалдаудың әртүрлі категориялары оқу курсының әртүрлі бөлімдері үшін және әртүрлі тапсырмаларды орындау үшін ыңғайлы екендігін атап өтіп, визуалдау құралы ретінде веб-парақшаны пайдалануды ұсынады. Э. Лахтинен визуалдау категорияларын Блум таксономиясына сәйкес бөледі. Э. Лахтинен «Білу» және «Түсіну» деңгейінде дәріс оқу, қткен материалды қайталау, практикалық жұмыс алдында қайталау үшін Иллюстративті визуалдауды, «Қолдану» деңгейінде үй жұмысын бағалау, практикалық жұмыс барысында бағалау үшін Қолданушылық визуалдауды, «Талдау» деңгейінде үй жұмысын, практикалық жұмыс барысында бағалау, тақырыпты қайталау үшін Проблеманы-шешуге негізделген визуалдауды, «Синтез» деңгейінде Нәтижелі визуалдауды, ал «Бағалау» деңгейінде Танушы визуалдауды (распознающий) қолдануды ұсынады [9]. Сонымен, жоғарыда айтылғанның барлығы визуалдау құралдарын объектіге-бағытталған программалауды оқытуда пайдаланудың орындылығын көрсетеді.

Визуалдау құралдарын объектіге-бағытталған программалауды оқытуда пайдалану студенттердің танымдық іс-әрекетін белсендетуге, білімді өзбетімен алуға уәждемеулеуге, жаңа білім алуға қызығушылық тудыруға мүмкіндік береді және келесідей педагогикалық мақсаттарға жетуге жағдай жасайды: студенттердің танымдық қабілеттерін дамыту, кәсіби дайындықтарын жетілдіру, оқыту үдерісін жекешелендіру, дифференциациялау, сапасын және тиімділігі арттыру.

*Пайдаланған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Андрусенко Е.Ю. Особенности обучения объектно-ориентированному программированию в педагогическом вузе // Ученые записки ОГУ. Серия: Гуманитарные и социальные науки. 2015. №5.
- 2 Берман Н.Д. Визуализация как эффективный инструмент обучения // Постулат №-2018. - №4
- 3 Баженова И.В. Визуализация знания как метод когнитивного подхода к обучению программированию. Информационно-образовательная среда вуза. Решетневские чтения. 2014.
- 4 Ермолаева Ж.Е., Лапухова О.В., Герасимова И.Н. Инфографика как способ визуализации учебной информации // Концепт. – 2014. - №11.
- 5 Носков С.А. Дидактические возможности визуализации образовательной информации. Самарский научный вестник, 2016
- 6 Швырка В.Н. Современные технологии визуализации учебной информации в методическом обеспечении самостоятельной работы студентов. Научно-методическое обеспечение университетского образования: история и перспективы развития: материалы Междунар. науч.-практ. интернет-конф., Минск, 26–27 окт. 2017 г. / Белорус. гос. ун-т, Центр проблем развития образования; редкол. : В. В. Самохвал (отв. ред.) [и др.]. – Минск : Изд. центр БГУ, 2017. – 219 с.
- 7 Najwa Al-Mohammadi Effectiveness of using Infographics as an Approach for Teaching Programming Fundamentals on developing Analytical thinking skills for high school students un the city of Makkah in Saudi Arabia. Global Journal of Educational Studies. 2017. Vol.3, №1
- 8 Шкарбан Ф.В. Обучение бакалавров прикладной информатики основам объектно-ориентированного программирования: описание методики с использованием визуальных учебных сред // Известия Южного федерального университета. – 2018. - №5. – С.62-70.
- 9 Lahtinen E., Ahoniemi T. Visualizations to support programming on different levels of cognitive development. Proceedings of the Fifth Finnish/Baltic Sea Conference on computer science education, November 2005.

МРНТИ 14.01.11  
УДК 378:37.016:744.62

*Е.Ы. Бидайбеков<sup>1</sup>, С.Н. Конева<sup>1</sup>, Г.А. Байдрахманова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан*

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ ИНФОРМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ФУНДАМЕНТАЛИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ**

*Аннотация*

Статья является результатом экспериментальной деятельности по обучению компьютерной графике будущих учителей информатики в педагогическом вузе в условиях фундаментализации образования. Описана методика и методы организации и проведения экспериментальной работы по обучению фундаментальным вопросам компьютерной графики. Анализ результатов экспериментальной работы представлен графически в виде таблиц, диаграмм. Указаны проблемы, с которыми столкнулись в ходе экспериментальной работы. Описанный эксперимент подтверждает предположение о том, что, если содержание компьютерной графики обогатить математическими основами компьютерной графики, а также педагогическими задачами, то система подготовки будущих учителей информатики будет фундаментальна в области компьютерной графики, т.е. станет инвариантной относительно развития информационных технологий, тем самым повысится профессиональная компетентность учителей информатики

**Ключевые слова:** компьютерная графика, фундаментализация образования, система подготовки учителей информатики; фундаментальная подготовка учителей информатики, педагогический эксперимент.

*Аңдатпа*

*Е.Ы. Бидайбеков<sup>1</sup>, С.Н. Конева<sup>1</sup>, Г.А. Байдрахманова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## **БІЛІМ БЕРУДІ ІРГЕЛЕНДІРУ ЖАҒДАЙЫНДА БОЛАШАҚ ИНФОРМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІН КОМПЬЮТЕРЛІК ГРАФИКАҒА ОҚЫТУ ТИІМДІЛІГІНІҢ ТӘЖІРИБЕЛІК ТЕКСЕРУІ**

Бұл мақала педагогикалық университетте білім беруді іргелендіру жағдайында болашақ информатика мұғалімдерін компьютерлік графикаға оқыту бойынша тәжірибелік жұмыстардың нәтижесі болып табылады. Компьютерлік графиканың негізгі мәселелерін оқыту бойынша тәжірибелік жұмыстарды ұйымдастыру және өткізу әдістемесі мен әдістері толық сипатталған. Тәжірибелік жұмыс нәтижелеріне жүргізілген талдау графикалық түрде кестелер және диаграммалар арқылы ұсынылған. Тәжірибелік жұмыс барысында кездескен қиындықтар көрсетілген. Сипатталған тәжірибелік жұмыс мына болжамды дәлелдейді: егер компьютерлік графика мазмұны компьютерлік графиканың математикалық негіздерімен, сондай-ақ мұғалімнің қызметі үшін негіз болатын педагогикалық міндеттермен байытылған болса, болашақ информатика мұғалімдерін оқыту жүйесі компьютерлік графикада іргелі болады, яғни, ақпараттық технологияларды дамытуға инвариантты болады, осылайша информатика мұғалімдерінің кәсіби біліктілігін арттырады.

**Түйін сөздер:** компьютерлік графика, білім беруді іргелендіру, информатика мұғалімдерін дайындау жүйесі; іргелендіру жағдайында информатика мұғалімдерін дайындау, педагогикалық эксперимент.

*Abstract*

## **EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE EFFICIENCY OF TEACHING COMPUTER GRAPHICS OF FUTURE COMPUTER SCIENCE TEACHERS IN THE CONDITIONS OF FUNDAMENTALIZATION OF EDUCATION**

*Bidaybekov E.<sup>1</sup>, Koneva S.<sup>1</sup>, Baidrakhmanova G.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

This article is the result of an experimental activities on teaching future computer science teachers of computer graphics in pedagogical university in the conditions of fundamentalization of education. The methodology and methods of organizing and conducting experimental work on teaching the fundamental issues of computer graphics are described in detail. The analysis of the experimental data is presented graphically in the form of tables, diagrams. We listed the problems that were encountered during our experimental work. The described experiment confirms the assumption that if the content of computer graphics is enriched with the mathematical foundations of computer graphics, as well as pedagogical tasks that have become fundamental to the teacher's activities, then the system of training future computer science teachers will be fundamental in computer graphics, this will become invariant with respect to the development of information technologies, thereby it increases the professional competence of computer science teachers.

**Keywords:** computer graphics, fundamentalization of education, computer science teacher training system, fundamental training of computer science teachers, pedagogical experiment.

Вопросы обучения фундаментальным основам компьютерной графики учителей информатики авторами статьи внедряются давно: выявление состояния подготовки учителей информатики в области компьютерной графики, чтение лекций, проведение лабораторных работ, внедрение в содержание компьютерной графики элементов математических основ. Отчасти были предприняты некоторые попытки фундаментализации содержания компьютерной графики в обучении информатиков, математиков и физиков физико-математического факультета Казахского национального педагогического университета имени Абая. В процессе внедрения мы столкнулись с определенным рядом трудностей [1]:

- с материальными: затраты на приобретение лицензионного программного обеспечения поддержки компьютерной графики (графических редакторов), их высокая стоимость, постоянная инфляция;

- с техническими: слабый парк машин компьютерных классов, отсутствие мультимедийных компьютеров, заполнение дискового пространства имеющихся компьютеров различными графическими пакетами больших объемов, которые позволяют решать идентичные задачи;

- с юридическими: необходимость периодического обновления лицензионного программного обеспечения, периодическое приобретение современных дорогостоящих качественных графических пакетов и редакторов;

- с профессиональными (педагогическими): из-за постоянного развития графических редакторов будущий специалист в области компьютерной графики становится некомпетентным в сфере новых информационных технологий, которые ему предстоит использовать в будущей профессиональной деятельности.

Все эти проблемы перед исследователями поставили задачу: Как обучить компьютерной графике студентов при быстром развитии информационных технологий и при слабом финансировании учебного процесса?

Для решения этой задачи авторы стали искать инвариантные пути. Одним из таких возможных путей стала необходимость фундаментализировать обучение компьютерной графике не только за счет включения фундаментальных математических основ, но и за счет построения такой системы задач и заданий, которая была бы инвариантна относительно информационных технологий (в частности графических пакетов и редакторов). Такая система задач была авторами статьи построена, были классифицированы задачи, обобщены методы и алгоритмы их решения [2].

Экспериментальная работа опиралась на методику, предложенную Д.А. Новиковым [3]. Суть использованной нами методики состоит в том, что мы измеряем знания студентов до начала эксперимента и после его проведения. Экспериментальная работа в рамках данного исследования началась в 2015 году и длилась по 2018 год. Согласно учебному плану и образовательной программы специальности 5В011100 - Информатика компьютерная графика изучается на третьем курсе, в связи с этим экспериментальная работа проходила со студентами, обучающимися на третьем курсе в Институте математики, физики и информатики КазНПУ им. Абая.

На начальном этапе экспериментальной работы необходимо определиться с выбором экспериментальной и контрольной групп. Мы взяли две группы студентов: первую группу студентов считаем экспериментальной группой (ЭГ), которых мы будем обучать компьютерной графике по разработанной нами методике, вторую – контрольной (КГ), студенты этой группы будут обучаться компьютерной графике по традиционно-сложившейся методике. В начале экспериментальной работы приняли участие студенты третьего курса в количестве 46 студентов: казахское отделение 43 студента, русское отделение 3 студента. По окончании экспериментальной работы контингент студентов третьего курса составил 24 студента казахского отделения и 9 студентов русского отделения, итого 33 студента.

Как на период начала, так и в конце эксперимента была проведена контрольная работа по компьютерной графике, содержащая задачи и задания, способствующие выявлению уровня подготовленности по фундаментальным основам компьютерной графики. Для контроля были использованы типовые задачи и задания всех трех уровней А-С, приведенные в таблице 1.

За основу заданий были взяты задачи и задания, классификация и систематизация которых подробно описаны в работе [2].

В качестве заданий были выбраны следующие задачи:

1. Задачи алгоритмизации.
2. Геометрические задачи.

3. Задачи программирования двумерной графики.
4. Задачи применение графических редакторов.
5. Задачи создания анимации.
6. Задачи разработки педагогического инструментария.

Задачи и задания имеют разноуровневый характер: легкий уровень – А, средний – В, сложный – С. Далее приведем таблицу типовых задач и заданий (таблица 1), которые, на наш взгляд, позволяет достаточно полно охватить основные фундаментальные знания и умения по компьютерной графике.

Таблица 1. Примеры типовых задач, способствующих выявлению уровня фундаментальных знаний и умений по компьютерной графике

Тип задачи	Уровень А	Уровень В	Уровень С
1. Задачи алгоритмизации	Задачи использования графических примитивов: написать алгоритм построения дома, снеговика, плана местности, орнамента и т.п. [4]	Циклические алгоритмы: описать алгоритм рисования винограда, шахмат, поленницы, калейдоскопа и т.п. [4]	Написать алгоритмы двумерной компьютерной графики: выводы прямых, растеризации кривых Безье, отсечения отрезков, отсечения многоугольников и т.п.
2. Геометрические задачи (задачи на построение)	Раздел планиметрии: найти середину отрезка, разбиение квадрата на четыре равные части, построение вписанных друг в друга квадратов, вписанных окружностей и т.п. [5]	Раздел стереометрии: построение куба, конуса, пирамиды, сферы, сферы вписанной в куб и т.п.[5]	По алгоритмам аль-Фараби [6]
3. Задачи программирования графики	Написать программу построения графического объекта на языке программирования высокого уровня по разделу «Графика» (построение окружности, квадрата и др.) [7-8]	Написать программу построения графического объекта в среде ООП по разделу «Графика» (построение окружности, квадрата и др. задачи) [9]	Написать алгоритмы трехмерной компьютерной графики [6]
4. Задачи применения графических редакторов	Построить графический объект в простейшем графическом редакторе [10]	Построить графический объект в двумерном графическом редакторе [11]	Построить графический объект с помощью инструментов 3D-графики
5. Задачи создания анимации	Описать алгоритм движения графического объекта	Создать анимацию во Flash	Описать этапы построения 3D-модели
6. Задачи разработки педагогического инструментария	Построить диаграмму определенного типа, график заданной функции [12]	Разработать педагогический инструментарий с помощью графических объектов текстового редактора, электронных таблиц, настольной издательской системы, разработать мультимедийную презентацию [13]	Представить результаты научно-исследовательской работы и педагогического эксперимента с помощью электронных таблиц, мультимедиа-презентаций, настольной издательской системы [14]

На начальном этапе была проведена работа, в ходе которой были проанализированы проблемы исследования, выявлены основные сложности при обучении студентов будущих учителей информатики, возникающие при изучении компьютерной графики.

Были определены подходы к решению выявленных проблем за счет наполнения содержания компьютерной графики фундаментальными (математическими) основами. Определены характер и уровень фундаментальной подготовки студентов будущих учителей информатики. Их готовность к

изучению фундаментальных основ компьютерной графики, способность к адаптации к современным графическим редакторам, осуществлен отбор содержания учебного курса компьютерной графики, способствующего его фундаментализации. Изучались нормативные документы вузовского и среднего образования, существующие ГОСО РК, типовые и учебные программы, источники по теме диссертационного исследования, разработан учебно-методический комплекс дисциплины «Компьютерная графика».

Данный этап показал следующие результаты:

- студенты практически не умеют решать фундаментальные задачи геометрии с помощью алгоритмов и методов компьютерной графики;
- программировать графические объекты с помощью языка высокого уровня могут не все студенты;
- задачи создания анимации решены несколькими студентами;
- задача построения диаграмм решена не всеми студентами.
- с уровнем А студенты относительно справились, задания более сложных уровней решить практически не смогли.

Результаты выполнения заданий в начале эксперимента представлены в таблице 2 ниже.

Таблица 2. Результаты обучения компьютерной графике студентов в начале экспериментальной работы

Типы задач	Начало эксперимента					
	Уровень А		Уровень В		Уровень С	
	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
1. Задачи алгоритмизации	18	18	5	10	0	0
2. Геометрические задачи	7	6	0	10	0	0
3. Задачи программирования графики	16	14	2	15	5	2
4. Задачи применения графических редакторов	12	12	9	10	12	8
5. Задачи создания анимации	12	8	7	6	7	4
6. Задачи разработки педагогического инструментария	16	12	12	14	5	4

Такие результаты (см. табл. 2) можно объяснить тем, что при изучении программирования в школе и в вузе раздел «Графика» изучается в конце курса и на изучение этого раздела отводится недостаточное количество времени, в образовательной программе по специальности 5В011100 – Информатика изучение курса геометрии не предусмотрено, вопросы компьютерной анимация в содержание обучения компьютерной графики на данном курсе не входит. Итак, анализ полученных результатов эксперимента показывает, что студенты информатики недостаточно обладают знаниями и умениями решения фундаментальных задач компьютерной графики. Таким образом, мы имеем реальную картину состояния фундаментальной подготовки будущих учителей информатики по компьютерной графике, которая требует обновления содержания дисциплины «Компьютерная графика» таким образом, чтобы оно соответствовало фундаментальным вопросам и было инвариантно относительно развития информационных технологий, в том числе и компьютерной графики. Это позволит повысить не только уровень фундаментальной подготовки по информатике в целом, но и уровень профессиональной педагогической подготовки будущего учителя информатики.

Далее нами была проделана следующая работа:

- рассматривались и отбирались различные подходы к фундаментализации обучения, определялись принципы отбора фундаментального содержания курса компьютерной графики для студентов специальности 5В011100 – Информатика, было определено содержание инвариантного модуля курса «Компьютерная графика», классифицированы задачи, способствующие фундаментализации обучения компьютерной графике, разработана методика обучения этому курсу в условиях фундаментализации образования;
- разрабатывалась методика обучения компьютерной графике в условиях фундаментализации: обновлялось содержание, как курса, так и учебно-методического комплекса, изучались и обобщались методы и алгоритмы решения задач компьютерной графики, была разработана структура электронного портфолио, началась работа по наполнению этого портфолио цифровым инновационным контентом;

- были разработаны, классифицированы и педагогические задачи, ставшие уже фундаментальными относительно не только профессионально-педагогической деятельности, но и инструментария компьютерной графики;

- были апробированы частично результаты экспериментальной работы в виде публикаций и участия в международных конференциях.

- основной акцент был сделан на систематизацию задач и заданий по компьютерной графике, на отбор задач и заданий, способствующих фундаментализации обучения;

- на разработку электронного портфолио.

Постепенно происходит апробация методики обучения обновленному фундаментальному содержанию курса компьютерной графики:

- закладываются фундаментальные основы компьютерной графики;

- осуществляется обучение обобщенным алгоритмам и методам решения фундаментальных задач компьютерной графики;

- разработка компьютерных средств;

- исследуется универсальность предложенной методики обучения компьютерной графике в условиях фундаментализации образования, алгоритмов и методов решения фундаментальных задач, инструментария их визуализации;

- усиливается профессиональная подготовка будущего учителя информатики.

В конце экспериментальной работы доказывается на практике эффективность разработанной методики, проводится корректировка содержания в соответствии с результатами предыдущих этапов данного эксперимента и текущего этапа. Основным результатом этого периода является отбор обновленного содержания курса компьютерной графики, ориентированного на обучение в условиях фундаментальной подготовки будущих учителей информатики, корректировка методики обучения. На этом этапе усиливается математическая составляющая курса компьютерной графики изучением алгоритмов растровой двумерной графики и трехмерной графики. Происходит наполнение цифрового портфолио инновационным контентом из числа лучших работ студентов. Построенное электронное портфолио педагога позволяет объединить и опубликовать, сделать доступными и актуальными имеющиеся учебно-методические материалы, в том числе и учебно-методический комплекс дисциплины. Размещение результатов деятельности аудиторной и внеаудиторной работы по данной дисциплине и объединение их в виде электронного портфолио удобно.

Результаты выполнения заданий в конце эксперимента представлены в таблице 3 ниже. Уровень знаний и умений студентов информатиков в области компьютерной графики и ее фундаментальных основ явно растет, о чем свидетельствуют результаты контроля, проведенного в конце эксперимента (см. табл.3).

Из таблиц 3-4 видно, что применение разработанной методики обучения компьютерной графике, в условиях фундаментализации образования, положительно сказывается:

- на конечных результатах обучения студентов;

- на достижении ими наиболее высокого уровня подготовки по фундаментальным вопросам компьютерной графики;

- на профессиональной подготовке будущих педагогов.

В общем, в эксперименте приняли участие 110 студентов специальности 5В011100 – Информатика института математики, физики и информатики КазНПУ им.Абая. Для большей наглядности представления результатов исследования используем диаграммы (см. рис.1-3 ниже).

Таблица 3. Результаты обучения компьютерной графике студентов после экспериментальной работы

Типы задач	После эксперимента					
	Уровень А		Уровень В		Уровень С	
	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
1. Задачи алгоритмизации	10	15	8	14	0	12
2. Геометрические задачи	6	15	6	14	5	12
3. Задачи программирования графики	9	14	11	13	2	12
4. Задачи применения графических редакторов	15	16	12	16	6	16
5. Задачи создания анимации	8	14	11	14	3	14
6. Задачи разработки педагогического инструментария	9	16	15	15	6	16

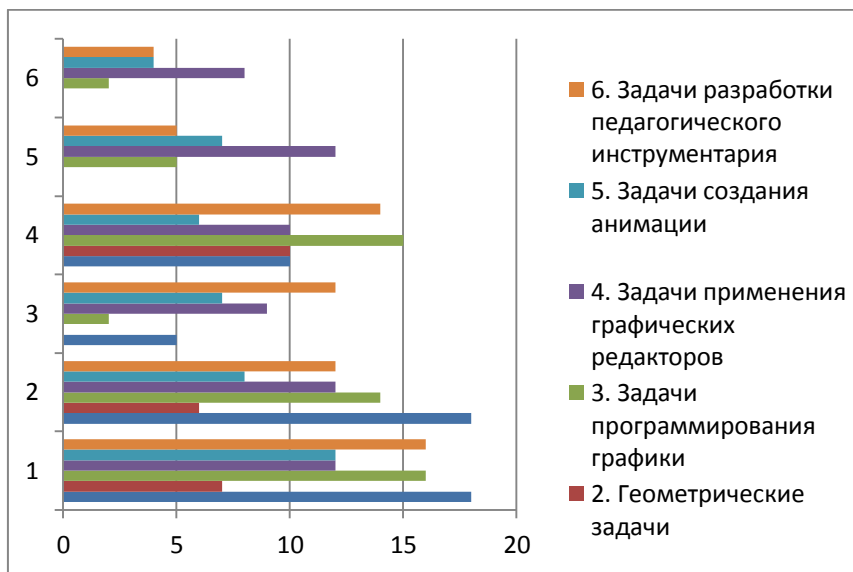


Рисунок 1. Диаграмма результатов обучения компьютерной графике студентов в начале экспериментальной работы

Для оценивания достоверности предложенной методики обучения компьютерной графике в условиях фундаментализации образования применим методику определения достоверности совпадений и различий для экспериментальных данных, измеренных в порядковой шкале [3].

Предложенная нами система задач и заданий является разноуровневой (см. табл. 1), то для полученных экспериментальных данных, измеряемых в порядковой шкале, применим критерий однородности, эмпирическое значение вычисляется по формуле (2) [14, с.14].

$$\chi^2_{\text{эмп}} = N * M * \sum_1^L \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i + m_i} \quad (2)$$

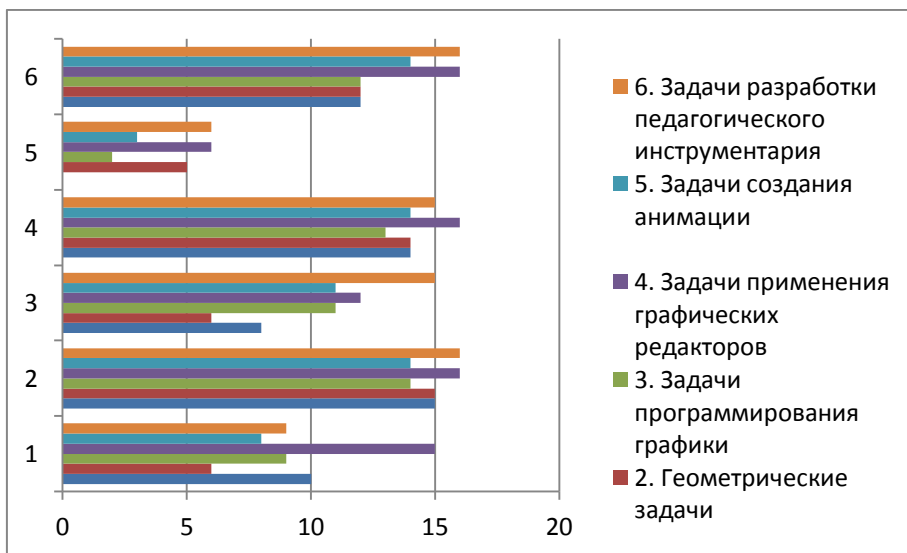


Рисунок 2. Диаграмма результатов обучения компьютерной графике студентов после экспериментальной работы

Критическое значение критерия однородности для уровня значимости  $\alpha=0,05$  при сложности L равном 3 (три уровня сложности заданий), то берем значение критерия  $\chi^2_{0,05} = 5,99$  для L-1 [3].

Определим значение критерия однородности для нашего случая, этапа формирующего эксперимента. Для этого составим таблицу значений результатов измерений уровня знаний по компьютерной графике студентами контрольной и экспериментальной групп. Результаты измерений представлены в таблице 4, а графическое представление результатов эксперимента представлено на рисунке 3 ниже.

Таблица 4. Таблица значений результатов измерений уровня знаний студентов по компьютерной графике в контрольной и экспериментальной группах до и после эксперимента (по уровням сложности)

Этап эксперимента	до начала		после	
Уровень	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
Кол-во студентов	23	20	17	16
А	14	12	10	15
В	6	11	11	14
С	5	3	4	14

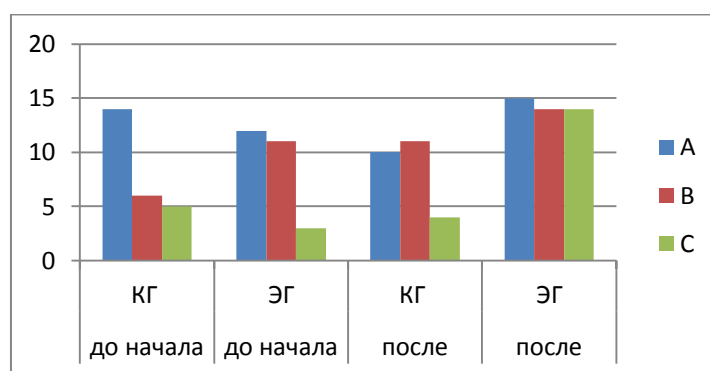


Рисунок 3. Диаграмма значений результатов измерений уровня знаний студентов по компьютерной графике в контрольной и экспериментальной группах до и после эксперимента (по уровням сложности)

Далее вычислим критическое значение критерия однородности по формуле (2) до эксперимента и после. Так, расчет этого критерия «до начала» приводится в формуле (3), «после» эксперимента (4).

$$\chi^2_{\text{Эмп}} = 23 * 20 \left[ \left( \frac{12}{20} - \frac{14}{23} \right)^2 / (12 + 14) + \left( \frac{11}{20} - \frac{6}{23} \right)^2 / (11 + 6) + \left( \frac{3}{20} - \frac{5}{23} \right)^2 / (3 + 5) \right] \quad (3)$$

$$\chi^2_{\text{Эмп}} = 17 * 16 \left[ \left( \frac{15}{16} - \frac{10}{17} \right)^2 / (15 + 10) + \left( \frac{14}{16} - \frac{11}{17} \right)^2 / (14 + 11) + \left( \frac{4}{16} - \frac{4}{17} \right)^2 / (14 + 4) \right] \quad (4)$$

Результаты вычислений по формулам 3 и 4 представлены в таблице 5.

Таблица 5. Эмпирические значения критерия  $\chi^2$  для данных из таблицы 4

Этап эксперимента	до начала	после
$\chi^2_{\text{Эмп}}$	2,53	<b>8,08</b>
$\chi^2_{\text{Эмп}} - \chi^2_{0,05}$	-3,47	2,09

Результаты сравнения эмпирического критерия с критическим (табл. 5) позволяют сделать вывод о том, что на первоначальном этапе экспериментальной работы выборки меньше критического значения  $\chi^2_{0,05} = 5,99$ , что позволяет сделать вывод о том, что сравниваемые выборки, совпадают с уровнем значимости 0,05, т.е. контрольная и экспериментальная группы находятся практически в одинаковых условиях. В конце эксперимента эмпирическое значение равно 8,08 больше, чем критическое значение 5,99, что означает, что достигнута достоверность характеристик эксперимента составляет 95%.



Этим самым доказывається эффективность разработанной методики обучения фундаментальным основам компьютерной графики будущих учителей информатики в условиях фундаментализации образования.

Итак, в ходе экспериментальной работы была подтверждена гипотеза исследования о том, что если содержание компьютерной графики обогатить математическими основами компьютерной графики, а также педагогическими задачами, ставшими фундаментальными относительно деятельности учителя, то система подготовки будущих учителей информатики будет фундаментальна в области компьютерной графики, т.е. станет инвариантной относительно развития информационных технологий, тем самым повысится профессиональная компетентность учителей информатики.

*Список использованной литературы:*

1 Конева С.Н. Проблемы использования лицензионного программного обеспечения при обучении компьютерной графике. // Сборник материалов международной научно-практической конференции «Теоретические и практические аспекты социально-экономического и политического развития стран Центральной Азии и СНГ», 14 мая 2010 г. - Алматы: «TST company», 2010. - С.520-526.

2 Grinshkun V., Bidaibekov E., Koneva S., Baidrakhmanova G. An Essential Change to the Training of Computer Science Teachers: The Need to Learn Graphics // *European Journal of Contemporary Education*. – 2019. - V.8. – Iss. 1. – P. 25-42.

3 Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). М.: МЗ-Пресс, 2004. - 67 с.

4 Информатика. 6-7 класс / Под ред. Н. В. Макаровой, СПб, Издательство «Питер», 2000, 256 с., ил.

5 Шыныбеков А.Н. Геометрия: Учебник для 9 класса общеобразовательной школы. 3-е изд. – Алматы: Атамұра, 2013. – 208 с.

6 Bidaibekov, Y., Kamalova, G., Bostanov, B., & Salgozha, I. (2017). Development of Information Competency in Students during Training in Al-Farabi's Geometric Heritage within the Framework of Supplementary School Education. *European Journal of Contemporary Education*, 6 (3), 479-496.

7 Бурибаев Б. и др. Основы информатики и вычислительной техники: Учебник для 9 классов общеобразовательных школ / Б. Бурибаев, Б. Накысбеков, Г. Мадьярова. - Алматы: Издательство «Мектеп», 2005. - 272 с.: с ил.

8 Криворучко В.А. и др. Информатика (Паскаль): Практикум. Учебное пособие для 9 классов общеобразовательных школ / В.А. Криворучко, Л.Н. Кафтункина, Н.Т. Ермеков. – Алматы: Издательство «Мектеп», 2005. - 104 с.

9 Ермеков Т.Н. и др. Практикум по информатике. Для 10 класса общеобразовательной школы естественно-математического направления / Н. Ермеков, В. Криворучко, Н. Стифутина. – Алматы: Жазушы, 2006. - 96 с.

10 Залогова Л. А. Практикум по компьютерной графике. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 320 с.

11 Ермеков Т.Н. и др. Информатика: Практикум по информатике для 10 класса общеобразовательной / Н. Ермеков, В. Криворучко, Н. Стифутина. – Алматы: Жазушы, 2006. - 128 с.

12 Абылкасымова А.Е. и др. Алгебра. Учебник для 8 кл. общеобразоват.шк. / А.Е. Абылкасымова, В.Е. Корчевский, З.А. Жумагулова. – Алматы: Мектеп, 2013. - 256 с.: ил.

13 Конева С.Н. Создание педагогических инструментов с помощью средств информационных технологий. Практикум. – Алматы: КазНПУ им.Абая, 2011. – 40 с.

14 Конева С.Н., Байдрахманова Г.А. Обучение компьютерной графике как составляющее системы подготовки педагогов-исследователей // *Материалы Международной научно-практической конференции «От информатики в школе к техносфере образования»*. – Москва, 2015 .- URL: [https://it-school.ucoz.org/publ/doklady/obuchenie\\_kompjuternoj\\_grafike\\_kak\\_sostavljajushhee\\_sistemy\\_podgotovki\\_pedagogov\\_issledovatelej/1-1-0-237](https://it-school.ucoz.org/publ/doklady/obuchenie_kompjuternoj_grafike_kak_sostavljajushhee_sistemy_podgotovki_pedagogov_issledovatelej/1-1-0-237).

МРНТИ 20.01.45  
УДК 004.41

Б.Ф. Бостанов<sup>1</sup>, К.У. Умбетбаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан Республикасы

## ӘЛ-ФАРАБИДІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МҰРАСЫНА ОҚЫТУДЫ ЦИФРЛАНДЫРУДЫҢ ТИІМДІЛІГІН ЭКСПЕРИМЕНТТІК ТЕКСЕРУ

*Аңдатпа*

Мақала қазіргі заманғы математикалық білім беруде әл-Фарабидің математикалық мұраларын жаңа ақпараттық технологиялардың көмегімен тиімді пайдалануға арналған, олардың мазмұнын қазіргі математиканың мазмұнымен сәйкестендіріп және осы бағыттағы қазіргі проблемаларды анықтауға арналған. Осыған байланысты зерттеудің мақсаты – әл-Фарабидің математикалық мұраларын жаңа ақпараттық технологияларды пайдалана отырып цифрландыруды жүзеге асыру, оны насихаттау және оқытуда тиімді пайдалану. Сонымен қатар, мақалада алынған зерттеу нәтижелері келтірілген, қазіргі заман тұрғысынан әл-Фарабидің геометриялық салулары мен тригонометриясы математикалық негізделген; әл-Фарабидің геометриялық салулары мен тригонометриясының барлық есептері GeoGebra ортасында цифрланған және жасалған. Бұл, өз кезегінде, әл-Фарабидің математикалық мұрасын оқытудың тиімді құралы болып табылады; өткізілген зерттеулердің нәтижелерін көрсетуге арналған білім беру порталы әзірленді және әл-Фарабидің математикалық мұрасын оқытудың педагогикалық экспериментінің нәтижелері ұсынылған.

**Түйін сөздер:** цифрландыру, әл-Фарабидің математикалық мұрасы, салуларға арналған геометриялық есептер, тригонометрия, GeoGebra, ақпараттық технологиялар.

*Аннотация*

Б.Ф. Бостанов<sup>1</sup>, К.У. Умбетбаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г.Алматы, Республика Казахстан

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ НАСЛЕДИЮ АЛЬ-ФАРАБИ

Статья посвящена использованию математического наследия аль-Фараби в современном математическом образовании с помощью информационных технологий, согласовывая его с сегодняшним содержанием математики и выявлению существующих проблем в этом направлении. Цель исследования – реализовать цифровизацию математического наследия Аль-Фараби, пропагандировать и эффективно использовать его в обучении. В статье приведены результаты исследования: математически обоснованы с точки зрения современной эпохи геометрические построения и тригонометрия аль-Фараби; оцифрованы в среде GeoGebra задачи геометрических построений и тригонометрии Аль-Фараби; разработан образовательный портал, где представлены разработанные цифровые средства, а также рассмотрены результаты педагогического эксперимента по обучению математическому наследию аль Фараби.

**Ключевые слова:** цифровизация, математическое наследие аль-Фараби, геометрические задачи на построение, тригонометрия, GeoGebra, информационные технологии.

*Abstract*

## EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE EFFECTIVENESS OF THE DIGITALIZATION OF TEACHING MATHEMATICAL HERITAGE OF AL-FARABI

Bostanov B.G.<sup>1</sup>, Umbetbayev K.U.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The article is devoted to the effective use of mathematical heritage of al-Farabi in modern mathematical education with the help of new information technologies, aligning their content with the current content of mathematics and the identification of existing problems in this area. In this regard, the purpose of the study – to implement the digitization of the mathematical heritage of al-Farabi with the use of new information technologies, promote and effectively use it in training. The article also presents the results of the study, that is: mathematical substantiated geometric constructions and trigonometry of al-Farabi, from the point of view of the modern era; all the problems of geometric construction and trigonometry of al-Farabi are digitized in the environment of GeoGebra. This, in turn, is an effective means of teaching the mathematical heritage of al-Farabi; an educational portal was developed, organized to present the results of the research, developed digital tools for mass consideration and the results of the pedagogical experiment of teaching the mathematical heritage of al-Farabi.

**Keywords:** Digitalization, Mathematical heritage of al-Farabi, geometric construction problems, trigonometry, GeoGebra, information technology.

Қоғамдағы жүріп жатқан ақпараттық революция, яғни цифрландыру процесі әлемнің барлық елдеріне әсер етеді. Сондықтан да, әрбір ел өзіндік сандық дамудың басымдықтарын анықтайды. Қазіргі уақытта әлемнің 15-тен астам елі цифрландырудың ұлттық бағдарламаларын жүзеге асырады. Оның ішінде біздің елімізде де "Цифрлық Қазақстан" мемлекеттік бағдарламасы шеңберінде шешілуі қажет көптеген мәселелер зерделенеді және зерттеледі [1]. Осы бағдарламада айтылған мәселелердің бірі мәдени мұраның маңызды элементтерін электрондық форматқа өткізу, яғни цифрландыру болып табылады. Осындай мәдени мұралардың бірі-Әл-Фарабидің математикалық мұрасы болып табылады. Әл-Фарабидің ғылыми еңбектерінде физика-математика ғылымдары үлкен орын алады. Бұл орайда А.Көбесовтің әл-Фарабидің «Рухани айлалы тәсілдер мен геометриялық фигуралардың табиғи сырлары туралы кітабы» деп аталатын бұғанға дейін зерттелмеген еңбегін жарыққа шығаруын айта кетсек болады [2-4]. Әл-Фарабидің бұл еңбегі жер өлшеуде, архитектурада, техникада және геодезияда қолдануда маңызы зор кіріспеден және 10 кітаптан (мақалаттан) тұратын геометриялық салуларға арналған. Ол «Рухани айлалы тәсілдер мен геометриялық фигуралардың табиғи сырлары» деп аталуынан көрініп тұрғандай геометрияны ортағасырлық шығыс математикасының жалпы сипаттамасына сәйкес келетін, негізінен есептеу-қолданбалы сипатқа ие.

Мектеп геометрия курсының маңызды бағыттарының бірі болып табылатын геометриялық салуларға байланысты есептер бүгінгі күні геометрияны оқытуда өте маңызды, оның ажырамас бөлігі болып табылады. Әл-Фараби трактаттарында циркуль мен сызғыштың көмегімен салуға арналған көптеген геометриялық есептермен қатар дәл салу мүмкін емес есептерді салудың да бірегей алгоритмдері ұсынылған. Бұндай есептерді тек жуықтап салу алгоритмдері келтірілген. Олардың ішінде циркуль мен сызғыштың көмегімен дәл салуға болмайтын ежелгі дәуірдің классикалық есептері: бұрыштың трисекциясы, шеңберге іштей сызылған көпбұрыштар және басқа да мәселелер ерекше қызығушылық тудырады.

Ал әл-Фарабидің трактатында циркуль мен сызғыштың көмегімен дұрыс жетібұрыш пен тоғызбұрышты жуықтап салудың бірегей алгоритмдері келтірілген. Әл-Фарабидің ғылыми мұрасына жүгінудің де маңызы зор, өйткені Қазақстанның педагогикалық ғылымының алдында «Мәдени мұра» мемлекеттік бағдарламасын жүзеге асыруға байланысты жауапты миссия тұр, ол күн тәртібіне өткеннің көрнекті ойшылдарының мұрасын, қазақ халқының мәдени мұрасында тарихи маңызы бар деректер мен құжаттарды зерделеу туралы мәселе қояды [5,6,7]. Сабәк материалын баяндау кезінде тарихи мәліметтерді пайдалану оның практикалық маңыздылығын көрсетеді, оқушылардың оқылатын материалға деген қызығушылығын арттырады және оны берік меңгеруге ықпал етеді.

Ал қазіргі заманғы ақпараттық технологияларды пайдалану оқу-жаттығудың уәждемесін күшейтуге, оқушылардың оларға деген қызығушылығын қалыптастыруға және өте маңыздысы олардың оқыту тиімділігі мен сапасын арттыруға мүмкіндік береді. Әл-Фараби зерттеулерінің бірегейлігі оларды қолдануда ең алдымен ол жүргізген зерттеулердің қолданбалы бағыттылығы және математикалық проблемаларды шешу кезінде алгоритмдік тәсілді қолдану болып табылатындығында.

Геометрияны оқытуда қолдануға арналған заманауи ақпараттық технологиялардың бірі, әрине, жоғары сапалы планиметриялық және стереометриялық сызбаларды жасауға мүмкіндік беретін интерактивті геометриялық орта болып табылады. Мұндай бағдарламалардың ішіндегі ең танымалысы - GeoGebra. Бұл бағдарлама геометриялық есептерді салып қана қоймай, оларды анимациялауға, оқушылармен бірге қарастырылып отырған фигураның кейбір қасиеттерін анықтауға, қайта ашуға, өзгертуге мүмкіндік беретін орасан зор мүмкіндіктерге ие.

Осыған байланысты, Әл-Фарабидің геометриялық салу есептерін орындау кезінде GeoGebra математикалық бағдарламалық ортасы барлық мүмкіндіктерді қоспағанда, табиғи ерекшеліктерді сақтай отырып, оны цифрландыруға қабілетті. Осыған орай біз әл-Фарабидің геометриялық салу есептері мен тригонометриясы GeoGebra ортасында цифрланған деп айта аламыз. Бұл, өз кезегінде, әл-Фарабидің математикалық мұрасын оқытудың тиімді құралы болып табылады.

Әл-Фараби трактатындағы барлық іс-әрекеттердің алгоритмдерінің реттілігі оларды компьютерлік іске асырылуда едәуір жеңілдетеді. Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университетінің информатика және білім беруді ақпараттандыру кафедрасында "Қазіргі білім берудегі әл-Фарабидің математикалық мұрасы" тақырыбы бойынша ғылыми-зерттеу жұмысының аясында жүргізілетін «GeoGebra ортасындағы әл-Фарабидің геометриялық салу есептері» атты сыныптан тыс іс-шаралар аясында ғылыми-зерттеу жұмыстары әзірленіп, енгізілді [3]. Оның негізгі даму мақсаттары:

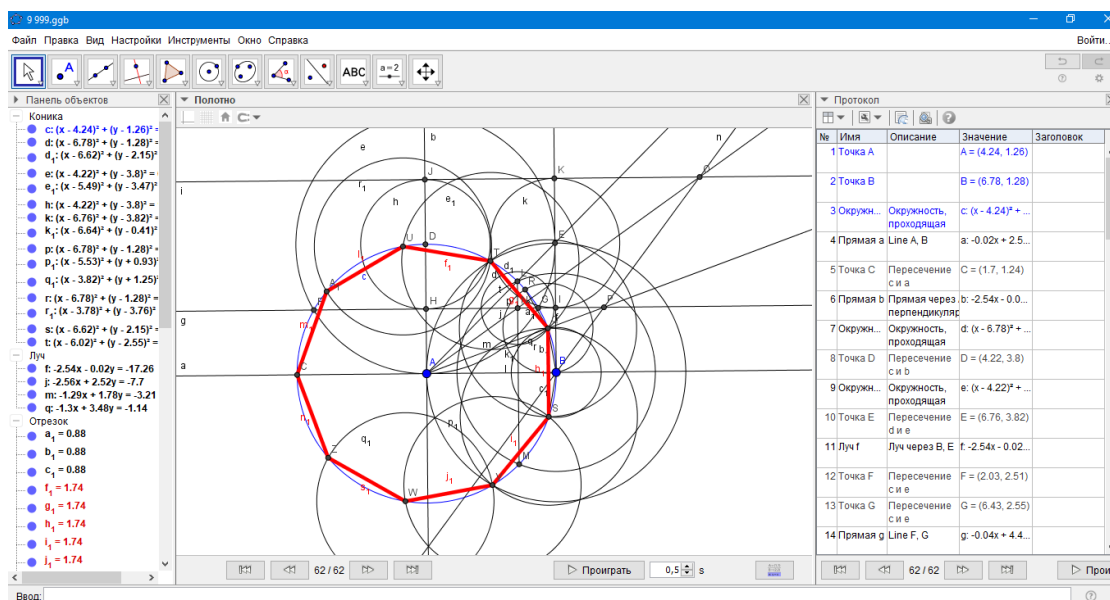
- оқушылардың математикалық дайындық деңгейін арттыру, атап айтқанда логикалық, эвристикалық, алгоритмдік, кеңістіктік ойлауды дамыту;

- өзін-өзі бақылау, рефлексия, оқу үрдісінде пассивті бақылаушыдан белсенді зерттеушіге дейінгі рөлдің өзгеруі дағдыларын қалыптастыруда көрсетілген тұлғалық даму.

GeoGebra ортасында осы бағыттың бірнеше мысалдарын шешуге толығырақ тоқталайық.

Циркуль мен сызғыштың көмегімен салынбайтын геометриялық салуларға арналған есептер санатына жататын дұрыс тоғызбұрышты салу қызықты болады. Әл-Фараби ұсынған оның шешімінің алгоритмі негізінде бұрышты үш тең бөлікке бөлу жатыр.

Әл-Фараби бұрыштың трисекциясын салуға негізделген дұрыс тоғызбұрышты құру алгоритмін былай сипаттайды: «Егер ол АВ сызығына тең қабырғалы және тең бұрышты тоғыз бұрышты қалай тұрғызу керек десе, онда центрі G нүктесі болатын кез келген өлшемді CDE дөңгелегін сызып, ондағы C нүктесін белгілеп оны центр ретінде қабылдайық та дөңгелектен жарты диаметрлік қашықтықта E мен D нүктелерін белгілейік. DE доғасын тең үш бөлікке бөлейік. Сондай доғаның бірі EH болсын. EG, EH және HG сызықтарын жүргізіп, EG мен HG сызықтарының арасында АВ сызығына тең және EH сызығына параллель FI сызығын саламыз. А мен В нүктелерін центр ретінде қабылдап FG қашықтықта К нүктесінде қиылысатын дөңгелектер сызайық. К нүктесін центр ретінде қабылдап КА қашықтықта АВL дөңгелегін сызамыз. АВL доғасын тең сегіз бөлікке бөліп, олардың бөліну нүктелерін хордалармен қосайық. АВ сызығында тең қабырғалы және тең бұрышты тоғыз бұрыш шығады.» [4, с. 113-114]. Бұл алгоритмді мұқият, математикалық дәлдікпен жоғарыда сипатталған 1-суретте көрсетілген GeoGebra бағдарламалық ортасында іске асыру қиын емес.



Сурет 1. Әл-Фараби алгоритмі бойынша тоғызбұрыш құру

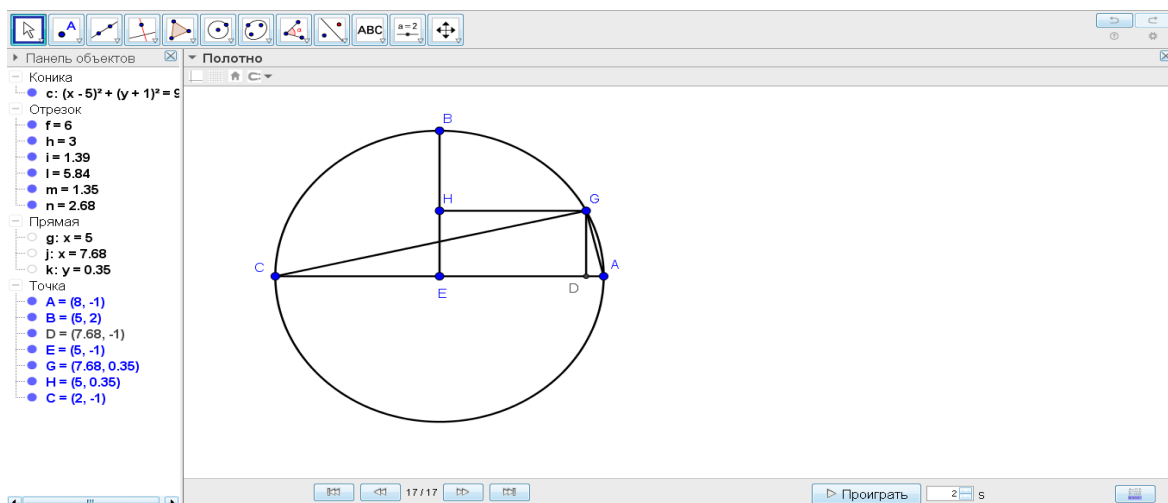
GeoGebra ортасында берілген алгоритм бойынша салу нәтижесінде алынған компьютерлік сурет ұқыпты және математикалық тұрғыдан дәл, сонымен қатар мүлдем жаңа құбылысты бейнелейтінін көруге болады. Оны сақтауға және өзгертуге болады. Сызба элементтерін өлшеуге, түс палитрасымен ерекшелеуге, жазулармен сүйемелдеуге оңай. Оқушылардан осы бағдарламалық ортада тиісті салуларды жүзеге асыру ғана емес, сонымен қатар мектеп геометриясы саласындағы заманауи білімге сүйеніп алгоритмді негіздеу талап етіледі.

