

А.Е. Әбілқасымова¹ , Е.А.Туяков¹ , А.А.Асил^{1*} 

¹Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан

*e-mail: abo_95.08@mail.ru

МЕКТЕП МАТЕМАТИКА КУРСЫНДАҒЫ ОЛИМПИАДАЛЫҚ ЖӘНЕ СТАНДАРТТЫ ЕМЕС ЕСЕПТЕРДІҢ РӨЛІ МЕН ОРНЫ

Аңдатпа

Математикадан олимпиадалық және стандартты емес есептерді шешуге үйретудің басты мақсаты – оқушылардың математикалық қабілеті мен дайындық деңгейін арттыру. Мақалада мектеп математика курсындағы олимпиадалық және стандартты емес есептердің мәні, жіктелімі және оларды оқыту үдерісінде қолданудың теориялық-әдістемелік негіздері қарастырылады. Ғылыми-әдістемелік әдебиеттерге жүргізілген талдау негізінде «стандартты есеп», «стандартты емес есеп» және «олимпиадалық есеп» ұғымдарының мазмұндық айырмашылықтары айқындалып, олардың оқушылардың логикалық, аналитикалық және шығармашылық ойлауын дамытудағы рөлі негізделеді. Отандық және шетелдік ғалымдардың көзқарастары салыстырылып, олимпиадалық есептерді мазмұны мен шешу тәсілдеріне қарай жіктеудің авторлық үлгісі ұсынылады. Сонымен қатар стандартты емес және олимпиадалық есептерді шешуде қолданылатын негізгі әдістер мен эвристикалық тәсілдер жүйеленіп, оларды оқу үдерісіне енгізудің тиімді жолдары көрсетіледі. Зерттеу нәтижелері мұндай есептерді жүйелі қолдану оқушылардың математикалық мәдениетін арттырып, танымдық белсенділігін, дербес ойлауын және зерттеушілік дағдыларын дамытуға ықпал ететінін дәлелдейді. Ұсынылған әдістемелік тұжырымдар мектеп математикасын оқыту тәжірибесінде, элективті курстарда және олимпиадалық дайындық жұмыстарында пайдалануға бағытталған.

Түйін сөздер: мектеп математика курсы, олимпиадалық есептер, стандартты емес есептер, есептерді шешу әдістері, эвристикалық тәсілдер, математикалық ойлау, математикалық мәдениет, олимпиадалық дайындық, есеп шығаруға үйрету әдістемесі.

А.Е. Абылқасымова¹, Е.А. Туяков¹, А.А. Асил¹

Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Казахстан

РОЛЬ И МЕСТО ОЛИМПИАДНЫХ И НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Аннотация

Основной целью обучения решению олимпиадных и нестандартных задач по математике является повышение математических способностей и уровня подготовленности учащихся. В статье рассматриваются сущность, классификация и теоретико-методические основы применения олимпиадных и нестандартных задач в школьном курсе математики. На основе анализа научно-методической литературы выявляются содержательные различия понятий «стандартная задача», «нестандартная задача» и «олимпиадная задача», а также обосновывается их роль в развитии логического, аналитического и творческого мышления учащихся. Сопоставляются взгляды отечественных и зарубежных ученых, предлагается авторская модель классификации олимпиадных задач по содержанию и способам решения. Кроме того, систематизируются основные методы и эвристические приемы, применяемые при решении нестандартных и олимпиадных задач, и показываются эффективные пути их внедрения в учебный процесс. Результаты исследования доказывают, что систематическое использование таких задач способствует развитию математической культуры учащихся, их познавательной активности, самостоятельного мышления и исследовательских навыков. Представленные методические выводы ориентированы на использование в практике обучения математике в школе, в элективных курсах и при организации олимпиадной подготовки.

Ключевые слова: школьный курс математики, олимпиадные задачи, нестандартные задачи, методы решения задач, эвристические приемы, математическое мышление, математическая культура, олимпиадная подготовка, методика обучения решению задач.

A. Abylkassymova¹, Y. Tuyakov¹, A. Assil

¹Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

THE ROLE AND PLACE OF OLYMPIAD AND NON-STANDARD PROBLEMS IN THE SCHOOL MATHEMATICS CURRICULUM

Abstract

The main goal of teaching students to solve Olympiad and non-standard mathematical problems is to enhance their mathematical abilities and overall level of preparedness. This article examines the essence, classification, and theoretical and methodological foundations for the use of Olympiad and non-standard problems in the school mathematics curriculum. Based on an analysis of scientific and methodological literature, the conceptual differences between “standard problems,” “non-standard problems,” and “Olympiad problems” are identified, and their role in developing students’ logical, analytical, and creative thinking is substantiated. The views of domestic and international scholars are compared, and an author’s classification model of Olympiad problems according to content and solution methods is proposed. In addition, the main methods and heuristic techniques used in solving non-standard and Olympiad problems are systematized, and effective ways of integrating them into the instructional process are demonstrated. The research findings confirm that the systematic use of such problems promotes the development of students’ mathematical culture, cognitive activity, independent thinking, and research skills. The proposed methodological conclusions are intended for use in school mathematics teaching practice, elective courses, and Olympiad training programs.

Keywords: school mathematics course, Olympiad problems, non-standard problems, problem-solving methods, heuristic techniques, mathematical thinking, mathematical culture, Olympiad training, teaching problem solving.

Кіріспе

Соңғы жылдары жалпы білім беретін мектептердің көптеген мұғалімдері оқушылардың математикалық дайындығының деңгейі біршама төмендеп бара жатқанын атап өтуде. Әсіресе, оқушылардың олимпиадалық және стандартты емес есептерді шешу біліктерінің жеткіліксіздігі ерекше алаңдаушылық туғызады: мұндай есептерді базалық деңгейде меңгеретіндер оқушылардың небәрі 5%-ын ғана құрайды. Бұл көрсеткіш математикалық білімнің сапасын арттыруға бағытталған әдістемелік жұмыстардың жеткіліксіздігін айқын көрсетеді. Мәселенің туындау себептерінің бірі – мектептерде стандартты емес есептерді шығару, олимпиадалық дайындық жүргізу, логикалық-шығармашылық ойлау дағдыларын дамытуға арналған элективті курстардың азаюы.

Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2012 жылғы 23 тамыздағы №1080 қаулысымен бекітілген Мемлекеттік жалпыға міндетті орта білім берудің стандарты кезеңінде мұндай курстар міндетті түрде оқытылып, оқушылардың математикалық ойлауын, аналитикалық қабілетін, күрделі есептерді шешу дағдыларын қалыптастыруда маңызды рөл атқарған еді [1].

Сонымен қатар, математика мұғалімдері есептерді шешудің қосыша әртүрлі тәсілдерін қарастырмай, оқулықтардағы шешу әдісімен үлгілік шешімдер арқылы ұсынады. Нәтижесінде, оқушылар бірізді алгоритмдерді механикалық түрде қолдануды үйренгенімен, формулалардың мәнін, олардың қандай жағдайдан туындайтынын терең түсінбей қалады. Цифрлық білім ресурстары мен жасанды интеллект құралдарының қолжетімділігінің артуы, интернеттен кез келген есептің дайын шешімін оңай табу мүмкіндігі де оқушылардың шығармашылық, логикалық және зерттеушілік ойлауын дамытуға кедергі келтіреді. Мұндай жағдай оларды дайын нәтижеге тәуелді етіп, есепті өз бетімен талдау, модельдеу, дәлелдеу сияқты жоғары деңгейлі дағдылардың қалыптасуын тежейді.

Қазіргі білім беру жүйесінде оқушылардың функционалдық сауаттылығын, логикалық, аналитикалық және сыни ойлауын дамыту талап етіледі. Бұл – халықаралық бағалау зерттеулерінің (PISA, TIMSS) және Қазақстандағы білім сапасын арттыруға бағытталған реформалардың негізгі бағыты. Осындай құзыреттерді дамытуда стандартты емес есептердің орны ерекше, себебі олар оқушыларды мәселені әртүрлі қырынан көруге; математикалық

модельдеуді қолдануға; логикалық пайымдау мен дәлелдеуге; шығармашылық ізденіске; стандартты емес жағдайларда тиімді шешім қабылдауға үйретеді.