Осындай тапсырмалар оқушыларды ғана емес, сонымен қатар студенттер мен магистранттарды да қызықтырды. Олар бағдарлама бойынша оқушылардың білімін тереңдетіп қана қоймай, олардың ойлау қабілетін және негізгі құзыреттілігін дамытуға мүмкіндік береді.

Әл-Фарабидің математикалық еңбектерінің ішінде геометриямен қатар математикалық астрономия мен географияның әртүрлі есептерін шешу үшін математикалық әдістерді қолдануға байланысты жасалған өте дамыған тригонометрия ерекше орын алады.

Өзінің тригонометриялық тарауларының басында әл-Фараби негізгі тригонометриялық сызықтарға – хордаларға, синусқа, косинусқа және т.б. түсіндіруді 2-суретте көрсетілгендей береді. Ол «ABC – шеңбер, оның центрі – E, диаметрі – AC. E нүктесінен тік бұрышпен EB жүргіземіз. AG доғасын алып, AG сызығын жүргіземіз, AC-ға перпендикуляр GD және BE – ге перпендикуляр GH

түсіреміз,  $G$  мен  $C$ -ны қосамыз. Сонда  $AG$  сызығы  $AG$  доғасының хордасы болады,  $GC$  – оның толықтыру хордасы,  $GD-AG$  доғасының синусы,  $GH$  –  $DE$  сызығына тең оның косинусы,  $AD$  –  $AG$  доғасының жebesі;  $BH$  –  $GB$  доғасының жebesі;  $GB$  –  $AG$  шеңбердің ширегіне дейін толықтыру доғасы,  $GBC$  доғасы –  $AC$  шеңбердің жартысына дейін толықтыру доғасы» болады [4].



Сурет 2. Әл-Фараби бойынша негізгі тригонометриялық сызықтар

Әл-Фарабидің өзінің тригонометриялық тарауларында шеңбер хордасының үштен бірін, төрттен бірін, бестен және оннан бірін, басқада ұзындықтарын анықтау бойынша бірқатар есептер келтірілген. Олар сондай-ақ, тригонометриялық функциялар кестелерін жасау үшін де, қажетті басқа есептерді дәлелдеу үшін де дайындық материалы болып табылады.

Мақала авторлары әл-Фараби алгоритмі бойынша тригонометриялық функциялардың мәнін есептеуге арналған электрондық құрал әзірледі, ол <http://al-farabi.kaznu.kz> арнайы құрылған ғылыми-білім беру порталында орналасқан [8; 9]. Оның басты мақсаты-бір градустың синус мәнін және басқа тригонометриялық функцияларды есептеу идеясын түсіну, бірақ қажет болған жағдайда, ол online калькулятор ретінде де қолданылуы мүмкін. Әл-Фараби алгоритмі бойынша тригонометриялық функциялардың мәндерін есептеудің дұрыстығына көз жеткізу, ол дәл алты ондық белгіге дейін, берілген дәлдікпен қатар қатарға жіктеу арқылы тригонометриялық функцияларды есептеу алгоритмдерін жүзеге асыруға мүмкіндік береді.

Ғылыми-білім беру порталы осы электрондық құралмен қатар Әл-Фарабидің математикалық трактаттарын және оларда берілген есептерді шешу бойынша әдістемелік ұсыныстарды қоса алғанда, әл-Фарабидің математикалық мұрасын оқыту үшін қажетті барлық материалдарды, сондай-ақ GeoGebra бағдарламасындағы салулар мен орындалған барлық сызбаларды анимацияланған файлдар түрінде көрсетеді. Портал дизайны бейімделген, бірінші кезекте мобильді құрылғыларға есептелген [10; 11].

Әл-Фарабидің тригонометрия бойынша барлық есептері, сондай-ақ оның геометриялық салу есептері сияқты, алгебра мен геометрияның міндетті курсы аясында, сондай-ақ өзіндік элективті курс түрінде қазіргі математика курсына оқытуға лайықты. Оларды сыныптан тыс сабақтар аясында да оқуға болады. Осы мәселелер бойынша [12; 13] мақалаларда егжей-тегжейлі баяндалған. Оқушылар тригонометрия туралы мықты білім алуы керек, өйткені олар үлкен практикалық бағыттылыққа ие, ұғымдардың үлкен тізбегінің буыны болып табылады және пәнаралық байланыстарды іске асыруда үлкен маңызға ие [14].

Жоғарыда айтылғандарды ескере отырып, ақпараттық технологиялар негізінде қазіргі білім беру жүйесіне Әл-Фарабидің математикалық мұрасын енгізу оқыту, дамыту және оқыту аспектілерінде оқушылардың пәндік дайындығының сапасына елеулі әсер ететінін атап өткен жөн. Бұл ғылыми дүниетанымның қалыптасуы мен дамуына, патриотизм мен интернационализм сезімін, сондай-ақ ұлы ғалымның бай математикалық мұрасының қоғамдық маңыздылығын түсінудің арқасында зерттеу үшін басқа да әлеуметтік маңызды себептерді қалыптастыруға және дамытуға ықпал етеді. Алынған білім саналы және қомақты болады. Қазіргі заманғы ақпараттық-коммуникациялық технологияларды

пайдалану студенттердің қызығушылығын арттыруға, пәнге әуестенуге ықпал етеді, сондай-ақ олардың іздеу-танымдық қызметін ынталандырады және жандандырады.

Бұл мәселелерді шешу және дәлелдеу оқушыларға терең білім алуға, өзіндік теориялық білімдерін біріктіруге, жинақтауға және жүйелеуге мүмкіндік беретін геометрия саласында көп ақпарат пен білімнің болуын талап етеді. Ғалымдармен анықталған осындай проблемалармен және оларды шешудің әртүрлі әдістерімен хабардар болу геометрияны оқытудың теориялық және практикалық деңгейін арттыра алады. Біз оларды өңдеу және цифрландыру үшін осы құндылықтарды қолдауға тиіспіз. Цифрланған мәндер болашақ ұрпақтың академиялық дайындығын қамтамасыз ету және олардың практикасы барысында зерделенетін білімді қолдану үшін қазіргі заманғы ақпараттық технологияларда пайдаланылатын болады. Бұл жұмыс геометрияны оқыту үшін GeoGebra көмегімен модельденген әл-Фарабидің геометриялық салуларын қолдану қаншалықты тиімді екенін зерттейді. Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университетінде 5B011100 - Информатика және 6B011100 - Информатика мамандығы бойынша студенттер мен магистранттар арасында педагогикалық тәжірибе өткізілді. Енді осы эксперименттің нәтижелеріне тоқталайық.

Квази эксперимент нөлдік гипотезаны тексеру үшін қолданылады, оқушылар эксперименталды модельді қолдана отырып, оқыту циркуль мен сызғыштың көмегімен дәстүрлі көпбұрыштарды құруға үйреткендерден асып түспейді. Сынаққа дейінгі және одан кейінгі бағалауды үш түрлі сарапшы бағалайды және бағалаудың орташа шынайылығы 0,991 құрайды.

Нәтижелер бақылау тобы мен эксперименттік топтың балдары айырмашылығы жоқ екенін көрсетеді, өйткені  $t$  мәні 0,239 ( $df: 38, p < 0,812$ ) тең есептеледі.

Кесте 1. Тестілеуге дейінгі нәтижелерді салыстыру үшін  $t$ -тест нәтижелері

Топ	$N$	Мәні	Std. Deviation	$t$	Sig.
Бақылау	20	63,00	12,728	0,239	0,812
Эксперименттік	20	62,05	12,382		

Статистикалық тесттер тестілеуден кейін балл бойынша топтар арасында айтарлықтай айырмашылықтарды анықтамады. ANCOVA талдау алдын ала сынақ берілген қатені азайту үшін ковариат ретінде алдын ала сынақ арқылы айырмашылықты көру үшін жүргізіледі. ANCOVA алдын ала тестілеу әсерін жойғаннан кейін баллдағы айырмашылықтарды көру үшін қолданылады.

Кесте 2. ANCOVA нәтижелері

Көзі	III түрі Квадраттар сомасы	$df$	Орташа квадраттар	$F$	Sig.	Ішінара Eta квадратты
Түзетілген Үлгі	3733.321	2	1866.660	26,304	0,000	0,587
Ұстап қалу	570,057	1	570.057	8,033	0,007	0,178
Претест	3468,096	1	3468.096	48,871	0,000	0,569
Топ	344,380	1	344.380	4,853	0,034	0,116
Қате	2625,654	37	70.964			
Барлығы	187127,000	40				
Барлық түзетілгені	6358,975	39				
$R$ квадратта = 0,587 (квадратта түзетілген $R = 0,565$ )						

ANOVA нәтижесінен көрініп тұрғандай, тест нөлдік гипотезаның статистикалық мәні ( $F_{2,37} = 26,304, p < 0,05$ ) ауытқуына әкеледі. Осы кестедегі қорытындыларды бақылау тобымен ( $F_{1,37} = 4,853, p < 0,034$ ; тестілеуге дейінгі баллдар маңызды ковариаттар болып табылады ( $F_{1, 37} = 48,871, p < 0,05$ ). Топ айырмашылықтары үшін квадратта  $\eta^2$  0,116 ретінде орнатылған. Ричардсон (2011) нұсқауларына сәйкес, бұл мән орташа өлшемдегі әсердің көлеміне жатады.  $\eta^2$  квадратта  $R$  сияқты квадратта тәуелсіз айнымалы, топтың түсіндірілуі мүмкін дисперсияның шамасы болып табылады. Мұны эксперименталды топқа жатқызуға болатын жалпы балл санының 12% ретінде түсіндіруге болады. Басқаша айтқанда, тәжірибелік топтағы студенттер бақылау тобынан 12% - ға асып түсті.

Кесте 3. Топ нәтижелері

Топ	Мәні	Стан. ауытқу	N
Бақылау	64,65	15,594	20
Эксперименттік	69,80	8,806	20
Барлығы	67,23	12,769	40

Біз осы құндылықтарды қолдап, оларды өңдеп, цифрландыруымыз керек. Қазіргі заманғы ақпараттық технологияларды пайдалана отырып, осы цифрланған құндылықтардың көмегімен білім беру процесінде болашақ ұрпақ үшін сапалы білім беру және олардың тәжірибесінде алынған білімді қолдану үшін сөзсіз пайдаланылатын болады.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі:

1 Государственная программа «Цифровой Казахстан». Постановление Правительства Республики Казахстан от 12 декабря 2017 года № 827. URL: <http://adilet.zan.kz/rus/docs/P1700000827>

2 Бидайбеков Е.Б., Бостанов Б.Г., Камалова Г.Б. Математическое наследие Аль-Фараби А. Кубесова в современных условиях образования // Материалы IX международного математического конгресса ISAAC. Краков, Польша, 5-9 августа 2013 г. – С. 33-34.

3 Бидайбеков Е.Б., Гриникун В.В., Бостанов Б.Г., Умбетбаев К.У. О разработке и использовании образовательного портала по геометрическому наследию Аль-Фараби в качестве средства информатизации обучения истории математики // Вестник Московского городского педагогического университета. – 2015. – № 4(34). – С. 30-37. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25013639>

4 Кубесов А.К. Математическое наследие аль-Фараби. – Алма-Ата: Наука, 1974. – 246 с.

5 Культурное наследие – «Мәдени мұра» государственная программа. URL: <http://www.madenimura.kz/ru/government-program-madenimura/programs-madenimura/>

6 Камалова Г.Б., Бостанов Б.Г., Умбетбаев К.У. Об использовании компьютерной программы Geogebra при обучении математическому наследию аль-Фараби // Материалы I Международной научно-практической конференции «Информатизация образования и методика электронного обучения - 2016». – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 27-30 сентября 2016. – С.199-204.

7 Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? (Элементарный очерк идей и методов) – 3-е изд., испр. и доп. – М.: МЦМНО. – 2001. – 586 с.

8 Бидайбеков Е.Б., Камалова Г.Б., Бостанов Б.Г., Умбетбаев К.У. Информационные технологии в обучении математическому наследию аль-Фараби // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2016. – Т. 12, № 3-2. – С. 197-210. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=27705977>

9 Bidaybekov Ye., Kamalova G., Bostanov B., Salgozha I. Development of information competency in students during Training in Al-Farabi's geometric heritage within the framework of supplementary school education // European Journal of Contemporary Education. – 2017. – № 6(3). – P. 479-496. DOI: <http://dx.doi.org/110.13187/ejced.2017.3.479>

10 Зиатдинов Р.А. Геометрическое моделирование и решение задач проективной геометрии в системе GeoGebra // Материалы конференции «Молодежь и современные информационные технологии». – Томск: ТПУ. – 2010. – С. 168-170.

11 Бостанов Б.Г., Умбетбаев К.У. Использование программы GEOGEBRA при обучении математическому наследию аль-Фараби // Материалы международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы и тенденции инноваций в современной науке и образовании», посвященной 60-летию профессора Т.А. Турмамбекова. – Туркистан. – 2017. – С.39-43. (на казахском).

12 Bidaybekov E., Kamalova G., Bostanov B., Umbetbaev K. Information technology in teaching mathematical heritage of Al-farabi // CEUR Workshop Proceedings. Selected Papers of the XI International Scientific-Practical Conference Modern Information Technologies and IT Education (SITITO 2016), Moscow, Russia, November 25-26, 2016. – 2016. – Vol. 1761. – P. 426-439. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-1761/paper54.pdf>

13 Bidaybekov Ye., Grinshkun V., Kamalova G. Features and advantages of training teachers to use means of informatization to profile teaching mathematics // Third International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2016): The Abstract Book / Ed. Allaberen Ashyralyev. – Almaty. – 2016. – P.190.

14 Бидайбеков Е.Б., Камалова Г.Б., Бостанов Б.Г., Умбетбаев К.У., Салгожа И.Т. Об организации и проведении внеклассного мероприятия по информатике «Математическое наследие аль-Фараби - духовная ценность» // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2016. – Т. 12, № 4. – С. 197-207. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28151078>

МРНТИ 28.17  
УДК 004.94

Ф.Р. Гусманова<sup>1</sup>, Г.А. Абдулкаримова<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> *әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

<sup>2</sup> *Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан,*

<sup>3</sup> *Санкт-Петербург кәсіподақтар университетінің Алматы филиалы, Алматы қ., Қазақстан*

## ИМИТАЦИЯЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУДІҢ ҚҰРАЛДАРЫНА ШОЛУ

*Аңдатпа*

Мақалада модельдеудің құралдарына қысқаша шолу келтірілген және оларды пайдаланудың мүмкіндіктері сипатталған. Салыстыруға қажетті негізгі факторлар тұжырымдалған. Өткен ғасырдағы идеялар мен шешімдердің қолданысы ақпараттық технологиялардың заманауи әлеміндегі имитациялық модельдеуде жалғасуда. Модельді құруда сыртқы программалық модульдерді модельге біріктіру үшін сценарий тлін пайдалану қажет. Бұл дәстүрлі орталарда модельдерді дайындауда едәуір қиындық туғыздырады. Экономикалық, химиялық-биологиялық, медициналық, әлеуметтік жүйелердегі ауқымды спектрлерде модельдеудің мұқтаждылығына байланысты имитациялық модельдеуді пайдаланушылар модель құрылатын қолданбалы саламен қатар программалау, ықтималдылық және статистика теориялары саласында да білімі болуы керек. Мінездемелерін талдау негізінде имитациялық модельдеудің заманауи құралдарын кеңінен пайдалану қажеттілігі туралы қорытынды жасалынды.

**Түйін сөздер:** имитациялық модельдеу, модельдеу, модельдеу құралдары.

*Аннотация*

Ф.Р.Гусманова<sup>1</sup>, Г.А.Абдулкаримова<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> *Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*

<sup>2</sup> *Казакский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан*

<sup>3</sup> *Алматинский филиал Санкт-Петербургского гуманитарного университета профсоюзов, г. Алматы, Казахстан*

## ОБЗОР ИНСТРУМЕНТОВ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В статье представлен краткий обзор инструментов моделирования и описаны возможности их использования. Сформулированы основные факторы, которые необходимы для сравнения. В современном мире информационных технологий идеи и решения прошлого века продолжают применяться в имитационном моделировании. Для создания модели необходимо использовать языки сценариев для интеграции внешних программных модулей в модель. Это значительно усложняет разработку моделей в традиционных средах. В связи с востребованностью моделирования в широком спектре экономических, химико-биологических, медицинских, социальных систем, пользователи, использующие имитационное моделирование должны иметь не только знания в прикладной области, для которой строится модель, но и знание программирования, теории вероятностей и статистики. На основании анализа характеристик сделан вывод о том, что должны широко использоваться современные инструменты имитационного моделирования.

**Ключевые слова:** имитационное моделирование, моделирование, инструменты моделирования.

*Abstract*

## OVERVIEW SIMULATION TOOLS

Gusmanova F.R.<sup>1</sup>, Abdulkarimova G.A.<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> *Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup> *Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>3</sup> *Almaty branch St. Petersburg University of the Humanities and Social Sciences, Almaty, Kazakhstan*

The article provides an overview of modeling tools and describes the possibilities of use. Formulated the main factors that are necessary for comparison. In the modern world of information technology, ideas and solutions of the last century continue to be applied in simulation modeling. To create a model, it is necessary to use scripting languages to integrate external program modules into the model. This greatly complicates the development of models in traditional conditions.

Due to the need for modeling in a wide range of economic, chemical, biological, medical and social systems, users using modeling should have not only knowledge in the applied field for which the model is built, but also knowledge in programming, probability theory and statistics. Based on the analysis of the characteristics, it was concluded that modern modeling tools should be widely used.

**Keywords:** Simulation, Modeling, Modeling Tools.



Математикалық модельдер жүйенің мінездемелерін аналитикалық қатынастармен сипаттайды. Өкінішке орай, модельденетін жүйеде барлық маңызды қатынастарды толығымен сипаттай алатын болсақ қана осындай модельмен пайдалануға болады. Мысалы, бірнеше ондаған өзара әрекеттесетін түрлер үшін толық теңдеулер жүйесін жазу мен сыртқы шарттарды ескеру қиын болады. Осындай модельдің көмегімен көбінесе жеке нақты нысанның орындалуын болжау қиынға соғады, сондықтан да көбінесе модель типтің нысанға тән статистикалық қатынастар негізінде құрылады. Компьютер мүмкіндіктерін белсенді пайдаланатын модельдеудің басқа тәсілі – жиынды құрайтын қарапайым элементтердің жүрісі мен өзара әрекетін модельдей отырып және барлық жүйе үшін толығымен нәтижелерін қарастыра отырып осы қарапайым элементтер жиынынан тұратын жүйенің орындалуын имитациялау.

Осындай модельдер имитациялық деп аталады, яғни жүйе тәртібін имитациялайды. Осы модельдерді қолдана отырып келесі әрекеттерді орындауға болады:

- ортақ аналитикалық қатынастары жоқ жүйенің орындалуын қарастыру;
- үрдістің әрбір қадамында жүйенің орындалуын байқау;
- нысандардың орындалуының кездейсоқ түрлендіруі мүмкін болатын жүйенің орындалуын зерттеу.

Имитациялық модельдеу – бұл зерттелетін жүйе нақты жүйені сипаттайтын жеткілікті дәлдіктегі модельмен алмастырылатын, және осы жүйе туралы ақпарат алу мақсатында тәжірибе жүргізілетін зерттеу әдісі. Имитациялық модельдеудің төрт түрі кездеседі: динамикалық модельдеу, жүйелік динамика, дискретті-оқиғалық модельдеу және агенттік модельдеу. Динамикалық модельдеу динамикалық жүйелерді (механикалық немесе физикалық үрдістер, басқару жүйелері) модельдеу үшін қолданылады және олар алгебралық немесе дифференциалдық теңдеулермен сипатталады. Мысалы, осылайша бидайдың өсуін (үрдіс белгілі жақсы сатылардан тұрады) немесе мекеме жұмысын (оның жұмысы нұсқаулықпен және ережелермен сипатталады) сипаттауға болады. Осындай жүйеде күйі (мысалы, қоймаға қосалқы бөліктердің түсуін күту) мен оқиғасы, яғни күйінің өзгеруі сипатталады.

Жүйелік динамика күрделі жүйелердің құрылымы мен динамикасын түсінуге мүмкіндік береді және ең бастысы ұзақ мерзімді, кері байланысты стратегиялық модельдерде пайдаланылады.

Дискретті-оқиғалық модельдеу айнымалылар күйі уақыттың нақты мезеттерінде лезде ауысатындай уақытында жүйенің дамуын кескіндейтін модельді құру үшін пайдаланылады.

Агенттік модельдеу – салыстырмалы түрде жаңа және «агент» ұғымы – қандай да бір ережелер жиынына сәйкес шешімдерді қабылдай алатындай, қоршаған ортамен өзара әрекеттесетіндей, сондай-ақ өздігінен өзгере алатындай белсенділікке, автономды орындалуға ие қандай да бір болмыс, оның негізі болып табылады. Агенттер жаяу жүргіншілерді, автокөліктерді немесе роботтарды физикалық кеңістіктерде, клиенттерді немесе сатушыларды орташа деңгейде, немесе бәсекелес компанияларды жоғары деңгейде көрсете алуы мүмкін [1]. Агенттік модельдеу интеллектуалды, орталықсыздандырылған және үлестірілген жүйелер үшін қолданылады. Мысалы, осындай агент кезеңдегі жеке тұлғаны немесе көпшіліктегі адамды сипаттай алуы мүмкін. Барлық жүйенің орындалуы агенттердің өзара әрекеттерінің нәтижесі ретінде жинақталуы мүмкін, бірақ оны математикалық қатынас ретінде болжау қиын болады. Мысалы, көпшіліктің ғимараттан шығуы.

Ақпараттық коммуникациялық технологиялардың заманауи әлеміндегі қазіргі онжылдықты дәстүрлі технологиялардағы прогресс ғасырымен салыстыруға болады, және таң қаларлығы, имитациялық модельдеуде өткен ғасырдағы идеялар мен шешімдер қолданылады. Модельді құру үшін скрипттік тілдерді, сыртқы программалық модульдерді модельдермен интеграциялау ортасын пайдалану қажет. Бұл дәстүрлі ортадағы модельдерді дайындауды едәуір қиындатады. Модельдеу ортасын таңдау барысында келесі факторларды: зерттеу нысаны қандай: үзіліссіз, дискретті жүйе, аралас нұсқа пішімінде сипатталатынын ескеру қажет.

Проблемалық-бағдарланған орта немесе әмбебап жүйе қандай да бір жүйені таңдау барысында келесі жағдайларға:

- нақты құралдар ортасымен жұмыс істеу тәжірибесінің, соның ішінде оқытылған әлеуеттің бар болуына;
- лицензия құны мен дайындау құнына;
- құрылатын модельдің өлшемділігіне (күрделі емес нысан, оқу есептері және т.б.);
- зерттеу нысанының пәндік саласына әсер етеді.

Модельдеудің жоғарыда келтірілген түрлерінде бағдарланған көптеген программалық құралдар бар:

1. динамикалық жүйелер (Matlab);
2. жүйелік динамика (iThink, PowerSim);
3. дискретті-оқиғалық модельдеу (Arena, GPSS World және т.б.);
4. мультиагенттік жүйелер (AnyLogic).

Бұл жерде, модельдеудің заманауи интеграцияланған ортасы динамикалық жүйелерді, сонымен қатар жүйелік динамиканы, дискретті-оқиғалық модельдеуді және мультиагенттік жүйелерді (мысалы, AnyLogic) қамтитындықтан қазіргі кезде осы жіктеме көбінесе шартты болып табылады. Дискреттік жүйелерге бағдарланған имитациялық модельдеу жүйесі ең белгілі болып табылады.

Дискретті-оқиғалық модельдеу мен агенттік модельдеу имитациялық модельдеудің қолайлы түрі болып табылады.

Дискретті-оқиғалық модельдеу құрылымы келесі компоненттерді қамтиды:

- маңыздылығы (entity),
- әрекеттер мен оқиғалар (activities and events),
- ресурстар (resources),
- глобалды айнымалылар (global variables),
- кездейсоқ сандар генераторы (random number generator),
- статистиканы жинаушылар (statistics collectors).

Имитациялық модельдеу келесі кезеңдер бойынша дайындалады:

1. концептуалдық модельді жасау;
2. бастапқы мәліметтерді дайындау;
3. модельдеу ортасын таңдау;
4. программалық модельдерді дайындау;
5. бірегейлігін тексеру және модельді түзету;
6. машиналық тәжірибелерді жоспарлау;
7. модельдеу;
8. модельдеу нәтижелерін талдау.

Мақаланың мақсаты имитациялық модельдеудің көп тараған заманауи программалық жүйелерін дискретті-оқиғалық модельдеуде олардың қолдану мүмкіндіктері тұрғысынан алғанда шолу жасау болып табылады. Төменде қазіргі кезде қолданыста бар дискретті динамикалық үрдістері: Arena, GPSS World, AnyLogic негізгі жүйелерді модельдеудің программалық құралдары қарастырылады.

Имитациялық модельдеу ортасын таңдаған кезде келесі топтарға біріктіруге болатын барлық мүмкіндіктерді ескерген жөн:

- негізгі мінездемелері;
- үйлесімді программалық жасақтама;
- анимация;
- статистикалық мүмкіндіктер;
- шығарылатын мәліметтер мен графика есептері;
- тапсырыс берушілер талап ететін қызметтер мен құжаттамалар.

### **Rockwell имитациялық модельдеу жүйесі (Systems Modeling) Arena.**

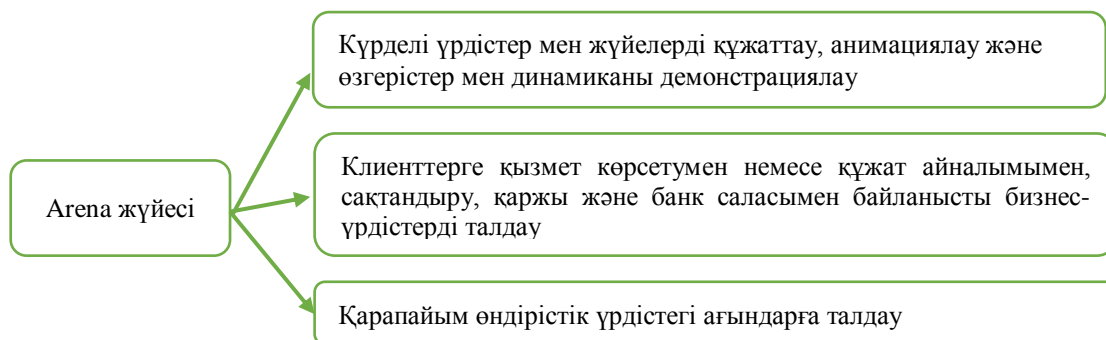
Arena – Systems Modeling (Rockwell Software) компаниясымен дайындалған. Arena моделінің негізіне Петридің боялған желілердің математикалық аппараты мен жаппай қызмет көрсету жүйесі салынған.

Arena жүйесі (ағымдық нұсқасы – 13.5) негізінен бизнес-үрдістердің әртүрлі қиындықтағы деңгейлерін модельдеуге арналған [4, 5]. Сонымен қатар, Arena толыққанды модельдеу үшін қажетті мүмкіндіктер жиыны мен барлық қажетті құралдарды береді. Arena-да процессор және SIMAN имитациялық модельдеу тілі пайдаланылады. Arena пайдаланушыға модельдеуші конструкцияның шаблондар жиыны бар ыңғайлы графикалық интерфейсті береді.

Модельді құру үшін Arena пакетінде модельдеуші конструкция алдымен модельді терезеге тартады, содан кейін модельденетін жүйеде нысандар қозғалысын белгілеу үшін біріктіреді. Содан кейін модельдеуші конструкция сұхбат терезелерінің немесе кірістірмелі кестелердің көмегімен толық талданады. Модель иерархиясында деңгейлер саны шектелмеген болуы мүмкін.

Arena-ның базалық шаблонды (Basic Process) дискретті-оқиғалық модельдерді құруға мүмкіндік беретін конструкциялар: маңыздылық қоректері (create); маңыздылықтарды жоюшылар (dispose);

қолжетімді ресурстар мен кезектерді (queue) беруге болатын әрекеттер (process); маңыздылық қасиеттерін өзгертуге арналған конструкциялар (assign); логикалық конструкциялар (decide) берілген.



Сурет 1. Arena имитациялық модельдеуінің ортасы

Қоректер – бұл модельге ақпарат немесе нысандар келіп түсетін элементтер. Қоректен мәліметтердің немесе нысандардың келіп түсу жылдамдығы негізінен статистикалық функциямен беріледі. Жоюшы ақпараттарды немесе нысандарды қабылдауға арналған құрылғы.

Кезек ұғымы мәліметтерді сақтау қоймасы – нысандар өндеуді күтетін орын – ұғымына жақын. Нысандар өндеу уақыты (өнімділігі) әр түрлі үрдістерде әр түрлі болуы мүмкін. Нәтижесінде қандай да бір үрдістердің алдында өзінің кезегін күтіп отырған нысандар жинақталуы мүмкін. Кезектердегі нысандар санын минимизациялау негізінен имитациялық модельдеудің мақсаты болып табылады.

Имитациялық модельде кезек типі нақтылануы мүмкін. Кезек стекке ұқсас болуы мүмкін – кезекке соңғы келген нысан әрі қарай өндеуге бірінші кетуі мүмкін (LIFO: last-in – first-out). Тізбектелген өндеу, яғни әрі қарай өндеуге бірінші кететін нысан бірінші келуі (FIFO: first-in –first-out) мүмкін стекке балама болуы мүмкін. Кезекті өндеудің күрделі алгоритмдері де берілуі мүмкін.

Үрдістер – бұл функционалдық модельдегі жұмыстың аналогы. Имитациялық модельде үрдістердің өнімділігі берілуі мүмкін.

Rockwell Arena – тек Windows операциялық жүйесі үшін ғана шығарылады. Arena-да Microsoft Excel мен Microsoft Access-тен мәліметтерді экспорттау қарастырылған. Arena екіөлшемді және үш өлшемді анимацияларды (Arena 3DPlayer) экранға шығаруды қамтамасыз етеді және экранға динамикалық графиканы (гистограммаларды және уақытша тәуелді графикалар) шығаруға мүмкіндік береді. Arena пакетіндегі кездейсоқ сандардың ағындар саны шектелмеген. Сонымен қатар, пайдаланушы 20 стандартты математикалық және геометриялық функцияларға және де ықтималдылықтың 16 стандартты теориялық үлестірілуіне, сондай-ақ эмпериялық үлестірулерге де қол жетімді.

Бұл пакет функционалдық-құндық талдау жүргізуге мүмкіндік береді, соның арқасында қосымша және негізгі шығындарды ескеруге, сондай-ақ уақытша есептерді құруға болады. Модельдеу нәтижелері мәліметтер қорында сақталады және модельді есеп түрінде өткізгеннен кейін экранда бейнеленеді.

#### **GPSS World имитациялық модельдеу жүйесі.**

GPSS (*General Purpose Systems Simulator*) имитациялық модельдеу жүйесі классикалық, имитациялық модельдеудің мықты тілдерінің бірі және әлемге танымал болып табылады. GPSS жаппай қызмет көрсету жүйесін (кезектермен жүйе), сонымен қатар, басқа да ұқсас жүйелерді модельдеуге арналған, және осы мақсатта арнайы операторлары, синтаксисі, көмекші құралдары (нәтижелерді статистикалық өндеу, оларды толықтыру, графикалық бейнелеу) бар [6 - 8]. GPSS 1961 жылы IBM фирмасында Джеффри Гордон (Geoffrey Gordon) құрған болатын. GPSS – бұл программалау тілінен үлкен. Бұл тек имитациялық модельдеу жүйесі ғана емес, бәрінен бұрын, 60-шы жылдардың соңында 70-жылдардың басындағы программалау әлеміндегі ерекше құбылыс. GPSS World (1996) заманауи нұсқасының басқа тілдер мен программалау жүйесінің интерфейстерінің көптеген мүмкіндіктері бар. Мысалы, динамикалық шақыру процедуралары, мәліметтердің кіріс және шығыс файлдық ағындарын өндеу операторлары, GPSS-ке кірістірілген PLUS тілінің мүмкіндіктері. Minuteman Software фирмасы GPSS World программасының тегін студенттік нұсқасын ұсынады, ол

толық нұсқасына сай барлық функцияларды қамтиды, бірақ блоктардың максималды санына шектеу (150-ден артық емес) қояды.

Өтініштер (GPSS-тегі транзактілер) – бұл адамдарды, детальдарды, құжаттарды, мәселелерді, хабарларды және т.т. беретін пассивті нысандар. Олар кезекте тұру, ресурстарды басып алу және босату, бөліну, біріктірілу және т.б. негізінде flowchart арқылы саяхаттайды. Қарапайым программалау тілдеріндегі программаларда оның орындалуының бірінші кезегінде транзакт құрылады, содан кейін барлық программа бойынша сәйкес операторларды жұмыс істеуге шақыра отырып «жүріп өтеді». Бірақ бұл «транзакт» тұтасымен виртуальды болып табылады.

GPSS World-тағы транзактілер арнайы генерацияланады және олар көп болуы мүмкін. GPSS World-та транзактілерді жылжытуды басқаратын сыртқы контур бар, ол сәйкес оператордың белсенді орындалуы үшін қандай транзакт осы мезетте белсенді және программаның қай блогына ене алатынын тексерудің сыртқы шексіз контурын құрайды. Транзактілер көрінбесе де программаның әр түрлі орындарында орналасуы мүмкін. Транзактілер арнайы GENERATE блогымен құрылады және TERMINATE блогымен жойылады. Сондықтан, транзактілерді ерекшелуге ұяшықтар бөлінетіндіктен оларды құрудың физикалық мағынасы бар, ал транзактілерді жою осы ұяшықтарды өшіру және оларды берілген программамен байланысты жадыдан өшіруді білдіреді. Транзактілер өңдеудің бірінші кезегіндегі тұрғысынан қарағанда әр түрлі приоритеті болуы мүмкін. Алдымен, транзакт приоритеті оны GENERATE операторымен құру барысында беріледі (үнсіздік бойынша приоритет 0-ге тең). Содан кейін приоритетті PRIORITY блогында мәжбүрлеп өзгертуге болады, соның ішінде түскен шарттарды ескеріледі. Приоритетті ескере отырып кезекке тұрады – бірінші кезекте үлкен приоритетті транзактілер жіберіледі. Мысалы, QUEUE (кезек) блогына транзакті ену барысында оның нөмірі, ену уақыты, ал шығу кезінде – шығу уақыты сақталынады, бірмезгілде кезекте транзактілердің болуының орташа уақыты және т.б. статистика есептеледі.

Кітапханалық арифметикалық функциялардан өзге, GPSS World жүйесінде кездейсоқ сандардың 24 кірістірілген генераторы және ықтималдылықтарды үлестірудің 24 кірістірілген функциясы бар. Имитация нәтижелерін шығарудың үш тәсілі – кестелік, графикалық және анимацияланған болуы мүмкін. GPSS-те статистикалық ақпараттарды табуляциялауды жеңілдету үшін арнайы нысан – кесте қарастырылған. Мәліметтерді кестелік беру үшін GPSS стандартты есептердің әмбебап конверторы дайындалған.

Кестелер кейбір кездейсоқ шамалардың таңдаулы үлестірілімдерін алу үшін пайдаланылады. Сұхбат және дизайнның бірыңғай концепциясы саласында графиктерді құру үшін Delphi стандартты компоненттерінің жиынтығы пайдаланылды. 2D пішімінде нәтижелер анимациясы Flash MX жүйесінің және оның құрамына енетін Action Script тілінің көмегімен жүзеге асырылды. 3D анимациясы үшін 3D Max және VRML беру жүйелерінде дайындалған модельдер пайдаланылады. GPSS World модельдеу жүйесінде модельдеу нәтижесі шығарылатын стандартты есеп қарастырылған. Стандартты есепте жүйені модельдеудің келесі негізгі көрсеткіштері енгізілген:

- жүйені модельдеу уақыты;
- қызмет көрсету каналдарында қызмет көрсетілген талаптар саны;
- қызмет көрсету каналдарын пайдалану коэффициенті;
- каналдағы талаптарға қызмет көрсетудің орташа уақыты;
- кезектің максималды ұзындығы;
- кезектің орташа ұзындығы;
- кезекте талаптардың болуының орташа уақыты және басқа да көрсеткіштер қатары.

Сонымен қатар, GPSS World тілінде кз келген сыртқы программалық ортада орындалуға шақырылуы мүмкін. Осыдан басқа, қазіргі уақытта GPSS World мүмкіндіктерін кеңейтетін жеткілікті түрде көптеген стандарттық программалар жасалынған.

Өкінішке орай, GPSS World тіліндегі программада алгоритм деңгейінде мәліметтерді өңдеудің тікелей үрдісін беру қиынға соғады, ал бұл графикалық интерпретацияны бермейді, ол өз алдына модельді жасау үрдісін қиындатады және тұтасымен модельдің көрнектілігін төмендетеді. Жүйе кемшіліктерінің ішінде жүйенің қолайсыз үлкендігі және айқын түрде артық кірістірілген мүмкіндіктерімен жүктелуі; Visio «сызу» жүйесі қолдамайтын нұсқасына сай шамадан тыс блоктарды графикалық белгілеулердің әр түрлілігі; интерпретатордың жай жұмыс істеуі; кириллица символдарын тіптен түсініктемелерде пайдалануы имитацияның дұрыс жұмыс істеуін жоққа шығарады.

### **AnyLogic имитациялық модельдеу жүйесі.**

AnyLogic – күрделі жүйелер мен үрдістерді имитациялық модельдеуге арналған ресей компаниясы дайындаған XJ Technologies (Санкт-Петербург қ.) программалық жасақтама. Өнімнің AnyLogic деп аталуы оның модельдеудің барлық үш белгілі әдістерін: жүйелі динамика; дискретті-оқиғалық модельдеу; агенттік модельдеу – қолданумен байланысты [9]. AnyLogic – ақпараттық технологиялар облысындағы жаңа идеялар, үрдістердің өзара параллельді әрекеттесу теориясы мен гибридті жүйелер теориясы негізінде дайындалды. Осы идеялардың негізінде күрделі имитациялық модельдерді құру ықшамдалынады, модельдеудің әр түрлі стильдерін оқу барысында бір құралды пайдалану мүмкіндігі бар. AnyLogic программалық құралы объектілі-бағдарланған концепцияға негізделген. Модельді өзара әрекеттесудің жиыны, белсенділікті параллельді түрде қызмет атқаруы ретінде беретін басқа базалық концепциясы болып табылады.

AnyLogic программасы, басқаларынан ерекше, модельдеу үрдісін көрнекті және интерактивті етуге мүмкіндік береді, ал бұл өз алдына модельдің бастапқы параметрлерінің байланыстары мен өзгеруімен шақыртылған эффектісін түсінуге маңызды. Билайн, Газпром, General Motors, Mitsubishi, McDonalds сияқты көптеген ірі компаниялар өздерінің таңдауларын AnyLogic программасына тоқтатқан.

AnyLogic графикалық ортасы Rockwell Arena принципі бойынша құрылған. Модельдеуші конструкциялар палитрлерде (Arena-дағы шаблондарға ұқсас) орналасады. Arena-дағы сияқты модельдерді құру үшін модельдеуші конструкциялар облыстарға тартылады және біріктіреді. Модельдеуші конструкцияларды олардың параметрлерін өзгерте, қасиеттер панелін пайдалана отырып талдауға болады. Дискретті-оқиғалық модельдерді құру үшін конструкциялар Enterprise Library палитрлерінде орналасады. AnyLogic иерархиялық модельдеуді, сонымен қатар жеке модельдеуші конструкцияларды құруды және оларды кітапханаға біріктіруді (тек қана Professional нұсқасы үшін) қолдайды.

AnyLogic – Java-ға негізделген және Eclipse – бизнес-қосымшасына арналған заманауи стандартына негізделген. Eclipse-тің көмегімен AnyLogic барлық үлестірілген операциялық жүйелерде (Windows, Mac, Linux және т.б.) жұмыс істейді. AnyLogic редакторында модельдің анимациясы мен интерактивті графикалық интерфейсін дайындауға мүмкін болады. Анимация иерархиялық болуы және бірнеше перспективаларды қолдауы мүмкін.

Мысалы, өндіріс үрдісіне ауқымды көзқарасты анықтау мүмкіндігі бар, сондай-ақ, нақты операцияларды жекелеп анимациялау – және олардың бірінен біріне көшу.

AnyLogic-та пайдаланушыға 29 стандартты теориялық үлестіру қолжетімді. Кездейсоқ сандар жиынын бекіту және абсолютті бірегей тәжірибе жасау мүмкіндігі бар. AnyLogic-та есеп құру үшін модельдің жұмыс істеу барысында мәліметтерді жинау үшін конструкциясы бар арнайы «Статистика» палитрасы бөлінген. Бұл палитрада әр түрлі диаграммалар, графикалар мен гистограммалар бар. AnyLogic модельдерге анимация жасауға және мәліметтерді визуализациялауға, нақты режимде 3D анимация жасау мен көруге мүмкіндік береді. Графикалық ортада кәсіби агенттік модельдерді тез құру AnyLogic-тің маңызды артықшылығы болып табылады. AnyLogic агенттердің жүрісін, олардың өзара әрекетін, ортаны модельдеуді тапсыру үшін тілдік конструкцияны қолдайды, сонымен қатар өте мол анимациялық мүмкіндіктері бар. AnyLogic модельдерін веб-сайттарда апплеттер түрінде экспорттауға болады. Сондай-ақ, AnyLogic өзінің кроссплатформалығымен байланысты, білім беру мекемелерінде және үлкен ұжымдарда пайдалану үшін дұрыс шешім болып табылады. Модельді жүргізу AnyLogic-та тез жүзеге асырылады, бұл күрделі жүйелерді тиімдірек модельдеуге мүмкіндік береді.

**Қорытынды.** Бұл мақалада имитациялық модельдеу жүйелерінің нарығында бәсекелесетін заманауи программалық орта қарастырылды. Олар күрделі дискретті-оқиғалық модельдерді құру үшін модельдеуші конструкциялардың кең таңдауын қамтиды. Барлық қарастырылған жүйелер ыңғайлы графикалық интерфейстерін қамтиды, ол модельді құруды жылдамдатады және қателесу ықтималдылығын төмендетеді.

Arena жүйесінде қызметтің әр түрі бойынша құнын ескере отырып бизнес-үрдісті модельдеуге бағыттау қарастырылады. GPSS World жүйесі классикалық және имитациялық модельдеудің мықты тілдерінің бірі, және әлемде танымал болып табылады. GPSS жаппай қызмет көрсету жүйесін (кезектермен жүйе), сонымен қатар, басқа да ұқсас жүйелерді модельдеуге арналған, және осы мақсатта арнайы операторлары, синтаксисі, көмекші құралдары (нәтижелерді статистикалық өңдеу, оларды толықтыру, графикалық бейнелеу) бар.

AnyLogic пакеті, өз кезегінде әмбебап болып табылады, ол ғылыми қызметте берілген өнімді пайдалануға бірден бір негіз болып табылады. AnyLogic әмбебаптылығы сонымен қатар, статистиканы өзіндік жинақтаушыларды құру мүмкіндігімен шартталады. AnyLogic модельдерін веб-сайттарда апплеттер түрінде экспорттауға болады.

Имитациялық модельдеудің программалық жүйесін салыстыру нәтижелерін талдай отырып, программалық жүйелер дамыған стандартты кітапханалармен; пайдаланушы кітапханаларын және шаблондарын құру; сыртқы қосымшалармен байланыста болу; имитация үрдісін дәл беру үшін үшөлшемді анимациялау; күрделі жүйелердің имитацияларының иілгіштігін қамтамасыз ету үшін бірнеше тәсілдер мен олардың комбинацияларын пайдалану мүмкіндіктерін; құжаттаудың дамыған ортасын, талдау мен оңтайландыруды қамтуды нақтылау қажет.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Лычкина Н.Н. Имитационное моделирование экономических процессов. Учебное пособие /М., НИЦ ИНФРА-М, 2012 – 254 с.
- 2 Абдулкаримова Г.А. Моделирование физических задач в профильном обучении информатике // Вестник Серия «физико-математические науки»; 2009, №2(26), С.5-10; 6 стр.
- 3 Абдулкаримова Г.А. Обучение будущих педагогов средствами компьютерного моделирования // Профессионально-технологическое образование: проблемы и перспективы. Материалы международной научно-практической конференции, 2-3 октября, АГАО, г. Бийск, Россия. 2013. С.37-40.
- 4 Система имитационного моделирования Arena улучшает возможности для бизнеса в условиях новой экономики // [www.interface.ru/home.asp?artId=66&vId=20](http://www.interface.ru/home.asp?artId=66&vId=20).
- 5 Язык моделирования в системе Arena 6 // <http://gendocs.ru/v28568/>.
- 6 Томашевский В., Жданова Е. Имитационное моделирование в среде GPSS. – М.: Бестселлер, 2003. – 416 с.
- 7 Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. – М.: ДМК Пресс, 2004. – 320 с.
- 8 Девятков В.В. Разработка приложений в среде GPSS World. Имитационное моделирование. Теория и практика. II Всероссийская научн.-практич. конф. ИММОД-2005. Санкт-Петербург (Россия). – с. 186-190.
- 9 Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. СПб: БХВ-Петербург, 2009.

**МРНТИ 14.35.07**

**УДК 378.147**

*М.М. Ерекешева<sup>1</sup>, А.М. Байганова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан

## **ИНФОРМАТИКА МҰҒАЛІМІН ДАЯРЛАУДА ДУАЛДЫ ОҚЫТУ ЭЛЕМЕНТТЕРІН ҚОЛДАНУДЫҢ ТИІМДІЛІГІ**

*Аңдатпа*

Дуалды оқыту жүйесі – теорияны практикамен немесе өндіріспен байланыстыра отырып оқыту технологиясы. Жоғары оқу орындарының көптеген түлектерінің басты мәселесі тәжірибенің жоқтығы болып табылады, дуалды оқыту – бұл кадрларды дайындаудың тиімді оқыту әдісі. Дуалды оқыту жүйесінің басты мақсаты — бәсекеге түсе алатын мамандығы бар, жұмысқа орналаса алатын және өзінің кәсіби білімін жоғарылатуға ұмтылған жеке тұлғаны өсіру болып табылады. Осы мақсатта болашақ маман иелері өздері таңдаған мамандықтарды кәсіби тұрғыдан терең меңгеріп, қазіргі заманауи озық технологияны игеріп әрі қарай дамытуы керек. Сондықтан еліміздегі өндіріске қажетті мамандар әзірлеу деңгейін көтеру үшін, әлеуметтік серіктестік және теория мен практиканың үйлесімді болуы үшін дуалды білім беру жүйесін енгізу қажет. Білім беру бағдарламасына дуалды оқытудың тиімді элементтерін енгізу кәсіби құзіретті маман даярлауға мүмкіндік жасайды.

**Түйін сөздер:** Дуалды оқыту, оқу бағдарламасы, біліктілік, кәсіби құзіреттілік, тәжірибе, еңбек дағдысы, бағалау жүйесі, жұмыс беруші, элективті пән.

Аннотация

М.М. Ерекешева<sup>1</sup>, А.М. Байганова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, г.Актобе, Казахстан

### ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ДУАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ В ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ ИНФОРМАТИКИ

Система дуального обучения - технология обучения, которая объединяет теорию с производством или с практикой. Главной проблемой многих выпускников вузов является отсутствие опыта, то есть дуальное обучение - это эффективный метод обучения подготовки кадров. С этой целью будущие специалисты должны профессионально освоить по выбранной специальности современные передовые технологии и далее развивать их. Поэтому для повышения уровня подготовки необходимых специалистов в производстве, для совместимости теории с практикой и партнерства необходимо ввести систему дуального обучения. Внедрение эффективных элементов дуального обучения в образовательную программу позволит подготовить компетентного профессионально специалиста.

**Ключевые слова:** Дуальное обучение, учебная программа, квалификация, профессиональная компетентность, опыт, трудовые навыки, система оценивания, работодатель, элективная дисциплина.