Алайда математиканы оқыту процесінде мұндай есептерді жүйелі әрі мақсатты түрде оқыту жеткіліксіз, әдістемелік тұрғыда толық қамтылмаған. Оқулықтарда олимпиадалық және стандартты емес есептер аз беріледі, ал мұғалімдердің көпшілігі оларды оқыту технологияларын меңгеруде қиындықтарға тап болады. Бұл өз кезегінде оқушылардың математикалық мәдениеті мен танымдық белсенділігінің төмендеуіне әкеледі. Осы тұрғыдан алғанда, мектеп математика курсына олимпиадалық және стандартты емес есептердің орны мен маңыздылығын, жіктелуін, оларды оқушыларға шығаруды үйретудің әдістемелік негіздерін зерттеу, оны оқу процесінде тиімді қолдану жолдарын айқындау – математикалық білім беруді жаңғыртуда өзекті ғылыми және практикалық міндет болып табылады.

Математикалық білім сапасын жетілдірудің маңызды алғышарттарының бірі – олимпиадалық және стандартты емес есептердің мазмұндық ерекшеліктері мен оларды шығарудың әдіс-тәсілдерін жүйелі зерттеу, типтік есептерге түрлі әдістемелік тұрғылардан келу мүмкіндіктерін қарастыру және осы шешімдердің ішінен оқушылардың ойлауын дамытатын ең оңтайлы нұсқаларын таңдай білу. Мұндай тәсіл оқушылардың аналитикалық ойлауын, икемді стратегиялық пайымдауын, мәселені жан-жақты талдау қабілетін қалыптастыруға айтарлықтай әсер етеді.

Зерттеу нәтижелері оқыту сапасын арттыруға, оқушылардың пәнге қызығушылығын дамытуға, олимпиадалық және зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруға ықпал ете алады.

Зерттеу әдіснамасы

Зерттеудің алғашқы кезеңінде математика әдістемесі саласындағы ғылыми-әдістемелік әдебиеттерге кешенді талдау жүргізілді.

Математиканы оқыту процесінде оқушылардың логикалық ойлауы мен зияткерлік қабілетін дамытуда есептердің алатын орны ерекше. Есепті шығару дегеніміз – есепте берілген ашық немесе жанама түрде көрсетілген сандармен, шамалармен, қатынастармен логикалық тұрғыдан дұрыс құрылған әрекеттер мен амалдардың бірізді тізбегі арқылы есептің талабын орындау, яғни оның қойылған сұрағына жауап беру [2].

Математиканы оқыту әдістемесіне арналған еңбектер мен оқу құралдарында оқытудағы есептердің рөлі мен орны айқындалған. А.А.Столярдың «Педагогика математики» атты еңбегінде есептер арқылы оқыту «есептер – теория – есептер» жүйесімен ұсынылады. Бұл жүйе есептерді теорияның пайда болу көзі және оны қолдану құралы ретінде қарастыратынын көрсетеді. Ұғымдарды қалыптастыру процесінде есептер келесідей міндеттерді атқарады: ұғымды енгізуге деген уәждемені қалыптастыруға ықпал ету; ұғымның мәнді қасиеттерін айқындау; осы қасиеттердің меңгерілуіне жағдай жасау; терминологияны, символиканы меңгеруге, анықтамадағы әрбір сөздің мағынасын түсінуге, анықтаманы есте сақтауға, ұғымның көлемін игеруге көмектесу; ұғымның басқа ұғымдармен өзара байланысын ашу; ұғымды қолдануға үйрету. Есептерді шығару нәтижесінде оқушыларда ұғымға қатысты объектілерді тану, объектінің белгілі бір ұғымға тиесілі болуынан салдарлар шығару, ұғымның анықтамасынан оның белгілеріне көшу, сондай-ақ объектілерді басқа ұғымдар тұрғысынан қайта пайымдау біліктері қалыптасуы тиіс [3].

Білім беру жүйесінің жаңғыруы аясында математиканы оқытудағы есептердің рөлі мен орнының өзгеруіне байланысты есептердің өзі де жаңарып отырады. Егер дәстүрлі есептің талабы «табындар», «салындар», «есептендер», «дәлелдендер» сияқты сөздермен шектелсе, қазіргі уақытта оларға қосымша «түсіндіріндер», «шешудің әртүрлі тәсілдерінің ішінен оңтайлысын таңдаңдар», «есепті шешу барысында қолданылған барлық эвристикаларды айқындаңдар», «зерттендер», «шешудің әртүрлі тәсілдерін болжаңдар» және т.б. талаптар алдыңғы қатарға шығып отыр. Есептердің функцияларының ішінде оқушының математикалық іс-әрекетін, әсіресе оның дамуын басқару функциясы маңызды орын алады.

Математиканы оқытудағы есептердің рөлі айрықша зор. Оқыту процесінде олар үлкен әрі көпқырлы мәнге ие болып, оқытудың көптеген нақты мақсаттарына қызмет етеді және маңызды дидактикалық функцияларды орындайды. Әрбір математикалық есеп білім беру, дамыту, тәрбиелік және бақылау функцияларымен қатар, өзге де функцияларды қамтуы мүмкін және қамтуы тиіс; осы функциялардың іске асуы есептерді шығаруды үйретуде қолданудың тиімділігін арттырады.

Қазіргі заманғы математика мұғалімінің негізгі міндеті – оқушыларда меңгерілген білім мен біліктерді механикалық түрде қолдануын қалыптастыру емес, оларды стандартты емес есептерді шығаруда тиімді қолдана алу қабілетін дамыту.

Есепті шығару процесінде шешілетін есепті эмоционалдық тұрғыдан қабылдау ерекше мәнге ие, өйткені ол шығармашылық қиялдың қызметіне белсенді ықпал етеді. Оқушылардың ұмтылысы мен ынтасы нәтижесінде пайда болған қиял олардың шығармашылық іс-әрекетінде жүзеге асады. Математиканы оқытудағы есептердің функциялары өзара тығыз байланысты болғанымен, әрбір нақты жағдайда есепті қолданудың мақсатына сәйкес оның жетекші функциясы айқындалады.

Математика сабақтарында оқушылар ойлаудың барлық формаларына, яғни ұғымдармен, пайымдаулармен, ой қорытындыларымен жұмыс істейді. Жалпы алғанда, есеп шығаруды үйрену үшін есептерді әрдайым шығару қажет, әрі оларды әртүрлі стандартты емес есептер ретінде және әрқилы тәсілдермен шешу, шешімдерді талдау, салыстыру, әрбір нақты жағдайда олардың артықшылықтары мен кемшіліктерін анықтау маңызды. Алайда есеп шығара білу қабілеті шығарылған есептердің санына тікелей тәуелді емес. Сондықтан психологиялық-педагогикалық және әдістемелік зерттеулерде есепті оқу нысаны ретінде қарастыруға, оны талдауға және шешу жолдарын іздеуге бағытталған жалпы тәсілдерді қалыптастыру әдістеріне басымдық беріледі.

Стандартты емес және олимпиадалық есептердің табиғаты, олардың жіктелімі және оқытудағы орны мәселелері әлемдік және отандық ғалымдардың еңбектерінде қарастырылған. ТМД елдеріндегі әдіскер-ғалымдар – Д. Пойа, Ю.М. Колягин, Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий, Г.И. Саранцев, И.П. Буслаева, Е.В. Галкин, С.Ф. Митенева, Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов, П.В. Чулков, В.В. Сушков, В.В. Дрозина, В.Л. Дильман, А.Н. Афанасьев және басқалардың еңбектері қарастырылды [4-14]. Қазақстандық зерттеушілердің ішінде А.Е. Әбілқасимова, А.Қ. Қарабаев, Қ.Т. Нұрпейісов, Ш. Алтынбеков және басқа педагог-ғалымдардың әдістемелік еңбектері арналған [15-18].

Ғылыми-әдістемелік еңбектерді талдау стандартты емес есептердің дидактикалық мүмкіндіктерін, оқушылардың математикалық ойлауын дамытудағы әлеуетін, сондай-ақ «олимпиадалық есеп» және «стандартты емес есеп» ұғымдарының мазмұндық айырмашылықтарын айқындауға мүмкіндік берді. Математиканы оқыту әдістемесінде есептердің түрлерін ажырату – оқушылардың логикалық ойлауын дамытуға бағытталған тапсырмалар жүйесін құрастырудың маңызды шарты болып табылады. Бұл тұрғыда бірқатар ғалымдар стандартты, стандартты емес және олимпиадалық есептердің мазмұндық ерекшеліктерін әртүрлі қырынан сипаттайды (1-кесте).

Ғалымдардың көзқарастары бойынша, стандартты емес және олимпиадалық есептердің ортақ белгісі – олардың шешу алгоритмінің алдын ала анықталмағандығы, оқушыдан жаңа идея, логикалық ізденіс, эвристикалық тәсіл және шығармашылық ойлау талап етілетіндігі екенін байқауға болады. Мұндай есептер математикалық модельдеу, талдау, дәлелдеу, жалпылау сияқты жоғары деңгейлі ойлау әрекеттерін дамытуда маңызды рөл атқарады.

Кесте 1. «Олимпиадалық есеп», «стандартты емес есеп» ұғымдарына анықтамалар

№	Ғалым-әдіскерлер	Есеп түрі	Анықтамасы
1	А.Е.Әбілқасымова	Стандартты есеп	Белгілі формула, ереже, теорема немесе типтік алгоритмді қолдану арқылы шығарылатын, шешу жолы алдын ала белгілі есеп. Мұндай есептерді шешу дайын алгоритмді меңгерумен шектеледі.
		Стандартты емес есеп	Шешу үшін алдын ала дайын алгоритм берілмейтін, оқушының жаңа тәсіл ойлап табуын немесе есепті ішкі есептерге жіктеу арқылы өз бетінше шешу жолын құрастыруын талап ететін есеп.
2	Д. Пойа	Стандартты емес есептер	Оқушының зияткерлік дамуына елеулі ықпал ете алатын есептер, ал стандартты есептерге мұндай сипат әрдайым тән бола бермейді.
3	Л.М. Фридман, Е.Н.Турецкий	Олимпиадалық есеп	Мектеп математика курсына нақты шығарылу тәртібі мен жалпы ережелері жоқ, шешу бағдарламасы белгісіз, эвристикалық тәсілді талап ететін есептер.
3	Ю.М.Колягин	Олимпиадалық есеп	Шешімі оқушыларға алдын ала белгілі іс-әрекеттер тізбегіне сәйкес келмейтін, стандартты амалдармен шығарылмайтын есептер.
4	В.В.Сушков	Олимпиадалық есеп	Бір немесе екі негізгі идеяға сүйенетін, оқу материалының стандартты шеңберінен тыс, оқушыдан жаңа білім мен дағдыларды шығармашылық қолдануды талап ететін өзіндік құндылығы бар есептер.
5	Е.В.Галкин	Стандартты емес есептер	Математика курсына оларды шешудің нақты көрсетілген тәсілі жоқ, шешімі эвристикалық ізденісті қажет ететін есептер.
	А. Столяр	Стандартты емес есептер	Шешу жолын іздеуді, әртүрлі эвристикалық тәсілдерді қолдануды қажет ететін есептер. Дәл осындай есептер оқушының зияткерлік мүмкіндіктеріне сын-қатер тудырып, соның нәтижесінде оның интеллектуалдық дамуын қамтамасыз етеді.
6	П.В.Чулков	Олимпиадалық есептер	Қиындығы жоғары, қызықты мазмұнды, стандартты емес тәсілдерді талап ететін есептер.
7	В.В. Дрозина, В.Л. Дильман	Стандартты емес есеп	Шығармашылық пен өзіндік, тың бастаманы қамтитын, оны репродуктивті шешу әдістері арқылы ашу мүмкін болмайтын есеп. Мұндай есеп оқушыдан шешудің өзіне тән жолдарын іздеуді талап етеді.

Стандартты емес есептер ұғымының мазмұны күрделі және ол «стандартты емес» терминінің салыстырмалы табиғатымен тығыз байланысты. Егер есепті оқушының танымдық әрекетін ұйымдастырудың тізбекті құрылымы тұрғысынан қарастыратын болсақ (мазмұны – ұсынылу формасы – шешу барысы – алынған нәтиже), онда осы тізбектің кемінде бір буынын дәстүрлі тәсілдермен түсіндіруге келмейтін жағдайлар стандартты емес есептердің сипаттамасына жатады. Бұл ретте «стандарттылық» ұғымы жалпы білім берудің ресми бағдарламалары мен оқулықтарында қалыптасқан дәстүрлі математикалық тәсілдермен анықталады.

Академик А.Е. Әбілқасымованың еңбегіндегі анықтамаға сүйеніп, стандартты емес есептерді кең мағынада түсінуге мүмкіндік бар. Ол «стандартты есеп» ұғымын білім беру стандарттары мен оқу бағдарламалары арқылы анықтайды: белгілі бір тақырыпты оқыту барысында оқушы меңгеруі тиіс білім, білік, дағдылар жиынтығы алдын ала белгіленеді және сол талаптарға сәйкес типтік есептер стандартты есептер деп танылады. Автордың пікірінше, «олимпиадалық есеп» деп есептің шешу алгоритмі мектеп математикасының мазмұнында көрсетілмейтін, оқу бағдарламасы талап етпейтін, дәстүрлі тәсілмен шығарылмайтын есептер аталады. Осыған сәйкес «стандартты есептерден» өзгеше барлық есептер олимпиадалық немесе стандартты емес есептер қатарына енгізіледі. Ғылыми әдебиеттерде де олимпиадалық есептер стандартты емес есептердің бір тармағы ретінде қарастырылатыны байқалады [15].

Әдебиеттерді талдау нәтижесінде «олимпиадалық есеп» ұғымына қатысты авторлардың көзқарастары бірнеше бағытқа бөлінетіні анықталды.

Бір топ авторлар олимпиадалық есептерді олимпиада барысында ұсынылатын тапсырмалар деп қабылдайды. Алайда бұл тұжырым шартты болып табылады, себебі көптеген олимпиадаларда дәстүрлі оқу процесінде қарастырылатын, бірақ формасы бойынша сәл күрделенген есептер де кездеседі.

Кейбір зерттеушілер «олимпиадалық есеп» пен «стандартты емес есеп» ұғымдарын тең мәнді деп қарастырады. Бұл көзқарас олардың ортақ белгілерін көрсетеді: алгоритмнің болмауы, жаңа идея қажет болуы, эвристикалық әдістердің басымдығы.

Бірақатар ғалымдар, соның ішінде Д. Пойа, олимпиадалық есептерді стандартты емес есептердің ішкі класы ретінде сипаттайды, яғни олар стандартты емес есептерді шешудің ерекше үлгісі ретінде қарастырылады [4].

Келесі авторлар олимпиадалық есептерді жеке дербес классқа жатқызады. Мәселен, кейбір еңбектерде олимпиадалық есептер «математикалық идеяның әсемдігін көрсететін шығармашылық туынды» ретінде сипатталады.

А.Н. Афанасьев өзінің зерттеуінде стандартты емес есептердің психологиялық-педагогикалық және әдістемелік аспектілерін қарастырып, оларды қызықты, логикалық және олимпиадалық есептермен байланыстырады. Оның жіктелмесінде стандартты емес есептерге логикалық есептер, комбинаторикалық мазмұндағы есептер, графтар теориясына қатысты тапсырмалар, Дирихле принципіне негізделген есептер, инварианттар әдісін қажет ететін тапсырмалар, бояуға және дәлелдеуге арналған есептер, параметрі бар теңдеу-теңсіздіктер, салу есептері және геометриялық орын мәселелері кіреді [14].