Abstract

### THE EFFICIENCY OF ELEMENTS OF THE DUAL EDUCATION IN TRAINING OF INFORMATICS TEACHERS

Erekeshova M.M.<sup>1</sup>, Baiganova A.M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>K. Zhubanov Aktobe Regional State University, Kazakhstan

The system of dual training - technology of training which integrates the theory with production or with practice. The main problem of many graduates is the lack of experience, that is, dual training is an effective method of training. A main goal of dual training – education of the natural person capable to raise the competitiveness and professional knowledge, can be employed on a specialty For this purpose future specialists should master professionally on the selected specialty modern front lines of technologies and further develop them. Therefore for increase in level of training of necessary specialists in production, for compatibility of the theory with practice and partnership it is necessary to introduce the system of dual training. The input of effective elements of dual education in the educational program will allow you to prepare a competent professional specialist.

**Keywords:** Dual training, curriculum, qualification, professional competence, experience, work skills, evaluation system, , the employer, elective course.

Мамандықтың білім беру бағдарламаларындағы жаңа бағыттардың бірі – практикаға бағытталған оқытудың басым болуы. Практикаға бағытталған оқытуды жүзеге асыруға дуалды оқыту элементтерін қолдануға болады. Жаңа әлеуметтік жағдайлар мен жұмыс берушілер жағынан мамандарға қойылатын талаптардың жоғарылауы, олардың күрделі тапсырыстарды шығармашылықпен шешу, қазіргі заманғы инновациялық шешімдерді қолдана білуді қажет етеді. Білім алушы қызмет істейтін болашақ маман ретінде жоғары оқу орнында оқып жүрген кезінде кәсіби дағдысының алғы шарттары қалыптасқан жеке тұлға ретінде қалыптасуы қажет. Жоғары оқу орындарының көптеген түлектерінің басты мәселесі тәжірибенің жоқтығы болып табылады, дуалды оқыту – бұл кадрларды дайындаудың тиімді оқыту әдісі. Н.Ә. Назарбаевтың «Қазақстанның әлеуметтік жаңғыртылуы: Жалпыға Ортақ Еңбек Қоғамына қарай 20 қадам» бағдарламасында «Дуалды кәсіби білім беруді дамыту маңызды. Жаппай мамандықтар кадрларының жетіспеушілігін еңсеруге мүмкіндік беретін осы заманғы қолданбалы біліктілік орталықтары қажет» деп айтылады [1].

Осы бағдарламаға сәйкес дуалды оқыту жүйесін оқу үдерісіне енгізу қолға алынды. Дуалдык жүйе маман даярлауда білім алушы, өндіріс және мемлекеттің мүдделерін біріктіруге бағытталған кәсіптік білім берудің түрі. Дуалды оқыту жүйесі қазіргі дүние жүзілік тәжірибеде бар дүние. Ең алдымен, дуалды білім беру жүйесінің идеясы Германияда пайда болған.

Дуалды оқыту жүйесі - ортағасырлық Германияда танымал болған оқыту үлгісі. Кейін колөнершілер арнайы колөнер цехтарында дайындалды. XIX ғасырда білім алушылар кәсіпорындарда жұмыс істеп жексенбілік мектепте оқыған.

Бұл білім беру жүйесі Германияда XX ғасырда енгізілген. Германияда дуалды оқыту жүйесі негізінде білім алушы білім алушы келісім-шартқа қол қойған, кәсіпорын оқу ақысын төлейді және оқу процессінің барлық кезеңінде білім алушы жалақымен қамтамасыз етеді.

Германиядағы бұл оқу формасының ерекшелігі:

1. Оқу орындары өндіріспен байланысты мамандарды дайындайды.
2. Оқу бағдарламасы білім алушы аптасына 1 немесе 2 күндік теориялық дайындықтан өтіп, кәсіпорында 3 немесе 4 күн жұмыс істейтіндей етіп жасалған.

3. Білім алушы кәсіпорыннан немесе зауыттан жалақы алады, әлеуметтік төлем.

4. Оқу аяқталғаннан кейін түлек арнайы мемлекеттік емтихандар тапсырады.

Неміс дуалды оқыту үлгісі халықаралық деңгейде мойындалады және Австрия, Босния және Герцеговина, Венгрия, Хорватия, Сербия, Словения, Македония, Черногория, Швейцария, Португалия, Дания, Нидерланды, Франция және Египет сияқты елдерде қолданылады.

Кәсіптік білім беру құрылымы мен мазмұнын реттеу мәселелері Еуропалық одақ елдерінде әр түрлі:

- Германиядағы дуалды оқыту жүйесі, ол корпоративтік ережелермен реттеледі;

- Франциядағы кәсіптік оқыту кәсіби жүйедегі мемлекеттік басқару мақсаттары негізінде реттелетін оқыту;

- Британдық кәсіби-техникалық білім беру жүйесі ұлттық кәсіби біліктілік жүйесі нарықтық экономика принциптері мен қатал жағдайда реттеледі.

Бірнеше жылдан бері дуалды оқыту Қытайда және басқа да Азия елдерінде қолданылып келеді. Бүгінгі күні Ресейде Пермь аймағында, Татарстан Республикасында, Краснояр өлкесінде, Калуга, Ярославль, Благовещенск, Свердловск, Нижний Новгород, Волгоград және Мәскеу облыстарында дуалды оқыту жүйесіне қатысты бірнеше пилоттық жобалар іске қосылды. Білім беру ұйымының мақсаттарына және жағдайына қарай теориялық және тәжірибелік сабақтардың реті білім беру үрдісінің кестесінде белгіленеді. Оқу пәнінің мазмұнын қайта құрылымдау қажет болады. Осылайша, ғылым мен өндірістің өзара байланысы бар, ол жалпы білім беру жүйесіне жағымды әсер етеді.

Дуалды оқыту - бұл жақында Қазақстанда танымал болған жүйе. Бұл өзекті мәселе кәсіби білім беру жоғары оқу орындары арқылы өтетін дағдарысқа байланысты. Ұзақ уақыт бойы техникалық және гуманитарлық бағыттағы оқу орындары мемлекет белгілеген оқыту стандарттарына ғана басшылық етті. Сонымен бірге болашақ жұмыс берушіге ол қандай маман күткені туралы сұралмады.

Кәсіпорындар жекеменшік болды, ал «университет - өндіріс» бұзылды. Дегенмен, экономика, мектеп, медицина, әлеуметтік жобалар, технологиялар тез дамып келеді және өндірістің алғашқы күндерінен бастап оларды іске асырудың міндеттері мен технологияларын нақты түсінетін дайын мамандар қажет. Өкінішке орай, оқу орталықтары тек теориялық дайындыққа көп уақыт жұмсады, ал оқу жоспарының 10% тәжірибеге арналған. Нәтижесінде жоғары оқу орындарының түлектері өндіріске барып, өздерін сенімсіз сезінетіні анық. Жұмыс беруші, олардың тәжірибелік дағдыларын дамытуға, үйретуге уақыт таба алмай келеді.

Бұл мәселені шешуге дуалдық оқыту жүйесі енгізілді. Бұл жүйе бір мезгілде екі бағыт бойынша маман дайындауды көздейді - теориялық және тәжірибелік. Оқу уақытының 1/3, ол оқу орнында базалық білімді алады, ал 2/3 - іс жүзінде кәсіпорында тәжірибелік білімін алады.

Негізгі мақсат - жұмыс орнында негізгі дағдыларды қалыптастырған білікті және құзыретті түлек дайындау, техникалық және мамандандырылған білім беру жүйесіндегі еншілес ұйымдардың қазақстандық моделін әзірлеу.

Басқаша айтқанда, бірінші күннен бастап жұмысқа араласа алатын және ол жұмысты жоғары кәсіби деңгейде орындайтын маман даярлап шығару. Сонымен қатар, дуалдық білім белгілі бір білімі бар мамандарға Қазақстандық жұмыс берушілерден тапсырыс беруді талап етеді. Біздің елімізде мұндай кадрларды дайындау 2012 жылдан бастап енгізілді. Бұл бағытта бірқатар жетістіктер бар:

- Нормативтік актілер «дуалдық оқыту» тұжырымдамасын бекітті. Еңбек кодексіне қатысты;

- Заңнамалық деңгейде жоғары оқу орны мен колледждерде оқыту жүйесі теория мен тәжірибенің балансы бекітілді. Сағат саны - 40% -дан 60% -ға дейін бөлінетін болды;

- Техникалық және кәсіптік білім беру орындарында осындай бағдарламаларды жүзеге асыру ережелерін бекітті;

- Мамандарды даярлау үшін өндірістік базаны ұсынатын кәсіпкерлермен келісім-шарттар жасалды.

Дуалды білім беру жүйесі – бұл білім беру жүйесі, оқу орны мен өндірістік қызметтің кезеңдерін бірге үйлестіруді қарастырады. Оқу үдерісі келесідей ұйымдастырылады: университетте, колледжде немесе басқа кәсіптік мектепте (жалпы білім беру) кезекті сабақтармен қатар бір кәсіпорында немесе білім беру мекемесінде жұмыс істеп, тәжірибе жинақтайды (кәсіби дайындық).



Дуалды оқыту жүйесінің басты мақсаты — бәсекеге түсе алатын мамандығы бар, кәсібін нақты таңдаған, жұмысқа орналаса алатын және өзінің кәсіби білімін жоғарылатуға ұмтылған жас тұлғаны өсіру болып табылады. Оқу орындары жұмыс беруші мекемелерімен серіктестік ретінде бірлесе отырып, нарық заманында бәсекелестікке төтеп бере алатын, жаңа заманауи технологияларды, инновациялық технологиялық бағдарламаларды меңгере алатын дайын білікті мамандар даярлайды [1].

Дуалды оқыту жүйесі элементтерінің негізгі мақсаттары:

*Білім беру мекемесінің мақсаты:*

1. Дүние жүзілік білім кеңестігіне теңестірілетін заманауи білім жүйесін құру;
2. Жұмыс беруші талабына сәйкес оқу жоспарларын және оқу бағдарламаларын жасау;
3. Еңбек нарығындағы сұранысқа ие, бәсекеге қабілетті мамандар дайындау;
4. Оқу орнының оқу-материалдық базасын заман талабына сәйкес жаңа техникалық, технологиялық, зертханалық жабдықтармен қамтамасыз ету;
5. Оқытушылардың біліктілігін арттыру үшін өндіріске еңгізіліп жатырған жаңа технологиялармен және жабдықтармен таныстырып отыру мақсатында өндірісте тағылымдамадан өткізу;
6. Әлеуметтік серіктестермен байланыста болып, білім алушыларді өндірісте тәжірибеден өткізу және бітіруші түлектерді жұмысқа орналастыру мүмкіндігіне ие болу.

*Әлеуметтік серіктестіктің мақсаты:*

1. Оқу орнына қандай және қанша маман дайындау туралы ақпарат беру;
2. Оқу орнына маман дайындауға өз талаптарын қою;
3. Оқу орнымен бірлестікте оқу-материалдық құжаттарды дайындауға қатысу;
4. Білім алушыларді оқу және өндірістік тәжірибеден өткізуге жағдай жасау;
5. Оқу орнын бітірушілерді жұмысқа орналастыру мүмкіндігін кеңейту;

*Білім алушының мақсаты:*

1. Теориялық білім мен тәжірибе арасындағы алшақтықты жойып, кәсіби құзіретке негізделген білім алу;
2. Оқу орнын бітіргеннен кейін жұмысқа орналасу мүмкіндігіне ие болу.

*Оқу үрдісіне дуалды білім беру жүйесін еңгізу келесі міндеттерді шешуге мүмкіндік береді:*

- білім алушылардың қызығушылығы мен сұранысына қарай бағдарламалар, элективті (таңдаулы) курстар бағдарламаларын әзірлеуге;
- өндіріске бейімдейтін біліктіліктің дамуына;
- дуалды жүйе бойынша оқытылатын тұлғаның қажетті біліктілік пен еңбек дағдыларына;
- кәсіби білімге ие болып еңбек нарығында сұраныс деңгейінің жоғарылауына;
- білім беру мекемелерінің жобаларды жүзеге асыру кезеңдерінде қосу арқылы кәсіпорындармен өзара әрекеттесу аясын кеңейтуге;
- білім беру мекемелерінің бәсекелестікке қабілеттілігін жоғарылатуға көмектеседі.

*Дуалды жүйемен оқытудың негізгі артықшылықтары:*

- Біріншіден, дуалды оқыту жүйесінде дәстүрлі оқыту формасы мен әдісіндегі басты кемшілік теория мен практика арасындағы алшақтық жойылады, «тәжірибеден теорияға» принципімен жұмыс жүреді, білім алушы теориялық мәліметті айтудан гөрі, практикадағы жағдаяттарға сәйкес жұмыс жүргізеді. Теорияда қиындау келетін терминдер мен есептерді тәжірибе жүзінде шешеді [2];
- Екіншіден түлектердің жұмысқа орналасу көрсеткіші жоғары болады, себебі оқу барысында өндіріспен тығыз байланыста болған білім алушы жұмыс берушінің айтқан талаптарын меңгерген тәжірибесі бар маман болады;
- Үшіншіден, жақсы білімді, болашақ маман психологиялық жағынан жаңа ортаға бейімделген дайын маман болып шығады. Өндірісте өздігінен шешім қабылдай алады. Теория мен тәжірибені меңгеріп, бекітілген жұмысқа деген жауапкершілік сезімі жоғарылайды.
- Төртіншіден, сәйкес өндіріс басшыларының өз мекемелерінде болашақ қызметкерлерінің практикалық білім алуына қызығушылығы және мүмкіндіктер жасауы;
- Бесіншіден, білім алушы тек теорияны ғана меңгермей, өндірістегі соңғы жаңалықтарды біліп, заманауи талаптарды меңгереді.

Дуалды оқыту жүйесіне сәйкес жұмыс берушілер маман даярлау үдерісіне белсенді қатысады. Бұл үдерістің негізгі факторлары:

- Білім беру бағдарламалары жұмыс берушілердің сұранысына сәйкес жасақталады, жұмыс берушілер қажетті элективті пәндерді ұсынады;
- Курстық және дипломдық жұмыстарға жетекшілік жасайды;
- Оқу-әдістемелік материалдарға сын-пікір жазады;
- Мемлекеттік аттестация комиссиясы құрамына енеді;
- Өндірістік практика базасы болып табылады.

Жоғарыда аталған мәселелердің барлығы дуалды оқыту технологиясы енгізіліп, жүзеге асқан кезде қол жеткізетін нәтижелер. Сондықтан қалыптасқан жағдайда білім беруді тек теориялық тұрғыдан ұйымдастыру жеткіліксіз, яғни жас маманның өндірістік машықтанудан толық кәсіптік деңгейге шығуына жағдай жасау өзекті мәселенің бірі. Біздің университетте Информатика мұғалімін даярлау үдерісіне дуалды оқыту элементтері енгізілген. Осы мақсатта «Информатика» білім беру бағдарламасы бойынша маман даярлауда Ақтөбе қаласындағы №40 орта мектепте Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті физика-математика факультетінің «Информатика және ақпараттық технологиялар» кафедрасының филиалы ашылды. Сонымен қатар 5В011100 - Информатика мамандығының 2 курс студенттері үшін «Бағалаудың өлшемдік технологиялары» пәнінің практикалық бөлімі осы мектеп базасында жүргізілуде. Бұл пәннің таңдалуындағы басты мақсат жаңартылған білім беру бағдарламасы мазмұны мен практикалық жүзеге асыру үдерісіне болашақ мамандардың мектепте практикалық тұрғыдан араласып орындауын қамтамасыз ету.

Бүгінгі жас ұрпақ, болашақ маман Қазақстан Республикасы «Білім туралы» Заңының 8-бабында көрсетілген міндеттер бойынша: «Ұлттық және жалпы адамзаттық құндылықтарды игеріп, ғылым мен практика жетістіктеріне негізделген білім алулары керек» [3]. Ендеше оқытушылар оқытудың жаңа технологияларын енгізіп, білім беруді ақпараттандырып, халықаралық ғаламдық коммуникациялық желілерге шығу арқылы оқытуды сауатты, сапалы жүзеге асырып, мамандардың кәсіби құзіреттілігін қалыптастырғанда ғана қоғамымыздың дамуына елеулі үлес қоса алады. Бұл істердің барлығын жүзеге асыратын еліміздің педагогикалық мамандар қауымы. Бүгінгі педагог қауымына қойылатын талап та жоғары болмақ. Олар жан-жақты, әлемдегі жаңалықтардан мағлұматы бар, үнемі шығармашылық ізденістегі, кәсіби біліктілігін шыңдайтын жеке көзқарасы бар, соны қорғай білетін жігерлі тұлға, зерттеушілік қабілеті бар, білімді де білікті, білімін күнделікті ісіне шебер қолдана білетін, өзінің оқушысын өз бетінше білім алуға баулитын кәсіби маман иесі болуы керек.

Бұл заман талабы. Болашақ маманда ұйымдастырушылық, құрылымдылық, бейімділік, сараптамалық қабілеттердің де болуы шарт.

Жаңартылған білім берудің маңыздылығы – оқушы тұлғасының үйлесімді қолайлы білім беру ортасын құра отырып сын тұрғысынан ойлау, зерттеу жұмыстарын жүргізу, тәжірибе жасау, АКТ- ны қолдану, коммуникативті қарымқатынасқа түсу, жеке, жұппен, топта жұмыс жасай білу, функционалды сауаттылықты, шығармашылықты қолдана білуді және оны тиімді жүзеге асыру үшін қажетті тиімді оқыту әдіс-тәсілдерді таңдау. Жаңартылған білім беру бағдарламасының ерекшелігі спиральді қағидатпен берілуі. Бағалау жүйесі де түбегейлі өзгеріске ұшырап, критериалды бағалау жүйесіне өтті. Критериалды бағалау кезінде оқушылардың үлгерімі алдын ала белгіленген критерийлердің нақты жиынтығымен өлшенеді. Оқушылардың пән бойынша үлгерімі екі тәсілмен бағаланады: қалыптастырушы бағалау және жиынтық бағалау.

Дуалды оқыту жүйесін сапалы жоғары деңгейде өткізу үшін сабақ кестесінде аптасына 1 күн өндіріске 15 сағат қойылды, яғни студенттер түстен кейін мектеп базасында практикалық бөлімін меңгерді. Мектеп базасында жаңартылған оқыту бағдарламасына сәйкес бағалаудың өлшемдік технологиялары меңгеріледі.

Осы мамандық студенттері физика-математикалық бағыттағы Назарбаев Зияткерлік мектебімен (НЗМ) жаңартылған білім мазмұны және дуалдық оқыту идеяларын жүзеге асыру мақсатында «Үйрен-бөліс: дуалды оқыту» жобасын жүзеге асыруда.

Жобаның мақсаты: білікті педагогикалық кадрларды дайындауда жоғары педагогикалық білім беру жүйесіне дуалды оқытуды енгізу.

5В011100 - Информатика мамандығының 3 курс студенттері әр сейсенбі күні, қыркүйектен бастап, оқу жылының аяғына дейін аптасына 1 рет сабақтардан босатылып тағылымдамадан өтті.

Студент немесе болашақ маман кафедрадан бөлінген әдіскер және мектеп тарапынан бөлінген әдіскер-оқытушының жетекшілігімен мына жұмыстарды меңгерді:

- Жаңартылған орта білім беру мазмұнымен танысу;

- Тиімді оқыту және оқу тәсілдері;
- Оқу үдерісін ұйымдастырудағы педагогикалық әдіс-тәсілдер;
- Критериалды бағалау жүйесі;
- Қалыптастырушы бағалау үдерісі;
- Жиынтық бағалау үдерісі;
- Пән бойынша оқу жоспары: орта мерзімді жоспар, қысқа мерзімді жоспар. Сабақ жоспарлаудың әдістемелік конструкторы;
- Ықшамсабақ өткізу. Ықшамсабақты бағалау және сабақ жоспарын жақсарту;
- Білімдік электрондық ресурстарды қолдану.

Жобаның атауына сәйкес, алған білімдерімен осы мамандықта оқитын студенттерімен бөлісті, семинарларда баяндама жасады, үлгілік сабақ жоспарлары мен бағалау технологияларын көрсетті.

Қорыта келгенде, дуалды оқыту жүйесі студенттерінің бойындағы кәсіби біліктілік, дағды мен іскерліктерді тікелей жұмыс орнында меңгеріп, жан-жақты кәсіби дамуына мүмкіндік беріп, түрлі жүйелердің – білім, ғылым, өндірістің өзара байланысын, қарым-қатынасын, әсері мен кірігуін қамтамасыз ету арқылы жоғары білім беру жүйесінің сапасын арттырады. Маманның тәжірибелік-бағытталған дайындығын енгізу, пәндер бойынша теориялық сабақтарды, зертханалық-практикалық сабақтарды жоспарлау кезінде білім беру ұйымының ресурстарын тиімді пайдалануға мүмкіндік береді. Дуалды оқыту жүйесі университетте студенттерге білім алу кезеңінде нақты практикалық дағдыларды алуға және қолдануға мүмкіндік береді. Бұдан басқа, базалық кәсіпорын мақсатты бейімделген кадрлық әлеуетке ие. Сондықтан еліміздегі өндіріске қажетті мамандар әзірлеу деңгейін көтеру үшін, теория мен тәжірибенің үйлесімді болуы үшін дуалды білім беру жүйесі оқу үдерісінде басым болуы қажет.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Назарбаев Н.Ә. «Қазақстанның әлеуметтік жаңғыртылуы: Жалпыға Ортақ Еңбек Қоғамына қарай 20 қадам» бағдарламасы. //Интернет ресурс - URL:<https://www.inform.kz> [Жариялану уақыты: 3.07.2012.]
- 2 Кузембаев С.Б., Альжанов М.К. и др. Перспективы дуального образования // Техническое и профессиональное образование[Электрондық ресурс]-2016.-URL:[http:// bilimstat.edu.kz](http://bilimstat.edu.kz)
- 3 Қазақстан Республикасының 2007 жылғы 27 шілдедегі № 319-III Білім туралы Заңы (2018.04.07. берілген өзгерістер мен толықтыруларымен) // Интернет ресурс – URL: <https://online.zakon.kz>

**МРНТИ 20.01.45**  
**УДК 378.5.016.02:004.84(574)**

*А.Е. Ибраимкулов<sup>1</sup>, Ж.А. Орынтаева<sup>2</sup>, Н.Х. Маметжанова<sup>2</sup>, Г.О. Омирбек<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

<sup>2</sup>*Қазақ Ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## **МОБИЛЬДІ ҚОСЫМШАЛАРДЫ ҚҰРУ ПРОЦЕСІН ТАЛДАУ**

*Аңдатпа*

Қазіргі заманғы ақпараттық әлемде, кез келген уақытта байланыста жүру, қажетті ақпаратқа қол жеткізу, жалпы қоғамды ақпараттандыру үшін мобильдік құрылғылар арқылы мобильді қосымшаларды пайдалану мен оны дамыту өте маңызды. Қазіргі уақытта мобильді құрылғыларға арналған қосымшаларды әзірлеудің ақпараттық технологиялары белсенді дамуда. Мақалада мобильді қосымшалардың пайдалану тұрғысынан және олардың құрылымы бойынша жіктелуі қарастырылған. Сонымен қатар, мақалада мобильді құрылғылар мен қосымшалардың маңыздылығы талқыланады. Мобильдік қосымшаларды жасаудың кейбір құралдары талданады, оларды қолдану мысалдары келтірілген. Мобильді қосымшаларды әзірлеу процесі көрсетілген. Мобильді қосымшаларды бағдарламау кезінде Front-end және Back-end жобалау жүйесі ұсынылған. Мобильді қосымшаны тестілеудің төрт негізгі түрлері сипатталынған. Сонымен қатар, мақалада мобильдік қосымшаларды әзірлеуге арналған қолданыстағы құралдарды талдау қарастырылған.

**Түйін сөздер:** мобильді құрылғылар, қосымша, мобильді қосымшалар, қосымшалар түрлері, Android Studio ортасы, мобильді қосымшаларды программалау.

*Аннотация*

*А.Е. Ибраимкулов<sup>1</sup>, Ж.А. Орынтаева<sup>2</sup>, Н.Х. Маметжанова<sup>2</sup>, Г.О. Омирбек<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup> Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан*

*<sup>2</sup> Казахский национальный женский педагогический университет, г. Алматы, Казахстан*

**АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СОЗДАНИЯ МОБИЛЬНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ**

В современном информационном мире, где важно оставаться на связи в любой момент времени, а также получать доступ к актуальной информации, особенно важна мобильность, как правило, использование мобильных устройств с мобильными приложениями. В настоящее время активно развиваются информационные технологии разработки приложений для мобильных устройств. В статье приводится классификация мобильных приложений по сфере использования и с точки зрения их структуры. А также в данной статье рассмотрена значимость мобильных устройств и приложений. Анализируются некоторые инструменты создания мобильных приложений, приводятся примеры их использования. Показан процесс разработки мобильных приложений. Кроме того, при программировании мобильных приложений предусмотрены системы проектирования Front-end и Back-end. Охарактеризовано несколько типов тестирования мобильных приложений. А также в статье предлагается анализ и обзор существующих инструментальных средств для разработки мобильных приложений.

**Ключевые слова:** мобильные устройства, приложения, мобильные приложения, типы приложений, среда Android Studio, разработка мобильных приложений.

*Abstract*

**ANALYSIS OF THE PROCESS OF CREATING MOBILE APPLICATIONS**

*Ibraimkulov A.E.<sup>1</sup>, Oryntaeva Zh.A.<sup>2</sup>, Mametzhanova N.Kh.<sup>2</sup>, Omirbek G.O.<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

*<sup>2</sup>Kazakh National Women Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

In the modern information world, where it is important to stay in touch at any time, as well as access to relevant information, mobility is especially important, and, as a rule, the use of mobile devices with mobile applications. Currently, information technology development of applications for mobile devices is actively developing. The article provides a classification of mobile applications in terms of use and in terms of their structure. And this article discusses the significance of mobile devices and applications. Some tools for creating mobile applications are analyzed, examples of their use are given. Shows the process of developing mobile applications. In addition, for programming mobile applications provided Front-end system design and Back-end. Characterized by several types of testing mobile applications. The article also provides an analysis and review of existing tools for developing mobile applications.

**Keywords:** mobile devices, applications, mobile applications, application types, Android Studio environment, mobile application development.

Ақпараттық ресурстар, жүйелер мен технологиялар қазіргі заманғы адам қызметінің ажырамас, тез дамып келе жатқан элементтері болып табылады. 1997 жылы WAP (Wireless Application Protocol - Сымсыз қолданба хаттамасы) технологиясы ұялы байланыс нарығында пайда болды, ол компьютерге қосылу үшін арналған кабельді пайдаланбастан ұялы телефондарға тікелей ғаламтордан бағдарламаларды орнатуға мүмкіндік берді. Содан бері қоғамның «мобильдендіру» процесі басталды. 2000-жылдардың басында мобильді қосымшаларды телефондармен үлкен сенсорлық экрандармен дамыту мобильді қосымшаларды жасауда сапалы қимылмен жаңа деңгейдегі мобильді қосымшаларды жасауға мүмкіндік берді. 2010-шы жылдардан бастап мобильді құрылғылары қосымшаларды дамыту үшін заманауи ақпараттық технологияларды қолдануға мүмкіндік беретін аса қуатты процессорлармен жабдықталған. Көптеген бағдарламашылар кәсіби қызметтің жаңа бағыттарын үйреніп, нарықтық үрдістерге бейімделе бастады. Қазіргі уақытта мобильді қосымшаларды әзірлеу ақпараттық технологиялар саласындағы ең танымал іс-әрекеттердің бірі болып табылады. Мобильді қосымшаларды құрастыру тұтынушылық қажеттілікті алдын ала орындауға мүмкіндігі бар шешімі қолданушыға белгісіз алгоритмдер мен тапсырмаларды орындауға негізделген.

Мобильді қосымша - белгілі бір тұтынушылар тобына арналып құрастырылып, олардың қандай да бір мәселелері мен қиындығын шешуге бағытталған. Мобильді қосымша - нақты платформаға орнатылған, белгілі бір әрекеттерді шешуге болатын функционалдығы бар арнайы бағдарлама [1]. Бұл әртүрлі ақпаратпен өзара әрекеттесуге көмектесетін жүйенің бір түрі. Осыған байланысты мынадай түрлерге жіктеледі:

- *қосымша-оқиға*: әртүрлі іс-шараларды, оқиғаларды көрсетуге мүмкіндік береді, мысалы, спорттық, мәдени, білім-ғылымға қатысты орын алған оқиғаның көрсетілімі және т.б.;

- қызметтік қосымша: ұйымдардың қызметін көрсететін сайттарға ұқсас сервистік қосымшалар;
- үйретуге, дамытуға арналған әртүрлі ойындарға арналған қосымшалар;
- онлайн режимде сатылым жасауға арналған интернет дүкендер;
- әртүрлі брендтерді жарнамалауға қолданылатын промо-қосымшалар;
- бизнес-қосымша: ұйымның үдерісін оңтайландыруға, бизнес ақпаратқа қол жетімділікті қамтамасыз етуге және деректер базасымен біріктіруге мүмкіндік береді;
- жүйелік қосымша: телефон мен оның бағдарламалық жасақтамасы үшін кеңейтілген параметрлер мен опцияларды пайдалану;
- телефонды толық навигатор ретінде пайдалануға мүмкіндік беретін GPS модулін пайдаланатын шарлау және іздеу қызметтері бар қосымша;
- бейне және аудио ақпаратпен жұмыс істеу кезінде телефонның мүмкіндігін кеңейтетін мультимедиалық бағдарламаладағы қосымшалар;
- әлеуметтік желілер, байланыс үшін онлайн қызметтер, ақпарат таратуы және әлеуметтік қатынастарды ұйымдастырушы қосымшалар;
- контенттік қосымшалар және т.б.

Әрбір құрастырылатын қосымшалар қолданылуы ортасы мен пайдалану мақсатында әртүрлі және құрастырылу әдіснамаларыда үнемі өзгеріп отырады, бірақ бұл мобильді қосымшаларды әзірлеу мен бағдарламалау кезіндегі процесс стандартты келеді. Мобильді қосымшаларды әзірлеу процесін шиыршықталған түрде бейнелеуге болады (1-сурет).



Сурет 1. Мобильді қосымшаны әзірлеу процесі

Осы процеске жеке-жеке тоқталып өтсек:

**Идея.** Кез келген құрастырылған қосымшалар болсын, дайын бағдарламалық өнім болсын ең алдымен идея ретінде басталады. Егер бағдарламалық өнім немесе мобильді қосымша құру идеясы жоқ болса, онда мұндай жұмысты бастаудың тиімдісі проблемалар және әлеуетті шешімдер тұрғысынан заттарды ойлауға даярлау болып табылады. Егерде белгілі бір жағдайларға байланысты туынған мәселелерге қызығушылық танытып, «бұл мәселенің туындауына не себеп?» «бұл мәселені шешудің жақсы жолы бар ма?» деген секілді сұрақтар арқылы мәселелер мен нарықтық тиімсіздікті анықталса, онда идеяның жартысына қол жеткізгендік болып табылады. Келесіде бұл мәселенің неліктен екенін түсіну және бұрын соңды бұл мәселе бойынша қосымша жасалғаны жөнінде ақпарат іздестіру. Мәселе кеңістігіне мүмкіндігінше көп зерттеу жүргізу. Мәселені толық түсінгеннен кейін, мобильді қосымша мәселені қалай шеше алатынын бағалауды бастау.

**Модельдеу.** Бұл кезеңде алдымен қосымшаның ақпараттық архитектурасын жобалап алған жөн. Ақпараттық архитектура - бұл қосымшада қандай деректер мен функцияларды ұсыну керектігін және осы деректер мен функциялардың қалай ұйымдастырылғандығын анықтайтын процесс. Әдетте, бұл процесті бағдарламаны орындауда қатысатын функциялардың тізімін және қосымшада қандай жерде көрсетілетінін көрсету арқылы басталады. Бұл қосымшаны модельдеу кезіндегі сұлбаның негізгі құрастырушы блогы болып саналады. Әрі қарай қосымшаның терезесін жасауды және әр функцияларды және деректерді тағайындауды бастау қажет.

Осы орайда әр нысанның өз орны бар екеніне көз жеткізу керек. Пайдаланушылар қосымшамен жұмыс істеу кезіндегі қолайсыздық болған жағдайларға алдын ала талдау жасап шығу қажет. Қосымшада әрбір нысан мен мәзірлер ішіндегі орын алатын click-термен бастапқы бетке ауысу немесе кез келген беттен іс-әрекетті аяқтау үшін қанша click қажет екенін көргіңіз келетін нәрселердің әрқайсысын қарастыру керек. Бұл жердегі click –нысанды басу, шерту дегенді білдіреді. Әрбір басудың интуитивті екенін тексерген жөн. Егер қандай да бір әрекетті жасау үшін бір реттік

шерту болса, онда ол қолданушыға ыңғайлы, бірақ жалпы тапсырмаларды орындау үшін бірнеше рет шерту ұсынылмайды [2].

Келесі қадам – *шерту арқылы ауысу моделі*. Шерту арқылы ауысу моделі қосымша жобасын тексеруге көмегін тигізеді. Олар негізінен қосымшаның интерфейсін телефон арқылы сынақтан өткізу үшін шынайы тестілеу әдісі болып табылады. Мысалы, тұтынушылар жай телефон арқылы қосымша ашылған кезде олардың шеңберінен шығуға мүмкіндік беретін сілтеме алады. Қосымша қазірде ешқандай функционалдық болмаса да, олар қосымшаның әр бетін шертуге және бағдарламаның шарлауын бастайды. Бұл қадамда қиындықтар туындағанда қосымшаның сұлбасына өзгертулер енгізу керек. Стилль нұсқаулықтары - бұл бағдарламаның дизайнының құрылыстық блоктарына негізделген. Дыбыс стилі нұсқаулығы қолданбаны қолдануда өте пайдалы болады. Бірыңғай дизайн тілінің арқасында пайдаланушылар қосымшаны пайдалануда өзін ыңғайлы сезінеді. Өйткені мобильді қосымшаның «өмір сүру» ұзақтығына да оның жасалған дизайны әсерін тигізеді.

*Бағдарламалау*. Жоғары деңгейдегі техникалық жобалау. Ұялы қосымшаны жасау үшін қолданылатын көптеген тәсілдер, технологиялар және бағдарламалау тілдері бар. Олардың әрқайсысы өзінің күшті және әлсіз жақтары бар. Олардың кейбіреулері пайдалануға арзан болуы мүмкін, бірақ өнімділігі төмен, ал басқалары көп уақытты қажет етеді және сапалы, кәсіби түрде болады. Қосымшаны құрудағы ең нашар мүмкіндік - сенімсіз технологиялық стәкті пайдалану, қазіргі таңда мұндай қызмет түрі өте көп. Яғни ешқандай бағдарламалық кодтаусыз-ақ дайын шаблондар арқылы әртүрлі тақырыпта қосымшалар құруға болады [3]. Алайда мұндай дайын шаблондары бар программамен құрылған қосымшалардың кері тұстары көп: толыққанды басқарудың жоқтығы, берілген дизайнға тәуелділік, шектеулі интерфейстер және т.б.

Сонымен қатар, мобильді қосымшаларды бағдарламау кезінде Front-end және Back-end жобалау жүйесі бар.

- Front-end жобалау - бұл тұтынушы бөлігінің қосымшасын жобалау. Басқаша айтқанда, бұл пайдаланушы мен сервердің қосымша арасындағы интерфейсін құрастыру. Ол пайдаланушының қандай да бір деректерді енгізуін, сондай-ақ оның бастапқы өңдеуін және тиісті API (application programming interface-қосымшаны бағдарламалау интерфейсі) арқылы серверге жіберуді жүзеге асырады.

- Back-end жобалау - бұл пайдаланушылардың немесе ресурстардың арасында деректерді беру үшін жауап беретін қосымшаның сервер жағының дамуы. Төменде кодты жазуды бастамас бұрын ескеру қажет бірнеше нәрселер бар:

- Программалау тілдері - API жасау үшін қолдануға болатын ондаған тілдер бар. Ең жиі қолданылатын тілдер Java, C#, Javascript, PHP және Python.

- Мәліметтер қоры - қазіргі заманғы дерекқорлардың екі негізгі түрі бар. SQL және noSQL. SQL барлық жағдайларда дәстүрлі және жақсы таңдау ретінде саналады. Жалпы SQL нұсқаларын MSSQL, MYSQL және PostgreSQL қамтиды.

- Хостинг ортасы (Инфрақұрылым) - бұл қадамда API және дерекқордың қайда және қалай орналастырылатынын шешу қажет. Мұнда қабылданған шешімдер хостинг шығындарын, масштабталуын, орындалуын және өтінімінің сенімділігін анықтауға көмектеседі. Жалпы хостинг-провайдерлерге Amazon AWS және Rackspace кіреді. Провайдерді таңдаудан тыс, жүйенің қаншалықты кеңейтілетінін жоспарлау қажет. Бұлқа негізделген шешімдер ресурстарды пайдалы деп санап, қажет болғанда жоғары және төмен қарай ауқымды түрде төлеуге мүмкіндік береді. Олар сондай-ақ дерекқор сақтық көшірмелерін, сервердің жұмыс уақытын және операциялық жүйенің жаңартуларын жасауға көмектеседі [4].

Түпнұсқалық (native) қосымшалар - белгілі бір платформаға арналған бағдарламалау тілдерінде жазылған және операциялық жүйеге кіріктірілген, тез және дұрыс жұмыс жасайды және басқа мобильді қосымшалардың функционалдығы мен жылдамдығының артықшылығына ие. Олар осы платформа үшін ең қарапайым түрде бағдарламаның интерфейсі мен жалпы іс-әрекетін жүзеге асыруға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, қосымшалар аппараттық құралдарға қол жетімді: бейне камера, микрофон, акселерометр, телефон кітапшасы және т.б.

Әрине бұлар бағдарламаны жазу кезінде көп уақытты қажет етеді, мұндай кезде программалаушының құрастыру ортасында арнайы білімі болуы қажет, сондай-ақ әр платформаның өзінің жеке бағдарламалары болғандықтан үлкен бағаны да талап етеді.

Мұндай қосымшаларда өзіне тән құралдары мен программалау тілдері бар. Мысалы, Android операциялық жүйесіне арналған бағдарлама жазу үшін көбіне Android Studio, Java тілі қолданылады, ал iOS үшін Xcode және Objective-C, сонымен қатар соңғы кезде көп танымалдыққа ие болып келе жатқан Swift қолданылады, Windows Phone үшін Visual Studio және C# программалау тілдері қолданылады.

Кейде бірнеше платформада жұмыс жасауға мүмкіндігі бар, native қосымшалардан бөлек қысқа мерзімде қосымша құруға тура келетін жағдайлар болады. Мұндай кезде, гибридті немесе веб-қосымшалар тандалынады, ал құрастыру үшін кроссплатформалы мобильді фреймворктар қолданылады [5].

*Веб-қосымшаларды* сайттың мобильді нұсқасы деп атауға болады, мұндай қосымшалардың кеңейтілген интерфейсі бар. Бұлар арнайы дүкендерде орналаспайды, тек браузер жұмысы үшін қолданылады. Осындай қосымшалардың жұмыс жылдамдығы ғаламтор байланысына тәуелді, сонымен қатар, жылдам құрастырылуы мен төмен бағаға ие. Кроссплатформалы болып саналатын стандартты мынадай веб-технологиялар қолданылады: HTML5, JavaScript және CSS.

Android Studio ортасында қарапайым қосымша құру алгоритмін қарастырайық. Ол үшін алдымен осы бағдарламалау ортасының интерфейсі мен жобаның құрылымына сипаттама беріп өтейік.

*Жобаның құрылымы:*

- src – қосымшаның (java-класының) «бастапқы коды»;
- assets – бос директория. Raw-файлдарды сақтау үшін қолданылады.
- gen – генерациялантын жүйелі файлдардың орны. Яғни, жобада қолданылатын барлық ресурстардың идентификаторы сақталады.
- libs – қосымшада қолданылатын әртүрлі кітапханалар;
- res – жоба ресурсы;
- AndroidManifest.xml – жобаны сипаттау файлы;
- project.properties – жобаның баптауларынан тұратын файл.

*Жобаның ресурстары:*

- anim – анимациялық нысандарға компиляциялайтын XML файлдардан тұрады;
- color – түстерді сипаттайтын XML файлдардан тұрады;
- drawable – Drawableshapes және Drawableobjects сипаттайтын XML, 9-Patch файлы, растрлық файлдардан тұрады.
- layout – экран макетын сипаттайтын XML файлдардан тұрады;
- menu – қосымшаның менюін анықтайтын XML файлдардан тұрады;
- raw - еркін файлдарды сақтау үшін қажет;
- values – ресурстың көптеген түрлерін компиляциялайтын XML файлдардан тұрады;

*Жобаны құрастыру үшін болуы қажет талаптар:*

- Java Development Kit
- Android Software Development Kit

Мысал. Бір терезені (Activity) қолдану арқылы қосымша жасау. Екі activity құру керек және олардың арасында бір-бірінен ауысуды ұйымдастыру керек. Алгоритмі төмендегідей жүзеге асуы қажет:

- жаңа **жоба** құру;
- қосымша атын жазу;
- Next – Empty activity – MainActivity – FINISH батырмасын шертеміз
- жұмыс аймағына TextView және Button орналастырамыз:
  - TextView – Бұл бастапқы бет;
  - Button – Келесіге ауысу деген мәтіндерді жазамыз.
- Бос activity құрамыз: App – тышқанның оң жақ батырмасын шерту – New – Activity – Empty Activity – бұл құрылған activity атауы: MainActivity
- MainActivity.java ашамыз, төмендегі кодты жазамыз:

```
public class MainActivity extends AppCompatActivity {  
    private Button b;  
    protected void onCreate ( savedInstanceState ) {  
        super.onCreate ( savedInstanceState );  
        setContentView ( R.layout.activity_main );  
    }  
}
```

```
b = (Button) findViewById(R.id.button);
b.setOnClickListener(new View.OnClickListener () {
public void onClick(View view) {
Intent I = new Intent (packageContext: MainActivity.this,
Main2Activity/class);
startActivity(i);
});
}}
```

Нәтижесінде қосымшада қарапайым мәтін құрастырылған екі терезелі жүйе орын алады. Нәтижесін виртуалды құрылғыда немесе өзіңіздің Android операциялық жүйедегі телефоныңызда тексере аласыз. Жалпы қосымшаны тестілеудің мынадай түрлері бар:

- функционалдық тестілеу - берілген талаптарда сипатталғандай жұмыс істеуін қамтамасыз ету үшін тестілеу;
- қолданылуы бойынша тексеру - қосымшаның мүмкіндіктерін пайдаланушыға ыңғайлы және интуитивті болуын тексеру үшін тестілеу;
- құрылғыға арнайы тестілеу – құрылғылар мен операциялық жүйенің комбинацияларының көптігінен тестілеу кезінде бағдарламаның көптеген экран өлшемдері мен ОЖ нұсқаларында тексеру;
- Beta тестілеу – бұл қолданбаның түрлі құрылғыларда, орындарда, операциялық жүйеде және желілік шарттарда қалай жұмыс істейтінін жан-жақты көру [6].

Мобильді қосымшаларды құрастырудың заманауи технологиясы дамып, кешенді түрде қолданылып келе жатыр. Технологияның қарыштаған заманында күн сайын көптеген мобильді қосымшалар құрастырылып, Google Play және Apple App Stores-қа жарияланып, кең қолданысқа шығуда. Бұл мобильді қосымшалардың ең көп тарағандары әртүрлі ойындар мен қарым-қатынас жасауға арналған әлеуметтік желілер және көптеген электрондық коммерциялық қосымшаларды атауға болады. Барлық қосымшалар, егер кәсіби түрде құрастырылса, мобильді қосымшалар адам өміріндегі күнделікті іс-әрекетін жеңілдету үрдісіне пайдасы мол болмақ.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

1 How To Write A Simple Application – [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://code.google.com/p/simple/wiki/HowToWriteASimpleApplication>

2 Шматко А.В., Федорченко В.Н. Обзор и анализ инструментов разработки мобильных приложений для ОС Android // Инновации в науке: сб. ст. по матер. LVII междунар. науч.-практ. конф. № 5(54). Часть I. – Новосибирск: СибАК, 2016. – С. 59-73.

3 Аксенов К.В. Обзор современных средств для разработки мобильных приложений /: Московский Институт Электроники и Математики НИУВШЭ, 2014. – 8 с.

4 Дейтел П., Дейтел Х., Дейтел Э., Моргано М., Android для программистов: создаём приложения. - СПб.: Питер, 2013. - 560 с.

5 Соколова В.В. Разработка мобильных приложений: учебное пособие / : Изд-во Томского политехнического университета, 2011.–175 с.

6 Пантелейкин Н.В. Мобильные приложения и их виды // Научно-методический электронный журнал Концепт. –2016. –Т. 26. –С. 776-780



МРНТИ 06.35.51  
УДК 519.86; 330.46

Г.Ш. Мусагулова<sup>1</sup>, Р.У. Альменаева<sup>2</sup>, Г.И. Мукеева<sup>2</sup>, Г.Ш. Сақытжан<sup>3</sup>

<sup>1</sup>әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup>Қорқыт ата атындағы Қызылорда мемлекеттік университеті, Қызылорда қ., Қазақстан

<sup>3</sup>Абылай атындағы жоғарғы колледжі, Қызылорда қ., Қазақстан

## ИНВЕСТИЦИЯНЫ ТИІМДІ БАСҚАРУДА ДИНАМИКАЛЫҚ ПРОГРАММАЛАУДЫ ҚОЛДАНУ

*Аңдатпа*

Кәсіпорындарды инвестициялық басқару тиімділігі экономикалық өсімге және кәсіпорындардың бәсекеге қабілеттілік деңгейіне әсер ететін экономикадағы құрылымдық өзгерістердің негізгі шарттары болып табылады. Еліміздің өндірістік әлеуеті, оның тиімділігі және ұлттық табыстың өсуіне инвестицияны тиімді басқаруға тығыз байланысты. Динамикалық бағдарламалау - шешім қабылдау процесі жеке кадамдарға бөлінген тиімділеу әдісі. Сызықты программалаудан айырмашылығы, динамикалық бағдарламалау проблемаларды шешудің әмбебап әдісін қамтымайды, сондықтан көптеген мәселелер өздерінің жеке ерекшеліктеріне ие және арнайы әдісті қажет етеді. Динамикалық бағдарламалау әдісі - өте кеңінен қолданылатын және практикалық құндылығы жоғары әдістердің бірі. Оның басты мәні мынада: оңтайлы саясаттың бастапқы сипаты мен бастапқы шешімі, кейінгі шешіміне байланысты оңтайлы саясатқа сәйкес болуы тиіс. Мақалада динамикалық бағдарламалау әдістерін қолдана отырып, инвестицияларды тиімді бөлу әдісі талқыланады. Р. Беллмана әзірлеген оңтайлылық принципі бойынша динамикалық бағдарламалау артықшылықтары көрсетілген. Беллмана принципі бойынша инвестицияларды тиімді бөлу мәселесін шешу есептеріне мысал келтірілген.

**Түйін сөздер:** тиімділеу әдістері, инвестицияны басқару, Беллман тиімділік принципі, динамикалық бағдарламалау, математикалық модель.

*Аннотация*

Г.Ш. Мусагулова<sup>1</sup>, Р.У. Альменаева<sup>2</sup>, Г.И. Мукеева<sup>2</sup>, Г.Ш. Сақытжан<sup>3</sup>

<sup>1</sup>әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, г. Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Кызылординский государственный университет имени Коркыт Ата, г. Кызылорда, Казахстан,

<sup>3</sup>Высший колледж имени Абылай хана, г. Кызылорда, Казахстан

## ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЯМИ

Эффективное управление инвестиционной деятельностью предприятий являются главными условиями структурных изменений хозяйства, которые влияют на экономический рост и уровень конкурентоспособности предприятий. От оптимального управления инвестиций зависит производственный потенциал страны, его эффективность и рост национального дохода. Динамическое программирование представляет собой метод оптимизации, в котором процесс принятия решения разбит на отдельные этапы. В отличие от линейного программирования динамическое программирование не содержит универсального метода решения задач, поэтому многие задачи имеют свою индивидуальную особенность и требуют специального подхода. Основным методом динамического программирования является метод рекуррентных соотношений, основанный на использовании принципа оптимальности. Основа принципа такова, что каковы бы ни были начальное состояние на любом шаге и управление, выбранное на этом шаге, последующие управления должны выбираться оптимальными относительно состояния, к которому система придет в конце данного шага.