М.К. Потапов, Г.В. Дорофеев, Н.Х. Розов стандартты емес есептердің бірнеше түрі бар екенін атап көрсеткен. Мәселен, кейбір есептер сыртқы түрі жағынан аса ерекше болып көрінеді, сондықтан оларды шешуге қалай кірісу керектігі бірден түсінікті бола бермейді. Ал басқа бір есептер «жасырын» сипатта болады: алғашқы қарағанда бұл қарапайым квадрат теңдеу сияқты көрінгенімен, оны әдеттегі әдістермен шешу мүмкін болмайды. Үшінші типтегі есептерді шешу үшін нақты әрі нәзік логикалық ойлау қажет. Мұндай «стандартты емес есептер» жоғары логикалық мәдениетті, белгілі бір тапқырлықты, психологиялық дайындықты, сондай-ақ математиканың әртүрлі бөлімдерін еркін меңгеруді талап етеді. Сонымен бірге, бұл есептер мектеп бағдарламасының шеңберінен шықпайды [11].

Көптеген авторлар олимпиадалық есептердің ерекшелігін оларды шешуде мектеп бағдарламасында қарастырылмайтын арнайы тәсілдердің қолданылуымен байланыстырады. Мұндай тәсілдерге Дирихле принципі, инварианттар әдісі, графтық модельдер, бүтін сандар жиынындағы теңдеулерді талдау және т.б. жатады.

Олимпиадалық есептер деп біз мазмұны мен шешу тәсілдері бойынша стандартты амалдармен шығарылмайтын, ойлау тереңдігін, шығармашылық ізденісті және эвристикалық әдістерді талап ететін күрделі деңгейдегі есептерді түсінеміз. Мұндай есептерде дәстүрлі алгоритмдік шешімдер жеткіліксіз болып, мәселені жаңа қырынан қарастыруға мүмкіндік беретін түпнұсқалық идеялар ерекше рөл атқарады.

Осы тұрғыдан алғанда, олимпиадалық есептер қатарына әдетте стандартты емес тәсілдерді қажет ететін есептер ғана емес, сондай-ақ мазмұны стандартты болғанымен, дәстүрлі жолдан тыс, тиімді әрі ықшам шешім табуға мүмкіндік беретін есептер де енгізіледі. Сондықтан олимпиадалық есептердің нақты және толық классификациясын жасау күрделі мәселе болып табылады. Дегенмен шешу тәсілдеріне қарай оларды белгілі бір топтарға бөліп қарастыруға болады: логикалық сипаттағы есептер; комбинаторикалық есептер; екі әдіспен есептеу тәсіліне негізделген есептер; графтар теориясына арналған есептер; Дирихле принципіне негізделген есептер; инварианттар әдісі қолданылатын есептер; бояу, стратегиялық ойлау, дәлелдеу элементтері бар есептер және т.б.

Бұдан бөлек, теңсіздіктерді дәлелдеуге арналған есептер, стандартты емес амалдармен шешілетін теңдеулер, параметрі бар теңдеу мен теңсіздіктер де олимпиадалық есептерге жатқызылады, өйткені олардың шешу технологиялары мектеп бағдарламасында жүйелі түрде қарастырылмайды. Геометрия саласында мұндай есептерге салу есептері мен нүктелердің геометриялық орнын анықтауға арналған тапсырмалар жатады.

Бұл мәселе қазақстандық зерттеушілердің еңбектерінде де жан-жақты қарастырылған. А.Қ. Қарабаевтың диссертациялық жұмысында оқу есептерінің психологиялық, педагогикалық және философиялық негіздері талданып, «есеп» және «есеп шығару» ұғымдарының ғылыми табиғаты ашылған. Зерттеуде математикалық есептердің классификациясы жасалып, стандартты және стандартты емес есептердің анықтамалары нақтыланған, сондай-ақ оқушылардың математикалық ойлауын дамытудағы есептердің рөлі айқындалған. Автор 10-11-сынып оқушыларына стандартты емес тәсілдермен есеп шығаруды үйретуге бағытталған тапсырмалар жүйесін ұсынып, олардың оқу үдерісінде қолдану әдістемесін сипаттайды. Бұл зерттеуде оқушыларды теңбе-теңдіктерді дәлелдеуге, алгебралық және трансценденттік теңдеу-теңсіздіктерді шешуге, функциялардың экстремумдарын табуға, сондай-ақ туынды, вектор, интеграл сияқты математикалық аппаратты стандартты және стандартты емес жағдайларда қолдануға дағдыландыратын әдістемелік материалдар берілген. Автор ұсынған жүйеде стандартты тәсілдер мен стандартты емес әдістердің тиімділігі салыстырмалы түрде көрсетілген [16].

Ш.Т. Рахмет пен С.Е. Касенов оқушылардың танымдық белсенділігін арттыру және олардың стандартты емес есептерді шешуге деген мотивациясын қалыптастыру мәселесін қарастырған. Авторлар Л.М. Фридманның көзқарасын қолдай отырып, стандартты емес есептерді жай ғана «қиындығы жоғары есептермен» шатастырмау қажет екенін атап өтеді. Олардың пікірінше, күрделі есептің шешімін оқушы өзі меңгерген математикалық аппарат арқылы анықтай алады, ал мұғалімнің рөлі негізінен білімнің бекітілуін бақылаумен шектеледі. Ал стандартты емес есептер зерттеу элементтерімен ерекшеленеді: бір оқушы үшін белгілі бір есеп стандартты емес болып көрінуі мүмкін, ал екінші оқушы оны қалыптасқан стандартты тәсілдер арқылы оңай шығара алады. Бұл өз кезегінде стандартты емес есептердің оқушының жеке тәжірибесі мен математикалық дайындығына тәуелді екендігін көрсетеді [19].

Сонымен, «стандартты емес және олимпиадалық есептерді шешудің қажеттілігі неде?» деген сауалға келесідей талқылау жасаймыз.

Біріншіден, мұндай есептерді шешу ойлау әрекеттерінің – талдау, жинақтау, салыстыру, жалпылау және т.б. дағдыларын дамытады.

Екіншіден, мұндай есептерді шығару оқушыларға шығармашылық қабілеттерін, дербестігін, мақсатқа ұмтылысын, алгоритмнен тыс әрекет ете алуын көрсетуге мүмкіндік береді, тапқырлықты дамытады.

Стандартты емес және олимпиадалық есептер оқушылардың математикаға деген танымдылығын арттырып, өмірлік стандартты емес жағдайларда бағдар табуға, мәселені шешудің өзіндік, тың жолдарын табуға үйретеді.

Зерттеу нәтижелері

Мектеп оқушыларына арналған математикалық олимпиадалар мен оларға дайындауға бағытталған оқу құралдарына, әдістемелік әзірлемелерге және педагогтардың іс-тәжірибесіне жасалған кешенді талдаулар нәтижесінде олимпиадалық есептердің мазмұны мен әдістерін жүйелеуге мүмкіндік беретін жіктеме ұсынылады:

1) олимпиадалық есептердің бірегейлігіне қарамастан, оларды математика бөлімдеріне сәйкес саралау – тиімді тәсілдердің бірі. Бұл жіктеме есептердің мазмұндық бағытын нақтылауға мүмкіндік береді: алгебра және арифметика; логика және жиындар теориясы; комбинаторика; геометрия; ықтималдық теориясы және математикалық статистика; математикалық анализ.

2) есептің мазмұнын, құрылымын және қойылатын талаптарын ескере отырып, олимпиадалық есептерді келесі топтарға бөлуге болады: бүтін сандардың бөлінгіштігі мен қалдықтары; логикалық мазмұндағы есептер; көпмүшелерді зерттеуге арналған есептер; дәлелдеу есептері (тепе-теңдіктер, тригонометриялық функциялар, теңсіздіктер); комбинаторикалық тапсырмалар; бүтін сандар жиынындағы теңдеулер мен олардың жүйелері, Диофант теңдеулері; сандық заңдылықтар, қатарлар және аналогиялар; функционалдық теңдеулер; параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктер; симметриялы теңдеулер және олардың жүйелері; геометриялық есептер [20].

3) олимпиадалық есептердің ерекшелігі олардың шешу әдістерінің әртүрлілігінде. Есептерді шешу барысында қолданылатын әдістер негізінде оларды төмендегідей топтастыруға болады:

- логикалық және эвристикалық әдістер: Дирихле принципі; инварианттар әдісі; жұптылық және қарама-қарсылық тәсілдері; бояу, кестелік және модельдеу әдістері; графтар тәсілдер; бейнелеу және визуализация әдістері.

- бағалау және төтенше мәндер қағидасы: ең аз және ең үлкен мәндерді іздеу; шеттік принцип; тиімді таңдау әдістері.

- математикалық индукция әдісі: көпмүшелерді зерттеу; формула және теоремаларды дәлелдеу; теңдіктер мен теңсіздіктерді дәлелдеу; бөлінгіштікке арналған есептер.

- рекурсия, итерация және аналогия әдістері: рекурренттік тізбектер; итерациялық тәсілдер; аналогияға негізделген шешу әдістері.

- комбинаторикалық әдістер: санау тәсілдері; комбинаторикалық геометрия элементтері.

- сандар теориясының әдістері: Евклид алгоритмі; сандарды үздіксіз бөлшектер түрінде кескіндеу; қалдықтар және модульдік теңдеулер; Ферма және Эйлер теоремаларын қолдану.

- салыстырулар теориясының әдістері: Диофант теңдеулерін шешу; бүтін сандардағы теңдеулер мен жүйелерді шешу.

- функционалдық және тригонометриялық алмастырулар.

- классикалық теңсіздіктерді қолдану әдістері: орта шамалар теңсіздіктері; Коши, Коши–Буняковский, Бернулли теңсіздіктері; реттеу (majorization) тәсілі; Чебышев, Йенсен және басқа классикалық теңсіздіктер.

- функция қасиеттеріне негізделген әдістер: монотондықты қолдану; функциялардың шектелгендігін пайдалану; модуль, дәрежелік және түбірлік функциялармен жұмыс істеу.

- векторлық әдістер: теңдеу, теңсіздік, тепе-теңдіктерді векторлар көмегімен шешу; экстремумдарды табу.

- геометриялық әдістер: гомотетия, инверсия, проективті және аффиндік түрлендірулер; центрлік симметрия; нүктелердің геометриялық орны; қосымша салулар және қосымша бұрыштар; көмекші шеңберлер; планиметрияның қосымша теоремалары; координаталар әдісі; геометриялық вектор әдісі.

Ұсынылған жіктеме олимпиадалық есептердің мазмұндық ерекшеліктерін, олардың шешу тәсілдерінің көпқырлылығын және математикалық білім беру жүйесінде алатын орнын анықтауға мүмкіндік береді. Бұл жүйелеу мектеп оқушыларын олимпиадалық есептерге

дайындауда, әдістемелік материалдар әзірлеуде және оқу процесіне стандартты емес тапсырмаларды енгізуде маңызды теориялық және практикалық негіз бола алады.

Олимпиадалық есептерді шығару бір жағынан оқушылардың жалпы мәдениетін және математикалық мәдениетін тереңдетуге, олардың логикалық, аналитикалық және шығармашылық ойлауын дамытуға мүмкіндік берсе, екінші жағынан, жаңа идеяларды іздеуге, бұрын зерттелмеген мәселелерді өз бетінше шешуге ұмтылысын күшейтеді. Мұндай есептерді шешу процесі оқушының логикалық қабілетін қалыптастырып, математикалық білімді жаңа жағдайларда қолдануға деген танымдық белсенділігін арттырады [21].

Енді мектеп математика курсынан жоғарыда анықталған жіктемеге сәйкес кейбір олимпиадалық және стандартты емес есептерді қарастырайық [22].

1-есеп. $1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10}$ көпмүшесін дәрежелері кемінде 1 болатын төрт көпмүшенің көбейтіндісі түрінде жіктеңдер.

Шешуі. Берілген көпмүше алғашқы мүшесі $b_1 = 1$, еселігі $q = x^2$, $b_n = x^{10}$ болатын геометрияның алғашқы алты мүшесінің қосындысы болып табылады.

Геометриялық прогрессияның алғашқы n мүшесінің қосындысының формуласын қолданамыз: $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$:

$$\begin{aligned} \frac{x^{10} \cdot x^2 - 1}{x^2 - 1} &= \frac{x^{12} - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x^6 - 1)(x^6 + 1)}{x^2 - 1} = \frac{((x^3)^2 - 1)((x^2)^3 + 1)}{x^2 - 1} \\ &= \frac{(x^3 - 1)(x^3 + 1)(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)}{(x - 1)(x + 1)} \\ &= \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)}{(x - 1)(x + 1)} \\ &= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1) \end{aligned}$$

2-есеп. Параметр a және b -ның қандай мәндерінде $x^3 + 7x^2 + ax + b$ көпмүшесі $x^2 + x + 2013$ квадрат үшмүшесіне бөлінеді?

Шешуі. Үшінші дәрежелі көпмүшені екінші дәрежелі көпмүшеге бөлгенде бірінші дәрежелі көпмүше шығатыны айқын. Сонда бөлінгіш пен бөлгіштің белгісіздерінің үлкен дәрежелерінің алдында тұрған коэффициенттері 1-ге тең болғандықтан, бөлінді $x + c$ түрінде болады, яғни

$$x^3 + 7x^2 + ax + b = (x^2 + x + 2013)(x + c)$$

Белгісіз коэффициенттерді анықтау тәсілін қолданып табатынымыз: $x^3 + 7x^2 + ax + b = x^3 + x^2 + 2013x + cx^2 + cx + 2013c = x^3 + (1 + c)x^2 + (2013 + c)x + 2013c$

x - тің бірдей дәреже көрсеткіштерінің алдында тұрған коэффициенттерін теңестіріп анықтайтынымыз:

$$\begin{cases} 1 + c = 7 \\ 2013 + c = a \\ 2013c = b \end{cases} \quad \begin{cases} c = 6 \\ a = 2019 \\ b = 12078 \end{cases}$$

3-есеп. Теңсіздікті дәлелдеңдер: $\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \dots + \frac{1}{2n+n} \geq \frac{11}{30}$, мұндағы $n > 1, n \in N$.

Дәлелдеуі. Берілген теңсіздікті ең қарапайым бағалау қағидасымен және математикалық индукция әдісімен дәлелдейміз.

1-әдіс. Бағалау әдісі.

Берілген қосындыда n мүше бар, өйткені $2n + 1$ ден $3n$ –ге дейінгі сандар саны:

$$3n - (2n + 1) + 1 = n$$

Осы n мүшенің әрқайсысы $\frac{1}{3n}$ –нен кем емес, себебі $2n + 1 \leq 3n, 2n + 2 \leq 3n, \dots$

Сондықтан

$$\frac{1}{2n+1} \geq \frac{1}{3n}, \quad \frac{1}{2n+2} \geq \frac{1}{3n}, \dots, \frac{1}{3n} = \frac{1}{3n}$$

Демек,

$$\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \dots + \frac{1}{3n} \geq n \cdot \frac{1}{3n} = \frac{1}{3}$$

Ал

$$\frac{1}{3} = \frac{10}{30} < \frac{11}{30}$$

Сонда $\frac{1}{3}$ -ден де үлкен болса, әрине $\frac{11}{30}$ -ден де үлкен болады:

$$\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \dots + \frac{1}{3n} \geq \frac{1}{3} > \frac{11}{30}$$

Дәлелденді.

2-әдіс. Математикалық индукция әдісі.

1) $n = 2$ болғанда ақиқат екеніне көз жеткіземіз: $\frac{11}{30} \geq \frac{11}{30}$ – ақиқат;

2) индукциялық жорамал: қандайда бір $n = k$ үшін тұжырымдама ақиқат болсын:

$$\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} + \dots + \frac{1}{3k} \geq \frac{11}{30}$$

3) $n = k + 1$ тұжырымдаманың ақиқат екенін дәлелдейміз:

$$\frac{1}{2(k+1)+1} + \frac{1}{2(k+1)+2} + \dots + \frac{1}{2(k+1)+(k+1)} \geq \frac{11}{30}$$

Екі қосындыны салыстырайық.

$k + 1$ –дегі қосынды – k –дегіден мынадай айырмамен өзгереді:

– k –дегі алғашқы екі мүше: $\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2}$ жоқ болып кетеді;

– орнына жаңа үш мүше қосылады: $\frac{1}{3k+1} + \frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+3}$.

Сондықтан:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2k+3} + \dots + \frac{1}{3k+3} \right) - \left(\frac{1}{2k+1} + \dots + \frac{1}{3k} \right) = \\ & = \left(\frac{1}{3k+1} + \frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+3} \right) - \left(\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} \right) \end{aligned}$$

Енді соңғы оң жағындағы өрнектің оң екенін көрсету жеткілікті.