В статье показан метод оптимального распределения инвестиций методами динамического программирования. Показаны преимущества динамического программирования по принцип оптимальности, разработанный Р. Беллманом. Приведен пример решения задачи об оптимальном распределении инвестиций по принципу Беллмана.

**Ключевые слова:** метод оптимизации, управление инвестициями, принцип оптимальности Беллмана, динамическое программирование, математическая модель, капиталовложения, эффективные решений, доход, задача.

*Abstract*

## APPLICATION OF DYNAMIC PROGRAMMING IN OPTIMAL INVESTMENT MANAGEMENT

Mussagulova G.Sh.<sup>1</sup>, Almenayeva R.U.<sup>2</sup>, Mukeyeva G.I.<sup>2</sup>, Sakytzhan G.Sh.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, <sup>2</sup> Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda, Kazakhstan, <sup>3</sup> Abylai khan higher college, Kyzylorda, Kazakhstan

Effective management of investment activities of enterprises are the main conditions for structural changes in the economy, which affect the economic growth and competitiveness of enterprises. From the optimal management of investment depends the country's production potential, its efficiency and the growth of national income. Dynamic

programming is an optimization method in which the decision-making process is divided into separate stages. Unlike linear programming, dynamic programming does not contain a universal method for solving problems, so many problems have their own individual characteristics and require a special approach. The main method of dynamic programming is the method of recurrence relations, based on the use of the principle of optimality. The basis of the principle is that whatever the initial state at any step and management, selected at this step, subsequent control should be selected with respect to the optimal condition to which the system will come at the end of this step.

The article shows the method of optimal distribution of investments using methods of dynamic programming. The advantages of dynamic programming according to the optimality principle developed by R. Bellman are shown. An example of the solution of the problem of the optimal allocation of investments according to the Bellman principle is given.

**Keywords:** optimization method, investment management, Bellman's optimality principle, dynamic programming, mathematical model.

Экономикалық прогрестің және қоғамның әл-ауқатының жақсаруының негізгі алғышарты ол - тиімді инвестициялық қызмет. Инвестициялар көлемін арттыру және кәсіпорындардың инвестициялық қызметін тиімді басқару экономиканың өсуіне және кәсіпорындардың бәсекеге қабілеттілік деңгейіне әсер ететін экономикадағы құрылымдық өзгерістердің негізгі шарттары болып табылады. Еліміздің өндірістік әлеуеті, оның тиімділігі және ұлттық табыстың өсуі инвестицияны оңтайлы басқаруға тікелей байланысты.

Қазіргі кезеңдегі экономикалық даму ғылыми-технологияның өркендеуі мен өнімнің өмірлік кезеңдерінің қысқаруына байланысты өндіріс нарығында орын алатын жылдам өзгерістермен сипатталады. Шапшаң өзгеретін нарықтық жағдайларды ескере отырып, одан әрі өсу мен бәсекеге қабілеттілігін қамтамасыз ету үшін кәсіпорындар үнемі инвестициялық жобаларды жүзеге асыруы керек. Инвестициялық жобаларды іске асыру үшін шектеулі салымдар, қысқа мерзімді өнім шарттары және жылдам өзгеретін жағдайлар нарықтық факторлардың ықпалымен инвестициялық процесті басқаруды оңтайландыруды қажет етеді. Сондықтан, негізгі шарт - өнімнің бүкіл өмірлік кезеңі бойынша жинақталған экономикалық тиімділікті барынша ұлғайту үшін уақыт бойынша (кезең бойынша) қаржы ресурстарын бөлу, яғни мақсат- оңтайлы инвестициялық жоспарларды анықтау. Инвестициялық жобалардың бірнеше бағыттары болған жағдайларда жобалар арасындағы уақыттық факторларды ескере отырып, қаражатты оңтайлы бөлу қажет.

Осылайша, динамикалық бағдарламалауға негізделген күрделі салымдарды бөлуді оңтайландырудың математикалық модельдері мен әдістеріне негізделген ақпараттық жүйелерді дамыту қажеттілігі туындайды. Бағдарламалық қамтамасыз ету ортасын дамыту кәсіпкерге кәсіпорынның инвестициялық тартымдылығын арттыруға мүмкіндік береді және кез-келген мүдделі тұлғаның пайдасын арттыру мақсатында қолда бар қаражаттарды оңтайлы бөлуді таңдауға пайдалы болады [1].

Инвестициялық шешімдер қабылдаудың тиімділігі әрқашан экономикалық ғылымның басты бағыты болып табылады. Бұл мәселенің бастапқы кезеңдерінде танымал шетелдік зерттеушілер ғылымға үлкен үлес қосты. Көптеген шетелдік және отандық зерттеушілер инвестициялық жобалар мен бағдарламалардың параметрлерін оңтайландырудың статистикалық мәселелерін шешуге еңбектерін арнады. Жұмыстың едәуір аз бөлігі ғана жобалық кезеңдер арасындағы уақытша қатынастарды ескеретін инвестициялық жобаларды іске асыруда динамикалық оңтайландыру проблемаларын шешуге арналған [2].

Динамикалық жағдайларда оңтайлы инвестициялық басқару мәселелері С.М. Асеева, В.А. Горелика, А.А. Ивасченко, А.Ф. Кононенко, Ю.В. Косачева, А.А. Красовский, А.Б. Кряжымского, А.Б. Медведев, Д.А. Новикова, О.В. Павлов, П.Н. Победаш, А.М. Тарасьева жұмыстарында қарастырылды.

Осы мәселелерді талдау кезінде өмір сүру ұзақтығын ескере отырып, жобаның оңтайлы инвестициялық жоспарын айқындау толық зерттелмегенін аңғардық. Сонымен қатар, қазіргі кезде жобалардың әрқайсысы үшін оңтайлы инвестициялық жоспардың негізінде жобалар таңдалатын инвестициялық бағдарламаны анықтау мәселесі шешілмеген [3].

Осы тақырып бойынша жарияланымдарды зерттеп, экономикалық мазмұндағы тапсырмалар шеңберінде шетелдік авторлардың шығармаларында (Э.В. Вентльель, М.С. Красс, Н.К. Кремер, В.И. Соловьев, А.И. Стрикалов, С.И. Чернышев, Ж. Лигитил және т.б.) динамикалық бағдарламалау әдісін пайдалануға арналғандығын байқаймыз. Аталған авторлардың жұмыстарында алынған нәтижелерді жоғары бағалай отырып, экономикалық өзгерістерді ескере отырып, динамикалық

бағдарламалау әдісімен шешілген нақты практикалық мәселелер әлі де өзекті болып табылады деген тұжырымға келеміз. Динамикалық бағдарламалау әдісі - өте кеңінен қолданылатын және практикалық құндылығы жоғары әдістердің бірі. Әдістің пайда болуы 50-ші жылдардың басында «оптималдылық принципі» қалыптастырған американдық ғалым Р.Беллманның атымен байланысты. Р.Беллман әзірлеген оңтайлылық қағидаты көптеген зерттеушілерге экономикалық және математикалық модельдеу мәселелерін шешуге және оларды іс жүзінде жүзеге асыруға мүмкіндік берді. Оның басты мәні мынада: оңтайлы саясаттың бастапқы сипаты мен бастапқы шешімі, кейінгі шешіміне байланысты оңтайлы саясатқа сәйкес болуы тиіс. Осы мәселені шеше отырып, сіз бірнеше есептер топтамасына шешім таба аласыз, соның бір жағдайы ретінде күрделі салымдарды оңтайлы бөлу мәселесін алуға болады.

Уақытты есепке ала отырып кәсіпорындар арасында күрделі салымдарды оңтайлы басқаруды жүзеге асыратын мысалы негізінде динамикалық бағдарламалаудың мәнін қарастырайық [4].

$F$  - кәсіпорындардың арасында бөлінуі керек белгіленген инвестициялық қор болсын. Кәсіпорындар саны -  $n$ . Егер  $i$ -кәсіпорында  $y_i$  мөлшерінде инвестиция жасалса, онда  $E_i(y_i)$  функциясы -  $i$ -кәсіпорында өндірістің өсуін көрсететін үлестірудің тиімділік индикаторы.  $E_i(y_i)$  тиімділік функциясы әрбір  $\forall i = \overline{1, n}$ ,  $0 \leq y_i \leq F$  үшін өспелі деп ұйғарайық. Бұл дегеніміз салымдарды жүзеге асыру тиімділігінің артуы көлемдердің ұлғаюына бара-бар болады дегенді білдіреді. Инвестициялардың тиімді үлестіруі барлық кәсіпорындарда өндірістің жалпы өсімі максималды болып табылатындығын және көрсетілген капиталдың толықтай пайдаланылуын қамтамасыз етуі керек.

$$\sum_{i=1}^n E_i(y_i) \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = F \quad (2)$$

$$y_i \geq 0, i = \overline{1, n} \quad (3)$$

Жалпы жағдайда, (1) - (3) моделі сызықты математикалық программалау мәселесі болып табылады, ол дискретті оңтайлы басқару мәселесіне дейін келтірілуі мүмкін.

Белгілеулер енгіземіз:

$$n = T, i = t + 1, y_i = u(t), E_i(y_i) = -f_0(u(t), t), t = 0, \dots, T - 1.$$

$t$  дискретті айнымалысы бар  $x(t)$  функциясын келесідей анықтайық:

$$x(t + 1) = x(t) + u(t),$$

$$x(0) = 0$$

Осы жерден  $u(t)$  табатын болсақ, онда ол  $u(t) = x(t + 1) - x(t)$  тең, онда (2) формуласын  $u(t)$  арқылы келесідей өрнектейміз:

$$\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{t=0}^{T-1} u(t) = \sum_{t=0}^{T-1} (x(t + 1) - x(t)) = x(T) - x(0) = x(T) = F$$

(1), (3) өрнектерін енгізілген белгілеулерге сәйкес өзгертетін болсақ, келесі есепке көшеміз:

$$x(t + 1) = x(t) + u(t), t = 0, \dots, T - 1, \quad (4)$$

$$x(0) = 0 \quad (5)$$

$$x(T) = F \quad (6)$$

$$u(t) \geq 0, t = 0, \dots, T - 1, \quad (7)$$

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} f_0(u(t), t) \rightarrow \min. \quad (8)$$

Бұл - шектік бекітілген сызықтық жүйелердің жалпылама критерийлі тиімді басқарудың дискретті есебі. Функционалдың орнына (8) терминалдық мүшесі функционалды қарастырамыз:

$$J^*(x, u) = \sum_{t=0}^{T-1} f_0(u(t), t) + M[x(T) - F]^2,$$

Мұнда  $M > 0$  – кез келген үлкен сан.  $J^*$  функционалының терминал мүшесі нөл болған кезде минимумға жететінін байқау қиын емес, яғни  $x(T) = F$  болған жағдайда. Сондықтан оң жақтағы шектеу қарастырылмайды. Осылайша, келесі есепті шешуіміз керек:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= x(t) + u(t), \quad t = 0, \dots, T-1, \\ x(0) &= 0 \end{aligned}$$

$$u(t) \geq 0, \quad t = 0, \dots, T-1,$$

$$J^*(x, u) = \sum_{t=0}^{T-1} f_0(u(t), t) + M[x(T) - F]^2 \rightarrow \min$$

Беллман теңдеуін жазайық:

$$\psi(x, t) = \min_{V \geq 0} [f_0(V, t) + \psi[x + V, t + 1]], \quad t = 0, \dots, T-1$$

$$\psi(x, t) = M(x - F)^2$$

$T = 3, F = 20$  жағдайлары үшін есептеулер жүргізейік және ол төмендегідей болсын:

$$f_0(V, t) = \begin{cases} 0.5V^2 - 12V, & t = 0 \\ 0.4V^2 - 18V, & t = 1 \\ 0.8V^2 - 26V, & t = 2 \end{cases}$$

1-қадам.  $t = 2$  үшін:

$$\psi(x, 2) = \min_{V \geq 0} [0.8V^2 - 26V + M(x + V - 20)^2]$$

Жоғарыда көрсетілгендей,  $M > 0$  кез келген үлкен сан болып табылады, онда тік жақшадағы өрнек  $M(x + V - 20)^2$  көбейткіші  $M$  нөлге тең болған жағдайда минимумға жетеді. Бұдан шығатыны, для  $t = 2$  жағдайында  $\hat{V}$  үшін тиімді мәні келесідей:

$$\hat{V}(x, 2) = 20 - x. \quad (9)$$

Мұнда:

$$\psi(x, 2) = 0.8(20 - x)^2 - 26(20 - x) = 0.8x^2 - 6x - 200$$

2-қадам.  $t = 1$  үшін

$$\psi(x, 1) = \min_{V \geq 0} [0.4V^2 - 18V + 0.8(x + V)^2 - 6(x + V) - 200] = \min_{V \geq 0} [1.2V^2 - 24V + 1.6xV + 0.8x^2 - 6x - 200].$$

$x$  айнымалысының әр мәніндегі тік жақшалардағы функция парабола анықтайды. Параболаның қасиеттері бойынша  $a$  коэффициенті  $a > 0$  болған кезде параболаның тармақтары жоғарыға бағытталғанын білеміз. Параболаның абсцисса төбесі келесі формула бойынша анықталады:

$$\bar{V} = -\frac{b}{2a} = \frac{24 - 1.6x}{2.4} = 10 - 0.67x$$

$\hat{V}$  оңтайлы мәні үшін біз жуықтап есептейміз:

$$\hat{V}(x, 1) = \begin{cases} 10 - 0.67x & \text{если } x \leq 15 \\ 0 & \text{если } x \geq 15 \end{cases} \quad (10)$$

Енді  $t = 1$  үшін Беллман функциясын есептей аламыз және ол төмендегідей болады:

$$\psi(x, 1) = \begin{cases} 0.2668x^2 + 10x - 320, & \text{если } x + V \leq 15 \\ 0.8x^2 - 6x - 200, & \text{если } x + V \geq 15 \end{cases}$$

3-қадам.  $t = 0$  үшін

$$\psi(x, 0) = \min_{V \geq 0} \begin{cases} 0.5V^2 - 12V + 0.2668(x + V)^2 + 10(x + V) - 320, & x + V \leq 15 \\ 0.5V^2 - 12V + 0.8(x + V)^2 - 6(x + V) - 200, & x + V \geq 15 \end{cases} = \min_{V \geq 0} \begin{cases} 0.76668V^2 - 2V + 0.5336xV + 0.26668x^2 + 10x - 320, & x + V \leq 15 \\ 1.3V^2 - 18V + 16xV + 0.8x^2 - 6x - 200, & x + V \geq 15 \end{cases} \quad (11)$$

1-парабола үшін абсцисса төбесі:

$$\bar{V} = \frac{2 - 0,5336x}{1.53336} = 1,3043 - 0,34799x$$

Бұдан  $\hat{V}$  дөңгелектеп есептесек, тиімді мәні келесідей болады:

$$\hat{V}(x, 0) = \begin{cases} 1,3043 - 0,34799 \cdot 0,67x & \text{если } x \leq 3,75 \\ 0 & \text{если } x \geq 3,75 \end{cases} \quad (12)$$

2-парабола үшін абсцисса төбесі:

$$\bar{V} = \frac{18 - 1,6x}{2,6} = 6,9231 - 0,6154x$$

Бұл жағдайда  $\hat{V}$  үшін тиімді мән:

$$\hat{V}(x, 0) = \begin{cases} 6,9231 - 0,6154x & \text{если } x \leq 11,2497 \\ 0 & \text{если } x \geq 11,2497 \end{cases} \quad (13)$$

Осылайша, біздің мысалымыздағы екі шешімі бар.  $x(0) = 0$  үшін үлестірудің екі нұсқасы бар және екі нұсқадан маңыздылығы ең аз сапа өлшемі бар параметрді таңдаймыз.

1-нұсқа: (9), (10), (12) формулаларына сәйкес:

$$\begin{aligned} u(0) &= V(x, 0)|_{x=0} = 1.3043 \\ x(1) &= x(0) + u(0) = 1.3043 \\ u(1) &= V(x, 1)|_{x=1.3043} = 9.1304 \\ x(2) &= x(1) + u(1) = 10.4347 \\ u(2) &= V(x, 2)|_{x=10.4347} = 9.5653 \end{aligned}$$

2-нұсқа: (9), (10), (13) формулаларына сәйкес:

$$\begin{aligned} u(0) &= V(x, 0)|_{x=0} = 6.9231 \\ x(1) &= x(0) + u(0) = 6.9231 \\ u(1) &= V(x, 1)|_{x=6.9231} = 5.384369 \\ x(2) &= x(1) + u(1) = 12.3074 \\ u(2) &= V(x, 2)|_{x=12.3074} = 7.692531 \end{aligned}$$

Жоғарыда келтірілген жазбаша есептердің нәтижелері динамикалық бағдарламалау - Р.Беллменнің оңтайлылық қағидасының негізі болып табылады, ол динамикалық режимде экономикалық субъектінің инвестициялық саясатының тиімді шешімдерін қабылдау сияқты мәселелерді шешуге мүмкіндік береді.

Мұндай тәсіл негізінде әзірленген ақпараттық жүйелер тиімді экономикалық шешімдерді жасауға көмектеседі.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- 1 Карасева Р. Б. Оптимальное распределение инвестиций по объектам вложения методами динамического программирования // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – № 7 (июль). – 0,3 п. л.
- 2 Сулягина Н. И. Метод динамического программирования при принятии микроэкономического решения // Вестник НГИЭИ – 2014. - №11(42). С-72-77.
- 3 Мошкова, Т.А. Оптимальное управление инвестициями в проекте промышленного предприятия / Т.А. Мошкова, О.В. Павлов // Экономические науки. - 2009. - № 2(51). - С. 295-299.
- 4 Теория оптимального управления с приложением к задачам экономической динамики (для студентов специальности 6.040205 «Статистика») / сост. А.Л. Зуев. — Донецк: ДонНУ, 2012

МРНТИ 55.30.31  
УДК 621.391

А.Б. Олжабаева<sup>1</sup>, Г.Б. Байман<sup>1</sup>, Н.Н. Керимбаев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>М. Тынышбаев атындағы көлік және коммуникация академия, Алматы қ., Қазақстан  
<sup>2</sup>әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

### НАҚТЫ УАҚЫТТАҒЫ РОБОТ ҚОЗҒАЛЫСЫН БАСҚАРУ

Аңдатпа

Қазіргі уақытта робот-манипуляторды нақты уақыт режимінде жұмыс істеуін бақылау мәселесі қазіргі микропроцессорлық құрылғыларды бағдарламалық қамтамаларды әзірлеу және пайдалану негізінде жүзеге асады. Интеллектуалды жүйелерді басқару әдістерін әзірлеу кезінде, робот-манипуляторды қоршаған ортада нақты уақыт аралығында қозғалыс қауіпсіздігін қамтамасыз ету мәселесі бірінші кезекте тұрады. Робот-манипуляторды алгоритмдік қамтамасыз ету әртүрлі платформаларда іске асырылды. Ұсынылып отырған мақалада нақты уақытта алгоритмнің дұрыс орындалуын бақылау үшін контроллердің жұмыс циклын нақты уақыт режимінде интеграциялау көрнекті түрде көрсетілді. Ұсынылған алгоритм сынақтан өткізілген. Бұл зерттеудің негізі объектілі-бағытталған бағдарламалау тұжырымдамасында жатыр. Авторлар бағдарламалық мобильді қосымша дұрыс жұмыс істеуі және тиімді архитектура құру үшін қолданбалы бағдарлама кодын объектілі-бағдарланған тәсілмен жазуды ұсынады.

**Түйін сөздер:** робот, робот-манипулятор, мобильді қосымшалар, Arduino.

Аннотация

А.Б. Олжабаева<sup>1</sup>, Г.Б. Байман<sup>1</sup>, Н.Н. Керимбаев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахский академия транспорта и коммуникации имени М. Тынышбаева, г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

### УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ РОБОТА В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

В настоящее время в основе решения проблемы управления движением робота-манипулятора в режиме реального времени лежит разработка и использование современных микропроцессорных устройств и программного обеспечения. При разработке методов управления интеллектуальных систем встает проблема безопасного перемещения робота-манипулятора в режиме реального времени в окружающей среде. Алгоритмическое обеспечение роботизированного устройства был запущен на разных платформах. Способность отслеживать алгоритм в реальном времени в режиме реального времени была продемонстрирована при интеграции цикла в контроллер робота. Предложенные алгоритмы были протестированы. В основе данного исследования лежит концепция объектно-ориентированного программирования. Авторы представили программный код с объектно-ориентированным подходом для написания программного приложения, который позволяет провести корректную работу приложения и обеспечивается за счет оптимального построения архитектуры приложения.

**Ключевые слова:** робот, робот-манипулятор, мобильное приложения, Arduino.

Abstract

### CONTROL OF THE MOTION OF ROBOT IN REAL TIME

Olzhabaeva A.<sup>1</sup>, Baiman G.<sup>2</sup>, Kerimbayev N.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> M. Tynyshbayev Kazakh Academy of Transport and Communication, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup>al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Currently, the solution to the problem of motion control robot manipulator in real time is the development and use of modern microprocessor devices and software. When developing control methods for intelligent systems, the problem of safe movement of the robot manipulator in real time in the environment arises. The proposed algorithms have been tested.

safe movement of the robot manipulator in real time in the environment arises. The proposed algorithms have been tested. Algorithmic support of the robotic device was launched on different platforms. The ability to track the algorithm in real time in real time has been demonstrated by integrating the loop into the robot controller. The basis of this study is the concept of object-oriented programming. The authors presented the program code with an object-oriented approach to writing a software application that allows you to carry out the correct operation of the application and is provided by the optimal architecture of the application.

**Keywords:** robot, robotic arm, mobile applications, Arduino.

Қазіргі заманауи тенденциялар ғылымның дамуындағы жаңа технологиялық талаптарды белгілейді. ХХІ ғасыр автоматтандыру және робототехниканы күнделікті өмірде белсенді түрде енгізілуімен ерекшеленуде. Бірнеше жыл бұрын тек қиялға ұқсас болса, ал қазір бұл факт - объективті шындық.

Мобильді қосымшалар мен жүйелердің үнемі дамуы қазіргі заманғы ақпараттық технологияларды дамыту үрдісіне алып келеді. Ақпараттық технологияларды дамытудың бір саласы - жаңа интеллектуалды бағдарламалық және аппараттық шешімдерді әзірлеу. Осы тұрғыдан қарастыратын болсақ мобильдік қосымшалар көптеген салаларда, тіпті логистика, навигация, картография, геодезия және машина жасау салаларында өте терең қолдануды тапты.

Уильямс және оның әріптестері мобильді роботты Ливингстон сәулеті, зонд жабдықтамасын әзірледі. Ол ақаулықтарды анықтау және ақауды жоюды модельдеуге негізделген. Модельді негіздемесі жүйенің логикалық негізделген тұжырымдамасын және бақылау үлгісін қолданады [1]. Верма және оның әріптестері [2] роботтың күйін және оның ортасын бағалау үшін бөлшектерді сүзу әдістерін қолданды.

Робин Р. Мерфи және Хершбергер Д. мобильді роботты апаттық жағдай кезіндегі сәтсіздіктерді анықтау және оларды қалпына келтіру үшін ережеге негізделген тәсілдерді ұсынды [3].

Қазіргі кезде екі аяқты роботты қарқынды нүктелердің траекториясын оңтайландыру арқылы динамикалық түрде жылжытуды тұрақтандыру әдістері де қарастырылып жатыр. Бұл саладағы In-Seok Kim [4] әріптестері нөлдік нүкте моменті (ZMP) контроллерімен қажетті ZMP-ні қадағалау үшін басқарушы деректерді генерациялау үшін басып шығару нүктелерінің траекториясын қолданса, Hildebrandt A.C. және т.б. [5] роботтардың нақты уақыттағы қозғалысын генерациялауға арналған модельдік болжамды тәсілге негізделген әдістерін ұсынады.

Masehian E. мен Katebi Y. [6] динамикалық және статикалық тосқауылдарда қозғалатын дифференциалды дөңгелекті мобильді роботтар үшін жолдарды жасаудың жаңа интерактивті сенсорлық әдісін жасады. Қозғалмалы дөңгелекті роботтардың математикалық үлгілерін салу үшін нефоломика механикасының векторлық-матрицалық формализмін орнатып, жылжымалы роботтардың еркін (баллистикалық) қозғалыстарының қасиеттерін Мартыненко Ю.Г. [7] зерттеді.

Біз бұдан бұрынғы зерттеулерімізде дөңгелекті роботтарды программалық қамтамасыз ету жолдарын үйрету мәселелерін қарастырған болатынбыз [8]. Ол мәселе кейінгі кездері кең көлемде шешімін таба бастады.

Ал «Нақты уақыт режимінде ашық архитектуралы мобильді роботты басқару әдістері» атты мақалада жүйенің күрделенуі бір жағынан, жоғары жылдамдықпен нақты уақыт режимінде мобильді роботтарды басқару және нақты уақытта жағдайды бағалайтын есептеу техникасында, екінші жағынан, мобильді роботтарды сыртқы ортаға шығаратын адам – оператордың психофизикалық мүмкіндіктерінде мәселелер туындауы мүмкін екені баяндалады.

Қазіргі кезде мобильді құрылғылар мен роботталған аппараттық платформаларды жұптастыру мүмкіндігі артып келеді. Себебі, робототехника, смарт-үй және автоматтандыру сияқты технологиялар қазіргі техникалық және бағдарламалық талаптарға сай болуы керек. Бұл құрылғылар спецификацияға сәйкес робототехникалық платформаны микропроцессорлық басқаруды жобалау функционалдығын анықтауға мүмкіндік береді. Қолданыстағы жүйелердің жоғары эргономикасы жаңа құрылғының прототипін жобалаудың жалпы талаптарын анықтауға да мүмкіндік береді.

Бұндай құрылғылардың барлық артықшылықтарына қарамастан калибрлеу және индикациялау режимінде кемшіліктері де бар, бірақ құрылғылар үшін маңызды емес, олар жақсы толықтырушы болып табылады. Бұл жүйелерді сатып алу мен сақтау құнының жоғары болуы кері әсерін тигізуі мүмкін. Экономикалық және практикалық себептерге байланысты ардуино UNO микропроцессорлық тақтасына негізделген аппараттық-механикалық платформасы таңдалды.

Робототехникалық жүйелерді талдаудың нәтижесінде әзірленген жүйеге бірқатар талаптар қойылды:

- жүйе эргономикалық болуы;
- жүйе дербес болу;
- жүйе рұқсат етілген температура мен ылғалдылық ауқымында жұмыс істеуге тиіс.

Негізгі талаптармен қатар мынадай қосымша жүйелік талаптар да қойылады:

- микропроцессорлық сандық сигналды өңдеуге байланысты кең функционалдылық;
- жұмыс режимдерін көрсетудің мүмкіндіктерінің кең болуы;
- ақпаратты жинақтау тәсілі болуы.

Құрылғының басты функциясы жұмыс режимін қамтамасыз етуі тиіс, онда Wi-Fi модулінен үздіксіз деректерді алу және платформаны пайдалану кезеңінде қуат құрылғыларын басқару мүмкіндігі бар. Осы функцияны іске асыру құрылғыларды пайдаланудың әмбебаптығын бұрын қарастырылған жұмыс режимдеріне мүмкіндік беретін тиісті алгоритмдерді қолдану арқылы мүмкін болады.

Қозғалыс кезінде жылдамдықты басқару маңызды болғандықтан, Ендік-импульстік модуляция басқару режимі орынды (1-сурет).



Сурет 1. Роботтың сигналдық кабелін қосу

Құрылғының қалыпты жұмысын қамтамасыз ету үшін бірқатар алдын-ала баптауларды орындау қажет. Ол үшін:

1. Алдын ала орнатылған параметрлерді инициализациялау;
2. RS-232-ні инициализациялау;
3. Бастапқы мәндерді енгізу қажет.

Ендік-импульстік модуляция есебінен қозғалмалы платформаның қозғалу жылдамдығы және тежелу жылдамдығы реттеледі. Дұрыс қосылған жағдайда барлық платаларда жұмыс индикаторлары белсенді болады.

Кез-келген құрал-жабдықтар сияқты, бұл жүйе де электр қуатын аз тұтынылуына, қол жетімді және элемент базасынан тұратын температураның кең ауқымында жұмыс істеуі тиіс.

Заманауи бағдарламалау тенденцияларының негізі - объектілі-бағдарлаған бағдарламалаудың дәстүрлі тұжырымдамасында жатыр. Бұл тұжырымдама кең қолданысқа ие және бүгінгі таңда қолданбалы қосымшалар мен бағдарламалық өнімдерді жасауда саны жағынан да сапасы жағынан да көшбасшы бола бастады.

Объектіге бағдарланған әрекет негізі атауы бойынша кластар мен ішкі кластардан құралған объектілердің жиынтығы болып табылады.

Объектілер бір-бірімен әртүрлі айнаымалылар, формалар мен кестелер түрінде өзара әрекеттеседі.

Бұл өзара әрекет бағдарламалық қамтамасыз ету мен алгоритмдік операциялардың белгілі бір тізбегін орындау арқылы жүзеге асырылады.

Роботты басқару үшін объектілі-бағдарлы тәсілмен бағдарламалық қамтамасыз ететін қосымша әзірлеу көптеген командалардың қайталанатын бағдарламаның кодын жазуды болдырмауға мүмкіндік береді, сондықтан бағдарламалық қосымша дұрыс жұмыс істеуі оның оңтайлы архитектуралық құрылымымен байланысты болады.

Бұл жағдайда объектілер саны шектеулі, және икемді архитектураны жасау ұзақ уақытты талап етеді, ал процессорға түсетін жүктеме сызықты түрде эквивалентті өсетіндіктен объектілердің саны арта түседі, өйткені процедуралық бағдарламалау тәсілдері жеткілікті болады.



Біз осындай процедуралардың қысқаша сипаттамасын береміз:

- function forw() – Екі дөңгелекті «бірдей жылдамдықта» айналдыру процедурасы;
- function forwl(), forwr() – Екі дөңгелекті бір бағытта «түзу» солға немесе оңға бұру үшін әртүрлі жылдамдықпен айналдыру процедурасы;
- function stopall() – Толық тоқтату процедурасы;
- function back() – Екі дөңгелекті бір бағытта «түзу бірдей жылдамдықпен» айналдыру процедурасы;
- function backl(), backr() – Екі дөңгелекті бір бағытта «артқа» солға немесе оңға бұру үшін әртүрлі жылдамдықпен айналдыру процедурасы;
- function left(), right() – Екі дөңгелекті әртүрлі бағытта солға немесе оңға толық бұру процедурасы;

Бір реттік өлшеулер жүргізу арқылы жұмыстың нәтижесін бағалауға болады. Ол үшін rs232 портына команда береміз. Платформаға алдымен AA командасын жібергенде, содан кейін EE командасын жіберген кездегі әрекеті 2-суретте көрсетілген.

Ұсынылып отырған роботтың қозғалыс траекториясын анықтау үшін ұзындығы 0,5 м аспайтын ағаш сызғыш қолданылды. Соңғы өлшеулерде 8E және E8 кодтары пайдаланылды, ал бастапқы күй сол жақта көрсетілген (2-сурет).



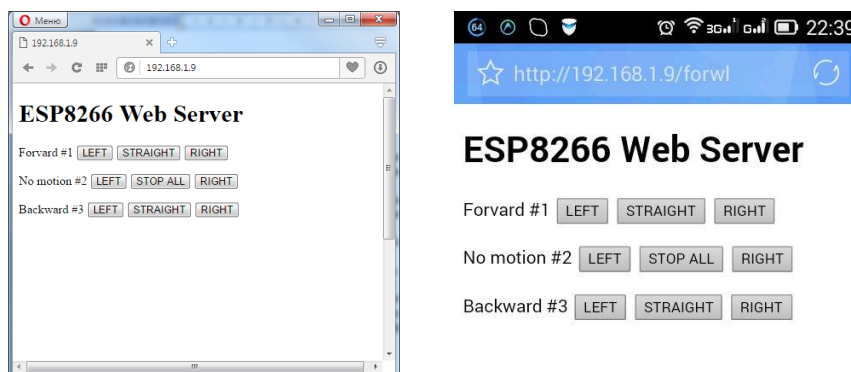
Сурет 2. Платформаның қозғалысын тестілеу

Планшеттік компьютерлердегі тест нәтижелері Y осі бойымен мәтіндік нысандардың шамалы ауысуын көрсетті. Бастапқы координаттарды өңдеу арқылы бастапқы оңтайлы мәндер табылды. Тест кезінде қалған жағдайларда қателер мен проблемалар табылған жоқ. Жүргізілген эксперименттерден байқағанымыздай құрылғы дұрыс жұмыс істеп тұрғанын көрсетті. Сондай-ақ роботты бұру кезінде шассидің көлденең сырғанапты және басқарудың төмендейтіні байқалды.

Бұл кемшілікті болдырмау үшін аздаған өзгерістер жасауға тура келді. Дөңгелек бекітілген қатты тіректі икемді аспамен алмастырдық.

Сонымен біз **arduino** роботтық платформасына негізделген жаңа бағдарламалық және аппараттық шешімді әзірледік. Жұмысты орындау барысында бірқатар міндеттер шешілді, оның ішінде бірінші кезекте төмендегілерді атап көрсетуге болады:

- Android операциялық жүйесінде басқарылатын заманауи құрылғыларға талдау жасау;
- роботтардың кеңейтілген классификациясы мен олардың тарихы қарастырылды;
- объектілердің геометриялық орналасу ортасын талдау;
- бағдарламалық мобильді қосымшалар үшін міндеттерді қалыптастыру;
- бағдарламалық мобильді қосымшаларды әзірлеуге құралдар таңдау;
- бағдарламалық мобильді қосымшамен жұмыс істеуге арналған бағдарламалық код жазу;
- бағдарламалық мобильді қосымша жұмыс істеуі үшін құрылымдық схемасын жобалау;
- ұсынылатын шешімдердің тиімділігін бағалау (3-сурет).



Сурет 3. Web-қосымшаны тестілеу

Талдау нәтижесінде қазіргі заманғы интеллектуалды-дамымалы бағдарламалық мобильді қосымша іске асырылуы тиіс негізгі функциялар қалыптастырылды (3-сурет). Бұл жобалық шешімдердің физикалық тұрғыда іске асырылуына тікелей өтуге мүмкіндік береді. Орындалған жұмыс 2 негізгі кезеңнен тұрады - тікелей Android құрылғысына орнатылған бағдарлама және дербес компьютерде бастапқы қолдануға арналған бағдарлама. Жасалған мобильді қосымшаларда заманауи нақты техникалық шешімдер жүзеге асырылды. Басқа жүйелермен тез және толық бейімделу үшін әмбебап кросс-платформа құрастыру құралдары пайдаланылады және ыңғайлы архитектура бар бағдарламалық мобильді қосымша жасалып роботты алыстан басқаруға мүмкіндік туғызды. Қорытындылай келгенде виртуалды және нақты құрылғыларды алыстан басқаруға арналған қосымшаларды тестілеу арқылы нақты эксперимент нәтижелері алынып, кейбір жіберілген кемшіліктерді түзетуге арналған бағалау жұмыстары жүзеге асты. Осылайша, пәндік аумақты қамтитын зерттеулер жасалып, алгоритмдік және бағдарламалық қамтама, архитектуралық құрылым, мобильді қосымша үлгісі әзірленді және нақты эксперименттер жүргізілді.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Williams B. C., Nayak P., and Muscettola N. *Remote agent: To boldly go where no AI system has gone before. Artificial Intelligence*, 103(1-2):5–48, August 1998.
- 2 Verma V., Gordon G., Simmons R., and Thrun S.. *Real-time fault diagnosis. IEEE Robotics & Automation Magazine*, 11(2):56 – 66, June 2004.
- 3 Robin R. Murphy and David Hershberger. *Classifying and recovering from sensing failures in autonomous mobile robots. In AAAI/IAAI, Vol. 2, pages 922–929, 1996.*
- 4 Kim I. S., Han Y. J., Hong Y. D. *Stability Control for Dynamic Walking of Bipedal Robot with Real-time Capture Point Trajectory Optimization // Journal of Intelligent & Robotic Systems. – 2019. – С. 1-17.*
- 5 Hildebrandt A. C. et al. *Kinematic optimization for bipedal robots: a framework for real-time collision avoidance // Autonomous Robots. – 2018. – С. 1-19.*
- 6 Masehian E., Katebi Y. *Sensor-based motion planning of wheeled mobile robots in unknown dynamic environments //Journal of Intelligent & Robotic Systems. – 2014. – Т. 74. – №. 3-4. – С. 893-914.*
- 7 Martynenko Y. G. *Motion control of mobile wheeled robots //Journal of Mathematical Sciences. – 2007. – Т. 147. – №. 2. – С. 6569-6606.*
- 8 Керимбаев Н., Абирова А., Нурым Н. *Использование элементов робототехники при изучении курса информатики в начальных классах. – Вестник КазНПУ им.Абая, Серия ФМН, № 4 – 2015.*

МРНТИ 14.25.19  
УДК 373.1:371.8

Л.К. Орынбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казакский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казакстан

## ФАКТОРЫ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ВНЕУЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ШКОЛЕ, СПОСОБСТВУЮЩИЕ ЛИЧНОСТНОМУ РАЗВИТИЮ ОБУЧАЮЩИХСЯ

*Аннотация*

В статье классифицируются и описываются положительные факторы формирования у обучающихся значимых личностных качеств в условиях использования информационных и телекоммуникационных технологий в рамках внеучебной деятельности в школе. Особое внимание уделяется совместным внеучебным проектам, проведение которых становится возможным благодаря информатизации, а также преимуществам использования в рамках внеучебной работы со школьниками систем компьютерного моделирования и проектирования. Так же выделены факторы влияния информатизации, обусловленных большим взаимодействием школьников с информацией при таком подходе к обновлению внеучебной работы в школе. Предложены подходы к реализации внеучебной работы со школьниками, опирающихся на преимущества, предоставляемые современными средствами информатизации. Применяемые технологии компьютерного моделирования и проектирования в рамках внеучебной деятельности направлены на выработку у школьников способностей и интересов в соответствующих предметных областях, развитие познавательного интереса в ходе внеучебных мероприятий, усиление мотивации.

**Ключевые слова:** информатизация образования, внеучебная деятельность, качества личности, факторы, развитие школьников.

*Аңдатпа*

Л.К. Орынбаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ОҚУШЫЛАРДЫҢ ТҰЛҒАЛЫҚ ДАМУЫНА ЫҚПАЛ ЕТЕТІН МЕКТЕПТЕГІ ОҚУДАН ТЫС ІС- ӘРЕКЕТТЕРІН АҚПАРАТТАНДЫРУ ФАКТОРЛАРЫ

Мақалада мектепте оқудан тыс іс-әрекет аясында ақпараттық және телекоммуникациялық технологияларды қолдану жағдайында білім алушыларда маңызды тұлғалық қасиеттерді қалыптастырудың оң факторлары жіктеледі және сипатталады. Ақпараттандырудың арқасында жүргізілуі мүмкін болатын бірлескен оқудан тыс жобаларға, сондай-ақ оқушылармен сабақтан тыс жұмыс аясында компьютерлік модельдеу және жобалау жүйелерін пайдаланудың артықшылықтарына ерекше назар аударылады. Сондай-ақ мектепте оқудан тыс жұмысты жаңартуға осындай тәсілдеумен оқушылардың ақпаратпен өзара әрекеттесуімен байланысты ақпараттандырудың әсер ету факторлары анықталады. Қазіргі заманғы ақпараттандыру құралдарымен ұсынылатын артықшылықтарға сүйенетін оқушылармен сабақтан тыс жұмысты іске асыру тәсілдері ұсынылады. Сабақтан тыс іс-шаралар аясында компьютерлік модельдеу мен жобалаудың қолданылатын технологиялары оқушылардың бойында тиісті пәндік салалардағы қабілеттері мен қызығушылықтарын қалыптастыруға, оқудан тыс іс-шаралар барысында танымдық қызығушылығын дамытуға, мотивациясын күшейтуге бағытталған.

**Түйін сөздер:** білімді ақпараттандыру, оқудан тыс іс-әрекет, тұлғалық қасиеттер, факторлар, оқушыларды дамыту.

*Abstract*

## FACTORS OF NON-EDUCATIONAL ACTIVITY INFORMATIZATION AT SCHOOL, CONTRIBUTING TO STUDENT'S PERSONAL DEVELOPMENT

Orynbayeva L.K.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

The article classifies and describes the positive factors in the formation of students of significant personal qualities in the use of information and telecommunication technologies in the framework of non-educational activities in the school. Particular attention is paid to joint non-educational projects, which are made possible through informatization, as well as the benefits of using computer simulation and design systems as part of student's non-educational work. Also the factors of influence of Informatization, due to greater interaction of students with the information with this approach to updating the extra-curricular activities in school. The approaches to the implementation of extracurricular work with students, based on the advantages provided by modern means of information. The applied technologies of computer modeling and design in the framework of extracurricular activities aimed at developing students' abilities and interests in the relevant subject areas, the development of cognitive interest in the course of extracurricular activities, strengthening motivation.

**Keywords:** informatization of education, non-educational activities, personal qualities, factors, student's personal development.

Одной из актуальных проблем внедрения информационных и телекоммуникационных технологий в школьное образование является проблема влияния условий информатизации внеучебной деятельности школьников на формирование у них значимых личностных качеств [1]. Большая часть ранее проведённых научных исследований касается общих проблем воспитательной работы в школе, информатизации дополнительного образования, изучения форм и методов внеурочной работы, непосредственно связанных с обучением. При этом практически отсутствуют исследования по построению целостной системы организации внеучебной деятельности в школе, основанной на применении новейших электронных образовательных ресурсов и оказывающей значимое влияние на воспитание обучающихся.

Опыт информатизации школ Республики Казахстан свидетельствует о многих факторах положительного влияния информатизации на формирование личностных качеств школьников, на которых хотелось бы остановиться более подробно в рамках настоящей статьи. При этом под личностными качествами человека понимаются его психологические и иные характеристики, проявляющиеся через отношение к окружающему и к самому себе в поведении и деятельности личности. Примерами значимых для школьников личностных качеств можно выделить коммуникативность, толерантность, коммуникабельность, самостоятельность, потребность и умение учиться, гражданственность, ответственность, доброжелательность, понимание и сопереживание чувствам других людей, эмоционально-нравственную отзывчивость, патриотизм, уважительность, любознательность, инициативность, активность, трудолюбие. Подобные качества могут быть классифицированы по познавательному, физическому, этическому и другим ключевым направлениям развития личности обучающихся. Существует необходимость не только в сборе и описании положительных факторов информатизации внеучебной работы со школьниками, но и в градации форм внеучебной деятельности учеников, особенностей, технологий и методов её информатизации, разработке методики применения информационных технологий во внеучебной деятельности школьников, построении системы формирования на этой основе личностных качеств обучающихся.

Собирая и систематизируя соответствующие факторы и преимущества информатизации, необходимо основываться на том, что внеурочная и внеучебная деятельности школьников в образовательном учреждении являются учебно-воспитательным процессом, связывающим познавательную, творческую, досуговую деятельность учащихся школы и учреждений дополнительного образования в единое образовательное пространство, которое является своеобразным инструментом социальной политики.

С учётом этого можно выделить первый блок факторов влияния информатизации, обусловленных большим взаимодействием школьников с информацией при таком подходе к обновлению внеучебной работы в школе [2]. В этом случае внеучебная работа способствует:

- формированию умений и навыков поиска и отбора необходимой информации;
- созданию условий для самореализации личности;
- развитию способностей;
- выявлению наклонностей;
- привитию навыков исследовательской деятельности;
- организации свободного времени и досуга;
- предпрофессиональной подготовке.

Иначе говоря, одной из основных задач внеурочных и внеучебных занятий в условиях использования информационных технологий должно стать создание предпосылок для развития творческой одарённости учащихся, их самореализации, раннего профессионального и личностного самоопределения, всестороннего развития личности школьника [3]. Это становится достижимым за счёт организации эффективного информационного взаимодействия на базе применения современных компьютерных систем, социальных сетей, электронных и других ресурсов.

Можно предложить несколько подходов к реализации внеучебной работы со школьниками, опирающихся на преимущества, предоставляемые современными средствами информатизации: подход, заключающийся в гуманизации отношений всех участников образовательного процесса; подход, основанный на формулировании целей, обладающих постепенно повышающейся сложностью; личностно ориентированный подход; деятельностный подход; подход, состоящий в предоставлении школьнику возможности свободного выбора.

Применение Интернет-ресурсов, систем виртуальной и дополненной реальности, средств компьютерного моделирования и других информационных систем влечёт за собой появление целого

ряда специфических факторов, непосредственно связанных с информатизацией. Такое обновление системы внеучебной работы со школьниками позволяет формировать и делать более открытой систему дополнительного образования, предоставлять каждому обучающемуся персональную траекторию обучения, воспитания и развития, повысить эффективность организации процесса познания благодаря его смещения в направлении системного мышления, более рационально организовать познавательную деятельность обучающихся, применять характерные для образовательных электронных ресурсов свойства, позволяющие персонализировать процесс обучения. Кроме того, при новых подходах приобретает возможность опираться на принципиально иные, более эффективные и современные познавательные средства, применять для целей внеучебной работы различные системы дистанционного обучения, по иному организовать досуговую деятельность молодёжи.

Факторами-задачами внеучебной работы со школьниками в условиях информатизации являются:

- раскрытие и развитие творческого потенциала обучающихся;
- развитие информационной культуры каждого школьника;
- обеспечение возможности для освоения обучающимися умений рациональной работы с информацией;
- обеспечение возможности для получения необходимых знаний, умений и навыков в области работы с информацией, информационными и телекоммуникационными технологиями.

Отдельным положительным аспектом применения средств информатизации в рамках внеучебной работы является приобретение дополнительных возможностей для общения и совместного творчества педагогов и обучающихся. При организации совместной внеучебной деятельности школьников в условиях информатизации следует учитывать наличие сотрудничества между обучающимся и учителем, исходя из:

- представления об учебной и внеучебной работе как взаимосвязанной деятельности ученика с учителем и другими учениками, в ходе которой сотрудничество осуществляется;
- положения о роли педагога, согласно которому необходимо обучать школьника тому, что он ещё не умеет делать, но что оказывается для обучающегося доступным в условиях совместной деятельности с учителем;
- связи между системами взаимодействия «педагог-школьник» и «обучающийся-обучающийся», при которой совместная деятельность с педагогом выступает источником новых ценностных ориентаций и смысловых установок, обогащает отношения в системе сотрудничества школьников между собой.

Положительный эффект от информатизации внеучебной работы со школьниками, в том числе и в направлении формирования их личностных качеств будет достигнут при понимании того, что в основе совместной деятельности обучающихся лежит объединение их усилий для достижения определенных целей такой кооперации [4]. При этом в отличие от кооперации совместная внеучебная работа учащихся характеризуется более интенсивной помощью друг другу, активностью партнёрства, взаимответственностью субъектов и организованностью внеучебного взаимодействия.

Безусловно, в рамках внеучебной работы и вне её в настоящее время такое общение всё чаще протекает в социальных сетях при использовании телекоммуникационных технологий. Массовое распространение подобных технологий и средств обуславливает их увеличивающуюся роль в качестве возможного инструментария для развития сотрудничества школьников во внеучебной деятельности в процессе формирования их значимых личностных качеств, перечисленных ранее. Имеющийся в республике опыт информатизации таких видов деятельности школьников показывает, что их диалоговое взаимодействие, осуществляемое на основе телекоммуникационных систем, активизирует их субъектную позицию в ходе внеучебной деятельности, способствует появлению и учету самых разных взглядов, предположений и точек зрения. Благодаря этому возникает неоднородная среда, способствующая совершенствованию упомянутых личностных качеств и обладающая существенным потенциалом для развития сотрудничества между школьниками.

Факторами-показателями внеучебной совместной работы школьников в условиях информатизации являются: наличие у внеучебного взаимодействия диалогового характера; наличие у школьников коммуникативных установок на диалоговое взаимодействие и потребности в нём; единство ценностных отношений педагогов и школьников, в числе которых доверие и уважение друг к другу, взаимные ответственность и понимание, согласованность общих действий.

Отдельную группу факторов информатизации внеучебной деятельности школьников порождают

системы компьютерного моделирования, проектирования и трёхмерной печати. С учетом их наличия педагогами приобретает дополнительную возможность предоставления школьникам тех объектов для деятельности, которые школьники желают, к которым они проявляют естественный повышенный интерес. В настоящее время существует большое количество компьютерных программ для работы с графикой и компьютерными моделями. Простейшие действия педагоги и школьники могут осуществлять в достаточно распространённых системах, таких как программы пакета Microsoft Office, графический редактор Adobe PhotoShop или система трёхмерного моделирования Unity-3D.