Мұнда оқушыға ыңғайлы бағалау:

$$\frac{1}{3k+1} + \frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+3} > \frac{3}{3k+3} = \frac{1}{k+1}$$

Ал

$$\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} < \frac{2}{2k+1}$$

Сонда

$$\left(\frac{1}{3k+1} + \frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+3} \right) - \left(\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} \right) > \frac{1}{k+1} - \frac{2}{2k+1}$$

Енді:

$$\begin{aligned} \frac{1}{k+1} - \frac{2}{2k+1} &= \frac{2k+1-2k-2}{(k+1)(2k+1)} = \frac{-1}{(k+1)(2k+1)} < 0 \\ \frac{1}{2k+3} + \dots + \frac{1}{3k+3} &\geq \frac{11}{30}, \quad n (n > 1). \end{aligned}$$

Дәлелденді.

4-есеп. $S_n = 7 + 77 + 777 + \dots + 77 \dots 7$ қосындысын табыңдар.

$$\begin{aligned} \text{Шешуі. } S_n &= 7 \cdot (1 + 11 + 111 + \dots + 11 \dots 1) = 7 \cdot \left(\frac{9}{9} + \frac{99}{9} + \frac{999}{9} + \dots + \frac{99 \dots 9}{9} \right) = \\ &= \frac{7}{9} \cdot (10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^n - 1) = \\ &= \frac{7}{9} \cdot (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n - n) = \frac{7}{9} \cdot \left(\frac{10 \cdot (10^n - 1)}{10 - 1} - n \right) = \frac{7}{9} \cdot \frac{10^{n+1} - 10 - 9n}{9} = \\ &= \frac{7 \cdot (10^{n+1} - 9n - 10)}{81} \end{aligned}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{7 \cdot (10^{n+1} - 9n - 10)}{81}$$

Математиканы оқытуда стандартты емес және олимпиадалық есептерді қолданудың теориясы мен практикасын талдай отырып, олардың жалпы және өзіндік рөлін айқындауға болады. Мұндай есептер:

– оқушыларды тек дайын әдістерді қолдануға ғана емес, сонымен қатар есептерді шешудің жаңа жолдарын өздігінен іздеуге үйретеді, яғни есептерді шешудің тосын, стандартты емес тәсілдерін таба білу дағдысын қалыптастырады;

– оқушылардың тапқырлығы мен алғырлығының дамуына ықпал етеді;

– оқушылардың білімдері мен біліктеріндегі қате түсініктерді жоюға мүмкіндік береді, білімдер арасындағы өзге байланыстарды табуды, білімді жаңа жағдайларға көшіруді, ойлау іс-әрекетінің сан алуан құралдарын меңгеруді көздейді;

– оқушылардың білімдерінің беріктігі мен тереңдігін арттыруға қолайлы жағдай жасайды, математикалық ұғымдарды саналы түрде меңгеруді қамтамасыз етеді.

Дискуссия

Зерттеудің тиімділігін тәжірибе жүзінде тексеру мақсатында мектеп математика курсына олимпиадалық және стандартты емес есептерді жүйелі қолдануға негізделген педагогикалық эксперимент жүргізілді.

Эксперименттің негізгі мақсаты – 7–9-сынып оқушыларына арналған «Математикадан стандартты емес есептерді шешу» факультативтік курсының оқушылардың математикалық дайындығына, логикалық және шығармашылық ойлау деңгейіне әсерін анықтау болды.

Экспериментке жалпы білім беретін мектептің 7–9-сыныптарынан 60 оқушы қатысты. Оқушылар екі топқа бөлінді: эксперименттік топ – 30 оқушы (факультативтік курсқа қатысқан); бақылау тобы – 30 оқушы (дәстүрлі оқыту).

Эксперимент 2025-2026 оқу жылының бірінші жарты жылдығында өткізіліп, анықтау, қалыптастыру және қорытынды кезеңдерінен тұрды.

Анықтау кезеңінің мақсаты – оқушылардың бастапқы математикалық дайындығын, логикалық және шығармашылық ойлау деңгейін анықтау болды.

Бұл кезеңде екі топта да бірдей диагностикалық құралдар қолданылды:

- 1) стандартты және стандартты емес есептерден тұратын диагностикалық бақылау жұмысы;
- 2) логикалық ойлау мен талдау қабілетін анықтайтын тест тапсырмалары;
- 3) дәлелдеу және бірнеше шешу тәсілін ұсыну дағдыларын бағалайтын бақылау есептері.

Анықтау кезеңінің нәтижелері оқушылардың басым бөлігінде стандартты емес есептерді шешу біліктерінің жеткіліксіз екенін көрсетті. Сонымен қатар эксперименттік және бақылау топтарының бастапқы көрсеткіштері шамалас болды, бұл эксперименттің объективті жүргізілуіне мүмкіндік берді.

Қалыптастыру кезеңінде эксперименттік топта «Математикадан стандартты емес есептерді шешу» факультативтік курс ұйымдастырылып, оқу үдерісіне енгізілді. Курс аптасына 1 сағат көлемінде өткізіліп, оның мазмұны оқушылардың логикалық, аналитикалық және

шығармашылық ойлауын дамытуға бағытталған стандартты емес және олимпиадалық сипаттағы есептерді шешуге негізделді.

Факультативтік курс бағдарламасына логикалық есептер, комбинаторикалық тапсырмалар, теңсіздіктер мен теңдеулерді стандартты емес тәсілдермен шешу, геометриялық дәлелдеу есептері, бағалау және эвристикалық әдістерді қолдануға арналған тапсырмалар енгізілді. Сабақтар барысында есепті талдау, бірнеше шешу тәсілін салыстыру, тиімді әдісті таңдау, дәлелдеу және қорытынды жасауға ерекше назар аударылды.

Бақылау тобында оқыту дәстүрлі оқу бағдарламасы шеңберінде жүргізілді.

Эксперименттің қорытынды кезеңінде факультативтік курсқа қатысқан оқушылар арасында стандартты емес есептерді оқытуға қатысты сауалнама жүргізілді. Сауалнаманың негізгі мақсаты – оқушылардың стандартты емес есептерге көзқарасын, олардың оқу мотивациясына және математиканы меңгеруіне әсерін анықтау болды. Сауалнамаға 30 оқушы қатысты (2-кесте).

Кесте 2. Оқушылардың сауалнама нәтижелері (%)

Сұрақтар	Иә	Жоқ
Стандартты емес есептерге қызығушылығыңыз артты ма?	87%	13%
Мұндай есептер ойлауды дамытуға көмектесе ме?	93%	7%
Есепті бірнеше тәсілмен шешуді үйрендіңіз бе?	83%	17%
Факультативтік курс пайдалы болды деп санайсыз ба?	90%	10%
Бұл есептерді мектеп бағдарламасына енгізу қажет пе?	88%	12%

Сауалнама нәтижелері көрсеткендей: оқушылардың 87–93% стандартты емес есептердің ойлауды дамытатынын мойындады; 90% факультативтік курстың пайдалы болғанын атап өтті; көпшілік оқушылар мұндай есептерді оқу бағдарламасына кеңінен енгізу қажеттігін қолдады.

Оқушылардың басым бөлігі мұндай есептерді шығару барысында ойлануға, салыстыруға, жаңа идеялар ұсынуға мәжбүр болатынын, бұл олардың өзіне деген сенімділігін арттырғанын көрсетті. Оқушылар стандартты емес есептерді шешу арқылы математика пәнін тек формулалар мен ережелер жиынтығы ретінде емес, ойлау мен ізденісті талап ететін шығармашылық пән ретінде қабылдай бастағанын атап өтті.

Сонымен қатар сауалнама нәтижелері мұндай есептерді жүйелі түрде шешу ҰБТ, олимпиадалар және бақылау жұмыстарында кездесетін күрделі тапсырмаларды орындауда едәуір көмектесетінін көрсетті.

Оқушылардың оқу жетістіктерінің сандық нәтижелерін алу үшін эксперимент басында және соңында екі топта да диагностикалық бақылау жұмыстары өткізілді.