Внедрение моделирования и проектирования с применением компьютерной техники в условиях внеурочной работы обладает целым рядом значимых факторов-преимуществ, в числе которых:

- формирование у школьников представлений об основных технологиях геометрического моделирования, их положительных и отрицательных сторонах, областях эффективного применения, подходах к работе с подобными видами информации с применением новейших средств информатизации;

- приобретение обучающимися навыка визуализации получаемых результатов, использования визуализаций в общении, построения графических и иных компьютерных моделей;

- формирование устойчивой мотивации к применению систем трёхмерного моделирования и трёхмерной печати в повседневной жизни и последующей профессиональной деятельности школьников;

- выработка умений решения задач в рамках выполнения персональных или групповых творческих проектов, для которых используются телекоммуникационные средства общения педагогов и школьников;

- освоение востребованных рынком профессий, в том числе и связанных с цифровизацией и информатизацией общества;

- улучшение восприятия учебного материала, повышение внимания и концентрации обучающихся на процессе обучения;

- качественная организация внеучебной работы со школьниками по разным направлениям, проведения конкурсов и других мероприятий;

- развитие значимых личностных качеств школьников, таких как познавательная активность, творческие способности и мышление, способность на практике опираться на технологические знания и умения в собственной деятельности.

Применение технологий компьютерного моделирования и проектирования в рамках внеучебной деятельности направлено на выработку у школьников способностей и интересов в соответствующих предметных областях, развитие познавательного интереса в ходе внеучебных мероприятий, усиление мотивации. Кроме того, такой подход способствует воссозданию реальных проблемных ситуаций, возникающих в жизни, и подталкивает обучающихся к применению формируемых навыков и личностных качеств в заданных условиях. Можно говорить о наличии в этом случае необходимых признаков практико-ориентированного подхода. Следует правильно понимать суть проектной внеучебной деятельности как образовательной технологии, направленной, в том числе, и на выработку значимых качеств личности школьника, знать структуру проектной деятельности, её цели, задачи, а также принципы и условия её организации. В ходе модернизации республиканской системы школьного образования компьютерное и другое проектирование при надлежащей педагогической поддержке и педагогическом сопровождении является существенным фактором формирования требуемых компетенций у школьников [5]. В ходе такой внеучебной активности школьников ими приобретается социальный опыт, навыки практической самостоятельности, а также познавательные навыки.

В процессе работы в рамках современных технологизированных внеучебных проектов у обучающихся развиваются особые личностные качества – наблюдательность, умение анализировать, комбинировать, моделировать, устанавливать связи и закономерности.

Перечисленные в настоящей статье положительные факторы и особенности являются далеко не единственными признаками совершенствования внеучебной работы со школьниками, основанного на внедрении новейших информационных технологий. Очевидно, что естественный интерес школьников к компьютерной технике, подкреплённый дополнительными возможностями, которые приобретает педагог для организации новых форм внеучебной работы, насыщает внеучебную активность новым содержанием и смыслом, влечёт за собой появление новых образовательных результатов. В их числе не только обучение и воспитание школьников, но и очевидное развитие,

заключающеея в приобретении ими значимых качеств личности, способствующих быстрой и эффективной адаптации к жизни и деятельности в современном информатизируемом обществе.

*Список использованной литературы:*

1 Гриншкун В.В., Кошербаева А.Н., Орынбаева Л.К. Глобальные тренды цифровизации образования. // *Материалы международной научно-практической конференции «Модернизация образовательных ресурсов: опыт и перспективы» / под ред. Б.С. Кәрімова. Астана: «Оқулық» РҒПО, – 2018. С.364 -371.*

2 Гриншкун В.В., Орынбаева Л.К. Международный опыт использования инновационных и информационных технологий для формирования личностных качеств и воспитания школьников. // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. / М.: РУДН, – 2017. Т.14. №1. С. 7-16.*

3 Koshbaeva A.N. *Theory and methods of educational work. // Textbook for undergraduate majors group «Education» / Almaty, – 2017. 220 p.*

4 Орынбаева Л.К. Особенности и преимущества использования информационных технологий для организации совместной внеучебной деятельности школьников. // *Инфо-Стратегия 2017: Общество. Государство. Образование. Сборник материалов конференции. / Самара, 2017. – С. 401-404.*

5 Аганина К.Ж., Байжуманова Н.С. Педагогикалық технологиялар негізінде студенттердің кәсіби іскерлік құзыреттілігін қалыптастыру // *Білім әлемінде. – 2009. №1. Б. 24-29.*

**МРНТИ 20.01**  
**УДК 372.862**

*А.Е. Сағымбаева<sup>1</sup>, Н.А. Ниетбаева<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## **КОМПЬЮТЕРЛІК ОҚЫТУ ОЙЫНДАРЫН ЖАСАУ ОРТАЛАРЫНА ТАЛДАУ**

*Аңдатпа*

Мақалада әр түрлі компьютерлік оқыту ойындары мен олардың жіктелуі ұсынылған. Қазіргі уақыттағы компьютерлік ойындарды жасаудың әртүрлі орталары қарастырылған. Компьютерлік оқыту ойындары түрлерінің ерекшеліктері мен оның оқушының дамуындағы рөлі туралы мәліметтер берілген. Компьютерлік ойындарды құрастырудағы визуалдық құрастырғыштар көрсетілген. Олардың ең танымалдары талдау жасалған. Программаларды оқытудың құралы ретінде компьютерлік ойындарды дайындауға арналған бірнеше программаларға мысалдар келтірілген.

Оқытуда компьютерлік ойындарды пайдаланудың бірнеше тәсілдері мен құрастырғыштардың көмегімен ойындарды жасаудың кемшіліктері ұсынылған. Сонымен қатар, компьютерлік оқытушы ойындардың ерекшеліктерін ескере отырып, мектептің информатика курсына оқушыларға компьютерлік ойындарды жасау арқылы программалау тілін оқытуды қалай жүзеге асыруға болатындығы туралы мәселелер қарастырылған.

**Түйін сөздер:** ойын, компьютерлік оқыту ойындары, визуалдық құрастырғыштар, программалау тілі, компьютерлік ойын орталары

*Аннотация*

*А.Е. Сағымбаева<sup>1</sup>, Н.А. Ниетбаева<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан*

## **АНАЛИЗ СРЕДЫ СОЗДАНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ ОБУЧАЮЩИХ ИГР**

В статье представлены различные компьютерные обучающие игры и их классификация. Предусмотрены различные среды для создания компьютерных игр в настоящее время. Представлены сведения об особенностях компьютерных обучающих игр и их роли в развитии ученика. Приведены визуальные компоненты при построении компьютерных игр. Проведен анализ самых популярных из них.

В качестве примеров приведены несколько программ для подготовки компьютерных игр. Представлены несколько способов использования компьютерных игр в обучении и недостатки в создании игр с помощью конструкторов. Кроме того, учитывая особенности преподавания информатики в школе обсуждается вопрос о том, как проводить обучение программированию с помощью создания компьютерных игр.

**Ключевые слова:** игры, компьютерные обучающие игры, визуальные составители, язык программирования, компьютерные игровые среды.

*Abstract*

## ANALYSIS OF THE ENVIRONMENT THE CREATION OF COMPUTER LEARNING GAMES

*Sagimbayeva A.E.<sup>1</sup>, Nietbaeva N.A.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

The article presents various computer educational games and their classification. There are various environments for creating computer games now. The article presents information about the features of computer training games and its role in the development of the student. The visual compilers in the construction of computer games are given. The analysis of the most popular of them.

As a means of training programs are examples of several programs for the preparation of computer games. There are several ways to use computer games in training and disadvantages in creating games with the help of designers. And also, in the courses of Informatics school, taking into account the features of computer training games, there are questions about how to teach students the programming language through the creation of computer games.

**Keywords:** games, computer educational games, visual compilers, programming language, computer game environments.

Қазіргі кезде мектепте бірқатар пәндерді оқытуда компьютерлік технологияны пайдалану оқыту әдістемесін жетілдіруге, пәнаралық байланыстарды дамытуға, жеке тұлғалық тәсілді күшейте отырып, оқушылардың білімін сапасын жақсартуға ықпал ететіні белгілі. Оқыту үдерісі жаңа білім мен біліктілікті меңгеру, оларды бекіту және диагностикалау мен бағалу кезеңдерін қамтиды. Оқыту үдерісінің осы кезеңдерінде қолданылатын дидактикалық әдістердің бірі ойын әдістері болып табылады.

С.И. Ожегов ойынды – бұл "ойын-сауық, демалыс үшін қызмет ететін сабақ" деп қарастырады. Ойынды қандайда бір мақсатқа жетуге бағытталған және іс-әрекет ережелермен шектелген ойыншылардың өзара іс-әрекеттерімен сипатталатын іс-әрекеттің бір түрі деп түсінуге болады. Компьютерлік ойындар дәстүрлі ойындарды алмастыра алмайды, тек педагогикалық үдерістерді жаңа мүмкіндіктермен байыта отырып, оларды толықтырады. Компьютерлік ойындардың ерекшелігі - бұл ойыншылардың бірінің компьютер болуында. Компьютерлік ойындар – ойын үдерісін ұйымдастыруға арналған компьютерлік программа.

Оқытуда компьютерлік ойындарды пайдалану оқушылардың логикалық ойлауын, есте сақтау қабілетін және фантазиясын дамытуға, көлемді материалды жеңіл қабылдауына, сонымен қатар, оқушының оқуға деген қызығушылығын арттыруға, оқытудың күрделі үдерісін жеңілдетуге, оқушылардың шығармашыл жеке тұлғасын қалыптастыруға мүмкіндік береді [1].

Компьютерлік ойындар ХХ ғасырдың екінші жартысында пайда болды. Содан бері ақпараттық технологиялардың бұл саласы тұрақты дамуда. Қазіргі кезде компьютерлік ойындар интернетте қолжетімді. Соңғы жылдары күрделі ойындарды жасау және оларды пайдалануға ерекше көңіл бөлініп отыр, себебі олар жаңа оқу материалын қызыға меңгеруге, қажетті дағдыларды қалыптастыруға және бар білімдерін бекітуге мүмкіндік береді.

Оқытушы компьютерлік ойынында белгілі бір ережелерге сәйкес іс-әрекеттер арқылы білім, біліктілік және дағдыға ие болуға болады. Онда оқыту және ойын сияқты екі компонентті бөліп алу керек. Сабақта бұл компоненттердің біреуі басым болуы мүмкін, оқыту барысында ойнау және ойнау кезінде оқыту.

Егер оқыту компоненті басым болса, онда ойын білім, біліктілік және дағдыларды меңгеру және мақсатқа сай қолдануға, өңдеуге байланысты мүмкіндіктерді қамтамасыз етеді. Ойын компоненті басым болған жағдайда, ойын оқытудың көрнекі құралы және мотивацияны дамыту құралы ретінде қолданылады.

Ойын барысында оқушылар өздері байқамай әртүрлі жаттығуларды орындайды. Ойын оқушыларға іздеу шартын қояды, жеңіске деген қызығушылықтарын оятады, сондықтан оқушылар қойылған шартқа сәйкес, ойын ережелерін сақтай отырып, жылдам шешім жасауға, тапсырмаларды нақты орындауға бейімделеді [2].

Ақпараттық технология мамандары педагогтармен бірге заманауи компьютерлік технологияларды пайдалана отырып, әр түрлі пәндер бойынша жаңа компьютерлік оқыту ойындарын дайындауда.

Қазіргі уақытта компьютерлік ойындарды жасаудың әртүрлі орталары бар. Компьютерлік ойындарды жасау орталарына ойын құру, дыбыс қосу, телетайп жатады. Компьютерлік ойындарға оқытушы программа элементтерін қоса отырып, ойын барысында өз ойын іске асыратындай компьютерлік ойындарды әртүрлі орталарда құрастыруға болады.



Компьютерлік оқыту ойындарының кейбір түрлерінің ерекшеліктері мен оның оқушының дамуындағы рөлін қарастырайық. Компьютерлік оқыту ойындарының жіктемесі 1-суретте көрсетілген.



Сурет 1. Компьютерлік оқыту ойындардың жіктелуі

*"Оқытамыз және жетілдіреміз"*. Қандай да бір әрекеттерді қайталау арқылы нақты білім алуға немесе дағдыларды дамытуға бағытталған қысқа ойындар. Мысалы, ұғымның анықтамаларын, математикалық фактілерді есте сақтау немесе мәтін теру дағдыларын дамыту сияқты шағын тапсырмаларға назар аудару. Ойын механикасы оқу контентіне біріктірілген, ал кейде ол жаттығу тобының соңында геймификация түрінде жүзеге асырылады. Кейбір ойындарда "оқытамыз және жетілдіреміз" нұсқаулар, сұрақтар немесе практикалық жаттығулар бірден енгізілген, олар дұрыс және қате сияқты жауаптарға жауап реакциясын беруге, оқушылардың жауаптарына сәйкес оқытуды саралауға, мұғалімдерге мәліметтер беруге қабілетті болады және мұғалімнің басшылығымен сыныптағы сабақтармен үйлесімді пайдаланылуы мүмкін [3].

*«Пазл»*. Пазл ойыны логикалық құрылымдарды, сәйкестіктерді іздеуді және мәселелерді шешуді қамтиды. Қарапайым мысал - Tetris. Күрделенген ойындардың жаңа түрі модельді тану, логиканы немесе қандай да бір үдерісті түсінуге қажет бір тақырыпқа вариация бар, өзара байланысты басқатырғыштардың жүйесі болып табылады. Осы сияқты оқыту ойындары негізінен кіші жастағы балаларға және оқушыларға арналған [4].

*«Сөздермен ойындар»*. Сөздермен ойындарды пазлдар санатына жатқызуға болады, бірақ олар әдетте жеке классқа бөлінеді, өйткені оларды құру стилі пазлдардан айтарлықтай ерекшеленеді. Оларға, мысалы, Word Freak және Wordz Mania жатады, олар сөз қорын толықтыруға, сондай-ақ олардың жазуын зерттеуге және бекітуге мүмкіндік береді.

*Рөлдік ойындар*. Рөлдік ойындар ойын әлеміндегі оқиғалар тізбегін көрсетеді, ол ойын әңгіме элементін береді. Ойыншылардың өз таңбалары арқылы ойын әлемімен өзара әрекеттестігі бар, бірнеше жолдарды таңдай алады немесе өз іздері арқылы қайта жүре алады және олар бұрын зерттеген орындарға қайта бара алады. iCivics – көп пайдаланушы виртуалдық ортасы (Multi – User Virtual Environments-MUVEs) қатысушыларға виртуалдық әлемге қол жеткізуге мүмкіндік беретін рөлдік ойындар мен ойын-жаттықтырғыштардың объектісі болып табылады. Oregon Trail сияқты алғашқы рөлдік ойындар мектептерде өте танымал [5].

*Стратегия*. Ойын-стратегиялар – ресурстарды басқару, жоспарлау және стратегиялық өрістету. Civilization V – Firaxis компаниясы дайындаған керемет танымал тұтыну ойын стратегиясы (әлем бойынша сатылған тоғыз миллионнан астам бірлік). Ойыншылар тарихи дәуірден ғарыш дәуіріне дейінгі өркениетті құру және дамыту арқылы "Әлем билеушісі" болуға ұмтылады және дипломатия,

аумақтарды кеңейту, экономикалық даму, технологиялар, басқару және әскери жаулап алу саласында стратегиялық шешімдер қабылдайды.

*Құмсалғыштар.* Құмсалғыштар - бұл қандай да бір мақсатқа жетуге бағытталған сызықтық ойындар емес, ашық барлау ортасы. Бұл ойындар ХХІ ғасырдың дағдылары мен қабілеттерін дамытуға, оның ішінде мәселелерді шешу дағдыларын, бірлескен жұмыс пен креативтілікті дамытуға ықпал ететін, оқытуға бағытталған жоғары деңгейдегі ойын үдерісі, ойыншыларға ойын механикасымен тәжірибе жасауға жиі мүмкіндік береді. Кейбір құмсалғыш ойындар, сондай-ақ әр түрлі мазмұнды құмсалғыш контейнерлерге қоюға мүмкіндік береді. Оған Scratch - программалау тілін жатқызуға болады.

*Экшн/оқиғалы фильмдер.* Экшн/шытырман ойындар, әдетте, саяхатшы немесе жауынгер рөлінде белгісіз кеңістікте немесе ортада ойыншының саяхатын білдіреді. Оған Lure of the Labyrinth ойыны жатқызуға болады. Lure of the Labyrinth ойыны алгебраны әлі оқымаған орта мектеп жасындағы оқушыларға арналған. Ойын көптеген математикалық жұмбақтарды қамтиды. Мұғалімдер мен оқушылар сабақ уақытында оқушылар қолданатын стратегияларды және ойын барысында кездесетін ұғымдарды талқылау үшін пайдаланылады. Бұл ойын ынтымақтастық дағдыларын дамытуға бағытталған және оқушыларға стратегиялар алмасуға, командада жұмыс істеуге мүмкіндік бере отырып, ойын функциясы ретінде хабар алмасу жүйесін қамтиды. Lure of the Labyrinth мұғалімдерге оқушылардың жұмысын бағалау үшін деректер береді.

*Симуляторлар.* Симуляторлар - қандай да бір оқиғаның үлгісін манипуляциялау, уақытты, кеңістікті немесе шамаларды өзгерту үшін пайдалану. Көбінесе симулятор ойындар үшін типтік динамика жетіспейді, бірақ онда стратегия немесе құм сияқты ойындарда кездеспейтін кейбір ерекшеліктер бар. Molecular Workbench - бұл ұлттық ғылыми қордың (NSF) қолдауымен Concord Consortium компаниясы дайындаған тегін, интерактивті, ғылыми модельдеу және оқыту модульдерінің топтамасы. Модельдеу әдетте кең ауқымды оқу бағдарламалары аясында қолданылады, онда ол сыныпта оқытылатын газ күй теңдеулері, диффузия, жылу алмасу, химиялық реакциялар және сұйықтық механикасы сияқты ұғымдарды көрсетуге көмектесе алады. Сонымен қатар, ол оқушылардың үлгерімін бақылауға көмектеседі.

Оқушыларға арналған компьютерлік ойындар олардың шығармашылық қасиеттерін, логикалық және жобалық ойлау, алда болар шешімді болжау қабілеттерін дамытады. Компьютерлік ойындарды жасау үшін тапсырманың бірегейлігі, нәтижені алуға деген ынтымақ, оқушылар алынатын өнімге қойылатын талаптармен толықтай таныс болуы және жобаны әзірлеудің әрбір сәтінде келесі кезеңнің нәтижесін болжай алатындай болуы қажет.

Оқытуда компьютерлік ойындарды пайдалануды шартты түрде бірнеше тәсілге бөлуге болады:

- кәсіпқойлар әзірлеген ойындарға, оның ішінде білім беру мазмұнымен (оқыту ойындарына) ойындарға қосымша деңгейлер жасау;
- кіріктірілген программалау тілі бар визуалды ойын конструкторларын пайдалану;
- қандай да бір тілді оқыту курсының элементтері ретінде шағын логикалық ойындарды енгізу.

Қазіргі компьютерлік ойындардың басым көпшілігі "деңгей құрастырғыштары" опциясына ие, ол оқушылардың объективті ойлауды түсінуі үшін қолдануға болатын визуалды құрастырғыш [6]. Әлемде ашық коды бар желілік ойындарды құрудың қағидалары қызықты. Атап айтқанда, 2010-2012 жылдары өте танымал Minecraft ойынының даму мүмкіндігін берді және кейіннен ойын кластары мен объектілері таратыла бастады. Оқыту жүйесінің жоқтығына қарамастан, жобаның танымалдығы оқушылардың ойын механикасы мен құру принциптерін өз бетінше үйренуіне алып келді.

Дайын ойындарда деңгей құрастырғыштарын пайдалану тікелей программалауға қатысты емес. Мұнда негізінен қасиеттері мен әдістерінің дайын жиынтығының ең аз өзгерістерімен ойын алгоритміне ("қозғалғыш") енгізілетін қосымша объектілер туралы айтуға болады. Қазіргі уақытта компьютерлік ойындардың жүздеген визуалдық құрастырғыштары бар. Олар бір біріне өте ұқсас. Олардың ең танымалдарын қарастырайық.

Game Marker – 2D ойындарын құрастыруға арналған программа. Код жолдарының орнына ойын кейіпкерлерінің дайын әрекеттері қойылады. Қолданушы тек ойын объектілерін құрып, оларды екі өлшемді спрайттармен немесе анимациялармен қамтамасыз етеді, ал қалған объектілер арасындағы байланысу ережесін құру, объектілерді дәрежесі бойынша орнату, графика және анимацияны «Game Marker» программасында өзге программаларды қолданбай да құрастыруға болады. Бұл программада ойындардың көрінісі жоғарыдан және платформерлер көрінісі қырынан жақсы шығады.

Game Marker қызықты, өзінің программалау кодын қосу мүмкіндігі бар программа. Game Maker Pro программасының тегін нұсқасы қарапайым қолданушыларды ақылы нұсқасымен салыстырғанда еш шектемейді. Ақылы нұсқасы нағыз кәсіби программалаушыларға ғана қызықты қиын программалық модульдерге жол ашады. 3D Rad – 3D ойындарын құруға арналған программалар.

3D ойын қозғалтқыштарының ішіндегі ең арзан нұсқасы. Программаны тегін пайдалануға болады. Бұл көбінесе жарыс ойындарын құрастырғанда қолданылады. Программа қарапайым және түсінікті интерфейсмен ерекшеленеді. 3D Rad жеке плагиндердің орнатқышын қолдайды, алдын ала орнатылған ИИ моделін, карта көлеңкесін, текстураны қарастырады және онлайн ойындарды құру мүмкіндігіне ие.

Unity 3D - ойын құруға қажеттінің барлығын қамтитын кешенді құрал. Unity 3D пакеті DirectX және Open GL мүмкіндіктерін толық пайдаланатын графикалық қозғалтқыш, 3D моделінің кірістірілген редакторы, шейдерлер, көлеңкелер, ландшафтар, дыбыстарды құру және өндеуге арналған жеке программалар, сондай - ақ скриптердің бай кітапханасын қамтиды.

Unity 3D кез келген жанрда ойын құруға мүмкіндік береді. Платформа ретінде кез келген қарапайым компьютерлер (Windows XP/Vista/7.OSX), мобильді құрылғылар (Android. IOS. Blackberry), консолды ойындар (Wii, Playstation3, Xbox), интернет браузерлер (Flash, Web Player) жарамды. Ойынды интернет арқылы толық команда құрамымен бірігіп құруға мүмкіндік беретін ерекше топтық құрылым жүйесі Asset Server бар.

Unity 3D программасының кемшілігі - программаны құру үшін компьютерлік программалау тілін ең болмағанда ортаңғы деңгейде білу қажет. Дайын практикалық программалау шешімдерінің бай кітапханасына және жылдам компиляциясы бар күшті скрипті қозғалтқыштарының барына қарамастан, кодтың бір бөлігін JavaScript немесе C# - та жазуға тура келеді.

Scratch-визуальды объектілі-бағдарлы программалау ортасы оқушыларға визуальды программалауды үйретеді. Scratch-ті қолдану оңай және жеңіл, сонымен қатар басқа программалау тілдерінің қолданысқа қажетті негізгі идеяларымен таныстырады.

Программалау тілі ретінде бұл пакет көптеген құрастырғыштар сияқты шартбелгіден емес, формальданған табиғи тілде (ағылшын) стандартты мәтіндік фразалардан ойын немесе анимация сценарийін қалыптастыруға мүмкіндік береді.

Scratch ортасын жасаушылар компьютерлік ойындарға тыйым салғаннан гөрі, оқушылардың өздеріне сол ойындарды құра алатын құралдар көрсетіп, үйреткен дұрыс деп сендіреді. Оқушылар дайын технологияларды пайдаланып қана қоймай, өздері ойын және оқыту жобаларын жасап, тұтынушылардан өндірушілерге айналады. Мұнда компьютер оқу пәні емес, жоба құруға арналған құрал болады. Ал, мұндағы негізгі мәселе - компьютердің жеке өзі емес, ол арқылы кез келген оқу пәнін меңгерудегі оқушының барлық қабілеттерін ашуға ықпал ететін, жаңа білім беру мәдениетін қалыптастыру болып табылады. Scratch объектілі-бағытталған программалаудың барлық заманауи талаптарына сай оқушылардың программалауға деген қызығушылықтарын арттыруға мүмкіндік береді [7].

Scratch жүйесінің артықшылығы әр түрлі: Windows, Linux және Mac OS операциялық жүйелерге арналған нұсқаларының болуы болып табылады. Unicod –Scratch-те құрылған жобалар форматы. Ортаның бұл әмбебаптығы жобаларды еркін бір платформадан екіншісіне аударуға мүмкіндік береді.

Scratch ортасында оқушылар алгоритмдерді орындаушыларға қандай да бір оқиғаға қалай жауап беруді, өзара іс-әрекет жасауды, олардың орналасуын, қозғалысын, сырт пішінін басқаруды және т.б. «үйретеді» (әрекеттерді программалауды). Программалау тілінде оқушылар ойын түрінде маңызды алгоритмдік құрылымдарды, математикалық ұғымдарды үйренеді. Оқушы командалар блоктарын қолданады, ол дайын модульдерді оңай көшіру, импорттау мүмкіндігін береді. Бұл ерекшелік оқушылардың Scratch ортасын тез меңгеруге ықпал етеді [8].

Құрастырғыштардың көмегімен ойындарды жасаудың бірқатар кемшіліктері бар:

- ойын сюжеттері дизайнның мүмкіндіктері шектеулі, бұл оқушылардың мотивациясын төмендетуге әкелуі мүмкін;
- ойын элементтерін оңай жылжыту қалыптастырғандықтан, оқушылар тіпті бар болса да кіріктірілген программалау тілін қолданбайды;
- ойындар негізінде стандарт бойынша қажетті бірқатар программалық құрылымдарды зерттеудің мүмкін еместігі.

Ойын құрастырғыштарына енгізілген программалау тілдері әрдайым объектілі-бағытталған және жиі скриптелінген болғандығын айта кету керек (Си мен JavaScript тілдерінің диалектілері, Visual Basic сирек).

Объектілі-бағытталған программалау тілдері бойынша аса күрделі тапсырма ретінде шағын ойындарды дайындау оқу құралдарында өте жиі ұсынылады. Мысалы, JavaScript және ActionScript бойынша жұмыс істегенде мұндай тәсіл скрипт тілдері үшін жиі қолданылады [9].

Компьютерлік ойын жасаудың әрбір кезеңі тиісті программалық құрылымды суреттеуге арналған.

Мысалы, ойын кейіпкерлерінің қарапайым үдемелі қозғалысы - сызықтық алгоритм және экрандағы объектілерінің сипаттарына программалық қатынас; экран шекарасындағы тұйық қозғалыс-шарттар мен таңдау конструкциясының көптеген нұсқалары; бірдей кейіпкер тобының мінез-құлық сценарийлері-массивтер, объектілер иерархиясы және т. б.

Компьютерлік ойын жасау үдерісінде құрылымдық программалаудың дәстүрлі құрылымдарынан басқа, объектілі-бағытталған программалау принциптерін меңгеру және іске асыру үшін жоғары деңгейдегі көрнекілік мүмкіндігі бар.

Ойын мысалында, әсіресе оқушылардың өздері жасаған тұқым қуалау, инкапсуляция, полиморфизм ұғымдары оңай қабылданады.

Қорыта келгенде, жоғарыда келтірілген компьютерлік оқытушы ойындардың ерекшеліктерін ескере отырып, мектептің информатика курсына оқушыларға компьютерлік ойындарды жасау арқылы программалау тілін оқытуды қалай жүзеге асыруға болады деген мәселе туындайды.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Жемчужников Д.Г. Разработка динамических игр как средства обучения программированию // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2010. – № 2. – С. 49-51.
- 2 Заславская О.Ю. Развитие управленческой компетентности учителя в системе многоуровневой подготовки в области методики обучения информатике: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 – М., 2008.
- 3 Никитин П.В., Горохова Р.И., Зайков А.С. Применение компьютерных игр как фактор повышения качества обучения информатике // Образовательные технологии и общество. – 2015. -№3.- с. 397-409
- 4 Зайцева Л.В., Агрис А.Д. Компьютерные игры в обучении и технологии их разработки. <https://cyberleninka.ru/article/n/kompyuternye-igry-v-obucheni-i-tehnologii-ih-razrabotki>
- 5 Корнилов, Е.Н. Программирование шахмат и других логических игр: методики и алгоритмы программирования шахмат. программ, провер. приемы программирования лог. игр, примеры на яз. С++ и Pascal [Текст] / Е.Н. Корнилов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
- 6 Шабалина, О.А. Компьютерные игры как средство обучения разработчиков программного обеспечения [Текст]: монография / О. А. Шабалина, П. Н. Воробкалов, А. В. Катаев ; М-во образования и науки Российской Федерации, Волгоградский гос. технический ун-т. - Волгоград : ВолгГТУ, 2011.
- 7 Голиков Д.В. Scratch для юных программистов. М.: BHV, 2017.
- 8 Патаракин Е. Д. Педагогический дизайн социальной сети Scratch // Образовательные технологии и общество. – 2013. -№2. - с. 505-528.
- 9 Соколов С.А. JavaScript в примерах, типовых решениях и задачах. Профессиональная работа. М.: Вильямс, 2006.

МРНТИ 20.51  
УДК 334.012.42:004

*А.К. Сарбасова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

## ЭЛЕКТРОНДЫҚ КОММЕРЦИЯ ЖҮЙЕСІНІҢ МОДЕЛЬДЕРІ

*Аңдатпа*

Қазіргі уақытта ақпараттық жүйелер мен технологияларды қолдану бүкіл әлемде кеңінен таралған құбылысқа айналуда. Олардың әртүрлі ғылыми зерттеулерде кең қолдануы және кез-келген адамның күнделікті өмірінде қолдану өте маңызды құбылыс болып табылады. Ақпараттық жүйелер мен технологиялардың дамуы мемлекеттік және жеке деңгейде бизнесті жүргізудегі жаңа ұғымдар мен әртүрлі қасиеттердің пайда болуына әкеледі. Бизнесті ұйымдастырудың жаңа формалары құрылуда. Соңғы кездері өзекті және өте танымал болып келетін бизнестің жаңа формаларына бизнесті «электронды рельстер» деп атауға болады. Осылайша, «электрондық коммерция», «электрондық бизнес», «электрондық коммерция», «желі экономикасы» ұғымдары пайда болады. Ұсынылған жұмыс осы автордың Қазақстан Республикасының цифрландыру мәселесі бойынша мақалалар сериясын жалғастыруда және осы мәселенің маңызды аспектілерінің бірі электрондық коммерция болып табылады. Бұл мақалада электрондық коммерция жүйесіндегі ұйымдастырушылық және экономикалық модельдер қарастырылады. Электрондық коммерцияның негізгі түрлерінің классификациясы ұсынылады. Электрондық коммерция модельдерін іске асырудың кейбір ерекшеліктері бөлінді.

**Түйін сөздер:** электрондық коммерция, модельдер, модельдеу, жіктеу, ақпарат.

*Аннотация*

*А.К. Сарбасова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*

## МОДЕЛИ В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРОННОЙ КОММЕРЦИИ

В современное время использование информационных систем и технологий становится распространенным во всем мире явлением. Повсеместное их использование в различных научных исследованиях и применение в повседневной жизни практически любого человека становится весьма важным явлением. А само развитие информационных систем и технологий приводит к появлению новых понятий и различных качеств при ведении бизнеса как на государственном, так и на частном уровне. Создаются новые формы организации бизнеса. К таким новым формам ведения бизнеса, являющимся в последнее время актуальными и достаточно востребованными, можно отнести «перевод» бизнеса на так называемые «электронные рельсы». Таким образом появляются связанные с этим процессом понятия «электронная коммерция», «электронный бизнес», «E-Commerce», «сетевая экономика». Предложенная работа продолжает цикл статей данного автора, посвященных вопросам цифровизации Республики Казахстан, и одной из важных сторон этого вопроса является электронная коммерция. В данной статье рассмотрены организационно-экономические модели в системе электронной коммерции. Предложена классификация основных видов электронной коммерции. Выделены некоторые особенности реализации моделей электронной коммерции.

**Ключевые слова:** электронная коммерция, электронная торговля, модели, моделирование, классификация, информация.

*Abstract*

## MODELS IN THE E-COMMERCE SYSTEM

*Sarbassova A.K.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

In modern times, the use of information systems and technologies is becoming a widespread phenomenon worldwide. Their widespread use in various scientific studies and the use in everyday life of almost any person becomes a very important phenomenon. And the very development of information systems and technologies leads to the emergence of new concepts and various qualities in the conduct of business at both the state and private levels. New forms of business organization are being created. To such new forms of business, which are recently relevant and quite popular, include the "transfer" of business to the so-called "electronic rails". Thus, the concepts of "e-commerce", "e-business", "E-Commerce", "network economics" associated with this process appear. The proposed work continues the series of articles by this author on the issues of digitalization of the Republic of Kazakhstan, and one of the important aspects of this issue is electronic commerce. This article describes the organizational and economic models in the e-Commerce system. The classification of the main types of e-Commerce is proposed. Some features of the implementation of e-Commerce models are highlighted.

**Keywords:** e-Commerce, e-Commerce, modeling, classification, information.

Қазіргі кезде ғылыми-техникалық прогрестің дамуына байланысты ақпараттық жүйелер мен технологиялармен тығыз байланысты ұғымдар мен санаттарды Интернетпен байланыстыру қажет. Осындай ақпараттық технологиялар мен жүйелер Интернет-ресурстардың үздіксіз дамуына және олардың таралуына әкеледі, ал сауда-саттық өзі елеулі өзгерістерге ұшырайды. Қазақстан Республикасының Президенті Нұрсұлтан Назарбаевтың бастамасымен құрылған «Сандық Қазақстан» мемлекеттік бағдарламасында Қазақстан Республикасының экономикасының міндеттерінің бірі электронды сауданы дамыту болып табылады, оның жалпы бөлшек саудадағы үлесі артады [1]. «Бизнес-операциялық технологиялар көбінесе жасырын жұмыс жасайды, себебі дәстүрлі құжат айналымының орнына электрондық деректер алмасу кеңінен қолданылады» [2]. «Электрондық коммерция - бұл дәстүрлі саудамен салыстырғанда жоғары экономикалық тиімділікті қамтамасыз ету үшін ең озық ақпараттық технологияларды және коммуникациялық ортаны пайдалануды қамтитын кез-келген іскерлік операциялар мен мәмілелер» [3]. Электрондық коммерция жүйелерінің нақты жағдайлары электрондық сауда немесе электрондық бизнес болып табылады. Тауарды электронды түрде сатып алу және сату процесі электронды коммерцияны дамытудың бірінші кезеңі болып табылады, ол кезде компьютерлік желілер ақшаны төлеу және аудару үшін пайдаланылды. Алайда, қазір электрондық бизнес жүргізу тек қана Интернет арқылы тауарларды және қызметтерді сату мен сатып алумен шектелмейді, бірақ сауда ақпараты электронды түрде [4].

Соңғы жылдары қоғамды ақпараттандыру арқылы оны тауарға айналдыру және оған тұрақты қажеттілікті қалыптастыру арқылы қоғамның ақпараттандыруы айтарлықтай қарқынмен жүруде. Ақпараттық қоғам өмір сүру жағдайында ақпараттың толықтай қолданылуы оның сапалы қалыптасуы мен өндірісімен ғана жүреді [5-7].

«Қазіргі күнде «электрондық коммерция», «Интернет-коммерция» сияқты негізгі ұғымдардың әртүрлі анықтамасы белгілі, сонымен қатар оларға жақын ұғымдар - «электрондық сауда». Әрбір автор өзінің кәсіптік дайындығына сәйкес және жинақтаған тәжірибесіне қарай көрсетілген ұғымдарға толықтай айқын мағына береді» [5]. Интернет-технология көмегімен электрондық коммерция жүзеге асады (E-Commerce).

«Е» – бұл electronic (электрондық), латын тілінен аударғанда *тез* деген мағынаны білдіреді.

«Е» – бұл economical, ағылшын тілінен аударғанда *үнемді* деген мағынаны білдіреді.

«Е» – бұл extendent business, ағылшын тілінен аударғанда *шектеусіз бизнес* деген мағынаны білдіреді.

Электрондық коммерция жүйесінде коммерциялық қызметті ұйымдастыратын *төрт негізгі модельдер* кездеседі:

- 1) бизнес-бизнес немесе компания-компания (Business-to-Business немесе B2B);
- 2) бизнес-тұтынушы немесе компания-тұтынушы (Business-to-Consumer немесе B2C);
- 3) бизнес-администрация (Business-to-Administration немесе B2A);
- 4) тұтынушы-администрация (Consumer-to-Administration немесе C2A).

Соңғы кездері мамандар тұтынушы-тұтынушы моделін ұсынады (Consumer-to-Consumer немесе C2C).

**Business-to-Business (B2B) моделі.** *Business-to-Business (B2B) моделі* тауар немесе қызметті өндіру процесінде компаниялар арасында практикалық жұмысты ұйымдастыруға бағытталған секторды көрсетеді. Бұл электрондық коммерция секторы қызмет көрсету немесе өнім өндіру үшін толымдаушы бұйымдарды, жартылай фабрикаттарды, шикізатты корпоративтік клиенттер бір біріне сатудан басқа, коммерция бойынша әріптестердің қажетті бірігуін қамтамасыз ететін ақпаратты беру және арнайы электрондық жинақ жүйесін пайдалану және жасап шығарумен де айналысады.

*Бизнес-бизнес типіндегі модельде* екі фирманың (компанияның) бизнес-процестерін толық автоматтандырылған өзара әрекетінің схемасын жүзеге асырады және шоттарды және төлемдерді алатын жабдықтаушылар тапсырыстары үшін Желіні қолданады. Шлюздер көмегімен Интернет жүйесімен бизнес-процестердің автоматтық байланысы қамтамасыз етіледі (ішкі орта).

Бизнес-бизнес типіндегі модельдердің айрықша белгілері келісідей болып табылады.

1. Бизнес-жүйелерден Интернетке автоматты шығуды қамтамасыз ететін шлюздің бар болуы.
2. Бизнес-процестен және фирманың (компанияның) бизнес-процесіне берілгендерді енгізу/шығаруды тікелей бірігуі.
3. EDI (Electronic Data InterExchange) таралатын хабарламалардың бірдей стандартын қолдану.
4. Электрондық коммерция жүйесінде қатысатын фирмалардың бірдей құқықты мінездері (дистрибьютор-дилер типіндегі иерархия жоқ, өндіруші-жабдықтаушы).

**Business-to-Consumer (B2C) моделі.** *Business-to-Consumer (B2C) моделі* қызмет немесе тауарды жеке тұтынушы компаниялардың жұмысына бағытталған секторды сипаттайды. Каталог бойынша жеткізетін дәстүрлі сауданың коммерцияның осы моделінен айырмашылығы клиент электрондық кредиттік карта және тек қана компьютерді қолдану арқылы офистан немесе үйден шықпай қызметтерді алуға немесе сатып алуды жасаудан тұрады. Потенциалдық сатып алушылар үшін осы модельді жүзеге асыру жаңа мүмкіндіктер ашады. Осындай мүмкіндіктердің бірі касто-майзинг (customizing) болып табылады. Сатып алудың болашақ затын өзбетінше жобалаудан тұратын осындай сатып алушыға мүмкіндік ұсынады.

Жеке жағдайда NIKEiD [www.nike.com](http://www.nike.com) онлайн дүкені территориясында сатып алушылар өздеріне ұнайтын аяқ киімді жобалауға жағдайы бар: белгілі бір материалдан ұлтанын, өңдеудің түсін таңдау, ұзындығы 8 символға дейінгі кез келген жазуды қою таңдау. Сонымен қатар сатып алушының жасаған нұсқасын компьютердің экранында көруге болады [8].

Электрондық коммерцияны ұйымдастырудың екінші моделінің ерекшеліктері - *бизнес-тұтынушы*:

1. Сатушы (фирма 1) Интернет интерфейсімен біріктірілген автоматтық сауда жүйесінің көмегімен емес, өзінің менеджерлері арқылы «қолдан» сауда жүргізеді.

2. Интернет-дүкенінің ішкі интерфейсі және сауда жасайтын фирманың бизнес-процестерінің арасындағы толық бірігуінің жоқтығы.

Интернет арқылы кез келген тауарларды табысты сатуға немесе белгілі қызмет түрлерін көрсетуге болады. Бизнес-бизнес нарығы Интернет арқылы сатылатын тауардың және қызметтің ассортиментіне және атауына тәуелді еместігі анықталған. Сонымен қатар бизнес-тұтынушы нарығы үшін жеткілікті түрде экономикалық пайда әкелмейтін тауарлар және қызметтер түрі табылады.

Электрондық коммерция моделінің үшінші өзге түрі - *бизнес-администрация* – үкіметтік ұйымдар және фирмалар арасындағы бекітілетін мәмілелердің барлық түрін өзіне қосады.

Мысалы, АҚШ та үкімет жоспарлы сатып алулар жөніндегі ақпаратты Интернет желісінде жариялайды. Барлық компаниялар өздерінің ұсынымдарын электрондық әдіспен жібере алады. Административтік органдар сатып алу туралы хабарламаға қосымшаға мысалы салыққа қосымша құнды қайтару, осындай амалдардың электрондық ауыстыру мүмкіндігін ұсынады. Берілген модель электрондық коммерция жүйесін ұйымдастыру дамудың бастапқы кезеңінде тұрады.

Электрондық коммерция жүйесінің жұмыс жасауын ұйымдастырудың төртінші моделі - *тұтынушы-администрация* – қазіргі уақытта зерттелуде. Оның іске асуы, мысалы, әлеуметтік қамтамасыз ету, осындай облыстарда электрондық өзара әрекет етуі.

#### **Қосымша модель - Consumer-to-Consumer (C2C).**

*Қосымша модель - Consumer-to-Consumer (C2C)* – бір web-сайтты қарауымен бірігетін тұтынушылардың бір бірімен сөйлесуі байқалатын секторды көрсетеді. Кез келген электрондық дүкенді осындай электрондық коммерция жүйесіне жатқызуға болатынын есептеуге болады. Белгілі web-сайт айналасында бірдей қызығушылықтарымен бірігетін адамдар қоғамдастығын құрайды. Мысал ретінде электрондық аукцион көп немесе аз тұрақты қауымдастық ретінде қызмет атқарады. Олар аудиторияның сандық және сапалық құрамы ертерек білінген жақсы жарнамалық алаң болып табылады.

Сонымен қатар әдетте барлық келушілер «қызығушылық бойынша» толықтай анық ішкі топтарға бөлінеді: кейбіреуі автомобильдік аукциондарына, кейбірісі кітап аукциондарына жиі қатысады. Электрондық коммерция сферасындағы мамандардың көзқарасы бойынша потенциалдық сатып алушылардың тұрақты және белгілі қауымдастығы өзінің маңына біріктіретін сайттардағы жарнаманың тиімділігі салыстырғанда өте жоғары [9].

Коммерциялық қызметтің электронизация процесіне мемлекеттің (Government) қатысуы жаңа типтегі модельдердің: *Business-to-Government (B2G)*, *Government-to-Citizens (G2C)* және *Government-to-Government (G2G)* пайда болуына шарттанды. B2G моделінің жүзеге асуының арқасында мемлекеттік аппарат қызметін асырауға және қаржыландыруға кететін шығындардың төмендеуі және салық төлеушілердің қаржыларын үнемдеуді қамтамасыз етеді.

АҚШ Федералдық Үкіметінің 1999 жылғы 17 желтоқсанда қабылданған жарлығында тіркелген: «Департамент басшылары қажетті тауарлар және материалдармен федералдық қызметкерлерді тез және арзан жабдықтау үшін және бұл қай жерде мүмкін болатындай электрондық коммерцияны қолдануды насихат жүргізу керек және ол салық төлеушілердің шығындарының азаюына әкеледі». АҚШ үкіметі қажетті тауарларды сатып алу үшін жылда 225 млрд доллар ақша жұмсайды.

### **Электрондық коммерцияның негізгі түрлерін жіктеу.**

Басқару органдарының ашық және айқындығын арттыру үшін G2C электрондық коммерция типінің енгізілуімен байланысты АҚШ та азаматтардың барлық қажетті мемлекеттік ақпаратқа еркін рұқсатын қамтамасыз етеді.

Электрондық коммерция екі негізгі модель ретінде дамиды: B2B (Business-to-Business) және B2C (Business-to-Customer). Бұл келесі ұғымдарға сәйкес келеді: «заңдық тұлғалардың заңдық тұлғаларына қызмет көрсетуі» және «заңдық тұлғалардың физикалық тұлғаларға қызмет көрсетуі». Шетелде тарихта бірінші болып B2C категориясына жататын электрондық коммерция пайда болды. Интернет ортамына МоТо-мәмілелер (Mail Order-Telephone Order) әдеттегі механизмдері көшірілген. Сатып алушының тапсырысы сатушының web-сайтындағы формаларды толтыру жолымен, тауарды төлеу пластикалық карт бойынша жүзеге асырылады. Осыдан кейін тауар пошта арқылы немесе курьерлік қызмет арқылы жеткізіледі. Электрондық коммерция дамуының осы кезеңінде қандайда бір Интернет арқылы төлеу жүйесі туралы сөз болған жоқ. Батыс елдерде төлем карточкаларымен төленетін коммерциялық амалдар басым болады. Бір банк айналасында құрылған төлемдерді жүргізудің қандайда бір схемасы кеңінен қолданылмады және сатушы және сатып алушының өзіндік есептеу шоттары бар. Мұндай схемалар «төлемдік жүйелер» деп аталады. Интернеттегі есептеу құралы ретінде төлем карточкаларының басым болуы дамушы елдердің халықтарының арасында кеңінен қолданылуымен түсіндіріледі.

Қазіргі күні электрондық коммерцияның дамыған нарығы АҚШ нарығы болып табылады. Сондықтан электрондық коммерция сферасындағы жинақталған тәжірибе анализін артықшылықта АҚШ берілгендер мысалында, сонымен қатар Батыс Европа елдері мысалында жүргіземіз.

Американдық эксперттер көзқарасы бойынша Интернетте жұмыс жасайтын коммерцияның сегіз негізгі категориясы табылады [10,11].

*Бірінші категория* – МоТо-мәмілелер дәстүрлі механизмдері және тауарды төлеу және жеткізу каналдарын қолданумен тікелей сату модельдеріне сәйкес тікелей Интернет арқылы тауарды сататын ірі бөлшек сауда өнеркәсібі.

*Екінші категория* – өзінің web-кеңістігінде, әртүрлі нарықтың сегментінде жұмыс жасайтын әртүрлі компаниялардың клиенттерге коммерциялық қызметіне рұқсатты ұсынатын ірі масштабтағы универсалды Интернет-порталы (мысалы, AOL, Yahoo! және басқалары). Клиент бұл жағдайда бір жерде тауар және қызметтердің қажетті тізімін сатып алуға мүмкіндік алады және портал осы мәмілелердің комиссиясынан ақша табады.

*Үшінші категория* – қандайда бір нарықтың сегментінде жұмыс жасайтын компаниялардың қызметіне рұқсатты ұсынатын тақырыптық порталдар (web-сайттар қатарынан тұратын каталогтар).

*Төртінші категория* – «биржалық алаңдар» ретінде жұмыс жасайтын электрондық аукциондар. Олар екі жақты мәмілелерді бекіту үшін сатушылар және сатып алушыларға ыңғайлы механизмді ұсынады. Бұл коммерсанттар категориясы қазіргі кезде басқаларына қарағанда тез дамиды.

*Бесінші категория* – цифрлық түрде табылатын өнімдерді сататын коммерсанттар, (музыка, видео жазбалар, мәтіндер, онлайн ойындар және т.б.). Мұнда тағы да Интернетте жарнамамен айналысатын коммерсанттарда кіреді.

*Алтыншы категория* – бұл бір кластағы өнімдерге қызығушылық танытатын тұтынушыларды біріктіретін қауымдастықтардан құралған сайттар (Интернет желісінде өз аты және адресі бар html-құжаттары арасында байланысқан жинақтар).

Осыған ұқсас сайттар көтерме бағасын кеміту есебінен тұтынушыларға қаражатты үнемдеуге көмектеседі. Бұл категория енді ғана қалыптаса бастады. Осы модельді қолдануға ұмтылыс енді ғана көріне бастады, мысалы, сатып алушылар үй компьютерлерін және қиын тұрмыстық техникасын қолдана бастады.

*Жетінші категорияға* (B2B) корпоративтік клиенттерге қызмет көрсетуге бағытталған электрондық коммерцияны жатқызуға болады. Бұл секторда американдық эксперттер болжамы бойынша тез өсуді күтуге болады. 2002 жылға қарай бұл сектордағы тауар айналымы \$320 млрд өсетіні болжамы жасалуда.

Ең соңғысы, *сегізінші категория* – бұл шоттарды шығару және төлеу бойынша әртүрлі қызметтер (коммуналдық қызметке, медициналық қызмет көрсетуге, сақтандыруға және т.б. ).

### **Электрондық коммерция моделін жүзеге асырудың ерекшеліктері.**

Бүкілдүниежүзілік компьютерлік желі қазіргі уақытта Гипермедиялық Компьютерлік Органың (ГКО) бірінші және жалғыз жаһандық өкілі болып табылады. WWW пайдаланушыларға



гипермедиялық берілгендерге еркін рұқсат мүмкіндігін ұсынады және сонымен қатар өзара ақпаратты алмасуға мүмкіндік береді.

Қандайда бір жаһандық коммерциялық өнеркәсіп ретінде өзара әрекеттің осы екі (сәйкесінше «компьютерлік» және «персонал арасындағы») ажыратылатын түрлері WWW жеткілікті тез өсуін қамтамасыз етті.

Дәстүрлі БАҚ үшін сипатты коммуникацияның маркетингтік моделіне қолданылатын мағынасы «біреу көбі үшін» жалпы моделіне сәйкес ақпаратты алмасу процесімен түйінделеді. Бұл көптеген потенциалдық тұтынушыларға қарағанда жарнама беруші компаниялар бір үндеуге (бір жарнамалық роликті трансляциялау) негіз сүйейтінін білдіреді. Пайдаланушыға бұл жағдайда байқаушының пассивтік ролі тиеді. Осы дәстүрлі маркетинг моделінің негізгі кемшілігі тұтынушылар және жарнама беруші компаниялар арасындағы интерактивті әңгімелесудің жоқтығымен түйінделеді.

ГКО да, сонымен қатар World Wide Web (WWW), жеке жағдайда, жаңа коммуникациялық модель — «көбі үшін көптеген» іске асады [11]. Ол тұтынушылардың жарнама беруші компанияларымен интерактивті тілдесуінің жүзеге асуын қарастырады. Пайдаланушы ГКО да теле қатысу жағдайында болады. Оған алынатын ақпарат көлемімен және мазмұнына бақылау мүмкіндігі ұсынылады және активті роль жатқызылады. Дәстүрлі БАҚ-тардан ГКО-ның негізгі ерекшелігі ГКО индивидуумдары жарнама беруші компаниялар сияқты басқа пайдаланушылар үшін коммерциялық бағытталған ақпаратты енгізуге мүмкіндік береді.

Берілген коммуникациялық модельде көптеген ақпаратты алмасу актілері тікелей жіберуші және алушы арасында емес, ГКО арқылы жүзеге асады. Жаңа коммуникациялық маркетинг моделі негізінде пайдаланушы олардың алатын ақпараттарының түрі және көлеміне әсер ететін мүмкіндігіне ие болады.

WWW пайдаланушыға танымдылық функциясы (мысалы, серфинг – Желідегі қыдыру) ретінде және Желідегі онлайн сатып алуды іске асырумен байланысты мақсатқа бағыттылық қызметті де жүзеге асырады. Сол сияқты дәстүрлі БАҚ және WWW арасындағы негізгі айырмашылық дәстүрлі маркетингтік жарнамалық модельдерді қолдануға келмейді немесе WWW негізінде оларды тиімді қолдануды қамтамасыз ету мақсатында айтарлықтай өзгерістерді талап ететінінен тұрады.

Қазіргі күнде WWW шеңберінде жүзеге асатын «көбі үшін көптеген» жаңа коммуникациялық модельді ендірудің көмегімен экономикалық тиімділігін жеткілікті түрде нақты анықтайтын қажетті теориялық және әдістемелік зерттеулер жоқтың қасы.

Сонымен қатар электрондық коммерция жүйесінің инфрақұрылымының жетілдірілуі, жаңа маркетинг моделін қолдану, потенциалдық клиенттердің әрбірінің жеке бабын табуында WWW бірегей интерактивті сипаттамасын жүзеге асыруды айта кетуге болады және WWW-сайттарының көптеген пайдаланушыларының тілектерінің толық есебі Интернет желісіндегі бизнеспен айналысатын компаниялардың пайдасының өсуіне әкеледі.

Интернет желісінде пайдаланылатын баға қалыптастыру моделі коммерцияның дәстүрлі сферасында қолданылатын моделінен айрықша ерекшеленеді. Бұл айырмашылық коммуникациялық қызметтер бағасы жиі түрде тікелей уақыт және арақашықтыққа байланысты емес.

Жеке жағдайда телефонмен сөйлесу құны оның ұзақтығы және қоңырау жасалған жердегі арақашықтығының артуымен өседі.

Бірақ коммерциялық өнеркәсіптер әріптестердің белгілі шеңберімен жиі байланысып жиынтық шығынды айтарлықтай азайтуы мүмкін. Осы үшін нақты қатысушылар арасындағы байланыс үшін келесіде оны қолданатын телефондық линияны жалға алуы керек. Жалға алынған телефондық линияны төлеу оны қолданудың интенсивтілігіне байланысты емес, себебі оны қолдану үшін ай сайын белгілі бір төлем жасалатыны белгілі.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

1 Государственная программа «Цифровой Казахстан» // URL: [http:// primerminister.kz](http://primerminister.kz) (16.10.2018 - 12.10.18).

2 Кобелев О.А. Электронная коммерция. - М.: Дашков и К, 2011. - 684 с.

3 Соловяненко Н.И. Приоритеты законодательства в области электронной коммерции // Мир электронной коммерции. - 2000. - №1.

4 Сибирская Е.В., Старцева О.А. Электронная коммерция. М.: ФОРУМ, 2011. – 288 с.

- 5 Сарбасова А.К. О принципах построения систем электронной коммерции // Экономика, право, культура в эпоху общественных преобразований. Матер. ежегод. междунардн. научно-практ. конф. 25 января 2019 г. – Алматы, 2019. – С.115- 122 .
- 6 Сарбасова А.К. Электрондық коммерция жүйесінің инфрақұрылымы // Вестник КазНПУ. Физико-математические науки, 2017. №4 (60). - С.310-316.
- 7 Информационные системы в экономике / Под ред. Г.А. Титоренко. – М.: ЮНИТИ, 2013. – 463 с.
- 8 Балабанов И.Т. Электронная коммерция. – СПб.: Питер, 2001.
- 9 Информационные системы в экономике / Под ред. Г.А. Титоренко. – М.: ЮНИТИ, 2013. – 463 с.
- 10 Царев В.В., Канторович А.А. Электронная коммерция. - СПб.: Питер, 2002. – 320 с.
- 11 Уилсон Т. Центры электронной торговли: не может быть легких решений // Сети и системы связи. - 2000. - №5.

МРНТИ 06.81.19

УДК 338.24

*Л.М. Сметанникова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Алматинский филиал Санкт-Петербургского гуманитарного университета профсоюзов,  
г. Алматы, Казахстан*

## **ЦИФРОВАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ БИЗНЕСА: НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И НОВЫЕ БИЗНЕС-МОДЕЛИ**

*Аннотация*

В статье представлены результаты исследования влияния передовых информационных технологий и трансформации рынка на переход к новым моделям ведения бизнеса. В рамках исследования рассмотрены основные подходы к трактовке понятий «оцифровка», «цифровизация», «цифровая трансформация». Цифровая трансформация охарактеризована как сквозной процесс, затрагивающий все аспекты бизнеса и обеспечивающий «умное» взаимодействие людей, устройств, контента и интеллектуальных сервисов. Определены области внутренней и внешней среды фирмы, которые являются приоритетными при осуществлении цифровой трансформации. Показаны основные направления, методы и результаты трансформации бизнес-процессов.

Сделан вывод о том, что управление цифровой трансформацией организаций требует новых специалистов, владеющих комплексом знаний в областях экономики, менеджмента, информационных технологий. Оценены перспективы цифровой трансформации экономики в Казахстане.

**Ключевые слова:** оцифровка, цифровизация, цифровая трансформация, цифровое предприятие, «умная» цифровая сеть, бизнес-модель, экосистема цифрового предприятия

*Abstract*

## **DIGITAL BUSINESS TRANSFORMATION: NEW TECHNOLOGIES AND NEW BUSINESS MODELS**

*Smetannikova L.M.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Almaty branch of the Saint-Peterburgs University of the Humanities and Social Science,  
Almaty, Kazakhstan*

The article presents the results of a study of the impact of advanced information technologies and market transformation on the transition to new business models. The main approaches to the interpretation of the concepts of "digitization", "digitalization", "digital transformation" are considered in the framework of the study. Digital transformation is characterized as a cross-cutting process that affects all aspects of the business and provides a "smart" interaction of people, devices, content and intelligent services. The areas of internal and external environment of the company, which are priorities in the implementation of digital transformation, are identified. The main directions, methods and results of transformation of business processes are shown.

It is concluded that the management of digital transformation of organizations requires new specialists who possess a complex of knowledge in the fields of Economics, management, information technology. The prospects for digital transformation of the economy in Kazakhstan.

**Keywords:** digitising, digitalization, digital transformation, digital enterprise, "clever" digital network, business model, ecosystem of digital enterprise.

Аңдатпа

Л.М. Сметанникова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербург гуманитарлық кәсіподақтар университеті, Алматы филиалы, Алматы қ., Қазақстан

## БИЗНЕСТІҢ САНДЫҚ ТРАНСФОРМАЦИЯСЫ: ЖАҢА ТЕХНОЛОГИЯЛАР МЕН ЖАҢА БИЗНЕС-МОДЕЛЬДЕР

Мақалада алдыңғы қатарлы ақпараттық технологиялардың әсерін зерттеу және бизнесті жүргізудің жаңа үлгілеріне көшуге нарықты трансформациялау нәтижелері Берілген. Зерттеу шеңберінде "цифрландыру", "цифрландыру", "цифрландыру", "цифрлы трансформация" ұғымдарын түсіндірудің негізгі тәсілдері қарастырылды. Цифрлық трансформация бизнестің барлық аспектілерін қозғайтын және адамдардың, құрылғылардың, контенттің және зияткерлік сервистердің "ақылды" өзара іс-қимылын қамтамасыз ететін толассыз процесс ретінде сипатталған. Сандық түрлендіруді жүзеге асыру кезінде фирманың ішкі және сыртқы ортасының салалары анықталды. Бизнес-үдерістерді трансформациялаудың негізгі бағыттары, әдістері мен нәтижелері көрсетілген.

Ұйымдардың сандық трансформациясын басқару экономика, менеджмент, ақпараттық технологиялар салаларында білім кешенін меңгерген жаңа мамандарды талап етеді деген қорытынды жасалды. Қазақстандағы экономиканың сандық трансформациясының келешегі бағаланды.

**Түйін сөздер:** цифрлау, цифрландыру, цифрлы трансформация, цифрлы кәсіпорын, "ақылды" цифрлы желі, бизнес-модель, цифрлы кәсіпорынның экожүйесі.

В современных условиях на большей части земного шара наступила цифровая эпоха, которая определяет в качестве ключевой задачи государств в ближайшие десятилетия осуществление перехода их экономик на «цифровые рельсы». По прогнозам McKinsey, доля цифрового бизнеса составит до 34% мирового ВВП уже к 2020 году. Интернет-зависимые рынки составляют пятую часть глобальной экономики. Именно этим и обусловлен интерес и значительные инвестиции в проекты по цифровой трансформации бизнеса. Для большинства компаний актуальной и неизбежной становится перестройка бизнес-процессов на основе цифровых инноваций.

На сегодняшний день имеются разные взгляды на то, какие технологии и практики их использования следует относить к цифровизации. Одни авторы связывают цифровизацию с усовершенствованием на предприятиях ИТ -функций. Другие видят ее в развитии цифрового маркетинга и продаж. И только немногими цифровизация экономики понимается как комплексный процесс перехода на совершенно новый способ ведения бизнеса. Большинству компаний не удается адаптироваться к условиям цифровой эры именно потому, что у них отсутствует четкое понимание и определение цифровых технологий. Поэтому следует начать с уточнения таких понятий, как «оцифровка», «цифровизация», «цифровая трансформация», «цифровое предприятие». При сопоставлении терминов Digitising (оцифровка) и Digitalization (цифровизация) некоторые авторы первым понятием обозначают перевод информации с физических носителей на цифровые, переход от бумажных процессов к электронным, а вторым понятием характеризуют участие информации в создании нового инновационного продукта, с новыми функциональными возможностями и потребительскими свойствами [1]. Оцифровка в такой трактовке направлена на совершенствование существующих бизнес-моделей, а цифровизация обеспечивает существенный рывок в бизнесе и новые конкурентные преимущества. Большинство авторов чаще сравниваются термины «цифровизация» и «цифровая трансформация». Под цифровизацией понимается использование цифровых технологий для повышения эффективности текущих организационных и бизнес-процессов, то есть цифровизация рассматривается как синоним автоматизации. При этом информационные технологии дают компании готовое решение, выполняющее часть традиционного бизнес-процесса или поддерживающее его. В этом случае бизнесу не надо разбираться в технологиях, обеспечивающих оптимизацию производства. Под цифровой трансформацией понимается переход к новой модели ведения бизнеса, когда возможности, которые дает технология, используются, чтобы получить принципиально иные бизнес-модели, изменение характеристик самой работы организации, порядка ведения бизнеса для завоевания прежде всего новых высот на рынке [2]. Цифровая трансформация заставляет руководство переосмысливать, как компании выполняют свои бизнес-процессы, какие используются методы управления и как устроены информационные системы, а также узнать все о характере взаимоотношений с клиентами [3].

Проходя путь цифровой трансформации, традиционная компания превращается в компанию с цифровым мышлением, а ее продукт становится цифровым. Такие компании принято называть «цифровыми предприятиями». Построение цифровых предприятий предполагает одновременное

проведение оцифровки бизнес-процессов и реинжиниринга, то есть фундаментального переосмысления и радикального перепроектирования бизнес-процессов. При этом ведущими являются следующие принципы реинжиниринга.

1. *Фундаментальность*: постановка и решение фундаментальных вопросов.
2. *Радикальность*: переосмысление и коренное преобразование всего бизнеса.
3. *Масштабность*: ориентация на существенные процессы.
4. *Процессы*: на первом месте – подход с позиции процессов.

Стратегия цифровой трансформации состоит из двух составляющих: вертикальной и горизонтальной интеграции. Первая предполагает «интеграцию технологических, производственных и бизнес-процессов по вертикали в рамках всего предприятия, начиная от разработки продуктов и закупок и заканчивая производством, логистикой и обслуживанием в процессе эксплуатации. При этом горизонтальная интеграция цифрового предприятия выходит за рамки внутренних операций и охватывает поставщиков, потребителей и всех ключевых партнеров по цепочке создания стоимости. Все это вкуче поддерживается соответствующей интегральной цифровой платформой (под которой понимается автоматизированная информационная система, использующая всю необходимую совокупность данных, моделей, алгоритмов, методов и средств) и вместе со всей «цепочкой» составляет экосистему цифрового предприятия» [4].

В последние годы именно цифровые компании демонстрируют гораздо больший рост. В годовом эквиваленте он составляет 14% против 0,2-3% роста традиционного бизнеса, в том числе международного. Поэтому сегодня инвесторы обращают все больше внимания на уровень цифровизации компаний. Определяющий фактор цифровой трансформации предприятий – это тесная взаимосвязь людей, устройств, контента и интеллектуальных сервисов, которую называют «умной» цифровой сетью. По версии Gartner на 2018 год она опирается на десять ключевых технологий, разбитых на три группы: «умные», цифровые и сетевые (таблица 1).

Таблица 1. Ключевые технологии цифровой трансформации

<i>Умные технологии</i>	<i>Цифровые технологии</i>	<i>Сетевые технологии</i>
Искусственный интеллект	Цифровые двойники	Блокчейн
«Умные» приложения и аналитика	Облачные технологии и периферийные вычисления	Управление по событиям
«Умные» устройства	Диалоговые платформы	Непрерывная адаптивная оценка рисков и доверия
	Эффект погружения/присутствия	

Многие из этих технологий появились давно. Но почему же изменения активно происходят именно сейчас? Одна из причин состоит в том, что такие технологии, как Web 2.0, Web 3.0, облака и мобильность, большие данные, аналитика и визуализация, «интернет вещей» и «умные» устройства, именно сейчас вышли на отрезок резкого роста на кривой жизненного цикла технологической инновации. На протяжении 8-10 лет они активно накапливали и раскрывали свой потенциал и в данный момент сошлись в одной точке, породив синергию новых технологий. Выход из области становления привел к снижению стоимости этих технологий. Совокупность имеющихся технологий дает сегодня набор инструментов для качественного рывка в цифровой трансформации бизнеса. Стратегии цифровой трансформации должны стремиться максимально использовать взаимную синергию цифровых инструментов и систем. Возрастание скорости распространения новых технологий резко снижает для предприятий возможности производить исключительную продукцию, что перемещает конкуренцию в область качества обслуживания. Развитие в данном направлении привело к появлению экосистем, построенных на цифровых платформах.

Платформа представляет собой согласованную систему оцифрованных бизнес-процессов, информационных данных и инфраструктуры. Принадлежность к цифровой платформе дает преимущества как производителям (например, доступ к покупателю, продвижение товара, дешёвая инфраструктура), так и потребителям (в том числе ассортимент и дешевизна товаров, гарантии качества товара, гарантия уровня обслуживания, сервис одного окна). Чтобы превратить предприятие в цифровое, следует решить триединую задачу: управление людьми, процессами и производительностью. Наиболее наглядно решение этой задачи представлено в таблице 2.

Роль информационных технологий в компаниях принципиально меняется. Из вспомогательного инструмента, ИТ превращаются в рычаг влияния на принятие решений каждым работником предприятия. Проводимые исследования показывают, что игнорирование цифровых инноваций в два раза снижает рост выручки компаний и сокращает на треть рост их прибыли до выплаты процентов и налогов (ЕВІТ).

Цифровая трансформация рассматривается как сквозной процесс, поэтому логично предположить, что эффективно управлять им могут только работники, хорошо разбирающиеся во всем сквозном процессе и используемых цифровых технологиях. Необходимы специалисты, владеющие комплексом знаний в областях экономики, менеджмента, информационных технологий для работы в компаниях, стремящихся максимально использовать цифровые технологии в своих бизнес-процессах. Проблема может быть решена только кардинальным пересмотром подходов к подготовке управленцев для цифровой экономики. Необходимо обучать менеджеров, экономистов и инженеров по программам, органично сочетающим техническую, экономическую и управленческую подготовку.

Таблица 2. Направления, методы и результаты цифровой трансформации

<i>Направления трансформации</i>	<i>Методы трансформации</i>	<i>Результаты трансформации</i>
Трансформация основных производственных систем	Цифровизация и максимальное ее масштабирование	Повышение эффективности, доверия и безопасности, синхронизация физических объектов и их цифровых «двойников»
Формирование нового гиперперсонализированного клиентского опыта	Гиперперсонализация, большие данные, интеллектуальные точки соприкосновения	Адаптация к меняющимся потребностям клиента, решения в реальном времени, повышение качества продукции
Пересмотр архитектуры экосистем и цепочек взаимодействия с поставщиками и клиентами	Формирование цифровых цепочек создания стоимости, открытость и совместные инновации, технические инкубаторы	Минимизация издержек, быстрое обновление продуктов
Создание новых бизнес-моделей	Создание «умных» продуктов, использование промышленного интернета вещей, трансформация всех продуктов в сервис	Создание новой ценности для клиентов и новых потоков доходов
Формирование рабочей силы будущего	Совместная работа людей и машин, цифровые навыки, экспериментаторская культура	Изменение компетенций персонала

Казахстану также необходимо занять свою нишу в глобальной цифровой экономике. Цифровизация отраслей экономики – одна из основных миссий госпрограммы «Цифровой Казахстан». Предусматривается цифровизация промышленности и электроэнергетики, транспорта и логистики, сельского хозяйства, развитие электронной торговли, а также развитие финансовых технологий и безналичных платежей. В зависимости от отраслевой принадлежности казахстанские компании в процессе цифровизации выбирают разные направления. Компании «Казпочта» и «Казактелеком» ориентируются на массового потребителя, внедряя проекты цифровизации в сфере оказания услуг. Одновременно применяются технологии big data, которые при работе с клиентами дают увеличение доходов за счёт анализа клиентского опыта. Производственные компании главными направлением считают инфраструктуру, которая позволяет получать в оперативном режиме информацию об объекте с последующим принятием моментального решения. Там применяются такие технологии, как интернет вещей, аналитика больших данных.

Цифровизация – это необходимость, которая позволяет организовывать бизнес-процессы эффективнее, прозрачнее, чётче. Прямой эффект от цифровизации экономики Казахстана к 2025 году - создание добавочной стоимости на 1,7 - 2,2 трлн. тенге, что обеспечит окупаемость инвестиций к 2025 году в размере 4,8 - 6,4 раза. Количество созданных рабочих мест за счет цифровизации в 2022 году достигнет 300 тыс. человек [5].

Список использованной литературы:

- 1 Коптелов А.К. Digitization (оцифровка) vs Digitalization (цифровизация) [Электронный ресурс]. – 2016. - URL: <http://koptelov.info/>
- 2 Цифровизация – это фундаментальный тренд // Деловой портал «Управление производством» [Электронный ресурс]. – 2018. - URL: <http://www.up-pro.ru/library/strategy/tendencii/cyfra-trend.html>
- 3 Сибель Томас М. Почему цифровая трансформация теперь находится на плечах CEO // McKinsey Quarterly, декабрь 2017. - [Электронный ресурс]. URL: <https://www.mckinsey.com/quarterly/overview/html>
- 4 Гольшико А., Лихачев Н. Проблемы становления цифровой экономики и их возможные решения [Электронный ресурс]. – 2018. - URL: <https://www.eg-online.ru/article/365284/> (дата обращения – 17.05.2019)
- 5 Абаев озвучил прогноз рентабельности вложений в цифровизацию [Электронный ресурс]. – 2017. - URL: <https://forbes.kz/news/2017/12/04>

МРПТИ 28.25.23  
УДК 519.6

## TEACHING OF OMAROV'S AND MEALY'S AUTOMATIONS FOR STUDENTS OF NATURAL SPECIALITIES

Shuakayev M.K.<sup>1</sup>, Nurbayeva D.M.<sup>1</sup>, Nurmukhamedova ZH.M.<sup>1</sup>, Nazarbekova S. T.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup> al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

### Abstract

In this paper presented a new approach for constructions of the mathematical models in form of the E.O.Omarov's automations with input and output alphabets and automation Maps. These models can described a whole cascade of finite state of automations with input and output alphabets, forming a strongly structured, file dates. These mathematical models of Omarov's automations were applied for describing of the sin harmonize Law, latinization problem and of phonetics of the Kazakh language with Arabic or any fonts. Also authors presented different describing's of the Mealy's automations. Omarov's and Mealy can be used for describing and modeling of educational and any technological processes, presented processes thin algorithmation with after applying computer technologies. Omarov's and Mealy's automations can be applied for teaching of any courses for natural specialties of universities in the world.

**Keywords:** Omarov's automation, sin harmonizer's Law, input, output, alphabet, formal grammar, Map, graph.

### Аннотация

М.К. Шуакаев<sup>1</sup>, Д.М. Нурбайева<sup>1</sup>, Ж.М. Нурмухамедова<sup>1</sup>, С.Т. Назарбекова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup> Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

## ОБУЧЕНИЕ АВТОМАТИЗАЦИИ ОМАРОВА И МИЛИ СТУДЕНТОВ ЕСТЕСТВЕННЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

В этой статье представлено новое направление построений математических моделей в виде автоматов Е.О. Омарова с входным и выходным алфавитами и автоматными отображениями. Эти модели автоматов Е.О. Омарова могут быть описаны целым каскадом конечных автоматов с входными и выходными алфавитами, образующих строго упорядоченную, файловую структуры данных. Эти математические модели были применены для описания закона сингармонизма, проблемы латинизации и законов фонетики казахского языка с арабским или с любым другим шрифтами. Также даны автоматы Мили и их различные описания математических моделей. Автоматы Омарова и Мили могут быть использованы для описания и моделирования учебного или любого технологического процессов, представляющих процессы их алгоритмизации с последующим применением компьютерных технологий. Автоматы Омарова и Мили могут быть применены для изучения любых курсов дисциплин для естественных специальностей.

**Ключевые слова:** автомат Омарова, закон сингармонизма, вход, выход, алфавит, формальная грамматика, карта, граф.

Аңдатпа

М.К. Шуақиев<sup>1</sup>, Д.М. Nurbayeva<sup>1</sup>, Ж.М. Нурмухамедова<sup>1</sup>, С.Т. Назарбекова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

<sup>4</sup> Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## ЖАРАТЫЛЫСТАНУ МАМАНДЫҚТАРЫНЫҢ СТУДЕНТТЕРІ ОМАРОВ ЖӘНЕ МИЛЬ АВТОМАТТАНДЫРУДЫ ОҚЫТУ

Бұл мақалада Е. Омаров автоматы түрінде математикалық модельдерді құрудың жаңа бағыты берілген. Е.О. Омаров автоматтарының бұл модельдері деректердің қатаң реттелген, файлдық құрылымын құрайтын кіріс және шығыс алфавиті бар соңғы автоматтардың тұтас каскадын сипаттауға мүмкіндік береді. Бұл математикалық моделдер сингармонизм заңын, қазақ тілі фонетикасының араб таңбасында немесе кез келген кәріптермен латинизация мәселелері мен заңдарын сипаттау үшін қолданылды. Сондай-ақ Мил автоматтары және олардың математикалық модельдерінің әртүрлі сипаттамалары беріледі. Омаров пен Мили автоматы компьютерлік технологияны пайдалану арқылы олардың алгоритмдеу процестерін білдіретін білім беру немесе кез келген технологиялық процестерді сипаттау және моделдеу үшін пайдаланылуы мүмкін. Омаров және Мили автоматтары жаратылыстану мамандықтары үшін кез келген пәндер курстарын оқу үшін қолданылады.

**Түйін сөздер:** Омаров автоматы, сингармонизм заңы, кіру, шығу, алфавит, формальды грамматика, карта, граф.

### Introduction

In [1-6] considered Meley's and Moor's automations. In [7] a finite state of automation is a digital sequential circuit that consists on number of pre-defined states that are controlled by one or more inputs. The finite state machines remain stable until the inputs changes. There are two types of finite states of automations Synchronous and Asynchronous FSMs. Synchronous FSMs have a clock input and are called Mealy machines, while asynchronous FSMs are without clock input and are called Moore machines [6]. Since, this machine is based on Mealy concept where the output is dependent on input and the present state. Only additional logic will be required simply to encode and decode the state [8] for both types of machines.

The existing mathematical methods of distribution of the classroom fund, as a rule, in practical implementation in large universities give unsatisfactory results, the reasons of which are the exponential increase in time spent on finding a solution with increasing dimensionality of the problem being solved and lack of guarantee of an acceptable solution.

Also, we can distinguish the following works in this direction [9-11]. In [11] E.O. Omarov for the first time presented a new approach for construction of the of the theory of automations with input - output alphabets and automata Maps. In this work E.O. Omarov writes: «Formal Grammar for the problem of investigation of the phonetics of the Kazakh language is constructed very simple». But my analysis shown that is very difficult problem.

Indeed, consider finite sequence of sets  $A_1, \dots, A_n$ .

**Definition 1.** Expression

$$\alpha = A_1 + \dots + A_n \quad (1)$$

is called chain or word ( E.O. Omarov, 1927) [11].

**Definition 2.** Formal Grammar for future of the Omarov's automation is called system

$$F = \{A, V, L\}, \quad (2)$$

where

A – Input alphabet,

V - Output alphabet,

L – Law between Input and Output alphabets of the language.

**Definition 3.** Omarov's automation is called system

$$\{A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots + A_n\} = \{B_1 + B_2 + \dots + B_i + \dots + B_n\}, \quad (3)$$

where

$A_1, \dots, A_i, \dots, A_n$  – Input alphabet,

$B_1, \dots, B_i, \dots, B_n$  – Output alphabet.

**Notations.**

1. The left part of the Omarov's automation (3) denotes Input and right – Output alphabets, correspondently.

2. In definition 2,  $L$  – law between Input and Output alphabets and it presents Map

$$A_i \rightarrow B_i. \quad (4)$$

3. For investigation of the phonetics of the Kazakh language Omarov E.O. considered another configuration of the automation [11].

**Definition 4.** Presentation (4) is called automation Map of the Omarov's automation (3). We are deeply wrong when I thought that the Sin harmonium's law opened by A.B. Baytursynov. I found a tutorial by Professor P. M. Melioranskiy [12]. In this book firstly presented of this Sin harmonium's law.

**Describing of the Sin harmonium's law on the base Omarov's automation.**

**Omarov's theorem 1.** Sin harmonium's law is presented on the base by following automation or mathematical model

$$\{A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots + A_n\} = \{B_1 + B_2 + \dots + B_i + \dots + B_n\},$$

where the left part of equality is Input, and right - Output of automation,  $A_1, \dots, A_i, \dots, A_n$  –

Sets of various vowels and consonants sounds, defined according to the tables 1-3, but if  $A_i$  is set of all vowels soft sounds, then at the exit on the right side of our automation, instead of  $B_i$  we already write « I » and in another case, when  $A_i$  is the set of all vowel sounds solid, then at the exit on the right side -instead  $B_i$  we already write « Ы ». Sets  $A_i$  and  $B_i$  can be in any combination of sounds for Input and Output of the automation.

**Proof** of this theorem is very simple, but long on the base contradiction method. We can see in the sometimes cases elements of input alphabet coincides with output alphabet.

**Omarov's theorem 2.** On the base of the Omarov's automation (3), we can simply solve latinization problem of the Kazakh language.

**Proof** of this theorem is constructed on the base of the mathematical models (3), where in the left part - input (circle) alphabet and in the part – output Latina) alphabet.

Accordingly G. H. Mealy's paper «Method for Synthesizing Sequential Circuits», which was published in Bell System Tech. J.34, p. p.1045 – 1079, September 1955, we can introduce by following definition.

**Definition 5.** Mealy's Automation is called set

$$M = \{A, Q, \delta, \lambda, V\}, \quad (5)$$

where

$$Q = \{q_1, \dots, q_n\},$$

$$A = \{a_1, \dots, a_n\},$$

$$V = \{v_1, \dots, v_m\},$$

$$\text{Map} - \delta: Q \times A \rightarrow Q, \quad (6)$$

$$\text{Map} - \lambda: Q \times A \rightarrow V, \quad (7)$$

$Q$  –Set of States,  $A$  – Input alphabet,  $V$  – Output alphabet.

**Definition 7.** Cartesian's multiplication is defined, as

$$Q \times A = \{(q_1, a_1), (q_1, a_2), (q_2, a_1), \dots, (q_n, a_n)\}.$$

**Definition 8.** Expression  $\alpha = a_1, \dots, a_n$  is called chain (N. Chomsky, 1957).

**Definition 9.** Set of the all chains is called Language.

**Definition 10.** Expression  $(\alpha a_j)$  is called word.

Then, using maps from definition 1, we have

$$\delta(q_i, \alpha a_j) = \delta(\delta(q_i, \alpha), a_j).$$

$$\lambda(q_i, \alpha a_j) = \lambda(\delta(q_i, \alpha), a_j).$$

**Definition 11.** Map  $S$  is called Automatics Map, if:

$$S(q_i, a_j) = \lambda(q_i, a_j).$$

$$S(q_i, \alpha a_j) = \lambda(q_i, \alpha) \lambda(\delta(q_i, \alpha), a_j).$$



**Definition 12.** State  $q_0$  is called Reach ability from state  $q_i$ , if exists input world  $\alpha$ , that  $\delta(q_i, \alpha) = q_j$ ,

**Example 1.**

Consider presentation of the Mealy's Automation by following table

Table 1.

	$a_1$	$a_2$
$q_1$	$q_2 v_1$	$q_1 v_2$
$q_2$	$q_1 v_1$	$q_2 v_2$

Put, sets  $A = \{a_1, a_2\}$ ,  $V = \{v_1, v_2\}$  denotes Input and Output alphabets, correspondently.

$Q$  - set of states and  $Q = \{q_1, q_2\}$ .

**Problem State.** We must find Maps  $\delta$  and  $\lambda$  on the base of dates of the table 1.

**Solution.** Accordingly, of the definition of the Cartesians multiplication, we have

$$Q \times A = \{(q_1, a_1), (q_1, a_2), (q_2, a_1), (q_2, a_2)\}$$

On the base dates of the table 1 and formula (2), we can write

$$\delta = (q_1, a_1) = q_2, \quad \delta = (q_1, a_2) = q_1, \quad \delta = (q_2, a_1) = q_1, \quad \delta = (q_2, a_2) = q_2.$$

Now, consider word, which consists from 2 letters, i.e.

$$(a_1 a_2).$$

Then, using formulas of the definition 5, we receive following maps

$$\delta(q_1, a_1 a_2) = \delta(\delta(q_1, a_1), a_2) = \delta(q_2, a_2) = q_2, \text{ i.e.}$$

Analogically, we have

$$\delta(q_1, a_1 a_2) = q_2.$$

Analogically, we have

$$\delta(q_2, a_2 a_1) = \delta(\delta(q_2, a_2), a_1) = \delta(q_2, a_1) = q_1, \text{ i. e.}$$

$$\delta(q_2, a_2 a_1) = q_1.$$

Further, we receive

$$\lambda(q_1, a_1 a_2) = \lambda(\delta(q_1, a_1), a_2) = \lambda(q_2, a_2) = V_2,$$

$$\lambda(q_1, a_2 a_1) = \lambda(\delta(q_1, a_2), a_1) = \lambda(q_1, a_2) = V_2,$$

$$\lambda(q_2, a_2 a_1) = \lambda(\delta(q_2, a_2), a_1) = \lambda(q_2, a_2) = V_1.$$

$$\lambda(q_2, a_1 a_2) = \lambda(\delta(q_2, a_1), a_2) = \lambda(q_1, a_2) = V_2.$$

$S$  – Automation Map or operator, then  $S(q_1, a_1 a_2) = S(q_1, a_1)S(q_1, a_2) = V_1, V_2..$

**Example 2.** Consider presentation of the Mealy's automation by following table.

Table 2.

	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$q_1$	$q_3 v_1$	$q_3 v_2$	$q_1 v_1$
$q_2$	$q_4 v_1$	$q_1 v_1$	$q_1 v_1$
$q_3$	$q_2 v_1$	$q_3 v_1$	$q_3 v_2$
$q_4$	$q_4 v_1$	$q_2 v_1$	$q_1 v_2$

Put

$q_1$  – initial state,

$A = \{a_1, a_2, a_3\}$  - Input alphabet,

$V = \{v_1, v_2, v_3\}$  - Output alphabet,

$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$  - Set of states.

**Problem State.** We must construct graph-automation, accordingly of the dates of the table 1.

**Solution.**

Because we have set of states in form

$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$

on the graph we denote of the his vertexes. Father, consideration connections between of this vertexes and using denotations of Input and Output alphabets of the table 1, we receive graph on the figure 1.

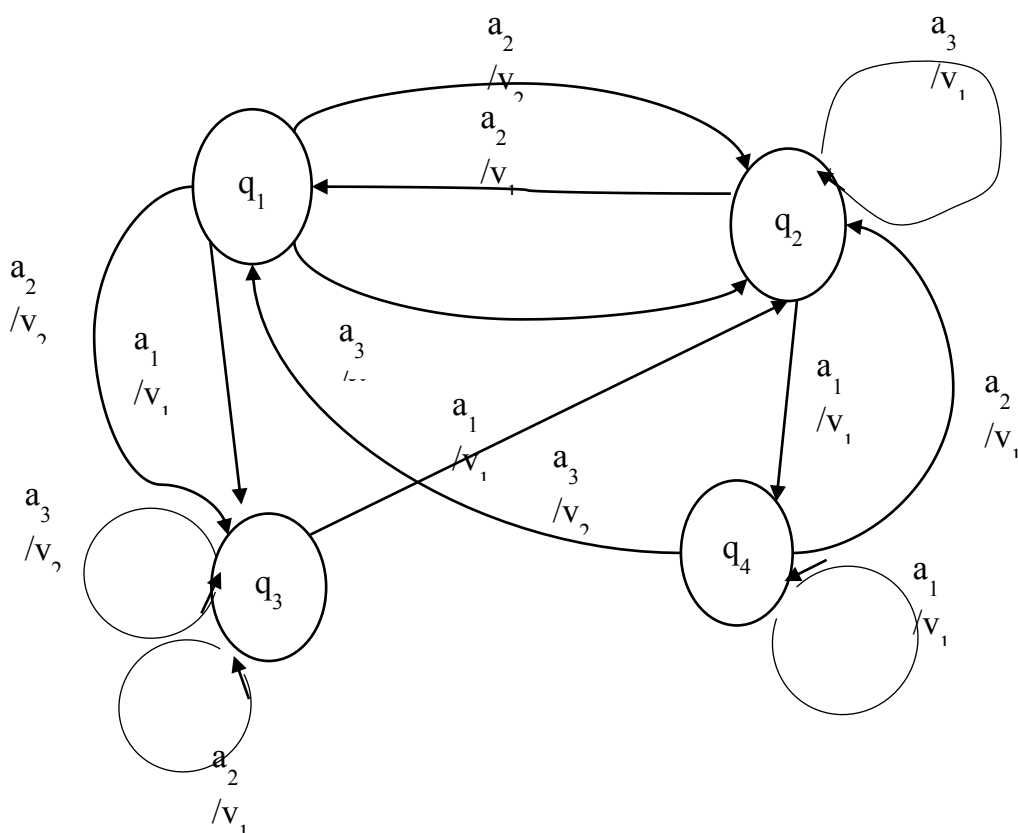


Figure 1. Graph – automation

Omarov's and Mealy's automations can be applied for teaching of any courses for natural specialties.

Reference:

- 1 Mealy, G. H., "A method for synthesizing sequential circuits," *Bell System Tech. J.*, Vol. 34, No. 5, pp. 1045–1079, 1955.
- 2 Golson, S., "State Machine Design Techniques for Verilog and VHDL", *Synopsys Journal of High-Level Design*, pp. 1-2, 1994.
- 3 Moore, E. F., "Gedanken experiments on sequential machines," *Automata Studies*. Princeton, NJ: Princeton University Press, pp. 129–153, 1956.
- 4 Volnei, A. Pedroni, "Circuit Design with VHDL", MIT Press Cambridge, Massachusetts, London, England, ISBN 0-262-16224- 5, pp. 159-186, 2004.
- 5 Ana Monga, Balwinder Singh "Finite State Machine based Vending Machine Controller with Auto-Billing

Features”, *International Journal of VLSI design & Communication Systems (VLSICS) Vol.3, No.2, April 2012.*

6 Muhammad Ali Qureshi, Abdul Aziz, Hafiz Faiz Rasool, Muhammad Ibrahim, Usman Ghani<sup>2</sup> and Hasnain Abbas, “Design and Implementation of Vending Machine using Verilog HDL”, 2011 2nd International Conference on Networking and Information Technology, IPCSIT vol.17 (2011), Singapore.

7 Ritika Kalihari, Toran Verma, Alka Jaiswal, Concept of Automated Machine using Mealy // *International Journal of Computer Applications Technology and Research Volume 2– Issue 3, pp.335 - 339, 2013.*

8 Golson, S., “State Machine Design Techniques for Verilog and VHDL”, *Synopsys Journal of High-Level Design, pp. 1-2, 1994.*

9 G. H. Mealy’s «Method for Synthesizing Sequential Circuits», which was published in *Bell System Tech. J.34, p. p.1045 – 1079, September 1955.*

10 E. O. Omarov s " Compositions", composers Marat Shuakayev and Akylbek Shaykhmet, *Kostanay Government University, 187 p., 2016 ( in kazakh language ).*

11 E. O. Omarov "A combination of sounds of Kazakh language", published in the reports of *Kazakh pedagogical Institute Ю 1927 ( in Russian Language).*

12 P. M. Melioranskiy "A short Anthology of the Kazak and Kyrgyz Language. Phonetics and Etymology ", released in the year 1897 in *St. Petersburg*

**МРНТИ 20.01.45**

**УДК 002.6:37.016**

*А.А. Шалтабаев<sup>1</sup>, Л.А. Смагулова<sup>1</sup>, Д.Б. Теберикова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *І.Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., Қазақстан*

## **МОБИЛЬДІ ҚҰРЫЛҒЫЛАРҒА АРНАЛҒАН ҚОСЫМШАЛАРДЫ ТЕСТІЛЕУ ӘДІСТЕРІН ТАЛДАУ**

*Аңдатпа*

Аталмыш жұмыс мобильді құрылғыларға арналған қосымшаларды тестілеу әдістеріне арналады. Мобильді технологиялардың қарқынды дамуы мобильді құрылғыларға арналған бағдарламалық құралдарды тестілеудің қолданылатын әдіснамасының күрделілігі мен тестіленетін бағдарламалық құралдар күрделілігі арасындағы алшақтыққа алып келеді. Қазіргі уақытта мобильді құрылғыларға арналған қосымшаларды тестілеу әдістерінің тиімділігін арттыру зерттеу тұрғысынан да, тәжірибелік тұрғыдан да маңызды болып табылады. Мақалада мобильді құрылғыларға арналған қосымшаларды тестілеу метрикасы және тестілеудің толтырылу критерийін анықтайтын тұжырымдар беріледі. Мобильді құрылғыларға арналған қосымшаларды өңдеудің итеративті схемасына сәйкес қосымшаны тестілеу әдістеріне талдау, сонымен қатар тестілеуді автоматтандыру әдістеріне талдау жасалады.

**Түйін сөздер:** Мобильді құрылғылар, тестілеу, тестілеу метрикасы, итеративті схемасы, автоматтандыру.

*Аннотация*

*А.А. Шалтабаев<sup>1</sup>, Л.А. Смагулова<sup>1</sup>, Д.Б. Теберикова<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *Жетісуский государственный университет имени И.Жансугурова, г. Талдықорған, Казахстан*

## **АНАЛИЗ МЕТОДОВ ТЕСТИРОВАНИЯ ПРИЛОЖЕНИЙ ДЛЯ МОБИЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ**

Данная работа посвящена тестированию приложений для мобильных устройств. Быстрое развитие мобильных технологий приводит к несоответствию между сложностью прикладного программного обеспечения для тестирования программного обеспечения и сложностью тестового программного обеспечения, используемого для мобильных устройств. В настоящее время эффективность тестирования приложений для мобильных устройств более важна как с точки зрения исследований, так и с практической точки зрения. В статье описываются тестовые показатели для мобильных устройств и выводы, определяющие критерии для завершения теста. Анализируются методы тестирования приложений, а также методы автоматизации тестирования по итерационной схеме приложений для мобильных устройств.

**Ключевые слова:** Мобильные устройства, тестирование, метрики тестирования, итеративная схема, автоматизация.

Abstract

**ANALYSIS OF METHODS FOR TESTING APPLICATIONS FOR MOBILE DEVICES**

*Shaltabayev A.A.<sup>1</sup>, Smagulova L.A.<sup>1</sup>, Teberikova D.B.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *I. Zansugurov Zhetysu State University, Taldykorgan, Kazakhstan*

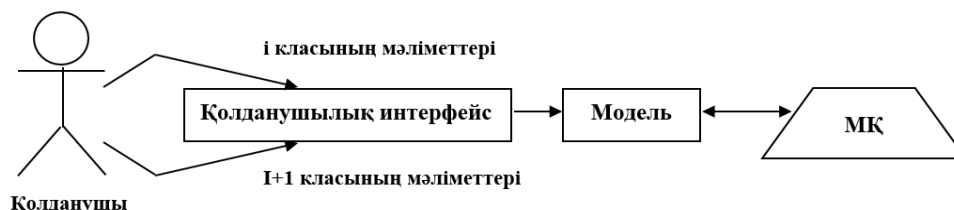
This paper is devoted to testing applications for mobile devices. The rapid development of mobile technology leads to a mismatch between the complexity of software application testing software and the complexity of test software used for mobile devices. Currently, the effectiveness of testing applications for mobile devices is more important from research and practical points of view. The article describes the test indicators for mobile devices and the conclusions that determine the criteria for completing the test. Methods of testing applications, as well as methods for automating testing on an iterative scheme of applications for mobile devices have also been analyzed in this paper.

**Keywords:** Mobile devices, testing, testing metrics, iterative scheme, automation.

Қазіргі уақытта мобильді технологиялар күнделікті өмірде кеңінен таралған. Смартфондар пайда болғанға дейін телефон бағдарламалық құралдары (БҚ) бар қарапайым жүйе болып табылған және мұндай БҚ-ны тестілеу қолмен жүргізілетін. Мобильді технологиялардың одан әрі жедел дамуы мобильді құрылғыларға арналған БҚ тестілеудің қолданылатын әдіснамасының күрделілігі мен тестіленетін БҚ күрделілігі арасындағы алшақтыққа алып келеді. Қазіргі уақытта жазылған тест сценарийлері бойынша қарапайым қолмен тестілеу емес, тестілеуді автоматтандырудың арнайы құралдарын пайдалана отырып, кешенді тәсілді қолдану талап етіледі [1]. Мобильді құрылғыларға арналған қосымшаларды тестілеу әдістерінің тиімділігін арттыру зерттеу тұрғысынан да, тәжірибелік тұрғыдан да маңызды болып табылады.

Мобильді құрылғыларға арналған қосымшаларды (МҚАҚ) модельдеу тәсілдері [2, 3, 4] әдебиеттерде қарастырылған. МҚАҚ жағдайында оның қолданушылық интерфейсін сипаттайтын прототипті құруға болады. Тестілеу барысында құрылған прототиптің кейінгі қолданылуы негізінде тестілік сценарийлердің генерациясы процесіне әкеліп соқтырады.

МҚАҚ-ны өңдеу үдерісінің итеративті схемасында қосымша модульдік және интеграциялық тестілеу процестерін айналып өтіп, жүйелік кезеңде тестілеуге түседі. Осылайша, функционалды тестілеу процесі қолданушы интерфейсі деңгейінде қосымшаның функционалдық тексерісіне алып келеді. Жалпы жағдайда қолданушының қосымшамен өзара әрекеттесуі келесі түрде жүзеге асады (1 сурет):

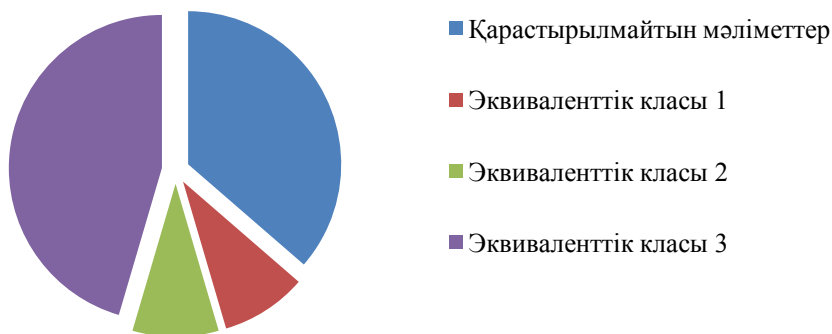


Сурет 1. Қолданушының қосымшамен өзара әрекеттесу сызбасы

Яғни, қолданушы мобильді құрылғы экранында қосымшаның қандай да бір «түрін» көреді. Бұл түр қолданушының сұраныстарын жүзеге асыруға мүмкіндік беретін қолданушы интерфейсінің элементтерін, мысалы, батырмалар, енгізу өрістері және т.б. құрайды. Ары қарай, қолданушы генерациялаған сұраныс қосымшаның «логикалық» бөлігіне түседі, ол сұранысты өңдейді және қажет болса, керекті мәліметтер үшін мәліметтер қорына жүгінеді. Мәліметтерді алған соң, «логикалық» бөлім қолданушы – сұранысының нәтижесі ретінде көретін келесі «түрді» генерациялайды. Әрі қарай процесс қайталанатын.

МҚАҚ-ды құруды жылдамдату шарттарында тестілеу мақсаты итерациялық схеманың әрбір циклының соңында қосымшаның барлық қателерін емес, тек соңғы қолданушының қосымшамен өзара әрекеттесу кезінде пайда болатын қателерді айқындау болып табылады. Осы мақсатта тек қолданушының сұраныстарының бір бөлігі және сәйкес кіріс мәліметтері ғана қарастырылады. Тестілеу тек қарастырылатын мәліметтер бөлігінде ғана жүргізіледі және 2-ші суретте кіріс мәліметтерінің эквиваленттік кластарына бөлінуі бейнеленген.