Нәтижелер салыстырмалы түрде талданып, әдістеменің тиімділігі бағаланды. Оқу жетістіктері жоғары, орта, төмен деңгейлер бойынша сараланды (3, 4-кестелер).

Кесте 3. Эксперимент басындағы оқу жетістіктері (%)

Деңгей	Эксперименттік топ	Бақылау тобы
Жоғары	13	15
Орта	47	45
Төмен	40	40

3-кестеден көрініп тұрғандай, эксперименттің бастапқы кезеңінде екі топтың нәтижелері шамалас болды.

Кесте 4. Эксперимент соңындағы оқу жетістіктері (%)

Деңгей	Эксперименттік топ	Бақылау тобы
Жоғары	43	18
Орта	47	50
Төмен	10	32

4-кестені талдау нәтижесінен эксперименттік топта: жоғары деңгей көрсеткіші 13%-дан 43%-ға дейін өсті; төмен деңгей 40%-дан 10%-ға дейін азайды. Бақылау тобында оң өзгерістер байқалғанымен, олардың динамикасы мардымсыз болды.

Алынған нәтижелерді статистикалық өңдеу SPSS және Excel бағдарламалары арқылы жүргізілді. Әр топ бойынша орташа балл көрсеткіштері есептелді (5-кесте).

Кесте 5. Орташа баллдың өзгерісі

Топ	Бастапқы орташа балл	Қорытынды орташа балл
Эксперименттік	56%	78%
Бақылау	57%	63%

Эксперименттік топта орташа балл 22%-ға, ал бақылау тобында 6%-ға ғана артты. Бұл факультативтік курстың тиімділігін айқын көрсетеді.

Айырмашылықтың статистикалық мәнділігін анықтау үшін Стьюденттің t-критерийі қолданылды:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Орташа мәндер мен дисперсиялар есептеліп, эксперименттік және бақылау топтарының қорытынды нәтижелері салыстырылды. Есептеулер нәтижесінде $t_{\text{эмп}} > t_{\text{крит}}$, $p < 0,05$ екені анықталды. Бұл эксперименттік және бақылау топтарының нәтижелері арасындағы айырмашылықтың статистикалық тұрғыда мәнді екенін дәлелдейді. Зерттеу нәтижелері 95% сенімділік деңгейінде расталды.

Жүргізілген педагогикалық эксперимент 7-9-сынып оқушыларына стандартты емес және олимпиадалық есептерді жүйелі түрде үйрету олардың математикалық дайындығын, логикалық және шығармашылық ойлауын едәуір арттыратынын дәлелдеді. Факультативтік курсты оқу үдерісіне енгізу мектеп математикасын оқытудың тиімділігін арттырудың маңызды бағыттарының бірі болып табылады. Алынған нәтижелер ұсынылған әдістемені мектеп математика курсына, элективті сабақтарда және олимпиадалық дайындық жүйесінде кеңінен қолданудың ғылыми-әдістемелік негізі бола алады.

Қорытынды

Жүргізілген зерттеу нәтижелері мектеп математика курсына олимпиадалық және стандартты емес есептерді жүйелі әрі мақсатты түрде қолдану оқушылардың математикалық дайындығын арттыруда маңызды рөл атқаратынын көрсетті. Ғылыми-әдістемелік әдебиеттерге жасалған талдау «стандартты есеп», «стандартты емес есеп» және «олимпиадалық есеп» ұғымдарының мазмұндық айырмашылықтарын айқындап, мұндай есептердің оқушылардың логикалық, аналитикалық және шығармашылық ойлауын дамытудағы әлеуетін негіздеуге мүмкіндік берді. Математикадан әдістемелік әдебиеттер мен оқу құралдарын, сондай-ақ жүргізілген зерттеу жұмыстарын талдау олимпиадалық есептерді шешу оқушылардың шығармашылық қабілеттерін дамытуға ықпал ететінін көрсетті. Осыған байланысты олимпиадалық есептерді математикаға қабілетті оқушылардың дайындық

деңгейін арттыру және олардың білімін диагностикалау құралы ретінде қолдану орынды деп есептеледі. Зерттеу барысында олимпиадалық есептерді мазмұны мен шешу тәсілдеріне қарай жіктеудің авторлық үлгісі ұсынылып, оларды шешуде қолданылатын эвристикалық, логикалық және бағалау әдістері жүйеленді. Ұсынылған жіктеме мен әдістемелік тұжырымдар мектеп математика курсына стандартты емес тапсырмаларды тиімді іріктеуге және оларды оқу үдерісіне ғылыми негізде енгізуге мүмкіндік береді.

Педагогикалық эксперимент нәтижелері 7–9-сынып оқушыларына арналған «Математикадан стандартты емес есептерді шешу» факультативтік курсының тиімділігін дәлелдеді. Эксперименттік топта оқушылардың оқу жетістіктерінің жоғары деңгейге көтерілуі, төмен деңгейдің айтарлықтай қысқаруы, сондай-ақ орташа баллдың едәуір артуы байқалды. Алынған айырмашылықтардың статистикалық тұрғыда мәнді екені математикалық өңдеу нәтижелері арқылы (t-критерий, $p < 0,05$) расталды. Сауалнама нәтижелері стандартты емес және олимпиадалық есептерді шешу оқушылардың математикаға деген қызығушылығын арттырып, олардың дербес ойлауын, өзіндік сенімін және танымдық белсенділігін күшейтетінін көрсетті. Оқушылар мұндай есептерді шешу барысында математиканы дайын алгоритмдер жиынтығы ретінде емес, шығармашылық пен зерттеуді талап ететін пән ретінде қабылдай бастағанын атап өтті.

Жалпы алғанда, олимпиадалық және стандартты емес есептерді оқу үдерісіне жүйелі енгізу оқушылардың математикалық мәдениетін қалыптастыруға, жоғары деңгейлі ойлау дағдыларын дамытуға және оларды күрделі интеллектуалдық қызметке даярлауға мүмкіндік береді. Мақалада ұсынылған әдістемелік идеялар мен эксперимент нәтижелерін жалпы білім беретін мектептердің оқу тәжірибесінде, элективті курстарда және олимпиадалық дайындық жүйесінде қолдану оқушылардың математикалық дайындығын арттырып, математикалық білім сапасын жақсартуға ықпал етеді.

Пайдаланылған дереккөздердің тізімі

- [1] Орта білім берудің (бастауыш, негізгі орта, жалпы орта білім беру) мемлекеттік жалпыға міндетті стандарты //Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2012 жылғы 23 тамыздағы № 1080 Қаулысы. <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P1200001080>
- [2] Әбілқасымов А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі: дидактикалық-әдістемелік негіздері. Оқу құралы. – Алматы: Мектеп, 2014. – 224 б.
- [3] Столяр А.А. Педагогика математики. 3-е изд. – Минск: Высшая школа, 1986. – 158 с.
- [4] Пойа Д. Как решать задачу: монография. – М.: Госучпедгиз, 1959. – 208 с. ISBN 9780691164076
- [5] Колягин Ю.М. Учебные математические задачи творческого характера // Роль и место задач в обучении математике. – М., 1973. Вып. 2. – С.5–19.
- [6] Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. «Как научиться решать задачи». Книга для учащихся старших классов средней школы. – М.: «Просвещение», 1989. – 192с.
- [7] Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 1995. – 240 с.
- [8] Буслаева И.П. О различных подходах к определению нестандартной задачи //Научные труды Московского педагогического государственного университета им. В.И. Ленина. Серия: Естественные науки. – М.: Прометей, 1995. – С. 204, 205.
- [9] Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра: Учеб. Пособие для учащихся 7-11 кл. – Челябинск: «Взгляд», 2004. – 448 с.
- [10] Митенева С.Ф. Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся: Дис. Канд. Пед. Наук: 13.00.02. – Вологда, 2005. – 204 с.
- [11] Дорофеев Г.В. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы / Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов. – Издательство: Дрофа, 2007. – 620 с.
- [12] Сушков В.В. Олимпиадные задачи: важная особенность // Актуальные проблемы обучения в школах и вузах малых городов России: материалы региональной научно-практической конференции 3-4 декабря 2002 г.Коряжма. – Архангельск: Изд-во ПГУ, 2003. – С. 18-19.

- [13] Дрозина В.В. Механизм творчества решения нестандартных задач. Руководство для тех, кто хочет научиться решать нестандартные задачи: учебное пособие / В.В. Дрозина, В.Л. Дильман – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 255 с.
- [14] Афанасьев А.Н. Обучение учащихся 7-9 классов решению нестандартных задач по математике во внеурочное время: дисс. ...к.п.н.: 13.00.02. – Новосибирск, 2006. – 160 с.
- [15] Әбілқасымова А.Е., Тұяқов Е.А. Жалпы білім беретін мектепте математикалық есептерді шығаруды оқытудың әдістемелік негіздері. Оқу құралы. – Алматы, 2019. – 340 б.
- [16] Қарабаев А.Қ. Жоғарғы сынып оқушыларын есептерді стандартты емес тәсілдермен шығаруға баулу: п.ғ.к. ... дисс.: 13.00.02. – Алматы, 2009. – 143 б.
- [17] Нұрпейісов Қ.Т. Математикалық олимпиадалар мектепте. – Аякөз, 2008. – 110 б.
- [18] Altynbekov S., Ashirbayev N., Torebek Y., Kerimbekov T. Formation of Research Skills of Future Teachers of Mathematics in Solving Olympiad Problems // Academic Journal of Interdisciplinary Studies. 2023. – Vol. 6 (12). – P. 335-346.
- [19] Рахмет Ш.Т., Касенов С.Е., Қалдан С.Қ., Ануар Ә.И. 5-6 сынып оқушыларына арналған стандартты емес есептер бойынша элективті курсты ұйымдастырудың ерекшеліктері // ал-Фараби атындағы ҚазҰУ Хабаршысы. Педагогикалық ғылымдар сериясы. 2022. - № 4 (73). — С. 142-150.
- [20] Алтынбеков Ш.Е. Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығару негізінде қалыптастыру әдістемесі: Философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация: 8D01501 – Математика. – Шымкент, 2024. – 179б.
- [21] Василевский А.Б. Обучение решению задач по математике: монография. – Минск: Вышэйшая школа, 1988. – 256 с.
- [22] Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи /Под ред. В.О.Бугаенко. 4-еизд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2008. – 96 с.

References

- [1] (2012) Orta bilim berudin memlekettik zhalpyga mindetti standarty [State compulsory standard of secondary education]. Decree of the Government of the Republic of Kazakhstan No. 1080, August 23. Available at: <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P1200001080> (In Kazakh).
- [2] Abylkasymova A.E. (2014) Matematikany oqytudyn teoriiasy men adistemesi: didaktikalyk-adistemelik negizderi. Oqu quraly [Theory and methodology of teaching mathematics: didactic and methodological foundations. Textbook]. Almaty: Mektep, 224 p. (In Kazakh).
- [3] Stolyar A.A. (1986) Pedagogika matematiki [Pedagogy of mathematics]. 3rd ed. Minsk: Vysshaya shkola, 158 p. (In Russian).
- [4] Polya G. (1959) Kak reshat zadachu: monografiya [How to solve it: monograph]. Moscow: Gosuchpedgiz, 208 p. ISBN 9780691164076 (In Russian).
- [5] Kolyagin Yu.M. (1973) Uchebnye matematicheskie zadachi tvorcheskogo kharaktera [Educational mathematical problems of a creative nature]. In: Rol i mesto zadach v obuchenii matematike. Moscow, Issue 2, pp. 5–19. (In Russian).
- [6] Fridman L.M., Turetsky E.N. (1989) Kak nauchitsya reshat zadachi [How to learn to solve problems]. Moscow: Prosveshchenie, 192 p. (In Russian).
- [7] Sarantsev G.I. (1995) Uprazhneniya v obuchenii matematike [Exercises in teaching mathematics]. Moscow: Prosveshchenie, 240 p. (In Russian).
- [8] Buslaeva I.P. (1995) O razlichnykh podkhodakh k opredeleniyu nestandartnoi zadachi [On various approaches to defining a non-standard problem]. In: Nauchnye i 117azN Moskovskogo pedagogicheskogo gosudarstvennogo universiteta im. V.I. Lenina. Seriya: Estestvennye nauki. Moscow: Prometey, pp. 204–205. (In Russian).
- [9] Galkin E.V. (2004) Nestandartnye zadachi po matematike. Algebra [Non-standard problems in mathematics. Algebra]. Chelyabinsk: Vzglyad, 448 p. (In Russian).
- [10] Miteneva S.F. (2005) Nestandartnye zadachi po matematike kak sredstvo razvitiya tvorcheskikh sposobnostei uchashchikhsya [Non-standard problems in mathematics as a means of developing students' creative abilities]. PhD diss. Vologda, 204 p. (In Russian).
- [11] Dorofeev G.V., Potapov M.K., Rozov N.Kh. (2007) Posobie po matematike dlya postupayushchikh v vuzy [Mathematics manual for university applicants]. Moscow: Drofa, 620 p. (In Russian).

[12] Sushkov V.V. (2003) *Olimpiadnye zadachi: vazhnaya osobennost* [Olympiad problems: an important feature]. In: Aktualnye 118azN Ui obucheniya v shkolakh I vuzakh malykh gorodov Rossii. Arkhangelsk: PGU, pp. 18–19. (In Russian).

[13] Drozina V.V., Dilman V.L. (2008) *Mekhanizm tvorchestva resheniya nestandartnykh zadach* [Mechanism of creative solution of non-standard problems]. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy, 255 p. (In Russian).

[14] Afanasiev A.N. (2006) *Obuchenie uchashchikhsya 7–9 klassov resheniyu nestandartnykh zadach po matematike vo vneurochnoe 118azN U* [Teaching students of grades 7–9 to solve non-standard problems in extracurricular time]. PhD diss. Novosibirsk, 160 p. (In Russian).

[15] Abylkasymova A.E., Tuyakov E.A. (2019) *Zhalpy bilim beretin mektepte matematikalyk esepтерdi shygarudy oqytudyn adistemelik negizderi. Oqu quraly* [Methodological foundations of teaching problem solving in secondary school. Textbook]. Almaty, 340 p. (In Kazakh).

[16] Karabaev A.K. (2009) *Zhogargy synyp oqushylaryn esepтерdi standarty emes tasildermen shygaruga baulu* [Teaching high school students to solve problems using non-standard methods]. PhD diss. Almaty, 143 p. (In Kazakh).

[17] Nurpeisov K.T. (2008) *Matematikalyk olimpiadalar mektepte* [Mathematical Olympiads at school]. Ayakoz, 110 p. (In Kazakh).

[18] Altynbekov S., Ashirbayev N., Torebek Y., Kerimbekov T. (2023) *Formation of Research Skills of Future Teachers of Mathematics in Solving Olympiad Problems*. Academic Journal of Interdisciplinary Studies, Vol. 6 (12), pp. 335–346. (In English).

[19] Rakhmet Sh.T., Kassenov S.E., Kaldan S.K., Anuar A.I. (2022) *5–6 synyp oqushylaryna arналган standarty emes esepтер бойынша elektivti kursty uiymdastyrudyn ereksheликтери* [Features of organizing an elective course on non-standard problems for grades 5–6]. Vestnik 118azN Uim. Al-Farabi. Seriya pedagogicheskikh nauk, No. 4 (73), pp. 142–150. (In Kazakh).

[20] Altynbekov Sh.E. (2024) *Bolashaq matematika mugalimderinin zertteushilik dagdylaryn olimpiadalyk esepтерdi shygaru negizinde qalyptastyru adistemesi* [Methodology of forming research skills of future mathematics teachers based on solving Olympiad problems]. PhD diss. Shymkent, 179 p. (In Kazakh).

[21] Vasilevskiy A.B. (1988) *Obuchenie resheniyu zadach po matematike: monografiya* [Teaching problem solving in mathematics: monograph]. Minsk: Vysheyshaya shkola, 256 p. (In Russian).

[22] Kanel-Belov A.Ya., Kovalji A.K. (2008) *Kak reshayut nestandartnye zadachi* [How non-standard problems are solved]. Moscow: MCNMO, 96 p. (In Russian).