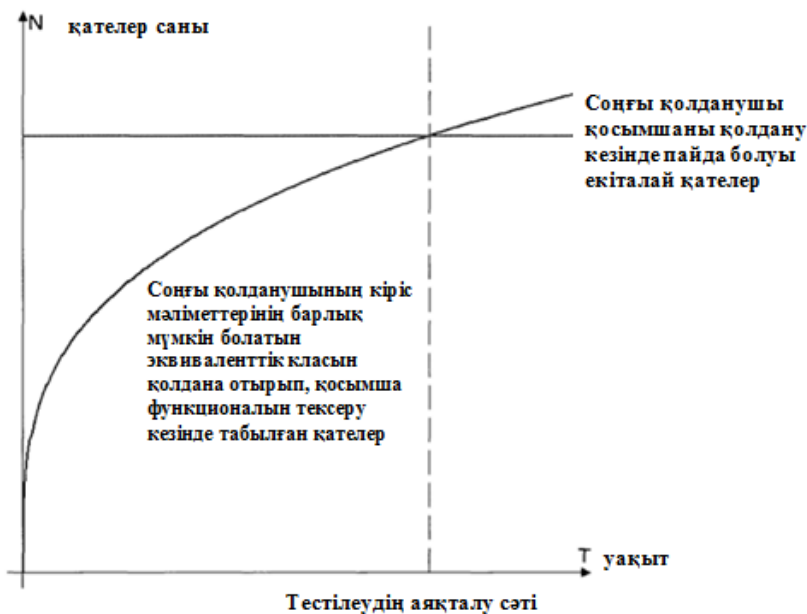
Кіріс мәліметтер



Сурет 2. Қарастырылатын кіріс мәліметтер

Тестілеудегі мұндай тәсіл қосымшадағы барлық қателерді жоққа шығармайды, алайда соңғы қолданушының қалған қателерін табу ықтималдығын азайтады. 3-ші сурет МҚАҚ-ды тестілеуді тоқтату сәтін көрсетеді. Осылайша МҚАҚ-ды тестілеу метрикасы және тестілеудің толтырылу критерийін анықтайтын келесідей тұжырымдарды қалыптастыруға болады:

- МҚАҚ-ды тестілеудің мақсаты – қосымшаның барлық қателерін емес, тек қана кіріс мәліметтер мәнінің сәйкес шектеулері мен соңғы қолданушының қосымшамен жұмыс жасау барысында пайда болатын қателерін ғана анықтау болып табылады;
- Тестілеу кезінде соңғы қолданушы қосымшамен жұмыс жасау барысында орындайтын барлық сұраныстар назарға алынуы қажет;
- МҚАҚ функционалын тексеру қолданушылық интерфейс деңгейінде жүргізіледі.



Сурет 3. Мобильді қосымшаны тестілеудің аяқталу сәті

Жоғарыдағы тұжырымдарды назарға ала отырып, МҚАҚ-ды тестілеу метрикасын және тестілеудің толтырылу критерийін келесі түрде анықтауға болады:

МҚАҚ-ды тестілеу метрикасы – кіріс мәліметтерді эквиваленттік кластарына бөлуді ескере отырып, қолданушының қолданушылық интерфейс элементтеріне әрекет ету кезіндегі қосымшаның тексерілген жауаптарының пайызы.

Тестілеудің толтырылу критерийі – функционалдың толық қапталуын қамтамасыз ету үшін қосымшаны қолданудың қолданушылық сценарийіне сәйкес мәліметтерді енгізу арқылы қосымшаның әр UI элементке әсер еткендегі әр жауабын тексерсе жеткілікті [5].

4-суретте бейнеленген схемада өңдеудің әр кезеңінде келесі кезеңге өтудің бір тәсілін таңдауға болады. Тандалған өту тәсіліне сәйкес келесі кезеңге жету уақыты өзгеріп отырады. Өңдеудің жалпы уақыты 1-схема күйінен 7-күйіне өту жолына және 1-7 цикл итерациясына тәуелді.

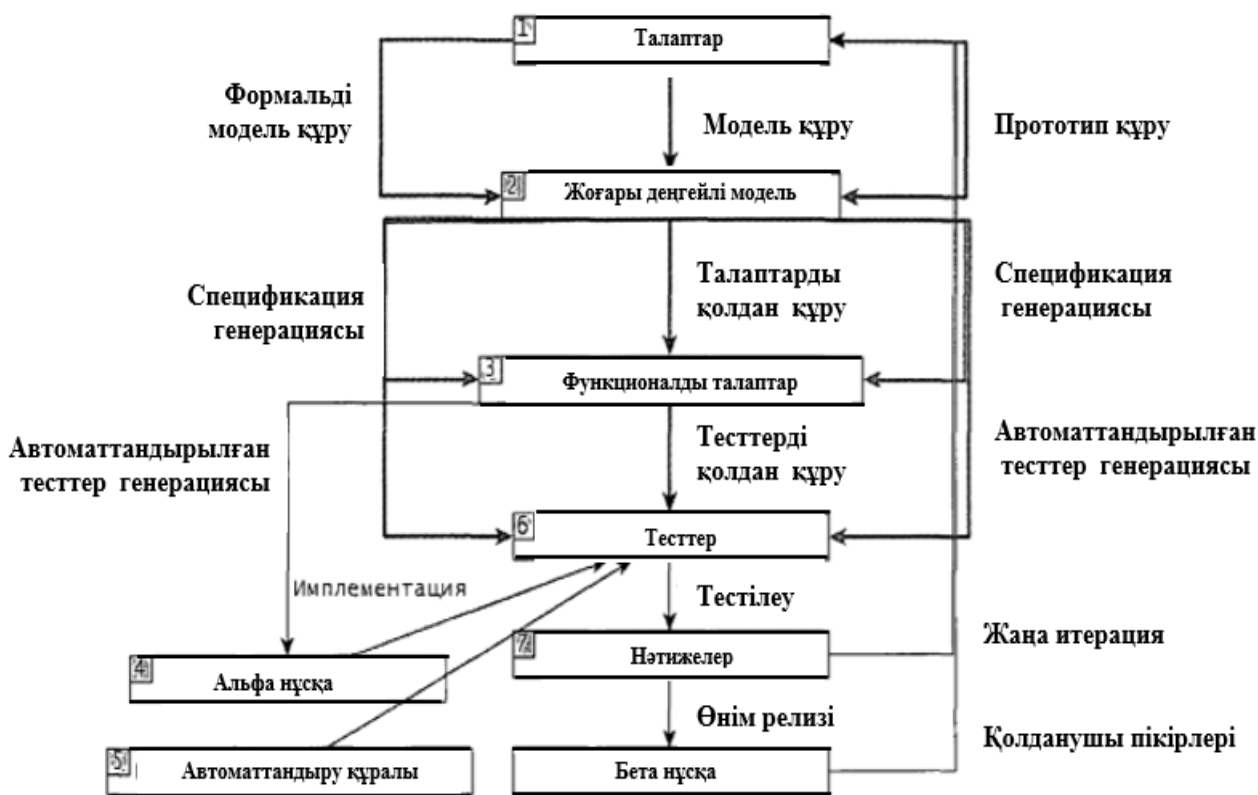
1-күйден 7-күйге әртүрлі жолмен өтуге болады, бірақ әр күйде келесі маршрутты таңдау өңдеу процесінің алдыңғы күйіне тәуелді болады. Мүмкін болатын маршруттардың әрқайсысы қосымшаны тестілеу әдісін анықтайды. 1-ден 7-ге өтететін ең көп таралған жолдарды қарастырайық. Олардың біріншісі *құжаттарды қолдан тестілеу (ҚҚТ)*. Бұл әдіс келесі кезеңдерден тұрады:

1. Талаптарды анықтау.
2. Шаблондарды құру.
3. Мәтіндің функционалды спецификацияны қолдан құру.
4. Тестілік сценарийлерді қолдан құру.
5. Қолдан тестілеу.

Құжаттар мен тесттерді қолдан құру әдісі өте икемді және тестілік қабаттың кез келген деңгейіне жетуге мүмкіндік береді. Алайда, бұл әдіс көп уақыт шығынын талап етеді.

Келесі әдіс *қолдық тесттерді автоматтандыру (ҚТА)*. Бұл келесі кезеңдерді қамтиды:

1. Талаптарды анықтау.
2. Шаблондарды құру.
3. Мәтіндік функционалды спецификацияны қолдан құру.
4. Тестілік сценарийлерді мәтіндік түрде қолдан құру.
5. Тестілік сценарийлерді автоматтандыру
6. Автоматтандырылған тестілеу.



Сурет 4. Өңдеудің толық итеративті схемасы

Тесттерді автоматты түрде құру әдісі тестілік сценарийлердің мәтіндік сипаттамасын талап етеді. Негізінен, мұнда да ҚҚТ әдісіндегідей тестілік сценарийлер мәтіндік түрде құрылады, ал тестілік

сценарийлердің мәліметтері негізінде автоматтандырылған тесттер құрылады. Мұндай тәсіл өңдеу үшін анағұрлым көп уақытты талап етеді, алайда тестілеуді жүргізу уақытын біршама қысқартады. Осылайша, мұндай тәсіл өңдеу циклы санын арттыру кезінде тиімді.

*Формальді модель (ФМ) негізінде тестілеу әдісі* келесі кезеңдерден тұрады:

1. Талаптарды анықтау.
2. Формальді модель құру.
3. Спецификация генерациясы.
4. Тестілік сценарийлер генерациясы.
5. Автоматтандырылған тестілеу.

Бұл әдіс жақсы автоматтандырылған, бірақ МҚАҚ құру саласында жеткілікті икемді емес, себебі, формальді модельдер көмегімен қолданушылық интерфейсті сипаттау қиынға соғады, осылайша, талап етілетін тестілік қабатқа қол жеткізу қиынға соғады.

Келесі әдіс *прототип негізінде тестілеу*. Ол қамтитын кезеңдер төмендегідей:

1. Талаптарды анықтау.
2. Прототип құру.
3. Спецификация генерациясы.
4. Тестілік сценарийлер генерациясы.
5. Қолдан және автоматтандырылған тестілеу.

Прототип негізінде өңдеу қолданушылық интерфейсті жақсы сипаттауға мүмкіндік береді, осылайша, қажет қабатқа қол жеткізуге болады. Сонымен қатар бұл әдіс генерацияның қажет құралдары және прототиптерді құрудың ерекше ережелері бар болса, тестілік сценарийлердің әртүрлі типтерін генерациялауға мүмкіндік береді. Бұл тестілеуді жүргізуде қосымша икемділікті береді.

МҚАҚ тестілеуді автоматтандырудың әртүрлі құралдары бар [6, 7, 8]. Жалпы жағдайда тесттерді автоматтандырудың екі негізгі тәсілін бөліп қарастыруға болады: автоматтандырудың программалық әдісі, Playback құралының көмегімен автоматтандыру әдісі,

Автоматтандырудың программалық әдісі қандай да бір программалау тілінің белгілі бір кітапханаларын қолдануды білдіреді. Тесттерді автоматтандыру программалау тілінде тестілеудің көмекші модульдерін және тестілік сценарийлерді жазуды талап етеді. Бұл әдістің ең негізгі кемшілігі – тестілік скрипттерді жүзеге асыруда жұмсалатын едәуір уақыт шығыны.

2-ші әдіс программалау саласында көп дағдыны талап етпейді. Тесттерді автоматтандыру мақсатты құралда әсер етулер мен мәліметтерді жазып отыратын арнайы программа (прокси-сервер) әсер етуін өткізіп жіберу арқылы тестілік сценарийлерді жүргізу көмегімен жүзеге асырылады. Жазбадан кейін бұл программа алынған ақпаратты автоматы тест түрінде береді. Тесттерді автоматтандырудың бұл әдісі оның орындалуына әкеледі. Бұл әдістің негізгі кемшілігі тестіленетін қосымшадағы кез келген өзгеріс өзгертілген функционалға байланысты тестілік сценарийлердің қайта жазылуын талап ететіндігінде.

Өңдеудің итеративті схема формализациясының нәтижелеріне сүйене отырып, МҚАҚ-ды өңдеу/тестілеуде прототипті әдістің тиімділігі туралы тұжырымдама жасауға болады. Сонымен қатар бұл тұжырымдама жұмысқа негізделеді, мұнда тестілеу процестерінің тиімділігінің критерийлері ұсынылған. Алайда бұл жұмыста тестілеу процестерінің оңтайландыру критерийлері олардың математикалық моделінсіз қарастырылған.

Мобильді құрылғыларға арналған қосымшаны тестілеу процесінің тиімділігі дамудың итерациялар санына тікелей байланысты, сондықтан уақыт бойынша тестілеу процестерін оңтайландыру сынақ сценарийлерін жасау процестерін автоматтандыруға және олардың орындалуын автоматтандыруға дейін азаяды.

Сараптамалық бағалауға негізделген ең жоғары тиімділік сынақ жасау үшін прототиптік МҚАҚ - ны пайдалану негізінде тестілеу әдісімен қамтамасыз етіледі. ПҚ әдісін іске асыру үшін тесттік сценарийлерді оларды бағдарламалық жасақтаманы сынаудың автоматтандыру әдісінде ең кемінде қайта жасау әдісімен пайдалану мүмкіндігі болуы керек.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Хэнссон Д. Х., Томас, Д. Гибкая разработка ВЕБ-приложений в среде Rails. Санкт-Петербург: Питер, 2008.
- 2 Andrews A., Offut J., Alexander R. Testing Web Applications by Modeling with FSMs. б.м.: National Science Foundation, 2005.

3 Кулямин В. Компонентная архитектура среды для тестирования на основе моделей. Программирование. 2010 г., Т. 5.

4 Филиппов В. А., Хатько Е. Е. Модели для мультизадачных пользовательских комплексов. Информационные, сетевые и телекоммуникационные технологии. 2012 г., Т. 4.

5 Khatko E, Fillipov V. Mobile applications testing processes metrics and optimization criteria. Software Engineering, 5, 2012 г., Т. 2.

6 Хатько Е. Е. Москва, Долгопрудный: МФТИ, 2009. Один из подходов к анализу системы тестирования сложных программных комплексов. Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Т. 1, стр. 104-107. 52.

7 Хатько Е. Е., Филиппов, В. А. Проблемы качества тестирования программного обеспечения для мультизадачных пользовательских комплексов. Качество. Инновации. Образование. 3 2011 г., Т. 3, стр. 32-35.

8 Филиппов В. А., Хатько Е. Е. Проблемные вопросы автоматизации тестирования для мультизадачных пользовательских комплексов. Информационные, сетевые и телекоммуникационные технологии. 2012 г., Т. 4.

МРНТИ 20.01.45

УДК 002.6:37.016

А.А. Шалтабаев<sup>1</sup>, С.М. Нурмуханбетов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> I. Жансугуров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., Қазақстан

## PYTHON БАҒДАРЛАМАЛАУ ТІЛІНДЕГІ ҚОСЫМША ДЕРЕК ТҮРЛЕРІ

Аңдатпа

Кейінгі кездері бағдарламалау тіліне деген қызығушылық жыл сайын артуда. Яғни, сандық және ақпараттық технологияларды күнделікті өмірімізге енуі және оның дамуын сезудеміз. Егер қарапайым адам компьютермен жұмыс істесе, ерте ме, кеш пе, оның бағдарламаға деген ниеті туындайды, ал кейде қажеттілік пайда болады. Қазіргі таңда бағдарламалау тілдері көп, соның ішінде python тілі қолданушыға ыңғайлы және ең көп тараған тілдердің бірі болып саналады. Python тілі-қазіргі заманғы әзірлеудің барлық салаларында қолданылатын қарапайым, икемді және керемет танымал тіл. Оның көмегімен веб-қолданбалар жасауға, ойындар жазуға, деректерді талдауға, жүйелік басқару тапсырмаларын автоматтандыруға және т.б. болады. Осымақалада Python бағдарламалау тілінің қосымша деректерінің түрлері қарастырылған. Олар: жиындар, кортеждер, сөздіктер. Бұл қосымша деректер Python тілінің мүмкіндіктерін арттырып, бағдарламаға деген сенімділікті ұлғайтады.

**Түйін сөздер:** жиындар, кортеждер, сөздіктер, топтамалар, параметр, айнымалы, функция, индекс.

Аннотация

А.А. Шалтабаев<sup>1</sup>, С.М. Нурмуханбетов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Жетісуский государственный университет имени И. Жансугурова, г. Талдықорған, Казахстан

## ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВИДЫ ДАННЫХ НА ЯЗЫКЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ PYTHON

В последнее время интерес к языку программирования растет. Можно заметить внедрение цифровых и информационных технологий в повседневную жизнь и ее развитие. Если человек работает с компьютером, рано или поздно, возникает его желание на программирование, а иногда возникает необходимость. В настоящее время существует много языков программирования. В частности, Python является одним из наиболее распространенных языков, удобных для пользователя. Язык Python-простой, гибкий и невероятно популярный язык, используемый во всех областях современности. С его помощью можно создавать веб-приложения, записывать игры, анализировать данные, автоматизировать задачи системного управления и т.д. В этой статье рассматриваются дополнительные виды данных на языке программирования Python. К ним относятся: множества, кортежи, словари. Эти дополнительные данные расширяют возможности языка Python и увеличивают уверенность в программе.

**Ключевые слова:** множества, кортежи, словари, сборники, параметр, переменная, функции, индексы.

Abstract

## ADDITIONAL DATA TYPES IN THE PROGRAMMING LANGUAGE PYTHON

Shaltabayev A.A.<sup>1</sup>, Nurmukhanbetov S.M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> I. Zansugurov Zhetysu State University, Taldykorgan, Kazakhstan

Recently, interest in the programming language is growing every year. This is the introduction of digital and information technologies in everyday life and its development. If a person works with a computer, sooner or later, there



is a desire for the program, and sometimes there is a need. Currently, there are many programming languages. In particular, Python is one of the most common user-friendly languages. Python is a simple, flexible and incredibly popular language used in all areas of modernity. It can be used to create a web application to record games, analyze data, automate tasks, system management, etc. In this article, additional types of data in the Python programming language. These are: sets, tuples, dictionaries. This additional data extends the capabilities of the Python language and increases confidence in the program.

**Keywords:** sets, tuples, dictionaries, collections, parameter, variable, functions, indexes.

Қазіргі кезде адам өмірінде компьютерді қолдану күннен-күнге кеңейуде. Компьютердің әмбебаптығы ойын бағдарламаларынан бастап мәліметтер қоймасын басқару жүйесіне дейін, яғни бағдарламалық жабдықтамалардың әр алуандығымен айқындалады. Кез келген міндетті орындау алгоритмінің болуын қажет етеді. Алгоритм негізінде бағдарлама құрылады, яғни есеп шешуінің алгоритмі оны компьютерде орындауға жарамды түрде жазылады. Оның ішіне бағдарламалау тілдері, осы тілдерден аударғыштар, қосалқы бағдарламалардың кітапханалары, бағдарламалардың құрастырушысы кіреді. Бағдарламалау жүйесінің негізін құрайтын – бағдарламалау тілі. Осындай бағдарламалау тілінің бірі - Python тілі болып табылады.

Python-бір мезгілде қарапайым және қуатты объектіге бағытталған бағдарламалау тілі болып табылады. Ол жоғары деңгейдегі деректер құрылымын қамтамасыз ететін, талғампаздық синтаксисі бар және динамикалық теруді пайдаланады, ол түрлі қосымшалар арқылы бірнеше платформаларында жұмыс істеу үшін арналған тамаша тіл. Python - бүкіл әлем бойынша түрлі мақсаттар - деректер базасын және сөз өңдеу үшін кең таралған әмбебап тіл, ойындарға интерпретатор қосу және де GUI-ді бағдарламалау және жылдам прототип құру (RAD) үшін арналған тіл. Сонымен қатар Python – INTERNET және WEB қосымшаларын бағдарламалау үшін пайдаланылады.

Python тіліндегі коллекциялар басқа бірқатар объектілерге (міндетті түрде біртектес емес) сілтемелерді сақтайтын деректер түрлері деп аталады. Коллекциялар бірізділікке, жиындарға және бейнелерге бөлінеді. Енгізілген деректер түрлерінің арасында, бірінші болып қарапайым (өзгеретін) және бекітілген жиындар (set және frozenset), екінші – кортеждер (tuple) және акырында, үшінші – сөздіктер (dict) жатады.

Стандартты жинақтар белгілі бір түрлерінің шешілетін міндеттері үшін жеткілікті, бірақ кейде стандартты емес түрлерге қажеттілік туындайды. Ал Python тілдің әр қарай дамуына, жаңа қосымша деректер түрлерін ұсынды [1].

Python тілін әзірлеушілердің математикалық білімі, деректер түрлеріне өз іздерін қалдырды.

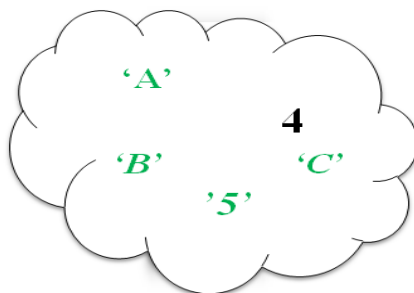
Python тіліндегі (set) жиынтығын қарастырайық. Ол өзгермейтін, бірегей элементтердің реттелмеген жиынтығы.

Жиындар құрамыз:

```
>>> v = {'A', 'C', 4, '5', 'B'}
>>> v
{'C', 'B', '5', 4, 'A'}
>>>
```

Назар аударыңыз, нәтиже жинағы біз оны жасаған ретпен көрсетілмегенін ескеріңіз, жинағы - реттелмеген жинақ.

Жиынтықты схемалық түрде елестетіңіз:



Python жиынтықтарының қызықты қасиеттері бар:

```
>>> v = {'A', 'C', 4, '5', 'B', 4}
>>> v
```

```
{'C', 'B', '5', 4, 'A'}
```

```
>>>
```

Топтаманы қосқан кезде қайталанатын элементтер жойылғанын көреміз (жиынның элементтері бірегей болады).

Жиын жасау жолдарын қарастырыңыз:

```
>>> set ( [3, 6, 3, 5] )
```

```
{3, 5, 6}
```

```
>>>
```

Топтамалар тізімнен жасалуы мүмкін. Назар аударыңыз, тізімдерді жасау кезінде тізімнен қайталанатын элементтер жойылады. Бұл қайталанулардың тізімін тазалаудың тамаша жолы:

```
>>> list ( set ( [3, 6, 3, 5] ) )
```

```
[3, 5, 6]
```

```
>>>
```

Range функциясы ауқымды жиындарды жасауға мүмкіндік береді:

```
>>> set(range(10))
```

```
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
```

```
>>>
```

Кейбір белгіленген операцияларды қарастырайық:

```
>>> s1 =set(range(5))
```

```
>>> s2 =set(range(2))
```

```
>>> s1
```

```
{0, 1, 2, 3, 4}
```

```
>>>s2
```

```
{0,1}
```

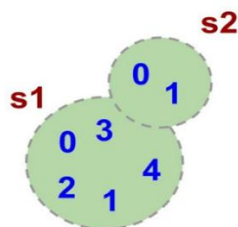
```
>>>s1.add('5') # элементқосыңыз
```

```
>>> s1
```

```
{0, 1, 2, 3, 4, '5'}
```

```
>>>
```

Python жиынтықтары көптеген математикалық жиынтықтармен сәйкес келеді:



```
>>> s1.intersection (s2) # шақыруәдісіарқылыжиындардыңқиылысуы (s1 & s2) {0, 1}
```

```
>>> s1.union (s2) # шақыруәдісіарқылыжиындардыбіріктіру (s1 & s2)
```

```
{0, 1, 2, 3, 4, '5'}
```

```
>>>
```

Кортеждер. «Тізімдер болса, неге кортеждер қажет?» - деген сұрақ тууы мүмкін. Яғни, кортеж бізге әдейі (жаман) және кездейсоқ (жақсы) өзгерістерден қорғайды. Сондай-ақ, ол математикада-кортеж (tuple) тамырларымен кетеді. Кортежді шартты түрде өзгермейтін "тізім" деп атауға болады, өйткені оған өзгертуден басқа көптеген тізімдік функциялар қолданылады. Деректер құрылымының элементтері бағдарлама жұмысы барысында өзгертілмейтініне сенімді болғымыз келсе, кортеждер пайдаланылады. Тізімдердегі жасырылулар мәселесін есте сақтаңыз.

Кортеждердегі кейбір операциялар:

```
>>>() # бос кортеж жасау ()
```

```
>>>(4) # бұл кортеж емес, бүтін объект! 4
```

```
>>>(4,)# бұл-бір элементтен тұратын кортеж! (4,)
```

```
>>> b = ('1', 2, '4') # кортеж жасаймыз
```

```
>>> b
```

```
('1', 2, '4')
```

```
>>>len(b) # кортеж ұзындығын анықтаймыз 3
```

```
>>> t = tuple(range(10)) # range функция арқылы кортеж жасау ()
>>> t + b                # кортеждерді біріктіру
(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, '1', 2, '4')
>>> r = tuple([1, 5, 6, 7,8,'1']) # тізімдегі кортеж
(1, 5, 6, 7, 8, '1')
```

Кортеждер арқылы екі айнымалы мәндерді бір уақытта беруге болады:

```
>>> (x, y) = (10, 5)
>>> x 10
>>> y 5
>>> x, y = 1, 3 # егер дөңгелек жақшаны алып тастасақта оның нәтижесі өзгермейді
>>> x 1
>>> y 3
>>>
```

Екі айнымалының мәнін өзгерту:

```
>>> x, y = y, x
>>> x 3
>>> y 1
>>>
```

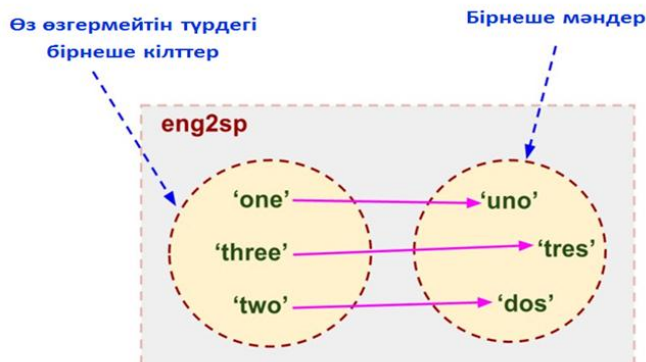
Бастапқыда x 1, y 3 болса, x, y = y, x енгізгенде x 3, y 1 ауысқанын анық байқауға болады.

Біз кортежді өзгертуге болмайды деп айттық, бірақ оны өзгертудің бір жолы ол кортежге кіретін тізім:

```
>>> t = (1, [1, 3], '3')
>>>t[1] [1, 3]
>>>t[1][0] = '1'
>>>t
(1, ['1', 3], '3')
>>>
```

Сөздіктер. Келесі деректер түрі - бұл сөздік (dict). Python тіліндегі сөздік – өзгермейтін түрдегі кілттері бар, реттелмейтін, өзгермейтін жинақ немесе қарапайым «тізім» ретінде қарастырамыз.

Испан тілінде сөзбен ағылшын тіліндегі әр сөзге сәйкес келетін сөздікті жасаудың мысалын қарастырайық.



```
>>> eng2sp=dict()      # бос сөздік жасаңыз
>>> eng2sp
{}
>>> eng2sp['one'] = 'uno' # 'one' индексі бар элементке арналған 'uno'
>>> eng2sp
{'one': 'uno'}
>>> eng2sp['one']
'uno'
>>> eng2sp['two'] = 'dos'
>>> eng2sp['three'] = 'tres'
```

```
>>> eng2sp
{'three': 'tres', 'one': 'uno', 'two': 'dos'}
```

```
>>>
```

Сөздіктің индекстері ретінде өзгермейтін жолдарды, кортеждерді пайдаланады және олар да өзгермейді:

```
>>> e = {}
```

```
>>> e
```

```
{}
```

```
>>> e[(4,'6')] = '1'
```

```
>>> e
```

```
{(4, '6'): '1'}
```

```
>>>
```

Нәтижедегі eng2sp сөздігі «араласқан» түрде көрінді, өйткені жиынтықтармен салыстырғанда сөздіктер реттелмеген жинақ болып табылады.

Сөздіктер операторларда қолданылады:

```
>>> eng2sp
```

```
{'three': 'tres', 'one': 'uno', 'two': 'dos'}
```

```
>>> 'one' in eng2sp # терубойынша іздеу пернелер
```

```
True
```

```
>>>
```

Жиі сөздіктер элементтердің пайдалану жиілігін табу үшін пайдаланылады тізбектер (тізім, жол, тупле).

Элементтердің пайдалану статистикасын қамтитын сөздікті жүйелі түрде қайтаратын функция:

```
def histogram(s):
```

```
    d = dict() for c in s:
```

```
        if c not in d: d[c] = 1
```

```
        else:
```

```
            d[c] = d[c] + 1 # немесед[c] += 1
```

```
    return d
```

Histogram функциясын шақырған кездегі нәтижесі тізімге, жолға, кесіндіге сәйкес келеді:

```
>>> histogram([2, 5, 6, 5, 4, 4, 4, 3, 2, 2, 2, 2])
```

```
{2: 5, 3: 1, 4: 4, 5: 2, 6: 1}
```

```
>>> histogram("ywte3475eryt3478e477477474")
```

```
{'4': 6, '8': 1, 'e': 3, '3': 2, '7': 7, '5': 1, 'r': 1, 'y': 2, 'w':
```

```
1, 't': 2}
```

```
>>> histogram((5, 5, 5, 6, 5, 'r', 5))
```

```
{5: 5, 6: 1, 'r': 1}
```

```
>>>
```

Сөздіктермен тағы басқа объектілермен бірдей сияқты, кірістірілген функциялар, кілт сөздер (мысалы, for және while циклдары), сондай-ақ арнайы сөздіктер әдістері бар.

Сөздіктер әдістері:

dict.clear () - сөздікті тазартады.

dict.copy () - сөздіктің көшірмесін қайтарады.

classmethod dict.fromkeys (seq[, value]) - seq кілттері және value мәні бар сөздік жасайды.

dict.get (key[, default]) - кілт жоқ болса мәнін қайтарады және default қайтарады.

dict.items () - жұптарды қайтарады (кілтті, мәнді).

dict.keys () - сөздікке кілттерді қайтарады.

dict.pop (key[, default]) - кілтті жояды және мәнді қайтарады. Егер кілт болмаса, default қайтарады.

dict.popitem () - жояды және қайтарады (кілт, мән). Егер сөздік бос болса, KeyError-ді жығарады.

Есіңізде болсын, сөздіктер реттелмеген болады.

dict.setdefault ( key [, default]) - кілт мәнін қайтарады, бірақ ол жоқ болса, default (әдепкі бойынша None) мәні бар кілтті жасайды.

dict.update ([other]) - other-ден жұптар қосу арқылы сөздік жаңартады (кілт, мән). Кілттер қайта жазылады.

dict.values () - сөздік мәнін қайтарады [2].

Ал енді анықтама үшін (параметрлердің айнымалы саны) қарастырайық. Біз Жұлдызшамен (мысалы, \*param) параметрді жариялағанда, осы позициядан бастап аяғына дейін барлық позициялық дәлелдер param атымен кортежге жиналады. Сол сияқты, біз екі Жұлдызшамен (\*\*param) параметрлерді жариялағанда, осы позициядан бастап аяғына дейін барлық негізгі дәлелдер params атымен сөздікке жиналады.

```
def total(initial=5, *numbers, **keywords): count = initial
for number in numbers:
count+=number#немесе      count = count +number
for key in keywords:
count+=keywords[key]      #немесе      count = count +keywords[key]
return count
# 1, 2, 3 – позициялық аргументтер, vegetables және fruits – кілттік аргументтер
print(total(10, 1, 2, 3, vegetables=50, fruits=100))
```

Бағдарлама жұмысының нәтижесі:

```
>>>
===== RESTART: C:/Python35-32/test.py ===== 166
>>>
```

Егер кейбір негізгі параметрлер позициялық аргументтер ретінде емес, тек кілтпен қол жетімді болса, оларды жұлдызша арқылы параметрден кейін жариялауға болады. Жұлдызша арқылы параметрден кейін параметрлерді хабарландыру тек негізгі дәлелдер береді. Егер мұндай дәлелдер үшін әдепкі мән көрсетілмесе және оны шақырғанда берілмеген болса, функцияға жүгіну катені тудырады.

```
def total(initial=5, *numbers, extra_number): count = initial
for number in numbers: count += number
count += extra_number print(count)
total(10, 1, 2, 3, extra_number=50)
```

```
total(10, 1, 2, 3)
```

```
# Қате пайда болады, себебі біз мәнді көрсетпедік
# 'extra_number' аргументі үшін үйреншікті жағдай
```

Бағдарлама жұмысының нәтижесі:

```
>>>
===== RESTART: C:/Python35-32/test.py ===== 66
Traceback (most recent call last):
File "C:/Python35-32/test.py", line 9, in <module>total(10, 1, 2, 3)
TypeError: total() missing 1 required keyword-only argument: 'extra_number'
>>> [3].
```

Қорыта келе, Python бағдарламалау тілінің қосымша деректер түрлерінің қасиеттері мен олардың атқаратын қызметтерін қарастырдық. Атап айтсақ, жиындар (set), кортеждер (tuple) және сөздіктер (dict). Бұлар стандартты жинақтарға қосымша деректер болып табылады.

*Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Чаплыгин А. Н. *Учимся программировать вместе с Питоном. Учебник. – ревизия 226. – 135 с.*
- 2 Федоров Д. Ю. *Программирование на языке высокого уровня Python. Санкт-Петербург 2019, – 85 – 90 с.*
- 3 Марк Лутц. *Изучаем Python. 4-е издание. – Пер. с англ. – СПб.: Символ-Плюс, 2011, – 48 с.*

МРНТИ 20.01.07  
УДК 378

А.С. Шаяхметова<sup>1</sup>, П.Б. Сейсенбекова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты, Алматы қ., Қазақстан

<sup>2</sup> Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

## БІЛІМ АЛУШЫЛАРДЫҢ ҚҰЗІРЕТТІЛІГІН ҚАЛЫПТАСТЫРУДА БАЙЕС ТӘСІЛІНІҢ ҚОЛДАНЫЛУЫ

*Аңдатпа*

Байес желілер теориясы соңғы уақыттарда ғылым мен өндірістің әртүрлі салаларында әртүрлі қолданбалы мәселелерді шешуде талапқа сай болды. Байес тәсілін тәжірибеде тиімді пайдалану үшін Байестік желілердің математикалық идеяларын жүзеге асыратын жоғары сапалы бағдарламалық өнім қажет. Қазіргі уақытта мұндай бағдарламалық өнімдер өте көп. Біз солардың ішінен BayesiaLab бағдарламалық пакетін қарастырдық. BayesiaLab Байес желілерін құру және пайдаланудың кешенді құралы болып табылады. BayesiaLab пакетінің көмегімен Байес желісінің модельдерін анықтау, зерттеу, редакциялау және талдауға болады. Бұл мақалада жалпы құзыреттілік туралы ғалымдардың анықтамалары беріліп, Ақпараттық технологиялар бағытында білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыру барысында Байес желілерін пайдалану мүмкіндігі зерттелді. Ақпараттық технологиялар бағытында білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыру үшін жалпылама алгоритм жасалды.

**Түйін сөздер:** Байес желісі, білім алушылардың құзыреттілігі, білімнің ұтқырлығы, икемділік әдісі, сыни ойлау, BayesiaLab бағдарламалық пакеті.

*Аннотация*

А.С. Шаяхметова<sup>1</sup>, П.Б. Сейсенбекова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт информационных и вычислительных технологий, г. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup> Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БАЙЕСОВСКОГО ПОДХОДА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КОМПЕТЕНТНОСТИ ОБУЧАЮЩЕГО

Теория байесовских сетей в последнее время стала весьма востребованной при решении различных прикладных задач в разных направлениях науки и производства. Для эффективного использования байесовского подхода необходим качественный программный продукт, реализующий математические идеи байесовских сетей на практике. Таких программных продуктов в настоящее время разработано достаточно большое количество. Мы рассмотрели программный пакет BayesiaLab. BayesiaLab - это комплексный инструмент для создания и использования сетей Байеса. Используя пакет BayesiaLab, можно идентифицировать, исследовать, редактировать и анализировать модели сети Bayes. В данной статье рассматриваются выводы ученых по общей компетенции и исследуется возможность использования Bayes Networks при формировании компетенций у студентов. Разработан алгоритм формирования компетенций студентов в области информационных технологий.

**Ключевые слова:** байесовская сеть, компетентности обучающихся, мобильность знаний, гибкость метода, критичность мышление, программный пакет BayesiaLab.

*Abstract*

## THE USE OF THE BAYESIAN APPROACH IN THE FORMATION OF THE STUDENT'S COMPETENCE IN THE ICT DIRECTION

A.S. Shayakhmetova<sup>1</sup>, P.B. Seisenbekova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Information and Computational Technologies, Almaty, Kazakhstan

<sup>2</sup> Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

The theory of Bayesian networks has recently become very popular in solving various applied problems in various areas of science and production. To effectively use the Bayesian approach, a high-quality software product is needed that implements the mathematical ideas of Bayesian networks in practice. Such software products currently developed quite a large number. We have looked at the BayesiaLab software package. BayesiaLab is a comprehensive tool for creating and using Bayes networks. By using the BayesiaLab package, you can identify, explore, edit, and analyze Bayes's network models. This article deals with the findings of scientists on general competence and explored the possibility of using Bayes Networks in the formation of competencies of IT students. An algorithm has been developed to form the competence of students in the field of information technology.

**Keywords:** Bayesian network, student competencies, knowledge mobility, method flexibility, critical thinking, BayesiaLab software package.

Заманауи ақпараттық технологиялардың қарыштап дамуы білім беру жүйесінде ақпараттық тәсілдер арқылы білім алушылардың құзыреттілігін анықтауға мүмкіндік береді. Бұған білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыруға арналған интеллектуалды ортаны құру жатады. Оның негізгі компоненті ақпараттық технологиялар бағыты бойынша білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыру болып табылады. Әдістемелік терминдер сөздігінде: «Құзыреттілік – қандай да бір оқу пәнін оқыту үдерісінде қалыптасатын білім, білік, дағдылар жиынтығы, сонымен қатар, қандай да бір қызметті орындай алу қабілеттілігі», – делінген. «Қазақ Совет Энциклопедиясының» орысша - қазақша сөздігінде: құзыреттілік ұғымына «хабардар, жетік, терең білетін» деп, ал құзырет «хабардарлық, міндет, қызмет бабы» деп анықтама берілген. Құзыреттілік түсінігі көп аспектілі әртүрлі ұғымды білдіреді. Білім беру жүйесінде құзыреттілік жеке тұлғаның белгілі бір іс-әрекетті немесе жұмысты орындауға қабілеттілігі. Белгілі бір іс-әрекетті іске асыру үшін білім алушының білімі, ептілігі, дағдысы және тәжірибесі болуы керек. Яғни, білім алушының белгілі бір сұрақтар төңірегінде тәжірибесі, хабары болуы тиіс. В.М. Шепель құзыреттілікке білім, ептілік, тәжірибе, теориялық дайындығын енгізеді [1]. Басқа да құзыреттілікке берілген анықтамалар (В. Ландшеер, П.В. Симонов, М.А. Чошанов) бұған қайшы келмейді. Мәселен, В. Ландшеер құзыреттілікті терең білімділік, тапсырманы орындауға сай тұру деп ұғынады [2]. П.В. Симонов тапсырманы орындауға құлықтылық жөнінде, М.А. Чошанов құзыреттіліктің мазмұндық (білім) және процессуалдық (ептілік) компоненттеріне көңіл бөледі [3]. «Құзырет» ұғымын алғаш енгізген Н. Хомский оған «белгілі бір пәнді оқыту процесінде қалыптасқан білім, дағды, ептілік жиынтығы, сондай-ақ, белгілі бір іс-әрекетті жүзеге асыруға қабілеттілік деген анықтама береді. Алғашында бұл ұғым тіл үйренуге қатысты пайда болған [4]. Э.Г. Азимов пен А.Н. Щукиннің соңғы шыққан сөздігінде құзырет ұғымына он екі түрлі анықтама береді [5]. Құзырет және құзыреттілік ұғымдарын қолдана отырып, біз бұл ұғымдардың «білім мазмұны» («білімділіктің мазмұны») және «білімділік» деген ұғымдарға сәйкес екенін ескеруді маңызды деп санаймыз.

Құзыреттілік мәселесі бойынша – А. Дорофеев, В.С. Кульневич, Г. Селевко, Л.А. Петровская, Т.Е. Исаева, А.В. Хуторской, Н.В. Кузьмина, А.К. Маркова, В.Д. Шадриков, Г.Ж. Менлибекова, Б.Т. Кенжебеков, Дж. Равен, С.И. Ферхо, Ю.Г. Татур, И.А. Зимняя, В. Байденко, С.Е. Шишов, Ш. Таубаева, М.Ж. Жадринаның, Д.П. Мучкиннің, А. Арғымбаеваның, К.Л. Кабдолова мен Г.У. Кунакованың, Р. Дәулетованың, В.Е. Гаибова мен А.П. Чернявская, А.Б. Изделеуова еңбектерін талдау құзыреттілік ұғымының мәнін нақтылауға, тереңірек аша түсуге мүмкіндік береді.

Құзыретті болу дегеніміз сол жағдайға сай өзінің білімін, ептілігін, дағдысын, тәжірибесін жинақтай алуы және қолдана білуі, яғни нақты жағдайға сай беталысын, іс-әрекетін жұмылдыру. Сонымен құзырет және құзыреттілік ұғымдарының пайда болып, білім беру саласында орнығып қалу табиғаты екі жақты болып келеді. Алдымен әлеуметтік және жекетұлғалық себептерге (жекетұлғалық-маңыздылық) байланысты. Бұл жеке тұлғаның мүмкіндіктерінің ашылуына жол ашады және социумның да, жеке тұлғаның да мақсаттарын қанағаттандырады. Сонан кейін оқу-тәрбие жұмысының мақсаттарына байланысты. Жоғары оқу орындарында еңбек нарығына бейім, кәсіптік қызметке психологиялық дайындығы бар маман дайындау мақсаты тұрады.

Жеке тұлғалық-бағдарлық жүйеде жалпы құзыреттілікті қалыптастырудың мынадай қағидаларына сүйену керек: студенттің жоғары оқу орнына дейінгі қалыптасқан тәжірибесінің белсенді тұтынушысы ретінде дербестілігін, өзіндік ерекшелігін, өзіндік сенімін айрықша ескеру; білім беру процесін жобалауда берілген білімнің жеке әрекетке көшу мүмкіндігін алдын-ала қарастыру; студенттің жеке тұлға ретінде дамуының үнемі өзін-өзі байыту арқылы жүруі.

**Пәндік құзыреттілік** – білім беру қызметінде белгілі бір пәндер шеңберіне қатынасты білім, біліктілігі және дағдысы мен іс – әрекетінің сапалар жиынтығы. Педагогикалық және әлеуметтік психологияның негіздерін қолдана білу іскерлігі.

Білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыру үшін келесі: білімнің ұтқырлығы, икемділік әдісі және сыни ойлау факторлады есепке алу қажет. Қажетті ақпаратты таба білу, ақпаратты түсіндіре білу білімнің ұтқырлығын қалыптастырады. Икемділік әдісіәртүрлі жағдайларда ақпаратты пайдалануды ұйымдастыру. Ақпаратты түрлендіру, дәлелдер табу мен шешім қабылдау сыни ойлауды қалыптастырады. Білім алушыға осы қабілеттерді бойына қалыптастыру арқылы біз қажетті құзыреттілікке жетеміз. Ол үшін оқыту тәсілдерін, технологиясын және әдістерін Құзыретті білім берудің жалпылама теориясы, технологиясы және іске асыру әдістері төмендегідей.

Кесте 1. Құзыреттілікті қалыптастыру үшін білім алушылардың бойында болу керек қасиеттер және құзыреттілікті бағалауға арналған сұрақтар үлгісі келтірілген.

<i>Құзыреттілікті анықтаудың деңгейлері</i>	<i>Құзыретті болу үшін</i>	<i>Бағалауға арналған сұрақтар үлгісі</i>
Білімнің ұтқырлығы	Қажетті ақпаратты өз бетімен таба білуі және ақпаратты түсіндіре білуі керек. Бұл арқылы білім алушының бойынан ізденімпаздық және түсіндіре, білгенін жеткізе алу қабілеті артады.	(...кім, ...не, ...қашан, ...мағынасы не, ...негізгі ойы қандай, ...түйінді сөзді атаңыз, ...анықтама беріңіз, ...формуласын жазыңыз, ...қасиетін жазыңыз, ...сипаттаңыз, ...сөздік бойынша табыңыз), 1 – 10 сұрақтар.
Икемділік әдісі	Әртүрлі жағдайларда ақпаратты пайдалана алуы керек. Яғни, білім алушының бойынан икемділік, кез-келген жағдайға тез бейімделіп кету қабілеті артады.	(...қалай, ...не үшін, ...неге, ...неден тұрады, ...қалай қатысты, ...қандай айырмашылықтары бар, ...мысал келтіріңіз, ...әртүрлі амалдар арқылы шешіңіз, ...түбірлі конспект құрыңыз), 11 – 20 сұрақтар.
Сыни ойлау	Ақпаратты түрлендіру, дәлелдер табу, өз ойын ортаға салу және шешім қабылдай алуы керек. Осы қасиеттер арқылы білім алушының бойынан өзіне деген сенімділік, батылдық қабілеті артады.	(...қатесін табыңыз, ...себебі неде, ...критерийлары қандай, ...артықшылығы мен кемшілігі қандай, ...болжам жасаңыз, ...қолдайтын немесе қарсы аргументтерді келтіріңіз), 21 – 30 сұрақтар.

Қазіргі уақытта Байес тәсілі әртүрлі зерттеулер саласында қолданбалы міндеттерді шешудегі келешекті бағыт болып табылады. Биологияда, техникада және медицинада математикалық әдістер мен компьютерлік технологиялар кеңінен қолданылады. Байес тәсілі дәлірек шешімдерді алуға және осы ғылымдардың теориялық дамуына мүмкіндік береді [6].

Байес тәсілі жалпы ғылым мен техника саласында ғана қарқынды дамып ғана қоймай, білім беру саласында да жылдам дамып келеді. Байес тәсілі білім беруде білім алушылардың білім сапасын анықтауда, тестілеу жүйелерінде және білім алушылардың құзыреттілігін анықтауда қолданыс табуда. Сонымен қатар оң және тиімді нәтижелер беруде. Білім беру саласында Байес тәсілін өз зерттеулерінде қолданған ғалымдардың еңбектеріне шолу жасап, жан-жақты қарастырдық.

[7] жұмыстақұрт жегінің клиникалық көрінісінің қауіпін анықтайтын бағдарлама сипатталады. Байес теоремасына сәйкес компьютерлік бағдарламамен есептеледі. Дамыған диагностикалық алгоритм - балалардағы құрт жегісінің ерте кезеңде клиникалық түрде анықталуының жылдам әрі оңай жолы болып табылады.

Бүгінгі таңда студенттік модель ұғымында Байес тәсілі жоғары деңгейде дамыған және зияткерлік компьютерлік жүйелердің негізгі құрамдас бөліктерінің бірі болып табылады. Зерттеу [8] студенттерді модельдеу үшін Байес желісін құру үрдісін сипаттайды. Бұл үдерістің негізгі кезеңдері айнмалыларды, құрылымды және параметрлерді анықтауды қамтиды. Есептеулер Байес желісі арқылы жүзеге асырылады. [9] Байес желілер мен компьютерлік бейімделу тесттеріне негізделген білім алушыларды модельдеуде диагностикаға жаңа тәсіл ұсынды. Жаңа интеграцияланған Байес студенттік моделі бейімделген тестілеу алгоритмімен анықталады және біріктіріледі. Ұсынылған құрылымдық модельдің артықшылығы - студенттердің әртүрлі деңгейге дейін төмендетілу мүмкіндігі, бұл студенттік модельді сипаттайтын және адаптивті диагностиканың алгоритмін қолдайтын Байес желісін құру үшін параметрлерді (шартты ықтималдық) айқындауға айтарлықтай жеңілдетуге мүмкіндік береді. Бұл тәсілдің тиімділігі студенттік модель арқылы тексеріледі. Нәтижелер Байес студенттік модельдің дәл және тиімді екендігін көрсетеді.

Болашақ IT мамандарының кәсіби құзыреттілігін бағалаудың сараптамалық жүйесі әзірленді [10]. Бұл жүйе Байес моделінің негізінде жүзеге асырылады.

Байес желісінің құрылымы білім алушылардың білімінің құрылымын көрсетеді және білім алушылардың дайындық деңгейіне қатысты пікірлер мен бағалауды жасай аласыз, сондай-ақ шешімдер қабылдай аласыз [11]. Жұмыста [12] студенттік модельдерді құру бойынша Байес тәсілдері үш түрге бөлінді. Сарапшылар желі құрылымын, сондай-ақ бастапқы және шартты ықтималдығын анықтайтын модельдердің бірінші түрі. Екіншісі - желі құрылымын шектеу арқылы тиімділікті

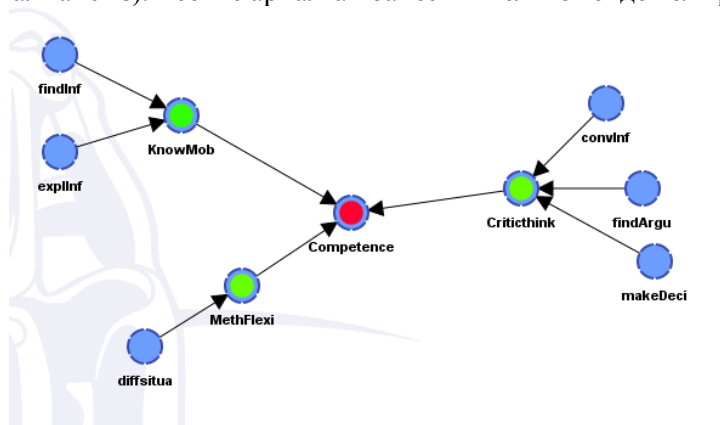


арттыруға бағытталған модельдер. Үшінші түрі - бұл желі құрылымы мен ықтималдық мәндерін жасау үшін бұрынғы эксперименттерден деректерді пайдаланатын деректерге негізделген модельдер.

Байес модельдерінің тартымдылығы олардың жоғары өнімділігінде, сондай-ақ график түріндегі интуитивті көріністе жатыр [13]. Жұмыста [14] білім алушылардың белгілі бір пән бойынша бейімделу тестілеуімен білім модельдеу мәселесі қарастырылады. Оқу курсының құрылымы пәндерді тарауларға бөлуді қамтиды, ал әрбір тарау өз кезегінде тұжырымдамалар жиынтығына сәйкес келеді. Тестілеуде әрқайсысы бір немесе бірнеше ұғымдарға иеленуді талап етуі мүмкін сынақ элементтерінің жиынтығы бар. Өз кезегінде, әрбір тұжырымның иелері бір немесе бірнеше сынақ тапсырмаларын орындау үшін қажет болуы мүмкін. Бұл жұмыс екілік айнымалы, байланыстырылған пәндер, тақырыптар, тұжырымдамалар және сұрақтар (тапсырмалар) бар Байес желісін пайдаланады. Айнымалыларға арналған шартты ықтималдықтар білім алушымен белгіленеді. Біз ақпараттық технологиялар бағытында білім алушылардың құзыреттілігін анықтау үшін Байес тәсілін таңдадық. Себебі Байес тәсілінде барлық өлшемдер мен параметрлер кездейсоқ саналады, өйткені іс жүзінде біз әдетте бөлу параметрлерін дәл білмейміз. Байес тәсілі бірыңғай тест жүргізу мүмкін болмаса да жұмыс істейді. Өртүрлі сынақтарды өткізген кезде біз жүргізілген оқиға туралы әртүрлі білім жинақтаймыз. Байестік тәсіл жаңадан алынған білім негізінде зерттелетін оқиғаның ықтималдығын бірте-бірте түсіндіруге мүмкіндік береді. Байес тәсілінің басты ерекшелігі барлық мәндер мен параметрлер кездейсоқ саналады және 0 таңдау кезінде де жұмыс істейді. Білім алушылардың құзыреттілігін анықтау үшін BayesiaLab бағдарламалық пакетінде Байес желісін құрамыз.

BayesiaLab Байес желілерін құру және пайдаланудың кешенді құралы болып табылады. BayesiaLab пакетінің көмегімен Байес желісінің модельдерін анықтау, зерттеу, редакциялау және талдауға болады.

BayesiaLab деректер жиынтығындағы құрылымдарды тез анықтай алатын жоғары дәрежелі оңтайландырылған оқу алгоритмдеріне ие. BayesiaLab оқу алгоритмдерін оңтайландыру критерийлері ақпараттық теорияға негізделген. Дегенмен, айнымалылардың таратылуына қатысты жорамалдар жасалмайды. Бұл алгоритмдер проблемалы аймақтардың барлық түрлеріне және барлық өлшемдеріне, кейде ықтимал миллиондаған ықтимал қатынастармен айналысатын мыңдаған айнымалы мәндерді қамтитын болады. Есептің шешімі үшін есептің қойылымы шеңберінде байес желісін тұрғызамыз. Айнымалылар үшін және ықтималдық байланыс үшін жеке тармақтар арасында эксперттерді қолданатын боламыз. BayesiaLab [15] Өте қуатты жүйе, жұмыс жасап жатқанына шамамен 20 жыл болды. Бүгінде BayesiaLab шығаратын Bayesia компаниясы Байес желілерімен жұмыс істеу үшін бағдарламалық жасақтама нарығының көшбасшысы болып табылады. Bayesia Engine API (қолданбалы бағдарламалау интерфейсі), Java-да іске асырылған кітапхана арқылы жұмыс істеуге болады. Бұл кешеннің кемшілігі - өте қымбат, бірақ 30 күндік тегін нұсқасын жүктеп алуға болады (желіні сақтай алмайсыз). Есепке арналған байестік желі төменде келтірілген (Сурет1 - 4).



Сурет 1. Байестік желі

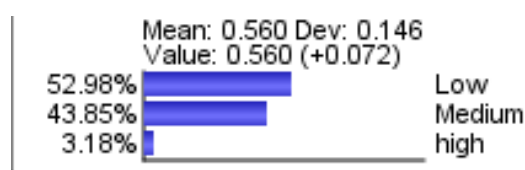
Байес сенімдік желісі – ациклді бағытталған граф болып табылатын ықтималдық-графикалық модель (яғни бағытталған циклдар бағыты жоқ циклдарға жіберілмейді), шындары кездейсоқ элементтер, ал шындар арасындағы шеттер элементтер арасындағы шартты тәуелділік болып табылады. Әрбір кездейсоқ элемент ықтималдық бөлу функциясымен сипатталады, кездейсоқ элементтер екілік, көп мәнді және үздіксіз болуы мүмкін [13-15].

Құзыреттілікті 3 критерий бойынша анықтаймыз. Олар білімнің ұтқырлығы (knowledge mobility), икемділік әдісі (method flexibility), сыни ойлау (critical thinking). Бұл 3 критерий бір-бірімен тығыз байланысты.



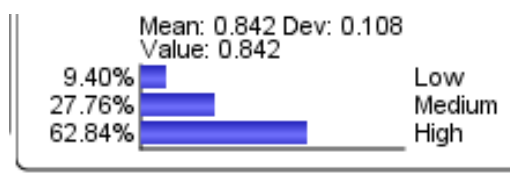
Сурет 2. Құзыреттілікті 3 критерий бойынша анықтау

Кездейсоқ білім алушыны ақпараттық технологиялар бағытындағы пәндерге деген құзыреттілігін анықтайық. Бізге бұл білім алушының ақпараттық технологиялар бағытындағы пәндерді оқығанын, әртүрлі жағдайларда ақпаратты пайдалана алу және ақпаратты түсіндіре білу қабілетінің бар екенін білмейміз. Бұл жағдайда жоғары ықтималдық – 3%



Сурет 3. Кездейсоқ білім алушының пәнге деген құзыреттілігін анықтау.

Бізге білім алушының ақпараттық технологиялар бағытындағы пәндерді оқығанын, әртүрлі жағдайларда ақпаратты пайдалана алу және ақпаратты түсіндіре білу қабілетінің бар екенін, сонымен қатар ақпаратты түрлендіру, дәлелдер табу және шешім қабылдай алу қабілетінің жоғары екенін білсек. Бұл жағдайда жоғары ықтималдық – 63% өзгергенін байқаймыз.



Сурет 4. Арнайы білім алушының пәнге деген құзыреттілігін анықтау

Ақпараттық технологиялар бағытында білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыру үшін мынадай алгоритм құрылды.

1. Білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыруға арналған критерийларды анықтап аламыз.
2. Құзыреттілікті қалыптастыруға арналған 3 критерийдің тармақтарын құрамыз.
3. 3 критерий бойынша байес желісін тұрғызамыз. Байес желісін тұрғызуда BayesiaLab пакетін пайдаланамыз. Айнымалылар және ықтималдық байланыс үшін жеке тармақтар арасында эксперттерді қолданамыз (Сурет1).
4. Жалпы 3 критерий және олардық тармақтары бір-бірімен тығыз байланысты. Осы 3 критерий бойынша ІТ бағытындағы білім алушылардың жалпы толыққанды құзыреттілігін анықтаймыз (Сурет 2).
5. Әр критерий бойынша құзыреттіліктерді анықтаймыз. ІТ бағытындағы білім алушылардың және басқа салада кездейсоқ білім алушылардың пәнге деген құзыреттілігін анықтап салыстырамыз. Яғни, білімнің ұтқырлығы (knowledge mobility), икемділік әдісі (method flexibility), сыни ойлау (critical thinking) критерийлері бойынша (Сурет 3, 4).

Байес тәсілін қолдану бойынша көптеген зерттеулер мен жарияланымдар жүргізілді. Бұл білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыруда Байес тәсілін қолданудың өзектілігін дәлелдейді. Зерттеу нәтижесінде: осы мәселе бойынша әдеби шолу жүргізілді, және жалпы құзыреттілік туралы ғалымдардың анықтамалары берілді.

Ақпараттық технологиялар бағытында білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастыру үшін Байес желілерін пайдалану мүмкіндігі зерттелді. Ақпараттық технологиялар бағытында білім алушылардың құзыреттілігін қалыптастырудың жалпылама алгоритмі жасалды.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

- 1 Шепель В.М. *Управленческая антропология. Человековедческая компетентность менеджера.* – М.
- 2 Ландишер В. Концепция «минимальной компетентности» / В. Ландишер // *Перспективы. Вопросы образования.* – 1988.
- 3 Чошанов М.А. *Гибкая технология проблемно-модульного обучения: Методическое пособие / М.А. Чошанов.* – М.: Народное образование, 1996. – 160 с.
- 4 Хомский Н. *Аспекты теории синтаксиса.* – М., 1972.
- 5 Азимов Э.Г., Щукин А.Н. *Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам).* – М.: Икар, 2009. – 448 с.
- 6 Трембач В.М. *Интеллектуальная информационная система формирования компетенций для реализации модели непрерывного образования. Открытое образование, 2010(4), -С 79-91.*
- 7 Bidjuk P.I., Terent'ev A.N. *Postroenie i metody obucheniya bajesovskih setej // Tavrijs'kij visnik informatiki i matematiki, №2, 2004 – s. 139-154.*
- 8 Khlopotov M. *Bayesian network in student model engineering for competence level evaluation // Naukovedenie, 2014. – No 5. – P. 1-24.*
- 9 Millan E., Perez-de-la-Cruz J.L. *A Bayesian Diagnostic Algorithm for Student Modeling and its Evaluation // User Modeling and User-Adapted Interaction. 2002. – No 12. - P. 281-330.*
- 10 Насейкина Л.И., Соколова И.М. *Разработка экспертной системы оценки профессиональной компетентности будущих IT-специалистов // Матер. XXXVII междунар. научн. практ. конф. «Технические науки – от теории к практике».* – Новосибирск: Сиб.АК, 2014. - №8 (33).
- 11 Кузнецова А. А., Понькина Е. В., Беднарикова З., Боварова М. *Исследование факторов миграции сельской молодежи на основе байесовских сетей доверия // Матер. Всероссийской конференции по математике «МАК-2016».* - Барнаул, 2016. - С. 133–137.
- 12 Van Lehn, K. *Student modeling from conventional test data: a Bayes approach without priors / K. VanLehn, Z. Niu, S. Siler, A. Gertner // Proc. of 4th Int. Conf. ITS'96. — 1996. — P. 29–47.*
- 13 Desmarais, M. C., & Baker, R. S. (2012). *A review of recent advances in learner and skill modeling in intelligent learning environments. User Modeling and User-Adapted Interaction, 22(1–2), 9–38.*
- 14 Millán E. *A Bayes Diagnostic Algorithm for Student Modeling and its Evaluation / E. Millán, J. L. Pérez-de-la-Cruz // User Modeling and User-Adapted Interaction. — 2002. — N. 12. — P. 281–330.*
- 15 *BayesiaLabURL: <http://www.bayesia.com/> (дата обращения 20.05.2016)*

МРНТИ 14.35.09  
УДК 378.02:37.016

*Ш.Т. Шекербекова<sup>1</sup>, А. Жанбырбаев<sup>1</sup>, Е.Х. Жабаев<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан*

### **БОЛАШАҚ ИНФОРМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІН ЖЕЛІЛЕРДІ МОДЕЛЬДЕУ НЕГІЗІНДЕ КОМПЬЮТЕРЛІК ЖЕЛІЛЕРГЕ ОҚЫТУДЫҢ ҚАЖЕТТІЛІГІ ТУРАЛЫ**

*Аңдатпа*

Мақалада болашақ информатика мұғалімдеріне компьютерлік желілерді оқыту мәселесі қарастырылған. Компьютерлік желілерге оқыту бойынша зерттеу жұмыстарына талдау жасалып, компьютерлік желілердің функционалдық мүмкіндіктері мен техникалық сипаттамалары туралы келтіріледі. Сонымен бірге, болашақ информатика мұғалімдерін осы салада кәсіби-бағдарлы дайындау керектігі айтылады. Болашақ информатика мұғалімдерін желілерді моделдеу негізінде компьютерлік желілерге оқытудың қажеттілігі көрсетіледі. Желілерді моделдеу түсінігіне сипаттама беріледі. Желілерді моделдеу оқытушыларға желілік жүйелердің күрделі техникалық принциптері мен жобаларын сипаттауға мүмкіндік береді. Желілерді моделдеу студенттер виртуалды жабдықтар мен байланыс модельдерін пайдаланып, желілерді құрып, баптай алады. Желілерді моделдеу программаларына салыстырмалы сипаттама жасалады. Желілерді моделдеу программаларының мүмкіндіктері, жұмыс істеу ерекшеліктері сипатталды. Соның ішінде Cisco Packet Tracer программасының мүмкіндігі мен жұмыс істеуі жайлы айтылады.

**Түйін сөздер:** компьютерлік желі, желілік технологиялар, желілерді модельдеу, Cisco Packet Tracer симуляторы.

*Аннотация*

*Ш.Т. Шекербекова<sup>1</sup>, А. Жанбырбаев<sup>1</sup>, Е.Х. Жабаяев<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан*

### **О НЕОБХОДИМОСТИ ОБУЧЕНИЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ ИНФОРМАТИКИ СЕТЕВЫМ ТЕХНОЛОГИЯМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕТЕЙ**

В статье рассмотрен вопрос обучения компьютерных сетей будущим учителям информатики. Анализируется исследовательская работа по обучению компьютерной сети, функциональные возможности и технические характеристики компьютерных сетей. Вместе с тем, говорится о необходимости профессионально ориентированной подготовки будущих учителей информатики в этой области. Указывается необходимость обучения будущих учителей информатики компьютерной сети на основе моделирования сетей. Дается характеристика понятия моделирования сетей. Моделирование сетей позволяет преподавателям описать сложные технические принципы и проекты сетевых систем. С помощью моделирования сетей студенты могут создавать и настроить сети, используя виртуальное оборудование и модели связи. Составлена сравнительная характеристика программы моделирования сетей. Описаны возможности, особенности работы программ моделирования сетей. В частности, речь идет о возможностях и функционирования программы Cisco Packet Tracer.

**Ключевые слова:** компьютерная сеть, сетевые технологии, моделирование сетей, симулятор Cisco Packet Tracer.

*Abstract*

### **ABOUT THE NECESSITY OF TRAINING FUTURE TEACHERS OF COMPUTER SCIENCE NETWORK TECHNOLOGY BASED ON NETWORK MODELING**

*Sh.T. Shekerbekova<sup>1</sup>, A. Zhanbyrbai<sup>1</sup>, E. H. Zhabayev<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Abai Kazakh national pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

In the article the question of learning computer networks of the future teachers of Informatics. The research work on computer network training, functionality and technical characteristics of computer networks is analyzed. At the same time, the necessity of professionally oriented training of future teachers of Informatics in this field is mentioned. The necessity of training future teachers of computer network Informatics on the basis of network modeling is indicated. The characteristic of the concept of network modeling is given. Network modeling allows teachers to describe complex technical principles and designs of network systems. Through network modeling, students can create and configure networks using virtual equipment and communication models. The comparative characteristic of the program of modeling of networks is made. Describes the features, features the work of simulations of networks. In particular, we are talking about the capabilities and functioning of the Cisco Packet Tracer program.

**Keywords:** computer network, network technologies, network modeling, Cisco Packet Tracer simulator

Білім беруді ақпараттандыру жағдайында желілік технологиялар оқу үдерісін ұйымдастырудың маңызды компоненті болып табылады және ақпараттық білім беру жүйелерінде қолданылатын оқу орнының ақпараттық білім беру ортасының құрамдас бөлігі ретінде көрсетіледі. Оқу орындарында ақпараттық-білім беру ортасының қалыпты жұмыс істеу шарттарының бірі ақпараттық білім беру ортасын құруды, дамытуды, сондай-ақ кәсіптік қызмет көрсетуді қамтамасыз ете алатындай білікті мамандардың болуына байланысты [1].

Қоғамды ақпараттандыру қазіргі заманғы цифрлық құрылғылардың көмегімен әртүрлі ақпаратпен тез және жедел алмасуға мүмкіндік беретін корпоративтік және жаһандық компьютерлік желілердің дамуы мен таралуымен тығыз байланысты. Кез келген компьютерлік желі аппараттық құрамдас бөлігі (дербес компьютерлер, цифрлық құрылғылар, серверлер, коммуникациялық жабдықтар және т.б.) және пайдаланушылар арасында ақпарат құруды, сақтауды, беруді, алмасуды қамтамасыз ететін программалық құраушы жиынтығы болып табылады. Компьютерлік желілерді дамыту оларды жобалаумен, іске асырумен, баптаумен, пайдаланумен байланысты жұмыстардың көлемі мен күрделілігінің өсуіне әкеледі. Бұл, өз кезегінде, жоғары оқу орнында информатиканы оқыту процесінде аталған қызмет түрлерін табысты жүзеге асыруға қабілетті білікті болашақ информатика мұғалімдерін кәсіби-бағдарлы даярлауды жүзеге асыру қажеттілігін негіздейді.

Компьютерлік желілер бағыты бойынша IT-мамандарды даярлау мәселелері В.А. Сухомлиннің, В.В. Сухомлиннің, В.Г. Олифер, Н.А. Олифер, Б.Я. Советова, С.С. Арбузов және т.б. ғалымдардың еңбектерінде қарастырылды.

Болашақ информатика мұғалімдерін компьютерлік желілерге оқытудың теориялық және әдістемелік негіздері И.В. Роберт, В.В. Лаптев, М.П. Лапчик, М.В. Швецкий, С.А. Жданов,

А.Ю. Уваров, С.Д. Каракозов, Р.В. Колбин, О.Г. Клюкин, Н.И. Рыжова, А.В. Могилев т.б. ғалымдардың еңбектерінде кеңінен зерттелген.

С.С. Арбузов информатиканы оқыту процесінде бакалаврларда компьютерлік желілер саласында құзырлықты қалыптастырудың педагогикалық технологиясын жасаудың ғылыми негіздерін зерттеген. Компьютерлік желілер саласындағы құзырлықтың құрамын анықтады, оқытудың мақсаттарын, мазмұнын, әдістері мен формаларын іріктеуді жүргізді, ұсынылған модель негізінде компьютерлік желілер саласындағы құзырлықты қалыптастырудың педагогикалық технологиясын және компьютерлік желілерге белсенді және интерактивті оқыту құралы ретінде оқу тапсырмалар жүйесін жасады [2]. О.И. Ляш зерттеу жұмысында құзырлықты тәсіл негізінде виртуалды машиналар мен орталардың қосымшаларын арнайы программалық қамтамасыз етуді қолдану арқылы болашақ информатика мұғалімдеріне желілік технологияларды оқыту әдістемесін қарастырған. Арнайы программалық қамтамасыз етудің желілік технологияларын оқыту құралы ретінде – виртуалды машиналар мен құралдардың қосымшаларын пайдалану мүмкіндігін қарастырып, оқытудың әдістемелік жүйесін нақты іске асыруда виртуалды машиналар арқылы желілік технологияларды оқытудың әдістемесін ұсынды [3].

О.А. Шестопалова информатиканың бейінді курсына жоғары сынып оқушыларын желілік технологияларға үйретудің әдістемелік тәсілдерін теориялық негіздеуге арналған, желілік технологиялардың жұмыс істеуін имитациялау негізінде аппараттық-программалық құралдарды модельдеуді, жобалауды, құрастыруды және пайдалануды зерделеуге бағытталған. Информатиканың бейіндік курсына желілік технологияларға оқытудың ұйымдастыру-әдістемелік шарттары, жоғары сынып оқушыларына арналған информатиканың бейіндік курсына желілік технологияларға оқытуды ұйымдастыру бойынша әдістемелік ұсыныстар әзірледі [4].

О.Ю. Лягинова зерттеу теориялық аспектілерді, информатика мұғалімдерін компьютердің аппараттық-программалық құралдарының құрылымын моделдеу және арнайы программалық ортасында ақпараттық желі саласында оқытудың теориялық негіздерін зерттеп, әдістемелік тәсілдерді жасады. Атап айтқанда компьютердің аппараттық-программалық құралдарының және ақпараттық желінің құрылымы мен жұмыс істеуін моделдейтін арнайы программалық орта мүмкіндіктерін анықтады, информатика мұғалімдерін арнайы программалық орта негізінде компьютердің аппараттық-бағдарламалық құралдарын моделдеуді ұйымдастыруда әдістемелік ұсыныстар мен ақпараттық желіні оқыту бойынша мазмұнын жасады [5].

Біздің зерттеу аясында болашақ информатика мұғалімдерін желілік технологияларға оқыту құралдарын таңдау жағдайына тоқталамыз. Оқу орындарының компьютерлік желісінде іске асырылатын ақпараттық қауіпсіздік саясаты, білім алушыларға программалық қамтамасыз етумен және жабдықпен жұмыс істеу үшін шектелген қолжетімдік құқық береді. Сондықтан, болашақ информатика мұғалімі желілік технологиялар мен жабдықтарды пайдалануға қол жеткізу құқығының шектелуіне байланысты (бағдарламалық қамтамасыз етуді орнатуды, желілік операциялық жүйені баптауды, компьютерлік желіні басқаруды, оның жұмыс істеуінің қауіпсіздігін қамтамасыз етуді және т.б.) іс жүзінде кәсіби деңгейдегі есептерді шешуді үйренуге мүмкіндігі болмайды.

Жоғарыда айтылғандардан желілерді моделдеу негізінде компьютерлік желілерге оқыту жеткілікті түрде іске аспағандығы байқалады.

Сонымен болашақ информатика мұғалімдерін даярлау барысында желілік технологиялар саласындағы кәсіби есептерді шешуде қиындық туындайды. Бірі жағынан, студенттер желілік технология саласындағы білім мен дағдыларды қажет етуімен, ал оқытушылардың оларды қажетті деңгейде толық дайындауды қамтамасыз ете алмауы байқалады. Сонымен қатар, екінші жағынан, оқу орнының компьютерлік желісінде қолдау көрсетілетін және оның нақты оқу процесі жағдайында тұрақты жұмыс істеуін қамтамасыз етуге бағытталған ақпараттық қауіпсіздіктің жалпы қабылданған саясаты осы мәселелерді шешуге қиындық тудырады. Сондықтан болашақ информатика мұғалімдерін желілерді моделдеу негізінде желілік технологияларға оқыту қажеттігі туындайды.

*Желілерді модельдеу* оқу орнындағы компьютерлік желілерді жобалау, қызмет көрсету, баптау және басқару бойынша кәсіби есептерді шешуге мүмкіндік береді. Сонымен бірге, моделдеу, визуализациялау, авторлық жасау, аттестация және бірге жұмыс жасау мүмкіндіктерін береді, ал оқытушыға күрделі технологиялық принциптерді оқытуға көмек жасайды. Желілерді моделдеу физикалық жабдықтармен толықтырылып, бұл студенттерге іс жүзінде тәжірибе жинақтауды қолдауға мүмкіндік беретін көптеген желілік құрылғыларды құруға, ақаулықтарды жою дағдыларын білуге және дамытуға мүмкіндік туғызады. Сонымен қатар, оқытушыларға желілік жүйелердің

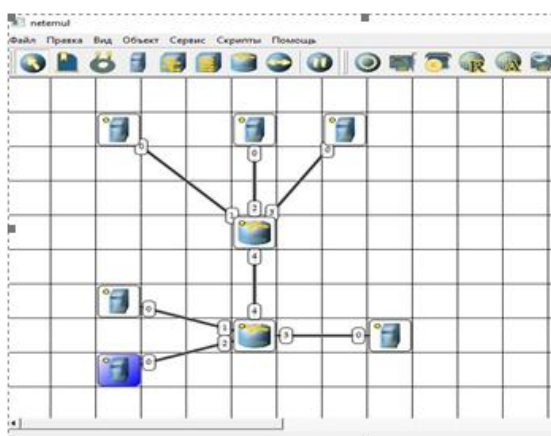
күрделі техникалық принциптері мен жобаларын оңай сипаттауға және көрсетуге мүмкіндік береді. Студенттер виртуалды жабдықтар мен байланыс модельдерін пайдалана отырып, желілерді құру, баптау мүмкіндігі болады және ақауларды орнатуына болады.

Енді желілерді моделдеу программаларына тоқталамыз. Бүгінгі күні компьютерлік желілерді эмуляциялауға арналған көптеген программалар бар. Олардың ішінде ең көп таралған Cisco Packet Tracer, NetEmul, GNS3 т.б. программалары. Осы программаларға сипаттама жасайық.

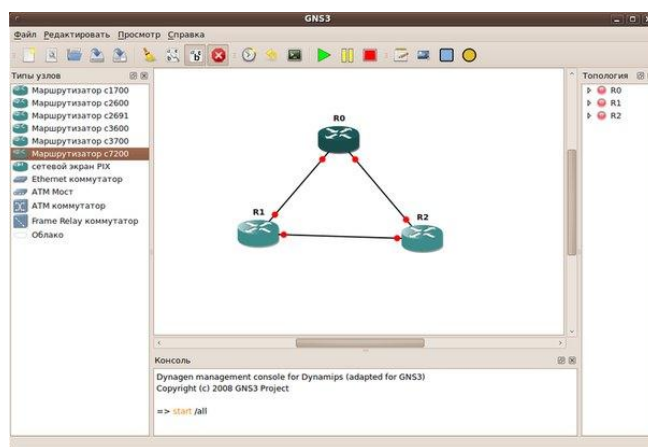
NetEmul - компьютерлік желілердің жұмысын визуализациялау үшін, онда болып жатқан процестерді түсінуді жеңілдету үшін қолданылады. Программа барлық ОЖ нұсқаларда Windows XP бастап Windows 7 бірдей жақсы жұмыс істейді.

Компьютерлік желілерді модельдеу және симуляциялауға арналған бағдарлама, желілерді құруға, реттеуге және оларды қол жетімділікке тексеруге мүмкіндік береді (1-сурет). GNS3 бағдарламасы – желінің графикалық симуляторы. GNS3 нақты желілердің жұмысын модельдеуге мүмкіндік береді, бұл желілік персоналды оқыту үшін өте маңызды болып табылады (2-сурет).

*Cisco Packet Tracer* – бұл желілерді моделдеудің көп функционалды программасы болып табылады.



Сурет 1. NetEmul программасының интерфейсі



Сурет 2. GNS3 бағдарламасының интерфейсі

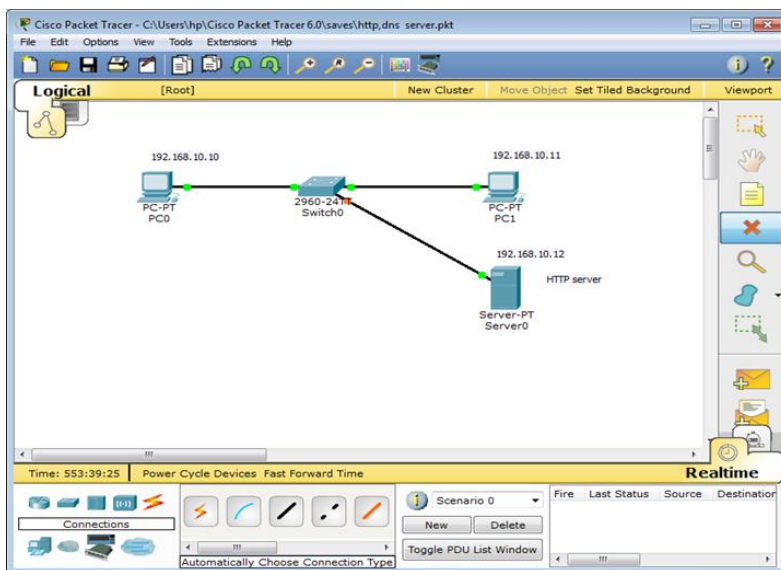
*Cisco Packet Tracer* – бұл программа желінің жұмысымен тәжірибелеуді рұқсат етеді, құрылғылардың тәжірибелік жағынан шексіз санымен желіні құра отырып, құрылғыны қолдануын табады және оны қойылған талаптарға сол немесе басқа ортаның күйіне келтіреді.

Программа тапсырманы қабылдаудың жылдамдығының шығармашылық ықпалын және сыни ойлаудың даму сапасын мүмкіндік береді. Сырт пішінін күйге келтіру және желілердің виртуалды құрылғыларды қолдану және жалғыз өзін байланыстыру имитациясы арқылы ақаулығын жояды.

*Cisco Packet Tracer* – түсініктер және протоколдармен оқытудың тиімді интерактивті ортасын ұсынады. Өз қолымен жеке виртуалды желі әлемін, тұжырымдама және желі технологиясын тәжірибе жасауға және түсіндіруге зерттеу үшін құруға болады. *Cisco Packet Tracer* өз бәсекелестерінің арасында ең қарапайым және тиімді болып табылады.

Мысалы, *Cisco Packet Tracer* желісінің жаңа жобасын құру GNS3 бағдарламасына қарағанда айтарлықтай аз уақытты алады, *Packet Tracer* орнату және баптау оңай. Осыған орай, біз зертханалық сабақтарды орындау барысында *Cisco* компаниясы құрған *Cisco Packet Tracer* желісінің эмуляторын пайдалануды ұсынамыз, ол әртүрлі желілік құрылғылардың (маршрутизаторлар, коммутаторлар, сымсыз қатынау нүктелері, дербес компьютерлер, желілік принтерлер) жұмысын имитациялауға мүмкіндік береді.

В.Г. Кобылянский, А.Г. Семенцова зерттеулерінде атап өтілгендей, *Cisco Packet Tracer* әртүрлі мақсаттағы көптеген құрылғылардың, әртүрлі байланыс түрлерін модельдеуге арналған [6], бұл кез келген өлшемді желіні жоғары деңгейде жобалауға мүмкіндік береді. Бұл бума екінші және үшінші деңгейдегі коммутаторлар; концентраторлар; жұмыс станциялары және сымсыз құрылғыларды модельдеуге мүмкіндік береді.



Сурет 3. Cisco Packet Tracer программасының интерфейсі

Әрбір құрылғы Cisco Packet Tracer бағдарламалық өнімінде теңшеуге болады. Құрылғының физикалық параметрлері-маршрутизаторлар мен коммутаторларға жаңа модульдерді, жұмыс станциялары мен серверлеріне қосымша желілік адаптерлерді қосу. Желілік интерфейстер параметрлері – IP мекенжайы, ішкі желі маскасы, сымсыз желі параметрлері. Маршрутизация параметрлері статикалық - RIP хаттамасы бойынша [7].

Cisco Packet Tracer негізгі мүмкіндіктері:

- достық графикалық интерфейс, бұл желіні ұйымдастыруды, құрылғының жұмыс принциптерін жақсы түсінуге ықпал етеді;
- логикалық топологияны кодтау мүмкіндігі: CCNA-күрделілік деңгейінде кез келген өлшем желісін құру үшін жұмыс кеңістігі;
- нақты уақыт режимінде модельдеу;
- симуляция режимі;
- программа интерфейсінің көптілділігі: бұл программаны өз ана тілінде үйренуге мүмкіндік береді;
- әр түрлі компоненттерді қосу/жою қабілеті бар желілік жабдықтың жетілдірілген суреті;
- Activity Wizard-тың болуы студенттер мен оқытушыларға желі үлгілерін жасауға және оларды одан әрі пайдалануға мүмкіндік береді;
- физикалық топологияны жобалау: қала, ғимарат, тірек және т. б. ұғымдарды пайдалана отырып, физикалық құрылғылармен өзара әрекет ету.

Cisco Packet Tracer-дің симуляция режимі сияқты қасиеттерінің арқасында, пайдаланушы мәліметтерді желі арқылы жылжытуды, деректерді желілік құрылғылар арқылы өту кезінде IP-пакеттер параметрлерінің пайда болуын және өзгеруін, IP-пакеттердің жылжу жылдамдығы мен жолын қадағалай алады. Желідегі оқиғаларды талдау оның жұмыс механизмін түсінуге және ақауларды анықтауға мүмкіндік береді.

Cisco Packet Tracer тек симулятор ретінде ғана емес, сонымен қатар нақты желі, оның ішінде Интернет арқылы виртуалды желіні симуляциялау үшін желілік бағдарлама ретінде де пайдаланылуы мүмкін. Әр түрлі компьютерлерді пайдаланушылар орналасқан жеріне қарамастан, бір желілік топологиямен жұмыс істей алады.

Әрине, Cisco Packet Tracer нақты желіде жұмыс тәжірибесін толық алмастыра алмайды, бірақ біздің ойымыз бойынша, бұл өнім оқыту процесін неғұрлым тиімді ете алады және компьютерлік желілерді зерттеуді кез келген уақытта және кез келген жерде қолжетімді қызықты процеске айналдыра алады.

Жоғарыда келтірілген программалар желілерді моделдеуге бағытталған, осы программаларды пайдалану компьютерлік желілерді терең меңгеруге мүмкіндік жасайды.

Сонымен, болашақ информатика мұғалімдері желілерді моделдеу негізінде білім алушылар бағдарламалық қамтамасыз етуді орнатуды, желілік операциялық жүйені баптауды, компьютерлік желіні басқаруды, оның жұмыс істеуінің қауіпсіздігін қамтамасыз етуді және т.б. жетік меңгере алады. Сондықтан болашақ информатика мұғалімін компьютерлік желі саласында даярлауда желілерді моделдеу негізінде компьютерлік желілерге оқыту әдістемесін жасау қажеттігі туындайды.

*Пайданылған әдебиеттер тізімі:*

1 Бидайбеков Е.Б., Жанбырбаев А.Б., Жабаев Е.Х. К вопросу подготовки будущих учителей информатики сетевым технологиям // XI Международная научно-практическая конференция «Инфо-Стратегия 2019: Общество. Государство. Образование». – Самара, 2019.-С.57-63.

2 Арбузов С.С. Формирование компетенций в области компьютерных сетей у бакалавров в процессе обучения информатике. Авт.дис. канд. пед. наук. Екатеринбург, 2016. -23 с.

3 Ляш О.И. Методика обучения будущих учителей информатики сетевым технологиям с использованием виртуальных машин: Авт.дис. канд. пед. наук. Мурманск, 2008. 284 с. -24 с.

4 Шестопалова О.А. Методические подходы к обучению сетевым технологиям на основе имитации функционирования аппаратно-программных средств (на примере профильного курса информатики и ИКТ). Авт.дис. канд. пед. наук. Москва, 2014. -19 с-

5 Лягинова О.Ю. Обучение учителей информатики моделированию аппаратно-программных средств компьютера и информационной сети на базе специализированных программных сред: Авт.дис. канд. пед. наук. Москва, 2011.- 20 с.

6 Кобылянский В.Г., Семенцова А.Г. Анализ компьютерных сетей в программном пакете cisco packet tracer // Технические науки - от теории к практике: сб. ст. по матер. LXVIII междунар. науч.-практ. конф. № 3(63). – Новосибирск: СибАК, 2017. – С. 39-46.

7 Хилл Б. Полный справочник по Cisco.: пер. с англ. М. : Вильямс, 2004. –1078 с.



## ҚҰРМЕТТІ АВТОРЛАР!

«Физика-математикалық ғылымдары» сериясы, «Хабаршы» ғылыми журналы математиканың, механика мен физиканың, информатиканың, сонымен қатар мектепте, колледжде және жоғары оқу орынында физика-математикалық пәндерді оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша ғылыми-білім беру басылымы болып табылады.

«Хабаршы» журналы Қазақстан Республикасының мәдени және ақпарат Министрлігінде мемлекеттік тіркеуден (Куәлік №4824-Ж, 15.03.2014 ж.) өткен және халықаралық идентификациялық нөмірі (ISSN 1728-7901) бар. ҚР Білім және ғылым министрлігінің білім және ғылым саласындағы қадағалау Комитетінің шешімімен (10.07.2012 ж., №1082 бұйрық) ғылыми қызметтерінің негізгі ғылыми нәтижелерін жариялау үшін Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршы журналы

- физика-математика ғылымдары (математика, физика, механика);
- техникалық ғылымдар;
- педагогика (оқыту және тәрбиелеу теориясы мен әдістемесі /математика, физика, информатика, білім беруді ақпараттандыру) ғылымдарымаандықтары бойынша басылымдар тізіміне енгізілді.

Журнал "Ұлттық ғылыми-техникалық ақпарат орталығы" АҚ (ҰҒТАО) мәліметтер базасына кіреді және қазақстандық цитаттау базасы (ҚазЦБ) бойынша нәлдік емес импакт факторы бар (<http://www.nauka.kz>).

2009 жылдан бастап Инженеринг және Технология Институтымен (Ұлыбритания) ақпараттық-қолдау қызмет көрсетуге жасалған келісім-шарттың (№2, 12.01.2009ж.) негізінде Абай атындағы ҚазҰПУ «Физика-математика сериясы» бойынша Хабаршы журналында жарияланатын мақалалардың реферативті ақпараты INSPEC электронды мәлімтер қорына енгізіледі.

### **«ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ҒЫЛЫМДАРЫ» СЕРИЯСЫ, «ХАБАРШЫ»ЖУРНАЛЫНА БАСЫЛАТЫН МАҚАЛАЛАРДЫ БЕЗЕНДІРІЛУГЕ ҚОЙЫЛАТЫН ТАЛАПТАР**

#### **I. Қажетті материалдар**

1. Жеке өз аттарынан жариялайтын докторанттар, магистранттар және студенттер үшін ғылыми жетекшінің рецензиясы болуы керек.
2. Мақала авторларының саны-4 артық емес.
3. Автор (авторлар) туралы мәліметтерді қамтитын, Хабаршы журналының электрондық Форма толтырылады: тегі, аты, әкесінің аты, жұмыс орны (қала, ұйымның/ЖОО толық атауы және қысқартылған атауы), ғылыми дәрежесі мен атағы, лауазымы, білім алушылар үшін – докторант, магистрант немесе студент, e - mail, байланыс телефоны; мақалаға аннотациялар, 3 тілдегі түйінді сөздер.

#### **II. Мақаланы безендіру ережесі**

Мақала мәтіні Word редакторында бірлік интервал арқылы терілу керек; .Парақ пішімі : 210 x 297 mm (A4); Жоғары, төменгі, оң жақтағы, сол жақтағы өрістер: – 2 см; Мақала беттері нөмірленбейді; 5.Шрифт: Times New Roman (қазақ, орыс, ағылшын тілдері үшін) – 11 пт; жоларалық интервал – бір; абзацтың бірінші жолының шегінісі-0,5 см.; Word редакторында орындалған суреттер объект ретінде қойылуы керек; Мақала мәтіні ені бойынша форматталуы керек.

#### **III. Формула жазуға қойылатын талаптар**

Формуладағы символдардың өлшемдері : обычный – 11 пт, крупный индекс – 6 пт, мелкий индекс – 5 пт, крупный символ – 24 пт, мелкий символ – 4 пт (математикалық редактор Equation).

**IV. Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:** Мақалада пайдаланылған әдебиеттер мәтінде пайдалану ретіне сәйкес қолжазбаның соңында келтіріледі. Мақаладағы әдебиетке сілтеу квадраттық жақшада беріледі, мысалы, [1], [2,3], [4-7].

#### **V. Мақаланың түрі**

1. Сол жақ жоғарғы бұрышында бас әріптермен МРНТИ (жартылай қарайтылған, кегль №10);
2. Сол жақ жоғарғы бұрышында бас әріптермен ЭОЖ (жартылай қарайтылған, №10 кегль);
3. Курсивпен, жартылай қарайтылмаған кіші әріптермен (№11 кегль) ортада автордың (авторлардың) аты-жөні мен тегі; Жоғарғы индекспен автордың жұмыс орны (бірнеше авторлар болған жағдайда) сәйкестігін көрсетеді.
4. Бір бос жолдан кейін курсивпен автор (авторлар) жұмыс істейтін ұжым және қаланың аты (кегль №11);
5. Бір бос жолдан кейін жартылай қарайтылған бас әріптермен, шрифт Cambria (кегль №11) мақала аты;

6. Бір бос жолдан кейін мақалаға үш тілде (қазақша, орысша, ағылшынша) **100-150 сөзден** тұратын қысқаша андатпа (кегль №10);

7. Бір бос жолдан кейін үш тілде **6-8 сөзден** тұратын түйін сөздер (кегль №10);

8. Бір бос жолдан кейін мақала мәтіні (кегль №11);

9. Мәтіннен кейін екі бос жол тастап кіші әріптермен әдебиеттер тізімі (кегль №10). Бірлік интервал. Тізім нөмерлері нүктесіз.

#### **VI. Мақалаларды жариялау тілдері – қазақ, орыс, ағылшын тілдері.**

Редакцияға түскен мақалаларға білім саласы бойынша мамандар мен ғылымдар пікір береді. Пікір негізінде редакция алқасы авторға мақаланы тағы да толықтыруға (түзетуге) ұсыныс жасауы, не мүлдем қайтарып беруі мүмкін. Бұрын жарияланған немесе басқа баспаға жіберілген мақалалар қабылданбайды. Мақала көлемі 5-7 бет. Көлемі 7 беттен артық болған жағдайда журнал редакциясымен хабарласып келісулері қажет. Мақала мәтініне енетін иллюстрациялардың, сұлбалардың және кестелердің көлемі мәтіннің жалпы көлеміне кіреді.

Мақаланы дайындау және жариялау бойынша пайда болған барлық сұрақтар бойынша журнал редакциясына хабарласыңыздар.

**Мекен-жайы:** Алматы қаласы, Төле би 86 көшесі, Абай атындағы ҚазҰПУ, Математика, физика және информатика институты.

**Жауапты хатшылар:** +7 707 7268828, +7 707 1754132

e-mail: [Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com](mailto:Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com)

### **УВАЖАЕМЫЕ АВТОРЫ!**

Научный журнал «Хабаршы» КазНПУ им. Абая, серия «Физико-математические науки» является научно-образовательным изданием по актуальным вопросам математики, механики и физики, информатики, а также информатизации образования и методике преподавания физико-математических дисциплин в школе, колледже и вузе.

Решением Комитета по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки РК (Приказ №1082 от 10.07.2012 г.) Вестник КазНПУ им. Абая, Серия «физико-математические науки» включен в *Перечень изданий, рекомендуемых Комитетом по контролю в сфере образования и науки Министерства образования и науки Республики Казахстан* для публикации основных результатов научной деятельности по следующим направлениям:

- физико-математические науки (математика, физика, информатика, механика);
- технические науки;
- педагогические науки (теория и методика обучения и воспитания/математика, физика, информатика, информатизация образования).

Журнал входит в базу данных АО «Национальный центр научно-технической информации» (НЦНТИ) и имеет ненулевой импакт фактор по казахстанской базе цитирования (КазБЦ) (<http://www.nauka.kz>).

С 2009 г. действует Договор с Институтом Инжиниринга и Технологий (Великобритания), на оказание информационно-сопроводительных услуг, согласно которому реферативная информация о статьях, публикуемых в Вестнике КазНПУ имени Абая, вносится в электронную базу данных INSPEC.

### **ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ, ПУБЛИКУЕМЫХ В ЖУРНАЛЕ «ВЕСТНИК. СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ»**

#### **I. Представление необходимых материалов**

1. Для докторантов, магистрантов и студентов, публикующихся единолично, представляется рецензия научного руководителя.

2. Количество авторов статьи - не более 4.

3. Авторами заполняется электронная Форма Вестника, содержащая сведения об авторе (авторах): фамилия, имя, отчество, место работы (город, название организации/вуза без сокращений и сокращенное название), ученая степень и звание, должность, для обучающихся – указывается: докторант, магистрант или студент, e-mail, контактный телефон; аннотации к статье, ключевые слова

на 3-х языках.

## **II. Правила оформления статей.**

Текст статьи должен быть набран в редакторе MS Word через одинарный интервал; Формат листа: 210 x 297 mm (A4); Поля: верхнее, нижнее, правое, левое – 2 см; страницы статьи не нумеруются; Шрифт: Times New Roman (для каз., рус. и англ. языков), размер - 11 пт; межстрочный интервал – одинарный; отступ первой строки абзаца – 0,5 см.; Рисунки, выполненные в редакторе Word, должны быть вставлены как объект (сгруппированы); Текст статьи должен быть отформатирован по ширине.

## **III. Требования к написанию формул**

Формулы вставляются в текст статьи как объект MS Equation. Размеры символов в формулах (Equation): обычный - 11 пт, крупный индекс - 6 пт, мелкий – 5 пт.

**IV. Список использованной литературы**, составляется по ходу упоминания ее в тексте и приводится в конце рукописи. Ссылки на литературу в тексте указываются в квадратных скобках, например, [1], [2,3], [4-7]. Перечисление без точки в конце страницы. Количество ссылок не должно превышать 15 наименований.

## **V. Вид статьи**

1. МРНТИ в левом верхнем углу прописными буквами (полужирным, кегль №10);
2. УДК в левом верхнем углу прописными буквами (полужирным, кегль №10);
3. Курсивными, не полужирными прописными буквами (кегель №11) по центру инициалы и фамилия автора (авторов); Верхним индексом указывают соответствие месту работы автора (в случае нескольких авторов).
4. Через одну пустую строку указать название организации и город, в котором работает автор (авторы) курсивом (кегель № 11));
5. Через пустую строку по центру полужирными прописными буквами, шрифт Cambria (кегель №11) название статьи;
6. Через пустую строку аннотации **в 100-150 слов** в кратких предложениях на 3-х языках (кегель №10).
7. Ключевые слова по тематике, **6-8 слов**, на трех языках (кегель №10);
8. Через пустую строку текст статьи (кегель №11);
9. Список использованной литературы, указывается после текста статьи, через две пустые строки строчными буквами, курсивом (кегель №10). Интервал - одинарный. Нумерация списка без точки.

**VI. Языки издания (вещания) статей** - казахский, русский, английский. Поступившие в редакцию статьи рецензируются 2 ведущими специалистами и учеными по отраслям знаний. На основании рецензии редколлегии может рекомендовать автору доработать статью или отказать в публикации. Рукописи статей, опубликованных ранее или переданных в другие издания, не принимаются. Рекомендуемый объем статьи - не менее 5 и не более 7 страниц. В ином случае вопрос по объему статьи необходимо согласовать с редакцией журнала. Иллюстрации, схемы, таблицы, включаемые в текст статьи, учитываются в общем объеме текста.

По всем вопросам, связанным с подготовкой, представлением и публикацией материалов, необходимо обращаться в редакцию журнала.

**Адрес:** г. Алматы, ул. Толе би 86, КазНПУ им. Абая, Институт математики, физики и информатики

**Ответственный секретарь:** +7 707 7268828, +7 707 1754132

**e-mail:** [Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com](mailto:Vestnik.KazNPU.FMS@gmail.com)